

MOŽNOSTI TRANSFORMACIJE KATASTRSKIH NAČRTOV GRAFIČNE IZMERE V DRŽAVNI KOORDINATNI SISTEM

Sandi Berk *

Izvleček

Obravnavane so možnosti transformacije katastrskih načrtov grafične izmere v državni koordinatni sistem. Da dosežemo čim boljše ujemanje na veznih točkah, moramo uporabiti regresijsko transformacijo po metodi najmanjših kvadratov. Ločimo dva osnovna pristopa: ali ohranimo zajeto vsebino nespremenjeno (uradna evidenca) ali pa skušamo odpraviti deformacije. V prvem primeru smemo uporabiti samo evklidsko transformacijo, sicer pa jih imamo na izbiro precej. Izvedena je primerjava polinomske in trikotniško zasnovane odsekoma afine transformacije. Slednja omogoča vklop brez odstopanj na veznih točkah.

KLJUČNE BESEDE: analiza deformacij, digitalni katastrski načrt, grafična izmera, optimalni vklop, polinomska transformacija, razpačenje, trikotniško zasnovana odsekoma afina transformacija

Abstract

Ways of Transforming Plane Table Survey Based Cadastral Maps into a National Coordinate System

Ways of transforming cadastral maps based on a plane table survey into a national coordinate system are discussed. In order to match pass points as closely as possible, leastsquares regression transformation needs to be used. There are two main concepts: either keeping the captured content unchanged (legal evidence) or trying to remove deformations. In the first case only Euclidean transformation should be used, otherwise there are many possibilities. Comparison of polynomial and trianglebased piecewise affine transformation is presented. With the last one pass points always exactly match their related positions.

KEYWORDS: best fit matching, deformation analysis, digital cadastral map, plane table survey, polynomial transformation, rubber sheeting, triangle based piecewise affine transformation

1. UVOD

Osnovni predpogoj za modernizacijo zemljiškega katastra je pretvorba zemljiškokatastrskih načrtov v digitalno obliko. Ta obsežni projekt se je pričel leta 1991. Začetna ideja je bila, da bi izvedli le rastrski zajem načrtov (skeniranje) in ohranili vsebino načrtov, ki so uradna evidenca nepremičnin,

* Geodetski inštitut Slovenije, Ljubljana

povsem nespremenjeno (Demšar, 1995); odpravili bi le ugotovljene skrčke ali raztezke listov. Vendar pa je nadaljnji razvoj zemljiškega informacijskega sistema temeljil na vektorski topološko urejeni bazi. Naslednji korak je bil torej ekranska vektorizacija skenogramov.

Nadaljevanje zgodbe je namenjeno predvsem načrtom grafične izmere. Liste načrtov smo v okviru katastrske občine sestavljali v celoto. Izdelana je bila rešitev za ravnanje robov listov, ki skuša minimizirati in čimbolj enakomerno porazdeliti deformacije po celotni površini lista (Fras, Gvozdanović, 1995). V primeru načrtov grafične izmere je postopek sicer sporen, saj robovi teh listov nimajo ravnih robov že zaradi samega načina izmere (Radovan, 1995).

Sledila je približna transformacija, nato pa še optimalni vklop celotne katastrske občine v državni koordinatni sistem; slednji s pomočjo zemljiškokatastrskih točk (ZK točk), kjer so bile le-te na voljo, sicer pa s pomočjo nedvoumno razpoznavnih točk na digitalnem ortofotoposnetku (DOF točk). Cilj takšne transformacije je bil seveda sestaviti mozaik katastrskih občin, v katerem se bodo meje le-teh čim bolj ujemale in jih bo nato možno dokončno uskladiti in tako s slojem zemljiškega katastra neprekinjeno pokriti vso državo. Katastrska občina, ki je tako v celoti usklajena z vsemi sosedomi, se na koncu začne uporabljati kot uradni grafični prikaz podatkov zemljiškega katastra (Uradni list RS, št. 57, 1999).

2. PROBLEMATIKA

Topološko urejen vektorski sloj podatkov o zemljiščih, ki ga imenujemo digitalni katastrski načrt (DKN), smo torej transformirali v državni koordinatni sistem. Po razpisni dokumentaciji projekta (Geodetska uprava RS, 2000) je za transformacijo dovoljeno uporabiti podobnostno, v posebnih primerih pa tudi afino transformacijo. Odločilna je bila težnja po nespremenljivosti oblike in površine parcel. Nobena izmed uporabljenih transformacij dejansko ne izpolnjuje teh danih zahtev; podobnostna transformacija spremeni površino, afina pa tudi obliko. Gre za kompromis, kako čim manj deformirati zajeto vsebino, hkrati pa doseči, da bodo odstopanja na mejah katastrskih občin tako majhna, da bo le-te mogoče uskladiti.

V praksi to pomeni, da morajo izvajalci na vsak način poskušati doseči nekaj, česar se s predpisano metodo dostikrat pač ne da. Običajno največja odstopanja v dogovoru z naročnikom poskušajo zmanjšati z izbiranjem dodatnih točk na kočljivih mestih, torej po načelu »povleci-potegni«. Pa še potem so včasih odstopanja (pre)velika.

Razlogov je seveda več. Prvi je že omenjeno dejstvo, da vsebina katastrskih načrtov grafične izmere ni kartirana v nobeni kartografski projekciji (Klarič, 1975), detajlna izmera je bila namreč izvedena z mersko mizo direktno na papir. Zaradi takšnega porekla katastrskih načrtov grafične izmere matematične zveze za prehod v državni koordinatni sistem ne moremo zapisati (Demšar, 1995), čeprav so ti načrti umeščeni v deželne koordinatne sisteme z izvedeno triangulacijo, ki naj bi bila na primer za Krimski koordinatni sistem izračunana v Cassini-Soldnerjevi projekciji.

Posamezni listi so bili običajno umeščeni v koordinatni sistem s pomočjo točk grafične triangulacije; ocena avstrijskih raziskav glede natančnosti teh točk je $\pm 3,8$ metra (Čuček, 1979). Tudi same triangulacijske točke so torej obremenjene z napakami, ki še zdaleč niso zanemarljive.

Nič manj pomemben razlog za težave pa niso napake v detajlni izmeri, med njimi tudi grobe. Izkušnje so namreč pokazale (Berk, 1999-2000), da največ težav pri usklajevanju povzročajo različne lokalne deformacije, verjetno zaradi napak v orientaciji ledin osnovnih enot detajlne izmere. To lahko sklepamo na podlagi dejstva, da je znotraj takšnih območij običajno dosežena zadovoljiva relativna natančnost.

Iskanje rešitev za omenjene težave nas privede do naslednjega razmišljanja:

- pri usklajevanju meja katastrskih občin se vse napake, ki so se v fazi sestavljanja listov še povečale, odražajo na robnih parcelah katastrske občine; te parcele so zato deležne velikih sprememb, relativne spremembe pa so še toliko večje, če so parcele majhne;
- presoditi moramo, ali res zadosti pridobimo s spojitvijo katastrskih občin za vsako ceno; uskladitev meja bi v blažji različici lahko pomenila odpravo dvojnega vodenja parcel in ostalih neskladij, ki so posledica napak in podvajanj v vodenju katastrskega operata;
- pravzaprav se moramo odločiti, ali želimo DKN, ki bo čim manj popačena vsebina originalnih načrtov, ali pa DKN, ki bo čim bolj veren odraz dejanskega stanja na terenu; v prvem primeru je spajanje po sedanjem načinu transformiranih katastrskih občin, po mnenju avtorja, nedopusten poseg;
- če se odločimo za drugo možnost, naj vse točke z znanimi Gauß-Krügerjevimi koordinatami (t. i. ZK točke, napete na lome) dejansko dobijo te koordinate; za dosego tega cilja pa moramo dovoliti ustrezno transformacijo, ki bo odpravila deformacije originalne vsebine; v tem primeru gre za sanacijo, ki bi z nadaljnjim vzdrževanjem omogočala postopen mozaični prehod v državni koordinatni sistem na celotni površini države.

V nadaljevanju so prikazane nekatere možnosti transformacije DKN v državni koordinatni sistem in analiza deformacij originalnih načrtov, ki je nekakšen stranski proizvod določitve optimalne transformacije.

3. RAVNINSKE TRANSFORMACIJE

Optimalno transformacijo med dvema sistemoma imenujemo tudi vklop. Gre za primer, ko imamo na voljo niz parov točk, danih v obeh sistemih, ki jih imenujemo tudi vezne točke oziroma točke za vklop. Na podlagi teh parov točk in izbranega tipa transformacije določimo ustrezne parametre transformacije. V primeru ravninske transformacije sta enačbi transformacije oblike

$$\bar{x} = f_x(x, y, a_1, a_2, \dots) \quad \text{in}$$

$$\bar{y} = f_y(x, y, b_1, b_2, \dots) \quad ,$$

kjer so:

x, y ... par koordinat točke v sistemu, iz katerega transformiramo,

\bar{x}, \bar{y} ... par koordinat točke v sistemu, v katerega transformiramo, in

a_1, b_1, \dots parametri transformacije.

Vedno imamo točk za vklop več, kot jih potrebujemo za določen tip transformacije, zato določimo optimalne parametre transformacije, običajno po metodi najmanjših kvadratov. Takšen postopek imenujemo tudi regresijska transformacija po metodi najmanjših kvadratov (Ochis, Russell, 1998) oziroma **vklop po metodi najmanjših kvadratov**. Vrednosti parametrov transformacije določimo tako, da je vsota kvadratov razdalj med danimi in ustreznimi transformiranimi točkami najmanjša možna.

Osnovne ravninske transformacije so:

- istomerna/izometrična oziroma evklidska transformacija,
- podobnostna, imenovana tudi Helmertova transformacija,
- afina transformacija in
- projektivna transformacija.

Navedene transformacije si sledijo glede na naraščanje števila parametrov. Kakšne so torej njihove lastnosti in kdaj uporabimo katero?

Evklidska transformacija je 3-parametrična transformacija, ki ohranja merskost/metriko; ohranjajo se dolžine, spremeni se orientacija in položaj – uvaja le *zasuk/rotacijo* in *pomik/translacijo*, zato jo imenujemo tudi togi premik. Ročna oblika takšnega vklopa je tako imenovana papirčkova metoda, ki jo uporabljamo pri vzdrževanju zemljiškega katastra. Če želimo ohraniti vsebino katastrskih načrtov popolnoma nespremenjeno, je to edina dovoljena transformacija.

Podobnostna transformacija ima en dodatni parameter, gre torej za 4-parametrično transformacijo, ki ohranja podobnost; ohranjajo se koti, spremenijo pa se orientacija, položaj in merilo – uvaja *zasuk*, *pomik* in *razteg/dilacijo* (povečavo oz. pomanjšavo). Za določitev parametrov transformacije potrebujemo vsaj 2 točki, dani v obeh sistemih. Pri vklopu omogoča optimalno prilagoditev merila. Relativne spremembe površin (spremembe v odstotkih) so povsod enake. Isto velja za relativne spremembe dolžin. Enačbi evklidske in podobnostne transformacije sta:

$$\bar{x} = a_1 + a_2 \cdot x - b_2 \cdot y \quad \text{in}$$

$$\bar{y} = b_1 + b_2 \cdot x + a_2 \cdot y \quad .$$

Parametra a_1 in b_1 sta pomika v smereh x in y osi, faktor merila (m) ter zasuk (α) pa dobimo iz ostalih dveh parametrov, in sicer

$$m = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} \quad \text{in}$$

$$\alpha = \arccos \frac{a_2}{m} \quad .$$

Izračun faktorja merila, kota zasuka in obeh pomikov nam omogoča tudi »ročno« izvedbo transformacije (npr. v AutoCADu z ukazi *scale*, *rotate* in *move*). Da je transformacija evklidska, mora biti zadoščeno dodatnemu pogoju: ne sme se spremeniti merilo. Veljati mora torej $m=1$ oziroma

$$b_2 = \sqrt{1 - a_2^2} \quad ,$$

kar pomeni, da gre v tem primeru dejansko za 3-parametrično transformacijo. Odvečni parameter izločimo (eliminiramo) z uvedbo dodatne vezi med neznankami.

Afina transformacija je 6-parametrična transformacija, ki ohranja vzporednost linij in delilno razmerje, uvaja *zasuk*, *pomik* in *usmerjeni razteg* (različno spremembo merila v smereh obeh koordinatnih osi), kar povzroči kotno striženje (kvadrat preslika v paralelogram). Za določitev parametrov transformacije potrebujemo vsaj 3 točke, dane v obeh sistemih. Relativne spremembe površine so še vedno povsod enake. Če se površine ohranjajo, govorimo o enakomerno afini transformaciji (Košir, Magajna, 1997). Seveda so odstopanja od danih točk pri vklopu z afino transformacijo še manjša kot pri vklopu s podobnostno. Enačbi afine transformacije sta:

$$\bar{x} = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y \quad \text{in}$$

$$\bar{y} = b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot y \quad .$$

Projektivna transformacija je 8-parametrična transformacija, ki ohranja ravne linije in dvorazmerja (Košir, Magajna, 1997) – omogoča simulacijo centralne projekcije iz ene ravnine na drugo (kvadrat preslika v poljuben konveksni četverkotnik). Za določitev parametrov transformacije potrebujemo vsaj 4 točke, dane v obeh sistemih. Praktični primer uporabe takšne transformacije je fotografski postopek, imenovan redresiranje. Enačbi projektivne transformacije sta:

$$\bar{x} = \frac{a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y}{1 + a_4 \cdot x + b_4 \cdot y} \quad \text{in}$$

$$\bar{y} = \frac{b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot y}{1 + a_4 \cdot x + b_4 \cdot y} \quad .$$

Omenjene osnovne transformacije imajo svoje prednosti: vse ohranjajo ravnost linij, vse razen projektivne ohranjajo vzporednost, evklidska in enakomerno afina ohranjata površine (ekvivalentnost), evklidska in podobnostna ohranjata pravilne kote (konformnost), evklidska ohranja tudi dolžine (ekvidistantnost). Težnja po čim boljšem vklopu vsebine, torej po dosegu čim manjših odstopanj od danih točk pomeni, da želimo odpraviti deformacije originalne vsebine. Lastnosti, ki jih imajo te transformacije, pri tem seveda pomenijo dodatne omejitve.

V primeru, da stroge transformacije ni mogoče določiti ali pa tip transformacije ni znan, smo primorani njene lastnosti ugotavljati empirično (Clarke, 1995). Takšno transformacijo imenujemo tudi razpačenje. Če na parametre transformacije vplivajo vse točke, jih imenujemo **globalne transformacije**, če pa je vpliv točk omejen na neko okolico le-teh, jih imenujemo **lokalne** ali **odsekovne transformacije**.

4. POLINOMSKE TRANSFORMACIJE

Med globalnimi transformacijami se bomo omejili na polinomske transformacije – enačbi takšnih transformacij sta polinoma. Večjo prilagodljivost dosežemo s povečanjem števila parametrov, torej členov polinomov. Polinomske transformacije poimenujemo glede na stopnjo, ki jo dosežeta polinoma. Najpogostejše so: bilinearna, bikvadratna (2. reda), bikubična (3. reda), bikvartična (4. reda) in bikvintična transformacija (5. reda).

Bilinearna transformacija ohranja ravnost horizontalnih in vertikalnih linij. Je 8-parametrična transformacija. Za določitev parametrov transformacije potrebujemo vsaj 4 točke, dane v obeh sistemih. Enačbi transformacije sta:

$$\bar{x}_{P(n)} = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot x \cdot y \quad \text{in}$$

$$\bar{y}_{P(n)} = b_1 + b_2 \cdot x + b_3 \cdot y + b_4 \cdot x \cdot y \quad .$$

Za polinomsko transformacijo n -tega reda potrebujemo vsaj $(n+1)^2$ točk, danih v obeh sistemih, parametrov transformacije pa je dvakrat toliko. Splošni enačbi polinomske transformacije n -tega reda sta:

$$\bar{x}_{P(n)} = \sum_{i=0}^n \left(\sum_{j=0}^i a_{i+2j+1} \cdot x^j \cdot y^i + \sum_{j=0}^{i-1} a_{i+2j+2} \cdot x^j \cdot y^i \right) \quad \text{in}$$

$$\bar{y}_{P(n)} = \sum_{i=0}^n \left(\sum_{j=0}^i b_{i+2j+1} \cdot x^j \cdot y^i + \sum_{j=0}^{i-1} b_{i+2j+2} \cdot x^j \cdot y^i \right) \quad .$$

Vse te transformacije pretvarjajo ravne linije v krivulje. Odstopanja v danih točkah se z večanjem števila parametrov manjšajo, vendar na račun vse močnejšega ukrivljanja prej ravnih linij. Zelo pomembna je pri takšnih transformacijah enakomerna razporeditev točk po celotni površini, ki jo transformiramo. Če na kakšnem delu območja ni danih točk, je tam transformacija nepredvidljiva. Lahko torej izvajamo vklope, pri katerih odpravljamo različne, tudi nelinearne deformacije vsebine, če imamo seveda na voljo dovolj ustrezno razporejenih transformacijskih točk.

5. ODSEKOVNE TRANSFORMACIJE

Pri odsekovni transformaciji razdelimo območje na odseke in določimo parametre za vsak tak odsek posebej. Pri tem moramo zagotoviti zveznost – točke na robovih se morajo preslikati enako, ne glede na to, ali vzamemo

parametre transformacije odseka levo ali desno. Ogljedali si bomo le eno, in sicer **trikotniško zasnovano odsekoma afino transformacijo**. Z njo vsebino transformiramo ločeno po trikotnih odsekih. Vse dane točke so oglišča takšnih trikotnih odsekov. Za vsak odsek uporabimo afino transformacijo, njene parametre pa določimo tako, da v celoti odpravimo odstopanja na danih točkah.

Postopek delitve območja transformacije na odseke imenujemo triangulacija območja. Na voljo je veliko načinov, kako izvesti triangulacijo. Optimalna je Delaunayeva triangulacija, kjer so dobljeni trikotni odseki kar se da blizu enakokraničnim. S tem se poskušamo izogniti trikotnikom z ostrimi koti, ki so za transformacijo neugodni.

Obod območja, ki je pokrito s transformacijskimi odseki, tvori konveksna lupina niza danih točk. Ker običajno nimamo danih točk, ki bi pokrivalo celotno območje, ki ga želimo transformirati, moramo seveda določiti tudi transformacije na odsekih, ki segajo čez to lupino. To lahko storimo tako, da glede na težišče danih točk z ustreznim faktorjem »razpihnemo« obodne točke. Na enak način določimo ustrezne točke v obeh sistemih, med katerima izvajamo transformacijo. Tako dobimo dodatne pare (navidezno) danih točk, ki segajo čez rob območja transformacije in dosežemo, da so deformacije na teh odsekih čim manjše.

Lastnosti trikotniško zasnovane odsekoma afine transformacije so znotraj posameznih odsekov pač enake lastnostim same afine transformacije. Do odstopanj pa pride na spojih območij. Stroga izvedba transformacije bi zahtevala dodatni lom linije, ki prehaja iz enega trikotnika v drugega, običajno pa transformiramo le krajišča linij, povezave med njimi pa ostanejo ravne.

6. ANALIZA DEFORMACIJ

Velikost deformacij originalne vsebine ugotavljamo s pomočjo analize deformacij. Kot osnova služi Jacobijeva matrika transformacije

$$J = \begin{bmatrix} \partial \bar{x} / \partial x & \partial \bar{x} / \partial y \\ \partial \bar{y} / \partial x & \partial \bar{y} / \partial y \end{bmatrix}.$$

Po analogiji iz teorije kartografskih projekcij (Vaníček, Krakiwsky, 1996) tvorimo kvadratno formo

$$\begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \cdot G \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} = konst, \text{ kjer je } G = J^T \cdot J = \begin{bmatrix} e & f \\ f & g \end{bmatrix}.$$

Osnova za študij deformacij je **elipsa deformacij** oziroma **Tissotova indikatrixa** v točki. Matrika G določa njeno obliko. Členi te matrike so tako imenovane Gaußove fundamentalne količine prvega reda, in sicer:

$$e = \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{y}}{\partial x}, \quad f = \frac{\partial \bar{x}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{y}}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} \quad \text{in} \quad g = \frac{\partial \bar{x}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \bar{x}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} \cdot \frac{\partial \bar{y}}{\partial y} .$$

Vrednosti matrike G sta kvadrata velike in male polosi elipse deformacij, dolžini obeh polosi sta torej

$$d_{1,2} = \sqrt{\frac{e+g \pm \sqrt{(e-g)^2 + 4 \cdot f^2}}{2}} .$$

Dobljeni polosi sta največje in najmanjše linijsko merilo v dani točki. Površinsko merilo v dani točki je

$$\rho = d_1 \cdot d_2 = \sqrt{e \cdot g - f^2} .$$

Površinska deformacija je potem $\rho-1$, največja kotna deformacija v dani točki pa je (Maling, 1992):

$$\omega = 2 \cdot \arctan \frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2} .$$

Tako dobimo za evklidsko transformacijo

$$\rho = 1 \quad \text{in} \quad \omega = 0 ,$$

za podobnostno transformacijo

$$\rho = a_2^2 + b_2^2 \quad \text{in} \quad \omega = 0 ,$$

za afino transformacijo pa

$$\rho = a_2 \cdot b_3 - a_3 \cdot b_2 \quad \text{in} \quad \omega = 2 \cdot \arctan \sqrt{\frac{(a_2 - b_3)^2 + (a_3 + b_2)^2}{(a_2 + b_3)^2 + (a_3 - b_2)^2}} .$$

Pri vseh ostalih ravninskih transformacijah sta tako površinsko merilo kot tudi največja kotna deformacija funkciji položaja izbrane točke. Deformacije zato najlažje prikažemo grafično – z izopletami, in sicer:

- **površinske deformacije** s črtami enakih površinskih deformacij in
- **kotne deformacije** s črtami enakih največjih kotnih deformacij.

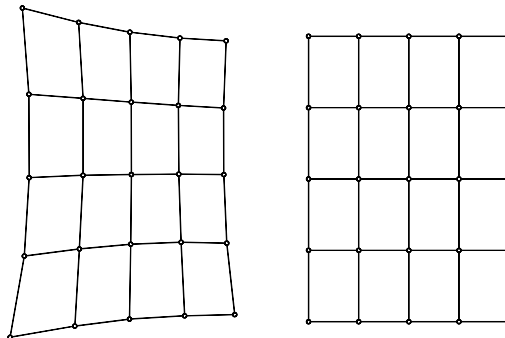
Prve povezujejo točke, v katerih ima elipsa deformacij enako površino, druge pa točke, v katerih ima elipsa deformacij enako izsrednost/ekscentričnost.

7. PRIMERJAVA POLINOMSKE IN TRIKOTNIŠKE TRANSFORMACIJE

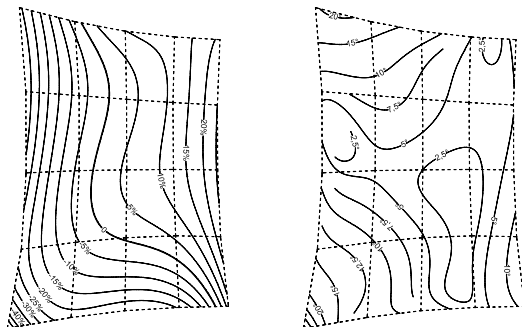
Oglejmo si primerjavo polinomske (globalne) in trikotniške (odsekovne) transformacije. Primer je izmišljen in karikiran. Imamo nek deformiran list načrta z vrisano koordinatno mrežo in predpostavimo, da poznamo teoretične koordinate presečišč v mreži (slika 1). Gre za primer vklopa s pomočjo 25-ih danih točk.

100

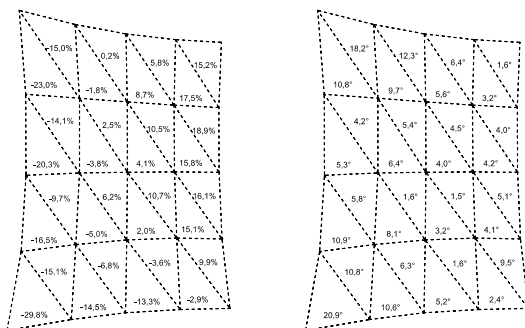
Slika 1: List s koordinatno mrežo pred transformacijo levo in po transformaciji desno.



Izmed polinomskih transformacij uporabimo bikvartično. Ker je danih točk ravno toliko, kot jih potrebujemo, po transformaciji na njih ne bo odstopanj. Slednje seveda vedno velja za trikotniško transformacijo. Poleg same transformacije v obeh primerih izvedemo analizo deformacij originalnega načrta (sliki 2 in 3).



Slika 2: Deformacije pri bikvartični transformaciji: površinske deformacije (v %) - levo in največje kotne deformacije (v °) - desno.



Slika 3: Deformacije pri trikotniški transformaciji: površinske deformacije (v %) - levo in največje kotne deformacije (v °) - desno.

Razliko obeh pristopov najlažje opazujemo prav ob analizi deformacij. V primeru polinomske transformacije originalno vsebino deformiramo, kot da odpravljamo posledice nekega sistematičnega vpliva. Transformacija je povsod zvezno odvedljiva, nikjer ni ostrih prehodov. Pri trikotniški transformaciji pa deformiramo originalno vsebino, kot da bi odpravljali posledice nesistematičnih vplivov; znotraj vsakega trikotnega odseka sta tako vrednost največje kotne kot tudi površinske deformacije stalnici/konstanti.

Oglejmo si še primer transformacije DKN. Izbrana katastrska občina ima 234 ZK točk. Vse so napete na lome. Na voljo imamo torej 234 točk za vklop in uporabimo kar vse – celotno ZKB datoteko. Stopnjo prilagoditve danim točkam lahko primerjamo s pomočjo največjega odklona položaja točke po izvedeni transformaciji ter srednjega standardnega odklona položaja točke (Helmertov pogrešek točke)

$$s_p = \sqrt{\frac{2}{2 \cdot n - p} \cdot \sum_{i=1}^n (v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2)} ,$$

kjer sta:

n ... število danih (veznih) točk in

p ... število parametrov transformacije.

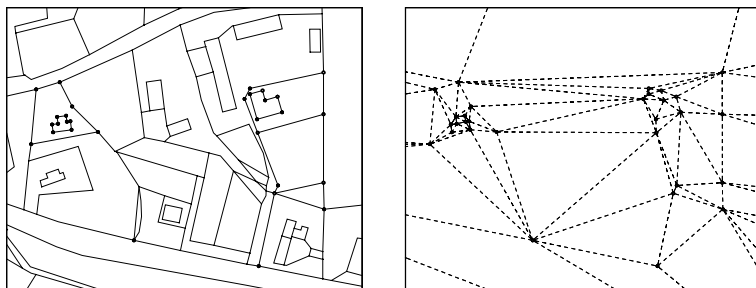
Preglednica 1: Kakovost vklopa s posameznimi transformacijami.

Transformacija	Število parametrov	Standardni odklon položaja točke	Največji odklon položaja točke
Evklidska	3	2,385 m	4,673 m
Podobnostna	4	2,364 m	4,849 m
Afina	6	2,028 m	4,377 m
Projektivna	8	1,940 m	4,199 m
Bilinearna	8	1,900 m	4,215 m
Bikvadratna	18	1,010 m	3,474 m
Bikubična	32	0,536 m	2,199 m
Bikvartična	50	0,413 m	2,426 m
Bikvintična	72	0,368 m	1,990 m
Trikotniška	2844*	0,000 m	0,000 m

* 6-kratnik števila trikotnih transformacijskih odsekov

Vidimo (preglednica 1), da se srednji standardni odklon položaja točke manjša z naraščanjem števila parametrov transformacije. Vendar pa ugotovimo, da pri polinomskih transformacijah višjih redov slej ko prej izgubimo nadzor na območjih, kjer nimamo danih točk. Dvig stopnje polinoma poraja tudi numerične probleme, zato te transformacije obvladujemo le s posebnimi numeričnimi postopki.

Pri trikotniški transformaciji dobimo 474 trikotnih odsekov in prav toliko različnih afinih transformacij. Rezultat trikotniške transformacije je vektorska vsebina DKN, napeta na ZK točke (slika 4). Vse točke z znanimi Gauß-Krügerjevimi koordinatami se po transformaciji dejansko nahajajo v teh točkah.



Slika 4: Izsek DKN po izvedeni trikotniški transformaciji (vsebina napeta na ZK točke) – levo in območja transformacije tega izseka (Delaunayjevi trikotniki) - desno.

V praksi je tudi pri trikotniški transformaciji priporočljiva čim bolj enakomerna razporeditev točk. ZK točke običajno nastopajo v gručah, med katerimi so velike vrzeli. Triangulacija takšne množice točk nam da trikotnike z zelo ostrimi koti, pri katerih že majhen premik enega izmed oglišč lahko pomeni veliko kotno ali površinsko deformacijo. Prednosti trikotniške transformacije lahko izkoristimo predvsem, če zagotovimo dovolj točk na mejah ledin, saj s tem ohranjamo relativno dobro natančnost znotraj le-teh, hkrati pa odpravimo napake v njihovi orientaciji.

Ideja trikotniške transformacije seveda ni nova. V raziskovalni nalogi na temo transformacije načrtov grafičnega katastra je bila pred več kot dvajsetimi leti predlagana naslednja rešitev: ponovno izmeriti meje katastrskih občin in vsebino razpačiti na dobljeni obod z razdelitvijo območja na trikotnike in uporabo afine transformacije (Čuček, 1979). Princip trikotniško zasnovane transformacije je bil uporabljen tudi za sanacijo obstoječih topografskih in katastrskih izmer (Jenko, 1993).

Pomanjkljivost trikotniške transformacije je v tem, da nimamo izravnave in zato tudi ne statistične analize, s pomočjo katere bi lahko ugotavljali grobe odklone (npr. nad $3 \cdot s_p$) in tako poiskali morebitne grobe napake. Za iskanje grobih napak zato uporabimo polinomske transformacije.

Vse transformacije in analize deformacij so bile izvedene s programom Trans, ki ga je razvil avtor prispevka.

ZAKLJUČEK

Za transformacijo DKN v državni koordinatni sistem imamo na voljo različne načine. Dejansko pa gre le za dva osnovna pristopa: ali ohraniti zajeto vsebino nespremenjeno (uradna evidenca), ali pa jo vklopiti tako, da bo leta čim bližje stanju na terenu (evidenca dejanskega stanja).

V prvem primeru lahko za približni vklop v državni koordinatni sistem

uporabimo evklidsko transformacijo, ki vsebine ne deformira. Tako transformiranih katastrskih občin ne moremo medsebojno uskladiti, saj so lahko odstopanja na mejah prevelika.

Če želimo izvesti homogeni vklop vsebine v državni koordinatni sistem in tudi uskladiti meje katastrskih občin, moramo prej odpraviti deformacije zajete vsebine. Zaradi porekla katastrskih načrtov grafične izmere niti podobnostna niti afina transformacija pri tem dostikrat nista dovolj učinkoviti.

Prikazana sta dva pristopa, in sicer globalni (polinomska transformacija), ki predpostavlja sistematični značaj deformacij, ter odsekovni pristop (trikotniška transformacija), ki je bolj primeren za odpravljanje nesistematičnih deformacij – slednje so značilne za katastrske načrte grafične izmere. Prednost trikotniško zasnovane transformacije je tudi ta, da lahko zajeto vsebino dejansko napnemo na dane točke; pri polinomskih transformacijah se z večanjem števila parametrov lahko vse bolj približujemo danim točkam, vendar istočasno tudi izgubljammo nadzor na območjih, kjer danih točk ni v bližini.

Literatura in viri:

- **Berk, S.**, 1999-2000. *Transformacija digitalnih katastrskih načrtov na podlagi digitalnih ortofotoposnetkov. Tehnična poročila za 81 katastrskih občin.* Inštitut za geodezijo in fotogrametrijo FGG, Ljubljana.
- **Clarke, K.**, 1995. *Analtical and Computer Cartography. 2nd Edition.* Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- **Čuček, I.**, 1979. *Transformacija načrtov grafičnega katastra 1:2880 v načrte nove izmere 1:2500. Raziskovalna naloga.* Inštitut za geodezijo in fotogrametrijo FAGG, Ljubljana.
- **Demšar, B.**, 1995. *Transformacija grafičnih zemljiškokatastrskih načrtov – ravnanje robov načrtov.* Geodetski vestnik, let. 39, št. 4. Zveza geodetov Slovenije, Ljubljana.
- **Fras, Z., Gvozdanič, T.**, 1995. *Numerični postopek ravnanja robov katastrskih načrtov grafične izmere.* Geodetski vestnik, let. 39, št. 2. Zveza geodetov Slovenije, Ljubljana.
- **Geodetska uprava RS**, 2000. *Javni razpis brez omejitev za izvedbo nalog s področja zemljiškega katastra in katastra stavb.* Geodetska uprava Republike Slovenije, Ljubljana.
- **Jenko, M.**, 1993. *Saniranje obstoječih topografskih in katastrskih izmer.* Geodetski vestnik, let. 37, št. 1. Zveza geodetov Slovenije, Ljubljana.
- **Klarič, M.**, 1975. *Koordinatni sistemi v SR Sloveniji.* Geodetski vestnik, let. 19, št. 4, Zveza geodetskih inženirjev in geometrov Slovenije, Maribor, 1975
- **Košir, T., Magajna, B.**, 1997. *Transformacije v geometriji.* Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana.
- **Maling, D. H.**, 1992. *Coordinate Systems and Map Projections. Second Edition.* Pergamon Press, Oxford.
- **Ochis, H., Russell, E.**, 1998. *Comparison of a Piecewise Transformation to Polynomial-Based Geometric Correction Algorithms.* http://www.ctmap.com/gis_journal/techno.html.
- **Radovan, D.**, 1995. *Replika na članek Numerični postopek ravnanja robov katastrskih načrtov grafične izmere.* Geodetski vestnik, let. 39, št. 4. Zveza geodetov Slovenije, Ljubljana.
- **Uradni list RS**, 1999. *Navodilo o začetku uradne uporabe digitalnega katastrskega načrta.* Št. 57, str. 7347, Služba Republike Slovenije za zakonodajo, Ljubljana.
- **Vaniček, P., Krakiwsky, E.**, *Geodesy: The Concepts. Second Edition.* Elsevier Science Publishers, Amsterdam.

Prispelo za objavo: 2000-12-28

Recenzija: Miroslav Logar
Niko Čížek