

0 nogometu

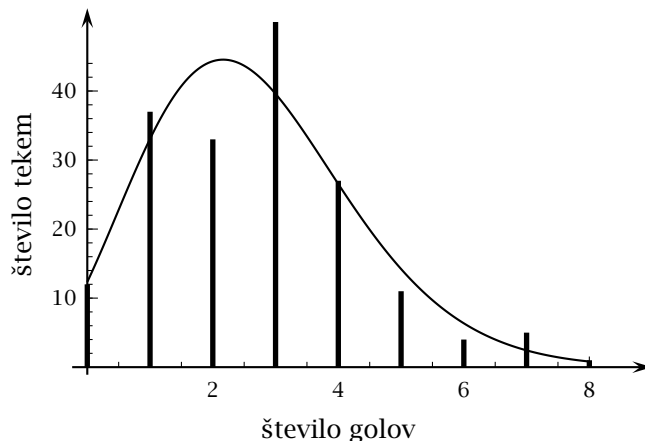


JANEZ STRNAD

→ Po svetovnem prvenstvu se poveča zanimanje za nogomet.

Pogosto na nogomet pogledajo statistično. Pri tem ne morejo mimo *Poissonove porazdelitve*. Porazdelitev uporabimo v primerih, ko so naključni dogodki neodvisni drug od drugega in niso preveč pogosti; to je »porazdelitev redkih dogodkov«. Siméon Denis Poisson jo je obdelal leta 1837 v knjigi *Raziskovanje verjetnosti sodb v kazenskih in civilnih zadevah*, v kateri ga je zanimala pogostost napačnih obsodb v kaki državi. Porazdelitev pa je že leta 1711 Abraham de Moivre navedel v povezavi z igrami na srečo. Razpita primera sta smrt vojakov zaradi konjskih brc v pruski vojski (v 20-ih letih jih je bilo 280) ali četverčkov v Prusiji (v 69-ih letih jih je bilo 109). Na Poissonovo porazdelitev naletimo še v številnih drugih primerih, npr. če štejemo avtomobile, ki se pe-ljejo po odseku ceste v eni uri; telefonske klice ali sporočila SMS kakega naslovnika v eni uri; radioaktivne razpade ob šibkem radioaktivnem izviru v minuti; goste, ki pridejo v restavracijo ali na recepcijo hotela v dani uri dneva; prometne nesreče na določenem odseku ceste v enem tednu; bolnike, ki jih na dan sprejme bolnišnica; dežne kaplje na območjih 10 cm krat 10 cm na minuto in veliko drugega. Porazdelitev večkrat upoštevajo pri načrtovanju, npr. pri načrtovanju velikosti telefonskih central.

Opišimo značilen poskus. Merilnik zaznava delce α , ki jih oddaja radioaktivni izvir v dani oddaljenosti. Beležimo trenutke, v katerih se merilnik odzove. Zbrane podatke obdelamo, kolikor vsega tega ne opravi računalnik, na katerega je merilnik priključen. Preštejemo časovne razmike, v katerih merilnik ni zaznal nobenega delca, je zaznal en delec, dva delca, tri delce in tako dalje. Delcev v časovnem razmiku ne sme biti preveč, tako da lahko drugega razločimo od drugega. Potem izračunamo povprečno število delcev, tako da število vseh prešteti delcev delimo s številom vseh zajetih časovnih razmikov. Nazadnje narišemo porazdelitev časovnih razmikov



SLIKA 1.

Porazdelitev tekem slovenske prve lige v tekmovalnem obdobju 2013/2014 po številu doseženih golov. Krivulja kaže Poissonovo porazdelitev, kot da bi se število tekem n spreminjalo zvezno.

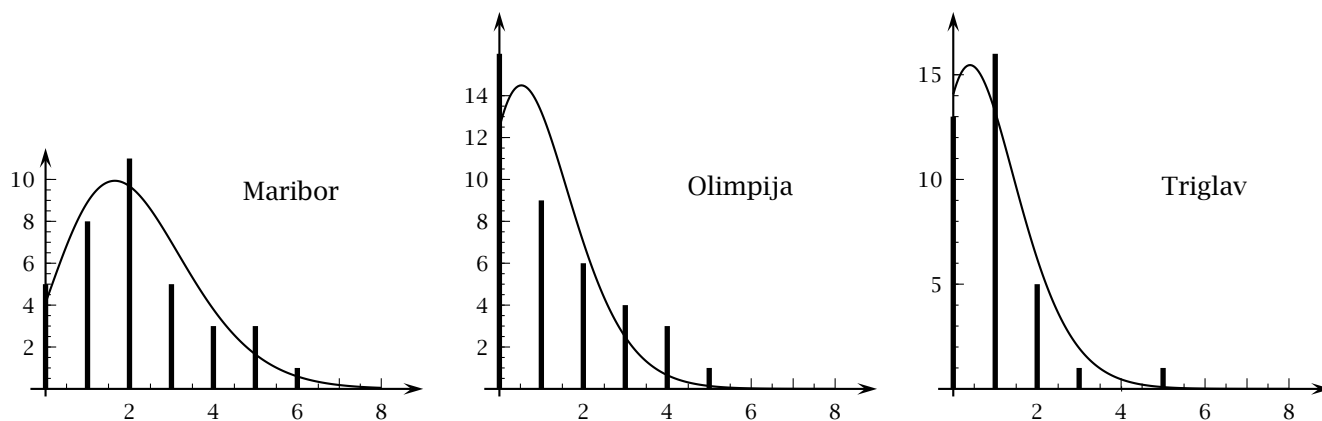
po številu zaznanih delcev. Čim več delcev smo zajeli, tem bolj se »izmerjena« porazdelitev prilega »izračunani« Poissonovi porazdelitvi.

Poissonovo porazdelitev podaja enačba

$$\blacksquare \quad N p_n = N \frac{\bar{n}^n}{n! e^{\bar{n}}}.$$

N je število prešteti delcev, $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ je število delcev v posameznih časovnih razmikih, $\bar{n}$ je povprečna vrednost n , $e = 2,718\dots$ osnova naravnih logaritmov in $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$. Pri tem je p_n verjetnost, da je merilnik v časovnem razmiku zaznal n delcev. Za verjetnost je značilno, da je vsota $\sum p_n$ enaka 1.

Podobno ravnamo tudi v drugih primerih. Pri nogometu je N število tekem v kakem tekmovalnem obdobju, npr. v državni ligi. Delež tekem, na katerih pade n golov, primerjamo s Poissonovo verjetnostjo p_n , da na tekmi pade n golov. Čim več je tekem, tem boljši je približek. Omejimo se na prvo slovensko ligo v minulem tekmovalnem obdobju 2013/2014. Liga je imela deset moštev, ki so igrala doma in na tujem po



SLIKA 2.

Porazdelitev tekem Maribora, Olimpije in Triglava v tekmovalnem obdobju 2013/14 po številu danih golov. Zaradi razmeroma majhnega števila tekem so odstopanja precejšnja. Porazdelitev tekem prve lige bi dobili, ko bi sešteli porazdelitve za vseh deset moštev in upoštevali, da smo vsak gol šteli dvakrat.

dvakrat. Vsako moštvo je imelo devet nasprotnikov in je z vsakim od njih igralo po štirikrat, tako da je vsako moštvo odigralo $4 \cdot 9 = 36$ tekem v prav toliko krogih. Vseh parov je bilo $\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (10 - 1) = 45$ in vseh tekem je bilo $4 \cdot 45 = 180$. Najprej nas zanima porazdelitev tekem po številu zadetkov na $N = 180$ tekmah in potem še porazdelitev $N = 36$ tekem po številu danih golov za tri značilna moštva: Maribor je bil prvi, ljubljanska Olimpija sedma in kranjski Triglav deseti. Zaradi razmeroma majhnih števil N pričakujemo odstopanja od Poissonove porazdelitve.

Na risbah primerjamo »izmerjene« podatke po spletnih straneh Nogometne zveze Slovenije z »izračunanimi« Poissonovimi podatki. Povprečno število golov na tekmo, ki jih je zabilo kako moštvo, vzamemo za učinkovitost moštva. Ni nujno, da se razvrstitev na tekmovanju ravna po učinkovitosti.

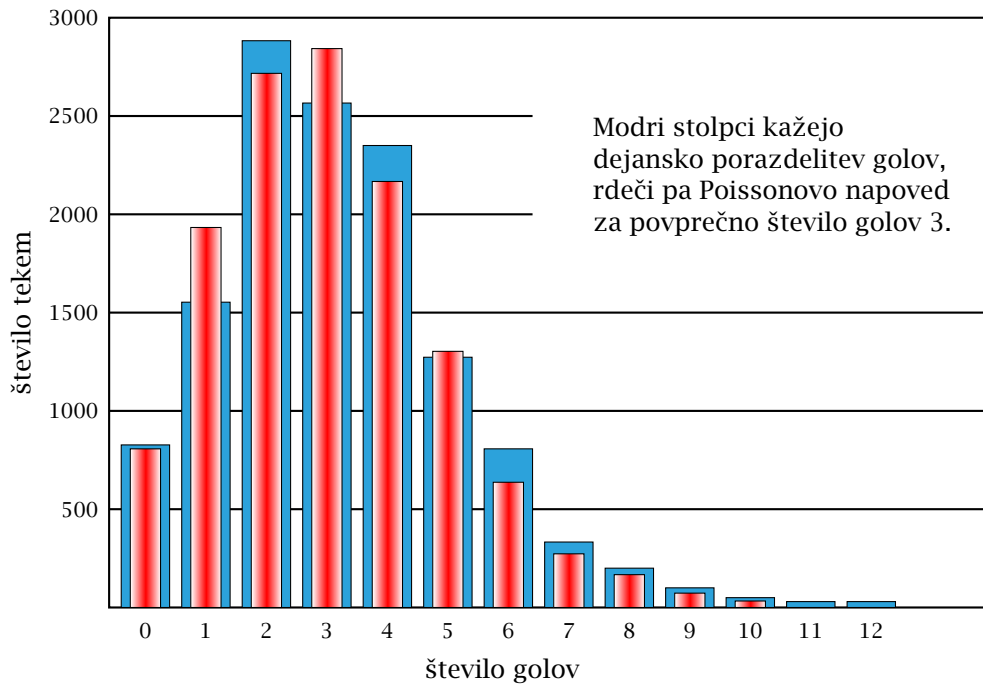
Podoben pregled je opravil Presek pred leti (*Ali je nogomet igra na srečo?*, 13 (1985/86), 9–15). Pregled je zajel prvo nogometno ligo v tedanji skupni državi z osemnajstimi moštvi in skupno 306 tekmami v sezoni 1976/77 (povprečje 2,53) ter prvo Crveno zvezdo (povprečje 1,97), dvanajsto ljubljansko Olimpijo (povprečje 1,06) in osemnajstega sarajevskega Željezničarja (povprečje 0,97). Zanimivo je nove podatke primerjati s starimi. Tedaj smo ugotovili, da je nogomet v precejšnji meri igra na srečo. Delež naključja smo ocenili z $1/\sqrt{\frac{1}{2}n}$. Sedanji podatki dajo 86 %, medtem ko smo s starimi dobili 89 %.

Na spletu več naslovov ponuja pomoč s Poissonovo porazdelitvijo pri športni stavi. Pri tem računajo bolj podrobno, kot smo mi. Pri ligaškem tekmovanju posebej upoštevajo povprečje golov pri igrah doma in na tujem ter izračunajo učinkovitost kot produkt obeh povprečij. S Poissonovo enačbo izračunajo verjetnost, da bo moštvo na prihodnji tekmi doseglo določeno število golov. To naredijo tudi za nasprotno moštvo in upoštevajo oba podatka. Temu načinu napovedovanja je mogoče očitati, da pozornost posveča le danim golom. Prejete gole upošteva le kot dane gole nasprotnika, ne ozira se na obrambo. Napovedovanje poskušajo na razne načine izboljšati.

Napoved svetovnega prvaka

V reviji Forschung (Raziskovanje), ki jo izdaja nemška raziskovalna skupnost in ustreza našemu Raziskovalcu, je nekaj tednov pred svetovnim prvenstvom izšel članek *Bo Nemčija svetovni prvak*. V njem je profesor Metin Tolan opisal program, ki ga je sestavil Robert Fendt z univerze v Dortmundu. Začel je z razvrstitvijo 32-ih moštev, ki so se kvalificirala za svetovno prvenstvo, v osem predtekmovalnih skupin. Za njihovo učinkovitost je vzel povprečno število golov v kvalifikacijah. Braziliji, ki ji ni bilo treba igrati kvalifikacij, je pripisal povprečno število golov v pokalu konfederacij. Podatke smo zbrali v preglednici, le da smo upoštevali doseženo razvrstitev, ki





SLIKA 3.
Porazdelitev tekem nemške prve lige od začetka do tekmovalnega obdobja 2005/06 po številu doseženih golov. Zaradi velikega števila tekem so odstopanja manjša, a dovolj opazna. Tekem z enim golom in s tremi goli je bilo precej manj, kot napove Poissonova porazdelitev (po članku iz Forschung).

je pisec še ni poznal. Ob moštvu je navedena učinkovitost iz članka in v oklepaju dosežena učinkovitost v predtekmovanju na svetovnem prvenstvu. Ker je vsako moštvo odigralo samo šest tekem, je podatek v oklepaju nezanesljiv, vseeno pa nekoliko omaja zaupanje v učinkovitost po kvalifikacijah.

- A Brazilija 2,8 (2,3), Mehika 0,7 (1,3), Hrvaška 1,2 (1,7), Kamerun 1,1 (0,3)
- B Nizozemska 3,4 (3,3), Čile 1,8 (1,7), Španija 1,8 (1,3), Avstralija 1,5 (1,0)
- C Kolumbija 1,7 (3), Grčija 1,2 (0,7), Slonokoščena obala 2,4 (1,3), Japonska 2,0 (0,7)
- D Kostarika 1,3 (1,3), Urugvaj 1,6 (1,3), Italija 1,9 (0,7), Anglija 3,1 (0,7)
- E Francija 1,9 (2,7), Švica 1,7 (2,3), Ekvador 1,3 (1,0), Hondduras 1,3 (0,3)
- F Argentina 2,1 (2,3), Nigerija 1,4 (2,0), Bosna in Hercegovina 3,0 (1,3), Iran 1,0 (0,3)
- G Nemčija 3,6 (2,3), Portugalska 2,0 (1,3), ZDA 1,5 (1,3), Gana 3,1 (1,3)
- H Belgija 1,8 (1,3), Alžirija 2,1 (2), Rusija 2,0 (0,7), Južna Koreja 1,6 (1,0)

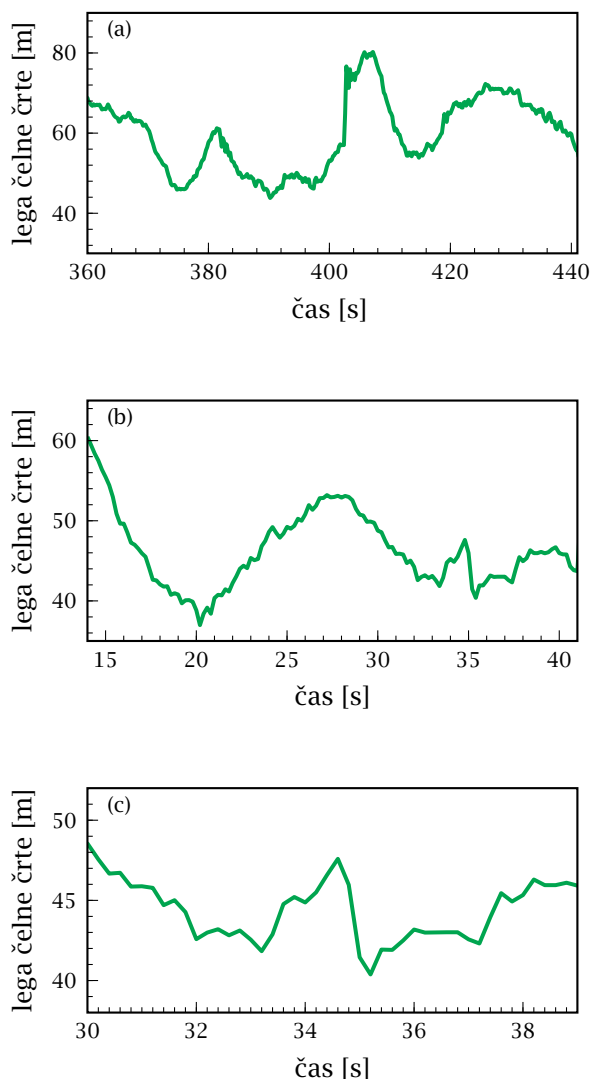
Generator naključnih števil postreže s številom, ki mu Poissonova porazdelitev priredi verjetnost. Podobno naredimo tudi pri nasprotniku in na ta način »preigravamo« tekme. To naredimo za vsa moštva v predtekmovalni skupini v vseh predtekmovalnih skupinah. To ponovimo za moštva, ki so se uvrstila v osmino finala, četrtfinale, polfinale in finale. Upoštevamo tudi morebitne podaljške in streljanja enajstmetrovk. Tako pridemo do napovedi svetovnega prava. Napoved ima zelo majhno težo, ker je popolnoma odvisna od naključja. Če pa računalnik račun stotisočkrat ponovi, dobimo napoved, ki ob vseh pomislekih nekaj pove. Tako so dobili napoved 20,33 % verjetnosti, da Nemčija postane svetovni prvak in 79,67 % verjetnosti, da to ne postane. Če bi bila vsa moštva enakovredna, bi za vsako od njih verjetnost, da postane svetovni prvak, bila $1/32 = 3,13 \%$. Le sedem moštev je imelo boljšo napoved. Posebej poudarimo, da je to napoved verjetnosti, da postane moštvo svetovni prvak in ne pove ničesar o razvrstitvi na naslednja mesta. Preglednica kaže rezultate računa. Kot vidimo, je napoved zadela. O teži te in podobnih napovedi ne recimo nobene. Znano je, da napovedi utegnejo vplivati na izid dogajanja. Ni pa znano, ali so nemški nogometaši vedeli za napoved.

Nemčija	20,33 %	Švica	0,64 %
Nizozemska	18,61 %	Belgija	0,64 %
Anglija	11,67 %	Kolumbija	0,52 %
Bosna in Hercegovina	11,34 %	Južna Koreja	0,34 %
Gana	10,96 %	Urugvaj	0,30 %
Brazilijska	9,04 %	Avstralija	0,26 %
Slonokoščena obala	3,42 %	Nigerija	0,19 %
Argentina	2,28 %	ZDA	0,15 %
Alžirija	1,54 %	Honduras	0,12 %
Japonska	1,39 %	Kostarika	0,11 %
Italija	1,14 %	Ekvador	0,11 %
Rusija	1,13 %	Hrvaška	0,09 %
Francija	1,10 %	Kamerun	0,07 %
Portugalska	0,99 %	Grčija	0,06 %
Čile	0,81 %	Iran	0,02 %
Španija	0,65 %	Mehika	0,00 %

Dinamika nogometa

Nogometa se ne lotevamo samo statistično. V športnih in fizikalnih raziskovalnih revijah ga obravnavajo tudi z drugih strani. Letos so štirje japonski raziskovalci v *European Physical Journal B* objavili članek *Pojav samopodobnosti v dinamiki nogometa*. Z digitalno televizijsko kamero so dve nogometni tekmi posneli od začetka do konca. Za to so izbrali polfinale svetovnega nogometnega pokala med zmagovalcema azijskega in oceanijskega območja leta 2008 in tekmo japonske lige leta 2011.

Zasledovali so lege vseh igralcev in žoge med vso tekmo. Iz dobljenih podatkov so izluščili gibanje čelne črte in žoge. Čelna črta je pokazala, kako je eno in drugo moštvo osvajalo igrišče. S koordinatama igralca so izračunali zapleten izraz in sešteli prispevke vseh igralcev moštva. Z zahtevo o zvezi med vsotama za obe moštvi so dobili od časa odvisni podatek, to je čelno črto. Izračunali so hitrost čelne črte in hitrost žoge. Obsežnega računanja ne bi zmogli brez računalnika. Pozornost je zbudila ugotovitev, da je časovna odvisnost lege čelne črte *samopodobna*. V odvisnosti v časovnem razmiku osmih sekund so se pokazali podobni vrhovi in doline kot v odvisnosti v časovnem razmiku 80-ih sekund. Vsak igralec se po svoji odločitvi nenehno prilagaja položaju igralcev svojega moštva, nasprotnikov in žoge na igrišču. Pokazalo se je, da je bilo gibanje igralcev v danem trenutku na določen način odvisno od



SLIKA 4.

Lega čelne črte v odvisnosti od časa pri treh različnih merilih kaže podobne oblike. Taka samopodobnost je značilna za fraktale (po članku iz *The European Physical Journal B*).

prejšnjega gibanja, kot da bi igra imela spomin. Ta lastnost je značilna za fraktale. Po tem je bilo mogoče sklepati, da so za nogomet značilne enačbe, ki jih fiziki poznajo pri *ulomljenem Brownovem gibanju*. Pisci članka so sklepali, da se prav zaradi tega razmere na igrišču nenehno tako spreminjajo, da nogomet ne more postati dolgočasen.

× × ×