

96

PROGRAMMA

DELL'I. R.

SCUOLA REALE SUPERIORE
IN PIRANO

pubblicato dalla Direzione alla fine dell'anno

1880 - 81.



TRIESTE

STABILIMENTO TIPOGRAFICO DI L. HERRMANSTORFER

1881.

XXII
105

PROGRAMMA

DELL'I. R.

SCUOLA REALE SUPERIORE IN PIRANO

pubblicato dalla Direzione alla fine dell'anno

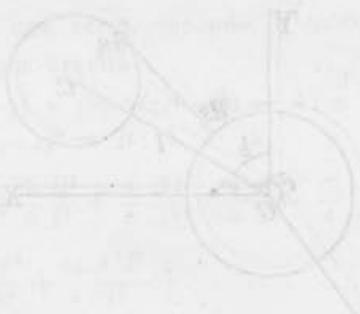
1880 - 81



TRIESTE

STABILIMENTO TIPOGRAFICO DI L. HERRMANSTORFER.

1881.



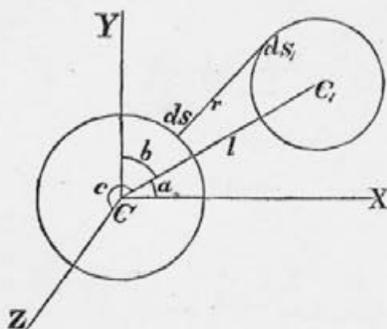
POTENZIALE ELETTRODINAMICO

di due correnti circolari e loro mutue azioni.

Il valore del potenziale elettrodinamico per correnti chiuse come è stato indicato da F. E. Neumann senior (Die mathematischen Gesetze der inducirten electrischen Ströme. Abhandl. der Berliner Akademie 1848), e la cui validità venne posta fuori di dubbio dai lavori di Stefan, Helmholtz, C. Neumann junior ed altri,

è
$$P = - \frac{ii_1}{2} \iint \frac{\cos \varepsilon}{r} ds ds_1,$$
 in cui i ed i_1 segnano le intensità delle correnti nei due conduttori, ds e ds_1 due elementi dei rispettivi conduttori, r la distanza degli elementi ed ε l'angolo che questi elementi racchiudono fra loro.

In base a questa formola fondamentale vogliamo calcolare il valore speciale del potenziale elettrodinamico per due correnti circolari, e poscia da questo dedurre le loro azioni mutue; giacchè l'azione attrattiva o ripulsiva (forza ponderomotorica di origine elettrodinamica secondo C. Neumann), che una corrente esercita sopra l'altra in una certa direzione, viene sempre espressa dalla derivata parziale negativa del potenziale elettrodinamico in rapporto a questa direzione; come è pure il momento di rotazione di origine elettrodinamica che una corrente produce sopra l'altra uguale alla derivata parziale negativa del potenziale elettrodinamico in rapporto all'angolo di rotazione.



Sieno dunque C e C_1 (Fig. 1) le due correnti circolari; e si tratti di determinare il valore di P per questo caso concreto; dovremo allora calcolare il valore del doppio integrale ed estendere l'integrazione a tutti gli elementi componenti il conduttore C e quelli componenti C_1 .

Allo scopo di adattare al calcolo la formola P , riferiamo i due cerchi ad un sistema di coordinate ortogonali a tre assi coll'origine nel centro C del primo circolo e sieno x, y, z le coordinate dell'elemento ds , e ξ, η, ζ quelle dell'elemento ds_1 ; allora sarà:

$$r^2 = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2;$$

oppure riferendo le coordinate dell'elemento ds_1 ad un nuovo sistema parallelo al primo, ma coll'origine in C_1 , e chiamando x_1, y_1, z_1 queste nuove coordinate; inoltre indicando con l la distanza dei due centri CC_1 , e con a, b, c gli angoli che questa retta l forma coi tre assi delle coordinate, si otterranno le relazioni:

$$\xi = l \cos a + x_1; \quad \eta = l \cos b + y_1; \quad \zeta = l \cos c + z_1;$$

$$\begin{aligned} \text{quindi } r^2 &= (l \cos a + x_1 - x)^2 + (l \cos b + y_1 - y)^2 + (l \cos c + z_1 - z)^2 \\ &= l^2 + 2l[\cos a(x_1 - x) + \cos b(y_1 - y) + \cos c(z_1 - z)] + \\ &\quad (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2; \end{aligned}$$

perciò

$$r = l \sqrt{1 + \frac{2}{l} [\cos a(x_1 - x) + \cos b(y_1 - y) + \cos c(z_1 - z)] + \frac{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}{l^2}}$$

e per conseguenza

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{l} \left\{ 1 + \frac{2}{l} [\cos a(x_1 - x) + \cos b(y_1 - y) + \cos c(z_1 - z)] + \frac{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2}{l^2} \right\}^{-1/2};$$

e questo valore sviluppato in una serie, secondo il teorema binomiale, mi darà, se chiamo per brevità

$$\begin{aligned} \text{Cosa}(x_1 - x) + \text{Cosb}(y_1 - y) + \text{Cos c}(z_1 - z) &= A; \text{ e} \\ (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 &= B: \end{aligned}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{l} \left\{ 1 - \frac{A}{l} - \frac{1}{2} \frac{B}{l^2} + \frac{3}{2} \frac{A^2}{l^3} + \frac{3}{8} \frac{B^2}{l^4} + \frac{3}{2} \frac{AB}{l^3} - \frac{5}{2} \frac{A^3}{l^3} - \frac{15}{4} \frac{A^2 B}{l^4} - \frac{15}{8} \frac{AB^2}{l^5} - \frac{15}{16} \frac{B^3}{l^6} + \frac{35}{8} \frac{A^4}{l^4} + \frac{35}{4} \frac{A^3 B}{l^5} + \dots \right\}.$$

Essendo poi $\text{Cos } \varepsilon$ uguale al prodotto dei coseni degli angoli che i due elementi ds e ds_1 formano coi tre assi delle coordinate cioè

$$\text{Cos } \varepsilon = \frac{dx}{ds} \frac{dx_1}{ds_1} + \frac{dy}{ds} \frac{dy_1}{ds_1} + \frac{dz}{ds} \frac{dz_1}{ds_1},$$

si trasformerà il valore di P , limitandosi per l'ulteriore sviluppo del calcolo nella serie infinità di $\frac{1}{r}$ ai termini di ordine non superiore al 5.^{to}, nel seguente valore ordinato secondo le potenze di l :

$$\begin{aligned} P = -\frac{ii_1}{2} \iint \frac{1}{l} \left\{ 1 - \frac{A}{l} - \frac{1}{2} \frac{B}{l^2} + \frac{3}{2} \frac{AB}{l^3} - \frac{5}{2} \frac{A^3}{l^3} + \frac{3}{8} \frac{B^2}{l^4} - \frac{15}{4} \frac{A^2 B}{l^4} \right. \\ \left. + \frac{35}{8} \frac{A^4}{l^4} \right\} (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1); \end{aligned}$$

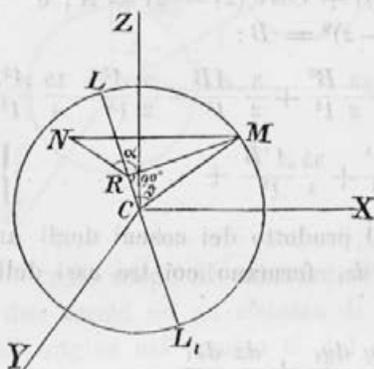
oppure $P = -\frac{ii_1}{2} V$, intendendo per V il valore di questo doppio integrale.

L'integrazione dei primi quattro membri della serie di V non presenta difficoltà alcuna e rimane la stessa, qualunque sia la forma dei conduttori. Muta aspetto la cosa per i termini di ordine superiore al 3.^{zo}, rendendosi indispensabile per l'integrazione una riduzione delle tre variabili x, y, z di un elemento conduttore in una sola variabile; il che si consegue, nel caso nostro, nella seguente maniera.

Immaginiamo una sfera di un raggio m uguale al raggio del nostro cerchio C col centro nell'origine del sistema delle coor-

dinate XYZ (Fig. 2); allora questa sfera sarà determinata dall'equazione

$$x^2 + y^2 + z^2 = m^2 \dots (1);$$



facendo ora passare per il centro della sfera, e quindi per l'origine del sistema, e per il medesimo punto della sfera cui si riferiscono le coordinate x, y, z un piano determinato dall'equazione $x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = 0 \dots (2)$; questo taglierà la sfera in un cerchio, che considereremo appunto come la superficie della nostra

corrente circolare C . Calando una perpendicolare MN dal punto M del nostro cerchio sul piano ZY , $MN = x$ sarà l'ascissa del punto M .

Per esprimere questo valore in coordinate polari, abbassiamo dallo stesso punto M un'altra perpendicolare MR nel piano del cerchio sulla retta d'intersezione LL_1 di questo piano circolare col piano delle coordinate YZ ; e congiungendo i punti N, R ed M, C mediante rette, si otterrà l'angolo d'inclinazione del piano circolare col piano delle coordinate YZ_1

$$\angle MRN = \angle \alpha \quad \text{e l'angolo } MCR = \angle \theta.$$

Dal triangolo rettangolo MNR risulta $MN = MR \text{ Sen } \alpha$; ma essendo nel triangolo rettangolo MRC la $MR = m \text{ Sen } \theta$, si avrà:

$$MN = x = m \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \theta \dots (3).$$

Dalle equazioni (1), (2) e (3) si riceve mediante soluzione i valori di x, y e z in funzione della sola variabile θ e precisamente:

$$\left\{ \begin{array}{l} x = m \text{ Sen } \alpha \text{ Sen } \theta \\ y = -\frac{m}{\text{Sen } \alpha} [\text{Cos } \alpha \text{ Cos } \beta \text{ Sen } \theta + \text{Cos } \gamma \text{ Cos } \theta] \\ z = \frac{m}{\text{Sen } \alpha} [\text{Cos } \beta \text{ Cos } \theta - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \gamma \text{ Sen } \theta] \end{array} \right\} (4).$$

Una trasformazione analoga ci darà pure i valori di x_1 , y_1 , z_1 in funzione di una seconda variabile θ_1 pel secondo cerchio C_1 . —

Il primo membro del doppio integrale V è

$$\frac{1}{l} \iint (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1).$$

Dovendosi estendere l'integrazione a tutti i valori di x , y , z , rispettivamente x_1 , y_1 , z_1 dei due conduttori, ed essendo questi chiusi, i due limiti d'integrazione coincideranno, e per conseguenza ogni qualvolta si troverà sotto il segno integrale un differenziale completo, il suo valore sarà zero; quindi anche qui $\frac{1}{l} \iint (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) = 0$.

Risulta pure zero il valore del secondo membro

$$-\frac{1}{l} \iint A (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) = -\frac{1}{l} \iint [\text{Cos } a (x_1 - x) + \text{Cos } b (y_1 - y) + \text{Cos } c (z_1 - z)] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1),$$

in quantochè sono da calcolarsi soltanto valori della forma generale:

$$\iint x_1 dx_1 dx = \int x_1 dx_1 \int dx \text{ oppure } \iint y_1 dx_1 dx = \int y_1 dx_1 \int dx$$

i quali, per il motivo suaccennato, si riducono tutti a zero.

Il 3^o membro è

$$-\frac{1}{2l^3} \iint B (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) = -\frac{1}{2l^3} \iint [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1);$$

ma essendo $(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2 = x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 + x^2 + y^2 + z^2 - 2(xx_1 + yy_1 + zz_1) = m_1^2 + m^2 - 2(xx_1 + yy_1 + zz_1)$ in cui m_1 indica il raggio del secondo cerchio C_1 , e considerato che $\iint m^2 dx dx_1 = m^2 \int dx \int dx_1 = 0$, rimane da calcolarsi per questo membro soltanto il valore $+\frac{1}{l^3} \iint (xx_1 + yy_1 + zz_1) (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$, che, come facile a vedersi, si compone di tre parti simili, di cui la prima sarà $\iint (xx_1 + yy_1 + zz_1) dx dx_1 = \int x dx \int x_1 dx_1 + \int y dx \int y_1 dx_1 + \int z dx \int z_1 dx_1$.

L'integrale $\int x dx$ è zero, e restano da calcolarsi $\int x dx$ e

$\int z dx$; per cui dalle equazioni (4) ricaveremo i valori dx , dy e dz ; e si avrà:

$$\left. \begin{aligned} dx &= m \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Cos} \theta d\theta \\ dy &= \frac{m}{\operatorname{Sen} \alpha} [\operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Sen} \theta - \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \theta] d\theta \\ dz &= \frac{-m}{\operatorname{Sen} \alpha} [\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Sen} \theta + \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \theta] d\theta \end{aligned} \right\} (5).$$

Ora sostituendo negli integrali i valori dalle equazioni (4) e (5) e ricordandosi che l'integrazione deve estendersi a tutti i $(x y z)$ degli elementi componenti il conduttore, nel qual caso la nuova variabile θ percorre tutti i valori da 0 a 2π , si avrà

$$\begin{aligned} \int y dx &= \int_0^{2\pi} -\frac{m}{\operatorname{Sen} \alpha} [\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Sen} \theta + \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \theta] m \operatorname{Sen} \alpha \operatorname{Cos} \theta d\theta \\ &= -m^2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \int_0^{2\pi} \operatorname{Sen} \theta \operatorname{Cos} \theta d\theta - m^2 \operatorname{Cos} \gamma \int_0^{2\pi} \operatorname{Cos}^2 \theta d\theta. \end{aligned}$$

Il valore del primo integrale è $\int_0^{2\pi} \operatorname{Sen} \theta \operatorname{Cos} \theta d\theta = \frac{\operatorname{Sen}^2 \theta}{2} \Big|_0^{2\pi} = 0$;

quello del secondo

$$\begin{aligned} \int_0^{2\pi} \operatorname{Cos}^2 \theta d\theta &= \int_0^{2\pi} \frac{1 + \operatorname{Cos} 2\theta}{2} d\theta = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} d\theta + \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \operatorname{Cos} 2\theta d\theta = \\ &= \frac{1}{2} \theta \Big|_0^{2\pi} + \frac{\operatorname{Sen} 2\theta}{4} \Big|_0^{2\pi} = \pi; \end{aligned}$$

quindi sarà $\int y dx = -m^2 \pi \operatorname{Cos} \gamma$.

In modo analogo ricaveremo il valore per $\int z dx = m^2 \pi \operatorname{Cos} \beta$ e così pure per gli altri integrali di questo genere che per comodità di calcolo, vogliamo qui riunire.

$$\left. \begin{aligned} \int x dy &= m^2 \pi \operatorname{Cos} \gamma; & \int y dz &= m^2 \pi \operatorname{Cos} \alpha; & \int z dx &= m^2 \pi \operatorname{Cos} \beta \\ \int y dx &= -m^2 \pi \operatorname{Cos} \gamma; & \int z dy &= -m^2 \pi \operatorname{Cos} \alpha; & \int x dz &= -m^2 \pi \operatorname{Cos} \beta \end{aligned} \right\} (6).$$

Viene da sè che per il secondo cerchio C_1 avremo valori corrispondenti, sicchè se α_1 , β_1 , γ_1 significano analogamente gli angoli che la normale al piano del 2^{do} cerchio forma coi tre assi delle coordinate sarà

$$\int x_1 dx_1 = m_1^2 \pi \operatorname{Cos} \gamma_1 \text{ etc.}$$

Quindi la prima parte di questo 3^o membro sarà $m^2 \pi m_1^2 \pi [\text{Cos } \gamma \text{ Cos } \gamma_1 = \text{Cos } \beta \text{ Cos } \beta_1]$; le altre due parti che colla legge della commutazione derivano dalla prima mutando x in y e così via, avranno pure i valori

$m^2 \pi m_1^2 \pi [\text{Cos } \alpha \text{ Cos } \alpha_1 + \text{Cos } \gamma \text{ Cos } \gamma_1$ e $m^2 \pi m_1^2 \pi [\text{Cos } \beta \text{ Cos } \beta_1 + \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \alpha_1]$; sicchè risulta per il 3^o membro il valore

$$\frac{2 m^2 m_1^2 \pi^2}{l^3} [\text{Cos } \alpha \text{ Cos } \alpha_1 + \text{Cos } \beta \text{ Cos } \beta_1 + \text{Cos } \gamma \text{ Cos } \gamma_1].$$

Ma avuto riguardo al significato geometrico del trinomio nella parentesi

$$\text{Cos } \alpha \text{ Cos } \alpha_1 + \text{Cos } \beta \text{ Cos } \beta_1 + \text{Cos } \gamma \text{ Cos } \gamma_1 = \text{Cos } \varphi \quad . \quad . \quad (7),$$

che ci indica il coseno dell'angolo, che le due normali ai piani dei cerchi formano fra loro nello spazio, e chiamato φ quest'angolo, si riduce il 3^o membro al valore

$$+ \frac{2 m^2 m_1^2 \pi^2}{l^3} \text{Cos } \varphi \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Il 4^o membro della serie è

$$\iint \frac{3}{2} \frac{A^2}{l^3} (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) = \frac{3}{2 l^3} \iint [\text{Cos } a (x_1 - x) + \text{Cos } b (y_1 - y) + \text{Cos } c (z_1 - z)]^2 (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1).$$

Sviluppando il quadrato del trinomio si avrà:

$$A^2 = \text{Cos}^2 a (x_1^2 - 2 x x_1 + x^2) + 2 \text{Cos } a \text{Cos } b (x_1 y_1 - x y_1 - x_1 y + x y) \\ + \text{Cos}^2 b (y_1^2 - 2 y y_1 + y^2) + 2 \text{Cos } b \text{Cos } c (y_1 z_1 - y z_1 - y_1 z + y z) \\ + \text{Cos}^2 c (z_1^2 - 2 z z_1 + z^2) + 2 \text{Cos } c \text{Cos } a (x_1 z_1 - x z_1 - x_1 z + x z);$$

e presentandosi questa espressione quale un composto di tre parti simili, basterà calcolarne il valore della prima, la quale, avuto riguardo ai termini che si annullano per il motivo più volte accennato, si ridurrà a

$$- 2 \text{Cos}^2 a [\int x dy \int x_1 dy_1 + \int x dz \int x_1 dz_1]$$

$$- 2 \text{Cos } a \text{Cos } b [\int x dz \int y_1 dz_1 + x_1 dz_1 \int y dz];$$

da cui per sostituzione dei valori delle equazioni (6), risulta

$$- 2 m^2 m_1^2 \pi^2 \text{Cos}^2 a [\text{Cos } \gamma \text{ Cos } \gamma_1 + \text{Cos } \beta \text{ Cos } \beta_1]$$

$$+ 2 m^2 m_1^2 \pi^2 \text{Cos } \alpha \text{Cos } b [\text{Cos } \beta \text{ Cos } \alpha_1 + \text{Cos } \beta_1 \text{Cos } \alpha].$$

I valori delle altre due parti si derivano da queste colla commutazione di α in β , ed a in b ecc., quindi saranno

$$\begin{aligned} & -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \text{Cos}^2 b [\text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1] + 2 m^2 m_1^2 \pi^2 \text{Cos} b \text{Cos} c [\text{Cos} \gamma \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \gamma_1 \text{Cos} \beta] \\ & -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \text{Cos}^2 c [\text{Cos} \beta \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1] + 2 m^2 m_1^2 \pi^2 \text{Cos} a \text{Cos} c [\text{Cos} \alpha \text{Cos} \gamma_1 + \text{Cos} \alpha_1 \text{Cos} \gamma]. \end{aligned}$$

Riunendo ora queste tre parti con riflesso all'equazione (7) si otterrà

$$-2 m^2 m_1^2 \pi^2 \left\{ \text{Cos} \varphi (\text{Cos}^2 a + \text{Cos}^2 b + \text{Cos}^2 c) - [\text{Cos} a \text{Cos} x + \text{Cos} b \text{Cos} \beta + \text{Cos} c \text{Cos} \gamma] [\text{Cos} a \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} b \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} c \text{Cos} \gamma_1] \right\}.$$

Ma essendo $\text{Cos}^2 a + \text{Cos}^2 b + \text{Cos}^2 c = 1$ e $\text{Cos} a \text{Cos} x + \text{Cos} b \text{Cos} \beta + \text{Cos} c \text{Cos} \gamma = \text{Cos} \psi \dots$ (9), se chiamiamo ψ l'angolo formato dalla normale al piano del cerchio C colla retta di congiunzione l dei due centri C e C_1 , come pure

$$\text{Cos} a \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} b \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} c \text{Cos} \gamma_1 = \text{Cos} \psi_1 \dots \dots \dots (10)$$

per un significato analogo di ψ_1 , si ridurrà il 4^{to} membro al valore.

$$-\frac{3 m^2 m_1^2 \pi^2}{l^3} [\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \psi \text{Cos} \psi_1] \dots \dots \dots (11).$$

Il 5^o membro della serie è $\frac{3}{2} \frac{1}{l^4} \iint AB (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) =$

$$\begin{aligned} & = \frac{3}{2} \frac{1}{l^4} \iint [\text{Cos} a (x_1 - x) + \text{Cos} b (y_1 - y) + \text{Cos} c (z_1 - z)] [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) \\ & = \frac{3}{2} \frac{1}{l^4} \iint [\text{Cos} a (x_1 - x) + \text{Cos} b (y_1 - y) + \text{Cos} c (z_1 - z)] [m^2 + m_1^2 - 2 (xx_1 + yy_1 + zz_1)] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1). \end{aligned}$$

Possiamo scomporre anche qui tutto l'integrale in tre parti simili di cui

$$\iint \text{Cos} a (x_1 - x) [m^2 + m_1^2 - 2 (xx_1 + yy_1 + zz_1)] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$$

sarà il rappresentante; ora sappiamo dall'antecedente, che i prodotti parziali

$m^2 \text{Cos } a \iint (x_1 - x) (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$ e $m_1^2 \text{Cos } a \iint (x_1 - x) dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1$ sono zero; e quindi resta ancora da esaminarsi il valore di

$$\begin{aligned}
 & - 2 \text{Cos } a \iint (xx_1 + yy_1 + zz_1) (x_1 - x) (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) \\
 & = - 2 \text{Cos } a \iint (xx_1^2 + yx_1 y_1 + zx_1 z_1 - x^2 x_1 - xy y_1 - xz z_1) (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) \\
 & = - 2 \text{Cos } a \left\{ \begin{aligned} & \int y dx \int x_1 y_1 dx_1 + \int z dx \int x_1 z_1 dx_1 - \int xy dx \int y_1 dx_1 - \int xz dx \int z_1 dx_1 \\ & + \int x dy \int x_1^2 dy_1 + \int z dy \int x_1 z_1 dy_1 - \int x^2 dy \int x_1 dy_1 - \int xz dy \int z_1 dy_1 \\ & + \int x dz \int x_1^2 dz_1 + \int y dz \int x_1 y_1 dz_1 - \int x^2 dz \int x_1 dz_1 - \int xy dz \int y_1 dz_1 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

ommettendo quei termini che sotto il segno integrale conterrebbero un differenziale completo. — Qui si presentano nuovi integrali della forma generale $\int x^2 dy_1, \int x^2 dz, \int xy dx, \int xy dz$ e $\int xz dx$; i cui valori ricaveremo nuovamente coll'ajuto dell'equazioni (4) e (5) ed avremo

$$\int x^2 dy = m^3 \text{Sen } \alpha [\text{Cos } \gamma \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^3 \theta d\theta - \text{Cos } \alpha \text{Cos } \beta \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^2 \theta \text{Cos } \theta d\theta],$$

$$\int x^2 dz = - m^3 \text{Sen } \alpha [\text{Cos } \beta \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^3 \theta d\theta + \text{Cos } \alpha \text{Cos } \gamma \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^2 \theta \text{Cos } \theta d\theta],$$

$$\int xy dx = - m^3 \text{Sen } \alpha [\text{Cos } \alpha \text{Cos } \beta \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^2 \theta \text{Cos } \theta d\theta + \text{Cos } \gamma \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Cos}^2 \theta \text{Sen} \theta d\theta],$$

$$\int xy dz = \frac{m^3}{\text{Sen } \alpha} [\text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \beta \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^3 \theta d\theta + (1 + \text{Cos}^2 \alpha) \text{Cos } \beta \text{Cos } \gamma \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^2 \theta \text{Cos } \theta d\theta + \text{Cos } \alpha \text{Cos}^2 \gamma \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Cos}^2 \theta \text{Sen} \theta d\theta],$$

$$\int xz dx = m^3 \text{Sen } \alpha [\text{Cos } \beta \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Cos}^2 \theta \text{Sen} \theta d\theta - \text{Cos } \alpha \text{Cos } \gamma \int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^2 \theta \text{Cos } \theta d\theta].$$

Avvertendo ora che $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Sen}^2 \theta \text{Cos } \theta d\theta = \frac{1}{3} \text{Sen}^3 \theta \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = 0$, e $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} \text{Cos}^2 \theta \text{Sen} \theta d\theta = -\frac{1}{3} \text{Cos}^3 \theta \Big|_0^{\frac{2\pi}{3}} = 0$, resta an-

cora da calcolarsi l'integrale $\int_0^{2\pi} \text{Sen}^3 \theta \, d\theta$; il quale, in base ad una formula delle serie trigonometriche

$$\text{Sen}^3 x = -\frac{1}{4} \text{Sen} 3x + \frac{3}{4} \text{Sen} x, \text{ si trasforma in:}$$

$$\int_0^{2\pi} \text{Sen}^3 \theta \, d\theta = -\frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \text{Sen} 3\theta \, d\theta + \frac{3}{4} \int_0^{2\pi} \text{Sen} \theta \, d\theta = \frac{1}{12} \text{Cos} 3\theta \Big|_0^{2\pi} - \frac{3}{4} \text{Cos} \theta \Big|_0^{2\pi} = 0;$$

sicchè, annullandosi tutti i termini, sarà parimenti zero il valore complessivo del 5^{to} membro.

$$\text{Passando al 6^{to} membro} - \frac{5}{2l^4} \iiint A^3 (dx \, dx_1 + dy \, dy_1 + dz \, dz_1)$$

$= -\frac{5}{2l} \iiint [\text{Cos} a (x_1 - x) + \text{Cos} b (y_1 - y) + \text{Cos} c (z_1 - z)]^3 (dx \, dx_1 + dy \, dy_1 + dz \, dz_1)$
 osserveremo per brevità, che per quello che riguarda puramente le quantità variabili, questo valore di A^3 non differisce dal prodotto AB ora trattato che di un termine solo, ed è $(x_1 - x) (y_1 - y) (z_1 - z)$; giacchè è facile dimostrare che, prescindendo dai coefficienti, i quali sono quantità costanti, i valori di $(s + t + u)^3$ e $(s + t + u) (s^2 + t^2 + u^2)$ differiscono fra loro del solo termine $st u$; quindi essendo, come già sappiamo, tutti i termini corrispondenti a quelli del membro antecedente zero, ci resterà il solo valore di

$$\iiint (x_1 - x) (y_1 - y) (z_1 - z) (dx \, dx_1 + dy \, dy_1 + dz \, dz_1) =$$

$= \iiint (x_1 y_1 z_1 - x y_1 z_1 - y x_1 z_1 + x y z_1 - z x_1 y_1 + x z y_1 + y z x_1 - x y z) (dx \, dx_1 + dy \, dy_1 + dz \, dz_1)$
 che, come nei casi antecedenti, può essere considerato composto di tre parti simili, e per conseguenza basterà calcolarne una sola, cioè

$$\begin{aligned} & \iiint (x_1 y_1 z_1 - x y_1 z_1 - y x_1 z_1 + x y z_1 - z x_1 y_1 + x z y_1 + y z x_1 - x y z) \, dx \, dx_1 \\ & = - \int y \, dx \int x_1 z_1 \, dx_1 + \int xy \, dy \int z_1 \, dz_1 - \int z \, dx \int x_1 y_1 \, dx_1 + xz \, dx \int y_1 \, dy_1 \end{aligned}$$

ommettendo, come già si è detto altre volte, i termini che sotto il segno integrale contengono un differenziale completo.

Ma qui riscontriamo nuovamente gli integrali $\int xy dx$ e $\int xz dz$ che, come abbiamo veduto, sono zero; perciò diventa zero anche il valore del 6° membro e scadono quindi le quantità di 4° ordine.

Il 7° membro della serie di V è

$$\begin{aligned} \frac{3}{81^{\frac{3}{2}}} \iint B^2 (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) &= \frac{3}{81^{\frac{3}{2}}} \iint [(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z_1 - z)^2] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) \\ &= \frac{3}{81^{\frac{3}{2}}} \iint [m^2 + m_1^2 - 2(xx_1 + yy_1 + zz_1)]^2 (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) \\ &= \frac{3}{81^{\frac{3}{2}}} \iint [(m^2 + m_1^2)^2 + 4(xx_1 + yy_1 + zz_1)^2 - 4(m^2 + m_1^2)(xx_1 + yy_1 + zz_1)] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) \end{aligned}$$

il quale, per il motivo più volte accennato, si riduce a

$$= \frac{3}{2} \frac{1}{1^{\frac{3}{2}}} \iint [(xx_1 + yy_1 + zz_1)^2 - (m^2 + m_1^2)(xx_1 + yy_1 + zz_1)] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1);$$

e questo integrale finalmente potrà, come il solito, essere scomposto in tre parti simili, dimodochè, conosciuta la prima, le altre verranno formate colla semplice commutazione come sopra. — La 1^{ma} di queste parti sarà

$$\begin{aligned} \iint [(x^2 x_1^2 + 2xy x_1 y_1) - (m^2 + m_1^2) xx_1] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) \\ = \int x^2 dy \int x_1^2 dy_1 + \int x^2 dz \int x_1^2 dz_1 + 2 \int xy dx \int x_1 y_1 dx_1 + 2 \int xy dy \int x_1 y_1 dy_1 + 2 \int xy dz \int x_1 y_1 dz_1 \\ \quad - (m^2 + m_1^2) [\int x dy \int x_1 dy_1 + \int x dz \int x_1 dz_1]. \end{aligned}$$

Ora sappiamo da quanto si è dimostrato precedentemente che gli integrali

$$\int x^2 dy, \int x^2 dz, \int xy dx, \int xy dz, \int xz dx \text{ e quindi anche } \int xy dy$$

sono zero; e perciò sostituendo dalle equazioni (6) i valori degli altri integrali, si ottiene per la 1^{ma} parte

$$- 2 \text{Cos}^2 \alpha \left[\int x dy \int x_1^3 dy_1 + \int x^3 dy \int x_1 dy_1 + \int x dz \int x_1^3 dz_1 + \int x^3 dz \int x_1 dz_1 + \int y dx \int x_1^3 y_1 dx_1 + \int x^2 y dx \int y_1 dx_1 \right. \\ \left. + \int y dz \int x_1^3 y_1 dz_1 + \int x^2 y dz \int y_1 dz_1 + \int z dx \int x_1^3 z_1 dx_1 + \int x^2 z dx \int z_1 dx_1 + \int z dy \int x_1^3 z_1 dy_1 + \int x^2 z dy \int z_1 dy_1 \right].$$

Qui si tratta ora di calcolare i valori dei nuovi integrali

$$\int x^3 dy, \int x^3 dz, \int x^2 y dx, \int x^2 y dz, \int x^2 z dx, \int x^2 z dy$$

che ricaveremo parimenti coll'ajuto delle equazioni (4) e (5).

$$\text{Quindi } \int x^3 dy = m^4 \text{Sen}^2 \alpha [\text{Cos} \gamma \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \text{Sen}^4 \theta d\theta - \text{Cos} \alpha \text{Cos} \beta \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \text{Sen}^3 \theta \text{Cos} \theta d\theta];$$

ma essendo $\text{Sen}^4 \theta = \frac{1}{8} \text{Cos} 4\theta - \frac{1}{2} \text{Cos} 2\theta + \frac{3}{8}$, e scedendo il secondo integrale, rimane

$$\int x^3 dy = m^4 \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \gamma \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \left(\frac{\text{Cos} 4\theta}{8} - \frac{\text{Cos} 2\theta}{2} + \frac{3}{8} \right) d\theta = m^4 \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \gamma \left[\frac{3}{8} m^4 \frac{\pi}{4} \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \gamma \dots \right] \quad (13)$$

$$\text{Cos} \text{ pure } \int x^3 dz = -m^4 \text{Sen}^2 \alpha [\text{Cos} \beta \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \text{Sen}^4 \theta d\theta + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \gamma \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \text{Sen}^3 \theta \text{Cos} \theta d\theta] = -\frac{3}{4} m^4 \frac{\pi}{4} \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \beta \dots \quad (14)$$

$$\text{poi } \int x^2 y dx = -m^4 \text{Sen}^2 \alpha [\text{Cos} \alpha \text{Cos} \beta \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \text{Sen}^3 \theta \text{Cos} \theta d\theta + \text{Cos} \gamma \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \text{Sen}^2 \theta \text{Cos}^2 \theta d\theta]$$

$$= -m^4 \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \gamma \int_0^{\frac{3\pi}{2}} (\text{Sen}^2 \theta - \text{Sen}^4 \theta) d\theta = -m^4 \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \gamma \left[\pi - \frac{3}{4} \pi \right] = -\frac{m^4 \pi}{4} \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \gamma \dots \quad (15);$$

$$\int x^2 y dz = m^4 \int_0^{\frac{3\pi}{2}} \text{Sen}^2 \theta [\text{Cos} \alpha \text{Cos} \beta \text{Sen} \theta + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \theta] [\text{Cos} \beta \text{Sen} \theta + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \gamma \text{Cos} \theta] d\theta = \frac{m^4 \pi}{4} \text{Cos} \alpha [3 \text{Cos}^2 \beta + \text{Cos}^2 \gamma] \quad (16);$$

$$\int x^2 z dx = \frac{m^4 \pi}{4} \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \beta \dots \quad (17) \text{ e } \int x^2 z dy = -\frac{m^4 \pi}{4} \text{Cos} \alpha [3 \text{Cos}^2 \gamma + \text{Cos}^2 \beta] \dots \quad (18).$$

Prima di passare alla sostituzione di questi valori in E , osservo che il secondo membro di E è composto di due parti perfettamente simmetriche, giacchè nei termini $\int x dy \int x_1^2 dy$, e $\int x^2 dy \int x_1 dy$, sono scambiati soltanto gli indici; e perciò, essendo una di queste parti

$$-2 \text{Cos}^2 a \left[\int x dy \int x_1^2 dy + \int x dz \int x_1^2 dz + \int y dx \int x_1^2 y dx + \int y dz \int x_1^2 y dz + \int z dx \int x_1^2 z dx + \int z dy \int x_1^2 z dy \right]$$

$$= -2 \text{Cos}^2 a \frac{m^2 m_1^4 \pi^2}{4} \left\{ 3 \text{Cos} \gamma \text{Sen}^2 \alpha_1 \text{Cos} \gamma_1 + 3 \text{Cos} \beta \text{Sen}^2 \alpha_1 \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 [3 \text{Cos}^2 \beta_1 + \text{Cos}^2 \gamma_1] \right.$$

$$\left. + \text{Cos} \beta \text{Sen}^2 \alpha_1 \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 [\text{Cos}^2 \beta_1 + 3 \text{Cos}^2 \gamma_1] \right\}$$

$$= -2 \text{Cos}^2 a \frac{m^2 m_1^4 \pi^2}{4} \left\{ 4 \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1 \text{Sen}^2 \alpha_1 + 4 \text{Cos} \beta \text{Cos} \beta_1 \text{Sen}^2 \alpha_1 + 4 \text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 (\text{Cos}^2 \beta_1 + \text{Cos}^2 \gamma_1) \right\}$$

$$= -2 \text{Cos}^2 a \frac{m^2 m_1^4 \pi^2}{4} \left\{ 4 \text{Sen}^2 \alpha_1 [\text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} \beta \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1] \right\} = -2 m^2 m_1^4 \pi^2 \text{Cos}^2 a \text{Sen}^2 \alpha_1 \text{Cos} \varphi$$

per i valori delle equazioni (13) - (18) e per essere $\text{Cos}^2 \beta + \text{Cos} \gamma = 1 - \text{Cos}^2 \alpha = \text{Sen}^2 \alpha$, sarà anche la seconda parte simmetrica $= -2 m^4 m_1^2 \pi^2 \text{Cos}^2 a \text{Sen}^2 \alpha \text{Cos} \varphi$; quindi

$$E = -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \text{Cos}^2 a \{ (m^2 + m_1^2) [\text{Cos} \beta \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1] + \text{Cos} \varphi [m^2 \text{Sen}^2 \alpha + m_1^2 \text{Sen}^2 \alpha_1] \} \quad (19)$$

Nella stessa maniera tratteremo il valore di F ; avremo pertanto

$$F = 2 \text{Cos} a \text{Cos} b \iint (x_1 y_1 - xy_1 - xy_1 - yx_1) [(m^2 + m_1^2) - 2(xz_1 + yy_1 + zz_1)] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$$

$$= -2 \text{Cos} a \text{Cos} b (m^2 + m_1^2) \left[\int x dz \int y dz_1 + \int y dz \int x dz_1 \right]$$

$$= -4 \text{Cos} a \text{Cos} b \iint (x_1 y_1 - xy_1 - yx_1 + xy) (xz_1 + yy_1 + zz_1) (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1),$$

ove si scorge nuovamente, che il secondo membro è pure composto di due parti simmetriche, cioè l'una

$$G = -4 \text{Cos} a \text{Cos} b \iint (xy - yx_1) (xz_1 + yy_1 + zz_1) (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$$

$$= -4 \text{Cos} a \text{Cos} b \iint [x^2 yx_1 - xy^2 x_1 + xy^2 x_1 - xy^2 x_1] (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$$

e l'altra che si ottiene col semplice scambio degli indici. — Procedendo allo sviluppo di G si avrà

$$G = -4 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \left[\int xy^2 dx \int y_1 dx_1 - \int y^2 dx \int x_1 y_1 dx_1 + \int xyz dx \int z_1 dx_1 - \int yz dx \int x_1 z_1 dx_1 \right. \\ \left. + \int x^2 y dy \int x_1 dy_1 - \int xy dz \int x_1^2 dz_1 + \int xy dy \int x_1^2 dy_1 + \int xyz dy \int z_1 dy_1 - \int yz dy \int x_1 z_1 dy_1 \right. \\ \left. + \int x^2 y dz \int x_1 dz_1 - \int xy dz \int x_1^2 dz_1 + \int xy^2 dz \int y_1 dz_1 - \int y^2 dz \int x_1 y_1 dz_1 - \int yz dz \int x_1 z_1 dz_1 \right];$$

il quale valore, per esser zero tutti gli integrali negativi, come è stato dimostrato più sopra, si riduce a

$$G = -4 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \left[\int xy^2 dx \int y_1 dx_1 + \int xyz dx \int z_1 dx_1 + \int x^2 y dy \int x_1 dy_1 + \int xyz dy \int z_1 dy_1 + \int x^2 y dz \int x_1 dz_1 + \int xyz dz \int z_1 dz_1 \right].$$

I valori degli integrali $\int x^2 y dz$ e $\int xy^2 dz$ sono già calcolati nelle equazioni (16), rispettivamente (18) per commutazione, e restano ancora da trovarsi quelli degli altri quattro colla sostituzione, e daranno :

$$\int xyz dx = m^4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Sen} \theta [\operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Cos}^2 \beta \operatorname{Sen}^2 \theta + 2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Sen} \theta \operatorname{Cos} \theta + \operatorname{Cos}^2 \gamma \operatorname{Cos}^2 \theta] \operatorname{Cos} \theta d\theta \\ = m^4 [\operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Cos}^2 \beta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Sen}^3 \theta \operatorname{Cos} \theta d\theta + 2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Sen}^2 \theta \operatorname{Cos}^2 \theta d\theta + \operatorname{Cos}^2 \gamma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Cos}^3 \theta \operatorname{Sen} \theta d\theta] \\ = 2 m^4 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \int_0^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{Sen}^2 \theta \operatorname{Cos}^2 \theta d\theta = \frac{2 m^4 \pi}{4} \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \dots \dots \dots (20);$$

$$\text{e } \int x^2 y dy = -\frac{2 m^4 \pi}{4} \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \dots \dots \dots (21);$$

$$\text{inoltre } \int xyz dx = -\frac{m^4 \pi}{4} \operatorname{Cos} \alpha (\operatorname{Cos}^2 \beta - \operatorname{Cos}^2 \gamma) \dots (22) \text{ e } \int xyz dy = -\frac{m^4 \pi}{4} \operatorname{Cos} \beta (\operatorname{Cos}^2 \gamma - \operatorname{Cos}^2 \alpha) \dots (23).$$

Introdotti ora questi valori nell'equazioni di G , si ottiene

$$G = m^4 m_1^2 \pi^2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta [2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \alpha (\operatorname{Cos}^2 \beta - \operatorname{Cos}^2 \gamma) \operatorname{Cos} \beta_1 + 2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \gamma_1 \\ - \operatorname{Cos} \beta (\operatorname{Cos}^2 \gamma - \operatorname{Cos}^2 \alpha) \operatorname{Cos} \alpha_1 + \operatorname{Cos} \alpha (\beta \operatorname{Cos}^2 \beta + \operatorname{Cos}^2 \gamma) \operatorname{Cos} \beta_1 + \operatorname{Cos} \beta (\beta \operatorname{Cos}^2 \alpha + \operatorname{Cos}^2 \gamma) \operatorname{Cos} \alpha_1] \\ = 4 m^4 m_1^2 \pi^2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta [\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos}^2 \beta \operatorname{Cos} \beta_1 + \operatorname{Cos}^2 \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \alpha_1] \\ = 4 m^4 m_1^2 \pi^2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta;$$

e l'altra parte simmetrica per conseguenza = $4 m^2 m_1^2 \pi^2 \cos \alpha \cos b \cos \alpha_1 \cos \beta_1$; perciò sarà dunque il valore di F

$$F = 2 m^2 m_1^2 \pi^2 (m^2 + m_1^2) \cos \alpha \cos b (\cos \beta \cos \alpha_1 + \cos \alpha \cos \beta_1) + 4 m^2 m_1^2 \pi^2 \cos \varphi \cos \alpha \cos b \\ (m^2 \cos \alpha \cos \beta + m_1^2 \cos \alpha_1 \cos \beta_1)$$

= $2 m^2 m_1^2 \pi^2 \cos \alpha \cos b [(m^2 + m_1^2) (\cos \alpha \cos \beta_1 + \cos \beta \cos \alpha_1) + 2 \cos \varphi (m^2 \cos \alpha \cos \beta + m_1^2 \cos \alpha_1 \cos \beta_1)]$ (24); quindi dalla somma delle due equazioni (19) e (24) risulterà

$$D = -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \cos^2 \alpha [(m^2 + m_1^2) (\cos \beta \cos \beta_1 + \cos \gamma \cos \gamma_1) + \cos \varphi (m^2 \operatorname{Sen}^2 \alpha + m_1^2 \operatorname{Sen}^2 \alpha_1)] \\ + 2 m^2 m_1^2 \pi^2 \cos \alpha \cos b [(m^2 + m_1^2) (\cos \alpha \cos \beta_1 + \cos \beta \cos \alpha_1) + 2 \cos \varphi (m^2 \cos \alpha \cos \beta + m_1^2 \cos \alpha_1 \cos \beta_1)] \\ = -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \{ (m^2 + m_1^2) [\cos^2 \alpha (\cos \varphi - \cos \alpha \cos \alpha_1) - \cos \alpha \cos b (\cos \alpha \cos \beta_1 + \cos \beta \cos \alpha_1)] \\ + \cos \varphi [\cos^2 \alpha (m^2 \operatorname{Sen}^2 \alpha + m_1^2 \operatorname{Sen}^2 \alpha_1) - 2 \cos \alpha \cos b (m^2 \cos \alpha \cos \beta + m_1^2 \cos \alpha_1 \cos \beta_1)] \} \\ = -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \{ (m^2 + m_1^2) [\cos^2 \alpha \cos \varphi - (\cos^2 \alpha \cos \alpha \cos \alpha_1 + \cos \alpha \cos b (\cos \alpha \cos \beta_1 + \cos \beta \cos \alpha_1))] \\ + \cos \varphi [m^2 (\cos^2 \alpha \operatorname{Sen}^2 \alpha - 2 \cos \alpha \cos b \cos \alpha \cos \beta) + m_1^2 (\cos^2 \alpha \operatorname{Sen}^2 \alpha_1 - 2 \cos \alpha \cos b \cos \alpha_1 \cos \beta_1)] \}.$$

Le altre due parti simili costituenti il doppio integrale dell'ottavo membro saranno per analogia

$$-2 m^2 m_1^2 \pi^2 \{ (m^2 + m_1^2) [\cos^2 b \cos \varphi - (\cos^2 b \cos \beta \cos \beta_1 + \cos b \cos c (\cos \beta \cos \beta_1 + \cos \gamma \cos \gamma_1))] \\ + \cos \varphi [m^2 (\cos^2 b \operatorname{Sen}^2 \beta - 2 \cos b \cos c \cos \beta \cos \gamma_1) + m_1^2 (\cos^2 b \operatorname{Sen}^2 \beta_1 - 2 \cos b \cos c \cos \beta_1 \cos \gamma_1)] \} \\ e -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \{ (m^2 + m_1^2) [\cos^2 c \cos \varphi - (\cos^2 c \cos \gamma \cos \gamma_1 + \cos \alpha \cos c (\cos \gamma \cos \gamma_1 + \cos \alpha_1 \cos \gamma_1))] \\ + \cos \varphi [m^2 (\cos^2 c \operatorname{Sen}^2 \gamma - 2 \cos \alpha \cos c \cos \alpha \cos \gamma) + m_1^2 (\cos^2 c \operatorname{Sen}^2 \gamma_1 - 2 \cos \alpha \cos c \cos \alpha_1 \cos \gamma_1)] \}$$

quindi la somma di tutte tre

$$\begin{aligned}
&= -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \{ (m^2 + m_1^2) [\text{Cos } \varphi (\text{Cos}^2 a + \text{Cos}^2 b + \text{Cos}^2 c) - (\text{Cos } a \text{ Cos } \alpha + \text{Cos } b \text{ Cos } \beta \\
&\quad + \text{Cos } c \text{ Cos } \gamma) (\text{Cos } a \text{ Cos } \alpha_1 + \text{Cos } b \text{ Cos } \beta_1 + \text{Cos } c \text{ Cos } \gamma_1)] \\
&+ \text{Cos } \varphi [m^2 (1 - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \alpha + \text{Cos } b \text{ Cos } \beta + \text{Cos } c \text{ Cos } \gamma)]^2 \} + m_1^2 (1 - \text{Cos } \alpha \text{ Cos } \alpha_1 + \text{Cos } b \text{ Cos } \beta_1 + \text{Cos } c \text{ Cos } \gamma_1) \} \\
&= -2 m^2 m_1^2 \pi^2 \{ (m^2 + m_1^2) [\text{Cos } \varphi - \text{Cos } \psi \text{ Cos } \phi] + \text{Cos } \varphi [m^2 \text{Sen}^2 \psi + m_1^2 \text{Sen}^2 \phi] \}
\end{aligned}$$

in base alle equazioni (7), (9) e (10);

e per conseguenza il valore complessivo dell'ottavo membro della serie di V sarà

$$+\frac{15 m^2 m_1^2 \pi^2}{2 l^3} \left[(m^2 + m_1^2) (\text{Cos } \varphi - \text{Cos } \psi \text{ Cos } \phi) + \text{Cos } \varphi (m^2 \text{Sen}^2 \psi + m_1^2 \text{Sen}^2 \phi) \right] \dots \dots \dots (5)$$

Finalmente calcoleremo l'ultimo membro di V , cioè

$$+\frac{35}{8} \frac{1}{l^2} \iint A^4 (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1) = \frac{35}{8} \frac{1}{l^2} \iint [\text{Cos } a (x_1 - x) + \text{Cos } b (y_1 - y) + \text{Cos } c (z_1 - z)]^4 (dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1).$$

Sviluppando la quarta potenza del trinomio si ottengono i seguenti 15 termini

$$\begin{aligned}
&+ 4 \text{Cos}^3 a \text{Cos } b (x_1 - x)^3 (y_1 - y) + \text{Cos}^4 b (y_1 - y)^4 + \text{Cos}^4 c (z_1 - z)^4 \\
&\quad + 12 \text{Cos}^2 a \text{Cos } b \text{Cos } c (x_1 - x)^2 (y_1 - y)^2 (z_1 - z) \\
&+ 4 \text{Cos}^3 b \text{Cos } c (y_1 - y)^3 (z_1 - z) + 6 \text{Cos}^2 b \text{Cos}^2 c (y_1 - y)^2 (z_1 - z)^2 + 4 \text{Cos}^3 b \text{Cos } a (y_1 - y)^3 (x_1 - x) \\
&\quad + 12 \text{Cos}^2 b \text{Cos } c \text{Cos } a (y_1 - y)^2 (z_1 - z) (x_1 - x) \\
&+ 4 \text{Cos}^3 c \text{Cos } a (z_1 - z)^3 (x_1 - x) + 6 \text{Cos}^2 c \text{Cos}^2 a (z_1 - z)^2 (x_1 - x)^2 + 4 \text{Cos}^3 c \text{Cos } b (z_1 - z)^3 (y_1 - y) \\
&\quad + 12 \text{Cos}^2 c \text{Cos } a \text{Cos } b (z_1 - z)^2 (x_1 - x) (y_1 - y),
\end{aligned}$$

che possono però sempre esser dedotti colla legge della commutazione dai seguenti cinque:

$$\begin{aligned}
&\text{Cos}^4 a (x_1 - x)^4 + 4 \text{Cos}^3 a \text{Cos } b (x_1 - x)^3 (y_1 - y) + 6 \text{Cos}^2 a \text{Cos}^2 b (x_1 - x)^2 (y_1 - y)^2 \\
&\quad + 4 \text{Cos}^3 a \text{Cos } c (x_1 - x)^3 (z_1 - z) + 12 \text{Cos}^2 a \text{Cos } b \text{Cos } c (x_1 - x)^2 (y_1 - y) (z_1 - z),
\end{aligned}$$

i quali ci rappresenteranno per conseguenza una delle tre parti simili componenti questo membro, e quindi basterà occuparci per intanto del valore di questi 5 termini, che fatte le richieste operazioni, saranno

$$\begin{aligned} & \text{Cos}^4 a [x_1^4 - 4 x_1^3 x + 6 x_1^2 x^2 - 4 x_1 x^3 + x^4] \\ & + 4 \text{Cos}^3 a \text{Cos} b [x_1^3 y_1 - 3 x_1^2 y_1 x + 3 x_1 y_1 x^2 - x^3 y_1 - x_1^2 y_1 x + 3 x_1^2 y_1 x - 3 x_1 x^2 y_1 + x^3 y_1] \\ & + 6 \text{Cos}^2 a \text{Cos}^2 b [x_1^2 y_1^2 - 2 x_1 y_1^2 x + y_1^2 x^2 - 2 x_1^2 y_1 y + 4 x_1 y_1 x y - 2 y_1 x^2 y + x_1^2 y^2 - 2 x_1 x y^2 + x^2 y^2] \\ & + 4 \text{Cos}^3 a \text{Cos} c [x_1^3 z_1 - 3 x_1^2 z_1 x + 3 x_1 z_1 x^2 - x^3 z_1 - x_1^2 z_1 x - 3 x_1^2 z_1 x - 3 x_1 x^2 z_1 + x^3 z_1] \\ & + 12 \text{Cos}^2 a \text{Cos} b \text{Cos} c [x_1^2 y_1 z_1 - 2 x_1 y_1 z_1 x + y_1 z_1 x^2 - x_1^2 z_1 x y + 2 x_1 z_1 x y - x_1^2 y_1 z_1 + 2 x_1 y_1 x z - y_1 x^2 z + x_1^2 y z - 2 x_1 x y z + x^2 y z]. \end{aligned}$$

Ciascuno di questi termini dovrà ora esser moltiplicato per $(dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$ e poi integrato doppiamente, sicchè risulterà:

$$\begin{aligned} & - 4 \text{Cos}^4 a [\int x dy \int x_1^3 dy_1 + \int x dz \int x_1^3 dz_1 + \int x^3 dy \int x_1 dy_1 + \int x^3 dz \int x_1 dz_1] \\ & - 4 \text{Cos}^3 a \text{Cos} b [3 \int x dy \int x_1^2 y_1 dy_1 + 3 \int x dz \int x_1^2 y_1 dz_1 + \int y dz \int x_1^2 dz_1 + 3 \int x^2 y dy \int x_1 dy_1 + 3 \int x^2 y dz \int x_1 dz_1 + \int x^2 dz \int y_1 dz_1] \\ & - 4 \text{Cos}^2 a \text{Cos}^2 b [3 \int y dx \int x_1^2 y_1 dx_1 + 3 \int x dy \int x_1 y_1^2 dy_1 + 3 \int x^2 y dx \int y_1 dx_1 + 3 \int x y^2 dy \int x_1 dy_1 \\ & \quad + 3 \int x dz \int x_1 y_1^2 dz_1 + 3 \int y dz \int x_1^2 y_1 dz_1 + 3 \int x y^2 dz \int x_1 dz_1 + 3 \int x^2 y dz \int y_1 dz_1] \\ & - 4 \text{Cos}^2 a \text{Cos} c [3 \int x dy \int x_1^2 z_1 dy_1 + \int z dy \int x_1^2 dy_1 + 3 \int x dz \int x_1^2 z_1 dz_1 + 3 \int x^2 z dy \int x_1 dy_1 + \int x^2 dy \int z_1 dy_1 + 3 \int x^2 z dz \int x_1 dz_1] \\ & - 4 \text{Cos}^2 a \text{Cos} b \text{Cos} c [3 \int y dx \int x_1^2 z_1 dx_1 + 3 \int z dx \int x_1^2 y_1 dx_1 + 3 \int x dz \int x_1^2 y_1 dz_1 + 3 \int x^2 z dx \int y_1 dz_1 + 3 \int x^2 y dx \int z_1 dx_1 \\ & \quad + 6 \int x dy \int x_1 y_1 z_1 dy_1 + 3 \int x dy \int x_1^2 y_1 dy_1 + 6 \int x y z dy \int x_1 dy_1 + 3 \int x^2 y dz \int y_1 dz_1 \\ & \quad + 6 \int x dz \int x_1 y_1 z_1 dz_1 + 3 \int y dz \int x_1^2 z_1 dz_1 + 6 \int x y z dz \int x_1 dz_1 + 3 \int x^2 z dz \int y_1 dz_1]. \end{aligned}$$

Qui si scorge facilmente, che ogni termine consta di due metà simmetriche; sicchè, limitandosi per l'ulteriore calcolo ad una di queste, sarà da determinarsi il valore di

$$\begin{aligned} & - 4 \text{Cos}^4 a [\int x dy \int x_1^3 dy_1 + \int x dz \int x_1^3 dz_1] \\ & - 4 \text{Cos}^2 a \text{Cos} b [3 \int x dy \int x_1^2 y_1 dy_1 + 3 \int x dz \int x_1^2 y_1 dz_1 + \int y dz \int x_1^2 dz_1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - 4 \operatorname{Cos}^2 a \operatorname{Cos}^2 b [3 \int y dx \int x_1^2 y_1 dx_1 + 3 \int x dy \int x_1 y_1^2 dy_1 + 3 \int x dz \int x_1 y_1^2 dz_1 + 3 \int y dz \int x_1^2 y_1 dz_1] \\
& - 4 \operatorname{Cos}^2 a \operatorname{Cos} c [3 \int x dy \int x_1^2 z_1 dy_1 + \int z dy \int x_1^2 dy_1 + 3 \int x dz \int x_1^2 z_1 dz_1] \\
& - 4 \operatorname{Cos}^2 a \operatorname{Cos} b \operatorname{Cos} c [3 \int y dx \int x_1^2 z_1 dx_1 + 3 \int z dx \int x_1^2 y_1 dx_1 + 6 \int x dy \int x_1 y_1 z_1 dy_1 + 3 \int y dz \int x_1^2 y_1 dy_1 \\
& \quad + 6 \int x dz \int x_1 y_1 z_1 dz_1 + 3 \int y dz \int x_1^2 z_1 dz_1],
\end{aligned}$$

che coll' aiuto delle equazioni (6) e delle equazioni (13) e (18) e (20) — (23) si trasforma, dopo qualche riduzione in

$$\begin{aligned}
& - 3 m^2 m_1^4 \pi^2 \{ \operatorname{Cos} a \operatorname{Sen}^2 \alpha_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \alpha_1) - \operatorname{Cos}^3 a \operatorname{Cos} b [(\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \alpha_1 + \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta_1) \operatorname{Sen}^2 \alpha_1 \\
& \quad + 2 \operatorname{Cos} \alpha_1 \operatorname{Cos} \beta_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \alpha_1)] \\
& + \operatorname{Cos}^2 a \operatorname{Cos} b [(\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \alpha_1) \operatorname{Sen}^2 \beta_1 + (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \beta_1) \operatorname{Sen}^2 \alpha_1 + 2 \operatorname{Cos} \alpha_1 \operatorname{Cos} \beta_1 (\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta_1 + \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \alpha_1)] \\
& \quad - \operatorname{Cos}^3 a \operatorname{Cos} c [(\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \alpha_1) \operatorname{Sen}^2 \alpha_1 + 2 \operatorname{Cos} \alpha_1 \operatorname{Cos} \gamma_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \alpha_1)] \\
& \quad - \operatorname{Cos}^2 a \operatorname{Cos} b \operatorname{Cos} c [(\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \beta_1) \operatorname{Sen}^2 \alpha_1 + 2 \operatorname{Cos} \beta_1 \operatorname{Cos} \gamma_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \alpha_1) \\
& \quad - 2 \operatorname{Cos} \alpha_1 \operatorname{Cos} \beta_1 (\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \alpha_1) - 2 \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \gamma_1 (\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta_1 + \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \alpha_1)] \}.
\end{aligned}$$

Espressioni analoghe si ricaveranno per le rispettive metà simmetriche delle altre due parti simili componenti il 9° membro, e saranno precisamente

$$\begin{aligned}
& - 3 m^2 m_1^4 \pi^2 \{ \operatorname{Cos}^2 b \operatorname{Sen}^2 \beta_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \beta_1) - \operatorname{Cos}^3 b \operatorname{Cos} c [(\operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \beta_1 + \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma_1) \operatorname{Sen}^2 \beta_1 \\
& \quad + 2 \operatorname{Cos} \beta_1 \operatorname{Cos} \gamma_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \beta_1)] \\
& + \operatorname{Cos}^2 b \operatorname{Cos}^2 c [(\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \beta_1) \operatorname{Sen}^2 \gamma_1 + (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \gamma_1) \operatorname{Sen}^2 \beta_1 + 2 \operatorname{Cos} \beta_1 \operatorname{Cos} \gamma_1 (\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \beta_1)] \\
& \quad - \operatorname{Cos}^3 b \operatorname{Cos} a [(\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \alpha_1 + \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta_1) \operatorname{Sen}^2 \beta_1 + 2 \operatorname{Cos} \beta_1 \operatorname{Cos} \alpha_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \beta_1)] \\
& \quad - \operatorname{Cos}^2 b \operatorname{Cos} c \operatorname{Cos} a [(\operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \alpha_1 + \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \gamma_1) \operatorname{Sen}^2 \beta_1 + 2 \operatorname{Cos} \gamma_1 \operatorname{Cos} \alpha_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \beta_1) \\
& \quad - 2 \operatorname{Cos} \beta_1 \operatorname{Cos} \gamma_1 (\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \alpha_1 + \operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \beta_1) - 2 \operatorname{Cos} \beta_1 \operatorname{Cos} \alpha_1 (\operatorname{Cos} \beta \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \beta_1)] \}; \\
& e - 3 m^2 m_1^4 \pi^2 \{ \operatorname{Cos}^2 c \operatorname{Sen}^2 \gamma_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \gamma_1) - \operatorname{Cos}^3 c \operatorname{Cos} a [(\operatorname{Cos} \alpha \operatorname{Cos} \gamma_1 + \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \alpha_1) \operatorname{Sen}^2 \gamma_1 \\
& \quad + 2 \operatorname{Cos} \alpha_1 \operatorname{Cos} \gamma_1 (\operatorname{Cos} \varphi - \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Cos} \gamma_1)]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \text{Cos}^2 c \text{Cos}^2 a [(\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1) \text{Sen}^2 \alpha_1 + (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1) \text{Sen}^2 \gamma_1 + 2 \text{Cos} \gamma_1 \text{Cos} \alpha_1 (\text{Cos} \gamma \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \gamma_1)] \\
& - \text{Cos}^2 c \text{Cos} b [(\text{Cos} \gamma \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \beta \text{Cos} \gamma_1) \text{Sen}^2 \gamma_1 + 2 \text{Cos} \gamma_1 \text{Cos} \beta_1 (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1)] \\
& - \text{Cos}^2 c \text{Cos} a \text{Cos} b [(\text{Cos} \alpha \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \beta \text{Cos} \alpha_1) \text{Sen}^2 \gamma_1 + 2 \text{Cos} \alpha_1 \text{Cos} \beta_1 (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1)] \\
& - 2 \text{Cos} \gamma_1 \text{Cos} \alpha_1 (\text{Cos} \gamma \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \beta \text{Cos} \gamma_1) - 2 \text{Cos} \gamma_1 \text{Cos} \beta_1 (\text{Cos} \gamma \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} \alpha \text{Cos} \gamma_1) \} .
\end{aligned}$$

Si faccia ora la somma di queste tre espressioni, rinvendo quei termini, che hanno fattori comuni, e risulterà:

$$\begin{aligned}
& - 3 m^2 m_1^4 \pi^2 \} \text{Cos}^2 a \text{Sen}^2 \alpha_1 + \text{Cos}^2 b \text{Sen}^2 \beta_1 + \text{Cos}^2 c \text{Sen}^2 \gamma_1 - 2 \text{Cos} a \text{Cos} b \text{Cos} \alpha_1 \text{Cos} \beta_1 - 2 \text{Cos} a \text{Cos} c \text{Cos} \alpha_1 \text{Cos} \gamma_1 \\
& - 2 \text{Cos} b \text{Cos} c \text{Cos} \beta_1 \text{Cos} \gamma_1 \} \times \\
& [\text{Cos}^2 a (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1) + \text{Cos}^2 b (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \beta \text{Cos} \beta_1) + \text{Cos}^2 c (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1) \\
& - \text{Cos} a \text{Cos} b (\text{Cos} \alpha \text{Cos} \beta_1 + \text{Cos} \beta \text{Cos} \alpha_1) - \text{Cos} a \text{Cos} c (\text{Cos} \alpha \text{Cos} \gamma_1 + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \alpha_1) - \text{Cos} b \text{Cos} c (\text{Cos} \beta \text{Cos} \gamma_1 + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \beta_1)] \} \\
& = - 3 m^2 m_1^4 \pi^2 [\text{Sen}^2 \psi (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \psi \text{Cos} \psi_1)] .
\end{aligned}$$

Il valore corrispondente della seconda metà simmetrica sarà $= - 3 m^4 m_1^2 \pi^2 [\text{Sen}^2 \psi (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \psi \text{Cos} \psi_1)]$; e per conseguenza il valore finale del 9° membro

$$- \frac{105}{8} \frac{m^2 m_1^2 \pi^2}{l^3} (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \psi \text{Cos} \psi_1) (m^2 \text{Sen}^2 \psi + m_1^2 \text{Sen}^2 \psi_1) \dots \dots \dots (26) .$$

Ora raccogliamo i valori dei membri che non si annullano dalle equazioni (8), (11), (12), (25) e (26) con-traendo quelli del medesimo ordine, e si otterrà per V , ponendo ancora la superficie del 1.° cerchio $m^2 \pi = C$, ed analogamente $m_1^2 \pi = C_1$, la seguente espressione.

$$\begin{aligned}
V = & - \frac{CC_1}{l^3} (\text{Cos} \varphi - 3 \text{Cos} \psi \text{Cos} \psi_1) - \frac{3 CC_1}{l^3} (m^2 + m_1^2) \text{Cos} \varphi - \frac{5}{2} [(m^2 + m_1^2) (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \psi \text{Cos} \psi_1) + \text{Cos} \varphi (m^2 \text{Sen}^2 \psi + m_1^2 \text{Sen}^2 \psi_1)] \\
& + \frac{35}{8} (\text{Cos} \varphi - \text{Cos} \psi \text{Cos} \psi_1) (m^2 \text{Sen}^2 \psi + m_1^2 \text{Sen}^2 \psi_1) \} ;
\end{aligned}$$

$$\text{ossia } V = -\frac{CC_1}{l^3} (\text{Cos}\varphi - 3 \text{Cos}\psi \text{Cos}\psi_1) - \frac{3}{8} \frac{CC_1}{l^3} \left\{ 3 \text{Cos}\varphi [(m^2 + m_1^2) - 5(m^2 \text{Cos}^2\psi + m_1^2 \text{Cos}^2\psi_1)] \right. \\ \left. - 5 \text{Cos}\psi \text{Cos}\psi_1 [3(m^2 + m_1^2) - 7(m^2 \text{Cos}^2\psi + m_1^2 \text{Cos}^2\psi_1)] \right\};$$

e per essere il potenziale elettrodinamico $P = -\frac{i i_1}{2} V$, avremo

$$P = \frac{i i_1 CC_1}{2 l^3} (\text{Cos}\varphi - 3 \text{Cos}\psi \text{Cos}\psi_1)$$

$$+ \frac{3}{16} \frac{i i_1 CC_1}{l^3} \left\{ 3 \text{Cos}\varphi [(m^2 + m_1^2) - 5(m^2 \text{Cos}^2\psi + m_1^2 \text{Cos}^2\psi_1)] - 5 \text{Cos}\psi \text{Cos}\psi_1 [3(m^2 + m_1^2) - 7(m^2 \text{Cos}^2\psi + m_1^2 \text{Cos}^2\psi_1)] \right\}.$$

Calcolato il potenziale, si potrà, come detto più sopra, determinare, col mezzo della derivazione, ogni mutua azione delle due correnti circolari, sia in senso progressivo o rotatorio, qualunque sia la posizione che queste correnti occupano nello spazio, purchè si specializzino in ogni singolo caso i valori degli angoli φ , ψ e ψ_1 secondo le condizioni date.

A determinare il momento di rotazione delle due correnti circolari, si farà la derivata negativa del potenziale in rapporto all'angolo φ ; ed essendo anche ψ e ψ_1 dipendenti da φ , avremo :

$$-\frac{\partial P}{\partial \varphi} = \frac{i i_1 CC_1}{2 l^3} \left(\text{Sen}\varphi - 3 \text{Cos}\psi_1 \text{Sen}\psi \frac{d\psi}{d\varphi} - 3 \text{Cos}\psi \text{Sen}\psi_1 \frac{d\psi_1}{d\varphi} \right) \\ + \frac{3}{16} \frac{i i_1 CC_1}{l^3} \left\{ 3 \text{Sen}\varphi [(m^2 + m_1^2) - 5(m^2 \text{Cos}^2\psi + m_1^2 \text{Cos}^2\psi_1)] \right.$$

$$\left. - 30 \text{Cos}\varphi [m^2 \text{Cos}\psi \text{Sen}\psi \frac{d\psi}{d\varphi} + m_1^2 \text{Cos}\psi_1 \text{Sen}\psi_1 \frac{d\psi_1}{d\varphi}] \right\}$$

$$\begin{aligned}
& -5 (\text{Cos } \psi_1 \text{ Sen } \psi \frac{d\psi}{d\varphi} + \text{Cos } \psi \text{ Sen } \psi_1 \frac{d\psi_1}{d\varphi}) [3 (m^2 + m_1^2) - 7 (m^2 \text{Cos}^2 \psi + m_1^2 \text{Cos}^2 \psi_1)] \\
& + 70 \text{Cos } \psi \text{ Cos } \psi_1 [m^2 \text{Cos } \psi \text{ Sen } \psi \frac{d\psi}{d\varphi} + m_1^2 \text{Cos } \psi_1 \text{ Sen } \psi_1 \frac{d\psi_1}{d\varphi}] \Big\} .
\end{aligned}$$

Se supponiamo una corrente, p. e. C_1 , fissa, e soltanto l'altra C_1 mobile; ciò vorrà dire che l'angolo ψ è costante, e variabili soltanto φ e ψ_1 ; quindi sarà $\frac{d\psi}{d\varphi} = 0$ e $\frac{d\psi_1}{d\varphi} = -1$, per essere $\varphi = 180^\circ - (\psi + \psi_1)$; nel qual caso il momento di rotazione diventa

$$\begin{aligned}
& -\frac{\partial P}{\partial \varphi} = \frac{ii_1 CC_1}{2 l^3} (\text{Sen } \varphi + 3 \text{Cos } \psi \text{ Sen } \psi_1) \\
& + \frac{3 ii_1 CC_1}{16 l^3} \left\{ 3 \text{Sen } \varphi [(m^2 + m_1^2) - 5 (m^2 \text{Cos}^2 \psi + m_1^2 \text{Cos}^2 \psi_1)] + 30 m_1^2 \text{Cos } \varphi \text{Cos } \psi_1 \text{Sen } \psi_1 \right. \\
& \left. + 5 \text{Cos } \psi \text{Sen } \psi_1 [3 (m^2 + m_1^2) - 7 (m^2 \text{Cos}^2 \psi + m_1^2 \text{Cos}^2 \psi_1)] - 70 m_1^2 \text{Cos } \psi \text{Cos}^2 \psi_1 \text{Sen } \psi_1 \right\} .
\end{aligned}$$

Specializziamo più oltre il caso e poniamo

$$\text{I.) } \varphi = 0; \quad \psi = \psi_1 = 90;$$

vale a dire le due correnti circolari sieno nel medesimo piano; allora sarà $\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 0$, cioè il momento di rotazione è zero, e le correnti rimarranno nel medesimo piano.

Così pure per

$$\text{II.) } \varphi = 180; \quad \psi = \psi_1 = 0;$$

cioè quando le correnti si troveranno in due piani paralleli, avremo $-\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 0$, e le correnti si manterranno parallele.

Se invece poniamo

III.) $\varphi = 90^\circ$; $\psi = 90^\circ$ e $\psi_1 = 0$,

cioè i piani dei due cerchi sieno perpendicolari fra loro, ed il piano del cerchio fisso dimezzi quello del cerchio mobile, si avrà un momento di rotazione

$$\begin{aligned} -\frac{\partial P}{\partial \varphi} &= \frac{ii_1 CC_1}{2 l^3} + \frac{3 i i_1 CC}{16 l^5} \left\{ 3 [(m^2 + m_1^2) - 5 m_1^2] \right\} \\ &= \frac{ii_1 CC_1}{2 l^3} + \frac{9 i i_1 CC_1}{16 l^5} (m^2 - 4 m_1^2). \end{aligned}$$

È questo il 1.° dei tre casi considerati e calcolati da W. Weber nel suo lavoro: „Electrodynamische Massbestimmungen“ Leipzig 1846, per il quale, secondo Wiedemann (Galvanismus II. pag. 38), egli ottiene l'espressione

$$\Delta = -\frac{\pi^2 m^2 n^2}{2 l^3} \left[\frac{3 a^2}{l^2} - 2 + \frac{15}{32} \left(7 \frac{a^2}{l^2} - 4 \right) \left(4 + \frac{n^2}{a^2} \right) \frac{a^2 m^2}{l^4} + \dots \right],$$

la quale trasformata in funzione della distanza dei due centri e ridotta a quantità non superiori al 5.° ordine, dà un valore identico a quello trovato qui sopra.

Finalmente poniamo

IV.) $\varphi = 90^\circ$; $\psi = 0$; $\psi_1 = 90^\circ$;

che vuol dire i due piani sieno come prima perpendicolari fra loro; ma il piano del cerchio fisso venga dimezzato da quello del cerchio mobile (2.° caso di Weber), e si ottiene:

$$-\frac{\partial P}{\partial \varphi} = 2 ii_1 \frac{CC_1}{l^3} + \frac{3 ii_1 CC_1}{8 l^5} (9 m_1^2 - 16 m^2).$$

La derivata negativa di P in rapporto ad l ci esprimerà l'azione attrattiva o ripulsiva delle due

correnti circolari, che si manifesterà in un mutamento nella reciproca distanza l dei loro centri; quindi, essendo φ , ψ e ψ_1 indipendenti da l sarà

$$-\frac{\partial P}{\partial l} = \frac{3 \text{ii}_1 CC_1}{2} \frac{1}{l^4} (\text{Cos } \varphi - 3 \text{Cos } \psi \text{Cos } \psi_1)$$

$$+ \frac{15 \text{ii}_1 CC_1}{16} \frac{1}{l^6} \left\{ 3 \text{Cos } \varphi [(m^2 + m_1^2) - 5 (m^2 \text{Cos}^2 \psi + m_1^2 \text{Cos}^2 \psi_1)] - 5 \text{Cos } \psi \text{Cos } \psi_1 [3 (m^2 + m_1^2) - 7 (m^2 \text{Cos}^2 \psi + m_1^2 \text{Cos}^2 \psi_1)] \right\}$$

E specializzando anche questo valore per i quattro casi principali considerati già sopra, si otterrà:
I.) per $\varphi = 0$; $\psi = \psi_1 = 90^\circ$;

$$-\frac{\partial P}{\partial l} = \frac{3 \text{ii}_1 CC_1}{2} \frac{1}{l^4} + \frac{15 \text{ii}_1 CC_1}{16} \frac{1}{l^6} \left\{ 3 (m^2 + m_1^2) \right\} = \frac{3 \text{ii}_1 CC_1}{2} \frac{1}{l^4} + \frac{45 \text{ii}_1 CC_1}{16} \frac{1}{l^6} (m^2 + m_1^2).$$

L'espressione della forza, con cui si attraggono o si respingono due correnti voltaiche circolari situate nel medesimo piano, fu calcolata direttamente dalla formola fondamentale d'Ampère da Plana (Giorn. acad. Tom. CXI e Raccolta scientifica § X) la quale, dopo fatta la correzione indicata da Kirchhoff (Fortschritte der Physik 1848), concorda perfettamente con quella qui trovata.

II. Per $\varphi = 180^\circ$; $\psi = \psi_1 = 0$, si ha

$$-\frac{\partial P}{\partial l} = -6 \text{ii} \frac{CC_1}{l^4} + 30 \text{ii}_1 \frac{CC_1}{l^6} (m^2 + m_1^2).$$

Per gli altri due casi

$$\text{III.) } \varphi = 90^\circ; \psi = 0; \psi_1 = 90^\circ;$$

$$\text{e IV.) } \varphi = 90^\circ; \psi = 90^\circ; \psi_1 = 0, \text{ risulta sempre } -\frac{\partial P}{\partial l} = 0.$$

Nei quattro casi estremi qui considerati abbiamo dunque un momento di rotazione delle due correnti, non però un'azione nella direzione della retta congiungente i due centri, quando le due correnti si trovano in piani perpendicolari fra loro; ed abbiamo un'azione di attrazione o ripulsione nella direzione della retta di congiunzione dei due centri, ma nessun momento di rotazione, quando le due correnti sono situate o nel medesimo piano od in piani paralleli.

A. BRUMATTI

NOTIZIE DELLA SCUOLA

Nel punto cui corrisponde un qualsiasi punto
 un momento di rotazione della linea corrente, ma non un punto
 nella direzione della forza tangente l'una delle due parti, questa
 due correnti si trovano in piani perpendicolari tra loro; ed
 assieme un'azione di attrazione e repulsione nella direzione
 della forza di coesione, che due correnti, per ciascun momento
 di rotazione, quando le due correnti sono situate nel medesimo
 piano ed in piani paralleli.

A. BRUNATI

PERSONALE INSEGNANTE

NOTIZIE DELLA SCUOLA

I.

PERSONALE INSEGNANTE

DIRETTORE

Locati Dr. Francesco cav. dell' Ordine di Francesco Giuseppe, membro dell' Eccelso I. R. Consiglio Scolastico provinciale dell' Istria. Insegnò fisica in IV^o e VII^o corso — ore 7.

DOCENTI EFFETTIVI.

Borri Luigi Prof., insegnò geografia nei corsi II.^o e III.^o, storia in II.^o, III.^o, V.^o, VI.^o e VII.^o — ore 17.

Brumatti Antonio, insegnò matematica nei corsi IV.^o e V.^o; fisica in III.^o e VI.^o — ore 16.

Katalinić Dr. Domenico Prof., insegnò italiano nei corsi I.^o, III.^o, V.^o e VII.^o — ore 14 *

Morteani Luigi, insegnò italiano in II.^o corso; tedesco in III.^o storia in IV.^o; geografia in I.^o e IV.^o — ore 14.

Nicolich Emanuele Prof., insegnò chimica in IV.^o, V.^o e VI.^o corso; storia naturale in II.^o e VII.^o — ore 15.

Perko Ferdinando Prof., insegnò disegno a mano libera dal II.^o al VII.^o corso; calligrafia in I.^o e II.^o — ore 24.

Petronio Pietro Prof., insegnò matematica e geometria descrittiva in VI.^o corso; disegno geometrico in III.^o e IV.^o. — ore 14.

* In causa di malattia, fu per tutto il I.^o semestre e fino al 19 Aprile sostituito nei corsi I.^o, V.^o e VII.^o dal sig. Morteani, e nel III.^o corso dal Sig. Ravalico.

Spadaro Don Nicolò Prof., insegnò religione in tutti i corsi ed italiano in IV.^o — ore 14.

Stefani Attilio Prof., insegnò Aritmetica in I.^o, II.^o e III.^o corso; storia naturale in I.^o, V.^o e VI.^o — ore 17.

Supancich Dr. Michele Prof., insegnò matematica in VII.^o corso, geometria descrittiva in V.^o e VII.^o; disegno a mano in II.^o — ore 20. Ginnastica ore 6.

S U P P L E N T I.

Ravalico Nicolò, abilitato per il magistero di lingua francese ed italiana; insegnò italiano in VI.^o corso, francese in V.^o, VI.^o e VII.^o, e tedesco in IV.^o — ore 15.

Zeni Nicolò, ha insegnato tedesco in I.^o, II.^o, V.^o, VI.^o e VII.^o, corso. — ore 18.

C A P I C L A S S E.

In I. ^o	corso	. . .	sig.	Supancich Dr. Michele
" II. ^o	"	. . .	"	Borri Luigi
" III. ^o	"	. . .	"	Morteani Luigi
" IV. ^o	"	. . .	"	Spadaro Don Nicolò
" V. ^o	"	. . .	"	Brumatti Antonio
" VI. ^o	"	. . .	"	Petronio Pietro
" VII. ^o	"	. . .	"	Nicolich Emanuele

II.

PIANO DIDATTICO

RELIGIONE.

I-IV Classe, in ogni Classe 2 ore per settimana. — *V-VII*
ore 1 per classe.

Meta d'insegnamento

- I^o Corso. Dal Catechismo maggiore le cose assolutamente necessarie a sapersi. Sviluppo delle stesse nella fede, speranza, carità e giustizia cristiana, con esempi tratti dalla sacra scrittura.
- II.^o „ Generalità intorno al culto cattolico: dei sacramenti e cerimonie relative: delle feste e delle cose sacre.
- III.^o „ La storia sacra del vecchio e nuovo testamento fino alla morte degli Apostoli. Geografia fisica e storica della Palestina.
- IV.^o „ La storia ecclesiastica. La Chiesa in relazione con la civiltà greca e latina, col sacro romano impero e coi singoli principi con particolare riflesso all'età degli scolari.
- V.^o „ Dogmatica generale. Della Religione: fonti: divina missione: la chiesa cattolica l'unica vera.
- VI.^o „ Dogmatica speciale. Di Dio Uno e Trino. La creazione — il peccato originale — il Redentore. Della grazia — dei Sacramenti — un'altra vita — il giudizio universale.

VII.^o Corso. Morale. Concetto e distinzione. Fondamenti di moralità — del male e del bene. Dei doveri di tutti gli uomini — e degli uomini secondo le loro relazioni su questa terra. Idea della perfezione e via da seguirsi per raggiungerla.

LINGUA ITALIANA.

Meta per la scuola reale inferiore. — Leggere e parlare correttamente; sicurezza nell'uso della lingua in iscritto senza errori di grammatica e d'ortografia; sicura cognizione della etimologia e della sintassi; apprendimento e corretta declamazione di pregevoli poesie.

Meta per la scuola reale superiore. — Destrezza nell'espone in ordine opportuno ed in stile corretto argomenti attinenti alla sfera dell'istruzione e dell'esperienza degli scolari; conoscenza d'una scelta di ciò che vi ha di più istruttivo nell'italiana letteratura, procuratasi per propria lettura; caratteristica dei generi principali delle forme prosaiche e poetiche, dedotta dagli esempi; cognizione dei tratti più importanti nelle biografie dei classici italiani.

I. Classe, 4 ore in settimana. — Le parti del discorso, le flessioni del nome e del verbo, la proposizione semplice, suo ampliamento indicato e spiegato con semplici esempi.

Esercizi ortografici. — Dettature eseguite dallo scolaro in iscuola e corrette a casa dal maestro.

Lettura. — Leggere con intendimento e con retto accento; spiegazione delle cose lette, discussione delle medesime in forma di dialogo; riproduzione delle cose lette a voce; imparare a memoria e porgere poesie spiegate e talvolta anche brani di prosa.

Temi italiani. — Riproduzione in iscritto di semplici racconti ovvero di brevi descrizioni. -- Ogni mese due temi domestici ed uno scolastico.

II. Classe, 3 ore in settimana. — Completamento delle forme grammaticali; ampliamento della teoria intorno alla proposizione semplice e complessa: Il nesso e l'ordine delle proposizioni nelle forme più facili.

Continuazione degli esercizi ortografici.

Tutto il resto come nella I. Classe.

Ogni 15 giorni un tema domestico, ogni 4 settimane uno scolastico.

III. Classe, 4 ore in settimana. — La proposizione ellittica e composta; varie specie delle proposizioni secondarie; restringimento delle medesime; discorso indiretto; il periodo.

Teoria dell' ortografia e dell' interpunzione.

Lettura. — Analisi accurata della connessione dei pensieri e dell'orditura di brani prosaici di qualche ampiezza; addestramento dell'acume intellettuale per la locuzione poetica e retorica; nello spiegare poesie classiche s' impartiscono notizie biografiche convenevoli e facili a capirsi intorno agli autori; esercizi nell' imparare a memoria e nel porgere.

Temi di diverso genere, in parte relativi all'istruzione impartita nella storia, nella geografia e nelle scienze naturali. I termini dei temi si di casa che di scuola come nella II. Classe.

IV. Classe, 3 ore in settimana. — Riepilogo di tutto l' insegnamento grammaticale. Comparazione dei vocaboli e delle loro famiglie con riguardo alla varietà di significato e di affinità a seconda della lettura; il più importante della prosodia e della metrica.

Lettura come nella III. Classe. — Nella scelta dei brani di lettura (da cui sono escluse le traduzioni di originali poesie latine e greche) si deve aver riguardo pure alla mitologia ed alle leggende eroiche degli antichi.

Esercizi di memoria e di declamazione.

Temi con riguardo agli scritti d' affare più frequenti nella vita civile.

I termini dei Temi come nella II. Classe.

V. Classe, 3 ore in settimana. — Lettura di poesie epiche e liriche come pure di brani prosaici di maggior estensione; nella scelta si prenderanno pure squarci caratteristici della letteratura classica antica. Nozioni elementari sulle forme e sui generi più importanti della poesia epica e lirica, sippure dei precipui componimenti in prosa a tenore ed in base alla lettura. — Esercizi nel declamare brani poetici e prosaici.

Temi di argomento concreto in relazione alla lettura ed a ciò che fu appreso nelle altre discipline. Principio dello speciale istradamento al retto comporre (da continuarsi nelle altre due classi superiori) dietro analisi di temi convenienti all' occasione in cui si assegnano e quando si ripassano i lavori inserito.

Temi da elaborarsi ordinariamente a casa, 6-7 per ogni semestre.

VI. Classe, 3 ore in settimana. — *Semestre I.* Lettura di varî canti della Gerusalemme liberata del Tasso con opportune osservazioni linguistiche ed estetiche; quadro intuitivo sulle diramazioni del ceppo linguistico indo-europeo e delle lingue romane; divisione della storia della letteratura italiana nei suoi principali periodi; notizie sull' origine e sullo sviluppo successivo del volgare italiano; pertrattazione dei grandi cicli romanzeschi, che somministrano la materia all' epopea cavalleresca. — *Semestre II.* Lettura di squarci prosaici e lirici tratti princi-

palmente dai classici più illustri dei vari secoli; una succinta e facile spiegazione dei punti principali della drammatica, quale preparazione a più profondo pertrattamento di quest'oggetto nell'ultima classe; esercizi nel declamare brani in poesia ed in prosa.

Temi come nella V. Classe, aumentando misuratamente le esigenze in riguardo a produzioni proprie. In ogni semestre 6-7 componimenti di regola quali lavori domestici.

VII. Classe, 3 ore in settimana. — Lettura come nel II. semestre della VI. Classe, inoltre la Divina Comedia di Dante e l'Adelchi del Manzoni.

Relazioni biografiche comparate sui principali corifei della letteratura classica in un modo eletto e circostanziato, corrispondente allo scopo della scuola.

Esercizi nel trattare a voce un argomento libero e premeditato.

Ogni Semestre 6-7 temi, per lo più quali lavori domestici.

LINGUA TEDESCA.

Meta d'insegnamento per la scuola reale inferiore. — Cognizione dell'intera teoria delle forme grammaticali e delle regole più importanti della sintassi, sufficiente prontezza nel tradurre dal tedesco nell'italiano e viceversa entro i limiti della materia trattata in iscuola.

Meta d'insegnamento per la scuola reale superiore. — Perfetta cognizione ed intendimento della teoria delle forme grammaticali e della sintassi; prontezza nel tradurre dal tedesco nell'italiano e dall'italiano nel tedesco; sufficiente speditezza nell'uso verbale della lingua tedesca; qualche esercizio nell'elaborare temi tedeschi liberi non troppo difficili; nozioni di maggior rilievo sulla storia della letteratura tedesca e cognizione delle più eminenti opere letterarie del secolo XVIII e XIX.

I. Classe, 5 ore in settimana. — Le regole della pronuncia e del retto leggere; il genere e le forme del sostantivo; l'aggettivo qualificativo, possessivo e dimostrativo; comparazione degli aggettivi; conjugazione dei verbi ausiliari; conjugazione del verbo debole; formazione dei tempi composti; elementi di ortografia; costruzione della proposizione semplice; frequenti esercizi di scrivere sotto dettatura; traduzione a voce ed in iscritto di proposizioni semplici dal tedesco in italiano e viceversa.

Brevi temi domestici secondo il bisogno; ogni 15 giorni un tema in iscuola.

II. Classe, 4 ore in settimana. — Continuazione della teoria delle forme; le parti inflessibili del discorso; la proposizione amplificata; della forma negativa e della forma interrogativa

della conjugazione; continuo aumento della copia di vocaboli; traduzioni ed esercizi nello scrivere come nella I Classe.

Brevi temi domestici, uno in iscuola ogni 15 giorni.

III. Classe, ore 4 in settimana. — Ripetizione e completamento della teoria delle forme grammaticali; i verbi forti, irregolari ed impersonali; le congiunzioni; teoria dei casi; traduzioni a voce ed in iscritto dal tedesco nell'italiano e viceversa; lettura di squirei più facili in prosa ed in poesia contenuti nel libro di lettura; tentare a riprodurre verbalmente i brani letti; imparare a memoria brevi pezzi di lettura; aumento della copia di vocaboli e frasi con riguardo ai verbi pertrattati.

Temi domestici come nella II. Classe; ogni mese un tema in iscuola.

IV. Classe, ore 3 in settimana. — Teoria dei modi e dei tempi; elementi della formazione e composizione dei vocaboli; comparazione dei medesimi e delle loro famiglie con riguardo al loro significato; traduzioni verbali ed in iscritto dal tedesco e viceversa; lettura di brani poetici e prosaici nel libro di lettura; riproduzione verbale come nella III. Classe; imparare a memoria brevi pezzi di lettura o piccole poesie.

Ogni 15 giorni un tema domestico alquanto lungo; ogni 4 settimane uno in iscuola.

V. Classe, 3 ore in settimana. — Ripetizione e completamento della sintassi; teoria dell'interpunzione; esercizi nel tradurre a voce ed in iscritto; le regole della prosodia e metrica; lettura di capolavori possibilmente completi della letteratura tedesca con speciale riguardo della prosa con brevi cenni biografici intorno ai relativi autori; imparare a memoria brevi brani di lettura; aumento continuo della copia di vocaboli e frasi; piccoli esercizi nel parlare attenendosi alla materia letta.

Ogni 15 giorni un lavoro domestico di maggior estensione (2-3 pagine); ogni 4 settimane un lavoro in iscuola.

VI. Classe, 3 ore in settimana. — Recapitulazione dell'insegnamento grammaticale; proposizioni composte ed elittiche; proposizioni secondarie, loro abbreviamento; locuzione indiretta; il periodo; esercizi stilistici; lettura di maggiori frammenti della prosa descrittiva e didascalica come pure di capolavori della poesia epica, lirica e didattica accompagnata da brevi cenni biografici sui relativi autori; esercizi nel parlare in relazione alla lettura.

Temi di casa e di scuola come nella V. Classe.

In via di esperimento si serve l'insegnamento della lingua tedesca.

VII. Classe, 3 ore in settimana. — Breve riassunto delle parti più importanti dell'insegnamento grammaticale; lettura di capolavori più lunghi di prosa rettorica, riflessiva o filosofico-

storica come pure di poesia drammatica, e permettendolo le circostanze, d'un dramma classico intero, colle nozioni biografiche relative agli autori; facili componimenti tedeschi e lettere preparate in iscuola; esercizi nel parlare.

Temi scolastici e domestici come nella V. Classe.

L'insegnamento si serve occasionalmente della lingua tedesca.

LINGUA FRANCESE.

Meta d'insegnamento. — Retta pronuncia; sicurezza nella teoria delle forme e perfetta conoscenza della sintassi; prontezza nel tradurre in italiano le opere men difficili francesi, come pure nel volgere dall'italiano in francese brani facili di prosa.

V. Classe, 3 ore in settimana. — Regole della pronuncia e del leggere compresa la teoria degli accenti; teoria delle parti flessibili del discorso, compresi i verbi irregolari che più frequentemente occorrono; regole sintattiche necessarie all'intelligenza dei più facili componimenti in prosa; esercizi di traduzione dal francese in italiano e viceversa; esercizi nello scrivere sotto dettatura semplici periodi francesi relativi alle cose spiegate o lette.

Ogni 15 giorni la traduzione di più proposizioni italiane nel francese qual tema di casa.

Nel II. semestre lettura di racconti facili in prosa.

VI. Classe, 3 ore in settimana. — Riepilogo e completamento della materia spiegata l'anno antecedente; teoria dei verbi irregolari distinti in gruppi secondo i vari mutamenti fonetici; parti inflessibili del discorso; nozioni generali sulla formazione dei vocaboli; sintassi delle varie parti del discorso; uso degli ausiliarii; teoria dei tempi e dei modi; reggimento del verbo. Esercizi di traduzione e dettatura; lettura di brani scelti in prosa ed in verso.

Ogni 15 giorni una traduzione di maggior estensione dall'italiano nel francese qual tema di casa.

VII. Classe, 3 ore in settimana. — Completamento della sintassi; regole sui participii; il periodo e le proposizioni elittiche.

Ogni mese come tema di casa una traduzione dall'italiano in francese e come tema di scuola uno d'ugual natura ovvero la traduzione di un brano difficile di francese in italiano; lettura di brani di prosa descrittiva e didattica come pure frammenti della poesia epica o didattica. Tentativi di riprodurre verbalmente in lingua francese le cose lette.

GEOGRAFIA E STORIA.

Meta d'insegnamento per la scuola reale inferiore. — Cognizione generale della natura della superficie terrestre e degli stati politici con particolare considerazione della monarchia austro-ungarica. Conoscenza dei più eminenti personaggi ed avvenimenti mitici e storici.

Meta per l'intera scuola reale. — Cognizione dei rapporti topici e dei più importanti fenomeni fisici sulla superficie terrestre. Etnografia e geografia di tutti i paesi della terra con speciale riguardo alla monarchia austro-ungarica. — Cognizione degli avvenimenti principali della storia esterna ed interna dei popoli più importanti a seconda della loro connessione prammatica con speciale riguardo dello sviluppo storico dell'Austria-Ungheria.

I. Classe, 3 ore in settimana. — Le forme principali della parte solida e liquida della terra, loro distribuzione e divisione; i confini politici delle parti terrestri e descrizione sinottica della superficie terrestre secondo la sua qualità naturale e divisione politica e ciò intuitivamente coll'uso della carta geografica. — Elementi fondamentali della geografia matematica e fisica inquantochè siano indispensabili per l'intendimento dei più semplici fenomeni e possano essere trattati in modo intuitivo.

II. Classe, 4 ore in settimana. — A. *Geografia, 2 ore.* — Geografia speciale dell'Africa e dell'Asia in riguardo fisico e topografico ed in relazione alle circostanze climatiche specialmente nel loro nesso colla vegetazione. — Geografia ed etnografia con riflesso all'origine, all'occupazione, alla vita commerciale e allo stato di coltura dei popoli in generale. — Prospetto della forma del suolo, dei territori fluviali, e dei paesi europei. — Geografia speciale dei paesi dell'Europa occidentale e meridionale nel modo accennato.

B. *Storia, 2 ore.* — Storia dell'evo antico e specialmente dei Greci e Romani con particolare rilievo della materia mitica e biografica.

III. Classe, 4 ore in settimana. — A. *Geografia, 2 ore.* — Geografia speciale degli stati rimanenti d'Europa con eccezione della Monarchia austro-ungarica, nel modo sopra indicato.

B. *Storia, 2 ore.* — Storia del medio evo con continua riflessione ai momenti della storia patria.

IV. Classe, 4 ore in settimana. — A. *Geografia, 2 ore.* — Geografia speciale dell'America, dell'Australia e della Monarchia austro-ungarica con riguardo ai rapporti costituzionali dell'Impero.

B. *Storia, 2 ore.* — Prospetto storico dell'evo moderno con pertrattazione dettagliata della storia austriaca.

Osservazione 1.^a — In tutte le classi viene praticato il disegno di carte, parte in forma di abbozzi di singoli oggetti fatti a mano libera e valendosi della memoria, parte con rappresentazioni schematiche parte quali carte geografiche nella forma più semplice eseguite dietro la rete dei gradi.

Osservazione 2.^a — Nelle classi V, VI e VII, la geografia non compare più come oggetto speciale, ma è unita all'insegnamento storico, dove entra quale ripetizione e completamento dell'istruzione impartita nelle classi inferiori, in occasioni offerte da qualsiasi incidente e principalmente come base alla spiegazione dei fatti storici.

V. Classe, 3 ore in settimana. — Storia dell'evo antico particolarmente dei Greci e Romani e con speciale rilievo dei momenti della storia della coltura e con continuo riguardo alla geografia.

VI. Classe, 3 ore in settimana. — Storia del medio evo e dell'evo moderno sino alla pace di Westfalia trattata in egual modo e con speciale riguardo alla Monarchia austro-ungarica.

VII. Classe, 3 ore in settimana. — Storia dell'evo moderno dalla pace di Westfalia in poi coll'istesso metodo. — Breve prospetto della statistica dell'Austria-Ungheria con speciale riguardo ai rapporti costituzionali.

M A T E M A T I C A.

Meta d'insegnamento. — Cognizione fondata e sicura appropriazione della matematica elementare.

I. Classe, 3 ore in settimana. — Sistema decadico dei numeri; le quattro prime operazioni fondamentali con numeri astratti e con numeri incomplessi con e senza frazioni decimali; spiegazione del sistema metrico di misura e peso; principî della divisibilità dei numeri; massimo comune divisore e minimo comune multiplo; frazioni ordinarie; riduzione delle frazioni ordinarie in frazioni decimali e viceversa; calcolo con numeri complessi.

II. Classe, 3 ore in settimana — Moltiplicazione e divisione abbreviata; calcoli con frazioni decimali periodiche ed incomplete con riguardo alle abbreviazioni necessarie; il più importante della dottrina sulle misure e sui pesi, sulle valute e sulle monete; riduzione di misure, pesi e monete; calcolo conclusionale (riduzione all'unità) applicato a problemi semplici e composti; teoria dei rapporti e delle proporzioni, loro applicazioni; regola del tre, regola di catena, calcolo del per cento, dell'interesse semplice, dello sconto e della scadenza; i conti di società e riparto, il calcolo del valore medio e delle allegazioni.

III. Classe, 3 ore in settimana. — Le quattro operazioni fondamentali con quantità algebriche semplici e composte; innalzamento di quantità algebriche semplici e composte come pure di numeri decadici alla seconda e terza potenza; estrazione della radice quadrata e cubica dei numeri decadici; continuazione degli esercizi nel calcolo con numeri particolari onde ripetere la materia insegnata nelle classi precedenti con speciale applicazione ai problemi di conteggio occorrenti nei rapporti della vita commerciale; calcolo dell'interesse composto.

IV. Classe, 4 ore in settimana, — *Aritmetica generale.* — Spiegazione scientifica delle prime quattro operazioni algebriche; teoremi fondamentali sulla divisibilità dei numeri; teoria del massimo comune divisore e del minimo multiplo colla sua applicazione a quantità composte; teoria delle frazioni ordinarie trasformazione di frazioni comuni in frazioni decimali e viceversa; insegnamento dettagliato e fondato del calcolo con frazioni decimali e particolarmente della moltiplicazione e divisione abbreviata; teoria dei rapporti e delle proporzioni colle loro applicazioni; equazioni del primo grado con una e più incognite con applicazione a problemi d'importanza pratica.

V. Classe, 5 ore in settimana. — A. *Aritmetica generale.* — Frazioni continue; equazioni indeterminate del primo grado; teoria delle potenze e delle quantità radicali ed in specie la quadratura e cubatura delle quantità composte come pure l'estrazione della seconda e terza radice da quantità algebriche composte e da numeri decadici; teoria dei logaritmi e loro relazione colla dottrina delle potenze; il sistema dei logaritmi di Brigg; costruzione ed uso delle tavole logaritmiche; equazioni del secondo grado ad una incognita.

B. *Planimetria trattata dal lato puramente scientifico.* — Concetti fondamentali della geometria; la linea retta, gli angoli, loro specie e misurazione; linee parallele; il triangolo e le sue proprietà fondamentali; congruenza dei poligoni; poligoni regolari; pertrattazione dettagliata del quadrilatero. — Segmenti proporzionali e somiglianza delle figure, cioè: somiglianza dei triangoli o proprietà del triangolo, che ne derivano; somiglianza dei poligoni. — Superficie di figure rettilinee, loro trasformazione e divisione. — La teoria del cerchio, poligoni regolari inscritti e circoscritti al cerchio; ciclometria.

VI. Classe, 5 ore in settimana. — A. *Aritmetica generale:* Progressioni aritmetiche e geometriche; applicazioni al calcolo dell'interesse composto e delle rendite; teoria delle combinazioni; teorema binomiale per esponenti interi e positivi; soluzione di quelle equazioni di grado superiore, che si possono ridurre a equazioni quadratiche; equazioni del secondo grado con più incognite; equazioni esponenziali. Esercizi continuati nell'uso delle tavole logaritmiche; soluzione di alcuni dei più semplici casi di equazioni diofantiche del 2° grado a due incognite.

B. *Geometria*. — 1.^o *Goniometria*: Concetto delle funzioni goniometriche; relazioni reciproche delle funzioni dello stesso angolo e di diversi angoli che trovansi vicendevolmente in un determinato rapporto, nonchè di angoli semplici e di tali che di semplici si compongono; uso delle tavole logaritmiche. — Alcuni problemi di equazioni goniometriche. — 2.^o *Trigonometria piana*: Teoremi principali per la risoluzione del triangolo rettangolo e sviluppo speciale dei rispettivi casi principali; applicazione alla risoluzione dei triangoli isosceli e dei poligoni regolari. — Teoremi principali per la risoluzione dei triangoli obliquangoli; applicazione ad alcuni casi combinati ed a problemi della ciclometria e della geometria pratica. — 3.^o *Stereometria*: I teoremi più importanti relativamente alla posizione vicendevole delle linee rette nello spazio fra loro e rispettivamente ad un piano, ed intorno alla reciproca posizione di piani fra di loro; proprietà fondamentale dell'angolo solido in generale e dell'angolo triedro in particolare; congruenza e simmetria. — Divisione dei corpi; proprietà fondamentali e congruenza dei prismi in generale e particolarmente dei parallelepipedo, nonchè delle piramidi. — Calcolo della superficie e del volume dei prismi, delle piramidi, del tronco piramidale e del prisma-toide. — Somiglianza delle piramidi e dei poliedri; i poliedri regolari. — Proprietà fondamentali del cilindro, del cono, della sfera; calcolo del volume di questi corpi e della superficie del cilindro e del cono e del cono tronco retto e della sfera; alcuni problemi intorno al calcolo della superficie e del volume di corpi di rotazione.

VII. Classe, 5 ore in settimana. — A. *Aritmetica generale*: Teoremi fondamentali del calcolo di probabilità; soluzione di alcuni problemi sul calcolo dell'assicurazione della vita. — Decomposizione di quantità immaginarie nella loro parte reale ed immaginaria, il calcolo del modulo e dell'argomento e la rappresentazione grafica di quantità complesse.

B. *Geometria*. — 1.^o *Elementi della geometria analitica piana*: Quale introduzione alcunchè intorno all'applicazione dell'algebra alla geometria. — Spiegazione dei sistemi di coordinate più usati; trasformazione delle coordinate; pertrattazione analitica della retta, del cerchio della parabola, dell'elisse e dell'iperbole: ognuna di queste curve viene trattata particolarmente prendendo per base la sua speciale proprietà fondamentale e si restringe l'insegnamento a quelle proprietà importanti di queste curve, che si riferiscono ai fochi, tangenti e normali e ciò sempre in relazione ad un sistema di coordinate ortogonali. Quadratura della parabola e dell'elisse. — Equazione polare del cerchio e di ognuna delle coniche ammettendo per polo il foco e per asse polare l'asse principale. — 2.^o *Trigonometria sferica*: A modo d'introduzione si spiegano le più importanti proprietà fonda-

mentali del triangolo sferico (il triangolo polare). — Formule fondamentali e pertrattazione dei casi principali riguardanti la risoluzione del triangolo sferico rettangolo e dei triangoli obliquangoli; area del triangolo sferico. — Applicazione della trigonometria sferica alla stereometria ed alla risoluzione di alcuni problemi elementari della geografia matematica quali sarebbe il disegno delle diverse specie delle carte geografiche terrestri e marittime ovvero anche alla risoluzione di alcuni dei più semplici problemi dell' astronomia sferica.

Ripetizione di tutta la materia dell' insegnamento aritmetico e geometrico delle classi superiori e ciò di preferenza in modo pratico colla risoluzione di problemi d' esercizio.

STORIA NATURALE.

Meta d' insegnamento per la scuola reale inferiore. — Cognizione delle forme più importanti del mondo organico ed inorganico fondate sull' osservazione e sopra esercizi nel distinguere queste forme l' una dall' altra.

Meta d' insegnamento per la scuola reale completa. — Prospetto sistematico dei gruppi di animali e di piante basato sulla conoscenza dei più importanti fatti desunti dalla loro anatomia, fisiologia e morfologia; cognizione delle forme e proprietà dei minerali di maggior importanza come pure dei fatti più salienti della geologia.

I. Classe, 3 ore in settimana. — Istruzione intuitiva e cioè nel I.^o *Semestre: animali vertebrati*, a preferenza mammiferi ed uccelli; una scelta opportuna di forme appartenenti alle altre classi. — *II.^o Semestre: animali invertebrati*, a preferenza articolati con speciale riguardo agli insetti; alcune forme più note ed importanti dei molluschi e dei raggiati.

II. Classe, 3 ore in settimana. — Istruzione intuitiva e cioè nel I. *Semestre: Mineralogia.* — Osservazioni e descrizione d' un numero limitato di specie di minerali senza speciale riguardo alla sistematica; a tempo opportuno dimostrazione delle forme più comuni delle rocce. — *II.^o Semestre: Botanica.* — Osservazioni e descrizione d' una certa quantità di fanerogame di ordini diverse; successivo inviamiento al comprendimento di alcune famiglie naturali; considerazione di alcune forme di crittogame.

V. Classe, 3 ore in settimana. — *Zoologia:* Il più importante intorno all' anatomia dell' uomo ed alle funzioni dei suoi organi; pertrattazione delle classi dei vertebrati e dei gruppi più eminenti degli animali invertebrati con riflesso ai rapporti anatomici, morfologici ed embriologici però con omissione di ogni dettaglio non necessario.

VI. Classe, 2 ore in settimana. — Botanica: Considerazione dei gruppi del regno vegetale nel loro ordine naturale con riguardo alla loro anatomia e morfologia nonchè alle funzioni vitali della pianta in generale; dovrassi sviluppare il carattere delle principali famiglie delle piante ommettendo ogni dettaglio sistematico non necessario.

VII. Classe, 3 ore in settimana. — I. Semestre: Mineralogia. — Breve esposizione della cristallografia indi pertrattazione dei minerali più importanti con riguardo ai loro rapporti fisici, chimici ovvero in altro modo istruttivi dietro un determinato sistema, però con omissione di tutte le forme rare ovvero non accessibili all'osservazione degli scolari. — *II. Semestre: Elementi di Geologia.* — Esposizione breve e compendiosa dei cambiamenti fisici e chimici in grande in base ad esempi adattati; le rocce più comuni ed i rapporti più essenziali dell'architettura, possibilmente con illustrazione sopra esempi locali; breve descrizione delle epoche geologiche con frequenti confronti delle forme di animali e di piante fossili colle forme viventi con accenni occasionali ai rapporti di discendenza degli organismi.

FISICA.

Meta d'insegnamento per la scuola reale inferiore. — Cognizioni dei più importanti fenomeni naturali che si possono dimostrare mediante l'esperimento, e delle loro leggi con riguardo a qualche pratica applicazione.

Meta d'insegnamento per la scuola reale completa. — Intendimento dei fenomeni naturali di maggior rilievo ottenuto in via dell'esperimento e dell'osservazione con applicazione del calcolo inquantochè vi bastano le cognizioni della matematica elementare.

III. Classe, 3 ore in settimana. — Proprietà generale dei corpi: estensione, impenetrabilità, divisibilità (molecola), porosità, gravità (peso assoluto, il più importante intorno alla forza di gravità, alla gravitazione ed alla pressione atmosferica).

Proprietà particolari: stato d'aggregazione, coesione, adesione, elasticità. — *Calorico:* cambiamento di volume, termometri, propagazione del calorico per contatto, calorico specifico, capacità di calorico, cangiamento dello stato d'aggregazione, calorico latente e libero, breve esposizione del più importante intorno all'irradiazione del calorico. — *Magnetismo:* calamita naturale, calamita artificiale, azione d'una calamita sopra un'altra, magnetizzazione per induzione e con strofinamento; il magnetismo terrestre, declinazione, bussola. — *Elettricità:* a) *Elettricità di strofinamento:* stato elettrico, elettrizzazione mediante comunicazione ed influenza, elettroscopio, apparati condensatori, elettroforo, macchina elettrica semplice. — b) *Galva-*

nismo: pile ad un liquido (a due liquidi si spiegherà soltanto quella pila, di cui eventualmente viene fatto uso negli esperimenti), effetti calorifici della corrente galvanica, spiegazione del processo elettrolitico (decomposizione dell'acqua, galvanoplastica); effetti magnetici della corrente (regola d'Ampère), elettro-calamite, esperimenti fondamentali sull'induzione elettro-dinamica e magneto elettrica; deduzione sperimentale delle leggi fondamentali della termoelettricità.

IV. Classe, 3 ore in settimana. — *Meccanica*: Moto rettilineo, parallelogramma del moto, parallelogramma delle forze, decomposizione delle forze con riguardo a casi speciali, che nell'insegnamento si presentano, definizione della forza quale prodotto della massa e dell'accelerazione, moto nella caduta libera, ampliamento della dottrina della gravità, centro di gravità, la leva ed il giogo della bilancia, pendolo semplice; moto centrale, moto di proiezione, forza centrifuga. Impedimenti al moto. — Dimostrazione sperimentale di rapporti statici nelle macchine semplici. — Dimostrazione sperimentale delle leggi idrostatiche fondamentali, principio d'Archimede, peso specifico, densità relativa, areometri a scala. — Celerità di efflusso, pressione di reazione (ruota di Segner). — Esperimento di Torricelli, barometri, legge di Mariotte, macchina pneumatica, tensione dei vapori, macchina a vapore.

Acustica: Origine del suono, elementi della dottrina delle ondulazioni, celerità di propagazione, riflessione; origine dei toni musicali in generale, misura per l'altezza del tono, scala diatonica, produzione dei toni con corde, verghes, lamine e canne, risonanza, organo della voce e dell'udito.

Ottica (geometrica): propagazione rettilinea della luce, ombre, fotometri, leggi di riflessione, riflessione negli specchi, rifrazione della luce, dispersione; lenti, dimostrazione e costruzione delle immagini della lente biconvessa e biconcava; camera oscura, occhio, condizioni della visione distinta, occhiali, la visione binoculare e stereoscopica, limite della visibilità, microscopio semplice e composto, microscopio solare, cannocchiali diottrici. — Rappresentazione oggettiva dello spettro solare, linee di Fraunhofer.

Calorico raggianti: divisione dello spettro in riguardo all'estensione dei raggi calorifici, luminosi e chimici, corpi diatermani ed atermi, riflessione del calorico negli specchi.

VI. Classe, 3 ore in settimana. — *Introduzione*: Definizione e metodo della fisica; completamento della materia esposta nelle classi inferiori intorno alle proprietà generali, molecola, atomo; stadi di aggregazione, coesione, adesione, elasticità e tenacità.

Meccanica: Statica del punto materiale e di sistemi rigidi con due e più punti d'applicazione, momento statico, centro di

gravità, coppia di forze. Leggi della stabilità, condizione dell'equilibrio d'un corpo grave su d'un piano inclinato sotto l'influenza dell'attrito; coefficiente dell'attrito. — Dinamica del punto materiale, lavoro meccanico, forza viva; moto di oscillazione d'un punto materiale, moto curvilineo, forza centrifuga, moto di proiezione. — Dinamica di sistemi rigidi; i teoremi più facili del centro di gravità, i teoremi più generali del momento d'inerzia. — Pendolo fisico; le macchine semplici, dimostrazione del principio del moto virtuale p. e. alla leva ed al piano inclinato, applicazione del medesimo alla bilancia decimale. I fenomeni di maggior rilievo, che derivano dalla rotazione terrestre (stiacciamento, diversità della gravità, flusso e riflusso). — Compressibilità dei liquidi, tensione alla superficie e fenomeni capillari (spiegazione mediante costruzione geometrica). — Pressione idrostatica, spinta, condizioni di stabilità (metacentro), areometri a scala, celerità di efflusso. — Pressione dell'aria, barometri, legge di Mariotte e Gay-Lussac e fenomeni relativi; teoria dinamica sulla natura dei gas. Altimetria barometrica: perdita di peso dei corpi nell'aria. Efflusso dei gas, diffusione.

Dottrina delle ondulazioni: Moto ondulatorio longitudinale e trasversale, principio di Huyghens, i teoremi più comuni della riflessione, rifrazione ed interferenza.

Acustica: Produzione del suono, determinazione dell'altezza dei toni, scala diatonica, legge della vibrazione delle corde, verghe, lamine e delle colonne d'aria (deduzione della velocità di propagazione da toni prodotti da canne), riflessione ed interferenza del suono, toni di combinazione, colorito del suono, organo della voce e dell'udito.

VII. Classe, 4 ore in settimana. — Magnetismo: Concetto del magnetismo, i poli della calamita, costituzione d'una calamita, momento magnetico d'una verga, intensità orizzontale del magnetismo terrestre, apparato di Weber, variabilità del magnetismo terrestre.

Elettricità: Produzione dell'elettricità, legge di Coulomb, influenza apparati di condensazione, pile costanti, leggi elettrolitiche, unità chimica della corrente, legge di Ohm, unità di resistenza di Siemens, proporzionalità dell'azione chimica e magnetica: unità elettro-magnetica della corrente di Weber, bussola delle tangenti di Weber, teoria del magnetismo di Ampère. — Induzione magneto-elettrica ed elettro-dinamica. Leggi principali dei fenomeni diamagnetici e della termo-elettricità. Le più importanti applicazioni tecniche sul campo dell'elettricità e del magnetismo.

Ottica: a) *Otticageometrica*: Propagazione rettilinea della luce, fotometria, riflessioni in specchi piani e sferici, sestante

(goniometro di riflessione), rifrazione della luce nel prisma e nelle lenti, costruzione e calcolo delle immagini prodotte da lenti. Dispersione della luce, linee di Fraunhofer, analisi spettrale. — L'occhio, i microscopi ed i cannocchiali.

b) *Ottica fisica*: Spiegazione dei metodi per la misurazione della celerità di propagazione, relazione della velocità di propagazione in due mezzi alla rifrazione giusta l'ipotesi di Newton e Huyghens. Leggi generali dell'interferenza della luce: esperimento di Fresnel, prisma d'interferenza, spettro di reticoli. Polarizzazione della luce per riflessione (Nürrenberg), per rifrazione semplice (prima di Nicol); rifrazione doppia, polarizzazione per doppia rifrazione, deviazione del piano di polarizzazione, saccharimetro. — Fluorescenza, fosforescenza, effetti chimici della luce.

Dottrina del calorico: termometri, coefficiente di dilatazione, correzioni della temperatura, termometro ad aria: quantità del calorico, unità di calorico, capacità di calorico. — Cambiamento dello stato d'aggregazione, proprietà di vapori saturi in confronto coi vapori soprarisaldati, determinazione della densità dei vapori; applicazione della legge di Mariotte a vapori non saturi (soprarisaldati). igrometria, macchina a vapore. — Propagazione del calorico per contatto (esperimenti di Desprez), irradiazione del calorico. — Qualche esposizione intorno all'esistenza della teoria meccanica del calorico.

Astronomia: Moto giornaliero della sfera celeste, azimut ed altezza, angolo orario e declinazione. — Moto progressivo della terra, ascensione retta e declinazione, longitudine e latitudine; fenomeni, che vengono spiegati colla combinazione del moto progressivo e rotatorio della terra, precessione degli equinozi, calendario: moto della luna. — Generalizzazione delle leggi della gravità terrestre, moto planetario, comete, stelle fisse (aberrazione).

CHIMICA.

Meta d'insegnamento: Intendimento ottenuto in via sperimentale dei processi che producono cambiamenti della materia, delle condizioni, sotto le quali avvengono, e delle leggi che seguono. Nozioni generali sugli elementi chimici e sulle loro combinazioni con ispeziale riguardo alla loro presenza ed importanza nella natura come pure alla loro applicazione industriale.

IV. Classe, 3 ore in settimana. Parte preparatoria. — Rivista dei più importanti fenomeni e processi fisico-chimici. — Caratteristica succinta degli elementi e delle diverse specie di combinazioni che ne nascono.

V. Classe, 3 ore in settimana. Chimica speciale, I. parte: Chimica anorganica.

VI. Classe, 3 ore in settimana. *Chimica speciale, II. parte*: Chimica delle combinazioni del carbonio. (*Chimica organica.*) — Teoremi della chimica generale; costituzione delle combinazioni chimiche. — Ad esercizi pratici (nel laboratorio) possono venire ammessi soltanto scolari provetti delle ultime due classi della scuola reale superiore e ciò fuori delle ore obbligate d'insegnamento.

GEOMETRIA E DISEGNO GEOMETRICO E GEOMETRIA DESCRITTIVA

Meta d'insegnamento per le classi della scuola reale inferiore: cognizione dei teoremi più importanti e delle loro applicazioni nella dottrina della costruzione geometrica; destrezza nel disegno lineare.

Meta d'insegnamento per la scuola reale completa: Cognizione dei principali teoremi e problemi della teoria delle proiezioni ed abilità sicura nell'applicarli alla teoria delle ombre ed alla rappresentazione di semplici oggetti tecnici.

II. Classe, 3 ore in settimana. a) *Geometria*: Elementi della planimetria sino al calcolo delle superficie. b) *Disegno geometrico*: Esercizi nell'uso degli strumenti del disegno lineare; esercizi nel disegno di costruzioni relative alla materia d'insegnamento, pertrattata nella planimetria e con riguardo alle semplici forme ornamentali.

III. Classe, 3 ore in settimana. a) *Geometria*: figure equivalenti e loro trasformazione; calcolo delle superficie con applicazione della materia dell'insegnamento matematico pertrattato nella III. Classe; applicazione delle operazioni algebriche fondamentali alla soluzione di semplici problemi planimetrici. b) *Disegno geometrico*: Gli esercizi di costruzione della II. Classe si continuano e si completano con riguardo alla materia di geometria insegnata e vi si aggiungono applicazioni d'ornamento relative a casi ed esempi della pratica tecnica.

IV. Classe, 3 ore in settimana. a) *Geometria*: Elementi di stereometria; posizione reciproca di rette e piani con riflesso ai bisogni dell'insegnamento della geometria descrittiva, prisma, piramide, cilindro, cono e sfera; determinazione della superficie e del volume di questi corpi. b) *Disegno geometrico*: Spiegazione e costruzione delle coniche, sviluppo elementare delle principali loro proprietà ed applicazione delle medesime alle costruzioni delle tangenti. Rappresentazione del punto, della retta e dei comuni corpi geometrici, come pure dei semplici oggetti tecnici mediante due proiezioni ortogonali e ciò in base a semplice intuizione ed in connessione alla rispettiva materia dell'istruzione stereometrica.

V. *Classe*, 3 ore in settimana. Ripetizione dei teoremi più importanti relativamente alla reciproca posizione delle rette e dei piani. — Pertrattazione dei problemi elementari della geometria descrittiva sulla proiezione ortogonale con riflesso alla determinazione dell'ombra portata di linee limitate e di figure piane supponendo specialmente raggi paralleli.

VI. *Classe*, 3 ore in settimana. Proiezione ortogonale di piramidi e prismi, intersezioni piane e reti di questi corpi, determinazione delle ombre. — Il più importante intorno alla rappresentazione delle curve. — Rappresentazione delle superficie cilindriche, coniche e di rotazione, limitando queste ultime alle curve di 2. ordine; sezioni piane e piani tangenti come pure esempi semplici dell'intersezione reciproca di queste superficie. — La determinazione del contorno dell'ombra propria e dell'ombra portata.

VII. *Classe*, 3 ore in settimana. Completamento della materia d'insegnamento e d'esercizio della V. e VI. Classe relativamente ai problemi di contatto ed alle costruzioni delle ombre, elementi della prospettiva lineare ed applicazione dei medesimi al disegno prospettico di corpi geometrici e di semplici oggetti tecnici. — Ripetizione delle parti più importanti dell'intera materia.

DISEGNO A MANO LIBERA.

(secondo l'ordinanza ministeriale del 9 agosto 1873 N. 6708, D.)

Meta d'insegnamento. Abilità nel percepire e rappresentare oggetti tecnici dietro le leggi della prospettiva; destrezza nel disegno ornamentale ed intendimento del medesimo in riguardo allo stile: rappresentazione corretta delle forme del viso umano. In generale: intendimento delle forme ed educazione del buon gusto.

Primo grado d'insegnamento. I. *Classe*, 6 ore in settimana. II. *Classe*, 4 ore in settimana. Insegnamento intuitivo; si disegnano a mano libera forme geometriche piane dietro disegni eseguiti dal maestro in tabella ed accompagnati da spiegazioni necessarie all'intendimento, cioè: linee rette e curve, angoli, triangoli, poligoni, cerchi, ellissi, combinazioni di queste figure. — L'ornamento geometrico; elementi dell'ornamento piano. — Disegno a mano libera di forme geometriche piane e nello spazio secondo le norme della prospettiva, eseguito sopra adattati modelli di filo di ferro e di legno nel seguente ordine: linea retta e curva, poligoni, cerchi, corpi stereometrici e loro combinazioni: semplici oggetti tecnici. — Nella I. *Classe* gli esercizi di disegno trattano delle forme geometriche piane, dell'ornamento geometrico e finalmente degli elementi dell'ornato

piano. — La parte teoretica dell' insegnamento, la teoria delle forme deve però venir ulteriormente continuata e si finisce colla spiegazione dei corpi (stereometria). Durante queste spiegazioni si deve evitare qualsiasi esercizio di disegno; gli occorrenti concetti vengono sviluppati con idonei mezzi intuitivi. — Nella II. Classe l' istruzione incomincia colla spiegazione dei principi fondamentali della prospettiva facendo uso dei relativi apparati; il disegno dietro modelli in filo di ferro ed in legno segue nel modo prescritto. — Il disegno dell' ornamento piano dietro esemplari in tabella deve succedere in modo progressivo (elementare) ai primi esercizi di disegno dietro modelli di legno. — Gli scolari divisi in due gruppi, devono venire occupati alternativamente nel disegno dietro modelli e in quello d' ornato piano.

Secondo grado d' insegnamento. III. e IV. Classe, 4 ore in settimana. Esercizi nel disegno ornamentale dietro disegni fatti dal maestro in tabella, poi dietro esemplari in colori e policromi; lo scolare è in tale occasione in modo debito da istruire intorno allo stile dell' ornato. — Studi dietro ornamenti plastici, come pure dietro idonei esemplari ornamentali di maggior difficoltà, introducendo pure occasionalmente nella sfera degli esercizi la figura umana ed animale. — Esercizi di disegno a memoria e continuazione della rappresentazione di oggetti tecnici nella prospettiva.

Terzo grado d' insegnamento. V. Classe 4, ore. VI. Classe, 2 ore, VII. Classe, 4 ore in settimana. Si pertrattano le proporzioni del viso e del capo umano e se ne fanno i relativi esercizi a contorno dietro i disegni del maestro in tabella. Studi di viso e testa dietro adattati modelli di gesso. — Continuazione degli esercizi nel disegno ornamentale e libera riproduzione degli oggetti di disegno dalla memoria a seconda del disponibile tempo e della capacità dello scolare. — Nell' esecuzione dei disegni si deve rivolgere speciale attenzione onde ottenere contorni corretti, poi deve venire istruito lo scolare intorno alle principali maniere di rappresentazione ed in ispecie gli deve venir insegnato il maneggio del pennello. — Con giusto apprezzamento del principio, essere il disegno uno dei più potenti mezzi di coltura, si deve prendere in ispeciale considerazione (su tutti i gradi dell' insegnamento e specialmente nell' esegui-mento del disegno) l' individualità dello scolare e la sua capacità.

CALLIGRAFIA.

Meta d' insegnamento: Appropriazione d' una scrittura leggibile e di bell' aspetto. — I, II. ed eventualmente III. Classe un ora in settimana. Scrittura corrente italiana e tedesca; carattere rotondo.

PROSPETTO

delle ore d'insegnamento

Materie d'insegnamento	C O R S I							Somma
	I	II	III	IV	V	VI	VII	
Religione	2	2	2	2	1	1	1	11
Italiano	4	3	4	3	3	3	3	23
Tedesco	5	4	4	3	3	3	3	25
Francese	—	—	—	—	3	3	3	9
Geografia	3	2	2	2	—	—	—	9
Storia	—	2	2	2	3	3	3	15
Matematica	3	3	3	4	5	5	5	28
Storia naturale	3	3	—	—	3	2	3	14
Fisica	—	—	3	3	—	4	4	14
Chimica	—	—	—	3	3	3	—	9
Geometria (e descrittiva)	—	3	3	3	3	3	3	18
Disegno a mano	6	4	4	4	4	2	4	28
Calligrafia	1	1	—	—	—	—	—	2
Ginnastica	2	2	2	2	2	2	2	14
Somma	29	29	29	31	33	34	34	219

III.

ELENCO DEI LIBRI DI TESTO

dei quali si fece uso.

DOTTRINA RELIGIOSA.

- I Corso — Catechismo maggiore.
- II " — P. Cimadomo — Catechismo del culto cattolico.
- III " — Schuster — Storia Sacra dell' Antico e del Nuovo Testamento.
Favento — Geografia di terra santa.
- IV " — Martin — parte IV. Storia della Chiesa.
- V " — Wappler — parte I.
- VI " — Idem — parte II.
- VII " — Idem — parte III.

LINGUA ITALIANA.

- I e II Corso — Demattio J. — Grammatica elementare.
- I " — Libro di lettura per le classi dei Ginnasi inferiori parte I.
- II " — Idem parte II.
- III e IV " — Demattio J. — Sintassi della lingua italiana
- III " — Libro di lettura per i ginnasi inferiori parte III
- IV " — Idem parte IV.
- V " — Carrara — Antologia parte I.
- VI " — Idem parte II.
— Tasso — Gerusalemme liberata.
- VII " — Dante — Divina commedia.
— Carrara — Antologia parte III.

LINGUA TEDESCA.

- I, II e III Corso — Clauss — Nuova Grammatica della lingua tedesca. Ediz. 1877.
- IV " — Fritsch M. — Grammatica della lingua tedesca. Ediz. 1876 (viene adoperata fino al VII corso).
- Clauss — Libro di lettura — Antologia Tedesca parte I. ediz. 1877.
- V, VI e VII " — Noë Enrico — Antologia tedesca.

LINGUA FRANCESE.

- V, VI e VII Corso — Ahn — Grammatica.
- Plöetz — Lectures choisies.

GEOGRAFIA E STORIA.

- I e II Corso — Klunn — parte I. ediz. IV.
- Kozenn — Atlante scolastico di geografia fisica e politica — ediz. italiana.
- Vogel — Atlante di carte mute.
- II " — Welter — Storia dell' Eyo antico — ediz. 1877.
- III " — Klunn — Geografia universale, parte III. ediz. 1879.
- Kozenn — Atlante come sopra.
- Welter — Storia del medio evo — ediz. 1879.
- Spruner — Atlante storico geografico.
- IV " — Hannak — Compendio di storia, geografia e statistica della Monarchia Austro-Ungarica.
- Kozenn — Atlante come sopra.
- Pütz G. — Storia parte III per le classi inferiori (ediz. anteriore al 1873).
- Spruner — Atlante come sopra.
- V " — Pütz — Storia Universale parte I. Eyo antico, per le classi superiori — ediz. 1857.
- Spruner — Atlante come sopra.
- VI " — Pütz — parte II. medio evo, per le classi superiori — ediz. 1857.

VII Corso — Putz — parte III. Evo moderno, per le classi superiori — ediz. 1858.

— Sprüner.

— Hannak.

MATEMATICA.

I—IV Corso — Močnik — Trattato di Aritmetica ad uso delle classi inferiori delle scuole medie, ediz. 1877.

— Močnik — Elementi di Geometria ad uso delle classi inferiori — ediz. 1877.

V—VII „ — Močnik — Manuale di Aritmetica ed Algebra per le classi superiori delle scuole medie, ediz. 1878.

— Močnik — Geometria per le classi superiori.

— Wittstein — Planimetria, Stereometria e Trigonometria; traduzione italiana di S. Scarizza.

— Močnik — Tavole logaritmiche-trigonometriche; traduzione italiana.

GEOMETRIA DESCRITTIVA.

V, VII, e VIII Corso — Per ora scritti del Docente.

STORIA NATURALE.

I Corso — Pokorny — Regno animale — ediz. 1876.

II „ — „ — Regno minerale — ediz. 1877.

„ — „ — Regno vegetale — ediz. 1876.

V „ — Schmarda — Elementi di Zoologia.

VI „ — Bill — Botanica — traduzione Lanza.

VII „ — Bonizzi-Mineralogia — 1877.

FISICA.

III e IV Corso — Vlacovich — Elementi di fisica sperimentale — 1880.

VI e VII „ — Ganot — Elementi di fisica.

„ — Münch — Trattato di fisica.

CHIMICA.

IV e VI Corso — Roscoe — Lezioni di Chimica elementare.

DISEGNO A MANO LIBERA.

Gli esemplari ed i modelli della Scuola.

GEOMETRIA DESCRITTIVA.

STORIA NATURALE.

FISICA.

IV.

TEMI

nella lingua d'insegnamento elaborati nei tre corsi superiori.

V. CORSO

Il pescatore
I Fenici e il loro commercio.
Differenza fra la legislazione di Licurgo e quella di Solone.
Tristi effetti di una cattiva educazione.
Il mare.
Cause e conseguenze della guerra del Peloponneso.
Importanza dei giuochi nazionali presso i Greci.
Importanza dell'Ossigeno.
Orazione di Attilio Regolo nel senato di Roma.
Il Ferro
Sii fedele alla fatta promessa.
La macchina a vapore.

VI. CORSO.

Influenza del mare sulla coltura dei popoli.
Fuga d'Erminia.
Quale dei due eroi Annibale ed Alessandro il Macedone
sia stato più grande.
L'arte specchio del costume.
Quali grandi industrie esercitino una manifesta influenza
sulla vita dei popoli ed in qual senso; togliendo ad
esempio la Francia ed il Belgio.
Carlo Magno promotore della coltura.
Cenni biografici sui tre principali storici del cinquecento.
Discorso di Goffredo di Buglione ai Crociati.
Bellezza dei caratteri nella Gerusalemme Liberata del Tasso.

Un amor vivo per la veneranda antichità, è segno d'animo eccelso e di gagliardo intelletto.

Il sangue e sua importanza dell'organismo.

La religione protettrice delle arti.

Se meno acuti fossero i dolori, meno sentite sarebbero le gioje.

VII. CORSO.

Che cosa s'intenda per educazione e quali azioni potenti essa eserciti sulla vita dell'uomo.

I Fenici e gl'Inglesi considerati quali colonizzatori.
— Parallelo.

L'ignoranza dell'avvenire è un beneficio per l'uomo.

La coltura delle lettere è inseparabile dalla civiltà.

Differenza fra l'evo medio e l'evo moderno.

Danni e vantaggi dei giuochi.

Dell'affetto che si deve alla famiglia, alla patria ed alla società

Il lusso considerato dal lato vantaggioso e svantaggioso.

Conseguenze della guerra dei 30 anni per la Germania.

Il carbon fossile e le sue applicazioni.

L'arte.

NOTIZIE STATISTICHE

NOTIZIE STATISTICHE	C O R S I							Totale	Osservazioni
	I	II	III	IV	V	VI	VII		
<i>a) Numero degli scolari.</i>									
Iscritti e frequentarono	24	16	8	11	5	4	10	78	Tutti cattolici e di lingua ma- terna italiana.
Lasciarono l'Istituto durante l'anno	3	2	—	—	1	—	—	6	
<i>b) Patria.</i>									
Dall'Istria	24	15	7	11	3	3	9	72	Di vari distretti.
Da Trieste	—	1	—	—	1	—	—	2	
Da Venezia	—	—	—	—	—	1	—	1	
Dalla Dalmazia	—	—	—	—	1	—	1	2	
Da Klagenfurt	—	—	1	—	—	—	—	1	
<i>c) Tasse scolastiche.</i>									
Paganti il didatto	15	8	1	6	3	3	5	41	
Esenti dal pagamento	7	7	6	5	2	1	5	33	
<i>d) Stipendiati</i>									
Dal fondo provinciale dell'Istria	—	—	—	—	—	1	1	2	Con f. 100 annui Con f. 63 annui Con f. 105 annui Con f. 100 annui
Dal legato Gabrielli di Pirano	—	—	1	—	—	—	—	1	
Dal legato Castro	—	—	1	—	—	—	—	1	
Dal fondo dell' i. r. Finanza	—	—	—	1	—	—	—	1	
<i>e) Risultato delle Classificazioni</i>									
Riportarono la I classe con eminenza	—	2	3	1	—	1	2	9	
" I " riparabile	11	8	3	4	3	3	10	42	
" II " non riparabile	5	2	1	3	1	—	—	12	
" III "	1	2	—	1	—	—	—	4	
Non furono classificati	4	—	—	—	—	—	—	4	
Non furono classificati	—	—	—	2	—	—	—	2	

Età degli scolari alla fine dell'anno.

CORSI	A N N I											TOTALE
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
I	3	3	7	5	2	1	—	—	—	—	—	21
II	—	1	1	3	4	3	2	—	—	—	—	14
III	—	—	—	2	3	1	—	1	—	1	—	8
IV	—	—	—	—	4	1	1	5	—	—	—	11
V	—	—	—	—	—	—	—	2	—	2	—	4
VI	—	—	—	—	—	—	2	—	1	—	1	4
VII	—	—	—	—	—	—	—	1	4	4	1	10

VI.

AUMENTI ALLE COLLEZIONI

BIBLIOTECA.

Stoppani. — Corso di geologia, v. 3. — Candéze. Avventure d' un grillo. — Bartoli. Storia della letteratura italiana, v. 3.^o — Verne. Il paese delle pelliccie, v. 2. — detto Attraverso il mondo solare, v. 2. — detto. Un capitano di 15 anni, v. 2. — detto. Il Chancellor, giornale del passeggero ecc. v. 1. — detto. Le Indie nere, v. 1. — Enr. Beecher Stove. La capanna dello zio Tom, v. 1. — Wiseman. Fabiola, o la chiesa delle catacombe, v. 1. — Darwin. Viaggio d' un naturalista, v. 1. — Naccari e Bellati. Fisica pratica, v. 1. — De Amicis. Ritratti letterari, v. 1. — Maury. Geografia fisica del mare, v. 1. — Figuiet. Il vino e la birra, v. 1. — Luvini. Compendio di geometria piana, v. 1. — Schorlemmer. Trattato delle combinazioni del Carbonio o di Chimica organica, v. 1. — Baldo. Corso elementare di Chimica, v. 1. — L. Palmieri. Fisica sperimentale e fisica terrestre, v. 2. — Pütz. Storia universale, v. 2. — Wegele. Dante Alighieri' s Leben und Werke, v. 1. — Glauning. Epochen der französischen Geschichte, v. 1. — Wittstein. Matematica elementare, v. 3. — Heumann. Anleitung zum Experimentiren, v. 4. — Kolbe. Zeitschrift für das Realschulwesen, fas. 10. — Paul Reis. Das Telephon, v. 1. — Instruction für den Unterricht an den Realschulen, 2 copie. — Verordnungsblatt des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht. Jahrgang 1880. — Hof- und Staatshandbuch der österr. ungarischen Monarchie, 1880, v. 1. — A. Lubin. Commedia di Dante Alighieri, fas. 3. — Pareto. Enciclopedia di arti ed industrie, disp. 22. — Fénelon. Les aventures de Télémaque, v. 1. — Plötz. Elementargrammatik, v. 1. — A. Chenier. Poésies, v. 1. — Dr. Filek. Französische Chrestomathie, v. 1. — E. Noe. Antologia Tedesca, cop. 5. — Weisser. Bilder-Atlas zur Welt-Geschichte, 4 disp. — Dante Divina Comedia, cop. 4.

D O N I.

Dall' Eccelso Ministero : Botanische Zeitschrift 1880, fas. 12. — Die periodische "Presse Oesterreichs," v. 1. — Bericht über die Industrie, den Handel und die Verkersverhältnisse in Niederösterreich während des Jahres 1879, v. 1. — Navigazione in Trieste nel 1880, v. 1. — Commercio di Trieste nel 1880, v. 1.

Dall' Eccelsa Luogotenenza : — Statistica della navigazione e del commercio marittimo nei porti austriaci per l'anno 1879, v. 1. — Movimento della navigazione in Trieste 1879, v. 1. — Navigazione austro-ungarica all' Estero 1879, v. 1. — Movimento commerciale di Trieste 1879, v. 1.

Dal Direttore : Verne. L' isola misteriosa, v. 3.

Dal sig. M. Vlacovich Direttore. Elementi di Fisica sperimentale, v. 1.

STORIA NATURALE.

Preparati microscopici = Phylloxera vastatrix radiceicola nympha — Phylloxera vastatrix radiceicola larva adulta — Phylloxera vastatrix radiceicola alata = Trichina.

Quattro grandi tavole murali zoologiche.

FISICA.

Un magazzino magnetico rettilineo — una bussola di mare — Macchina d' induzione — Pistola di Valta — Sgabello elettrico — Eccitatore — Bottiglia di Leida — Casa scintillante — 12 vasi porosi — Cordoni conduttori — Fili di rame.

CHIMICA.

Sono ordinate tre carte murali tecnologiche — Una tabella delle analisi qualitative — Diversi preparati chimici.

GEOGRAFIA.

Carta ipsometrica della Monarchia Austro-Ungaria — Weisser atlante storico.

DISEGNO A MANO E GEOMETRICO.

N. 12 tavole litografate di stili diversi — Andél : Ornamenti, disp. X. XI. e XII. Tav. 19 — F. Maschek : Elementi d'ornamento, Tav. 15.

VII.

ESAMI DI MATURITÀ

Si presentarono all' esame dieci scolari pubblici di quest' I. R. Istituto, e si riprodusse un candidato che nel 1879-80 fu rimesso a ripetere, dopo un anno, l' intero esame.

L' esame scritto si fece dal 18 al 24 giugno.

I temi proposti furono :

1. Per la lingua italiana :

Quale importanza abbia lo studio della storia naturale rispetto alle scienze, alle arti, all' agricoltura, al commercio, all' industria.

2. Versione dal tedesco in italiano :

N. 8. Ein Opfer der Mutterliebe -- tutto, pag. 62. Antologia tedesca di Enrico Noë, parte I.

3. Versione dall' italiano in tedesco :

Dal Corso pratico di lingua tedesca di G Müller parte II.^a, ediz. II.^a Torino :

Pag. 187, il primo capoverso, cioè dalle parole : *Nei secoli passati la Germania.....* fino alle parole : *Una cornacchia, alla pag. 188.*

4. Per la lingua francese :

Dal Ploëtz, Berlino 1876 — Incendie de Moscou (1812) pag. 87. Enfin le jour..... fino alla pag. 89..... Ce fut en vain.

5. Per la matematica :

In una progressione geometrica di dieci termini, la somma dei termini dispari importa 36905, e quella dei termini pari 110715; si domanda quanto grande è il quoziente e quanto grande sia il primo termine.

Immediatamente da due punti della sponda destra di un fiume e distanti fra loro a^m , si scorge sulla sponda sinistra un repellente sotto i due angoli α , β ; si domanda che larghezza abbia il fiume in questo luogo.

Per un caso particolare sia

$a = 345, 6^m$. $\angle \alpha = 70^\circ, 58', 49, 7''$; $\angle \beta = 67^\circ, 44', 32, 3''$.

Si cerchi la grandezza dell'asse diagonale, l'area ed il volume di un cubo, avente per lato il lato del quadrato inscritto in una elisse, il cui asse maggiore importa 8^m e l'asse minore 6^m .

6. Per la geometria descrittiva.

Date le tracce di un piano e le proiezioni di un punto di questo piano, costruire le proiezioni di una retta, che, passando da quel punto e restando nel piano, faccia colla traccia orizzontale del medesimo un angolo dato.

Descrizione, costruzione ed applicazione del paraboloido iperbolico.

Dietro un cono circolare retto adagiato sul piano ignografico, trovasi un disco cilindrico, e sopra questo un prisma regolare esagonale retto; si determini tutte le possibili ombre per raggi luminosi paralleli arbitrari.

L'esame orale si è tenuto nei giorni 20, 21 e 22 Luglio, colla presidenza dell'Illustrissimo Sig. Cav. Dr. Ernesto Gnad, i. r. Ispettore Scolastico provinciale.

Intervennero i membri della Deputazione Municipale per questo Istituto, Signori Pietro Vatta podestà, cav. Carlo de Furegoni e Dr. Giuseppe Bubba.

Fu dichiarato maturo con distinzione lo scolare Costanzo Felierano.

Furono dichiarati maturi :

Beranek Giusto, Borri Giuseppe, Kodermatz Adolfo, Locati Antonio, Petronio Antonio.

Tre scolari furono rimessi a ripetere l'esame in una sola materia.

Uno fu dichiarato non maturo e rimesso a ripetere l'intero esame dopo un anno.

Si è ritirato durante l'esame il candidato che nel 1879-80 fu rimesso a ripetere l'intero esame.

CRONACA DELLA SCUOLA

Nessun cambiamento avvenne nel personale ; ma un incidente ha dato motivo a dover sostituire, per tutto il primo semestre e fino al 19 Aprile, il Prof. Katalinič malato.

Il Supplente Sig. Morteani Luigi fu nominato docente effettivo, ed il Sig. Attilio Stefani ebbe la conferma definitiva col titolo di Professore.

Per le auspicatissime nozze di S. A. I. R. il Serenissimo Principe Ereditario Arciduca *Rodolfo* con S. A. R. la Serenissima Principessa *Stefania* del Belgio, veniva presentato a S. E. il Sig. Luogotenente un indirizzo di omaggio e felicitazione all' Augusta Coppia. A quell' indirizzo si associarono col Direttore tutti i membri del corpo insegnante.

L' istituto ha festeggiato nel 10 Maggio i fausti sponsali, esprimendo sentimenti di esultanza nel seguente modo :

1. Fu celebrato un solenne ufficio Divino con *Te Deum*, nella Chiesa dell' Istituto, e vi prese gentilmente parte il Venerabile Capitolo. La chiesa fu per l' occasione addobbata.

2. Prima della messa un coro di Scolari cantò l' Inno dell' Impero accompagnato da musica.

Assistevano colla scolareseca e col Corpo insegnante, i Sig. Membri della Deputazione Municipale per l' Istituto ed il Reverendissimo can. Bonifacio Commissario Vescovile ; tutti invitati dalla Direzione.

3. Nelle ore pomeridiane si fece una festa nella Scuola, in una sala elegantemente addobbata e fregiata dei ritratti della Serenissima Coppia.

Vi erano riuniti il Corpo insegnante e la scolareseca, ed assistevano invitati i rappresentanti di tutti gli uffici dello Stato, del Clero e Comunali.

Cominciò il lieto trattenimento coll' Inno dell' Impero, cantato da un coro di Scolari accompagnati da orchestra.

Il Direttore fece lettura di un discorso d' occasione, e di un carne in omaggio agli Augusti Sposi.

Il Sig. Prof. Luigi Morteani ha letto una dissertazione di Storia Austriaca, facendo un quadro dei momenti più gloriosi della Monarchia e terminava con patriottiche conclusioni allusive al fausto avvenimento.

La festa riuscì brillante, bene gradita e fu chiusa col ripetere le prime strofe dell' Inno dell' Impero.

4. Alla sera si fece l'illuminazione alle due facciate dell' Istituto.

Nei giorni 31 Maggio, 1, 2, 3 Giugno, l' Illustrissimo Sig. cav. Dr. Ernesto Gnad I. R. Ispettore scolastico provinciale fece l' Ispezione dell' Istituto.

Nel giorno 12 Novembre fu celebrata, nella Chiesa dell' Istituto, una messa funebre in suffragio all' anima del decesso Reverendissimo Monsignore cav. Stefano Zarich, che fu I. R. Ispettore Scolastico prov. anche per questa Scuola.

Nel 15 Giugno fu pure celebrata una messa funebre per il defunto scolare del secondo corso Francesco Petronio.

Deputazione Scolastica.

Con ufficiosa 10 Novembre 1880 N. 2067 lo Spettabile Municipio ha partecipato la rielezione della Deputazione Scolastica per questo Istituto coi Signori: Pietro Vatta Podestà, Carlo Maria cav. de Furegoni e Dr. Giuseppe Bubba. — La prefatta Deputazione, nel 22 febbrajo, fece visita alla Scuola assistendo a parecchie lezioni.

X.

FONDO DI BENEFICENZA

dell' I. R.

SCUOLA REALE SUPERIORE DI PIRANO.

I. OBLAZIONI.

Dall' Inclita Giunta provinciale dell' Istria	f. 100. —
Dallo Spettabile Consorzio delle Saline di Pirano	„ 25. —
Dal Sig. B. Dr. Schiavuzzi, contribuente annuo	„ 2.40
„ „ G. Dr. Bubba i. r. notaio	„ 3. —
„ „ Giov. Deluca possidente	„ 5. —
„ „ Almerigo Fragiacomò negoziante	„ 5. —
„ „ Lor. Zarotti fu Pietro orefice	„ 5. —

II. GESTIONE.

INTROITO	f. s.		ESITO	f. s.	
Fondo cassa alla fine dell'anno scolastico 1879-80	171	94	Per una obbligazione di stato portante il N.119345 con interessi decorribili dal 1. agosto 1880 . .	147	17
Interessi delle obbligazioni	39	90	Per una tassa scolastica .	8	—
Da enti morali	125	—	Per libri e requisiti di scuola	19	67
Da privati	20	40	Per sussidi in danaro . .	18	—
assieme	357	24	Spese vario	—	80
Detratto l' esito di	193	64	assieme	193	64
restano in cassa	163	60			

III. PATRIMONIO.

N. 3 obbligazioni di stato dell' importo nominale complessivo di . f. 1150. —
 Avanzo di cassa alla fine della presente gestione „ 163.60

PIRANO 18 Luglio 1881.

IL COMITATO

Prof. SPADARO — Prof. P. PETRONIO — Prof. Dr. SUPANCICH

Visto

Dr. LOCATI Dirett.

Visto e trovato a dovere

KATALINIC — BRUMATTI

XI.

AVVISO

L'iscrizione degli scolari sarà nei giorni 30 Settembre, 1. e 2 Ottobre p. v. dalle ore 8 alle 11 antim. e dalle 2 alle 4 pom.

Tutti gli scolari che per la prima volta vengono iscritti, pagano la tassa di fior. 2.10 all'atto dell'iscrizione.

Gli scolari che vengono da pubbliche scuole popolari devono presentare il certificato prescritto dall'Ordinanza Ministeriale 7 Aprile 1878.

Gli Esami di riparazione devono essere fatti per il 5 Ottobre.

DALLA DIREZIONE DELL' I. R. SCUOLA REALE SUPERIORE

PIRANO, 20 Luglio 1881.

Il Direttore

Dr. LOCATI.

INDICE

Potenziale elettrodinamico di due correnti circolari e loro mutue azioni pag. 3

NOTIZIE DELLA SCUOLA

I. Personale insegnante	pag. 31
II. Piano didattico	" 33
III. Elenco dei libri di testo	" 53
IV. Temi scolastici	" 57
V. Notizie statistiche	" 59
VI. Collezioni	" 61
VII. Esami di Maturità	" 63
VIII. Cronaca	" 65
IX. Pubblicazioni delle Autorità	" 67
X. Fondo di Beneficenza	" 68
XI. Avviso	" 69

ERRATA - CORRIGE.

A p.	5	linea	$5 + \frac{3}{2} \frac{A}{l^2}$	leggi	$+ \frac{3}{2} \frac{A^2}{l^2}$
"	"	"	15	aggiungi come 4 ^{to} termine della serie nella parentesi	$+ \frac{3}{2} \frac{A^2}{l^2}$
"	6	"	22	$N_1 R$ ed $M_1 C$	leggi N, R ed M, C
"	"	"	23	YZ_1	leggi YZ ,
"	7	"	ultima	invece del secondo	$\int x dx$ leggi $\int y dx$
"	9	"	2	$[\text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1 = \text{Cos} \beta \text{Cos} \beta_1]$	leg. $[\text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1 + \text{Cos} \beta \text{Cos} \beta_1]$
"	"	"	5	$[\text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1]$	" $[\text{Cos} \alpha \text{Cos} \alpha_1 + \text{Cos} \gamma \text{Cos} \gamma_1]$
"	"	"	ultima	$\text{Cos} \alpha \text{Cos} b$	" $\text{Cos} a \text{Cos} b$
"	10	"	14	$(z_1 - z)$	" $(z_1 - z)^2$
"	11	"	1 ^a	$dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1$	" $(dx dx_1 + dy dy_1 + dz dz_1)$
"	"	"	9	$\int x^2 dy_1$	" $\int x^2 dy$
"	"	"	ultima	$\int_0^{\pi} \text{Cos}^2 \theta \text{Sen} \theta d\theta$	" $\int_0^{2\pi} \text{Cos}^2 \theta \text{Sen} \theta d\theta$
"	12	"	6	$-\frac{5}{2l}$	" $-\frac{5}{2l^4}$
"	"	"	ultima	$+ xz dx \int y_1 dx_1$	" $+ \int xz dx \int y_1 dx_1$
"	13	"	6	$[(x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 + (z_1-z)^2]$	" $[(x_1-x)^2 + (y_1-y)^2 + (z_1-z)^2]^2$
"	16	"	6	$+ \text{Cos} \beta \text{Sen}^2 \alpha_1 \text{Cos} \beta_1$	" $+ \text{Cos} \beta \text{Sen}^2 \alpha_1 \text{Cos} \beta_1$
"	"	"	9	$\text{Cos}^2 \beta + \text{Cos} \gamma$	" $\text{Cos}^2 \beta + \text{Cos}^2 \gamma$
"	17	"	7	rispettivamente	" rispettivamente
"	"	"	14	ore	" ora
"	"	"	"	equazione	" equazioni
"	18	"	10	$\text{Cos}^2 \alpha$	" $\text{Cos}^2 a$
"	20	"	4	$[x_1^2 y_1 - 3 x_1^3 y_1 x +$	" $[x_1^3 y_1 - 3 x_1^2 y_1 x +$
"	"	"	5	$+ x^2 y$	" $+ x^2 y^2$
"	"	"	16	$+ 3 \int x^2 y d \int z_1 dy_1$	" $+ 3 \int x^2 y dy \int z_1 dy_1$

A p. 21 linea	7	$\text{Cos } \alpha \text{ Sen}^2 \alpha_1$	leggi	$\text{Cos}^4 \alpha \text{ Sen}^2 \alpha_1$
" " "	9	$+ \text{Cos}^2 a \text{ Cos } b$	"	$+ \text{Cos}^2 a \text{ Cos}^2 b$
" " "	16	$+ 2 \text{Cos } \beta_1 \text{ Cos } \gamma$	"	$+ 2 \text{Cos } \beta_1 \text{ Cos } \gamma_1$
" 22 "	11	$\text{Sen}^2 \psi$	"	$\text{Sen}^2 \psi_1$
" 25 "	9	$-\frac{\pi^2 m^2 n^2}{2 l^3}$	"	$-\frac{\pi^2 m^2 n^2}{2 l^3} ii_1$
" " "	penultima	$+\frac{3 \ddot{u}}{8}$	"	$+\frac{3 \ddot{u}_1}{8}$

