

HOMOPOLARNA INDUKCIJA

ROBERT HAUKO

Fakulteta za strojništvo
Univerza v Mariboru

PACS: 41.20.Gz

Elektromagnetna indukcija je eno od zahtevnejših poglavij fizike v šolah. Ob bogati aplikativni moči pojava je potrebna še vsaj osnovna teoretična razlaga. V srednji šoli zadostujeta izraza za magnetno silo na gibaajoči se naboj ter Faradayev indukcijski zakon v obliki spremembe pretoka skozi prevodno zanko. Homopolarna indukcija, pri kateri nastopa homogeno ali osno simetrično magnetno polje, je teoretično zahtevnejša. Osnovni namen članka je seznanitev učiteljev in učencev z nekaterimi primeri homopolarne indukcije in z njenim zgodovinskim ozadjem, ob tem podamo še teoretično razlago. S poznavanjem homopolarne indukcije in homopolarnih naprav, tako v generatorski kakor tudi v motorni izvedbi, lahko pridobijo učitelji dodatno didaktično orodje z veliko demonstracijsko močjo, dijaki in študentje pa poglobijo že pridobljeno znanje iz elektromagnetizma.

THE HOMOPOLAR INDUCTION

Electromagnetic induction is one of the more complex chapters in physics education. Upon the occurrence of a rich application power, there is at least the need for the basic theoretical explanation. In high school, the expressions for the magnetic force on a moving charge and Faraday's induction law in the form of magnetic flux changes through the conductive loop are sufficient. Homopolar induction, which is the type of induction with homogeneous or axially symmetric magnetic field, is theoretically more difficult. The primary purpose of this article is to acquaint teachers and students with some examples of homopolar induction and its historical background, and at the same time to give a theoretical explanation. By knowing the homopolar induction and homopolar devices, in both generator and in motor form, the teachers will gain an additional teaching tool with great demonstration power, while students will deepen their already acquired knowledge of electromagnetism.

Uvod

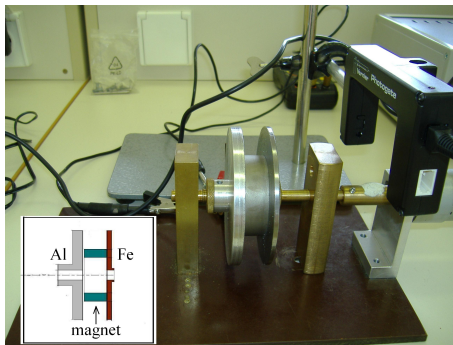
Med obodom in osjo kovinskega nemagnetnega diska, vrtečega se med poloma magneta, se inducira električna napetost. Pojav je odkril M. Faraday, ki je na njegovi osnovi izumil prvi elektromagnetni generator in hkrati izpeljal zakon elektromagnetne indukcije. Kljub temu pa so bili nekateri rezultati eksperimenta z vrtečim se diskom v navideznem nasprotju z indukcijskim zakonom spremembe magnetnega pretoka. M. Faraday je poskušal ustrezno razlago, vendar tudi sam z njo ni bil zadovoljen. Poglejmo eksperiment, imenovan tudi Faradayev paradoks, podrobneje.

Eksperiment

Na skupno os postavimo permanentni cilindrični magnet in nemagnetni kovinski disk tako, da simetrijska os magnetnega polja in geometrijska os diska sovpadata (slika 1). V treh korakih izvedemo Faradayev poskus.

- Disk vrtimo ob mirujočem magnetu in merimo inducirano napetost med osjo in robom diska. Ob tem izmerimo napetost različno od nič.
- V naslednjem koraku okoli osi vrtimo magnet, disk naj miruje. Na disku se napetost ne inducira, čeprav se deli magnetna gibljejo relativno glede na disk.
- Magnet in disk pritrdimo skupaj tako, da se obe osi dobro ujemata. Ko ju zavrtimo, med robom in osjo diska izmerimo od nič različno napetost, čeprav se disk in magnet ne gibljeta relativno drug proti drugemu!

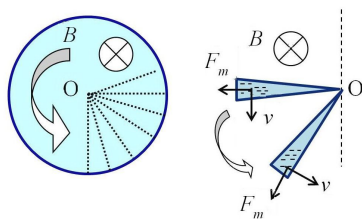
Izid poskusa zvečine preseneti tudi bolj izkušene fizike, kako ne bi dijakov oziroma študentov. Tudi veliko učiteljev, ki se s pojavom sreča prvič, izide drugega in tretjega dela poskusa napove napačno.



Slika 1. Predlog naprave za izvedbo Faradayevega poskusa. Magnetno polje je dodatno ojačano s feromagnetnim diskom. Na skupni osi lahko vrtimo samo disk iz aluminija, magnet z železom ali oboje. Z drsnim kontaktom merimo inducirano napetost med osjo in obodom Al diska [3].

Razlaga eksperimenta

Inducirano napetost med obodom in osjo diska v prvem delu poskusa razložimo s srednješolskim znanjem fizike. Ko v mislih razdelimo disk na tanke krožne izseke, postane primer zelo podoben običajnemu srednješolskemu zgledu gibajoče prevodne prečke (slika 2). Tako kot s prečko se tudi z diskom gibljejo nosilci naboja v smeri pravokotno na zunanje magnetno polje. Nanje deluje v poljubni točki magnetna sila, ki vleče elektrone proti robu ali



Slika 2. Na elektrone znotraj vrtečega krožnega izseka deluje magnetna sila v smeri proti obodu diska. Med osjo in obodom diska se inducira napetost.

proti osi, odvisno od smeri polja in od smeri vrtenja diska. Radialno gibanje nosilcev naboja preneha takrat, ko električna sila, ki je posledica nastalega električnega polja zaradi razmaknjenih nabojev, uravnoteži magnetno. Med robom in osjo se pojavi inducirana napetost U_i . Zapišemo jo lahko kot

$$U = \frac{\omega}{2\pi} \Phi_m, \quad (1)$$

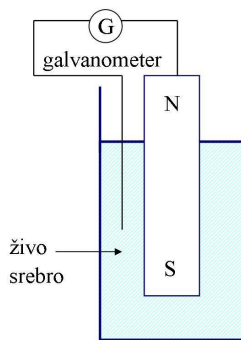
pri čemer je ω kotna hitrost vrtenja diska in Φ_m magnetni pretok skozi krožno zanko, ki poteka po obodu diska.

Razlago lahko razširimo tudi na drugi in tretji del poskusa. Ker imamo opravek s simetričnim magnetnim poljem, vrtenje magneta okrog simetrijske osi ne vpliva na inducirano napetost na disku. Za nastanek napetosti je pomembno le vrtenje prevodnika.

Zgodovina

Leta 1831, kmalu po odkritju elektromagnetne indukcije, je M. Faraday izvajal tudi poskus, prikazan na sliki 3.

Cilindrični kovinski magnet visi navpično, potopljen z enim polom v posodo z živim srebrom, z drugim pa je priključen v zaključeno prevodno zanko z galvanometrom. Ko vrtimo magnet okrog njegove navpične osi, opazimo tok skozi galvanometer. Opisani poskus lahko primerjamo z eksperimentom, ki ga je že prej, leta 1821, izvedel A. M. Ampere: če nadomestimo galvanometer z virom napetosti, se bo magnet vrtel okrog lastne osi. V tedanjem času tesna povezava med rezultatom poskusov še ni bila razumljena, saj principa ohranitve energije in njene transformacije iz ene oblike v drugo še nista bila uveljavljena. Faradayevo odkritje je razvnelo razprave fizikov in električnih inženirjev, ki so vztrajale vse do konca 19. stol. Opisani pojav je leta 1841 W. E. Weber poimenoval unipolarna indukcija, saj je verjel, da je pomemben samo en pol magneta. Pojem je razširil z namenom, da bi zaobjel čim več pojavov, v katerih se vrti disk ali votel bakren cilindar okoli osi magneta. Pojav so poskušali razložiti z dejstvom, da deli električnega vodnika presekajo magnetne silnice, vendar so te razlage nemudoma porajale



Slika 3. Vrtenje prevodnega magnetna okrog svoje osi ob zaključeni prevodni zanki inducira električni tok.

novo vprašanje: se skupaj z magnetom vrtijo tudi magnetne silnice, in če se, ali se napetost inducira tudi tedaj, ko silnice sekajo stacionarni prevodnik?

Faraday sam je verjel, da silnice ob vrtenju magnetna ostajajo pri miru, kar ga je privedlo do nasprotja z Amperovo teorijo, po kateri magnetne lastnosti izvirajo iz tokovnih ovojev znotraj molekul v telesu magnetna. Torej bi se morale silnice, če sploh obstajajo, vrteti skupaj z magnetom. V grobem so se fiziki razdelili na tri skupine: prvi so verjeli, da se silnice vrtijo, drugi, da mirujejo, tretji pa so videli v silnicah samo prezentacijo magnetnega polja in zanje vprašanje ni imelo fizikalnega pomena. Izkazalo se je, da si je bilo zelo težko zamisliti poskus, ki bi nedvoumno odločil, kateri od pogledov je pravilen, in v 19. stol. teorija elektromagnetizma ni bila sposobna uspešno pojasniti teoretičnega ozadja homopolarne indukcije. Šele v 20. stol. s splošnim sprejetjem Maxwellovih enačb, z Lorentzevo silo na elektron in s teorijo relativnosti je lahko prišlo vsaj do konsenza o homopolarni indukciji. Kljub navideznemu konsenzu glede mehanizma homopolarne indukcije pa občasno indukcija, pri kateri uporabljamo homogeno ali osno simetrično magnetno polje, še zmeraj razburja duhove. Zdi se, da je pri homogenem magnetnem polju s spremembami na sklenjeni tokovni zanki nemogoče ugotoviti gibanje izvira polja. Enako velja tudi za vrtenje izvira okrog simetrijske osi polja [3].

Faradayev zakon elektromagnetne indukcije

Uvodno predstavljen Faradayev disk se v učbenikih omenja kot zgled, kjer se napoved izida poskusa s Faradayevim zakonom spremembe magnetnega pretoka izkaže za nepopolno in kjer je za izračun inducirane napetosti treba uporabiti izraz za magnetno silo na gibajoči se naboj [6], [1]. V splošnem 3. Maxwellova enačba

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \quad (2)$$

in Lorentzeva sila na delec v elektromagnetnem polju

$$\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \times \vec{B} \quad (3)$$

ponujata odgovor tudi takrat, ko Faradayev indukcijski zakon o spremembi magnetnega pretoka ne napove pravilno izida poskusa. Ker pa je Faradayev zakon v standardni obliki zelo priročen in učinkovit, predvsem pri poučevanju fizike v srednji šoli, in ker lahko z njim uspešno razložimo nastanek izmenične napetosti pri vrtenju tuljave v magnetnem polju, bi se mu bilo škoda odpovedati pri nekaterih bolj zapletenih primerih. V nekaterih novejših člankih [4], [5], [2] je pokazano, da lahko Faradayev indukcijski zakon, zapisan v spremenjeni obliki

$$U_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)_{\vec{v}=0} - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)_{\vec{B}=\text{const}} = U_{trans} + U_{gib}, \quad (4)$$

obravnavamo kot ekvivalent enačbama (2) in (3). Zapisana oblika napetosti (4) se nanaša na dva pojava. Prvi člen,

$$U_{trans} = -\int \int_A \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{A}, \quad (5)$$

imenovan transformacijska napetost, se nanaša na primer, ko zanka miruje in predstavlja integracijo po ploskovnem vektorju $d\vec{A}$ znotraj zanke. Faraday jo je imenoval potencial-električna indukcija. Ustreza Maxwellovi enačbi za rotor električnega polja. Drugi člen,

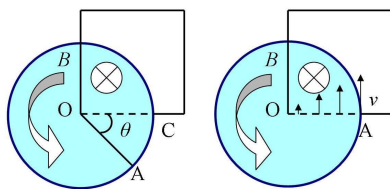
$$U_{gib} = \oint_L [\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{L}, \quad (6)$$

imenovan gibalna napetost, predstavlja integracijo po krožnem loku $d\vec{L}$ oboda zanke. Je posledica gibanja prevodnika in odslikava brezizvornost magnetnega polja. Iz gibalne napetosti lahko dobimo tudi Lorentzevo silo na naboj, ki se giblje skupaj z zanko. Faraday je to napetost imenoval magneto-električna indukcija.

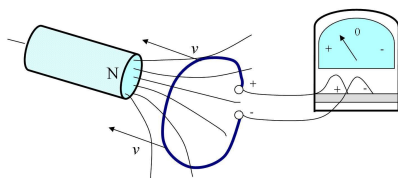
Pri uporabi Faradayevega zakona spremembe magnetnega pretoka naletimo pogosto še na konceptualno težavo – kako definirati zanko, skozi katero moramo opazovati spremembo pretoka? Za primer homogenega magnetnega polja sledi iz gibalne napetosti (6) tudi ustrezna definicija spremembe ploščine zanke:

$$\frac{dA_g}{dt} \equiv \oint_L v_{\perp} dL. \quad (7)$$

Taka definicija A_g ni enoznačna in fizikalni pomen ima samo sprememba površine dA_g , pri čemer predstavlja $v_{\perp}$ komponento hitrosti, ki je pravokotna na delčke gibajočega prevodnika, z indeksom g pa poudarimo, da se



Slika 4. Do pravilnega rezultata lahko pridemo tako iz enačbe (6) za izračun gibalne inducirane napetosti kakor tudi z uporabo pravilne definicije ploščine zanke, skozi katero se spreminja magnetni pretok. Na levi sliki sestavljata zanko poleg treh stranic pravokotnika še radialna stranica OA in krožni lok AC, na desni sliki postane zanka pravokotna.

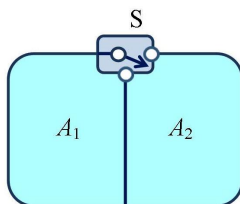


Slika 5. Za nastanek inducirane napetosti na tokovni zanki je pomembno le relativno gibanje med tuljavo in magnetom.

ta nanaša na gibajoči se naboj. Pri računanju inducirane napetosti je torej treba uporabiti področje, ki navidezno nastaja z gibanjem točk prevodnika. V nasprotnem primeru Faradayev zakon ne napove pravilno izida poskusa. V primeru, ko Faradayevega zakona indukcije ne uporabimo na zanki, ampak na razsežnem telesu, kot je recimo Faradayev disk, mora pot integracije kazati gibanje prevodnika, ki zaključuje zanko in se lahko giblje relativno glede na druge odseke zanke (slika 4).

Definiciji transformacijske in gibalne napetosti sta vezani na izbiro koordinatnega sistema. Poglejmo pogost srednješolski zgled relativnega gibanja med tuljavico in magnetom (slika 5). V koordinatnem sistemu mirujočega magneta se inducira gibalna napetost na tuljavi, v koordinatnem sistemu mirujoče tuljave pa se njuno relativno gibanje kaže kot transformacijska napetost zaradi spreminjanja gostote magnetnega polja na mestu tuljave.

Opisani relativizem je priročen v primerih, kadar nimamo opravka s homogenim ali osno simetričnim magnetnim poljem. Pri homopolarni indukciji pa je treba relativizem razširiti na tri telesa: poleg magneta in diska se pojavi še del tokovne zanke, s katero zaključimo električni krog – voltmeter. Problem relativnega gibanja med prevodnikom in magnetom se prevede na relativno gibanje vseh treh teles, zaradi česar šele medsebojno relativno gibanje posameznih delov tokovne zanke, omogočeno z drsnimi kontakti, povzroči nastanek inducirane napetosti.



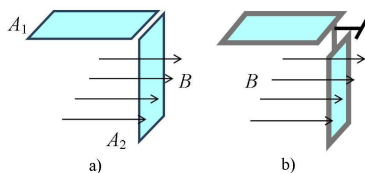
Slika 6. Dve zaključeni zanki v magnetnem polju. Kljub preklapljanju stikala S , pri čemer se spreminja ploščina zanke, se v njej ne inducira električna napetost.

Primeri

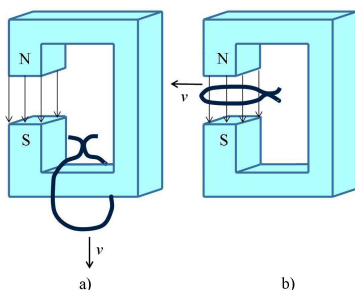
Poglejmo še nekaj zgledov. Obravnavajmo zanko, ki je prikazana na sliki 6. Stikalo S skrbi za to, da lahko zaključimo zanko s ploščino A_1 ali $A_1 + A_2$. Pri preklopu stikala se prevodnik ne giblje občutno. Kljub temu da se pri preklopu magnetni pretok skozi zanko znatno spremeni, pa se napetost ne inducira. Ker sprememba ni povezana z gibanjem prevodnika in je magnetno polje stacionarno, se ne inducira niti gibalna niti transformacijska napetost. Enačba (4) tako pravilno napove rezultat poskusa, čeprav lahko sprememba ploščine marsikoga zavede.

Delovanje generatorja napetosti pogosto razložimo s spremembo orientacije zanke glede na magnetno polje. Slika 7 kaže dve postavitvi, ki prikazujeta identično spremembo orientacije zank, pa je kljub temu inducirana napetost različna. V prvem primeru trden okvir prevodnika leži najprej v horizontalni ravnini A_1 magnetnega polja. Ko spremenimo njegovo orientacijo v navpično lego A_2 , se v zanki inducira napetost. V drugem primeru obravnavamo stekleno cevko, zaključeno v dve zanki pod pravim kotom v horizontalnem magnetnem polju, kot je prikazano na sliki 7b. Tok prevodne tekočine iz horizontalne cevke v vertikalno povzroči spremembo v orientaciji zanke, toda inducirane napetosti ni. Do razlike v obeh primerih pride zaradi različnih smeri hitrosti nosilcev naboja. V prvem primeru imajo elektroni v spodnji prečki smer hitrosti, ki je pravokotna tako na magnetno polje kakor tudi na prečko, tako da se med njenima koncema inducira napetost. V drugem primeru se nosilci naboja gibljejo samo vzdolž posameznih odsekov vodnika, zato se na posameznih odsekih ne inducira napetost.

Naslednji primer velja poleg Faradayevega diska za najbolj demonstrativen zgled kršitve Faradayevega zakona. Sestavimo zanko iz prevodnika, ki se zaključuje s parom prožnih ščipalk, in jo damo okrog magnetu, kot kaže slika 8a. Zanko lahko potegnemo z jedra magnetu. Pri tem se ščipalki stikata ob magnet in jedro magnetu postane del zanke. Faradayev zakon v standardni obliki napove inducirano napetost, saj se zmanjša magnetni pretok skozi zanko. Napoved se izkaže za napačno, saj ne zaznamo inducirane napetosti. Faradayev zakon v obliki (4) je spet uspešnejši v napovedi izida poskusa.



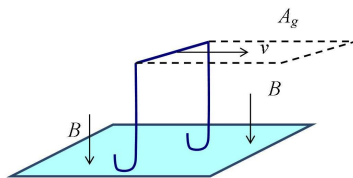
Slika 7. Navidezno identični postavitvi in spremembi usmerjenosti zank zaradi različnega gibanja nosilcev naboja pripeljeta do različnih učinkov. V primeru a) imajo elektroni med spremembo orientacije kovinskega okvirja tudi komponento hitrosti, pravokotno na magnetno polje in na smer okvirja, inducira se napetost. V primeru b) je gibanje toka prevodne tekočine omejeno na notranjost statičnega okvirja, zato ni inducirane napetosti.



Slika 8. Pri demonstraciji uporabimo prevodno zanko, ki jo na mestu lahko razklenemo. Zanka naj na začetku objema jedro magneta, tako da je magnetni pretok skozenjo večji od nič. Zanko potem izvlečemo iz magnetnega polja. To lahko naredimo tako, da se z mestom, kjer je spoj, dotaknemo jedra, potem spoj razklenemo in žici drsita po jedru, na drugi strani pa ju ponovno sklenemo (zgled a). Pretok skozi zanko je zdaj enak nič. Kljub temu se na zanki napetost ne inducira. Drugače je, če zanko izvlečemo skozi rezo v jedru, ne da bi jo razklenili (b).

Ker se magnetno polje ne spreminja s časom in je ujeta v jedru magneta, se nosilci naboja ne gibljejo skozi magnetno polje. Tudi segment magneta, ki zaključuje zanko, miruje glede na preostali del magneta. Če pa izvlečemo zanko iz magneta skozi rezo, nastane inducirana gibalna napetost, kar smo tudi pričakovali. Poskus ponuja veliko možnosti za diskusijo z dijaki in študenti.

Gibajoči se okvir v obliki U iz prevodnika naj drsi po prevodni plošči, kot je prikazano na sliki 9. Čeprav se magnetni pretok skozi zanko ne spreminja, pride do inducirane napetosti. Ker se spodnji del zaključene zanke ne giblje (odprta zanka), dobimo pri računanju gibalne inducirane napetosti samo prispevek od zgornje prečke (le nanjo deluje magnetna sila). Ploskev A_g , skozi katero moramo opazovati pretok, pa leži vzporedno s prevodno ploščo na višini zgornje prečke. To je namreč tista ploskev, ki ustrezno odslikava



Slika 9. Opazovanje spremembe magnetnega pretoka skozi napačno zanko ne napove pravilno izida poskusa. Električni krog je sklenjen z gibljivim okvirjem in statično prevodno podlago. Na zgornji prečki se inducira napetost.

gibanje točk prevodnika. Uporaba prevodnega okvirja U za rob ploskve A_g bi v tem primeru dala napačno napoved inducirane napetosti. Če pa bi bil tudi spodnji del zanke gibljiv in bi bila zanka tako zaprta, v njenem celotnem okvirju ne bi dobili inducirane napetosti.

Sklep

Ker smo začeli s poskusom, katerega rezultati se kažejo kot paradoks, navedimo za konec samo Feynmanovo misel [1, str. 17-5]:

Paradoks je situacija, ko dobimo en izid poskusa v primeru, če ga analiziramo na prvi način, ter drugega ob drugačni analizi. Tako ostanemo včasih celo v negotovosti glede izida poskusa. Seveda v fiziki ni resničnih paradoksov, saj je vedno samo en pravilen odgovor; navsezadnje verjamemo, da deluje narava samo na določeni način (in ta je seveda naravno pravilen). Tako se v fiziki paradoks nanaša samo na negotovost glede našega razumevanja pojava.

LITERATURA

- [1] R. Feynman, R. B. Leighton in M. Sands, *Lectures on Physics*, Vol. 2, pp. 17-1-17-1-3, Addison-Wesley, Reading, MA (1989).
- [2] I. Galili, D. Kaplan in Y. Lehavi, *Teaching Faraday's law of electromagnetic induction in an introductory physics course*, Am. J. Phys. **74**, 337–343 (2006).
- [3] R. Hauko, *Homopolarna indukcija in njen relativistični koncept*, magistrsko delo, Fakulteta za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani (2010).
- [4] H. Montgomery, *Unipolar induction: a neglected topic in the teaching of electromagnetism*, Eur. J. Phys. **20**, 271–280 (1999).
- [5] F. Munley, *Challenges to Faraday's law rule*, Am. J. Phys. **72**, 1478–1483 (2004).
- [6] J. Strnad, *Fizika, 2. del*, 5. natis, 375–385, DMFA – založništvo, Ljubljana (1995).