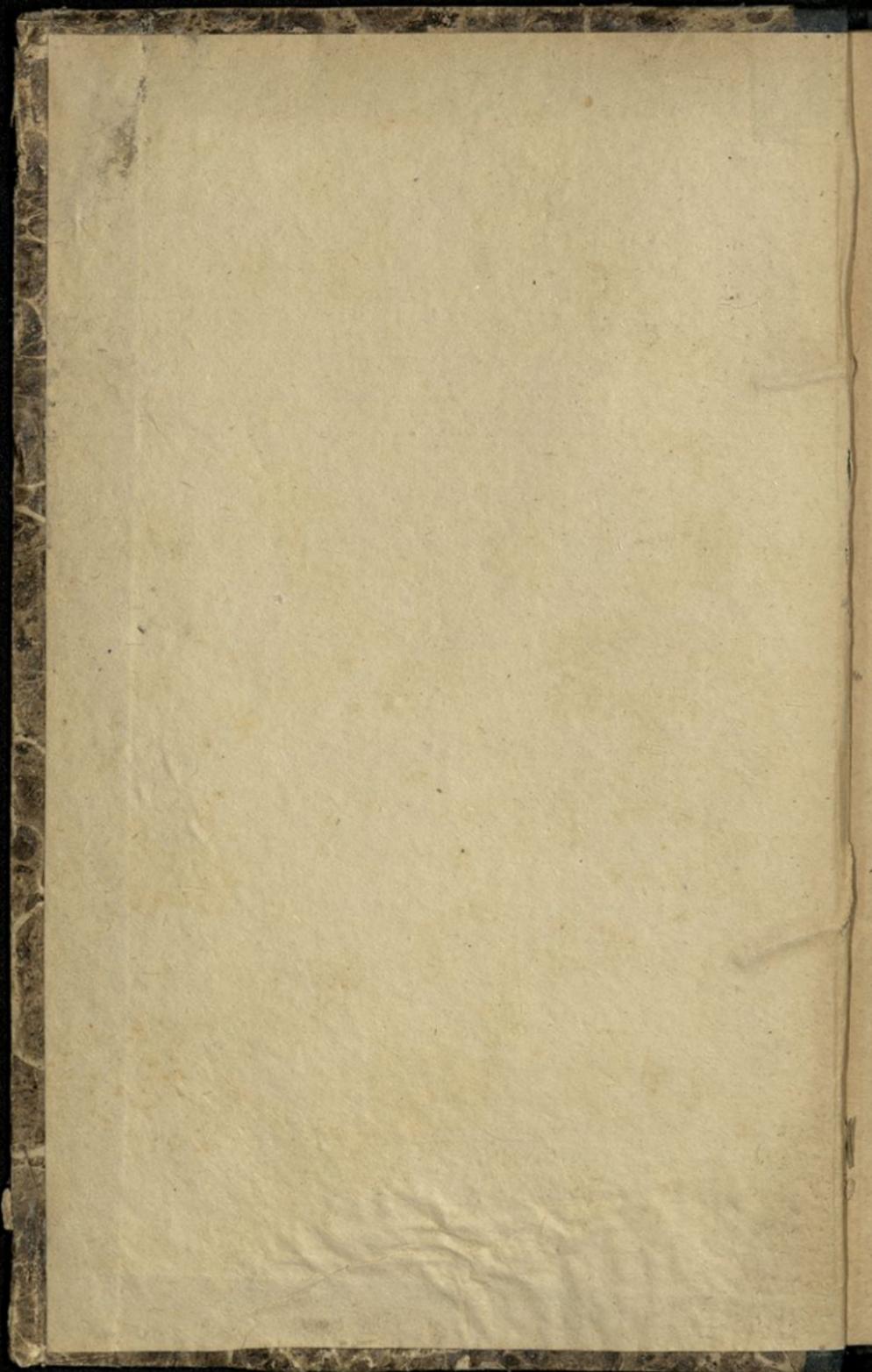
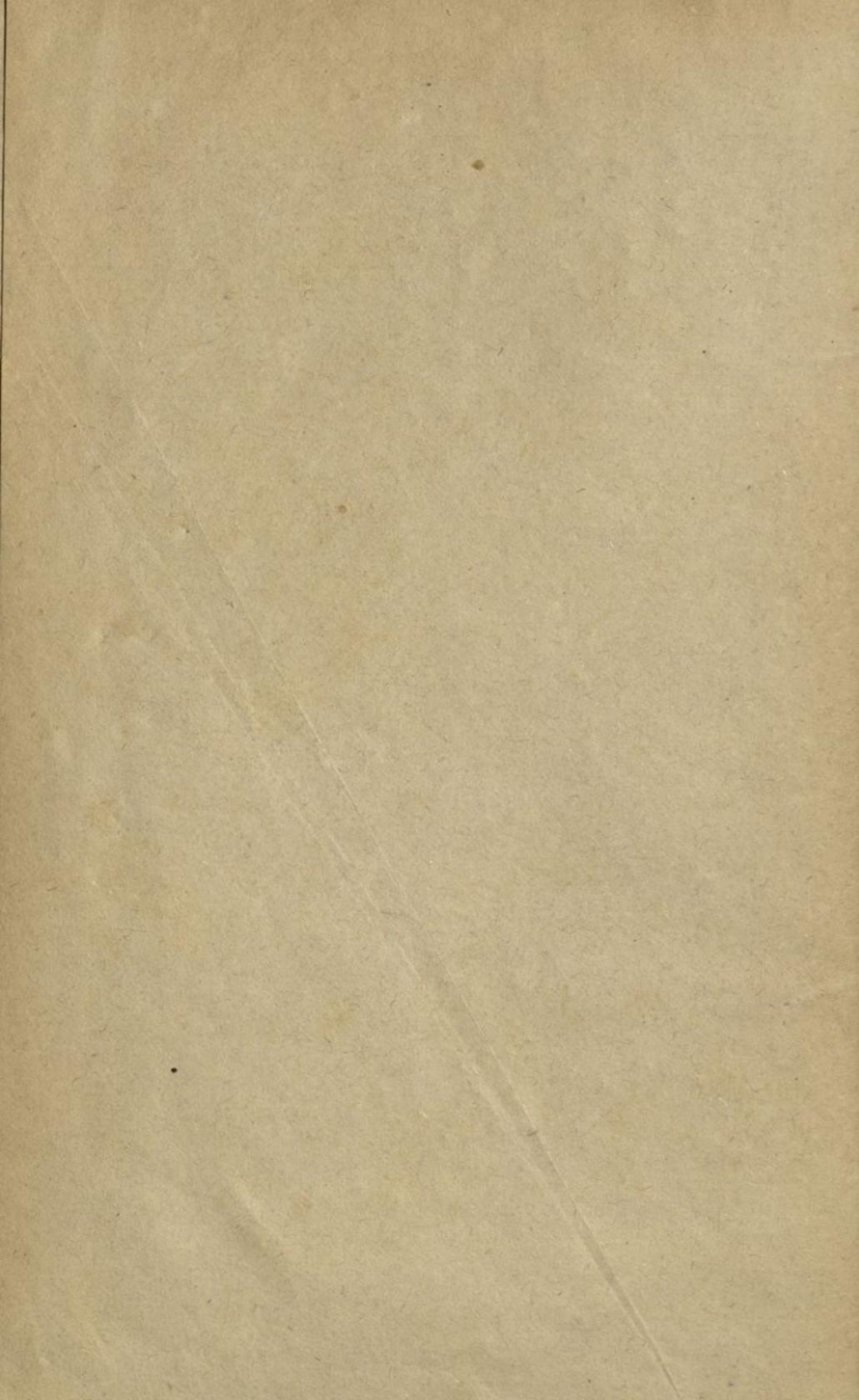


Narodna in univerzitetna knjižnica
v Ljubljani

139682





2281

Fünftes

Rechenbuch

für

sechs-, sieben- und achtclassige Volksschulen.

Von

Dr. Franz Ritter v. Močnik.

Rechnungs-Aufgaben für die letzteren Schuljahre.



Sechste Auflage.

Preis, in Leinwandrücken, 40 Kreuzer.

Wien.

Im kaiserlich-königlichen Schulbücher-Verlage.

1878.

139682

139682

Die in einem k. k. Schulbücher-Verlage herausgegebenen Schulbücher dürfen nicht um höhere als die auf dem Titelblatte angegebenen Preise verkauft werden.

Das Recht der Übersetzung wird vorbehalten.



Z 326 / 1956

L. Centr. knj. Vrhovnega sod. tj.
10. 12. 56

Erster Abschnitt.

Wiederholungsübungen über das Rechnen mit ganzen und Decimalzahlen.

1. Das Addieren.

a.

Die hier und weiterhin mit einem Sternchen (*) bezeichneten Aufgaben sind im Kopfe aufzulösen.

Wie viel ist

1*) $62 + 34$; $58 + 27$; $47 + 71$; $83 + 38$?

2*) $157 + 32$; $443 + 250$; $365 + 407$; $357 + 412$?

3*) $435 + 64 + 36$; $283 + 118 + 82$?

4*) $214 + 405 + 137$; $340 + 427 + 109$?

5) 973	6) 4936	7) 50738	8) 233182
658	9427	35345	930539
204	8146	7068	2649
195	503	31862	65357
376	9548	5607	168104

Addiere folgende Zahlen zuerst in senkrechter, dann in wagrechter Richtung:

9)	10)	11)	12)	13)
14) 75869 + 6483 + 95353 + 476223 + 8243				
15) 59048 + 5237 + 56394 + 412670 + 1081				
16) 47733 + 7609 + 35681 + 399838 + 1703				
17) 86901 + 1894 + 48471 + 650574 + 4559				
18) 18568 + 8023 + 96405 + 456309 + 5786				

b.

19) 3·527	20) 19·661	21) 0·7619	22) 71·39
9·068	7·018	0·8098	3·735
5·503	0·746	0·5225	14·0986
1·462	3·145	0·7988	90·62

23) $34·28 + 3·7268 + 0·934 + 28·49 + 9·1824 =$

24) $9·1693 + 0·5436 + 82 + 15·7 + 41·972 + 4·75 =$

Addiere a) in senkrechter, b) in wagrechter Richtung:

	25)	26)	27)	28)	29)
30)	174·92	+ 9·6158	+ 0·654	+ 2·1732	+ 24·949
31)	62·14	+ 1·506	+ 0·32	+ 4·2935	+ 30·067
32)	10·03	+ 8·964	+ 0·7889	+ 0·76	+ 45·612
33)	57·72	+ 7·0891	+ 0·1416	+ 3·479	+ 56·5
34)	45·89	+ 6·56	+ 0·597	+ 8·7533	+ 71·75

c.

35)	1825 Jahre	5 M.	28 T.	36)	85° 37' 53''
	47 "	8 "	17 "		69° 56' 48''
					24° 25' 19''

Verwandle in den Aufgaben 37) bis 42) die mehrnamigen Zahlen in die niedrigste Benennung oder in Decimalbrüche der höchsten Benennung und addiere sie sodann:

37)	398 fl. 45 fr.	38)	15 ^m 7 ^{dm} 8 ^{cm} 5 ^{mm}
	705 " 39 "		28 " 3 " — " 6 "
	1346 " 8 "		9 " 6 " 2 " 9 "
	287 " 74 "		17 " — " 7 " 4 "
39)	501 Hektar 54 Ar	40)	56 Hektol. 83 Lit. 4 Decil.
	215 " 75 "		81 " 35 " 7 "
	259 " 41 "		19 " 62 " 5 "
41)	18 Kil. 69 Dekgr.	42)	7 Kil. 215 Gr. 910 Millgr.
	39 " 75 "		4 " 87 " 284 "
	27 " 34 "		3 " 739 " 75 "
	51 " 83 "		12 " 654 " 506 "

d.

43*) Eine Frau kauft zwei Stück Leinwand, das eine hält 38, das andere 35 Meter; wie viel Meter sind es zusammen?

44*) Jemand hat zwei Fässer Wein, das eine enthält 672 Liter, das andere 128 Liter mehr; wie viel Liter sind in dem zweiten Fasse?

45) Niederösterreich hat 36 Städte, 232 Märkte und 4187 Dörfer; wie viel Wohnorte zusammen?

46) Jemand hat zu fordern: von A 3650 fl., von B 2765 fl., von C 5038 fl., von D 1580 fl.; wie viel hat er von allen zusammen zu fordern?

47) Ein Landmann verkauft seine Wirtschaft; er bekommt für die Gebäude 1102·6 fl., für die Grundstücke 2117·45 fl., für das Vieh 608 fl., für die Haus- und Feldgeräthschaften 338·48 fl.; wie groß ist der ganze Erlös?

48) Bei dem Baue eines Hauses hat man folgende Auslagen: für den Bauplatz 350 fl., für die Baumaterialien 2378 fl. 85 Kr., für die Meisterschaften 3204 fl. 8 Kr. und für verschiedene Arbeiten 1063 fl. 75 Kr.; wie hoch kommt der Bau zu stehen?

49) Ein Kaufmann erhält fünf Kisten Kaffee, welche einzeln 186 Kil. 45 Dekgr., 205 Kil. 85 Dekgr., 193 Kil., 198 Kil. 37 Dekgr. und 212 Kil. 8 Dekgr. wiegen; wie groß ist das ganze Gewicht?

50) Ein Grundbesitzer hat 56 Hektar 34·8 Ar Äcker, er kauft noch 15 Hekt. 82·75 Ar, 8 Hekt. 66·63 Ar und 14 Hekt. 9·24 Ar; wie viel Ackergrund hat er dann?

51) Kaiser Ferdinand I. trat am 2. März 1835 die Regierung von Oesterreich an und verzichtete nach einer 13 Jahre 9 Monate langen Regierungszeit auf den Thron; wann geschah dies?

2. Das Subtrahieren.

a.

Wie viel ist

1*) 86—52; 70—48; 61—37; 124—85?

2*) 457—39; 634—220; 645—362; 804—598?

3) 478	4) 5254	5) 7631	6) 8045
254	3081	1715	987

7) 63720	8) 15816	9) 58302	10) 69870
25415	7509	12345	3589

11) 327814—156582 =	12) 630941—481187 =
471708—283960 =	904360—578434 =
967056—88774 =	810027—423561 =

13) Von 2346327 subtrahiere 782109, und von dem Reste wieder 782109.

14) Von 6849948 subtrahiere 978564, von dem Reste wieder 978564, und so fort 6mal.

b.

$$\begin{array}{r} 15) \ 73 \cdot 8 \\ \underline{25 \cdot 4} \end{array} \quad \begin{array}{r} 16) \ 9 \cdot 371 \\ \underline{3 \cdot 825} \end{array} \quad \begin{array}{r} 17) \ 57 \cdot 16 \\ \underline{9 \cdot 58} \end{array} \quad \begin{array}{r} 18) \ 3 \cdot 407 \\ \underline{0 \cdot 562} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 19) \ 47 \cdot 304 - 28 \cdot 295 = \\ \underline{62 \cdot 055 - 17 \cdot 826 =} \\ 104 \cdot 813 - 35 \cdot 307 = \end{array} \quad \begin{array}{r} 20) \ 12 \cdot 911 - 9 \cdot 744 = \\ \underline{71 \cdot 027 - 29 \cdot 208 =} \\ 90 \cdot 345 - 45 \cdot 678 = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21) \ 40 \cdot 716 \\ \underline{15 \cdot 38} \end{array} \quad \begin{array}{r} 22) \ 9 \cdot 25 \\ \underline{4 \cdot 304} \end{array} \quad \begin{array}{r} 23) \ 17 \cdot 6 \\ \underline{8 \cdot 395} \end{array} \quad \begin{array}{r} 24) \ 1 \\ \underline{0 \cdot 3275} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 25) \ 62 \cdot 357 - 28 \cdot 49 = \\ \underline{20 \cdot 204 - 19 \cdot 5 =} \\ 257 \cdot 25 - 88 = \end{array} \quad \begin{array}{r} 26) \ 58 \cdot 23 - 35 \cdot 825 = \\ \underline{19 \cdot 5 - 8 \cdot 1268 =} \\ 85 - 36 \cdot 934 = \end{array}$$

27) Von 308·291 subtrahiere

a) 2·15, b) 92·3, c) 109·57, d) 58·406, e) 5·2345.

28) Von 470·85 subtrahiere 78·475, von dem Reste wieder 78·475, und so fort 5mal.

c.

$$\begin{array}{r} 29) \ 8 \text{ Tage } 13 \text{ St. } 25 \text{ Min.} \\ \underline{3 \text{ " } 18 \text{ " } 43 \text{ "}} \end{array} \quad \begin{array}{r} 30) \ 360^\circ \\ \underline{273^\circ 58' 25''} \end{array}$$

Verwandle in Decimalbrüche und subtrahiere:

$$\begin{array}{r} 31) \ 732 \text{ fl. } 28 \text{ Kr.} \\ \underline{175 \text{ " } 73 \text{ "}} \end{array} \quad \begin{array}{r} 32) \ 1238 \text{ fl. } 8 \text{ Kr.} \\ \underline{75 \text{ " } 64 \text{ "}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33) \ 37^{\text{km}} \ 125^{\text{m}} \\ \underline{18 \text{ " } 625 \text{ "}} \end{array} \quad \begin{array}{r} 34) \ 355^{\text{m}} \ 3^{\text{dm}} \ 5^{\text{cm}} \\ \underline{89 \text{ " } 6 \text{ " } 2 \text{ "}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 35) \ 129 \text{ Hektar } 12 \text{ Ar} \\ \underline{73 \text{ " } 65 \text{ "}} \end{array} \quad \begin{array}{r} 36) \ 89 \square^{\text{m}} \ 7 \square^{\text{dm}} \ 31 \square^{\text{cm}} \\ \underline{54 \text{ " } 42 \text{ " } 85 \text{ "}} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37) \ 57 \text{ Hektol.} \\ \underline{38 \text{ " } 45 \cdot 5 \text{ Lit.}} \end{array} \quad \begin{array}{r} 38) \ 129 \text{ Kilogr. } 43 \text{ Defagr.} \\ \underline{76 \text{ " } 55 \text{ "}} \end{array}$$

d.

39*) Ein Vater ist 60 Jahre alt, sein Sohn 32 Jahre jünger; wie alt ist der Sohn?

40*) An einem Gebäude steht die Jahreszahl 1665; wie alt ist dieses Gebäude?

41) Ein Glashändler bekam eine Sendung von 860 Lampencylindern, von denen er jedoch 215 Stück als nicht brauchbar zurückschickte; wie viel behielt er?

42) Jemand besitzt ein Vermögen von 15600 fl., hat aber 2580 fl., 4050 fl. und 1345 fl. Schulden; wie viel hat er mehr Vermögen als Schulden?

43) Jemand hatte 26 Ctr. 75 Kilogr. Kaffee vorrätzig; davon verkaufte er 1 Ctr. 68 Kil., 3 Ctr. 15 Kil., 6 Ctr. 45 Kil., 5 Ctr. 37 Kil.; wie groß ist noch sein Vorrath?

44) Ein Faß enthält 19·45 Hektoliter Wein; wenn nun daraus drei kleinere Fässer, welche einzeln 3·25, 4·5 und 1·84 Hektol. fassen, gefüllt werden, wie viel Wein bleibt noch im großen Faße übrig?

45) Jemand läßt von einem Acker, der 4 Hektar 57 Ar 85^m groß ist, einen Theil von 1 Hektar 64 Ar 90^m in einen Garten umwandeln; wie groß ist der übrig bleibende Ackergrund?

46) Ein Tischler nimmt für eine Arbeit 482 fl. 35 Kr. ein und gibt für das Holz 167 fl. 82 Kr., an Gesellenlohn aber 85 fl. 72 Kr. aus; wie viel bleibt ihm?

47) Kaiser Franz Josef I. wurde am 18. August 1830 geboren und bestieg am 2. December 1848 den österreichischen Thron; a) wie alt war er damals? b) wie alt ist er heute? c) wie lange regiert er?

3. Das Multiplicieren.

a.

Wie viel ist

1*) 2mal 27; 3mal 52; 6mal 17; 8mal 23?

2*) 3mal 205; 4mal 138; 7mal 119; 5mal 226?

3*) 11mal 18; 12mal 31; 15mal 47; 24mal 35?

4)	$258 \times 10 =$	5).	$83 \times 100 =$	6)	$57 \times 1000 =$
	$705 \times 10 =$		$326 \times 100 =$		$419 \times 1000 =$
	$1988 \times 10 =$		$4090 \times 100 =$		$71 \times 10000 =$

7) $843 \times 2 =$	8) $209 \times 9 =$	9) $3375 \times 6 =$
$917 \times 3 =$	$788 \times 7 =$	$9876 \times 8 =$
$562 \times 4 =$	$5046 \times 5 =$	$40723 \times 9 =$

$$10) 35719 \times 6 \times 6 \times 6 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 =$$

$$11) 80264 \times 3 \times 5 \times 7 \times 8 \times 9 \times 2 \times 4 \times 6 =$$

12) 573	13) 803	14) 7155	15) 19064
<u>47</u>	<u>62</u>	<u>398</u>	<u>715</u>

16) $827 \times 39 =$	17) $709 \times 215 =$	18) $1234 \times 5678 =$
$463 \times 23 =$	$2886 \times 748 =$	$7459 \times 3049 =$
$5229 \times 46 =$	$6174 \times 369 =$	$26830 \times 1250 =$

19) 75216×11	20) $509448 \times 11 =$
<u>75216</u>	$273063 \times 11 =$
827376	$487951 \times 110 =$

21) 46037×31	22) 195807×148
<u>138111</u>	783228
1427147	<u>1566456</u>
	28979436

23) $4756 \times 41 =$	24) $53784 \times 17 =$
$12308 \times 61 =$	$29063 \times 129 =$

25) $32 = 8 \times 4$	26) $450 = 9 \times 50$
49172×32	80553×450
<u> </u>	<u> </u>
$\times 8$	$\times 9$
393376	724977
<u> </u>	<u> </u>
$\times 4$	$\times 50$
1573504	36248850

27) $26657 \times 27 =$	28) $40956 \times 64 =$
$91434 \times 72 =$	$73281 \times 360 =$

b.

29) $7.368 \times 10 =$	30) $535.9 \times 100 =$
$50.74 \times 10 =$	$3.4027 \times 1000 =$
$1.844 \times 100 =$	$0.346 \times 10000 =$

31) $24.37 \times 7 =$	32) $90.125 \times 8 =$	33) $39.608 \times 9 =$
$476.6 \times 5 =$	$336.18 \times 3 =$	$0.2731 \times 6 =$

34) $3.142 \times 23 =$	35) $45.37 \times 58 =$	36) $62.05 \times 11 =$
$6.428 \times 46 =$	$0.692 \times 267 =$	$7.821 \times 42 =$
$79.75 \times 87 =$	$588.3 \times 498 =$	$9.144 \times 137 =$

$$37) \begin{array}{l} 27.928 \times 0.6 = \\ 556.41 \times 9.3 = \\ 48217 \times 7.5 = \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 38) 361.255 \times 0.94 = \\ 4778.19 \times 3.72 = \\ 892446 \times 53.5 = \end{array}$$

$$39) \begin{array}{l} 12.3456 \times 5.678 = \\ 9.7084 \times 0.925 = \\ 6223.17 \times 38.57 = \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 40) 624.893 \times 0.7058 = \\ 37.1556 \times 34.907 = \\ 0.82745 \times 0.0798 = \end{array}$$

$$41) 1.055 \times 1.055 \times 1.055 \times 1.055 =$$

$$42) 3.47 \times 0.11 \times 3.5 \times 0.63 \times 4.71 =$$

43) Bestimme das Product 8.5432×7.961 auf 3 Decimalstellen.

Vollständig	Abgekürzt
8.543 2	8.5432
7.96 1	1.697
59 802 4	59 8 02
7 688 88	7 6 89
512 592	5 12
8 5432	9
68.012 4152	68.012

Bei der abgekürzten Multiplication der Decimalbrüche verfähre nach folgenden Regeln:

1) Setze die Einer des Multiplisors unter die niedrigste Decimalstelle des Multiplicands, welche noch im Producte vorkommen soll, und schreibe daneben die übrigen Ziffern des Multiplisors in umgekehrter Ordnung.

2) Multipliciere mit der ersten rechts vorkommenden Ziffer des umgekehrten Multiplisors zuerst die um eine Stelle weiter rechts stehende Ziffer des Multiplicands, schreibe jedoch dieses Product nicht an, sondern behalte davon nur die nächsten Zehner, welche die Correctur bilden; dann multipliciere die gerade darüberstehende Ziffer des Multiplicands, addiere zu dem Producte die Correctur, und fange hier das abgekürzte Theilproduct zu schreiben an; nun werden nach der Reihe auch die weiter aufwärts folgenden Ziffern des Multiplicands multipliciert. Ebenso multipliciere dann mit der zweiten, dritten, Ziffer des umgekehrten Multiplisors, und schreibe die einzelnen dadurch erhaltenen abgekürzten Theilproducte als Additionsposten unter einander.

3) Addiere die abgekürzten Theilproducte, und schneide in der Summe die verlangte Anzahl Decimalen ab.

Suche nach der abgekürzten Multiplication:

44) $9\cdot057 \times 2\cdot876$ in 3 Decimalen.

45) $13\cdot4794 \times 5\cdot93$ (2 Dec.)

46) $82\cdot362 \times 12\cdot935$ (3 Dec.)

47) $6\cdot9754 \times 0\cdot2844$ (4 Dec.)

48) $27\cdot39 \times 3\cdot141$ (3 Dec.)

49) $304\cdot279 \times 0\cdot053$ (2 Dec.)

50) $1\cdot05 \times 1\cdot05 \times 1\cdot05$ (4 Dec.)

51) $1\cdot04 \times 1\cdot04 \times 1\cdot04 \times 1\cdot04 \times 1\cdot04$ (6 Dec.)

c.

52) 23 Tage 17 Stunden 38 Min. 45 Sec. $\times 8 =$

Verwandle in Decimalbrüche und multipliciere:

53) $51^{\text{km}} 728^{\text{m}} \times 59$
 $17 \text{ Hektar } 42 \text{ Ar} \times 72$
 $62 \text{ Hektol. } 87 \text{ Lit.} \times 1\cdot8$

54) $208 \text{ fl. } 38 \text{ Kr.} \times 81$
 $744 \text{ fl. } 9 \text{ Kr.} \times 2\cdot48$
 $560 \text{ fl. } 86 \text{ Kr.} \times 35\cdot1$

55) $42^{\text{m}} 7^{\text{dm}} 3^{\text{cm}} 8^{\text{mm}} \times 145$

$8 \square^{\text{m}} 53 \square^{\text{dm}} 82 \square^{\text{cm}} \times 480$

$57 \text{ Cub.}^{\text{m}} 314 \text{ Cub.}^{\text{dm}} 58 \text{ Cub.}^{\text{cm}} \times 2\cdot8$

$5 \text{ Kilogr. } 75 \text{ Dekagr. } 2 \text{ Gr.} \times 53\cdot1$

d.

56*) Ein Str. Zucker kostet 58 fl.; wie viel kosten 5, 9, 12 Str.?

57*) Wie viel kosten 21 Hektoliter Wein à 28 fl.?

58) Wie viel wiegen 60 Liter Kartoffeln, wenn das Hektoliter 82 Kilogr. wiegt?

59) Eine Kuh gibt jährlich 1620 Liter Milch; wie viel Milch erhält man in 1 Jahre von 16 Rügen?

60) Ein Eisenbahnarbeiter verdient wöchentlich 6 fl. 48 Kr.; wie viel beträgt sein Verdienst in 32 Wochen?

61) Die Luft übt auf eine Fläche, die $1 \square^{\text{dm}}$ groß ist, einen Druck von 103 Kilogr. 320 Gramm aus; wie viel beträgt der Druck auf eine Fläche von $1 \square^{\text{m}}$?

62) Osterreich-Ungarn erzeugt im Durchschnitte jährlich 37180 Kilogr. feines Silber; wie viele Guldendstücke, zu 90 auf 1 Kilogr., können daraus geprägt werden?

63) Wie viele Einwohner hat die österreichisch-ungarische Monarchie mit 11306·36 geogr. □Meil., wenn auf 1 □Meile durchschnittlich 3179 Einwohner kommen?

64) Der Äquator der Erde hat 360 Grade, deren jeder 15 geogr. Meilen lang ist; wie viel Kilometer beträgt die Länge des Äquators, da 1 g. Meile = 7·4204^{Km} ist?

65) Ein um 1 Grad östlicher liegender Ort hat 4 Zeitminuten früher Mittag; wie viel Uhr ist es in Paris, das 34 Grad westlich von Wien liegt, wenn es in Wien 10 Uhr 28 Min. vormittags ist?

66) Von 3 Stück Tuch à 48·5^m wird das Meter, das im Einkaufe 3 fl. 74 Kr. kostet, für 4 fl. 28 Kr. verkauft; wie groß ist a) die ganze Einkaufssumme, b) die Verkaufssumme, c) der Gewinn?

4. Das Dividieren.

a.

Bestimme

- | | | |
|-------------------|-------------------|---------------------|
| 1*) 76 : 2 | 2*) 102 : 6 | 3*) 508 : 2 |
| 112 : 4 | 434 : 7 | 741 : 3 |
| 235 : 5 | 594 : 9 | 630 : 5 |
| 4) 560 : 10 = | 5) 3590 : 100 = | 6) 93000 : 1000 = |
| 700 : 10 = | 6070 : 100 = | 42300 : 1000 = |
| 1834 : 10 = | 4321 : 100 = | 18655 : 1000 = |
| 7) 2336 : 4 = | 8) 85375 : 5 = | 9) 37260 : 20 = |
| 7191 : 9 = | 27040 : 8 = | 19500 : 300 = |
| 4063 : 7 = | 12347 : 6 = | 84432 : 500 = |
| 10) 612 : 51 = | 11) 20511 : 53 = | 12) 12121 : 23 = |
| 1849 : 43 = | 32130 : 18 = | 59018 : 46 = |
| 5037 : 62 = | 23700 : 75 = | 23700 : 75 = |
| 13) 64294 : 122 = | 14) 45144 : 171 = | 15) 2444388 : 426 = |
| 171768 : 204 = | 25296 : 124 = | 1229028 : 138 = |
| 225550 : 325 = | 780134 : 653 = | 8360554 : 870 = |

$$16) \begin{array}{l} 250320 : 2384 = \\ 1512648 : 3576 = \\ 1967360 : 6148 = \end{array}$$

$$17) \begin{array}{l} 6998016 : 3417 = \\ 19277634 : 9634 = \\ 51370540 : 7900 = \end{array}$$

$$18) \begin{array}{l} 32 = 8 \times 4 \\ 2688 : 32 \\ \hline : 8 \\ 336 \\ \hline : 4 \\ 84 \end{array}$$

$$19) \begin{array}{l} 972 : 27 = \\ 3724 : 49 = \\ 4900 : 28 = \\ 8176 : 56 = \\ 56538 : 81 = \end{array}$$

$$20) \begin{array}{l} 85608 : 24 = \\ 32130 : 18 = \\ 17400 : 15 = \\ 125860 : 35 = \\ 321111 : 63 = \end{array}$$

$$21) \begin{array}{l} 25 \times 4 = 100 \\ 9325 : 25 \\ \hline \times 4 \\ 37300 : 100 = 373 \end{array}$$

$$22) \begin{array}{l} 25 = 100 : 4 \\ 7214_{00} \times 25 \\ \hline : 4 \\ 180350 \end{array}$$

$$23) \begin{array}{l} 17725 : 25 = \\ 353675 : 25 = \end{array}$$

$$24) \begin{array}{l} 4835 \times 25 = \\ 20964 \times 25 = \end{array}$$

$$25) \begin{array}{l} 81564 \times 250 = \\ 378750 : 250 = \end{array}$$

$$26) \begin{array}{l} 125 \times 8 = 1000 \\ 72375 : 125 \\ \hline \times 8 \\ 579000 : 1000 = 579 \end{array}$$

$$27) \begin{array}{l} 125 = 1000 : 8 \\ 5938_{000} \times 125 \\ \hline : 8 \\ 742250 \end{array}$$

$$28) \begin{array}{l} 34750 : 125 = \\ 598125 : 125 = \end{array}$$

$$29) \begin{array}{l} 3075 \times 125 = \\ 96632 \times 125 = \end{array}$$

$$30) \begin{array}{l} 56749 \times 125 = \\ 276426 : 125 = \end{array}$$

b.

$$31) \begin{array}{l} 57.3 : 10 = \\ 8.25 : 10 = \end{array}$$

$$32) \begin{array}{l} 618.4 : 100 = \\ 3.142 : 100 = \end{array}$$

$$33) \begin{array}{l} 2468.2 : 1000 = \\ 58.065 : 1000 = \end{array}$$

$$34) \begin{array}{l} 384.8 : 4 = \\ 35.75 : 5 = \end{array}$$

$$35) \begin{array}{l} 693.7 : 7 = \\ 0.2244 : 6 = \end{array}$$

$$36) \begin{array}{l} 52.832 : 8 = \\ 0.25673 : 7 = \end{array}$$

$$37) \begin{array}{l} 9.12 : 38 = \\ 23.52 : 98 = \end{array}$$

$$38) \begin{array}{l} 268.8 : 32 = \\ 13.905 : 36 = \end{array}$$

$$39) \begin{array}{l} 118.44 : 315 = \\ 22.555 : 694 = \end{array}$$

$$40) \begin{array}{l} 71.541 : 0.9 = \\ 144.56 : 5.2 = \\ 35.312 : 7.3 = \end{array}$$

$$41) \begin{array}{l} 0.3197 : 27.8 = \\ 4735.02 : 0.53 = \\ 29.6528 : 4.16 = \end{array}$$

$$42) \begin{array}{l} 24542.57 : 0.71 = \\ 632.1825 : 69.1 = \\ 3.865712 : 3.14 = \end{array}$$

$$43) \begin{array}{l} 2.135678 : 0.625 = \\ 206.03122 : 0.709 = \\ 25565.2848 : 26.07 = \end{array}$$

Soll der Quotient nur auf eine bestimmte Anzahl von Decimalstellen entwickelt werden, so bedient man sich der abgekürzten Division. Dabei verfähre nach folgenden Regeln:

1) Suche die erste Ziffer des Quotienten und bestimme ihren Stellenwert. Da der Quotient eine bestimmte Anzahl Decimalen enthalten soll, so ist aus dem Stellenwerte der ersten Ziffer auch bekannt, wie viele Ziffern der verlangte Quotient im ganzen d. i. Ganze und Decimalen haben soll.

2) Schneide im Divisor von der Linken angefangen so viele Ziffern ab, als ihrer der gesuchte Quotient enthalten soll; diese bilden den abgekürzten Divisor. Hat der Divisor nicht so viele Ziffern, als ihrer abgeschnitten werden sollen, so tritt die abgekürzte Division erst später im Verlaufe der Rechnung ein.

3) Behalte auch im Dividend nur so viele Ziffern von der höchsten angefangen, als ihrer der Quotient haben soll, oder um eine mehr, wenn der abgekürzte Divisor in eben so vielen höchsten Ziffern des Dividends nicht enthalten ist; jene beibehaltenen Ziffern sind der abgekürzte Dividend.

4) Dividire nach der gewöhnlichen Divisionsweise so lange fort, bis die letzte Ziffer des abgekürzten Dividends herabgesetzt wurde; hierauf laß bei jeder folgenden Division die niedrigste noch vorhandene Ziffer des Divisors weg; die jedesmal gefundene Ziffer des Quotienten multipliciere dann zuerst mit der höchsten im Divisor weggelassenen Ziffer und zähle die aus diesem Producte erhaltenen Zehner als Correctur zu dem ersten eigentlichen Producte dazu.

5) Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis sich im Divisor keine Ziffer mehr vorfindet.

44) Bestimme den Quotienten $19\cdot339 : 8\cdot1534$ mit 3 Decimalstellen.

$$19339|0 : 8,15,3|4 = 2\cdot372$$

3032

586

15

Die aufeinander folgenden abgekürzten
Dividende und Divisoren sind:

$$19339 : 8153$$

$$3032 : 815$$

$$586 : 81$$

$$15 : 8$$

Bestimme nach der abgekürzten Division:

45) $83\cdot423 : 31\cdot586$ mit 3 Decimalen.

46) $89\cdot34 : 9\cdot475$ (3 Dec.)

47) $3\cdot79357 : 13\cdot8594$ (4 Dec.)

48) $0\cdot9275 : 0\cdot3702$ (4 Dec.)

49) $549\cdot0021 : 48\cdot5$ (3 Dec.)

- 50) 72·804 : 0·098 (3 Dec.)
 51) 100 : 3·1419 (2 Dec.)
 52) 4·78235 : 0·3881 (3 Dec.)
 53) 0·84637 : 0·00163 (2 Dec.)

c.

- 54) 127 Tage 7 Stund. 28 Min. 48 Sec. : 8 =
 Verwandle in die niedrigste Benennung und dividiere:
 55) 1955 fl. 94 Kr. : 21 | 56) 4114 Hektar 23 Ar : 87
 18133 fl. 15 Kr. : 503 | 19831 Hektol. 63 Lit. : 217
 1966^{Km} 592^m : 64 | 4199 Kil. 25 Def. : 825
 57) 20^m 5^{dm} 1^{cm} 1^{mm} : 53
 58) 35□^m 36□^{dm} 75□^{cm} : 25
 59) 533 Cub.^m 478 Cub.^{dm} 528 Cub.^{cm} : 792
-
- 60) 205 fl. 11 Kr. : 3 fl. 87 Kr. =
 61) 319 Hektar 70 Ar : 2 Hektar 78 Ar =
 62) 16763 Kil. 67 Defagr. : 31 Kil. 57 Defagr. =

d.

63*) 8 Hektoliter Wein kosten 224 fl.; wie viel kostet 1 Hektol.?

64*) Ein Beamter hat einen Jahresgehalt von 1800 fl.; wie viel bezieht er monatlich?

65) Ein Rad macht in 24 Minuten 1728 Umläufe; wie oft dreht es sich in 1 Minute um?

66) Steiermark hat auf 224·54□^{Mm} 1137748 Einwohner; wie viele Einwohner kommen auf 1□^{Mm}?

67) Wie viele Fässer braucht man zur Verpackung von 10560 Kilogr. Zucker, wenn jedes 165 Kil. faßt?

68) 1 Achtguldenstück = 8·1 fl. in Silber; mit wie vielen Achtguldenstücken kann man 591·3 fl. in Silber bezahlen?

69) Ein Haus hat auf eine Höhe von 11^m 7^{dm} drei Treppen mit 65 Stufen; wie hoch ist jede Stufe?

70) Ein Kaufmann erhält 3 Säcke Kaffee, welche einzeln 186·5, 191·6 und 194·3 Kilogr. wiegen; er verkauft in der ersten Woche den 12. Theil; wie viel behält er noch?

71) A und B kauften 26 Hektoliter Weizen für 216 fl. 32 Kr.; davon nahm A 9 Hektoliter, B den Rest; wie viel hat jeder zu bezahlen?

72) Ein Kaufmann kauft 16 Centner Reis à 21 Kr.; die Spesen betragen 99 fl.; wie theuer muß er das Kilogramm verkaufen, um an der Ware 82 fl. 50 Kr. zu gewinnen?

73) Jemand mischt 1 Liter Wein à 32 Kr., 1 Liter à 40 Kr. und 1 Liter à 42 Kr.; wie viel ist 1 Liter der Mischung wert?

1 Lit. der 1. Sorte kostet	32 Kr.	Die Rechnung, durch welche der Wert der Einheit einer Mischung, welche aus Theilen von verschiedenen Werten besteht, gefunden wird, heißt Durchschnittsrechnung.
1 " " 2. " "	40 "	
1 " " 3. " "	42 "	
3 Lit. der Mischung kosten	114 Kr.	
1 " " " "	kostet 38 Kr.	

74) Jemand mischt zu gleichen Theilen 4 Sorten Reis, à 24, 28, 30 und 34 Kr. das Kilogr.; wie viel kostet 1 Kil. der Mischung?

75) Ein Weingarten liefert in 5 auf einander folgenden Jahren 124, 203, 176, 145, 187 Hektoliter Wein; wie viel durchschnittlich in 1 Jahre?

76) Jemand mischt 12 Hektoliter Wein à 36 fl. mit 4 Hektol. à 28 fl.; wie viel kostet 1 Hektoliter der Mischung?

12 Hektol. à 36 fl. kosten	432 fl.
4 " " à 28 " "	112 "
16 Hektol. d. Mischung " "	544 fl.
1 " " " "	kostet 544 fl. : 16 = 34 fl.

77) Zu 24 Liter Wein à 35 Kr. gießt man 6 Liter Wasser; welchen Wert hat nun 1 Liter?

78) Jemand mischt 39 Liter Spiritus à 40 Grad mit 26 Liter à 30 Grad; welchen Gehalt hat die Mischung?

Der Spiritus hat 40 Grad, heißt: unter 100 Raumtheilen sind 40 Theile reiner Weingeist (Alkohol) und 60 Theile Wasser.

79) Ein Wirt hat 18 Hektoliter Wein à 24 fl. und mischt denselben mit 6 Hektol. à 32 fl. und 6 Hektol. à 36 fl.; wie viel gewinnt er, wenn er das Liter der Mischung zu 34 Kr. verkauft?

Angewandte Aufgaben über die Multiplication und Division als Schlussrechnungen.

(Wiederholungsübungen für das Kopfrechnen.)

a.

1) 1 Hektoliter Weizen kostet 9 fl.; wie viel kosten 12 Hektoliter?

2) 1 Meter kostet 5 fl.; was kosten 11, 18, 35, 40 Meter?

3) 1 Ur kostet 16 fl.; was kosten 4, 9, 13, 25 Ur?

4) 1 Hektol. kostet 34 fl.; was kosten 3, 8, 12, 20 Hekt.??

5) Jemand zahlt monatlich 26 fl. Kostgeld; wie viel in 1 Jahre?

6) Ein Arbeiter verdient wöchentlich 5 fl. 40 Kr.; wie viel in 3, 7, 15 Wochen?

7) 1 Decimeter kostet 32 Kr.; a) wie viele Zehner kostet 1 Meter; b) wie hoch kommen 3, 8, 15 Meter?

8) 1 Buch Papier kostet 18 Kr.; a) wie viele Zehner kostet 1 Rieß; b) wie viel kosten 2, 5, 12 Rieß?

9) 1 Liter Bier kostet 22 Kr.; a) wie viele Gulden kostet 1 Hektoliter; b) wie viel kosten 2, 7, 20 Hektoliter?

10) 1 Kilogr. Zucker kostet 52 Kr.; a) wie viele Gulden kostet 1 Centner; b) wie viel kosten 3, 8, 14 Str.?

11) 1 \square^m kostet 13 Kr.; wie viel kostet a) 1 Ur, b) 1 Hektar?

12) 1 Liter kostet 36 Kr.; wie viel kosten 12 Liter?

12 Liter à 36 Kr.

12 Liter à 3 Zehner kosten 12mal 3 Z. = 36 Z. = 3 fl. 60 Kr.

12 " à 6 Kr. " 12mal 6 Kr. 72 "

zusammen 4 fl. 32 Kr.

13) Wie viel kosten 5 Paar Strümpfe à 76 Kr.?

14) Wie viel kosten 3, 7, 12, 21 Liter à 30 Kr.?

15) Wie viel kosten 4, 6, 10, 32 Kilogr. à 64 Kr.?

16) Wie viel kosten 5, 8, 15, 28 Meter à 2 fl. 83 Kr.?

17) Wie viel kosten 2 Duzend Messer, das Stück zu 85 Kr.?

- 18) 1 Liter kostet 50 Kr.; wie viel kosten 24 Liter?
 19) Wie viel kosten 28 Kilogr. à 25 Kr.?
 20) Wie viel kosten 35 Liter à 21 Kr.?
 21) Wie viel kosten 16 Meter à 49 Kr., à 52 Kr.,
 à 2 fl. 25 Kr.?
 22) Ein Tagelöhner verdient täglich 96 Kr.; wie viel in
 24 Tagen?
 23) 1 Kilogr. Rindfleisch kostet 51 Kr.; wie viel kosten
 3, 8, 12, 25 Kilogr.?
 24) Jemand verkauft 56 Kilogr. Kaffee à 1 fl. 54 Kr.
 und gewinnt daran 8 fl. 4 Kr.; wie viel hat er beim Einkaufe
 dafür ausgegeben?

b.

- 25) 7 Ur kosten 126 fl.; wie viel kostet 1 Ur?
 26) Jemand gibt in 6 Tagen 45 fl. aus; wie viel durch-
 schnittlich in 1 Tage?
 Wie viel kostet 1 Meter, wenn
 27) 9 Meter 72 fl. kosten? | 29) 20 Meter 110 fl. kosten?
 28) 15 " 75 " " | 30) 18 " 135 " "
 31) 20 Liter kosten 8 fl.; wie viel kostet 1 Liter?
 32) Für 16 fl. kauft man 64 Liter; wie viel für 1 fl.?
 33) 1 Meter kostet 36 Zehner; wie viel kostet 1 Decimeter?
 34) 1 Ries Papier kostet 4, 5, 6, 8 fl.; wie viel kostet
 1 Buch?
 35) Wie viel kostet 1 Liter, wenn 1 Hektoliter 22, 30,
 45 fl. kostet?
 36) 1 Centner kostet 26, 50, 148 fl.; wie viel kostet
 1 Kilogramm?
 37) Wie viel kostet 1 \square^m , wenn 1 Ur 14, 17, 20 fl. kostet?
 38) 11 Meter kosten 8 fl. 58 Kr.; wie viel kostet 1 Meter?
 8 fl. 58 Kr. = 77 Zehner + 88 Kr.
 der 11. Theil von 77 Zehn. sind 7 Zehner = 70 Kr.
 " " " " 88 Kr. " 8 "

 78 Kr.

39) 7 Liter kosten 3 fl. 15 Kr.; was kostet 1 Liter?

40) 9 Kilogr. kosten 5 fl. 4 Kr.; was kostet 1 Kilogr.?

41) 12 Meter kosten 69 fl.; was kostet 1 Meter?

42) 3, 7, 10 Meter kosten 10 fl. 50 Kr.; wie viel kostet 1 Meter?

43) 6, 8, 9 Kilogr. kosten 8 fl. 64 Kr.; wie viel kostet 1 Kilogr.?

44) 5, 9, 11 Stück kosten 34 fl. 65 Kr.; wie viel kostet 1 Stück?

c.

45) 1 Arbeiter vollendet ein Werk in 35 Tagen; wie viele Tage würden 7 Arbeiter dazu brauchen?

Ein Arbeiter braucht 35 Tage; 7 Arbeiter brauchen nur den 7. Theil von 35 Tagen = 5 Tage.

46) 1 Person langt mit einem Mehlvorrathe 48 Tage aus; wie lange würden mit demselben Vorrathe 8 Personen ausreichen?

47) A braucht zu einem Rocke 27^{dm} Tuch, wenn dieses 1^m breit ist; wie viel Tuch hat er dazu nöthig, wenn dasselbe nur 8^{dm} breit ist?

48) 6 Mäher mähen eine Wiese in 3 Tagen ab; wie viel Tage würde 1 Mäher dazu brauchen?

6 Mäher brauchen 3 Tage; 1 Mäher braucht 6mal so viel Zeit, also 6mal 3 Tage = 18 Tage.

49) 100 fl. Capital geben in 4 Jahren einen bestimmten Zins; wie groß muß das Capital sein, damit es in 1 Jahre denselben Zins bringe?

50) Ein Heuvorrath reicht für 12 Pferde 8 Tage aus; wie lange würde er für 1 Pferd ausreichen?



Zweiter Abschnitt.

Theilbarkeit der Zahlen.

1) Dividire die Zahlen 35, 60, 72, 345, 1324, 2395, 30825, 139448 durch 5. Welche von diesen Zahlen lassen sich durch 5 ohne Rest dividieren, welche lassen sich durch 5 nicht ohne Rest dividieren?

Läßt sich eine Zahl durch eine andere ohne Rest dividieren, so heißt sie durch diese andere Zahl theilbar; die erstere Zahl nennt man ein Vielfaches der letzteren, und die letztere ein Maß der ersteren. So ist 35 durch 5 theilbar; 35 ist ein Vielfaches von 5, 5 ist ein Maß von 35.

2) Gib alle Zahlen an, durch welche folgende Zahlen theilbar sind:

3, 8, 12, 17, 20, 28, 31, 36, 43, 56, 72, 83.

Zahlen, welche nur durch 1 und durch sich selbst theilbar sind, heißen Primzahlen; z. B. 3, 17. Zahlen, welche außer durch 1 und durch sich selbst auch noch durch andere Zahlen theilbar sind, heißen zusammengesetzte Zahlen; z. B. 8, 12, 20.

3) Gib alle Primzahlen von 1 bis 100 an.

4) Die Zahlen 105, 65 und 35 sind durch 5 theilbar; untersuche, ob auch ihre Summe $105 + 65 + 35$ durch 5 theilbar ist.

Sind zwei oder mehrere Zahlen durch eine gemeinschaftliche Zahl theilbar, so ist auch ihre Summe durch dieselbe Zahl theilbar.

5) Die Zahlen 84 und 48 sind durch 4 theilbar; untersuche, ob auch ihre Differenz $84 - 48$ durch 4 theilbar ist.

Sind zwei Zahlen durch eine gemeinschaftliche Zahl theilbar, so ist auch ihre Differenz durch dieselbe Zahl theilbar.

6) Die Zahl 42 ist durch 6 theilbar; untersuche, ob auch das Vielfache 42×6 durch 6 theilbar ist.

Ist eine Zahl durch eine andere Zahl theilbar, so ist auch jedes Vielfache derselben durch diese andere Zahl theilbar.

1. Kennzeichen der Theilbarkeit und Zerlegung in Primfactoren.

1) Jede Zehnerzahl, z. B. 80, 130, 750, ist durch 2 theilbar. Sind in einer Zahl auch die Einer durch 2 theilbar, so ist es die Zahl selbst. Durch 2 sind alle geraden Zahlen theilbar.

Welche der folgenden Zahlen sind durch 2 theilbar: 146, 258, 375, 860, 1204, 4843, 5316, 7832?

2) Bestimme in den Zahlen 4812 und 3614 die Ziffernsumme und untersuche, ob diese durch 3 theilbar ist. Ist die Ziffernsumme einer Zahl durch 3 theilbar, so ist auch die Zahl durch 3 theilbar.

$4 + 8 + 1 + 2 = 15$ ist durch 3 theilbar, also ist auch 4812 durch 3 theilbar; $3 + 6 + 1 + 4 = 14$ ist nicht durch 3 theilbar, also ist auch 3614 nicht durch 3 theilbar.

Welche von den folgenden Zahlen sind durch 3 theilbar: 126, 713, 801, 923, 1287, 5789, 6252, 14151?

3) Zähle von 4 angefangen bis 100 so, daß du immer 4 zuzählst; dadurch bekommst du alle ein- und zweiziffrigen Zahlen, welche durch 4 theilbar sind. Da alle Hunderte durch 4 theilbar sind, so sind durch 4 jene Zahlen theilbar, deren zwei niedrigste Stellen durch 4 theilbar sind.

Welche der folgenden Zahlen sind durch 4 theilbar: 378, 532, 812, 920, 2528, 3714, 5282, 31516?

4) Jede Zehnerzahl ist durch 5 theilbar. Durch 5 sind daher jene Zahlen theilbar, welche in der Stelle der Einer 0 oder 5 haben.

Welche von den Zahlen 85, 92, 310, 705, 816, 1550, 7875 sind durch 5 theilbar?

5) Durch 6 sind alle Zahlen theilbar, welche durch 2 und durch 3 theilbar sind, also alle geraden Zahlen, welche zugleich durch 3 theilbar sind.

Welche von den Zahlen 72, 126, 354, 723, 816, 1348, 7902 sind durch 6 theilbar?

6) Durch 9 sind alle Zahlen theilbar, deren Ziffernsumme durch 9 theilbar ist.

Welche von den folgenden Zahlen sind durch 9 theilbar: 138, 324, 612, 5040, 7199, 13842?

7) Durch 10, 100, ... sind alle Zahlen theilbar, welche rechts 1, 2, ... Nullen haben.

Welche von den Zahlen 95, 320, 53000, 79450, 12300 sind durch 10, welche durch 100, welche durch 1000 theilbar?

8) Untersuche nach den angeführten Kennzeichen, welche von den Zahlen 120, 255, 864, 4560, 5055, 423450 durch 2, welche durch 3, 4, 5, 6, 9, 10 theilbar sind.

9) Gib an, durch welche von den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 die nachfolgenden Zahlen theilbar sind:

24, 112, 1840, 8316, 18480, 31704, 652440;
60, 396, 3454, 5715, 23400, 57584, 740927;
84, 875, 5040, 7131, 38124, 24387, 321625.

10) Dividiere die Zahl 630 durch die kleinste Primzahl, durch die sie theilbar ist, 1 nicht mitgerechnet, den Quotienten dividire wieder durch die kleinste Primzahl, durch die er theilbar ist, und verfähre ebenso mit jedem folgenden Quotienten, bis der letzte Quotient selbst eine Primzahl ist.

$$\begin{array}{rcl}
 630 : 2 = 315 & \text{oder} & 630|2 \\
 315 : 3 = 105 & & 315|3 \\
 105 : 3 = 35 & & 105|3 \\
 35 : 5 = 7 & & 35|5 \\
 & & 7
 \end{array}$$

Die nach und nach angewendeten Divisoren 2, 3, 3, 5 und der letzte Quotient 7 sind die Primfactoren, aus denen die zusammengesetzte Zahl 630 besteht; denn

$$630 = 2 \times 315 = 2 \times 3 \times 105 = 2 \times 3 \times 3 \times 35 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7.$$

11) Zerlege folgende Zahlen in Primfactoren:

18, 28, 42, 45, 56, 60, 72, 80, 96, 100.

12) Zerlege in Primfactoren:

240, 360, 540, 936, 1050, 2900, 3075, 5250.

2. Größtes gemeinschaftliches Maß.

1) Durch welche gemeinschaftliche Zahlen sind 24 und 36 theilbar?

$$\begin{array}{r|l}
 24 & 2 \\
 12 & 2 \\
 6 & 2 \\
 3 & 3 \\
 \hline
 & 33
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 \hline
 & 33
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \\
 36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3
 \end{array}$$

24 und 36 sind demnach beide durch 2, 3, ferner durch $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$ und $2 \times 2 \times 3 = 12$ theilbar.

Sind zwei oder mehrere Zahlen durch dieselbe Zahl theilbar, so heißt diese ein gemeinschaftliches Maß jener Zahlen. Die größte Zahl, durch welche zwei oder mehrere Zahlen theilbar sind, heißt das größte gemeinschaftliche Maß dieser Zahlen. Die Zahlen 24 und 36 haben die gemeinschaftlichen Maße 2, 3, 4, 6, 12; die Zahl 12 aber ist ihr größtes gemeinschaftliches Maß.

Das größte gemeinschaftliche Maß zweier oder mehrerer Zahlen ist das Product aller Primfactoren, welche in den gegebenen Zahlen gemeinschaftlich vorkommen.

Zwei Zahlen, welche außer 1 kein gemeinschaftliches Maß haben, heißen Primzahlen unter sich oder relative Primzahlen.

2) Zerlege in Primfactoren die Zahlen 54, 72 und 126, und bestimme ihr größtes gemeinschaftliches Maß.

$$\begin{array}{r|l}
 54 & 2 \\
 27 & 3 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 \hline
 & 33
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 72 & 2 \\
 36 & 2 \\
 18 & 2 \\
 9 & 3 \\
 3 & 3 \\
 \hline
 & 33
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r|l}
 126 & 2 \\
 63 & 3 \\
 21 & 3 \\
 7 & 7 \\
 \hline
 & 77
 \end{array}
 \qquad
 \text{Größtes gem. Maß } 2 \times 3 \times 3 = 18.$$

Suche das größte gemeinsch. Maß folgender Zahlen:

<p>3*) 32, 48</p> <p>4*) 60, 75</p> <p>5*) 180, 270</p> <p>6) 120, 500</p> <p>7) 320, 340</p>	<p>8) 40, 64, 72</p> <p>9) 42, 56, 98</p> <p>10) 300, 360, 840</p> <p>11) 294, 336, 504</p> <p>12) 312, 468, 624.</p>
---	---

Um das größte gemeinschaftliche Maß größerer Zahlen unabhängig von ihrer Zerlegung in Factoren zu finden, wird folgendes Verfahren, das auf den Sätzen in 4), 5) und 6) Seite 19 beruht, angewendet:

Man dividirt die größere der beiden Zahlen durch die kleinere, sodann den Divisor durch den übrig gebliebenen Rest, den neuen Divisor durch den neuen Rest, u. s. f., bis endlich eine Division ohne Rest aufgeht. Der letzte Divisor ist das größte gemeinschaftliche Maß der zwei gegebenen Zahlen.

13) Suche das größte gemeinschaftliche Maß der Zahlen 345 und 506.

$$\begin{array}{rcl}
 506 : 345 = 1 & \text{oder} & 345 \mid 506 \mid 1 \\
 161 \text{ Rest} & & \mathbf{23} \mid 161 \mid 2 \\
 345 : 161 = 2 & & \mid 0 \mid 7 \\
 23 \text{ Rest} & & \\
 161 : \mathbf{23} = 7 & &
 \end{array}$$

das größte gemeinschaftliche Maß ist also 23.

Suche ebenso das größte gemeinschaftliche Maß folgender Zahlen:

14) 62, 279	17) 289, 323	20) 481, 1110
15) 221, 299	18) 493, 629	21) 637, 4277
16) 504, 714	19) 235, 637	22) 1441, 4587

3. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches.

1*) Multipliciere die Zahlen 6, 8 und 9, und untersuche, ob das Product durch jede der drei Zahlen theilbar ist.

Eine Zahl, welche durch zwei oder mehrere Zahlen theilbar ist heißt ein gemeinschaftliches Vielfaches dieser Zahlen. Die kleinste Zahl, welche durch mehrere andere Zahlen theilbar ist, heißt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Zahlen.

Das Product zweier oder mehrerer Zahlen ist immer ein gemeinschaftliches Vielfaches, aber nicht immer das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Zahlen.

2*) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 2, 3, 5, 12, 60.

Da 2, 3, 5 und 12 in 60 ohne Rest enthalten sind, so ist 60 selbst das gesuchte kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

3*) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 3, 5 und 8.

Da 3, 5 und 8 Primzahlen unter sich sind, so ist ihr Product $3 \times 5 \times 8 = 120$ selbst ihr kleinste gemeinschaftliches Vielfaches.

Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen:

4*) 3, 5

6) 3, 5, 8, 11

5*) 2, 5, 7

7) 5, 8, 9, 13, 17.

Wenn zwei oder mehrere der gegebenen Zahlen ein gemeinschaftliches Maß haben, so findet man das kleinste gemeinschaftliche Vielfache derselben, indem man die Zahlen neben einander schreibt, diejenigen, die in anderen größeren ohne Rest enthalten sind, sogleich weglässt, die übrigen so lange durch ihre gemeinschaftlichen Maße dividirt, als noch zwei derselben durch die gleiche Zahl theilbar sind, und endlich die zuletzt gebliebenen Zahlen und alle rechts angeschriebenen Divisoren mit einander multipliciert; das Product ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

8) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 3, 5, 8, 10, 12, 15, 36.

3,	5,	8,	10,	12,	15,	36
		4,	5,	6,	15,	182
		2,			15,	92
		2,			5,	33

Kl. gem. Vielf. $2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 360$.

Suche das kleinste gem. Vielfache der Zahlen:

9*) 4, 10

12) 12, 16, 18, 24

10*) 6, 15

13) 10, 12, 16, 18, 25

11*) 10, 25

14) 5, 8, 9, 15, 20, 36, 60.

Wiederholungsaufgaben.

Wie viel ist

1*) $83 + 95$; $259 + 121$; $377 + 98$; $546 + 297$?2*) $90 - 57$; $143 - 94$; $615 - 436$; $802 - 398$?

3*) 7mal 68; 8mal 135; 12mal 57; 18mal 73?

4*) $\frac{1}{5}$ von 150, 305, 275, 96, 182, 470, 333?

5*) 1 Ctr. kostet 46 fl.; wie viel kosten 8 Kilogr.?

6*) Wie viel kosten 17 Liter à 44 Kr.?

7*) " " " 23 Kilogr. à 60 Kr.?

8*) " " " 36 Meter à 1 fl. 26 Kr.?

9*) " " " 15 Hektol. à 8 fl. 90 Kr.?

10) Durch welche von den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 sind folgende Zahlen theilbar:

28, 224, 375, 2520, 9240, 46800, 354240;
30, 612, 756, 6908, 5028, 34560, 192432?

11) Kaiser Josef II. starb am 20. Februar 1790 in einem Alter von 48 Jahren 11 Monaten 7 Tagen; wann wurde er geboren?

12) 86 Ar Ackergrund werden für 1070·7 fl. gekauft; wie viel kostet 1 Ar?

13) Multipliciere jede der Zahlen 31976, 59028, 905876, 257638 mit a) 791, b) 3456, c) 57089.

14) $344\cdot278 + 93\cdot097 + 814\cdot77 + 0\cdot7456 + 12\cdot829 =$

15) $0\cdot5 + 0\cdot25 + 0\cdot125 + 0\cdot0625 + 0\cdot03125 =$

Suche nach der abgekürzten Division:

16) $593\cdot1324 : 41\cdot0645$ (3 Decim.)

17) $0\cdot092856 : 0\cdot0006912$ (3 Decim.)

18) Jemand hat eine Rechnung von 248 fl. 20 Kr. zu berichtigen, er zahlt darauf 34 Stück Ducaten à 5 fl. 75 Kr.; wie viel bleibt er noch schuldig?

19) An drei nacheinander folgenden Markttagen kostet das Hektoliter Weizen 9 fl. 54 Kr., 8 fl. 96 und 9 fl. 16 Kr.; wie groß ist der Durchschnittspreis?

20*) Suche das größte gem. Maß von a) 8 und 12; b) 10 und 15; c) 16 und 20; d) 24 und 36.

21*) Suche das kleinste gem. Vielfache von a) 8 und 12; b) 20 und 25; c) 16 und 20.

22*) Von dem Steuergulden werden 24 Kr. Gemeindeumlagen erhoben; A zahlt 38 fl. Steuer; wie viel hat er als Umlage zu entrichten?

23*) 5, 7, 9 Meter kosten 31 fl. 50 Kr.; wie hoch kommt 1 Meter?

24) Zerlege in Primfactoren:

48, 150, 270, 356, 450, 720, 1800, 1536, 4458.

25) Wie viel wiegt eine Eisenbahnschiene von 5^m 65^{cm} Länge, wenn das laufende Meter 70·12 Kilogr. wiegt?

26) Ein Goldschmied schmelzt 7 Kilogr. 720tausendtheiliges und 2 Kil. 540tausendtheiliges Silber zusammen; wie viel Tausendtheile fein Silber sind in 1 Kil. der Mischung?

27) Dividiere jede der Zahlen 78422960, 41065515, 151466112 durch jede der Zahlen a) 616, b) 2979, c) 43827.

Bestimme nach der abgekürzten Multiplication:

28) $271\cdot3584 \times 3\cdot9072$ (3 Decim.)

29) $1\cdot065 \times 1\cdot065 \times 1\cdot065 \times 1\cdot065$ (3 Decim.)

30) Suche das kleinste gem. Vielfache von

a) 8, 12, 20 und 32;

b) 5, 6, 18, 20 und 25;

c) 2, 3, 5, 8, 11, 15, 21 und 36.

31) Ein Getreidehändler kauft 228 Hektol. 52 Lit., 308 Hektol. 5 Lit., 192 Hektol. 84 Lit. und 259 Hektol. 76 Lit. Weizen; wie viel zusammen?

32) Ein Kaufmann zahlt für 32 Centner Zucker 1464 fl. und will an jedem Centner 4 fl. 25 Kr. gewinnen; wie theuer muß er das Kilogramm verkaufen?

33) Ein Kaufmann erhält 842·8 Kil. Zucker à 46 Kr., 512·4 Kil. Kaffee à 1 fl. 30 Kr. und 223·8 Kil. Reis à 25 Kr.; wie viel hat er a) für den Zucker, b) für den Kaffee, c) für den Reis, d) für alle diese Waren zusammen zu zahlen?



Dritter Abschnitt.

Das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

(Kopf- und Zifferrechnen.)

1) Wie heißt jeder Theil, wenn ein Ganzes in 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 gleiche Theile getheilt wird?

1, 2, 3, 4, . . . heißen ganze Zahlen; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{10}$, . . . heißen gebrochene Zahlen oder Brüche und zwar gemeine Brüche zum Unterschiede von den Decimalbrüchen; $1\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{8}$, $15\frac{7}{12}$, . . . heißen gemischte Zahlen, weil sie aus Ganzen und Brüchen bestehen.

2) Wie entstehen die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{12}$?

3) Wie entstehen die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{10}$?

4) Wie viel Zahlen sind zur Bestimmung eines Bruches erforderlich?

In dem Bruche $\frac{5}{6}$ zeigt die Zahl 6 an, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt ist, sie gibt die Art der Theile an, d. i. sie nennt die Theile; die Zahl 5 zeigt an, wie viele solche Theile zu nehmen sind, sie zählt die Theile. Die Zahl über dem Bruchstriche (5) heißt darum der Zähler, die Zahl unter dem Bruchstriche (6) der Nenner.

5) Wie viel ist der 4te Theil von 3 Ganzen?

Der 4te Theil von 1. Ganzen ist $\frac{1}{4}$; der 4te Theil von 3 Ganzen ist 3mal so viel, also $\frac{3}{4}$; folglich ist $\frac{3}{4} = 3 : 4$

Ein Bruch kann daher auch als eine angezeigte Division betrachtet werden, in welcher der Zähler als Dividend und der Nenner als Divisor erscheint.

6) Vergleiche jeden der folgenden Brüche mit einem Ganzen:
 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{15}{16}$.

Brüche, welche weniger als ein Ganzes betragen, heißen echte Brüche. Der Zähler eines echten Bruches ist kleiner als der Nenner.

7) Vergleiche ebenso folgende Brüche mit einem Ganzen:
 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{13}{8}$, $\frac{27}{10}$, $\frac{43}{12}$.

Brüche, welche ein Ganzes oder mehr als ein Ganzes betragen, heißen unechte Brüche. Der Zähler eines unechten Bruches ist eben so groß oder größer als der Nenner.

8) Welche von den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{12}$ haben gleiche Nenner, welche haben ungleiche Nenner?

Brüche, welche gleiche Nenner haben, heißen gleichnamig; Brüche, welche ungleiche Nenner haben, heißen ungleichnamig.

1. Verwandlung ganzer oder gemischter Zahlen in unechte Brüche, und umgekehrt.

1) Wie viel Viertel haben 3 Ganze?

1 Ganzes = 4 Viertel, 3 Ganze sind also 3mal 4 Viertel d. i. 12 Viertel; folglich $3 = 12\frac{1}{4}$.

2) Verwandle 1, 4, 7, 9, 15, 40, 176 in Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, . . . Zehntel.

3) Verwandle $7\frac{3}{8}$ in einen unechten Bruch.

7 Ganze sind 7mal 8 Achtel = 56 Achtel, und 3 Achtel sind 3 Achtel; also $7\frac{3}{8} = \frac{59}{8}$.

Richte folgende gemischte Zahlen zu unechten Brüchen ein:

4) $3\frac{1}{2}$	5) $12\frac{2}{3}$	6) $45\frac{11}{18}$	7) $108\frac{87}{50}$
$6\frac{3}{4}$	$21\frac{5}{4}$	$63\frac{3}{20}$	$237\frac{13}{35}$
$17\frac{2}{5}$	$13\frac{7}{12}$	$52\frac{13}{25}$	$1336\frac{13}{48}$
$9\frac{7}{10}$	$35\frac{5}{12}$	$71\frac{17}{32}$	$4912\frac{56}{75}$

8) Wie viel Ganze sind in $38\frac{3}{5}$ enthalten?

Im Kopfe: 5 Fünftel sind 1 Ganzes; $38\frac{3}{5}$ sind daher so vielmal 1 Ganzes, als $\frac{3}{5}$ in $38\frac{3}{5}$ enthalten sind; $\frac{3}{5}$ sind in $38\frac{3}{5}$, wie 3 in 38, 7mal enthalten und $\frac{3}{5}$ bleiben übrig; also sind $38\frac{3}{5} = 7$ mal 1 Ganzes d. i. 7 Ganze und noch $\frac{3}{5}$.

Schriftlich: $38\frac{3}{5} = 38 : 5 = 7\frac{3}{5}$.

Suche die Ganzen aus folgenden Brüchen:

9) $\frac{12}{3}$	10) $\frac{23}{4}$	11) $\frac{98}{2}$	12) $\frac{80}{10}$	13) $\frac{187}{11}$
$\frac{19}{4}$	$\frac{35}{5}$	$\frac{73}{7}$	$\frac{89}{8}$	$\frac{133}{12}$
$\frac{57}{2}$	$\frac{57}{6}$	$\frac{83}{9}$	$\frac{90}{8}$	$\frac{305}{20}$

Verwandle in ganze oder gemischte Zahlen:

14) $\frac{157}{3}$	15) $\frac{341}{11}$	16) $\frac{133}{25}$	17) $\frac{2315}{345}$
$\frac{870}{9}$	$\frac{723}{15}$	$\frac{816}{48}$	$\frac{3173}{208}$
$\frac{871}{2}$	$\frac{893}{16}$	$\frac{1320}{57}$	$\frac{6100}{461}$

2. Vergleichung des Wertes der Brüche von gleichem Nenner oder gleichem Zähler.

1) Was ist mehr: $\frac{7}{12}$ oder $\frac{5}{12}$; $\frac{9}{15}$ oder $\frac{7}{15}$? Warum?

2) Ordne folgende Brüche nach ihrer Größe, indem du mit dem kleinsten Werte anfängst:

$$\frac{11}{16}, \frac{5}{16}, \frac{7}{16}, \frac{15}{16}, \frac{3}{16}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}.$$

Sind zwei Brüche gleiche Nenner, so ist derjenige der größere, welcher den größeren Zähler hat; derjenige der kleinere, welcher den kleineren Zähler hat.

3) Multipliziere den Zähler des Bruches $\frac{2}{5}$ mit 2, 3, 4, 5, 6; wie vielmals so groß als der erste ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{8}{5}, \frac{10}{5}, \frac{12}{5}?$$

4) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Zähler mit 2, 3, 4, 5, . . . multipliziert? — Wie wird daher ein Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziert?

5) Multipliziere a) mit 5, b) mit 12 folgende Brüche:

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{13}{27}, \frac{52}{83}.$$

6) Dividiere den Zähler des Bruches $\frac{60}{7}$ durch 2, 3, 4, 5, 6; der wievielte Theil des ersten ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{60}{7}, \frac{30}{7}, \frac{20}{7}, \frac{15}{7}, \frac{12}{7}, \frac{10}{7}?$$

7) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Zähler durch 2, 3, 4, 5, . . . dividiert? — Wie wird daher ein Bruch durch eine ganze Zahl dividiert?

8) Dividiere a) durch 3, b) durch 7 folgende Brüche:

$$\frac{21}{5}, \frac{63}{11}, \frac{42}{51}, \frac{105}{110}, \frac{84}{95}, \frac{210}{317}.$$

9) Was ist mehr: $\frac{1}{8}$ oder $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{5}$ oder $\frac{3}{10}$? Warum?

10) Ordne folgende Brüche nach ihrer Größe, indem du mit dem kleinsten Werte anfängst:

$$\frac{5}{8}, \frac{5}{9}, \frac{5}{12}, \frac{5}{4}, \frac{5}{3}, \frac{5}{7}, \frac{5}{12}.$$

Haben zwei Brüche gleiche Zähler, so ist derjenige der größere, welcher den kleineren Nenner hat; derjenige der kleinere, welcher den größeren Nenner hat.

11) Multipliciere den Nenner des Bruches $\frac{5}{6}$ mit 2, 3, 4, 5, 6; der wievielte Theil des ersten ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{5}{6}, \frac{5}{12}, \frac{5}{18}, \frac{5}{24}, \frac{5}{30}, \frac{5}{36}?$$

12) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Nenner mit 2, 3, 4, 5, . . . multipliciert? — Wie wird daher ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt?

13) Dividire a) durch 3, b) durch 7 folgende Brüche:

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{13}{12}, \frac{16}{25}, \frac{7}{30}, \frac{53}{54}.$$

14) Dividire den Nenner des Bruches $\frac{13}{60}$ durch 2, 3, 4, 5, 6; wie vielmal so groß als der erste ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{13}{60}, \frac{13}{30}, \frac{13}{20}, \frac{13}{15}, \frac{13}{12}, \frac{13}{10}?$$

15) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Nenner durch 2, 3, 4, 5, . . . dividirt? — Wie wird daher ein Bruch mit einer ganzen Zahl multiplicirt?

16) Multipliciere a) mit 2, b) mit 5 folgende Brüche:

$$\frac{7}{10}, \frac{13}{20}, \frac{29}{30}, \frac{21}{50}, \frac{37}{60}, \frac{51}{80}.$$

17) Merke dir folgende Regeln:

Multiplication oder Division des Zählers ist dieselbe Rechnung an dem Bruche.

Multiplication oder Division des Nenners ist die entgegengesetzte Rechnung an dem Bruche.

18) Welche Wertveränderung erleiden die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{7}{12}$, wenn man a) den Zähler, b) den Nenner mit 5 multiplicirt?

19) Welche Wertveränderung erleiden die Brüche $\frac{3}{15}$, $\frac{16}{25}$, $\frac{48}{125}$, wenn man a) den Zähler durch 4, b) den Nenner durch 5 dividirt?

3. Erweitern der Brüche.

1) Zeichne drei gleich lange Linien und theile die erste in 2, die zweite in 4, die dritte in 8 gleiche Theile. Du findest: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Wie entsteht der zweite Bruch aus dem ersten, wie der dritte?

2) Zeige ebenso durch die Theilung von drei gleich langen Linien in 3, 6, 12 gleiche Theile, daß $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ ist.

Man kann einen Bruch in größeren Zahlen ausdrücken, ohne seinen Wert zu ändern, d. h. man kann ihn erweitern. Dieses geschieht, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliciert

3) Erweitere mit 2 die Brüche: $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{8}, \frac{9}{10}$.
 $\frac{2^0}{50}, \frac{2^1}{60}, \frac{2^2}{75}, \frac{6^1}{100}$.

4) Erweitere dieselben Brüche mit 3, 4, 5, 10, 12.

5) Verwandle $\frac{4}{5}$ in 10tel, 15tel, 25stel, 40stel, 100tel.

Verwandle

6) $\frac{3}{5}$ in 20stel | 7) $\frac{7}{10}$ in 40stel | 8) $\frac{5}{12}$ in 96stel
 $\frac{7}{8}$ in 64stel | $\frac{9}{11}$ in 55stel | $\frac{9}{16}$ in 80stel
 $\frac{5}{9}$ in 45stel | $\frac{13}{20}$ in 100stel | $\frac{103}{125}$ in 1000stel.

4. Gleichnamigmachen der Brüche.

1) Erweitere folgende Brüche so, daß sie alle den Nenner 48 erhalten:

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{7}{12}, \frac{13}{16}, \frac{19}{24}$.

2) Bringe die nachstehenden Brüche auf den Nenner 100:

$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{10}, \frac{17}{20}, \frac{12}{25}, \frac{43}{50}$.

Verwandle

3) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ in 60stel | 4) $\frac{3}{5}, \frac{8}{15}, \frac{13}{21}$ in 105stel
 $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{7}{12}$ in 36stel | $\frac{1}{12}, \frac{17}{30}, \frac{47}{60}$ in 120stel
 $\frac{5}{8}, \frac{11}{12}, \frac{17}{22}$ in 96stel | $\frac{23}{28}, \frac{24}{35}, \frac{97}{140}$ in 420stel.

Der gemeinschaftliche Nenner mehrerer Brüche muß durch den Nenner eines jeden gegebenen Bruches theilbar sein. Der kleinste gemeinschaftliche Nenner mehrerer Brüche ist daher das kleinste gemeinschaftliche Vielfache ihrer Nenner. (Siehe Aufg. 1 Seite 21.)

5) Bringe die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{12}$ auf einen gemeinschaftlichen Nenner.

Da 3 in 12 ohne Rest enthalten ist, so ist 12 der kleinste gemeinschaftliche Nenner und man hat

$$1 = \frac{12}{12} \quad \text{oder:} \quad \frac{12}{\begin{array}{l|l} 4 & 8 \\ \hline 1 & 5 \end{array}} \begin{array}{l} \frac{8}{12} \\ \frac{5}{12} \end{array}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}; \quad \frac{2}{3} \quad \left| \begin{array}{l} 4 \\ \hline 1 \end{array} \right| \begin{array}{l} 8 \\ 5 \end{array} \begin{array}{l} \frac{8}{12} \\ \frac{5}{12} \end{array}$$

$$\frac{5}{12} = \frac{5}{12}.$$

Bringe folgende Brüche mündlich und schriftlich auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner:

<p>6) $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{9}$; $\frac{4}{5}$ und $\frac{11}{20}$; $\frac{7}{12}$ und $\frac{47}{60}$;</p>	<p>7) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{8}$; $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$ und $\frac{19}{32}$; $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{25}$ und $\frac{31}{50}$; $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{23}{30}$ und $\frac{45}{60}$.</p>
---	--

8) Stelle $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$ mit einem gemeinschaftl. Nenner dar.

Da 4 und 5 durch keine gemeinschaftliche Zahl theilbar sind, so ist ihr Product $4 \times 5 = 20$ der kleinste g. Nenner.

$$1 = \frac{20}{20} \quad \text{oder:} \quad \frac{20}{\begin{array}{l|l} 5 & 15 \\ \hline 4 & 8 \end{array}} \begin{array}{l} \frac{15}{20} \\ \frac{8}{20} \end{array}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{20}, \quad \frac{3}{4} = \frac{15}{20}; \quad \frac{3}{4} \quad \left| \begin{array}{l} 5 \\ \hline 4 \end{array} \right| \begin{array}{l} 15 \\ 8 \end{array} \begin{array}{l} \frac{15}{20} \\ \frac{8}{20} \end{array}$$

$$\frac{1}{5} = \frac{4}{20}, \quad \frac{2}{5} = \frac{8}{20}.$$

Mache gleichnamig

<p>9) $\frac{1}{2}$ und $\frac{2}{5}$; $\frac{2}{8}$ und $\frac{5}{8}$; $\frac{4}{5}$ und $\frac{5}{8}$; $\frac{7}{8}$ und $\frac{11}{15}$;</p>	<p>10) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ und $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$ und $\frac{5}{7}$; $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{5}{9}$ und $\frac{8}{11}$.</p>
--	--

11) Bringe $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{13}{20}$ auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner.

$$\begin{array}{r} 3, 6, 15, 20 \\ \hline 3, 15, 10 \quad | \quad 2 \\ \hline 3, \quad 2 \quad | \quad 5 \end{array}$$

der kl. g. Nenner ist
 $3 \times 2 \times 2 \times 5 = 60.$

$$1 = \frac{60}{60} \quad \text{oder:} \quad 60$$

$\frac{1}{8} = \frac{20}{60}$	$\frac{2}{3} = \frac{40}{60}$	$\frac{2}{3}$	20	40	$\frac{40}{60}$
$\frac{1}{6} = \frac{10}{60}$	$\frac{5}{6} = \frac{50}{60}$	$\frac{5}{6}$	10	50	$\frac{50}{60}$
$\frac{1}{15} = \frac{4}{60}$	$\frac{7}{15} = \frac{28}{60}$	$\frac{7}{15}$	4	28	$\frac{28}{60}$
$\frac{1}{20} = \frac{3}{60}$	$\frac{18}{20} = \frac{39}{60}$	$\frac{18}{20}$	3	39	$\frac{39}{60}$

Mache noch folgende Brüche gleichnamig:

12) $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{10}$; $\frac{3}{8}$ und $\frac{11}{20}$; $\frac{9}{10}$ und $\frac{7}{15}$; $\frac{19}{32}$ und $\frac{17}{48}$; $\frac{38}{50}$ und $\frac{61}{75}$;

13) $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{8}$, $\frac{7}{12}$ und $\frac{7}{15}$; $\frac{2}{3}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{5}{6}$ und $\frac{7}{10}$; $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{9}{20}$ und $\frac{13}{24}$; $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{23}{36}$ und $\frac{58}{60}$.

5. Abkürzen der Brüche.

1) Zeige an getheilten Linien, daß $\frac{3}{10} = \frac{2}{5}$, ferner $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ ist.

2) Vergleiche folgende Guldenbrüche, indem du sie in Kreuzer verwandelst:

$$\frac{50}{100} \text{ fl.}, \quad \frac{25}{50} \text{ fl.}, \quad \frac{10}{20} \text{ fl.}, \quad \frac{5}{10} \text{ fl.}, \quad \frac{2}{4} \text{ fl.}, \quad \frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Man kann einen Bruch, dessen Zähler und Nenner ein gemeinschaftliches Maß haben, in kleineren Zahlen ausdrücken, ohne seinen Wert zu ändern, d. h. man kann ihn abkürzen. Dieses geschieht, indem man Zähler und Nenner durch ihr gemeinschaftliches Maß dividiert.

3) Durch welche Zahlen sind Zähler und Nenner der Brüche $\frac{10}{18}$, $\frac{200}{240}$, $\frac{276}{312}$, $\frac{500}{1250}$ theilbar? Kürze sie dadurch ab.

$$\frac{10}{18} = \frac{5}{9}; \quad \frac{200}{240} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}; \quad \text{u. s. w.}$$

Kürze ab die Brüche

4) $\frac{10}{16} \frac{12}{24}$ $\frac{21}{72} \frac{35}{80}$	5) $\frac{39}{35} \frac{48}{50}$ $\frac{24}{48} \frac{64}{72}$	6) $\frac{80}{48} \frac{84}{96}$ $\frac{36}{40} \frac{63}{56}$	7) $\frac{72}{75} \frac{103}{100}$ $\frac{65}{24} \frac{125}{144}$	8) $\frac{160}{250} \frac{200}{800}$ $\frac{124}{396} \frac{356}{1352}$
---	---	---	---	--

6. Verwandeln gemeiner Brüche in Decimalbrüche, und umgekehrt.

$$1) \frac{13}{16} = 13 : 16 = 0.8125 \quad \left| \quad 2) \frac{309}{25} = 309 : 25 = 12.36$$

130	59
20	90
40	150
80	

Verwandle in Decimalbrüche

3) $\frac{1}{2}$	4) $\frac{3}{16}$	5) $\frac{7}{32}$	6) $\frac{48}{80}$	7) $\frac{120}{256}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{18}{40}$	$\frac{857}{80}$	$\frac{3607}{500}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{16}{25}$	$\frac{67}{50}$	$\frac{91}{80}$	$\frac{537}{625}$
$\frac{5}{8}$	$\frac{91}{25}$	$\frac{829}{64}$	$\frac{793}{200}$	$\frac{517}{1600}$

$$8) \frac{13}{9} = 13 : 9 = 1.4444 \dots \quad 9) \frac{17}{66} = 17 : 66 = 0.25757 \dots$$

170
380
500
380
500
38

Wenn der Nenner des gemeinen Bruches nicht 2 oder 5, und auch nicht ein Product ist, das keinen von 2 und 5 verschiedenen Factor enthält, so geht die Division nicht ohne Rest auf; der erhaltene Decimalbruch ist nicht vollständig, sondern nur angenähert, und zwar um so genauer, je mehrere Decimalen man entwickelt. In diesem Falle muß, wenn die Rechnung fortgesetzt wird, dieselbe Ziffer oder Ziffernreihe regelmäßig wiederkehren. Ein solcher Decimalbruch heißt ein periodischer. In 8) ist 4, in 9) 57 die Periode.

Verwandle folgende gemeine Brüche in Decimalbrüche mit so vielen Decimalstellen, als daneben angedeutet ist:

10) $\frac{1}{8}$ auf 3 Stellen	11) $\frac{8}{18}$ a. 7 St.	12) $\frac{5}{6}$ a. 4 St.
$\frac{2}{8}$ " 3 "	$\frac{29}{41}$ " 6 "	$\frac{3}{15}$ " 4 "
$\frac{7}{8}$ " 3 "	$\frac{37}{51}$ " 4 "	$\frac{317}{22}$ " 4 "
$\frac{4}{11}$ " 7 "	$\frac{219}{61}$ " 4 "	$\frac{7}{12}$ " 5 "
$\frac{4}{7}$ " 7 "	$\frac{1523}{37}$ " 6 "	$\frac{923}{54}$ " 6 "
$\frac{71}{101}$ " 5 "		

$$13) 0.437 = \frac{437}{1000}. \quad 14) 5.75 = \frac{575}{100} = 5\frac{3}{4}.$$

Verwandle folgende Decimalzahlen in gemeine Brüche:

15) 0.2	16) 0.45	17) 0.125	18) 0.375	19) 0.0325
1.8	0.05	9.648	31.696	0.0024
0.15	7.35	0.075	17.084	8.1375
12.25	19.16	0.625	38.256	2.6875

20) Verwandle den rein periodischen Decimalbruch 0.696969 . . in einen gemeinen Bruch.

	100facher Wert =	69.6969 . .
davon	1facher " =	0.6969 . .
bleibt	99facher Wert =	69
also	1facher Wert =	$\frac{69}{99} = \frac{23}{33}$.

Verwandle noch folgende rein periodische Decimalbrüche in gemeine Brüche:

21) 0.333 . .	22) 0.2121 . .	23) 0.814814 . .
0.444 . .	3.7575 . .	0.243243 . .
8.666 . .	0.5050 . .	0.009009 . .
3.888 . .	0.2727 . .	4.675675 . .

24) Verwandle den gemischt periodischen Decimalbruch 0.35454 . . in einen gemeinen Bruch.

	1000facher Wert =	354.54 . .
davon	10facher " =	3.54 . .
bleibt	990facher Wert =	351
also	1facher Wert =	$\frac{351}{990} = \frac{39}{110}$.

Verwandle ebenso folgende gemischt periodische Decimalbrüche in gemeine Brüche:

25) 0.544 . . .	26) 0.31666 . .	27) 0.187444 . . .
3.288 . . .	0.71818 . .	9.814242 . . .
4.077 . . .	9.06969 . .	0.6327327 . .
0.4166 . .	10.08585 . .	28.0785785 . .

7. Addieren der Brüche.

1) 5 Neuntel + 3 Neuntel = 8 Neuntel, oder

$$\frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}.$$

Wie werden gleichnamige Brüche addiert?

$$2^*) \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \quad 3^*) \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7} =$$

$$\frac{3^1}{10} + \frac{5^7}{10} = \quad \frac{1^2}{15} + \frac{3^4}{15} + \frac{6^7}{15} + \frac{12^{13}}{15} =$$

$$4) \begin{array}{r|l} \frac{14}{25} & 14 \\ \frac{17}{25} & 17 \\ \frac{23}{25} & 23 \\ \hline 2 \frac{4}{25} & 54 : 25 = 2 \\ & 4 \end{array}$$

$$5) \begin{array}{r|l} \frac{37^{19}}{32} & 19 \\ \frac{59^{25}}{32} & 25 \\ \frac{72^{29}}{32} & 29 \\ \hline 170 \frac{9}{32} & 73 : 32 = 2 \\ & 9 \end{array}$$

$$6) \frac{7}{20} + \frac{13}{20} + \frac{19}{20} = \quad 7) \frac{32^{11}}{45} + \frac{16^{28}}{45} + \frac{53^{33}}{45} =$$

$$\frac{2^7}{50} + \frac{8^7}{50} + \frac{4^9}{50} = \quad \frac{107^{25}}{72} + \frac{88^{43}}{72} + \frac{94^{67}}{72} =$$

$$8) \frac{37^{77}}{144} + \frac{51^{115}}{144} + \frac{73^{43}}{144} + \frac{81^{103}}{144} + \frac{7^{95}}{144} =$$

9) Wie viel ist $\frac{3}{5}$ und $\frac{7}{8}$?

Um ungleichnamige Brüche addieren zu können, müssen sie gleichnamig gemacht werden.

$$\frac{3}{5} = \frac{24}{40}, \quad \frac{7}{8} = \frac{35}{40}; \quad \frac{24}{40} + \frac{35}{40} = \frac{59}{40} = 1 \frac{19}{40}.$$

$$10^*) \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = \\ \frac{2}{5} + \frac{8}{10} = \\ \frac{2}{3} + \frac{8}{4} = \end{array} \quad 11) \begin{array}{l} \frac{11}{12} + \frac{81}{48} = \\ \frac{4}{5} + \frac{11}{12} = \\ \frac{5}{16} + \frac{17}{24} = \end{array} \quad 12) \begin{array}{l} \frac{7^3}{4} + \frac{1}{8} = \\ \frac{6^9}{10} + \frac{1^3}{5} = \\ \frac{3^1}{4} + \frac{6^5}{6} = \end{array}$$

13) Addiere die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$ und $\frac{9}{10}$.

$$\begin{array}{r} 3, 8, 10 \\ \hline 3, 4, 5 | 2 \\ \text{Der kl. g. Nenner ist} \\ 3 \times 4 \times 5 \times 2 = 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 120 \\ \hline \frac{2}{3} \quad 40 \quad 80 \\ \frac{5}{8} \quad 15 \quad 75 \\ \frac{9}{10} \quad 12 \quad 108 \\ \hline 2 \frac{23}{120} \quad 263 : 120 = 2 \\ \quad \quad \quad 23 \end{array}$$

$$14) \begin{array}{l} \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{12} = \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{4}{5} = \\ \frac{3}{5} + \frac{5}{6} + \frac{7}{18} = \end{array} \quad 15) \begin{array}{l} \frac{3}{4} + \frac{7}{10} + \frac{13}{20} + \frac{4}{5} = \\ \frac{5}{8} + \frac{11}{15} + \frac{7}{20} + \frac{13}{18} = \\ \frac{2}{9} + \frac{9}{10} + \frac{8}{15} + \frac{3}{5} + \frac{17}{20} = \end{array}$$

16*) $\frac{5}{8}$ Hektol. Weizenmehl werden mit $\frac{1}{4}$ Hektol. Kornmehl gemischt; wie viel Hektol. enthält die Mischung?

17*) In den österr. Guldenstücken sind $1 \frac{1}{9}$ Dekagramm Silber und $\frac{10}{81}$ Dekagr. Kupfer; wie viel wiegt ein Guldenstück?

18*) 1 Centner Kaffee wird für $128 \frac{3}{4}$ fl. eingekauft; wie theuer muß man ihn verkaufen, um $16 \frac{4}{5}$ fl. zu gewinnen?

19) Eduard erhält zu seinem Namenstage einen neuen Anzug; der Rock kostet $20\frac{2}{5}$ fl., das Beinkleid $6\frac{7}{10}$ fl., die Weste $2\frac{3}{4}$ fl.; wie viel kostet der ganze Anzug?

20) Drei Stück Leinwand enthalten $48\frac{1}{5}^m$, $51\frac{5}{8}^m$ und $53\frac{3}{4}^m$; wie viel Meter beträgt dies zusammen?

21) Zwei Reisende gehen von den Orten A und B in gerader Richtung einander entgegen und begegnen sich, nachdem der eine $13\frac{17}{40}^{km}$, der andere $14\frac{96}{125}^{km}$ zurückgelegt hatte; wie weit sind A und B von einander entfernt?

22) Ein Garten ist $63\frac{2}{5}^m$ lang und $48\frac{7}{10}^m$ breit; wie viel Meter hat er im Umfange?

23) Ein Wirt hat 5 Fässer Wein, die einzeln $14\frac{2}{5}$, $16\frac{13}{20}$, $15\frac{3}{4}$, $13\frac{3}{10}$ und $17\cdot 32$ Hektoliter halten; wie viel Wein ist in allen diesen Fässern?

24) Ein Landmann lieferte an die Zuckersabrik $231\frac{1}{2}$, $222\frac{3}{4}$, 215 und $208\frac{2}{5}$ Kilogr. Runkelrüben; wie viel zusammen?

25) Ein Kaufmann erhält 4 Kisten von $202\frac{3}{5}$, $198\frac{1}{2}$, $187\frac{3}{4}$ und $175\frac{7}{10}$ Kilogr.; wie viel beträgt das ganze Gewicht?

26) Bei einem Thurme beträgt die Höhe bis zu den Glocken $21^m 3\frac{1}{2}^{dm}$, und von da bis zur Spitze $10^m 5\frac{4}{5}^{dm}$; wie groß ist die ganze Höhe des Thurmes?

8. Subtrahieren der Brüche.

1) 6 Siebentel weniger 4 Siebentel sind 2 Siebentel;

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}.$$

Wie werden gleichnamige Brüche subtrahiert?

$$2^*) \begin{array}{r} \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = \\ \frac{9}{10} - \frac{3}{10} = \\ \frac{19}{24} - \frac{7}{24} = \end{array} \quad \left| \quad 3^*) \begin{array}{r} \frac{11}{12} - \frac{5}{12} = \\ \frac{14}{25} - \frac{6}{25} = \\ \frac{27}{50} - \frac{18}{50} = \end{array} \quad \left| \quad 4^*) \begin{array}{r} \frac{12^3}{4} - 4 = \\ \frac{28^{17}}{20} - \frac{9}{20} = \\ \frac{36^{11}}{16} - \frac{5^5}{16} = \end{array}$$

5*) Wenn du $\frac{7}{10}$ hast, wie viel fehlt dir noch zu einem Ganzen? — Wie viel ist $1 - \frac{3}{4}$? $1 - \frac{7}{15}$? $1 - \frac{62}{100}$?

$$\begin{array}{l}
 6^*) \quad 2 - \frac{5}{8} = \quad | \quad 7^*) \quad 21\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \quad | \quad 8) \quad 70\frac{5}{16} - 25\frac{11}{16} = \\
 \quad 7 - \frac{7}{12} = \quad | \quad \quad 35\frac{2}{5} - \frac{4}{5} = \quad | \quad \quad 128\frac{18}{32} - 78\frac{19}{32} = \\
 \quad 8 - 3\frac{13}{20} = \quad | \quad \quad 63\frac{3}{10} - \frac{7}{10} = \quad | \quad \quad 305\frac{27}{50} - 91\frac{43}{50} = \\
 \quad 39 - 6\frac{7}{86} = \quad | \quad \quad 173\frac{22}{75} - 5\frac{8}{75} = \quad | \quad \quad 4216\frac{29}{100} - 1807\frac{87}{100} =
 \end{array}$$

9) Von $\frac{4}{5}$ subtrahiere $\frac{2}{8}$.

Um ungleichnamige Brüche subtrahieren zu können, müssen sie gleichnamig gemacht werden.

$$5 \times 3 = 15$$

ist der kl. g. Nenner.

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \frac{4}{5} \left| 3 \right| 12 \\
 \frac{2}{8} \left| 5 \right| 10 \\
 \hline
 \frac{2}{15} \quad \quad \quad 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 10^*) \quad \frac{2}{3} - \frac{4}{9} = \quad | \quad 11) \quad \frac{3}{7} - \frac{4}{5} = \quad | \quad 12) \quad \frac{17}{24} - \frac{11}{18} = \\
 \quad \frac{4}{5} - \frac{9}{20} = \quad | \quad \quad \frac{23}{25} - \frac{1}{2} = \quad | \quad \quad \frac{18}{16} - \frac{7}{12} = \\
 \quad \frac{7}{8} - \frac{5}{24} = \quad | \quad \quad \frac{31}{36} - \frac{3}{5} = \quad | \quad \quad \frac{74}{75} - \frac{19}{20} =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 13^*) \quad \quad \quad 14) \quad \quad \quad 15) \\
 8\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \quad | \quad 23\frac{11}{15} - 8\frac{3}{10} = \quad | \quad 48\frac{3}{8} - 9\frac{7}{10} = \\
 6\frac{11}{16} - \frac{3}{8} = \quad | \quad 30\frac{29}{32} - 9\frac{5}{24} = \quad | \quad 125\frac{13}{20} - 31\frac{5}{6} = \\
 37\frac{4}{5} - \frac{2}{3} = \quad | \quad 100\frac{41}{48} - 15\frac{13}{72} = \quad | \quad 302\frac{9}{25} - 57\frac{13}{15} =
 \end{array}$$

16) Subtrahiere $3\frac{5}{8}$ von $21\frac{3}{4}$, sodann von dem Reste, und so fort, bis kein Rest übrig bleibt.

Subtrahiere ebenso wiederholt

17) $7\frac{7}{12}$ von $60\frac{3}{4}$; 19) $5\frac{3}{10}$ von $26\frac{1}{2}$;

18) $8\frac{9}{15}$ von $77\frac{2}{5}$; 20) $12\frac{13}{20}$ von $101\frac{1}{5}$.

21*) Von $29\frac{3}{5}$ Rieß Papier werden $17\frac{7}{10}$ Rieß verkauft; wie viel bleibt noch übrig?

22*) Karl ist $15\frac{1}{4}$ Jahre alt, Emil $6\frac{7}{12}$ Jahre jünger; wie alt ist Emil?

23*) Der längste Tag in Wien hat 15 Stunden $44\frac{2}{5}$ Minuten; wie lang ist die kürzeste Nacht?

24*) Ein Sack mit einer Ware wiegt $89\frac{2}{5}$ Kil., der leere Sack wiegt $6\frac{5}{8}$ Kil.; wie viel wiegt die Ware?

25*) Von einem Stück Tuch, das $54\frac{1}{2}^m$ misst, werden $28\frac{2}{5}^m$ abgeschnitten; wie viel bleibt noch übrig?

26) Von $253\frac{3}{10}$ fl. werden $128\frac{2}{25}$ fl. ausgegeben; wie viel bleibt übrig?

27) Jemand kauft eine Ware für $165\frac{1}{4}$ fl. und verkauft sie für $187\frac{7}{10}$ fl.; wie viel gewinnt er?

28) Jemand ist 100 fl. schuldig, er zahlt nach und nach 25 fl., $8\frac{3}{4}$ fl., $12\frac{2}{5}$ fl., $42\frac{9}{10}$ fl. ab; wie viel bleibt er noch schuldig?

29) Jemand verkauft von einer Waldung, welche $32\frac{97}{125}$ Hektar mißt, $17\frac{43}{50}$ Hektar; wie viel behält er noch übrig?

30) In einem Fasse waren $107\frac{1}{2}$ Liter Weingeist; es wurden $43\frac{3}{4}$ Liter herausgenommen, dann aber wieder $30\frac{2}{5}$ Liter zugegossen; wie viel Liter waren nun in dem Fasse?

31) Von einem 5^m $3\frac{1}{2}^{dm}$ langen Brette werden zwei Stücke von 1^m $7\frac{3}{4}^{dm}$ und 1^m $8\frac{2}{5}^{dm}$ Länge abgeschnitten; wie viel bleibt noch übrig?

32) Ein Kaufmann erhielt 4 Fässer Zucker; das erste hatte $108\frac{1}{5}$ Kilogr., das zweite $97\frac{3}{4}$ Kilogr., das dritte $98\frac{1}{2}$ Kilogr., das vierte $103\frac{5}{10}$ Kilogr. Zucker. a) Wie viel Zucker erhielt er zusammen, b) wie viel hatte er noch nach dem Verkaufe des ersten Fasses, c) wie viel nach dem Verkaufe des ersten und zweiten Fasses?

9. Multiplizieren der Brüche.

1) Wie wird ein Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziert? (Aufg. 4 Seite 29, Aufg. 15 und 17 Seite 30.)

2) $\frac{2}{3} \times 4 =$	3) $\frac{1}{7} \times 10 =$	4) $\frac{13}{20} \times 68 =$
$\frac{4}{5} \times 6 =$	$\frac{7}{12} \times 15 =$	$\frac{7}{39} \times 93 =$
$\frac{5}{9} \times 3 =$	$\frac{11}{15} \times 24 =$	$\frac{61}{120} \times 215 =$
5) $\frac{1}{2} \times 2 =$	6) $\frac{3}{8} \times 8 =$	7) $\frac{17}{20} \times 20 =$
$\frac{1}{10} \times 10 =$	$\frac{7}{12} \times 12 =$	$\frac{19}{24} \times 24 =$

Was erhält man, wenn ein Bruch mit seinem Nenner multipliziert wird?

8) Multipliziere $\frac{2}{9}$, $\frac{11}{15}$, $\frac{23}{24}$, $\frac{15}{32}$, $\frac{33}{40}$, $\frac{59}{72}$, $\frac{91}{96}$, $\frac{27}{100}$ mit a) 12, b) 25, c) 36, d) 60, e) 72, f) 100.

9) Wie viel ist 9mal $8\frac{3}{4}$?

$$\begin{array}{l} 8 \times 9 = 72 \\ \frac{3}{4} \times 9 = \frac{6\frac{3}{4}}{78\frac{3}{4}} \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{l} 8\frac{3}{4} = \frac{35}{4} \\ \frac{35}{4} \times 9 = \frac{315}{4} = 78\frac{3}{4}. \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10^*) \quad 6\frac{2}{3} \times 5 = \quad | \quad 11) \quad 8\frac{2}{3} \times 36 = \quad | \quad 12) \quad 50\frac{3}{5} \times 25 = \\ \quad 8\frac{7}{10} \times 7 = \quad | \quad \quad 5\frac{3}{8} \times 92 = \quad | \quad \quad 23\frac{13}{22} \times 33 = \\ \quad 5\frac{11}{12} \times 9 = \quad | \quad \quad 10\frac{11}{12} \times 27 = \quad | \quad \quad 125\frac{9}{32} \times 48 = \\ \quad 9\frac{7}{30} \times 8 = \quad | \quad \quad 26\frac{5}{12} \times 44 = \quad | \quad \quad 348\frac{17}{20} \times 824 = \end{array}$$

13) Multipliziere 12 mit $\frac{1}{5}$, d. h. suche von 12 den 5ten Theil.

$$12 \times \frac{1}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

14*) Wie viel ist $\frac{1}{3}$ von 18? $\frac{1}{4}$ von 14? $\frac{1}{8}$ von 48? $\frac{1}{10}$ von 67? $\frac{1}{12}$ von 80? $\frac{1}{20}$ von 100? $\frac{1}{32}$ von 144?

15) Multipliziere 29 mit $\frac{3}{4}$, d. h. nimm 3mal den 4ten Theil von 29.

$$\begin{array}{l} \frac{1}{4} \text{ von } 29 = \frac{29}{4} \\ \frac{3}{4} \text{ von } 29 = \frac{29 \times 3}{4} = \frac{87}{4} = 21\frac{3}{4}. \end{array}$$

$$16) \quad 17 \times \frac{5}{8} = \frac{17}{8} \times 5 = \frac{85}{8} = 10\frac{5}{8}.$$

$$17) \quad 42 \times \frac{3}{7} = \frac{42}{7} \times 3 = 6 \times 3 = 18.$$

Wie wird eine Zahl mit einem Bruche multipliziert?

$$\begin{array}{l} 18) \quad 5 \times \frac{5}{12} = \quad | \quad 19) \quad 18 \times \frac{7}{20} = \quad | \quad 20) \quad 65 \times \frac{14}{25} = \\ \quad 10 \times \frac{4}{15} = \quad | \quad \quad 15 \times \frac{13}{20} = \quad | \quad \quad 125 \times \frac{39}{40} = \\ \quad 12 \times \frac{19}{30} = \quad | \quad \quad 60 \times \frac{27}{45} = \quad | \quad \quad 300 \times \frac{52}{75} = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 21) \quad 3 \cdot 4 \times \frac{1}{2} = \quad | \quad 22) \quad 317 \cdot 142 \times \frac{5}{6} = \\ \quad 53 \cdot 28 \times \frac{5}{8} = \quad | \quad \quad 93 \cdot 246 \times \frac{3}{4} = \\ \quad 146 \cdot 53 \times \frac{7}{9} = \quad | \quad \quad 225 \cdot 325 \times \frac{11}{15} = \end{array}$$

$$23) \quad 4 \times 7\frac{5}{6} = \frac{2}{4} \times \frac{47}{6} = \frac{94}{3} = 31\frac{1}{3}.$$

$$24) \begin{array}{r} 373 \times 8\frac{3}{7} \\ \hline 2984 \\ 159\frac{6}{7} \\ \hline 3143\frac{6}{7} \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 373 \times 5\frac{9}{7} \\ \hline 59 \\ 3357 \\ 1865 \\ \hline 22007 : 7 = 3143\frac{6}{7} \end{array}$$

25) Wie viel ist $132 \times 7\frac{5}{8}$?

$$\frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{132 \times 7\frac{5}{8}}{924 \dots 7}$$

$$36 \dots \frac{1}{2}$$

$$16\frac{1}{2} \dots \frac{1}{8} = \frac{1}{4} \text{ von } \frac{1}{2}$$

$$1006\frac{1}{2}$$

$$26) \begin{array}{l} 8 \times 1\frac{3}{5} = \\ 6 \times 4\frac{8}{9} = \\ 17 \times 3\frac{6}{7} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 27) 49 \times 7\frac{3}{7} = \\ 72 \times 9\frac{7}{8} = \\ 84 \times 6\frac{5}{12} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 28) 128 \times 10\frac{3}{8} = \\ 209 \times 17\frac{9}{16} = \\ 356 \times 29\frac{13}{20} = \end{array}$$

$$29) \begin{array}{l} 8 \cdot 33 \times 3\frac{1}{7} = \\ 34 \cdot 75 \times 8\frac{3}{5} = \\ 160 \cdot 02 \times 4\frac{7}{9} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 30) 247 \cdot 35 \times 28\frac{11}{14} = \\ 368 \cdot 32 \times 17\frac{23}{40} = \\ 1357 \cdot 9 \times 56\frac{52}{75} = \end{array}$$

31) Multipliziere $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{2}$, d. h. bestimme $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{3}$, oder die Hälfte von $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{2} \text{ von } \frac{1}{3} \text{ ist } \frac{1}{6}, \text{ oder } \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

$$32) \begin{array}{l} \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \\ \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 33) \frac{1}{8} \times \frac{1}{6} = \\ \frac{1}{7} \times \frac{1}{9} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 34) \frac{1}{12} \times \frac{1}{10} = \\ \frac{1}{25} \times \frac{1}{16} = \end{array}$$

35) Wie viel ist $\frac{5}{8} \times \frac{1}{3}$?

$$\frac{1}{3} \text{ von } \frac{5}{8} = \frac{5}{24}, \text{ daher } \frac{1}{3} \text{ von } \frac{5}{8} = \frac{5}{24}.$$

$$36) \begin{array}{l} \frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = \\ \frac{11}{12} \times \frac{1}{5} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 37) \frac{17}{18} \times \frac{1}{3} = \\ \frac{22}{75} \times \frac{1}{16} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 38) \frac{57}{10} \times \frac{1}{10} = \\ \frac{2819}{24} \times \frac{1}{6} = \end{array}$$

39) Multipliziere $\frac{5}{8}$ mit $\frac{3}{4}$, d. h. suche 3mal den 4ten Theil von $\frac{5}{8}$.

$$\frac{1}{4} \text{ v. } \frac{5}{8} = \frac{5}{32}, \quad \frac{1}{4} \text{ v. } \frac{5}{8} = \frac{5}{32}, \quad \frac{3}{4} \text{ v. } \frac{5}{8} = \frac{15}{32};$$

$$\text{also } \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{32}.$$

Wie wird ein Bruch mit einem Bruche multipliziert?

$$40) \begin{array}{l} \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} = \\ \frac{2}{4} \times \frac{7}{11} = \\ \frac{15}{16} \times \frac{7}{8} = \end{array} \quad \left| \quad 41) \begin{array}{l} \frac{5}{6} \times \frac{8}{10} = \\ \frac{17}{27} \times \frac{9}{11} = \\ \frac{15}{17} \times \frac{84}{35} = \end{array} \quad \left| \quad 42) \begin{array}{l} \frac{15}{16} \times \frac{29}{40} = \\ \frac{13}{25} \times \frac{15}{36} = \\ \frac{108}{215} \times \frac{95}{117} = \end{array}$$

$$43) 25\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{155}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{62}{3} = 20\frac{2}{3}.$$

$$44) \begin{array}{l} 7\frac{2}{3} \times \frac{5}{9} = \\ 8\frac{6}{7} \times \frac{7}{8} = \end{array} \quad \left| \quad 45) \begin{array}{l} 12\frac{11}{12} \times \frac{3}{5} = \\ 25\frac{3}{11} \times \frac{22}{25} = \end{array} \quad \left| \quad 46) \begin{array}{l} 38\frac{9}{10} \times \frac{15}{16} = \\ 45\frac{17}{25} \times \frac{20}{27} = \end{array}$$

$$47) \frac{7}{12} \times 9\frac{5}{6} = \frac{7}{12} \times \frac{59}{6} = \frac{413}{72} = 5\frac{5}{72}.$$

$$48) \begin{array}{l} \frac{3}{10} \times 8\frac{7}{8} = \\ \frac{5}{7} \times 7\frac{2}{5} = \end{array} \quad \left| \quad 49) \begin{array}{l} \frac{7}{9} \times 23\frac{3}{4} = \\ \frac{8}{15} \times 51\frac{5}{6} = \end{array} \quad \left| \quad 50) \begin{array}{l} \frac{23}{32} \times 19\frac{5}{8} = \\ \frac{37}{50} \times 307\frac{7}{10} = \end{array}$$

$$51) 8\frac{1}{2} \times 9\frac{7}{12} = \frac{17}{2} \times \frac{115}{12} = \frac{1955}{24} = 81\frac{11}{24}.$$

$$52) \begin{array}{l} 9\frac{6}{7} \times 6\frac{7}{8} = \\ 18\frac{3}{4} \times 7\frac{4}{25} = \\ 36\frac{3}{8} \times 9\frac{13}{20} = \end{array} \quad \left| \quad 53) \begin{array}{l} 38\frac{17}{20} \times 45\frac{12}{25} = \\ 49\frac{16}{45} \times 57\frac{10}{27} = \\ 87\frac{23}{32} \times 91\frac{31}{50} = \end{array}$$

$$54) 1 \text{ fl.} = 100 \text{ Kr.}; \frac{1}{2} \text{ fl. ist also } \frac{1}{2} \text{ von } 100 \text{ Kr.} \\ = 50 \text{ Kr.}$$

$$55) \text{ Wie viel Kreuzer sind } \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \\ \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{20}, \frac{9}{20}, \frac{19}{20}, \frac{1}{25}, \frac{8}{25}, \frac{3}{21}, \frac{1}{50}, \frac{17}{50}, \frac{39}{50}, \\ \frac{1}{100}, \frac{73}{100} \text{ fl. ?}$$

$$56) \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{10}, \frac{7}{10} \text{ Meter} = ? \text{ Decimeter.}$$

$$57) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{13}{20}, \frac{83}{100} \text{ Kilometer} = ? \text{ Meter.}$$

$$58) \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{9}{20}, \frac{43}{50} \text{ Hektar} = ? \text{ Ar.}$$

$$59) \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{17}{20} \text{ Hektoliter} = ? \text{ Liter.}$$

$$60) \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{10}, \frac{13}{20}, \frac{6}{25}, \frac{19}{50} \text{ Kilogr.} = ? \text{ Dekagr.}$$

$$61) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{21}{25} \text{ Centner} = ? \text{ Kilogr.}$$

$$62) \text{ Wie viel Minuten sind } \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{12}, \frac{13}{15}, \frac{3}{20}, \frac{23}{30}, \\ \frac{29}{60} \text{ Stunden?}$$

$$63) \text{ Die Zeit von einem Vollmonde zum andern beträgt} \\ 29\frac{451}{850} \text{ Tage; wie viel sind es Tage, Stunden, Minuten und} \\ \text{Secunden?}$$

$$64^*) \text{ Ein Capital gibt jährl. } 108 \text{ fl. Zins; wie viel in} \\ \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{3}{10} \text{ Jahren?}$$

$$65^*) \text{ Jemand verkaufte } \frac{7}{10} \text{ von } 72^m \text{ Tuch; a) wie viel} \\ \text{Met. verkaufte er, b) wie viel Met. betrug der Rest?}$$

66) 1 Hektoliter kostet $4\frac{9}{10}$ fl.; was kosten $\frac{3}{5}$ Hektol.?
 $\frac{1}{5}$ Hekt. .. den 5ten Theil von $4\frac{9}{10}$ fl. = $\frac{49}{50}$ fl.
 $\frac{3}{5}$ " .. 3mal $\frac{49}{50}$ fl. = $2\frac{47}{50}$ fl.

67) Wie viel kosten $8\frac{1}{2}$ Ar à $13\frac{3}{5}$ fl.?
 8 Ar ... 8mal $13\frac{3}{5}$ fl. = $108\frac{4}{5}$ fl.
 $\frac{1}{2}$ " ... die Hälfte v. $13\frac{3}{5}$ " = $6\frac{4}{5}$ "

 $115\frac{3}{5}$ fl.

68) 1 Hektoliter kostet	69) Für 1 fl. kauft man
a) 24 fl. ? $\frac{2}{5}$ Hekt.	a) 2 Kilogr. ? für $\frac{2}{5}$ fl.
b) $16\frac{1}{2}$ " ? 9 "	b) $1\frac{3}{4}$ " ? " 5 "
c) $21\frac{3}{4}$ " ? $12\frac{1}{2}$ "	c) $2\frac{5}{8}$ " ? " $4\frac{4}{5}$ "
d) $23\frac{13}{20}$ " ? $21\frac{7}{10}$ "	d) $4\frac{3}{10}$ " ? " $32\frac{1}{2}$ "

70) Ein österr. Guldenstück wiegt $\frac{1}{31}$ Kilogr.; wie viel wiegt eine Post von 500 Gulden?

71) 1 Liter Wein wiegt $\frac{24}{25}$ Kilogramm; wie viel wiegt ein Faß, das 204 Liter Wein enthält, wenn das leere Faß $33\frac{1}{2}$ Kilogramm wiegt?

72) Wie groß war ein Feld, aus welchem 4 Parzellen à $8\frac{2}{5}$ Ar und 3 Parzellen à $12\frac{13}{20}$ Ar gemacht wurden?

73) Von einem Acker, der 5 Hektar $37\frac{1}{2}$ Ar enthält, tritt A $\frac{2}{5}$ an B ab, und B überläßt $\frac{1}{4}$ von seinem Antheile an C; wie viel erhält C?

74) Jemand hinterläßt ein Vermögen von 7852 fl., welches unter drei Verwandte so getheilt werden soll, daß A $\frac{2}{5}$, B $\frac{1}{4}$ und C den Rest bekommt; wie viel erhält jeder?

75) Wie hoch kommt 1 Duzend Hemden, wenn für jedes Hemd $3\frac{1}{2}^m$ Leinwand à $\frac{17}{20}$ fl. erfordert, und für das Nähen $\frac{3}{10}$ des Leinwandpreises gezahlt wird?

76) Jemand mischt 8 Hektoliter Wein à $25\frac{3}{4}$ fl. mit 6 Hektoliter à $28\frac{13}{20}$ fl.; wie viel ist die ganze Mischung wert?

77) Jemand kauft $6\frac{5}{8}$ □Meter Holz von 8^{dm} Schnittlänge à $14\frac{3}{5}$ fl.; er zahlt für die Zufuhr $\frac{3}{10}$ fl. und für das Kleinmachen $1\frac{2}{5}$ fl. pr. □Meter; wie viel betragen die Gesamtkosten?

78) Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser 2^m , $5\frac{1}{2}^{dm}$, $2\frac{3}{5}^{dm}$, $17\cdot75^{cm}$ beträgt?

Der Umfang ist $3\frac{1}{7}$ mal so groß als der Durchmesser.

79) Ein Spiegel ist $9\frac{3}{5}^{dm}$ hoch und $6\frac{3}{4}^{dm}$ breit, der Rahmen ist $\frac{2}{5}^{dm}$ breit; wie groß ist die Spiegelfläche?

80) Wie viel Cub.^{dm} hält ein Kasten von $13\frac{1}{2}^{dm}$ Länge, $11\frac{7}{10}^{dm}$ Breite und $9\frac{1}{4}^{dm}$ Tiefe?

10. Dividieren der Brüche.

1) Wie wird ein Bruch durch eine ganze Zahl dividiert?
(Aufg. 7 Seite 25, Aufg. 12 und 17 Seite 26.)

$$2) \begin{array}{l} \frac{6}{7} : 3 = \\ \frac{10}{11} : 5 = \\ \frac{18}{25} : 6 = \end{array} \quad 3) \begin{array}{l} \frac{35}{36} : 7 = \\ \frac{56}{67} : 8 = \\ \frac{36}{53} : 9 = \end{array} \quad 4) \begin{array}{l} \frac{50}{81} : 25 = \\ \frac{144}{625} : 12 = \\ \frac{120}{343} : 24 = \end{array}$$

$$5) 2\frac{4}{5} : 7 = \frac{14}{5} : 7 = \frac{2}{5}$$

$$6) \begin{array}{l} \frac{8^4}{9} : 2 = \\ \frac{6^5}{12} : 11 = \end{array} \quad 7) \begin{array}{l} \frac{3^3}{4} : 5 = \\ \frac{6^6}{7} : 12 = \end{array} \quad 8) \begin{array}{l} \frac{8^4}{7} : 15 = \\ \frac{23^5}{13} : 16 = \end{array}$$

9) Wie groß ist der 5te Theil von $\frac{3}{8}$?

Der 5te Theil von $\frac{1}{8}$ ist $\frac{1}{40}$, der 5te Theil von $\frac{3}{8}$ also $\frac{3}{40}$; oder $\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{40}$.

$$10) \begin{array}{l} \frac{8}{7} : 8 = \\ \frac{4}{9} : 7 = \\ \frac{9}{10} : 14 = \end{array} \quad 11) \begin{array}{l} \frac{9}{10} : 12 = \\ \frac{4}{5} : 11 = \\ \frac{12}{25} : 5 = \end{array} \quad 12) \begin{array}{l} \frac{15}{17} : 12 = \\ \frac{20}{21} : 24 = \\ \frac{23}{32} : 35 = \end{array}$$

$$13) 16\frac{1}{3} : 4 = \frac{49}{3} : 4 = \frac{49}{12} = 4\frac{1}{12}$$

$$14) \begin{array}{l} \frac{7^2}{8} : 3 = \\ \frac{9^1}{4} : 6 = \\ \frac{4^3}{8} : 9 = \end{array} \quad 15) \begin{array}{l} \frac{11^3}{4} : 12 = \\ \frac{18^7}{8} : 9 = \\ \frac{9^3}{5} : 15 = \end{array} \quad 16) \begin{array}{l} \frac{12^3}{7} : 14 = \\ \frac{21^{12}}{13} : 12 = \\ \frac{17^{13}}{15} : 10 = \end{array}$$

$$17) 773\frac{15}{16} : 24 = 32\frac{95}{384}$$

53

$\frac{5^{15}}{16}$

$$\frac{5^{15}}{16} : 24 = \frac{95}{384}$$

$$\frac{16}{24} \\ \frac{24}{64} \\ \frac{32}{384}$$

$$18) 128\frac{13}{15} : 37 = \quad 19) 934\frac{19}{20} : 48 = \quad 20) 1045\frac{53}{60} : 47 = \\ 729\frac{6}{25} : 13 = \quad 3165\frac{5}{18} : 23 = \quad 19576\frac{7}{32} : 214 =$$

21) 3 Achtel find in 15 Achteln 5mal enthalten, oder
 $\frac{15}{8} : \frac{3}{8} = 15 : 3 = 5$.

Wie werden gleichnamige Brüche (im Sinne des Messens) dividiert?

22) $\frac{9}{5} : \frac{3}{5} =$ | 23) $\frac{15}{16} : \frac{7}{16} =$ | 24) $\frac{125}{128} : \frac{25}{128} =$
 $\frac{16}{25} : \frac{4}{25} =$ | $\frac{21}{25} : \frac{14}{25} =$ | $\frac{87}{100} : \frac{18}{100} =$

25) Wie oft ist $\frac{3}{5}$ in 6 enthalten?

6 Ganze = $\frac{30}{5}$, $\frac{3}{5}$ find in $\frac{30}{5}$ 10mal enthalten; oder
 $6 : \frac{3}{5} = \frac{30}{5} : \frac{3}{5} = 10$.

26) $8 : \frac{1}{7} =$ | 27) $4 : \frac{4}{9} =$ | 28) $144 : \frac{20}{27} =$
 $14 : \frac{2}{9} =$ | $79 : \frac{11}{12} =$ | $905 : \frac{21}{82} =$

29) $37\frac{1}{3} : 4\frac{2}{3} = \frac{112}{3} : \frac{14}{3} = 8$.

30) $8\frac{4}{5} : \frac{2}{5} =$ | 31) $21 : 3\frac{1}{2} =$ | 32) $52\frac{7}{8} : 5\frac{7}{8} =$
 $15\frac{9}{11} : \frac{3}{11} =$ | $58 : 9\frac{2}{3} =$ | $12\frac{17}{20} : 3\frac{3}{20} =$

33) Wie oft ist $\frac{3}{8}$ in $\frac{6}{9}$ enthalten?

$\frac{6}{9} = \frac{48}{72}$, $\frac{3}{8} = \frac{27}{72}$; $\frac{48}{72} : \frac{27}{72} = 48 : 27 = 1\frac{21}{27} = 1\frac{7}{9}$.

34) $\frac{1}{2} : \frac{1}{10} =$ | 35) $2\frac{1}{5} : \frac{3}{10} =$ | 36) $43\frac{2}{9} : 9\frac{1}{3} =$
 $\frac{3}{4} : \frac{5}{8} =$ | $9\frac{7}{8} : \frac{19}{24} =$ | $118\frac{2}{3} : 26\frac{1}{5} =$
 $\frac{7}{12} : \frac{7}{8} =$ | $12\frac{3}{4} : \frac{5}{6} =$ | $172\frac{3}{5} : 13\frac{5}{8} =$

37) Theile 6 durch $\frac{1}{5}$, d. h. nimm 6 5mal.

$$6 : \frac{1}{5} = 6 \times 5 = 30.$$

38) Theile 8 durch a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{1}{4}$, d) $\frac{1}{10}$.

39) Theile 6 durch $\frac{4}{5}$, d. h. nimm von 6 den 4ten Theil 5mal.

$$\frac{1}{4} \text{ von } 6 = \frac{6}{4}$$

$$5\text{mal } \frac{1}{4} \text{ von } 6 = \frac{6}{4} \times 5; \text{ also}$$

$$6 : \frac{4}{5} = \frac{6}{4} \times 5 = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}.$$

Wie wird eine Zahl durch einen Bruch (im Sinne des Theilens) dividiert?

40) $7 : \frac{2}{3} =$ | 41) $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} =$ | 42) $3 \cdot 12 : \frac{8}{11} =$
 $9 : 1\frac{4}{5} =$ | $3\frac{7}{12} : \frac{5}{6} =$ | $25 \cdot 82 : 1\frac{3}{5} =$
 $28 : 3\frac{5}{9} =$ | $39\frac{11}{16} : 3\frac{1}{7} =$ | $410 \cdot 75 : 6\frac{2}{3} =$

43) 1 Kr. ist der 100ste Theil von 1 fl.; also ist $\frac{1}{2}$ Kr. der 100ste Theil von $\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{1}{200}$ fl.; 2 Kr. find der 100ste Theil von 2 fl. = $\frac{2}{100}$ fl. = $\frac{1}{50}$ fl.

44) Verwandle in Guldenbrüche: 3, 4, 5, 6, 8, 10, 16, 20, 25, 30, 36, 48, 50, 60, 72, 80, 90 Kr.

45) Wie viel Gulden sind 1 fl. 15 Kr., 5 fl. 24 Kr., 10 fl. 45 Kr., 28 fl. 75 Kr., 37 fl. 85 Kr.?

46) Wie viel Meter sind 1, 2, 3, . . . 9 Decimeter?

47) Wie viel Hektar sind 1, 4, 10, 16, 40, 75 Ar?

48) Wie viel Hektoliter sind 1, 2, 8, 25, 36, 80 Liter?

49) Wie viel Kilogr. sind 1, 3, 6, 15, 30, 45, 72 Dekagr.?

50) Wie viel Tage sind 6 Stunden, 16 Stunden, 3 St. 30 Min., 5 St. 45 Min.?

51*) Mit $\frac{4}{5}$ fl. reicht man 1 Tag aus; wie lange mit 8 fl.?

52*) Wie viel Stufen kommen auf eine Treppe von 22^m Höhe, wenn jede Stufe $\frac{1}{5}$ ^m hoch ist?

53*) Wie viel Hemden, jedes zu 3 $\frac{1}{2}$ ^m, können aus 56^m Weinwand zugeschnitten werden?

54) Wie lange wird man mit 10 $\frac{1}{2}$ Kilogr. Zucker ausreichen, wenn man täglich $\frac{3}{16}$ Kil. braucht?

55) In einer Flasche sind 3 $\frac{1}{4}$ Liter Wein; wie oft kann damit ein Weinglas, das $\frac{3}{16}$ Liter hält, gefüllt werden?

56) Ein Meister zahlt an seine Gesellen 104 $\frac{2}{5}$ fl., jeder bekommt 8 $\frac{7}{10}$ fl.; wie viel Gesellen sind es?

57) Eine Summe von 1809 $\frac{1}{4}$ fl. wurde mit Ducaten à 5 $\frac{1}{8}$ fl. bezahlt; wie viel Ducaten waren nöthig?

58) $\frac{3}{4}$ Meter kosten 2 $\frac{7}{10}$ fl.; was kostet 1 Meter?

$\frac{1}{4}$ ^m kost. den dritten Theil von 2 $\frac{7}{10}$ fl. = $\frac{9}{10}$ fl.

1^m „ 4mal $\frac{9}{10}$ fl. = $\frac{36}{10}$ fl. = 3 $\frac{3}{5}$ fl.

59) 4 $\frac{1}{4}$ Kilogr. kosten 3 $\frac{3}{50}$ fl.; wie viel kostet 1 Kil.?

$\frac{17}{4}$ Kil. kost. $\frac{153}{50}$ fl.

$\frac{1}{4}$ „ „ den 17ten Theil von $\frac{153}{50}$ fl. = $\frac{9}{50}$ fl.

1 „ „ 4mal $\frac{9}{50}$ fl. = $\frac{36}{50}$ fl. = 1 $\frac{18}{25}$ fl.

60) 4 Meter kosten 14 $\frac{3}{4}$ fl.; was kostet 1 Meter?

61) $\frac{2}{5}$ „ „ 2 $\frac{3}{10}$ „ ; „ „ 1 „

62) $\frac{5}{8}$ Hektol. „ 12 $\frac{1}{8}$ „ ; „ „ 1 Hektol. ?

63) 2 $\frac{1}{10}$ „ „ 45 $\frac{3}{20}$ „ ; „ „ 1 „

64) Indem man in ein Gefäß 120 Liter gießt, füllt man $\frac{3}{4}$ desselben; wie viel Liter hält das Gefäß?

65) 1 Hektar Ackerland wurde mit 1706 $\frac{1}{2}$ fl. bezahlt; wie hoch kam 1 Ar?

66) Ein Tagelöhner bekommt für 25 Tage 31 $\frac{1}{2}$ fl. Arbeitslohn; wie viel für 1 Tag?

67) Eine Locomotive legt in 3 $\frac{3}{4}$ Stunden 113 $\frac{1}{4}$ Kilom. zurück; wie viel in einer Stunde?

68) Wie viel Guldenstücke können aus 4 $\frac{1}{2}$ Kilogr. fein Silber geprägt werden, da 1 Stück $\frac{1}{90}$ Kilogr. fein Silber enthält?

69) Ein Landwirt verkauft seine Weinernte für 684 $\frac{1}{2}$ fl.; wie viel Hektoliter sind es, wenn für das Hektoliter 17 $\frac{3}{4}$ fl. bezahlt werden?

70) Eine 61^m 2 $\frac{1}{2}$ ^{dm} lange Straße soll auf beiden Seiten mit Trottoirs versehen werden; wie viele Platten wird man dazu benöthigen, wenn jede Platte 1 $\frac{1}{4}$ ^m Länge hat?

71) $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ einer Zahl geben zusammen 44; welches ist die Zahl?

72) Die Leinwand auf 1 Duzend Hemden, für jedes 3 $\frac{1}{5}$ ^m, kostet 28 $\frac{4}{5}$ fl.; wie theuer ist 1 Meter?

73) Ein Faß Butter wiegt 44 $\frac{7}{8}$ Kilogr. und kostet 40 $\frac{23}{50}$ fl.; wie hoch kommt 1 Kil. Butter, wenn das leere Faß 8 $\frac{3}{4}$ Kil. wiegt?

74) Der gewöhnliche Schritt der Soldaten beträgt 1 $\frac{18}{20}$ ^m; wenn sie nun in diesem Schritte in 1 Stunde 4^{K_v} zurücklegen, wie viel Schritte machen sie in 1 Minute?

75) A kauft ein Haus; er bezahlt $\frac{5}{16}$ des Kaufschillings und bleibt 9450 fl. schuldig; wie viel kostet das Haus?

76) A und B kaufen 14 Hektoliter Kartoffeln; A nimmt $\frac{3}{5}$ davon und zahlt 31 $\frac{1}{2}$ fl.; wie viel Hektoliter nimmt B und wie viel hat er zu zahlen?

77) Der höchste Wasserstand eines Flusses betrug in 5 auf einander folgenden Jahren 4 $\frac{1}{2}$ ^m, 3 $\frac{7}{10}$ ^m, 4 $\frac{2}{5}$ ^m, 3 $\frac{3}{4}$ ^m, 3 $\frac{19}{20}$ ^m; wie viel betrug der höchste Wasserstand während dieser Zeit im Durchschnitte?

78) Auf einem Markte werden verkauft $45\frac{1}{2}$ Hektoliter Kern à $7\frac{1}{10}$ fl., $36\frac{2}{5}$ Hektoliter à $7\frac{1}{2}$ fl. und $18\frac{3}{8}$ Hektol. à $7\frac{3}{5}$ fl.; was ist der Mittelpreis für 1 Hektoliter?

79) 5 Hektoliter Wein kosten $124\frac{4}{5}$ fl.; was kosten 3 Hektoliter?

$$\begin{array}{l} 5 \text{ Hektoliter} \dots \quad 124\frac{4}{5} \text{ fl.} \\ 1 \quad \quad \quad \dots \frac{1}{5} \text{ v. } 124\frac{4}{5} \text{ fl.} = 24\frac{24}{25} \text{ fl.} \\ 3 \quad \quad \quad \dots 3\text{mal } 24\frac{24}{25} \text{ fl.} = 74\frac{22}{25} \text{ fl.} \end{array}$$

80) 4 Kilogr. kosten $2\frac{3}{5}$ fl.; was kosten 9 Kil.?

81) $\frac{2}{5}$ Meter " $3\frac{1}{5}$ " ; " " 10 Meter?

82) $\frac{3}{4}$ Hektoliter " $12\frac{3}{4}$ " ; " " $\frac{7}{10}$ Hektol.?

83) $2\frac{1}{2}$ " " $78\frac{3}{4}$ " ; " " $3\frac{3}{5}$ "

84) $4\frac{3}{5}$ Rieß " $16\frac{14}{25}$ " ; " " $7\frac{3}{10}$ Rieß?

85) $5\frac{2}{5}$ Ar " $115\frac{1}{5}$ " ; " " $6\frac{3}{8}$ Ar?

86) Das \square^m Holz kostet $4\frac{3}{5}$ fl., wenn die Scheite 80^{cm} lang sind; welcher Preis entspricht demnach einer Scheitlänge von 64^{cm} ?

87) Wie groß ist der Durchmesser eines Kreises, dessen Umfang $5\frac{1}{2}^m$ beträgt? (Siehe Aufg. 87 Seite 42.)

88) Wie groß ist der Durchmesser eines Kreises, dessen Umfang a) 10^m , b) $1^m 4^{\text{dm}}$, c) $27\frac{3}{4}^{\text{cm}}$ beträgt?

89) Wie oft muß sich ein Wagenrad, das $\frac{7}{10}^m$ im Durchmesser hat, umdrehen, um 1 Kilometer zurückzulegen?

90) Ein Landmann will seinen Acker von $17\frac{1}{25}$ Ar gegen einen anderen von gleicher Güte vertauschen, der $35^m 5^{\text{dm}}$ breit sei; wie lang muß derselbe sein?

91) Ein Wasserbehälter ist $2\frac{1}{10}^m$ lang, $1\frac{1}{2}^m$ breit und $\frac{2}{5}^m$ hoch; wie viel Hektoliter kann er fassen, da 1 Hektoliter $\frac{1}{10}$ Cub.^m enthält?

92) Wie viel Ziegelsteine von $3\frac{1}{10}^{\text{dm}}$ Länge, $1\frac{1}{2}^{\text{dm}}$ Breite und $\frac{3}{4}^{\text{dm}}$ Dicke braucht man zu einer Mauer, welche $15\frac{1}{2}^m$ lang, $1\frac{4}{5}^m$ hoch und $\frac{7}{8}^m$ dick ist, wenn wegen des Bruches der Steine $\frac{1}{10}$ derselben dazugerechnet wird?

Wiederholungsaufgaben.

1*) Kürze folgende Brüche so weit als möglich ab:

$$\frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \frac{20}{24}, \frac{10}{25}, \frac{15}{27}, \frac{28}{35}, \frac{60}{105}$$

$$2^*) \quad \begin{array}{l} \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \\ \frac{4}{5} + \frac{1}{2} = \\ 12\frac{5}{8} + 7\frac{7}{12} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 3^*) \quad \frac{2}{5} - \frac{4}{15} = \\ \frac{13}{5} - \frac{5}{12} = \\ 9\frac{4}{5} - 8\frac{7}{10} = \end{array}$$

4*) Um wie viel ist der 5te Theil von $36\frac{3}{4}$ größer als 3mal $1\frac{7}{10}$?

5*) Auf ein Hemd braucht man $3\frac{3}{4}$ Meter Leinwand; wie viel auf ein Duzend Hemden?

6) Der Mond ist der Erde nicht immer gleich nahe; seine kleinste Entfernung von derselben ist 48020 Meilen, die größte 54680 Meilen; wie viel ist er im ersten Falle der Erde näher als im zweiten?

7) Eine Eisenbahn steigt von A bis B um $7\frac{1}{2}^m$, von B bis C um $37\frac{3}{4}^m$, von C bis D um $28\frac{4}{5}^m$, wie groß ist die ganze Steigung von A bis D?

8) Der österreichische Feldmarschall Graf Radetzky wurde am 2. November 1766 geboren und erreichte ein Alter von 91 Jahren 2 Monaten 3 Tagen; wann starb er?

Dividire abgekürzt auf 3 Decimalen:

$$9) \quad \begin{array}{l} 15\cdot3475 : 0\cdot9125; \\ 3419 : 87\cdot534; \end{array} \quad \begin{array}{l} 10) \quad 0\cdot0283 : 1\cdot7564; \\ 0\cdot8107 : 0\cdot01571. \end{array}$$

Multipliziere mit Anwendung von Vortheilen:

$$11) \quad \begin{array}{l} 39257 \times 11; \\ 60884 \times 19; \\ 93562 \times 501; \end{array} \quad \begin{array}{l} 12) \quad 52986 \times 49; \\ 17628 \times 54; \\ 92034 \times 720. \end{array}$$

Verwandle folgende Decimalbrüche in gemeine Brüche:

13) 0·85, 0·875, 4·725, 4·4125, 13·7136;

14) 0·1212..., 2·918918..., 0·7666..., 9·359696...

Suche das kleinste gem. Vielfache von

$$15) \quad \begin{array}{l} 8, 12, 20; \\ 5, 12, 16, 30; \end{array} \quad \begin{array}{l} 16) \quad 5, 6, 18, 20, 25; \\ 6, 10, 16, 24, 30, 36. \end{array}$$

$$17) \quad \begin{array}{l} \frac{19}{30} : \frac{7}{30} = \\ \frac{77}{80} : \frac{33}{80} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 18) \quad \frac{5\frac{1}{18}}{46\frac{7}{12}} : \frac{13}{37} = \\ \frac{13}{18} : \frac{37}{12} = \end{array} \quad \begin{array}{l} 19) \quad \frac{5}{12} : \frac{3}{25} = \\ \frac{7}{25} : \frac{3}{7} = \end{array}$$

20) 1 Cub.^{dm} Blei wiegt 11·35 Kilogramm, 1 Cub.^{dm} Kupfer $8\frac{4}{5}$ Kilogr.; wie groß ist der Unterschied zwischen beiden Gewichten?

21) 1 Hektar Land erfordert $2\frac{1}{5}$ Hektoliter Weizen zur Ausfaat; wie viel Weizen ist zu $2\frac{7}{10}$ Hektar erforderlich?

22) Vier Stück Leinwand, welche einzeln 45^m , 48^m , 52^m und 53^m lang sind, werden für 134 fl. 64 Kr. gekauft; wie viel kostet 1 Meter?

23) Ein Kaufmann liefert das Kilogr. Öl für $1\frac{1}{5}$ fl., ein anderer für $1\frac{1}{10}$ fl.; wie viel Kil. kann jeder für 33 fl. liefern?

24*) Suche das größte gem. Maß zwischen a) 10 und 12, b) 15 und 24, c) 36 und 60, d) 350 und 450.

Mache folgende Brüche gleichnamig:

$$25^*) \frac{3}{4}, \frac{2}{5}; \quad \frac{3}{10}, \frac{13}{20}; \quad | \quad 26^*) \frac{3}{10}, \frac{9}{16}; \quad \frac{11}{20}, \frac{13}{15}; \quad | \quad 27^*) \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}; \quad \frac{9}{10}, \frac{7}{12}, \frac{11}{20}.$$

$$28^*) \text{ 3mal } 4\frac{5}{6}, \quad 5\frac{7}{12}; \quad \text{ 5mal } 3\frac{7}{10}, \quad 7\frac{5}{12}.$$

$$29^*) \text{ 6mal } 2\frac{13}{18}, \quad 3\frac{7}{10}; \quad \text{ 8mal } 1\frac{15}{16}, \quad 4\frac{7}{12}.$$

30*) Ein Wirt zapft ein Fäßchen Wein von 75 Liter in Flaschen ab, deren jede $\frac{3}{4}$ Liter fasst; wie viel Flaschen Wein erhält er?

$$31) \frac{17}{25} \text{ Ar kosten } 22\frac{27}{100} \text{ fl.}; \text{ was kostet 1 Ar?}$$

$$32) 12\frac{3}{4} \text{ " " } 239\frac{7}{10} \text{ "}; \text{ " " } 1 \text{ "}$$

33) Wie viel wiegt eine Eisenbahnschiene von 5^m 65^{cm} Länge, wenn das laufende Meter 70·12 Kilogr. wiegt?

34)

Rechnung.

				fl.	Kr.
1878					
Jänner	2.	$7\frac{3}{5}$	Kil. Kaffee à 175 Kr.
"	"	$12\frac{3}{4}$	" Zucker " 60 "
"	10.	$6\frac{1}{2}$	" Reis " 32 "
"	"	$2\frac{2}{5}$	" Öl " 110 "
"	14.	$3\frac{1}{10}$	" Butter " 90 "
Summe			

Multipliziere abgekürzt auf 3 Decimalen:

$$35) \begin{array}{l} 8\cdot079 \times 1\cdot976; \\ 35\cdot74 \times 6\cdot3025; \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 36) 0\cdot3579 \times 1\cdot2468; \\ 27\cdot407 \times 0\cdot0392. \end{array}$$

37) Suche das größte gem. Maß von

$$\begin{array}{ll} a) 171 \text{ und } 286; & b) 306 \text{ und } 396; \\ c) 1554 \text{ und } 3552; & d) 3718 \text{ und } 7774. \end{array}$$

Addiere folgende Zahlen, zuerst in senkrechter, dann in wagrechter Richtung:

$$\begin{array}{r} 38) \\ 43) 21\frac{1}{2} + 23\frac{2}{3} + 87\frac{5}{9} + 57\frac{7}{10} + 42\frac{1}{6} \\ 44) 32\frac{3}{4} + 62\frac{4}{5} + 19\frac{13}{18} + 29\frac{13}{15} + 56\frac{11}{12} \\ 45) 43\frac{5}{8} + 47\frac{17}{24} + 75\frac{9}{30} + 90\frac{17}{20} + 83\frac{8}{25} \\ 46) 54\frac{27}{40} + 39\frac{29}{32} + 28\frac{41}{50} + 66\frac{25}{48} + 79\frac{19}{36} \end{array}$$

$$47) \begin{array}{l} 53\cdot72 - 28\frac{7}{40} = \\ 306\cdot315 - 85\frac{3}{8} = \end{array} \quad \left| \quad \begin{array}{l} 48) 42\frac{2}{5} - 19\cdot37 = \\ 255\frac{5}{8} - 164\cdot178 = \end{array}$$

49) Wenn man zum Zähler und Nenner des Bruches $\frac{5}{8}$ 4 addiert, oder von beiden 4 subtrahiert, bleibt der Wert des Bruches dabei ungeändert?

50) Ein Gutbesitzer hat 27 Hektar $75\frac{17}{25}$ Ar Äcker, er verpachtet an A 5 Hektar $63\frac{3}{4}$ Ar, an B 4 Hektar $29\frac{17}{50}$ Ar, an C 6 Hektar $8\frac{4}{5}$ Ar, das übrige bewirtschaftet er selbst; wie viel behält er für sich?

51) Ein Kaufmann mischt 2 Kilogr. Kaffee à 1 fl. 35 Kr. mit 9 Kilogr. à 1 fl. 44 Kr. und 7 Kilogr. à 1 fl. 62 Kr.; wie viel kostet 1 Kil. der Mischung?

52) Ein Eisenbahnzug legt bei verschiedener Steigung in den ersten 3 Stunden $94\frac{7}{8}$ Km, in den folgenden $2\frac{1}{2}$ Stunden $70\frac{13}{20}$ Km und in den weiteren $3\frac{5}{8}$ Stunden $122\frac{7}{10}$ Km zurück; wie groß ist die durchschnittliche Fahrgeschwindigkeit dieses Zuges in 1 Stunde?

Vierter Abschnitt.

Quadrieren und Cubieren, Ausziehen der Quadratwurzel und der Cubikwurzel.

1. Das Quadrieren.

1) Multipliciere jede der folgenden Zahlen mit sich selbst: 8, 17, 120, 3815, 0·3, 5·48, 9·063, $\frac{9}{2}$, $\frac{9}{25}$.

Wenn man eine Zahl mit sich selbst multipliciert, so heißt das Product ein Quadrat dieser Zahl.

Eine Zahl quadrieren oder zum Quadrat erheben heißt, die Zahl mit sich selbst multiplicieren.

$8 \times 8 = 64$; 64 ist das Quadrat von 8. Statt 8×8 schreibt man kürzer 8^2 (lies: 8 zum Quadrat).

$$\begin{array}{lll} 1^2 = 1 & 4^2 = 16 & 7^2 = 49 \\ 2^2 = 4 & 5^2 = 25 & 8^2 = 64 \\ 3^2 = 9 & 6^2 = 36 & 9^2 = 81 \end{array}$$

Das Quadrat einer Zahl kann, ohne daß man diese unmittelbar mit sich selbst multipliciert, auch noch auf eine andere Art gefunden werden.

2) Zerlege die Zahl 43 in Zehner und Einer, und multipliciere sie mit sich selbst.

$$\begin{array}{r} 43 = 40 + 3 \\ 43 = 40 + 3 \end{array}$$

$$43 \times 43 = 40 \times 40 + 40 \times 3 + 40 \times 3 + 3 \times 3$$

$$43^2 = (40 + 3)^2 = 40^2 + 2 \times 40 \times 3 + 3^2 \\ = 1600 + 240 + 9 = 1849$$

Das Quadrat einer in zwei Theile zerlegten Zahl besteht aus dem Quadrate des ersten Theiles, dem Producte des doppelten ersten Theiles mit dem zweiten, und dem Quadrate des zweiten Theiles.

3) Bestimme auf diese Art das Quadrat von 67.

$$\begin{array}{r}
 60^2 \dots\dots 3600 \quad \text{fürzer:} \quad 6^2 \dots\dots 36 \\
 2 \times 60 \times 7 \dots 840 \quad 2 \times 6 \times 7 \dots\dots 84 \\
 \quad \quad 7^2 \dots 49 \quad \quad \quad 7^2 \dots\dots 49 \\
 \hline
 4489 \qquad \qquad \qquad 4489
 \end{array}$$

4) Quadriere ebenso die Zahlen 17, 45, 59, 75, 97.

5) Erhebe die Zahl 638 zum Quadrat, indem du sie in Zehner und Einer zerlegst.

$$638^2 = (630 + 8)^2 = 630^2 + 2 \times 630 \times 8 + 8^2.$$

Nun ist

$$630^2 = (600 + 30)^2 = 600^2 + 2 \times 600 \times 30 + 30^2;$$

daher $638^2 =$

$$\begin{array}{r}
 600^2 \dots\dots\dots 360000 \\
 2 \times 600 \times 30 \dots\dots 36000 \\
 \quad 30^2 \dots\dots\dots 900 \\
 2 \times 630 \times 8 \dots\dots 10080 \\
 \quad 8^2 \dots\dots\dots 64 \\
 \hline
 = 407044
 \end{array}$$

fürzer: $638^2 =$

$$\begin{array}{r}
 6^2 \dots\dots\dots 36 \\
 2 \times 6 \times 3 \dots\dots 36 \\
 \quad 3^2 \dots\dots\dots 9 \\
 2 \times 63 \times 8 \dots\dots 1008 \\
 \quad 8^2 \dots\dots\dots 64 \\
 \hline
 = 407044
 \end{array}$$

Das Quadrat einer mehrziffrigen Zahl wird nach folgendem Verfahren gebildet:

1) Man erhebt die erste Ziffer links zum Quadrate.

2) Aus jeder folgenden Ziffer bildet man zwei Bestandtheile, das Product aus der doppelten ihr vorangehenden Zahl und dieser Ziffer, und ihr eigenes Quadrat.

3) Die berechneten Bestandtheile werden so untereinander geschrieben, daß jeder folgende um eine Stelle weiter rechts erscheint, und dann, so wie sie stehen, addiert.

Quadriere nach diesem Verfahren die Zahlen

6) 235	7) 537	8) 2345	9) 63427
812	108	7160	25038
44·6	60·5	90·74	34·419

10) Wie viele Ziffern gibt im Quadrate die erste Ziffer links in der Zahl? Wie viel Ziffern wachsen im Quadrate aus jeder folgenden Ziffer der Zahl zu?

$$\begin{array}{r}
 314^2 = \\
 \hline
 3^2 \dots 9 \quad | \\
 2 \times 3 \times 1 \dots 6 \quad | \\
 \quad \quad 1^2 \quad \quad | \quad 1 \\
 2 \times 31 \times 4 \quad | \quad 248 \\
 \quad \quad 4^2 \quad \quad | \quad 16 \\
 \hline
 = 985|96
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5607^2 = \\
 \hline
 5^2 \dots 25 \quad | \quad | \\
 2 \times 5 \times 6 \dots 60 \quad | \quad | \\
 \quad \quad 6^2 \dots \quad | \quad | \quad 36 \\
 2 \times 560 \times 7 \dots 7840 \quad | \quad | \\
 \quad \quad 7^2 \dots \quad | \quad | \quad 49 \\
 \hline
 = 3143|84|49
 \end{array}$$

Das Quadrat einer Zahl hat entweder doppelt so viele Ziffern als die Zahl oder um eine Ziffer weniger. Theilt man daher das Quadrat von den Einern angefangen in Abtheilungen von je zwei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur eine Ziffer enthalten kann, so hat man so viele Abtheilungen, als die Zahl Ziffern enthält.

In der ersten Abtheilung kommt das Quadrat der ersten Ziffer der Zahl vor. In den ersten zwei Abtheilungen ist das Quadrat der ersten zwei Ziffern der Zahl enthalten. Nimmt man daher von der ersten Abtheilung das Quadrat der ersten Ziffer der Zahl weg, und setzt zu dem Reste die zweite Abtheilung, so kommen darin die Bestandtheile vor, welche die zweite Ziffer der Zahl im Quadrate hervorbringt, nämlich das Product aus ihr und der doppelten ersten Ziffer und ihr Quadrat, und zwar erstreckt sich das Product aus der zweiten und der doppelten ersten Ziffer nur bis auf die erste Ziffer der zweiten Abtheilung; u. s. w.

2. Das Ausziehen der Quadratwurzel.

1) Welche Zahl gibt mit sich selbst multipliciert 64 zum Producte?

Die Zahl, welche mit sich selbst multipliciert eine andere gegebene Zahl zum Producte gibt, heißt die Quadratwurzel dieser Zahl. Aus einer Zahl die Quadratwurzel ausziehen heißt, eine Zahl suchen, welche mit sich selbst multipliciert die gegebene Zahl zum Producte gibt. Die Quadratwurzel aus einer Zahl wird durch das vorgelegte Zeichen $\sqrt{\quad}$ angezeigt.

$$\begin{array}{lll}
 \sqrt{1} = 1 & \sqrt{16} = 4 & \sqrt{49} = 7 \\
 \sqrt{4} = 2 & \sqrt{25} = 5 & \sqrt{64} = 8 \\
 \sqrt{9} = 3 & \sqrt{36} = 6 & \sqrt{81} = 9
 \end{array}$$

Aus den Gesetzen, welche in den Aufgaben 2, 5 und 10, Seite 52, 53 und 54 für die Bildung des Quadrates abgeleitet wurden, ergibt sich durch Umkehrung für das Ausziehen der Quadratwurzel folgendes Verfahren:

1) Man theile die gegebene Zahl von den Einern anfangen in Abtheilungen von je zwei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur eine Ziffer enthalten kann.

2) Man suche die größte Zahl, deren Quadrat in der ersten Abtheilung enthalten ist, und schreibe sie als erste Ziffer der Wurzel an. Das Quadrat dieser ersten Wurzelziffer wird von der ersten Abtheilung subtrahirt.

3) Zu dem Reste setze man die folgende Abtheilung herab, dividire die dadurch entstehende Zahl nach Weglassung ihrer letzten Ziffer durch die doppelte bereits gefundene Wurzel und schreibe den Quotienten als neue Ziffer in die Wurzel. Dann bilde man die Bestandtheile, welche diese neue Wurzelziffer im Quadrate hervorbringt, nämlich das Product aus der neuen Ziffer und dem doppelten ihr vorangehenden Wurzeltheile und das Quadrat der neuen Ziffer, schreibe den ersten Bestandtheil unter den Dividend, den zweiten um eine Stelle weiter rechts, und subtrahiere die Summe der so angefügten Bestandtheile von dem Dividende mit Zuziehung der früher weg-gelassenen Ziffer.

4) Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man alle Abtheilungen der gegebenen Zahl in Rechnung gezogen hat.

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \sqrt{47|61} = 69 \\
 6^2 \dots\dots 36 \\
 \hline
 116,1 : 12 \dots 2 \times 6 \\
 2 \times 6 \times 9 \dots 108 \\
 9^2 \dots\dots 81 \\
 \hline
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

$$3) \sqrt{1024} =$$

$$4) \sqrt{2025} =$$

$$5) \sqrt{5625} =$$

$$6) \sqrt{6561} =$$

$$7) \sqrt{9604} =$$

$$8) \sqrt{2|16|09} = 147$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 11,6 \quad : \quad 2 \\
 8 \\
 16 \\
 \hline
 2009 \quad : \quad 28 \\
 196 \\
 49 \\
 \hline
 \dots\dots\dots
 \end{array}$$

$$9) \sqrt{14161} =$$

$$10) \sqrt{65536} =$$

$$11) \sqrt{186624} =$$

$$12) \sqrt{265225} =$$

$$13) \sqrt{408321} =$$

$$14) \sqrt{498436} =$$

$$15) \sqrt{654481} =$$

$$16) \sqrt{820836} =$$

17) $\sqrt{11675889} =$

18) $\sqrt{5943844} =$

19) $\sqrt{81126049} =$

20) $\sqrt{26956864} =$

25) $\sqrt{1354|24} = 3\cdot68$

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 \hline
 454 \quad : 6 \\
 36 \\
 36 \\
 \hline
 5824 \quad : 72 \\
 576 \\
 64 \\
 \hline
 \dots
 \end{array}$$

21) $\sqrt{347263225} =$

22) $\sqrt{1475789056} =$

23) $\sqrt{6449053636} =$

24) $\sqrt{44105040144} =$

Bei Decimalzahlen geschieht die Eintheilung der Ganzen vom Decimalpunkte gegen die Linke, die Eintheilung der Decimalen gegen die Rechte; in der Quadratwurzel wird der Decimalpunct gesetzt, bevor man die erste Abtheilung von Decimalen in Rechnung zieht.

26) $\sqrt{326041} =$

29) $\sqrt{27973521} =$

27) $\sqrt{0840889} =$

30) $\sqrt{00001522756} =$

28) $\sqrt{7856809} =$

31) $\sqrt{0054782211136} =$

32) Bestimme $\sqrt{14}$.

Da man für $\sqrt{14}$ auch $\sqrt{14\cdot00|00}..$ setzen kann, so ist

$$\sqrt{14} = 3\cdot74\dots$$

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 \hline
 500 \quad : 6 \\
 42 \\
 49 \\
 \hline
 3100 \quad : 74 \\
 286 \\
 16 \\
 \hline
 224
 \end{array}$$

Bleibt beim Wurzelausziehen am Ende ein Rest, so ist die vorgelegte Zahl kein vollständiges Quadrat und daher die Quadratwurzel nicht ganz genau; dieselbe kann jedoch näherungsweise in Decimalen mit jeder beliebigen Genauigkeit bestimmt werden, indem man dem zuletzt erhaltenen und jedem folgenden Reste eine Abtheilung von zwei Decimalen anhängt, übrigens aber wie vorhin verfährt.

Wenn die gegebene Zahl ein Decimalbruch ist und die letzte Abtheilung rechts nur eine Ziffer enthalten sollte, so wird derselben sogleich eine Null angehängt.

Bestimme in 3 Decimalen:

$$\begin{array}{lll} 33) \sqrt{5} & 35) \sqrt{397} & 37) \sqrt{0\cdot02} \\ 34) \sqrt{80} & 36) \sqrt{6335} & 38) \sqrt{13\cdot794} \end{array}$$

Bestimme in 4 Decimalen:

$$\begin{array}{lll} 39) \sqrt{6} & 41) \sqrt{229} & 43) \sqrt{0\cdot2734} \\ 40) \sqrt{10} & 42) \sqrt{5135} & 44) \sqrt{7\cdot80152} \end{array}$$

$$45) \sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} = \frac{5}{9} \quad 48) \sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{0\cdot6} =$$

$$46) \sqrt{\frac{64}{225}} = \quad 49) \sqrt{\frac{13}{8}} =$$

$$47) \sqrt{\frac{676}{1681}} = \quad 50) \sqrt{9\frac{13}{25}} =$$

Das Ausziehen der Quadratwurzel findet insbesondere in der Raumgrößenrechnung häufige Anwendung. Solche angewandte Aufgaben kommen im VIII. Abschnitte vor, und zwar:

Aufgaben 6) und 7) Seite 155,

Aufgaben 43) — 49) Seite 160 und 161,

Aufgaben 86) — 88) Seite 166, und

Aufgabe 82) Seite 185.

3. Cubieren.

1) Multipliciere jede der folgenden Zahlen mit sich selbst und das dadurch erhaltene Quadrat noch einmal mit der Zahl selbst:

$$7, 34, 280, 0\cdot5, 2\cdot36, 1\cdot079, \frac{4}{5}, \frac{13}{32}.$$

Setzt man eine Zahl dreimal als Factor, so heißt das Product der Cubus dieser Zahl.

Eine Zahl cubieren oder zum Cubus erheben, heißt die Zahl dreimal als Factor setzen.

$7 \times 7 \times 7 = 343$; 343 ist der Cubus von 7. Statt $7 \times 7 \times 7$ schreibt man kürzer 7^3 (lies: 7 zum Cubus).

$$\begin{array}{lll} 1^3 = 1 & 4^3 = 64 & 7^3 = 343 \\ 2^3 = 8 & 5^3 = 125 & 8^3 = 512 \\ 3^3 = 27 & 6^3 = 216 & 9^3 = 729 \end{array}$$

Der Cubus einer Zahl kann ohne unmittelbare zweimalige Multiplication noch auf eine andere Art bestimmt werden.

2) Zerlege die Zahl 64 in Zehner und Einer und multipliziere ihr Quadrat.

$$(60+4)^2 = 60 \times 60 + 2 \times 60 \times 4 + 4 \times 4$$

noch mit $60+4$; dann ist

$$60 \times 60 + 2 \times 60 \times 4 + 4 \times 4$$

$$\begin{array}{r} 60 \times 60 \times 60 + 2 \times 60 \times 60 \times 4 + 60 \times 4 \times 4 \\ + 60 \times 60 \times 4 + 2 \times 60 \times 4 \times 4 + 4 \times 4 \times 4 \\ \hline (60+4)^2 = 60^3 + 3 \times 60^2 \times 4 + 2 \times 60 \times 4^2 + 4^3. \end{array}$$

Der Cubus einer in zwei Theile zerlegten Zahl besteht aus dem Cubus des ersten Theiles, dem Producte des dreifachen Quadrates des ersten Theiles mit dem zweiten, dem Producte des dreifachen ersten Theiles mit dem Quadrate des zweiten, und aus dem Cubus des zweiten Theiles.

3) Bestimme auf diese Art den Cubus von 47.

$\begin{array}{r} 40^3 = 64000 \\ 3 \times 40^2 \times 7 = 33600 \\ 3 \times 40 \times 7^2 = 5880 \\ 7^3 = 343 \\ \hline 103823 \end{array}$	<p>fürzer:</p> $\begin{array}{r} 4^3 \dots\dots 64 \\ 3 \times 4^2 \times 7 \dots 336 \\ 3 \times 4 \times 7^2 \dots 588 \\ 7^3 \dots\dots 343 \\ \hline 103823 \end{array}$
--	--

4) Cubiere ebenso die Zahlen 15, 28, 52, 89.

5) Cubiere die Zahl 846, indem du sie in Zehner und Einer zerlegst.

$$(846)^3 = (840+6)^3 = 840^3 + 3 \times 840^2 \times 6 + 3 \times 840 \times 6^2 + 6^3;$$

nun ist

$$(840)^3 = (800+40)^3 = 800^3 + 3 \times 800^2 \times 40 + 3 \times 800 \times 40^2 + 40^3;$$

daher

$\begin{array}{r} 846^3 = \\ 800^3 \dots\dots 512000000 \\ 3 \times 800^2 \times 40 \dots 76800000 \\ 3 \times 800 \times 40^2 \dots 3840000 \\ 40^3 \dots\dots 64000 \\ 3 \times 840^2 \times 6 \dots 12700800 \\ 3 \times 840 \times 6^2 \dots 90720 \\ 6^3 \dots\dots 216 \\ \hline = 605495736 \end{array}$	<p>fürzer:</p> $\begin{array}{r} 846^3 = \\ 8^3 \dots\dots 512 \\ 3 \times 8^2 \times 4 \dots 768 \\ 3 \times 8 \times 4^2 \dots 384 \\ 4^3 \dots\dots 64 \\ 3 \times 84^2 \times 6 \dots 127008 \\ 3 \times 84 \times 6^2 \dots 9072 \\ 6^3 \dots\dots 216 \\ \hline = 605495736 \end{array}$
---	--

Der Cubus einer mehrziffrigen Zahl wird nach folgendem Verfahren gebildet:

1) Man erhebe die erste Ziffer links zum Cubus.

2) Aus jeder folgenden Ziffer bilde man drei Bestandtheile: das Product aus dem dreifachen Quadrate der ihr vorangehenden Zahl mit dieser Ziffer, das Product aus der dreifachen vorangehenden Zahl und dem Quadrate dieser Ziffer, endlich ihren eigenen Cubus.

3) Diese Bestandtheile werden so untereinander geschrieben, dass jeder folgende um eine Stelle weiter rechts erscheint, und dann, so wie sie stehen, addiert.

Cubiere nach diesem Verfahren folgende Zahlen:

6) 924	7) 607	8) 7654	9) 24679
735	19·8	98·02	35·106

10) Wie viele Ziffern gibt im Cubus die erste Ziffer links in der Zahl? Wie viele Ziffern wachsen im Cubus aus jeder folgenden Ziffer der Zahl zu?

$$\begin{array}{r}
 247^3 = \\
 \hline
 2^3 \dots\dots 8 \\
 3 \times 2^2 \times 4 \dots 48 \\
 3 \times 2 \times 4^2 \dots 96 \\
 4^3 \dots\dots 64 \\
 3 \times 24^2 \times 7 \dots 12096 \\
 3 \times 24 \times 7^2 \dots 3528 \\
 7^3 \dots\dots 343 \\
 \hline
 = 15|069|223
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8605^3 = \\
 \hline
 8^3 \dots\dots 512 \\
 3 \times 8^2 \times 6 \dots 1152 \\
 3 \times 8 \times 6^2 \dots 864 \\
 6^3 \dots\dots 216 \\
 3 \times 860^2 \times 5 \dots 11094000 \\
 3 \times 860 \times 5^2 \dots 64500 \\
 5^3 \dots\dots 125 \\
 \hline
 = 637|166|045|125
 \end{array}$$

Der Cubus einer Zahl hat entweder dreimal so viele Ziffern als die Zahl, oder um zwei oder eine weniger. Theilt man daher den Cubus einer Zahl von den Einern angefangen in Abtheilungen zu je drei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur zwei oder eine Ziffer enthalten kann, so hat man so viele Abtheilungen, als die Zahl Ziffern enthält.

In der ersten Abtheilung links ist der Cubus der ersten Ziffer der Zahl enthalten. In den zwei ersten Abtheilungen kommt der Cubus der zwei ersten Ziffern der Zahl vor. Nimmt man daher von der ersten Abtheilung den Cubus der ersten Ziffer der Zahl weg und setzt zu dem Reste die zweite Abtheilung, so kommen darin die Bestandtheile vor,

welche die zweite Ziffer der Zahl im Cubus hervorbringt, nämlich: das Product aus ihr und dem dreifachen Quadrate der ersten Ziffer, das Product aus ihrem Quadrate und der dreifachen ersten Ziffer, und ihren Cubus, und zwar erstreckt sich der erste Bestandtheil nur bis auf die erste Ziffer der zweiten Abtheilung; u. s. w.

4. Das Ausziehen der Cubikwurzel.

1) Welche Zahl gibt dreimal als Factor gesetzt 125 zum Producte?

Die Zahl, welche dreimal als Factor gesetzt eine andere gegebene Zahl zum Producte gibt, heißt die Cubikwurzel dieser Zahl. Aus einer Zahl die Cubikwurzel ausziehen, heißt, eine Zahl suchen, welche dreimal als Factor gesetzt die gegebene Zahl zum Producte gibt. Um die Cubikwurzel aus einer Zahl anzuzeigen, setzt man vor diese das Wurzelzeichen und in dessen Öffnung die Ziffer 3. Hiernach ist

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

$$\sqrt[3]{343} = 7$$

$$\sqrt[3]{512} = 8$$

$$\sqrt[3]{729} = 9$$

Aus den Gesetzen, welche in den Aufgaben 2, 5 und 10 Seite 58 und 59 für die Bildung des Cubus entwickelt wurden, ergibt sich durch Umkehrung für das Ausziehen der Cubikwurzel folgendes Verfahren:

1) Man theile die gegebene Zahl von den Einern angefangen in Abtheilungen von je drei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur zwei oder eine Ziffer enthalten kann.

2) Man suche die größte Zahl, deren Cubus in der ersten Abtheilung enthalten ist, und schreibe sie als die erste Ziffer der Wurzel an. Der Cubus dieser ersten Wurzelziffer wird von der ersten Abtheilung subtrahiert.

3) Zu dem Reste setze man die folgende Abtheilung herab, dividiere die dadurch entstehende Zahl mit Ausschluß der zwei letzten Ziffern durch das dreifache Quadrat des bereits gefundenen Theiles der Wurzel und schreibe den Quotienten als eine neue Ziffer in die Wurzel. Dann bilde man die Bestandtheile, welche diese neue Wurzelziffer im Cubus hervorbringt, nämlich

das Product aus dem dreifachen Quadrate des ihr vorangehenden Wurzeltheiles mit der neuen Ziffer, das Product aus dem dreifachen vorangehenden Wurzeltheile mit dem Quadrate dieser Ziffer, und den Cubus der neuen Ziffer, schreibe den ersten Bestandtheil unter den Dividend, jeden folgenden aber um eine Stelle weiter rechts darunter und subtrahiere die Summe der so angefügten Bestandtheile von dem Dividende mit Beziehung der früher weggelassenen zwei Ziffern.

4) Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man alle Abtheilungen der gegebenen Zahl in Rechnung gezogen hat.

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \sqrt[3]{13|824} = 24 \\
 2^3 \dots\dots 8 \\
 \hline
 58,24 : 12 \dots 3 \times 2^2 \\
 3 \times 2^2 \times 4 \dots 48 \\
 3 \times 2 \times 4^2 \dots 96 \\
 4^3 \dots\dots 64 \\
 \hline
 \text{=====}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \sqrt[3]{154|854|153} = 537 \\
 125 \\
 \hline
 298,54 \quad : 75 \\
 225 \\
 \hline
 135 \\
 27 \\
 \hline
 59771,53 : 8427 \\
 58989 \\
 7791 \\
 343 \\
 \hline
 \text{=====}
 \end{array}$$

$$4) \sqrt[3]{592704} =$$

$$5) \sqrt[3]{5832} =$$

$$6) \sqrt[3]{97336} =$$

$$7) \sqrt[3]{54872} =$$

$$8) \sqrt[3]{614125} =$$

$$9) \sqrt[3]{205379} =$$

$$10) \sqrt[3]{704969} =$$

$$11) \sqrt[3]{474552} =$$

$$12) \sqrt[3]{7301384} =$$

$$13) \sqrt[3]{139798359} =$$

$$14) \sqrt[3]{223648543} =$$

$$15) \sqrt[3]{152273304} =$$

$$16) \sqrt[3]{34012224} =$$

$$17) \sqrt[3]{125751501} =$$

$$18) \sqrt[3]{12230590464} =$$

$$19) \sqrt[3]{1593413632} =$$

$$20) \sqrt[3]{60006085875} =$$

$$21) \sqrt[3]{9143677667816} =$$

22) $\sqrt[3]{11\cdot089|567} = 2\cdot23$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 30,89 \quad : 12 \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 8 \end{array}$$

4415,67 : 1452

4356

594

27

=====

23) $\sqrt[3]{0\cdot103823} =$

24) $\sqrt[3]{571\cdot787} =$

25) $\sqrt[3]{15\cdot252992} =$

26) $\sqrt[3]{796597\cdot983} =$

27) $\sqrt[2]{0\cdot074246873427} =$

28) $\sqrt[3]{12895\cdot213625} =$

29) $\sqrt[3]{80} = \sqrt[3]{80\cdot000000} \dots = 4\cdot12\dots$ oder $\sqrt[3]{80} = 4\cdot12\dots$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 6000 \quad : 48 \\ 48 \end{array}$$

12

1

$$\begin{array}{r} 1079000 : 5043 \\ 10086 \end{array}$$

492

8

65472

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 6000 \quad : 48 \\ 48 \end{array}$$

12

1

$$\begin{array}{r} 1079000 : 5043 \\ 10086 \end{array}$$

492

8

65472

Bleibt beim Ausziehen der Cubikwurzel am Ende ein Rest, so ist die Wurzel nicht genau; sie lässt sich aber mit jeder beliebigen Genauigkeit in Decimalen bestimmen, indem man dem zuletzt erhaltenen und jedem folgenden Reste eine Abtheilung von drei Nullen anhängt und übrigens wie vorhin verfährt.

Bestimme in 3 Decimalen:

30) $\sqrt[3]{10}$;

31) $\sqrt[3]{279}$;

32) $\sqrt[3]{1133}$;

33) $\sqrt[3]{0\cdot815}$;

34) $\sqrt[3]{0\cdot72}$;

35) $\sqrt[3]{7\cdot1856}$.

$$36) \sqrt[3]{\frac{64}{343}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{343}} = \frac{4}{7}$$

$$37) \sqrt[3]{\frac{729}{2197}} =$$

$$38) \sqrt[3]{\frac{7}{8}} = \sqrt[3]{0.875} =$$

$$39) \sqrt[3]{5\frac{17}{25}} =$$

Das Ausziehen der Cubikwurzel wird insbesondere in der Raumgrößenrechnung angewendet. Solche angewandte Aufgaben kommen im VIII. Abschnitte vor, und zwar:

Aufgabe 6) Seite 171,

Aufgabe 11) Seite 173,

Aufgaben 83), 84) und 85) Seite 185.

Wiederholungsaufgaben.

1*) 187 + 98	2*) 156 — 99	3*) 4mal 96
325 + 196	438 — 197	7mal 192
512 + 391	813 — 495	5mal 298

4*) Ein Arbeiter verdient in $\frac{2}{3}$ Monaten $25\frac{3}{5}$ fl.; wie viel in 1 Monate?

5*) Eine Mutter ist 3mal so alt als ihre beiden Töchter zusammen; wie alt ist sie, wenn die eine Tochter $6\frac{1}{2}$ und die andere $2\frac{2}{3}$ Jahre alt ist?

6) In einem Vierecke betragen die Winkel einzeln $98^\circ 23' 42''$, $65^\circ 32' 17''$, $87^\circ 51' 40''$ und $108^\circ 12' 21''$; wie viel zusammen?

$$7) \sqrt{654481} =$$

$$8) \sqrt{404496} =$$

$$9) \sqrt{11943936} =$$

$$10) \sqrt{32524209} =$$

$$11) \sqrt{50083929} =$$

$$12) \sqrt{1655025124} =$$

$$13) \sqrt{299.6756} =$$

$$14) \sqrt{1.04101209} =$$

$$15) \sqrt{200} =$$

$$16) \sqrt{5.3} =$$

$$17) \sqrt{0.079} =$$

18) Die Erde legt bei ihrer Bewegung um die Sonne in 1 Stunde 14787.68 geogr. Meilen zurück; wie viel a) in 1 Minute, b) in 1 Secunde?

19) In einem Fasse waren $107\frac{1}{2}$ Liter Weingeist; es wurden $43\frac{3}{4}$ Liter herausgenommen, dann aber wieder $30\frac{2}{5}$ Liter zugegossen; wie viel Liter waren nun in dem Fasse?

20) Ein Hektar liefert im Durchschnitte 28 Hektol. 45 Liter Hafer; welchen Wert hat die Ernte von 7 Hektar 62 Ar, wenn das Hektoliter Hafer 3 fl. 80 Kr. kostet?

21) Mache folgende Brücke gleichnamig und gib dann an, welcher von ihnen einen größeren, welcher einen kleineren Wert hat:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}, \frac{13}{15}, \frac{23}{25}, \frac{47}{50}.$$

22) Ordne folgende Brüche nach ihrem Werte, und zwar vom kleinsten angefangen:

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{13}{16}, \frac{19}{24}, \frac{31}{36}, \frac{37}{40}, \frac{69}{75}.$$

$$23) \sqrt[3]{226981} = \quad 24) \sqrt[3]{493039} =$$

$$25) \sqrt[3]{1906624} = \quad 26) \sqrt[3]{29218112} =$$

$$27) \sqrt[3]{700 \cdot 227072} = \quad 28) \sqrt[3]{961 \cdot 504803} =$$

$$29) \sqrt[3]{1767172329} = \quad 30) \sqrt[3]{9 \cdot 1557005892911} =$$

$$31) \sqrt[3]{100} = \quad 32) \sqrt[3]{0 \cdot 05} = \quad 33) \sqrt[3]{2 \cdot 8613} =$$

34) Von vier Zahlen ist die erste 7·25, jede folgende um 1·3175 kleiner; wie groß ist a) die zweite, dritte, vierte Zahl. b) die Summe aller vier Zahlen?

35) Ein Sack mit Mehl wiegt $85\frac{1}{2}$ Kilogr., der Sack allein wiegt $3\frac{3}{10}$ Kilogr.; wenn nun für das Mehl $61\frac{1}{20}$ fl. gezahlt wird, wie hoch kommt 1 Kilogramm desselben?

36) Drei Personen theilen eine Summe so unter einander, daß A $\frac{3}{8}$, B $\frac{5}{16}$ und C den Rest erhält; wenn nun A $3139\frac{1}{2}$ fl. erhält, wie groß ist die ganze Summe, wie viel erhält B, wie viel C?

Fünfter Abschnitt.

Verhältnisse und Proportionen.

1. Verhältnisse.

a.

1) Vergleiche folgende Zahlenpaare und gib an, wie oft die zweite Zahl in der ersten enthalten ist:

a) 12 und 3 | b) 18 und 3 | c) 10 fl. und 5 fl.
 20 " 5 | 30 " 5 | 16^m " 8^m

Wenn man zwei Zahlen oder zwei gleichartige Größen vergleicht, um zu sehen, wie oft die eine in der andern enthalten ist, so heißt das Ergebnis dieser Vergleichung ein Verhältniß. B. B. unter dem Verhältnisse 12 zu 3, welches 12 : 3 geschrieben wird, versteht man die Angabe, wie oft 3 in 12 enthalten ist, also den angezeigten Quotienten 12 : 3; 12 heißt das Vorderglied, 3 das Hinterglied. Wird das Vorderglied durch das Hinterglied wirklich dividirt, so heißt der Quotient 4 der Exponent des Verhältnisses 12 : 3.

2) Gib den Exponenten in folgenden Verhältnissen an:

a) 6 : 3 | b) 35 : 7 | c) 10 : 4 | d) 10^{1/2} : 2^{1/2}
 3 : 6 | 7 : 35 | 175 : 25 | 6^{1/4} : 9^{2/3}
 10 : 3 | 5 : 12 | 22 : 120 | 2·25 : 2·5

3) Wie findet man das Vorderglied eines Verhältnisses, dessen Hinterglied und Exponent gegeben sind?

4) Bestimme das Vorderglied nach folgenden Angaben:

Hintergl..	Expon.	Hintergl..	Expon.
a) 15	3	d) 24	³ / ₅
b) 89	7	e) 16 ^{1/4}	⁵ / ₈
c) 124	3 ^{1/2}	f) 12·4	0·5

5) Wie findet man das Hinterglied eines Verhältnisses, dessen Vorderglied und Exponent gegeben sind?

6) Bestimme das Hinterglied nach folgenden Angaben:

Vordergl.,	Expon.	Vordergl.,	Expon.
a) 28	4	d) 6	¹ / ₂
b) 25	3	e) 356	12 ⁴ / ₅
c) 169	14	f) 1024 ⁵ / ₁₂	6 ¹ / ₄

b.

7) Gib mehrere Verhältnisse an, welche mit dem Verhältnisse $6 : 2$ denselben Exponenten haben.

Zwei Verhältnisse, welche denselben Exponenten haben, heißen gleich, z. B. $6 : 2$ und $15 : 5$. Ein Verhältniß bleibt daher so lange ungeändert, als es denselben Exponenten beibehält.

8) Multipliciere beide Glieder des Verhältnisses $12 : 3$ mit 2, mit 3, 6, 10 und gib dann den Exponenten aller Verhältnisse an.

Ein Verhältniß bleibt ungeändert, wenn man Vorder- und Hinterglied mit derselben Zahl multipliciert.

9) Drücke folgende Verhältnisse durch entsprechende Multiplication beider Glieder in ganzen Zahlen aus:

a) $\frac{3}{4} : 5$	b) $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$	c) $5\frac{2}{7} : 6\frac{4}{7}$	d) $0.5 : 3$
$2 : \frac{5}{7}$	$\frac{7}{10} : \frac{2}{9}$	$15\frac{3}{10} : 1\frac{2}{5}$	$6 : 2.3$
$5\frac{3}{5} : 6$	$\frac{19}{30} : \frac{1}{15}$	$128\frac{3}{8} : 45\frac{5}{16}$	$35.4 : 12.56$

10) Dividiere beide Glieder des Verhältnisses $60 : 40$ durch 2, 4, 5, 10 und gib dann den Exponenten aller Verhältnisse an.

Ein Verhältniß bleibt ungeändert, wenn man Vorder- und Hinterglied durch dieselbe Zahl dividirt.

11) Drücke folgende Verhältnisse durch entsprechende Division beider Glieder in den kleinsten Zahlen aus:

a) $3 : 9$	b) $8 : 28$	c) $60 : 6$	d) $32 : 80$
$10 : 8$	$30 : 24$	$48 : 72$	$112 : 144$
$27 : 15$	$20 : 45$	$90 : 36$	$240 : 96$

12) Drücke folgende Verhältnisse in ganzen Zahlen aus und kürze sie dann, wenn es möglich ist, ab:

a) $8 : 5\frac{3}{4}$	b) $5 : \frac{5}{8}$	c) $3\frac{3}{4} : 4\frac{3}{8}$	d) $7.5 : 2.5$
$\frac{9}{25} : 9$	$3\frac{1}{2} : 21$	$6\frac{9}{16} : 15\frac{3}{4}$	$8.6 : 6.1$
$\frac{2}{3} : 6$	$5\frac{3}{4} : 6\frac{4}{7}$	$100\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2}$	$7.25 : 3.75$

c.

13) Wie verhält sich 1 Meter zu 1 Decimeter?

14) Wie verhält sich 1 Zwanziger zu 1 Gulden?

15) Ein Thurm ist 72^m hoch, ein anderer nur 48^m ; wie verhält sich die Höhe des ersten Thurmes zu der des zweiten?

16) Ein Saal ist $12\frac{1}{2}^m$ lang und $9\frac{3}{4}^m$ breit; in welchem Verhältnisse steht die Länge zur Breite?

17) Wie verhalten sich die Flächen zweier Gärten, von denen der eine $840 \square^m$, der andere $288 \square^m$ enthält?

18) 1 Kilogr. Zucker kostet 50 Kr., 1 Kilogr. Kaffee 1 fl. 40 Kr.; wie verhält sich der Preis des Zuckers zu jenem des Kaffees?

19) A geht in einer Stunde $4\frac{1}{2}$, B $5\frac{3}{4}$ Kilometer; in welchem Verhältnisse stehen ihre Geschwindigkeiten?

20) Der Schall legt in 1 Secunde 332^m , das Licht 311170^{km} zurück; wie verhalten sich diese Geschwindigkeiten?

21) 1 Kilogr. Silber ist 90 fl., 1 Kilogr. Gold 4395 fl. wert; in welchem Verhältnisse steht der Wert des Silbers zu dem des Goldes?

22) A geht in 3 Stunden so weit als B in 4 Stunden; wie verhält sich die Geschwindigkeit des A zu jener des B?

A geht in 1 Stunde $\frac{1}{3}$ des Weges, B $\frac{1}{4}$; ihre Geschwindigkeiten verhalten sich also wie $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ oder wie 4 : 3.

23) Eine Locomotive legt 8 Kilometer in 15 Minuten ein Postwagen in 1 Stunde zurück; wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten?

24) Ein Mann vollendet eine Arbeit in 3, ein Knabe in 5 Stunden; wie verhalten sich ihre Arbeitskräfte?

d.

25) 6 Meter = 19 Wiener Fuß; wie verhält sich demnach 1 Meter zu 1 Fuß?

1 Meter = $\frac{19}{6}$ W. Fuß, dagegen ein W. Fuß = $\frac{6}{19}$ M. Fuß; 1 Meter hat also 19 solche Theile, wie deren 1 W. Fuß 6 hat; es verhält sich daher 1 Meter zu 1 W. Fuß, wie 19 : 6. Wenn eine Gleichung zwischen zwei benannten Größen in ein Verhältniß verwandelt werden soll, so muß man die Zahlen der Gleichung so umstellen, daß sich die größere auf die mehrwertige Größe, die kleinere auf die geringere Größe bezieht.

26) 100 fl. Conv. Münze = 105 fl. österr. Währ.; wie verhält sich 1 fl. C. M. zu 1 fl. ö. W.?

27) 100 fl. ö. W. = 200 Mark; welches Verhältnis findet zwischen 1 fl. ö. W. und 1 Mark statt?

28) 100 Kilogr. Wiesenheu sind dem Futterwerte nach gleich 90 Kilogr. Kleeheu; wie sollen sich hiernach die Preise für 100 Kilogr. verhalten?

29) 5 Kilogr. Butter geben $3\frac{3}{4}$ Kilogr. Schmalz; welches ist das Wertverhältnis?

30) 1 Frank verhält sich zu 1 fl. ö. W. wie 2 : 5; stelle dieses Verhältnis in eine Gleichung um.

Auf 1 Frank kommen 2 Theile, wie 1 fl. ö. W. deren 5 hat; also ist $\frac{1}{2}$ Frank = $\frac{1}{5}$ fl. ö. W., oder 1 Frank = $\frac{2}{5}$ fl. ö. W. und 5 Frank = 2 fl. ö. W.

31) 1 Hektar verhält sich zu 1 W. Joch wie 61 : 45; verwandle dieses Verhältnis in eine Gleichung.

32) Der Preis des Hektoliters Weizen verhält sich zu jenem des Kornes wie 5 : 3; welches ist die Wertgleichung?

II. Proportionen.

Die Gleichstellung zweier gleicher Verhältnisse heißt eine Proportion. z. B. $12 : 3 = 8 : 2$ ist eine Proportion; sie wird gelesen: 12 verhält sich zu 3, wie sich 8 zu 2 verhält, oder kürzer: 12 zu 3 wie 8 zu 2. Das erste und vierte Glied (12 und 2) werden äußere, das zweite und dritte (3 und 8) innere Glieder der Proportion genannt.

1) Suche fünf Verhältnisse, welche dem Verhältnisse 6 : 2 gleich sind, und bilde aus je zweien eine Proportion.

2) Löse die Proportion $x : 10 = 15 : 25$ auf, d. h. bestimme darin das noch unbekannte Glied x .

Das zweite Verhältnis 15 : 25 hat den Exponenten $\frac{3}{5}$, also muß auch das erste Verhältnis denselben Exponenten $\frac{3}{5}$ haben; das Hinterglied desselben ist 10, daher muß das Vorderglied $x = 10 \times \frac{3}{5} = 6$ sein.

3) Löse auf ähnliche Art folgende Proportionen auf:

a)	$x : 6 = 6 : 9$	c)	$21 : x = 7 : 11$
	$x : 50 = 3\frac{1}{2} : 7$		$8 : x = \frac{2}{3} : \frac{2}{5}$
	$x : \frac{2}{5} = 5 : 3$		$\frac{9}{4} : x = \frac{1}{2} : \frac{2}{3}$
b)	$50 : 10 = x : 8$	d)	$12 : 18 = 7 : x$
	$8\frac{3}{4} : \frac{2}{8} = x : 1$		$2 : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} : x$
	$0.2 : 5 = x : 0.5$		$0.1 : 0.3 = \frac{1}{3} : x$

4) Setze in der Proportion $18 : 7 = 27 : 9$ statt eines jeden Vordergliedes das Product aus seinem Hintergliede und dem Exponenten; aus welchen Factoren besteht dann das Product der äußeren, aus welchen das Product der inneren Glieder?

In jeder Proportion ist das Product der äußeren Glieder gleich dem Producte der inneren Glieder.

5) Löse hiernach die Proportion $12 : x = 9 : 3$ auf.

Das Product der äußeren Glieder ist $12 \times 3 = 36$; also muß auch das Product der inneren Glieder 36, und daher $x = \frac{36}{9} = 4$ sein.

6) Löse auf ähnliche Art folgende Proportionen auf:

a)	$x : 21 = 18 : 7$	c)	$9 : x = 36 : 24$
	$x : 80 = \frac{1}{5} : 16$		$6\frac{2}{3} : x = 4 : 1\frac{5}{8}$
	$x : 6 = 1\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$		$\frac{1}{8} : x = 21\frac{1}{3} : 9\frac{1}{2}$
b)	$20 : 30 = 8 : x$	d)	$3 : 35 = x : 14$
	$3\frac{1}{2} : 10\frac{1}{2} = \frac{1}{2} : x$		$1\frac{1}{3} : \frac{3}{4} = x : 4\frac{2}{7}$
	$1.5 : 0.15 = 3.4 : x$		$9.6 : 8.25 = x : 12.45$

III. Anwendung der Proportionen mit besonderer Rücksichtnahme auf die Schlussrechnung.

a) 1 Meter Tuch kostet 5 fl.; wie viel fl. kosten 2, 3, 4 Meter von gleichem Tuche?

Kostet 1 Meter 5 fl., so kosten

2	"	2mal 5,	also 10 fl.
3	"	3mal 5,	" 15 fl.
4	"	4mal 5,	" 20 fl.

Es finden folgende Proportionen statt:

$2^m : 3^m = 10 \text{ fl.} : 15 \text{ fl.}$,	oder	$2 : 3 = 10 : 15$;
$2^m : 4^m = 10 \text{ fl.} : 20 \text{ fl.}$,	"	$2 : 4 = 10 : 20$;

u. f. w.

Wenn zwei Arten von Zahlen so zusammenhängen, daß zu einer 2-, 3-, 4mal so großen Zahl der einen Art auch eine 2-, 3-, 4mal so große Zahl der anderen Art gehört, so sagt man: die beiden Arten von Zahlen sind gerade proportioniert oder sie stehen in geradem Verhältnisse; z. B. Ware und Preis.

Sind zwei Arten von Zahlen gerade proportioniert, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der anderen Art, in derselben Ordnung genommen.

b) 1 Arbeiter braucht für eine bestimmte Arbeit 60 Tage; wie viel Tage brauchen dazu 2, 3, 4 Arbeiter?

Braucht 1 Arbeiter für eine Arbeit 60 Tage, so brauchen	
2 " nur die Hälfte von 60, also 30 Tage	
3 " " den 3. Theil " 60, " 20 "	
4 " " " 4. " " 60, " 15 "	

Man hat die Proportionen:

2 Arb. : 3 Arb. = 20 T. : 30 T., oder $2 : 3 = 20 : 30$;
 1 " : 4 " = 15 " : 60 " " $1 : 4 = 15 : 60$;
 u. f. w.

Wenn zwei Arten von Zahlen von einander so abhängen, daß zu einer 2-, 3-, 4mal so großen Zahl der einen Art nur der 2., 3., 4. Theil von der Zahl der anderen Art gehört, so sagt man: die beiden Arten von Zahlen sind verkehrt proportioniert, oder sie stehen in verkehrtem Verhältnisse; z. B. die Zahl der Arbeiter und die Dauer der Arbeit.

Sind zwei Arten von Zahlen verkehrt proportioniert, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der anderen Art, jedoch in umgekehrter Ordnung genommen.

Auf den unter a) und b) angeführten zwei Sätzen beruht die Lösung der Dreisatzaufgaben nach der Proportion — die sogenannte Regel detri.

Aufgaben.

(Nach der Proportion und nach der Schlussrechnung, und zwar nach der letzteren wo möglich im Kopfe zu lösen.)

a.

1) 5 Meter Tuch kosten 18 fl.; wie viel fl. kosten 15 Meter?

Nach der Proportion:

$$\begin{array}{rcl} 5 \text{ Meter } 18 \text{ fl.} & x : 18 = 15 : 5 \\ 15 \text{ " } x \text{ " } & x = 54 \text{ fl.} \end{array}$$

Ware und Preis sind gerade proportioniert; man setzt daher das Verhältniß der Gulden $x : 18$ gleich dem Verhältnisse der Meter in derselben Ordnung genommen, also gleich $15 : 5$. Die Proportion $x : 18 = 15 : 5$ wird sodann aufgelöst.

Nach der Schlußrechnung:

15 Meter sind 3mal 5 Meter; also kosten 15 Meter 3mal 18 fl. = 54 fl.

- 2) 4 Liter kosten 84 Kr.; wie viel kosten 24 Liter?
- 3) 3 Kilogr. kosten 5 fl.; ? kosten 12, 15, 27 Kilogr.?
- 4) Für 8 fl. kauft man 13 Stück; ? für 32, 56 fl.?
- 5) " 11 " " " 28 Liter; ? " 33, 88 "
- 6) In einer Haushaltung braucht man in 6 Tagen 20 Liter Milch; wie viel in 30 Tagen?
- 7) 15 Menschen reinigen in einem Tage einen Graben von 14^m Länge; wie viel Menschen werden in derselben Zeit mit der Reinigung eines Grabens von 42^m Länge fertig?

b.

- 8) 32 Ar kosten 524 fl.; wie viel kosten 8 Ar?
8 Ar sind der 4te Theil von 32 Ar; also kosten
8 Ar . . $\frac{1}{4}$ von 524 fl. = 131 fl.
- 9) 20 Liter kosten 12 fl.; ? kosten 10, 5, 4 Liter?
- 10) 48 Meter kosten 25 fl.; ? kosten 24, 12, 8 Meter?
- 11) 72 Stück kosten 144, 162, 182 fl.; ? kosten 9 Stück?
- 12) 56 Ar kosten 963 fl. 20 Kr.; ? kosten 28, 8 Ar?
- 13) Für 75 fl. kauft man 36 Meter; ? für 15 fl.?
- 14) " 144 " " " 114 Kilogr.; ? " 12 " ?

c.

- 15) 30 Meter kosten 138 fl.; wie viel kosten 65 Meter?
60 Met. = 2mal 30 Met. . . . 276 fl.
5 " = $\frac{1}{6}$ von 30 " . . . 23 "

65 Met. 299 fl.
- 16) 24 Kilogr. kosten 15·6 fl.; ? kosten 51, 78 Kilogr.?
- 17) 20 Liter kosten 9·6 fl.; ? kosten 45, 84 Liter?

18) An 100 fl. gewinnt man beim Verkaufe 12·8 fl.; wie viel gewinnt man an 324 fl.?

19) An 40 fl. gewinnt man 3·5 fl.; wie viel an 100 fl.?

20) 1 Hektoliter kostet 28·2 fl.; wie viel kosten 40 Eiter?

21) 8 Hektol. kosten 264 fl.; wie viel kosten $5\frac{5}{8}$ Hekt.?

4 Hektol.	= $\frac{1}{2}$ von 8 Hektol.	. . .	132 fl.
1 "	= $\frac{1}{4}$ von 4 "	. . .	33 "
$\frac{1}{2}$ "	= $\frac{1}{2}$ von 1 "	. . .	16·5 "
$\frac{1}{8}$ "	= $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2}$ "	. . .	4·125 "
			<hr/> 185·625 fl.

22) 40 Eiter kosten 17·2 fl.; wie viel kosten 18 Eiter?

20 Eit.	= $\frac{1}{2}$ von 40 Eit.	. . .	8·6 fl.
ab 2 "	= $\frac{1}{10}$ von 20 "	. . .	0·86 "
			<hr/> 7·74 fl.

d.

23) 60 Meter kosten 255 fl.; wie viel kosten 24 Meter?

60 Meter	255 fl.
12 "	= $\frac{1}{5}$ von 60 Met. 51 "
24 "	= 2mal 12 Met. 102 "

24) 45 Eiter kosten 15·75 fl.; ? kosten 10 Eiter?

25) 63 Kilogr. " 22·68 " ? " 36 Kilogr.?

26) In 54 Tagen verfüttert ein Landmann 10300 Kilogr. Heu; wie viel in 24 Tagen?

27) Für 36 fl. kauft man 114 Eit.; wie viel für 60 fl.?

28) An 60 fl. gewinnt man $6\frac{3}{5}$ fl.; wie viel an 100 fl.?

29) 7 m^3 Brennholz von 80 cm Länge kosten 38 fl.; wie hoch stellt sich verhältnismäßig der Preis für 1 m^3 Holz, das 64 cm lang ist?

e.

30) 8 Hektol. kosten 368 fl.; wie viel kosten 3 Hektol.?

Nach der Proportion:

$$\begin{array}{l} 8 \text{ Hektol. } 368 \text{ fl.} \\ 3 \text{ " } \quad \quad x \text{ " } \end{array} \quad \begin{array}{l} x : 368 = 3 : 8 \\ x = 138 \text{ fl.} \end{array}$$

Nach der Schlussrechnung:

8 Hekt.	kosten	368 fl.
1 "	kostet den 8. Theil	368 fl. : 8 =	46 fl.
3 "	kosten 3mal so viel	46 fl. \times 3 =	138 fl.

- 31) 10 Liter kosten 4 fl. — Kr.; wie viel kosten 7 Liter?
- 32) 6 " " 2 " 88 " ; " " " 11 "
- 33) 7 Meter " 5 " 74 " ; " " " 12 Meter?
- 34) 20 " " 23 " — " ; " " " 9 "
- 35) 29 Hektol. " 505·47 " ; " " " 41 Hektol. ?
- 36) 63 " " 2230¹/₅ " ; " " " 50 ?
- 37) Für 18 fl. kauft man 45 Liter; wie viel für 28 fl. ?
- 38) " 24 " " " 75 Kilogr.; " " " 42 " ?
- 39) Zwei Frauen kaufen zusammen ein Stück Leinwand von 48^m. A nimmt davon 23^m und zahlt 31 fl. 62 Kr.; wie viel muß B für den Rest bezahlen?
- 40) Eine Locomotive legt in 8 Minuten 4050^m zurück; wie viel in 1 Stunde?
- 41) Wenn ein Rad in 27 Minuten 2322 Umdrehungen macht, wie vielmal dreht es sich in 10 Minuten herum?
- 42) Eine 3^m lange, senkrecht aufgestellte Stange wirft einen Schatten von 4·5^m; wie hoch ist eine Pappel, welche zu derselben Zeit einen Schatten von 15·3^m wirft?
- 43) Aus einer Röhre fließen in 85 Minuten 1955 Liter Wasser; in wie viel Zeit 2760 Liter?
- 44) In einer Haushaltung gibt man alle 7 Tage 23 fl. 52 Kr. aus; a) wie viel in 5 Tagen, b) wie lange reicht man mit 846 fl. 72 Kr. aus?
- 45) Eine Magd erhält jährlich 66 fl. Lohn; wie viel erhält sie für 5 Monate?
- 46) Jemand verbraucht in 8 Wochen 1³/₄ Kilogr. Tabak; a) wie viel in 52 Wochen; b) wie viel Geld verbraucht er darauf, wenn das Kilogr. 1 fl. 84 Kr. kostet?
- 47) Ein Mühlgang mahlt in 16 Stunden 5 Hektoliter Korn; wie viel in 36 Stunden?
- 48) 24 Arbeiter graben 2 Ar 64 □^m um; a) wie viel graben in derselben Zeit 17 Arbeiter um; b) wie viele Arbeiter sind nöthig, um 4 Ar 18 □^m umzugraben?
- 49) Von 150 Liter angebauten Weizen erntet man 17 Hektoliter; wie groß ist der Ertrag von 56 Liter?
- 50) Von einem Acker, der 12 Ar groß ist, werden 1 fl. 56 Kr. Grundsteuer bezahlt; der Eigenthümer verkauft davon 4·5 Ar; wie viel Steuer hat er noch zu bezahlen?

51) Ein Bäcker will 142 Kilogr. Teig anmengen; wie viel Mehl muß er dazu verwenden, wenn 15 Kilogramm Mehl 24 Kilogr. Teig geben?

52) Beim Verkaufe einer Ware gewann ein Kaufmann 142 fl. 80 Kr.; wie viel Kilogr. verkaufte er, wenn er an 25 Kilogr. immer 3 fl. 10 Kr. gewann?

f.

53) $\frac{5}{8}$ Hektar kosten 720 fl.; wie viel kosten $3\frac{3}{4}$ Hektar?

$\frac{5}{8}$ Hektar kosten	720 fl.
$\frac{1}{8}$ " kostet den 5. Theil	144 "
1 " " 8mal so viel	1152 "
$\frac{1}{4}$ " " den 4. Theil	288 "
$1\frac{3}{4}$ " kosten 15mal so viel	4320 "

54) $\frac{3}{4}$ Hektol. kosten 27 fl.; wie viel kosten $\frac{9}{10}$ Hekt.?

55) $\frac{4}{5}$ " " 20 " ; " " " 9 " ?

56) $8\frac{3}{4}$ Meter " $52\frac{1}{2}$ " ; " " " $15\frac{2}{3}$ Meter?

57) $9\frac{1}{2}$ " " $43\frac{7}{10}$ " ; " " " $48\frac{3}{10}$ " ?

58) In $\frac{3}{4}$ Monaten sind für die Beleuchtung eines Gebäudes $28\frac{3}{4}$ Liter Petroleum nöthig; wie viel kommt auf 4 Monate?

59) Eine gleichmäßig ansteigende Straße steigt auf $29\frac{5}{8}$ km um $40\frac{1}{2}$ m; wie groß ist die Steigung auf $7\frac{1}{2}$ km?

60) Jemand kauft $45\frac{3}{4}$ Meter Leinwand für $29\frac{7}{25}$ fl. und überläßt davon einem Freunde $12\frac{1}{4}$ Meter zum Einkaufspreise; wie viel muß dieser dafür bezahlen?

g.

61) 8 Arbeiter können ein Werk in 30 Tagen vollenden; in wie viel Tagen werden 15 Arbeiter damit fertig?

Nach der Proportion:

$$\begin{array}{l} 8 \text{ Arb. } 30 \text{ Tage} \\ 15 \text{ " } x \text{ " } \end{array} \quad \begin{array}{l} x : 30 = 8 : 15 \\ x = 16 \text{ Tage} \end{array}$$

Die Zahl der Arbeiter und die Zahl der Arbeitstage sind verkehrt proportioniert; man setzt daher das Verhältniß der Tage $x : 30$ gleich dem Verhältnisse der Arbeiter in umgekehrter Ordnung, also gleich $8 : 15$.

Nach der Schlussrechnung:

8 Arb. brauchen	30 Tage
1 " braucht 8mal so viel Zeit . . .	240 "
15 " brauchen den 15. Theil der Zeit	16 .

62) Eine Locomotive legt in jeder Stunde 30^{km} zurück und kommt von A nach B in 6 Stunden; wie viel Kilometer müßte dieselbe stündlich zurücklegen, um jene Strecke in 5 Stunden zu durchlaufen?

63) Für eine Eisenbahnstrecke braucht man 4000 Stück Schienen, wenn diese $3\frac{3}{4}^{\text{m}}$ lang sind; wie lang würde jede sein müssen, wenn man mit 3200 Stück ausreichen wollte?

64) Zur Bedachung eines Hauses sind 7500 Stück Dachziegel nöthig, wenn jeder Ziegel $120^{\square\text{cm}}$ deckt; wie viel Ziegel sind nöthig, wenn jeder nur $90^{\square\text{cm}}$ deckt?

65) Zu einem Kleide braucht eine Frau $12\frac{1}{2}^{\text{m}}$ Stoff, wenn dieser $1\frac{1}{8}^{\text{m}}$ breit ist; wie viel Meter braucht sie, wenn der Stoff $1\frac{1}{4}^{\text{m}}$ breit ist?

66) Mit einer Maschine, die in jeder Minute $2\frac{3}{5}$ Hektoliter auspumpt, leerte man einen Wasserbehälter in $2\frac{2}{3}$ Stunden; wie viel Stunden hätte man gebraucht, wenn die Maschine in 1 Minute 3 Hektol. herausgebracht hätte?

IV. Zusammengesetzter Dreisatz.

1) 15 Arbeiter erhalten für 5 Tage 65 fl. Arbeitslohn; wie viel erhalten 10 Arbeiter für 6 Tage?

15 Arb. verdienen in 5 Tagen 65 fl.

10 " " " 6 " ? "

1 Arb. verdient in 5 Tagen den 15. Theil,

10 " verdienen " 5 " 10mal so viel,

10 " " " **1** " den 5. Theil,

10 " " " **6** " 6mal so viel;

also $\frac{65 \text{ fl.} \times 10 \times 6}{15 \times 5} = 52 \text{ fl.}$

- 2) 48 Arbeiter verdienen in 16 Tagen 672 fl.
 36 " " " ? " 567 " ?
- 3) 30 Arbeiter verdienen in 24 Tagen 660 fl.
 ? " " " 16 " 176 " ?

4) Wenn 12 Maurer in 10 Tagen 100 Cub.^m Mauerwerk aufführen, wie viel Cub.^m werden 8 Maurer in 3 Tagen aufführen?

5) 6 Arbeiter graben einen Garten bei täglich 9stündiger Arbeitszeit in 4 Tagen um; wie lange brauchen hiezu 8 Arbeiter, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten?

6) Für 16 Pferde sind 108 Centner Heu auf 45 Tage bestimmt; wie lange werden hiernach 81 Centner Heu für 12 Pferde ausreichen?

7) Wenn man für 10 Mann Soldaten auf 6 Tage 38 Kilogramm Brot rechnet, wie viel Mann werden auf 10 Tage mit 304 Kilogr. Brot auskommen?

8) Auf einer Eisenbahn werden 52 Centner Waren 175^{Km} weit für 32½ fl. verführt; wie viel wird man für 40 Centner auf 196^{Km} zahlen müssen?

9) Ein Acker von 150^m Länge und 30^m Breite erfordert 2½ Hektoliter Weizen Ausfaat; wie viel Ausfaat erfordert ein Acker, der 275^m lang und 40^m breit ist?

10) 35 Laternen brauchen in 24 Stunden 70 Kilogr. Öl; wie viel Öl ist für 60 Laternen in 84 Stunden erforderlich?

11) Für 3 Gasflammen, deren jede täglich 5 Stunden brennt, werden monatlich 6³/₁₀ fl. bezahlt; wie viel kosten hiernach in einem Monate 8 Flammen bei täglicher Brennzeit von 6 Stunden?

12) Wenn 15 □^m Holz von 64^{cm} Scheitlänge 56¼ fl. kosten, wie viel sind hiernach 36 □^m Holz derselben Art von 80^{cm} Länge wert?

13) Aus 25 Kilogr. Garn erhält man 160^m Leinwand, wenn dieselbe 125^{cm} breit wird; wie viel Meter von 110^{cm} Breite erhält man aus 44 Kilogr. Garn?

Wiederholungsaufgaben.

1*) 12 Liter à 28, 32, 48, 60, 72 Kr.

2*) 9 Kilogr. à 32, 40, 52, 65, 75 Kr.

3*) 16 Meter à 26, 48, 51, 62, 80 Kr.

4*) $\frac{3}{4}$ Meter kosten $2\frac{7}{10}$ fl.; was kostet 1 Meter?

5*) 6 Liter kosten 3 fl. 84 Kr.; was kosten 30 Liter?

6*) 48 Personen kommen mit einem Vorrathe Lebensmittel $4\frac{1}{2}$ Monate aus; wie lange kommen damit 12 Personen aus?

7) Ein Vater ist 44, sein Sohn 11 Jahre alt; a) wie verhält sich das Alter des Vaters zu jenem des Sohnes; b) in welchen Verhältnisse stand es vor 8 Jahren?

Berechne mit Anwendung von Vortheilen:

$$8) \begin{array}{l} 39056 \times 31; \\ 79144 \times 901; \\ 87302 \times 54; \\ 29663 \times 298; \\ 41768 \times 125; \end{array}$$

$$9) \begin{array}{l} 932640 : 48; \\ 784345 : 35; \\ 8872472 : 56; \\ 524625 : 25; \\ 579375 : 125. \end{array}$$

10) Ein Händler verkauft 1728 Kilogr. Hopfen à 1.45 fl.; wie theuer hat er das Kilogr. gekauft, wenn er im ganzen 345.6 fl. gewinnt?

11) 2 Hektol. kosten 125 fl. 40 Kr.; ? kosten 18, 40 Hktl.?

12) 10 Ar " 172 " 40 " ? " 40, 90 Ar?

$$13) \begin{array}{l} \frac{11}{15} + \frac{17}{24} = \\ \frac{13}{18} + \frac{7}{45} = \\ \frac{8}{10} + \frac{15}{35} = \end{array}$$

$$14) \begin{array}{l} \frac{17^{16}}{21} : \frac{11}{12} = \\ 18\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3} = \\ 7\frac{3}{8} : 32\frac{3}{10} = \end{array}$$

$$15) \begin{array}{l} 3 : \frac{4}{5} = 5 : x \\ x : \frac{5}{9} = 11 : 3\frac{1}{8} \\ 22\frac{1}{9} : x = 18 : 13 \end{array}$$

$$16) \begin{array}{l} x : 15 = 4 : \frac{6}{7} \\ 1 : \frac{5}{8} = 1\frac{3}{4} : x \\ 4\frac{1}{5} : 2\frac{2}{3} = x : 3\frac{1}{2} \end{array}$$

17) In einer Fabrik braucht man jährlich 840 \square^m Holz von 80^{cm} Länge; wie viel Holz würde man brauchen, wenn dasselbe nur 65^{cm} lang wäre?

18) Man mischt 16 Gramm Silber mit 26 Gr. Kupfer; wie viel Silber ist in 28 Gramm der Mischung enthalten?

$$19) \quad \begin{array}{l} 54201 : 89 = \\ 59500 : 68 = \\ 233410 : 85 = \end{array}$$

$$20) \quad \begin{array}{l} 265412 : 156 = \\ 5639712 : 624 = \\ 20857384 : 3004 = \end{array}$$

$$21) \quad \begin{array}{l} 123 \quad \quad \quad - \quad 48^{\frac{5}{9}} = \\ 57^{\frac{3}{10}} \quad - \quad 19^{\frac{7}{12}} = \\ 481^{22\frac{1}{125}} - 369^{61\frac{1}{75}} = \end{array}$$

$$22) \quad \begin{array}{l} 73^{\frac{2}{9}} \quad \times \quad 48 = \\ 536 \quad \quad \times \quad 5^{\frac{3}{4}} = \\ 95^{23\frac{1}{25}} \times 41^{\frac{9}{16}} = \end{array}$$

23) A arbeitet in 4 Stunden so viel als B in 6 Stunden; wie muß sich hiernach der Arbeitslohn beider verhalten?

24) Das Triebrad einer Locomotive hat $3^{\frac{3}{10}}$ m Umfang; welchen Weg hat die Maschine zurückgelegt, wenn das Rad 3204 Umdrehungen gemacht hat?

25) Wenn 100 fl. in Silber = 105 fl. Papiergeld sind:
a) wie viel fl. Papiergeld sind wert 25, 60, 255, 1018, 3215 fl. in Silber?

26*) 7 Ar kosten 126 fl.; wie viel kostet 1 Ar?

27*) 8 Liter kosten 2 fl. 88 Kr.; was kostet 1 Liter?

28*) $\frac{7}{10}$ Kilogr. kosten 1 fl. 89 Kr.; was kostet 1 Kilogr.?

29*) 32 Ar kosten 524 fl.; wie viel kosten 8 Ar?

30*) 20 Liter " 8 fl.; " " " 15 Liter?

31*) 100 Meter " 325 fl.; " " " 24 Meter?

32*) 15 Menschen reinigen in einem Tage einen Graben von 14^m Länge; wie viel Menschen werden in derselben Zeit mit der Reinigung eines Grabens von 42^m Länge fertig?

33) Ein Kaufmann erhält in 3 Säcken $75^{\frac{3}{4}}$, $76^{\frac{1}{5}}$ und $77^{\frac{1}{20}}$ Kilogr. Reis für 64 fl. 12 Kr.; wie hoch berechnen sich 100 Kilogramm?

34) Jemand hat eine Schuld von a) 200 fl. C. M., b) 335 fl. C. M., c) 556 fl. 36 Kr. C. M. abzutragen; wie viel in ö. W.?

35) Ein Landmann besäet ein Feld von 34 Ar in 1 Stunde 40 Minuten mit Klee; wie viel Zeit braucht er dazu für ein Feld von 1 Hektar 43 Ar $72 \square^m$?

36) Suche das größte gem. Maß von

a) 396 und 660;

b) 3552 und 5143;

c) 3718 und 7774;

d) 3565 und 7006.

- 37) $\sqrt{1920096} =$ 38) $\sqrt{5452225} =$
 39) $\sqrt{6461764} =$ 40) $\sqrt{27973521} =$
 41) $\sqrt{50\cdot296464} =$ 42) $\sqrt{0\cdot00178929} =$
 43) $\sqrt[3]{8998912} =$ 44) $\sqrt[3]{38958219} =$
 45) $\sqrt[3]{136\cdot590875} =$ 46) $\sqrt[3]{295\cdot408296} =$
 47) $\sqrt[3]{746142643} =$ 48) $\sqrt[3]{0\cdot008615125} =$

49) 200 Kilogramm Gerstenstroh gleichen in ihrem Nahrungswerte 101 Kilogr. Heu; wie viel Gerstenstroh ist nöthig, um 115 Kilogr. Heu zu ersetzen?

50) Ein Gutsbesitzer hat für 24 Kühe einen Futtervorrath auf 5 Monate; um wie viel Kühe muß er seinen Viehstand vermindern, wenn das Futter 6 Monate ausreichen soll?

- 51) Für $\frac{3}{4}$ fl. kauft man 1 Kilogr.; wie viel für 12 fl.?
 52) " $65\frac{4}{5}$ " " " 7 Hektol.; " " " $319\frac{3}{5}$ " ?

Berechne abgekürzt auf 3 Decimalen:

- | | |
|---|--|
| 53) $37\cdot5063 \times 5\cdot278$
$157\cdot316 \times 0\cdot3644$
$9\cdot3616 \times 12\cdot798$
$0\cdot4578 \times 0\cdot7436$ | 54) $386\cdot734 : 13\cdot571$
$419\cdot18 : 3\cdot1416$
$7\cdot1264 : 12\cdot77$
$18\cdot379 : 0\cdot8815$ |
|---|--|

55) Wie groß ist der Unterschied zwischen $387\frac{1}{75} + 783\frac{33}{125}$ und $431\frac{17}{25} + 581\frac{37}{100}$?

56) Für einen Brückenbau haben 4 Gemeinden 742 fl. 12 Kr. zu gleichen Theilen beizutragen; die Gemeinde A zahlte auf Rechnung 120 fl., B 132·45 fl., C 98·5 fl., D 139·85 fl.; wie viel hat jede Gemeinde noch nachzuzahlen?

57) Ein Wasserbehälter kann durch eine Röhre in 4 Stunden, durch eine zweite in 3 Stunden angefüllt werden; a) welchen Theil des Behälters füllt jede Röhre in 1 Stunde, b) welchen Theil des Behälters füllen beide Röhren zusammen in 1 Stunde, c) in wie viel Stunden wird der Behälter voll, wenn das Wasser aus beiden Röhren fließt?

Sechster Abschnitt.

Besondere Verhältnissrechnungen.

I. Die Procentrechnung.

a.

1) Wie viel betragen 5 Procent von der Zahl 355?

Unter dem Procent (%) versteht man den Ertrag von 100 Einheiten. Von der Zahl 355 5% nehmen, heißt: von je 100, die in 355 enthalten sind, 5 nehmen, somit von 1 immer $\frac{5}{100}$, von 355 also $\frac{5}{100}$ dieser Zahl nehmen. Hiernach bedeutet 1% einer Zahl $\frac{1}{100}$ derselben, 2%, 3%, 4% einer Zahl bedeuten $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{100}$ derselben u. s. w.

1% d. i. $\frac{1}{100}$ von 355 ist 3.55

5% d. i. $\frac{5}{100}$ " " " $3.55 \times 5 = 17.75$.

Der Ertrag einer Summe nach Procenten wird daher berechnet, indem man den 100sten Theil dieser Summe mit dem Procent multipliciert.

2) Wie viel sind a) 6%, b) $5\frac{1}{2}\%$ von 3336?

$$\begin{array}{r} 3336 \times 6 \\ \hline 20016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3336 \times 5\frac{1}{2} \\ \hline 16680 \end{array}$$

1668

18348

3) Oberösterreich hat 736519 Einwohner; wie viel betragen 14 % davon?

4) Niederösterreich hat 1885940 Hektar productive Bodenfläche, darunter $42\frac{1}{2}\%$ Acker; wie viel Hektar betragen die letzteren?

5) Jemand kauft 640 fl. Silbergeld, welches gegen Banknoten 4% Aufgeld (Agio) genießt; wie viel in Banknoten muß er dafür zahlen?

6) Eine Eisenbahnstrecke von 4.9^{km} hat eine gleichförmige Steigung von $\frac{4}{5}\%$; wie viel Meter beträgt die Steigung?

7) Ein Land hat 24% Steuerumlage; wie viel kommt auf einen Besizer, der jährlich 95 fl. Steuern zahlt?

8) Ein Hausherr bezieht an Mietzinsen 1550 fl.; wie viel hat er davon an Zinssteuer à 34% zu zahlen?

9) Eine Hausfrau mischt unter 20 Kilogr. Kornmehl 70 % Gerstenmehl; wie viel Kilogr. Gerstenmehl ist in der Mischung?

10) Das Fleisch hat durchschnittlich 26 % Nahrungsstoffe; wie viel Kilogr. Nahrungsstoffe enthalten demnach 45 Kil. Fleisch?

11) Wie viel Kilogr. Öl erhält man von 240 Kilogr. Mohnsamen, wenn dessen Ölgehalt $33\frac{1}{2}\%$ beträgt?

12) Zu einem Baue werden 64000 Ziegelsteine geliefert; auf wie viel Stück kann man rechnen, wenn $9\frac{1}{2}\%$ für den Bruch abgezogen werden?

13) Die Einrichtungsstücke eines Hauses kosten 448 fl.; man rechnet für die Abnutzung derselben jährlich $8\frac{1}{2}\%$; wie viel fl. beträgt dieses?

14) Der Kaffee stieg um 5% im Preise; wenn nun früher das Kilogr. 142 Kr. kostete, wie viel wird es jetzt kosten?

15) Der Weizen ist um 6% im Preise gefallen; wie viel kostet nun 1 Hektoliter, da es bisher 9 fl. 50 Kr. galt?

b.

16) Von dem Monatsgehalt eines Beamten im Betrage von 125 fl. werden an Einkommensteuer 3 fl. abgezogen; wie viel % beträgt diese Steuer?

1% von 125 fl. sind 1.25 fl.; 3 fl. sind daher so viel % von 125 fl., als wie oft 1.25 fl. in 3 fl. enthalten sind.

$$3 : 1.25 = 2.4.$$

Die Einkommensteuer beträgt also 2.4% .

17) Ein Haus, das 18300 fl. gekostet hat, trägt jährlich 732 fl. reinen Zins; zu wie viel % verzinsset es sich?

18) In einer Silbermasse, welche $12\frac{1}{2}$ Kilogr. wiegt, sind 5 Kilogr. Kupfer; wie viel % Kupfer befindet sich in dieser Legierung?

19) Eine Baumschule verliert durch den Frost $\frac{3}{8}$ ihres Bestandes; wie viel % sind es?

Auf ein Ganzes kommen $\frac{3}{8}$; wie viel auf 100 Ganze?

20) Wie viel % sind $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$?

31) Berechne das Nettogewicht nach folgenden Angaben:

	Brutto	Tara		Brutto	Tara
a)	225 Kilogr.	4%		d) 1408 Kilogr.	2½%
b)	728	" 5%		e) 6245	" 8%
c)	630	" 5½%		f) 377	" 10%

e.

32) Für eine Ware sind 645 fl. nach 3 Monaten zu zahlen; der Käufer leistet jedoch die Zahlung sogleich und erhält deshalb einen Nachlaß von 2%; wie viel fl. beträgt der Nachlaß?

Wenn die Kaufsumme einer Ware vor dem festgesetzten Zahlungs-terminie bezahlt wird, so heißt der Abzug, welcher wegen der Vorausbezahlung bewilligt wird, Sconto.

33) Wie viel beträgt der Sconto à 2½% von 418 fl., 732 fl., 1840 fl., 2325 fl. 48 Kr.?

34) Wie groß ist die Barzahlung für einen Betrag von 942 fl. nach Abzug von 2%, 1½%, 2¼% Sconto?

35) Ein Buchhändler gewährt seinen Kunden 25% Nachlaß (Rabatt); wie viel beträgt die Barzahlung, wenn sich die Rechnung auf 36 fl., 84 fl., 135 fl. beläuft?

f.

36) Ein Haus, dessen Wert auf 12800 fl. geschätzt wurde, wird bei einer Feuerversicherungs-Gesellschaft zu 1/10% versichert; wie viel beträgt die Assurance-Prämie?

37) Wie viel beträgt die Assurance-Prämie à 1/8% für versicherte 2000 fl., 3500 fl., 16400 fl.?

38) Jemand hat seine Möbel im Werte von 3800 fl. zu 1¼ Promille gegen Feuergefähr versichert; wie groß ist die Prämie?

Der 1000ste Theil einer Zahl heißt ein Promille (1/1000) dieser Zahl; 2/1000, 3/1000 einer Zahl sind demnach 2/1000, 3/1000 derselben. Der Ertrag einer Summe nach Promille wird berechnet, indem man den 1000sten Theil der Summe mit dem Promille multipliciert.

39) Ein Landmann versichert seine Früchte auf dem Halme, veranschlagt auf 650 fl., gegen Hagelschlag zu 4/1000; wie viel muß er bezahlen?

g.

40) Wie groß ist bei einer Einkaufssumme von 2856 fl. die Sensarie à $\frac{1}{2}\%$?

Zur Abschließung von Kaufgeschäften desselben Ortes gibt es beedete Personen, welche Sensarie oder Mäkler heißen. Die Vergütung für ihre Mühe wird Sensarie genannt.

41) Wie groß ist die Sensarie

- a) von 562 fl., 1316 fl., 3780 fl., 4056 fl. à $\frac{3}{8}\%$?
 b) von 1050 fl., 6400 fl., 4360 fl., 3800 fl. à 1% ?

42) Jemand besorgt für einen Kaufmann einen Wareneinkauf von 2550 fl.; wie viel wird die Vergütung für seine Mühe zu 2% betragen?

Wenn jemand die Vollziehung eines Geschäftes, z. B. den Einkauf oder Verkauf von Waren, einem andern aufträgt, so heißt die Vergütung, welche dieser für seine Bemühung erhält, Provision.

43) Wie groß ist die Provision à $1\frac{1}{2}\%$ von 660 fl., 2837 fl., 3146 fl., 4900 fl.?

44) Eine Partie Baumwolle wird für 846 fl. 80 Kr. gekauft, die Spesen sind 38 fl. 35 Kr., Sensarie $\frac{1}{2}\%$, Provision $2\frac{1}{2}\%$; wie groß ist der ganze Betrag?

h.

45) Ein Kaufmann kauft Ware für 750 fl. und gewinnt beim Verkaufe 12% ; wie viel beträgt a) der Gewinn, b) der Verkaufspreis?

46) Wie theuer muß man 100 Kilogr. verkaufen

- a) bei 28 fl. Einkaufspreis mit 15% Gewinn?
 b) " 45 " " " 12% "
 c) " 56 " " " 20% "
 d) " 106 " " " $8\frac{1}{2}\%$ "

47) Jemand verkauft eine goldene Taschenuhr, welche er für 75 fl. gekauft hatte, mit 16% Verlust; wie theuer verkauft er sie?

48) Ein Landmann kauft eine Wiese für 640 fl. und verkauft sie später mit 15% Gewinn; wie groß ist der Verkaufspreis?

49) An 40 fl. gewinnt man 6 fl.; wie viel % ist das?

50) Wie viel % gewinnt man an einer Ware

- a) bei 33 fl. Einkaufspreis und $34\frac{3}{25}$ fl. Verkaufspreis?
 b) " 774 " " " $870\frac{3}{4}$ " "
 c) " 520 " " " 598 " "
 d) " 1540 " " " 1694 " "

51) Wenn man das Hektoliter Wein zu 29 fl. einkauft und das Liter zu 36 Kr. verkauft; wie viel % beträgt der Gewinn?

II. Die Zins- und Discontrechnung.

A. Einfache Zinsen.

Wenn A dem B Geld leihet, so ist A der Gläubiger, B der Schuldner; das geliehene Geld heißt Capital, und die Vergütung, welche der Schuldner dem Gläubiger für die Benützung des Capitals zahlen muß, Zins oder Interesse. Der Zins wird nach Procenten bestimmt, welche sich gewöhnlich auf 1 Jahr beziehen. In der Zinsrechnung rechnet man den Monat zu 30 Tagen.

1. Berechnung des Zinses.

a.

1) 533 fl. Capital sind zu 5 % angelegt, d. i. je 100 fl. Capital geben jährlich 5 fl. Zins; wie groß ist der jährliche Zins?

So viele Gulden jährlichen Zins von 100 fl. Capital, eben so viele Kreuzer erhält man von 1 fl. Capital. 500 fl. Capital geben 5mal 5 fl. d. i. 25 fl. Zins; 33 fl. Capital geben 33mal 5 Kr. d. i. 1 fl. 65 Kr. Zins; zusammen 26 fl. 65 Kr.

Oder:

$$1 \frac{0}{100} \text{ d. i. } \frac{1}{100} \text{ von } 533 \text{ fl. ist } 5 \cdot 33 \text{ fl.}$$

$$5 \frac{0}{100} \text{ d. i. } \frac{5}{100} \text{ " " " " } 5 \cdot 33 \text{ fl. } \times 5 = 26 \cdot 65 \text{ fl.}$$

Der Zins für ein Jahr wird daher berechnet, indem man den 100sten Theil des Capitals mit dem Procent multipliciert.

c.

12) Wie viel beträgt der Zins von 456 fl. zu 6% in 73 Tagen?

100 fl. G. geben in 1 Jahr 6	fl. Zins
100 " " " 1 Mon. $\frac{1}{2}$	" "
100 " " " 1 Tage $\frac{1}{60}$	" "
1 " " gibt 1 " $\frac{1}{6000}$	" "
456 " " geben 1 " $\frac{456}{6000}$	" "
456 " " " 73 Tagen $\frac{456 \times 73}{6000}$	fl. = 5.548 fl. Zins.

Der Zins für eine bestimmte Anzahl von Tagen zu 6% wird also berechnet, indem man das Capital mit der Zahl der Tage multipliciert und das Product durch 6000 dividirt.

13) Berechne den Zins à 6%

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| a) von 980 fl. in 45 Tagen | c) von 441.24 fl. in 27 Tagen |
| b) " 1775 " " 128 " " | d) " 3215.72 " " 225 " " |

14) Wie viel Zinsen entfallen von 1638 fl. Capital zu 6% vom 20. Jänner bis 15. September?

Vom 20. Jänner bis 20. September sind 8 Mon. = 240 Tage	5 "
ab vom 15. Sept. " 20. " " " " " " " " " " " "	235 Tage

15) Wie viel Zins zu 6% geben

- a) 2450 fl. vom 4. April bis 16. August?
 b) 3085 " " 26. Mai " 10. October?

16) Wie viel beträgt der Zins von 6560 fl. a) zu 7% in 53 Tagen, b) zu 4½% in 139 Tagen?

a) 6560×53

$$\begin{array}{r} 19680 \\ 32800 \\ \hline 347680 \end{array}$$

: 6

57.947 fl. à 6%

9.658 " à 1%

67.605 fl. à 7%

b) 6560×139

$$\begin{array}{r} 19680 \\ 59040 \\ \hline 911840 \end{array}$$

: 6

151.973 fl. à 6%

ab 37.993 " à 1½% = ¼ v. 6

113.98 fl. à 4½%

17) Berechne die Zinsen von

- a) 3210 fl. à 3% vom 5. Febr. bis 30. Juni,
 b) 2545 " à 4% " 17. Mai " 28. Oct.
 c) 4080 " à 5½% " 26. März " 9. Juli.

2. Berechnung der Procente.

18) 500 fl. geben jährlich 30 fl. Zins; zu wie viel % ist das Capital angelegt?

$$\begin{array}{l} 500 \text{ fl. Cap. tragen } 30 \text{ fl. Zins} \\ 100 \text{ " " " " } 30/5 \text{ " } = 6 \text{ fl. Zins.} \end{array}$$

19) Zu wie viel % muß man 1680 fl. Capital anlegen, um in 1 Jahre $75\frac{3}{5}$ fl. Zins zu erhalten?

1 % von 1680 fl. ist 16·8 fl.; $75\frac{3}{5}$ fl. sind also so viel % von 1680 fl., als wie oft 16·8 fl. in $75\frac{3}{5}$ fl. enthalten sind, somit $75\frac{3}{5} : 16\cdot8 = 4\cdot5$ %.

20) Ein Haus kostet 36600 fl. und trägt jährlich 1464 fl. reinen Zins; zu wie viel % verzinsset es sich?

21) a) 756 fl. Capital geben jährlich $37\frac{1}{5}$ fl. Zins,
 b) 450 " " " " $31\frac{1}{2}$ " " ;
 c) 5500 " " " " 330 " " ;
 zu wie viel % sind diese Capitalien ausgeliehen?

22) Zu wie viel % geben 3560 fl. in $1\frac{1}{2}$ Jahren 267 fl. Zins?

1 % von 3560 fl. Cap. beträgt in 1 Jahre 35·6 fl., in $\frac{1}{2}$ Jahr 17·8 fl., also in $1\frac{1}{2}$ Jahren 53·4 fl. Zins; 267 fl. Zins sind daher $267 : 53\cdot4 = 5$ %.

23) a) 805 fl. Cap. geben in 3 Jahren 144·9 fl. Zins,
 b) 1440 " " " " 2 " 158·4 " " ;
 c) 1307 " " " " $2\frac{1}{3}$ " 152·6 " " ;
 zu wie viel % sind diese Capitalien angelegt?

3. Berechnung des Capitals.

24) Welches Capital gibt zu 6 % jährlich 135 fl. Zins?

$$\begin{array}{l} 6\% \text{ des Capitals} = 135 \text{ fl.} \\ 1\% \text{ " " " } = 22\cdot5 \text{ fl.} \\ \text{also das Capital selbst} = 22\cdot5 \text{ fl.} \times 100 = 2250 \text{ fl.} \end{array}$$

25) Welches Capital gibt zu 5 % in 1 Jahre a) 180 fl., b) 378 fl., c) 486 fl., d) $440\frac{3}{4}$ fl. Zins?

26) Wie groß muß das Capital sein, damit es zu 5 % in 3 Jahren 519 fl. Zins bringe?

5 % des Capitals in 3 Jahren = 519 fl.

5 % " " " 1 Jahr = 173 "

1 % " " " 1 " = 34·6 "

daher das Capital selbst = 34·6 fl. \times 100 = 3460 fl.

27) Berechne die Capitalien, welche folgende Zinsen bringen :

a) zu 4 % in 2 Jahren 70 fl. Zins,

b) " 5 % " 1½ " 92^{11/20} " "

c) " 6 % " 2^{2/3} " 692 " "

4. Berechnung der Zeit.

28) In wie viel Zeit bringt ein Capital von 5320 fl. zu 6 % 957^{3/5} fl. Zinsen?

5320 fl. Cap. geben zu 6 % in 1 Jahre $53\cdot2 \times 6 = 319\cdot2$ fl. Zinsen; 957^{3/5} fl. Zinsen gibt also dasselbe Capital in so viel Jahren, als wie oft 319·2 fl. in 957^{3/5} fl. enthalten sind, somit in

$$957\cdot6 : 319\cdot2 = 3 \text{ Jahren.}$$

29) In welcher Zeit bringen

a) 3124 fl. Cap. zu 5 % 390·5 fl. Zins?

b) 3680 " " " 5½ % 354·2 " "

c) 1960 " " " 6 % 137·2 " "

30) Wie lange müssen 350 fl. anliegen, damit der Zins à 6 % dem Capitale gleich werde?

5. Wert einer Geldsumme nach einer bestimmten Zeit.

(Vereinigung des Capitals und des Zinses zu einer Summe.)

31) Jemand nimmt 2480 fl. zu 5 % auf 3 Jahre auf; wie viel wird er nach dieser Zeit an Capital und Zinsen zu zahlen haben?

24·80 fl. à 5%	Capital	2480 fl.
<u>124·00 fl. für 1 Jahr</u>	Zinsen für 3 Jahr	<u>372 "</u>
372 fl. für 3 Jahre	Betrag nach 3 Jahren	2852 fl.

32) Jemand hat 750 fl. nach 6 Monaten sammt den Zinsen zu 4 % zu berichtigen; wie viel hat er zu zahlen?

33) Welchen Wert haben

- a) 380 fl. bei 5 % Zins nach $2\frac{1}{2}$ Jahren ?
 b) 1250 " " 6 % " " 4 " ?
 c) 2800 . " 4 $\frac{1}{2}$ % . " 1 $\frac{3}{4}$ " ?

34) Jemand ist seit 6. März 1547 fl. schuldig, die er zu $5\frac{1}{2}$ % verzinsset; wie viel beträgt seine Schuld am 30. Juni ?

35) Für eine nach 2 Jahren fällige Schuld werden sogleich 360 fl. gezahlt; wie groß war dieselbe, wenn die Zinsen mit 5 % in Abzug gebracht wurden ?

Diese Aufgabe ist gleichbedeutend mit der: Welchen Wert haben 360 fl. bei 5 % Zins nach 2 Jahren ?

6. Wert einer Geldsumme vor einer bestimmten Zeit.

(Zerlegung einer Summe in Capital und Zins; Discout.)

36) Ein zu 6 % angelegtes Capital beträgt nach 1 Jahre mit dem Zinse 689 fl.; wie groß ist a) der Zins, b) das Capital ?

100 fl. Cap. geben nach 1 Jahre mit dem Zinse 106 fl., in 106 fl. Capital und Zins sind daher 6 fl. Zins und 100 fl. Capital enthalten; man hat also:

- a) 106 fl. Cap. und Zins enthalten 6 fl. Zins
 1 " " " " enthält $\frac{6}{106}$ " "
 689 " " " " enthalten $\frac{689 \times 6}{106}$ fl. = 39 fl. Zins.
 b) 106 fl. Cap. mit Zins enthalten 100 fl. Cap.
 1 " " " " enthält $\frac{100}{106}$ " "
 689 " " " " enthalten $\frac{689 \times 100}{106}$ fl. = 650 fl. Cap.

Die 6 Procente werden hier nicht von 100, sondern von 106 gerechnet. Man nennt dies die Procentrechnung auf Hundert zum Unterschiede von der Procentrechnung von Hundert, welche in den bisher vorgekommenen Aufgaben angewendet wurde.

37) Ein zu 4 % ausgeliehenes Cap. betrug nach $2\frac{1}{2}$ Jahren mit dem Zinse 825 fl.; wie groß war das Capital ?

100 fl. betragen nach $2\frac{1}{2}$ Jahren sammt Zins 110 fl.; folglich sind in 110 fl. Cap. sammt Zins 100 fl. Capital enthalten.

38) Für 920 fl., welche A nach 3 Jahren zahlen sollte, verpflichtet er sich, jetzt eine Summe zu zahlen, die mit 5 % jährlicher Zinsen nach 3 Jahren 920 fl. betragen würde; wie groß ist die Summe?

39) Wie viel muß man für eine nach 1 Jahr fällige Summe von 1200 fl. sogleich zahlen, wenn die Zinsen mit 4 % abgerechnet werden?

Wenn eine später fällige Summe sogleich bezahlt wird, so heißt der Abzug, welcher wegen der Vorausbezahlung mit Rücksicht auf die Zinsen bewilligt wird, Discout. Er wird auf Hundert gerechnet.

40) Wie viel beträgt bei 5 % Discout der gegenwärtige Wert

a) von 220 fl., zahlbar nach 2 Jahren?

b) „ 1075 „ „ „ 1½ „ ?

41) Ein Landmann kauft eine Wiese für 832 fl., zahlbar nach 2 Jahren; wie viel muß er bei 6% Discout sogleich bar bezahlen?

B. Zinsezinsen.

Wenn die Zinsen eines Capitals am Ende eines jeden ganzen oder halben Jahres zum Capital geschlagen und mit diesem weiter verzinst werden, so sagt man: das Capital ist auf Zins von Zins oder auf Zinsezinsen angelegt. Die Zinsezinsen heißen auch zusammengesetzte Zinsen, im Gegensatz zu den bisher berechneten einfachen Zinsen.

a.

1) Wie hoch werden 444 fl. Capital nach 3 Jahren anwachsen, wenn man die Zinsen zu 5% am Ende eines jeden Jahres zum Capitale schlägt und wieder verzinst?

	Anfangscapital	444	fl.
	Zins des 1. Jahres	22·2	„
Capital am Ende	„ 1.	466·2	fl.
	Zins „ 2.	23·31	„
Capital am Ende	„ 2.	489·51	fl.
	Zins „ 3.	24·4755	„
Capital am Ende	„ 3.	513·9855	fl.

Nach den einfachen Zinsen wäre der Zins für 1 Jahr 22·2 fl., also für 3 Jahre 66·6 fl., während das Erträgnis nach Zinsezinsen 69·9855 fl. ist; der Unterschied von 3·3855 fl. geht somit aus den Zinsezinsen hervor.

Man könnte auch so rechnen: 1 fl. am Anfange des Jahres ist sammt Zinsen am Ende des Jahres 1.05 fl. wert; daher

Capital	am An- fange des	ist am Ende des	wert
444 fl.	1. Jahres		444×1.05 fl.
444×1.05 fl.	2. "		$444 \times 1.05 \times 1.05$ fl.
$444 \times 1.05 \times 1.05$ fl.	3. "		$444 \times 1.05 \times 1.05 \times 1.05$ fl.

Das Endcapital ist also $444 \times 1.05 \times 1.05 \times 1.05 = 444 \times 1.157625$ fl.
= 513.9855 fl.

Die Zahl $1.05 \times 1.05 \times 1.05 = 1.157625$, mit welcher das Anfangscapital multipliciert werden muß, um den nach Zinseszins angewachsenen Endwert zu erhalten, soll die Zinseszinszahl (hier für 5% und 3 Jahre) heißen.

2) Berechne ebenso auf doppelte Weise den Wert

- a) von 200 fl. nach 4 Jahren bei 4% Zinseszins,
 b) " 1346 " " 5 " " 5% "
 c) " 2080 " 6 " " 5% "

Die folgende Tabelle enthält die bereits ausgerechneten Zinseszinszahlen für 2, 2½, 3, 4, 5 Procent und 1, 2, 3, . . . 19, 20 Zeitperioden.

Zeit- perioden	2 %	2½ %	3 %	4 %	5 %
1	1.02	1.025	1.03	1.04	1.05
2	1.0404	1.050625	1.0609	1.0816	1.1025
3	1.061208	1.076891	1.092727	1.124864	1.157625
4	1.082432	1.103813	1.125509	1.169859	1.215506
5	1.104081	1.131408	1.159274	1.216653	1.276282
6	1.126162	1.159693	1.194052	1.265319	1.340096
7	1.148686	1.188686	1.229874	1.315932	1.407100
8	1.171659	1.218403	1.266770	1.368569	1.477455
9	1.195093	1.248863	1.304773	1.423312	1.551328
10	1.218994	1.280085	1.343916	1.480244	1.628895
11	1.243374	1.312087	1.384234	1.539454	1.710339
12	1.268242	1.344889	1.425761	1.601032	1.795856
13	1.293607	1.378511	1.468534	1.665074	1.885649
14	1.319479	1.412974	1.512590	1.731676	1.979932
15	1.345868	1.448298	1.557967	1.800944	2.078928
16	1.372786	1.484506	1.604706	1.872981	2.182875
17	1.400241	1.521618	1.652848	1.947901	2.292018
18	1.428246	1.559659	1.702433	2.025817	2.406619
19	1.456811	1.598650	1.753506	2.106849	2.526950
20	1.485947	1.638616	1.806111	2.191123	2.653298

3) Welchen Wert haben bei ganzjähriger Capitalisierung 4000 fl. Capital nach 10 Jahren zu 5% Zinsezins?

$$4000 \text{ fl.} \times 1.628895 = 6515.58 \text{ fl.}$$

4) Berechne für ganzjährige Capitalisation den Wert

- a) von 500 fl. in 6 Jahren zu 5% Zinsezins,
 b) " 800 " " 8 " " 5% " "
 c) " 1260 " " 12 " " 4% " "
 d) " 4355 " " 20 " " 3% " "

5) Wie hoch wird ein zu 5% Zins von Zins angelegtes Capital von 3650 fl. in 8 Jahren anwachsen, wenn die Zinsen halbjährig zum Capital geschlagen werden?

Hier sind 16 Halbjahre, also 16 Zeitperioden, und das halbjährige Procent, nämlich $2\frac{1}{2}\%$, in Rechnung zu bringen; die entsprechende Zinsezinszahl ist somit 1.484506.

6) Wie hoch wachsen bei halbjähriger Capitalisierung an

- a) 460 fl. in 3 Jahren bei 5% Zinsezins?
 b) 655 " " 6 " " 4% " ?
 c) 1380 " " 10 " " 4% " ?

7) Jemand legt in eine Sparcasse, welche zu 5% verzinset und halbjährig capitalisirt, 340 fl.; wie viel wird er nach 9 Jahren aus der Sparcasse beziehen?

b.

8) Wie viel sind 3000 fl., zahlbar nach 4 Jahren, bei ganzjähriger Capitalisierung zu 5% Zinsezins gegenwärtig, d. i. um 4 Jahre früher, wert?

100 fl. gegenwärtig sind nach 4 Jahren $100 \times 1.215506 \text{ fl.} = 121.5506 \text{ fl.}$ wert; folglich sind umgekehrt 121.5506 fl. zahlbar nach 4 Jahren, gegenwärtig $121.5506 \text{ fl.} : 1.215506 = 100 \text{ fl.}$ wert. Um daher den Wert einer künftig fälligen Geldsumme vor der Verfallszeit mit Rücksicht auf Zinsezinsen zu finden, dividirt man jene Summe durch die entsprechende Zinsezinszahl.

$$3000 \text{ fl.} : 1.215506 = 2468.108 \text{ fl.}$$

9) Ein Capital hat sich bei 4% Zinsezins in 15 Jahren auf 4312 fl. 27 Kr. vergrößert; wie groß war das ursprüngliche Capital?

10) Welchen gegenwärtigen Wert haben

- a) 960 fl., zahlbar nach 3 Jahren, bei 3 % Zinseßzins?
 b) 1700 " " " 13 " " 4 % " ?
 c) 4059 " " " 18 " " 5 % " ?

11) Wie viel Capital muß man zu 4 % Zins von Zins anlegen, damit es bei halbjähriger Capitalisierung in 9 Jahren auf 4000 fl. anwachse?

Hier sind 18 Zinsperioden und 2 %, daher 1.428246 als Zinseßzinszahl zu nehmen.

12) Wie viel sind gegenwärtig bei halbjähriger Verzinsung wert

- a) 4285 fl., fällig nach 7 Jahren, bei 4 % Zinseßzins?
 b) 3366 " " " 4 " " 5 % " ?

13) Jemand bietet für ein Haus 20000 fl. unter der Bedingung, daß dieser Kauffchilling erst nach 4 Jahren bezahlt werde; wie hoch ist dieses Anbot, 5 % Zinseßzins und ganzjährige Verzinsung vorausgesetzt, für den Augenblick anzuschlagen?

III. Die Terminrechnung.

Häufig werden unverzinsliche Geldsummen, die nach und nach in bestimmten Zeitfristen (Terminen) gezahlt werden sollen, auf einmal, oder unverzinsliche Geldsummen, die zu bestimmten Terminen zahlbar sind, zu andern als den festgesetzten Terminen abgetragen. Die Bestimmung der Zeitpunkte, zu denen dies ohne Nachtheil sowohl des Schuldners als des Gläubigers geschehen kann, lehrt die Terminrechnung.

a.

1) Jemand hat 800 fl. zu gleichen Theilen in 4 Terminen zu zahlen, und zwar 200 fl. nach 3, 200 fl. nach 4, 200 fl. nach 7 und 200 fl. nach 10 Monaten; wann kann er die ganze Summe auf einmal entrichten, oder, welches ist der mittlere Zahlungstermin für die ganze Summe?

Da hier 4 gleiche Terminzahlungen vorhanden sind, so ist der mittlere Zahlungstermin die Durchschnittszahl aus den gegebenen Terminen, also

$$\text{gleich } \frac{3 + 4 + 7 + 10}{4} = \frac{24}{4} = 6 \text{ Monaten.}$$

2) 15000 fl. sollen in 5 gleichen Raten nach 2, 5, 6, 8, 9 Monaten gezahlt werden; welches ist der mittlere Zahlungs-termin?

3) A hat an B 400 fl. nach 4. und 800 fl. nach 8 Monaten zu zahlen; wenn nun die ganze Summe von 1200 fl. auf einmal abgetragen werden soll, wann muß dieses geschehen?

Bei der bedungenen Zahlungsweise genießt der Schuldner die Zinsen von 400 fl. durch 4, und von 800 fl. durch 8 Monate.

Der Schuldner erhält von	eben so viel Zinsen als von
400 fl. in 4 Mon.	1600 fl. in 1 Mon.
800 " " 8 "	6400 " " 1 "
<hr/>	<hr/>
1200 fl. in ? Mon.	8000 fl. in 1 Mon.
8000 fl. geben einen bestimmten Zins in	1 Mon.
1 " gibt denselben	" " 8000
1200 " geben "	" " $\frac{8000}{1200} = 6\frac{2}{3}$ Mon.

Die Gesamtzahlung wird also nach $6\frac{2}{3}$ Mon. zu erfolgen haben.

Man erhält daher den mittleren Zahlungstermin, indem man jede Theilzahlung mit der dazu gehörigen Zeit multipliciert und die Summe dieser Producte durch die Summe der Theilzahlungen dividirt.

4) A kauft für 36000 fl. ein Haus unter der Bedingung, daß ihm gestattet werde, 6000 fl. nach 1 Mon., 8000 fl. nach 3 Mon., 10000 fl. nach 6 Mon. und den Rest nach 8 Mon. zu zahlen; wann kann er seine Schuld auf einmal abtragen?

Führe hier auch die Probe aus, indem du die Zinsen z. B. zu 5% berechnest.

5) A schuldet an B 300 fl. sogleich, 460 fl. nach 7 Mon. und 500 fl. nach 10 Monaten zahlbar; wann könnte A die Zahlung in einer einzigen Summe leisten?

6) Von 6000 fl., für die ein Bauerngut gekauft wurde, sollen 3000 fl. bar, 1500 fl. nach 2 Jahren, 1000 fl. nach 3 Jahren und der Rest nach 4 Jahren gezahlt werden; suche den mittleren Zahlungstermin für den ganzen Kaufschilling.

7) A soll an B am 1. April 450 fl., am 20. Mai 500 fl. und am 15. Juni 550 fl. zahlen; wann kann er alle drei Summen auf einmal zahlen?

Als Ausgangstermin wird der 1. April gewählt.

b.

8) A hat nach 9 Monaten 1200 fl. zu zahlen; nun zahlt er schon nach 3 Mon. 350 fl. und nach weiteren 2 Monaten 450 fl.; wann hat er dann den Rest zu zahlen?

A darf benutzen:	1200 fl. 9 Mon.	=	10800 fl. 1 Mon.
er benutzt:	350 fl. 3 Mon.	=	1050 fl. 1 Mon.
	450 „ 5 „	=	2250 „ 1 „
	800 fl.		3300 fl. 1 Mon.

hat noch zu benutzen: 400 fl. ? Mon. = 7500 fl. 1 Mon.
 $7500 : 400 = 18\frac{3}{4}$ Monate.

Der Rest von 400 fl. wird also nach $18\frac{3}{4}$ Mon., vom Beginn an gerechnet, zu zahlen sein.

9) Jemand kauft einen Garten für 800 fl., die aber erst nach 1 Jahre zahlbar sind; wenn er nun 500 fl. sogleich bezahlt, wann wird er den Rest zahlen müssen?

10) A hat nach 3 Jahren 300 fl., nach 4 Jahren 500 fl. und nach 5 Jahren 600 fl. zu zahlen; er zahlt jedoch schon nach 2 Jahren 400 fl. und nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 500 fl.; wann wird der Rest fällig sein?

IV. Die Theilregel oder Gesellschaftsrechnung.

a.

1) 768 fl. sollen unter A und B in dem Verhältnisse 3 : 5, d. h. so vertheilt werden, daß A 3, B 5 Theile von gleicher Größe erhalte; wie viel wird jeder bekommen?

Da A 3, B 5 Theile erhalten soll, so ist die zu theilende Summe in $3 + 5 = 8$ gleiche Theile zu zerlegen; $768 \text{ fl.} : 8 = 96 \text{ fl.}$; A bekommt dann 3 solche Theile, also 3mal $96 \text{ fl.} = 288 \text{ fl.}$, B bekommt 5mal $96 \text{ fl.} = 480 \text{ fl.}$. Die Rechnung steht

$\frac{3}{5}$	$96 \text{ fl.} \times 3 = 288 \text{ fl.}$	erhält A
	$96 \text{ fl.} \times 5 = 480 \text{ fl.}$	„ B
$768 \text{ fl.} : 8 = 96 \text{ fl.}$	768 fl.	

Die Rechnung, durch welche eine Zahl nach einem gegebenen Verhältnisse, d. h. so getheilt wird, daß sich die Theile wie gegebene Zahlen zu einander verhalten, heißt die Theilregel oder die Gesellschaftsrechnung. Die Zahlen, welche jenes Verhältniß ausdrücken, heißen Verhältniszahlen.

2) Zu einer gemeinsamen Unternehmung gibt A 1250 fl., B 1200 fl., C 1150 fl., der erzielte Gewinn beträgt 864 fl.; wie viel gebürt jedem davon?

Die Anttheile am Gewinn müssen sich so wie die Einlagen verhalten, also wie die Zahlen 1250, 1200 und 1150, oder wie 125, 120 und 115, oder wie 25, 24 und 23; es muß also A 25, B 24, C 23 gleiche Theile erhalten.

A	1250	125	25	12 fl. × 25	=	300 fl.
B	1200	120	24	12 fl. × 24	=	288 fl.
C	1150	115	23	12 fl. × 23	=	276 fl.
	864 fl.		72		=	12 fl.

3) Theile 5720 in 3 Theile, welche sich verhalten wie die Zahlen 2, 3 und 6.

4) Drei Landleute kaufen gemeinschaftlich eine Wiese, zu deren Kaufsumme A 420 fl., B 540 fl., C 720 fl. beiträgt; wenn nun die Wiese im ersten Jahre 385 Centner Heu liefert, wie viel davon erhält jeder?

5) Drei Maurermeister übernehmen eine Maurerarbeit um den veranschlagten Betrag von 5348 fl.; wie viel erhält jeder Meister, wenn A 12, B 16, C 20 Arbeiter daran arbeiten läßt?

6) Ein Geschäftsmann falliert; sein Vermögen beträgt 12500 fl., seine Schuld an A 6000 fl., an B 8500 fl., an C 5500 fl.; wie viel verliert jeder Gläubiger?

7) Vier Gemeinden, von denen A 1568 fl., B 2371 fl., C 1043 fl., D 1018 fl. Steuer zahlt, sollen zu einem gemeinschaftlichen Zwecke 1200 fl. beitragen; wie viel wird jede Gemeinde im Verhältniß der Steuerquote zu entrichten haben?

8) Für die Versendung von 1056 Kilogr. Kaffee und 894 Kilogr. Zucker werden 45 fl. Fracht gezahlt; wie viel kommt auf jeden dieser Artikel?

9) Theile die Summe von 7347 fl. im Verhältnisse der Zahlen $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{5}$.

Die Verhältniszahlen sind, wenn man die Brüche gleichnamig macht, $\frac{15}{20}$, $\frac{30}{20}$ und $\frac{48}{20}$, oder 15, 30 und 48, oder 5, 10 und 16.

10) Zu weißem Glas nimmt man 13 Theile Quarz, 4 Theile Pottasche und 1 Theil Kreide; wie viel muß man von jedem zu einer Glasmasse von 125 Kilogramm nehmen?

11) A und B legen zu einem Handlungsgeschäfte 18000 fl. zusammen; wie groß war die Einlage eines jeden, wenn von dem Gewinne, welcher 4500 fl. beträgt, A 2700 fl. erhält?

12) Zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen gibt A 3300 fl., B 4950 fl., C 6600 fl. her; von dem Gewinne erhält A 1470 fl.; wie groß ist der ganze Gewinn?

13) 1000 fl. sind so zu theilen, daß A 1 Theil und 80 fl., B 2 Theile und 40 fl., C 3 Theile weniger 80 fl. erhält; wie groß sind die einzelnen Antheile?

b.

14) Drei Fuhrleute übernehmen einen Gütertransport für 175 fl.; A stellt 6 Pferde auf 2 Tage, B 5 Pferde auf 4 Tage, C 3 Pferde auf 6 Tage; wie viel erhält jeder?

A	6	Pferde	auf	2	Tage	=	12	Pferde	auf	1	Tag
B	5	"	"	4	"	=	20	"	"	1	"
C	3	"	"	6	"	=	18	"	"	1	"

zusammen 50 Pferde auf 1 Tag.

Wenn 50 Pferde auf 1 Tag 175 fl. verdienen,
so verdient 1 Pferd " 1 " 3½ fl.

Es erhält also	A	. .	3½	fl.	×	12	=	42	fl.
	B	. .	3½	"	×	20	=	70	"
	C	. .	3½	"	×	18	=	63	"
								175	fl.

15) Drei Arbeiter erhalten für die Umarbeitung eines Feldes 75½ fl.; A hat 15 Tage zu 10 Stunden täglich, B 20 Tage à 9 Stunden, C 25 Tage à 12 Stunden gearbeitet; wie viel erhält jeder?

16) Zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte gibt A 200 fl. durch 8 Monate, B 400 fl. durch 6 Monate, C 800 fl. durch 5 Monate; der Gewinn beträgt 460 fl.; wie viel erhält jeder?

V. Die Alligationsrechnung.

1) Ein Kaufmann hat 2 Sorten Reis, das Kilogr. zu 35 Kr. und zu 28 Kr.; er will aus beiden eine dritte Sorte mischen, von welcher das Kilogr. 32 Kr. kosten soll; in welchem Verhältnisse muß er die beiden Sorten mischen?

Bessere Sorte à Kil.	35 Kr.	Geringere Sorte à Kil.	28 Kr.
Mischung	32 "	Mischung	32 "
Überschuß an 1 Kil.	3 Kr.	Abgang an 1 Kil.	4 Kr.
Überschuß an 4 Kil.	12 Kr.	Abgang an 3 Kil.	12 Kr.

Damit sich der Überschuß und Abgang ausgleichen, muß man auf je 4 Kil. der besseren Sorte 3 Kil. der geringeren zur Mischung verwenden, d. h. die bessere und die geringere Sorte müssen in dem Verhältnisse 4 : 3 gemischt werden.

Es zeigt also der Überschuß oder Abgang bei der einen Sorte die Zahl der gleichen Theile an, welche von der andern Sorte zu nehmen sind.

Schriftliche Darstellung:

Bessere Sorte	35	3 Überschuß	4 Theile
Mischung	32—		
Geringere Sorte	28	4 Abgang	3 Theile

Die Rechnung, durch welche das Verhältniß gefunden wird, in welchem zwei oder mehrere gleichartige Dinge von verschiedenem Werte mit einander verbunden werden müssen, um eine Mittelgattung von bestimmtem Werte zu erhalten, heißt Alligations- oder Mischungsrechnung.

2) In welchem Verhältnisse muß man Spiritus à 60 Grad und à 45 Grad mischen, um Spiritus à 50 Grad zu erhalten?

3) Ein Wirt will zweierlei Weine, das Liter zu 36 Kr. und zu 50 Kr. so mischen, daß 1 Liter der Mischung 42 Kr. wert sei; wie viel Theile muß er von jeder Gattung nehmen?

4) Aus 800- und 600tausendtheiligem Silber soll 720-tausendtheiliges legiert werden; welches ist das Mischungsverhältniß?

5) A will aus 2 Sorten Wein, das Hektoliter zu 36 fl. und zu 24 fl., eine Mittelsorte zu 34 fl. das Hektoliter mischen; wie viel hat er von jeder Sorte zu nehmen, um 15 Hektoliter Mischung zu erhalten?

Zuerst wird das Mischungsverhältniß gesucht

36	2 Überschuss	10 Theile	5
34 —			
24	10 Abgang	2 .	1

Die Menge von 15 Hektoliter ist also nach dem Verhältnisse 5 : 1 zu theilen; dieses geschieht nach der Gesellschaftsrechnung:

5	$2\frac{1}{2}$ Hekt. \times 5 = $12\frac{1}{2}$ Hekt. à 36 fl.
1	$2\frac{1}{2}$ " \times 1 = $2\frac{1}{2}$ " à 24 fl.

15 Hektol.: 6 = $2\frac{1}{2}$ Hektol.

Die Probe wird nach der Durchschnittsrechnung verrichtet.

$12\frac{1}{2}$ Hektol.	à 36 fl.	kosten	450 fl.
$2\frac{1}{2}$ "	à 24 "	"	60 "
15 Hektol.	Mischung	koft.	510 fl.
1	"	"	34 fl.

6) Ein Mehlhändler hat zweierlei Mehl, das Liter zu 8 Kr. und zu 14 Kr.; er will durch Mischung 75 Liter à 9 Kr. erhalten; wie viel von jeder Sorte muß er dazu nehmen?

7) Wie viel Liter Spiritus à 65 Grad und wie viel à 80 Grad muß man mischen, um 48 Liter à 71 Grad zu erhalten?

8) Wie viel Wasser muß zu 8 Liter Essig à 18 Kr. gegossen werden, damit 1 Liter der Mischung noch 16 Kr. wert sei? (Gehalt des Wassers = 0.)

9) Wie viel Kupfer muß man zu $4\frac{3}{4}$ Kilogr. 900tausendtheiligem Silber setzen, um 750theiliges Silber zu erhalten?

VI. Die Kettenrechnung.

1) 40 Yards Wollstoffe kosten in London 5 Pfund 8 Schilling Sterling; wie hoch kommt 1 Meter in ö. W., wenn 35 Yards = 32 Meter und 10 Pfund Sterl. = 110 fl. ö. W. sind?

? fl. ö. W. kostet	1 Meter,	
wenn 32 Meter	35 Yards sind,	7
wenn 40 Yards	$5\frac{3}{4}$ Pfund Sterl. kosten,	27
und 10 Pfund Sterl.	110 fl. ö. W. sind?	
	5	
<hr/>		
7 \times 27 \times 11		= 1.624 fl. ö. W.
32 \times 40		

Das Rechnungsverfahren, mittelst dessen man eine Aufgabe mit Hilfe mehrerer Zwischenbestimmungen, welche wie die Glieder einer Kette mit einander verbunden werden, auflösen kann, heißt die Kettenrechnung.

Man verfährt dabei auf folgende Art:

1) Man zieht einen senkrechten Strich und setzt links oben die gesuchte Zahl, rechts daneben aber die gegebene Größe, deren Wert gesucht wird.

2) Darunter setzt man alle Mittelbestimmungen, und zwar fängt man jedesmal links mit einer Größe an, welche mit der nächstvorhergehenden Größe rechts gleichnamig ist, und setzt rechts daneben diejenige Größe, welche mit ihr gleichen Wert hat. Das letzte Glied rechts in der Kette muß mit der Fragezahl links oben gleichnamig sein.

3) Die gemischten Zahlen werden zu unechten Brüchen eingerichtet, die Nenner auf die entgegengesetzte Seite als Factoren übertragen, und dann die Zahlen zu beiden Seiten, wenn es möglich ist, abgekürzt.

4) Wird das Product aller rechts stehenden Zahlen durch das Product der links stehenden dividirt, so gibt der Quotient die gesuchte Zahl.

2) Ein Silberbarren wiegt $4\frac{1}{2}$ Kilogramm und enthält 750tausendtheiliges Silber; wie viel ist er wert, wenn 1 Kilogr. fein Silber mit 90 fl. bezahlt wird?

?	fl.	4 $\frac{1}{2}$ Kil. legirtes Silb.	9
	1	750 Tausendth. fein. Silb.	15
2 1000		90 fl.	
2			
$\frac{9 \times 15 \times 9}{2 \times 2} = 303\frac{3}{4} \text{ fl.}$			

3) Wie viel österr. Guldenstücke gehen auf 1 Kilogr. Silberlegierung von 900 Tausendtheilen Feingehalt, wenn aus 1 Kilogr. fein Silber 90 Guldenstücke geprägt werden?

4) 1000 Kilogramm Weizen kosten in Berlin 198 Mark; wie hoch stellt sich hiernach der Preis von 1 Hektol. Weizen im Gewichte von 77 Kilogr. in ö. W., wenn 100 Mark = 54 fl. ö. W. gerechnet werden?

5) Wie viel Francs sind 748 russ. Silberrubel, wenn sich 1 Franc zu 1 fl. ö. W. wie 81 : 200, und 1 russ. Silberrubel zu 1 fl. ö. W. wie 81 : 50 verhält?

Die Verhältnisse müssen hier in Gleichungen umgestellt werden.

6) A kauft 15 Ries Schreibpapier für 48 fl. und verkauft das Buch zu 18 Kr.; wie viel % gewinnt er dabei?

? fl. Einnahme	100 fl. Ausgabe
2 12 48	15 Ries
1	20 Buch 5
1	18 Kr. Einnahme 3
100	1 fl. Einnahme
$\frac{15 \times 5 \times 3}{2}$	$= 112\frac{1}{2}$ fl. Einnahme
	also $12\frac{1}{2}$ % Gewinn.

7) Aus Amsterdam erhält man 2314 Kilogr. Kaffee für 2198 $\frac{1}{10}$ fl. holländ.; wie theuer in ö. W. muß das Kilogr. verkauft werden, wenn 100 fl. holl. = 92 fl. ö. W. sind und wenn man 15 % gewinnen will?

8) Wie viel kosten 455 Kilogr. Brutto einer Ware, wenn nach Abzug von 10 % Tara das Kilogr. Netto mit 62 Kr. bezahlt wird?

Wiederholungsaufgaben.

1*) 1 Meter kostet a) 30 Kr., b) 52 Kr., c) 1 fl. 24 Kr., d) 3 fl. 96 Kr.; wie viel kosten 8, 12, 15, 21 Meter?

2*) 600 fl. Cap. geben in 3 Jahren 72 fl. Zins; zu wie viel % ist das Capital angelegt?

3*) In wie viel Jahren geben 150 fl. zu 6 % 45 fl. Zins?

4*) 198 fl. sollen so getheilt werden, daß A 2, B 3 und C 4 Theile erhält; wie viel erhält jeder?

5) Jemand mischt 9 Hektoliter Weizen mit 3 Hektol. Korn; wie viel wiegen 5 Hektol. dieser Mischung, wenn 1 Hektol. Weizen 77 Kilogr. und 1 Hektol. Korn 72 Kilogr. wiegt?

6) Berechne den Gesamtzins folgender Capitalien für 8 Monate: 486 fl. à 5 %, 1370 fl. à 5 $\frac{1}{2}$ %, 860 fl. à 5 $\frac{3}{4}$ %, 2345 fl. à 6 %.

7) Welches Capital bringt a) zu 4 %, b) zu 5 %, c) zu 5 $\frac{1}{2}$ %, d) zu 6 % in 1 Jahre 660 fl. Zins?

8) Wie viel Liter Wein à 36 Kr. und wie viel à 56 Kr. muß man mischen, um 100 Liter à 42 Kr. zu erhalten?

9) Drei Frauen kaufen zusammen 15 Hektoliter Erdäpfel für 48 fl. 75 Kr.; A nimmt davon 6 Hektolit., B 4 Hektol., C den Rest; wie viel hat jede Frau zu zahlen?

10) Dividiere 897030720 durch jede der Zahlen

a) 846, b) 2256, c) 3384, d) 19881.

11) 26 Ar kosten 598 fl.; wie viel kosten 37 Ar?

12) 38 " " 722 " ; " " " 15 " ?

13) Ein Silberbarren wiegt 4 Kilogramm und ist 750 Tausendtheile fein; wie viel Silber und wie viel Kupfer enthält derselbe?

14) Ein Kasten, welcher 18 fl. gekostet hat, wird für 14 fl. 50 Kr. verkauft; wie viel % verliert man dabei?

15) Ein Bauunternehmer verkauft einen Bauplatz für 7200 fl. und gewinnt dabei 20%; wie theuer hat er ihn gekauft?

16) Vier Tagelöhner erhielten für das Anlegen eines Weinberges 54 fl.; A hat 8, B 10, C 12, D 15 Tage daran gearbeitet; wie viel gebürt jedem von dem gemeinschaftlichen Verdienste?

17) Suche das größte gem. Maß von

a) 56481, 86829; b) 13104, 16848;

c) 23625, 16875; d) 47871, 134748.

18) Jemand nimmt 800 fl. auf 45 Tage zu 6 % auf Zins; wie viel wird er nach dieser Zeit zurückzahlen müssen?

19) Welches Capital wächst in 3 Jahren bei 5½ % Zins auf 1113 fl. 74 Kr. an?

20) Jemand kauft 58½ Hektoliter Weizen à 9¹⁄₁₀ fl.; davon verkauft er 32¾ Hektoliter à 9³⁄₅ fl.; wie theuer muß er das Hektoliter des übrigen Weizens verkaufen, um im ganzen 35³⁄₅ fl. zu gewinnen?

21*) Wie viel beträgt

2 % von 290 fl.?		¾ % von 760 fl.?
6 % von 915 fl.?		12½ % von 834 fl.?

22*) Berechne

21 Liter à 36 Kr.	18 Meter à 1 fl. 70 Kr.
19 Liter à 48 Kr.	25 Meter à 3 fl. 96 Kr.

23*) Wie viel Zins geben in 1 Jahre .

- a) 60, 105, 264, 535, 618, 972 fl. à 5 %?
 b) 20, 85, 125, 340, 782, 836 fl. à 6 %?

24) Jemand hat 4 Kilogr. Kaffee à 1 fl. 12 Kr.; wie viel Kilogr. à 1 fl. muß er dazu setzen, damit 1 Kilogr. 1 fl. 8 Kr. koste?

25) Von 475 Kilogr. Brutto werden 458 Kil. Netto gerechnet; wie viel % beträgt die Tara?

26) Welches Capital muß angelegt werden, damit man davon zu 5½ % monatlich 33 fl. Zinsen beziehe?

27) Wie viel Zins geben in 3 Jahren

- a) 758·2 fl. à 4½ %?
 b) 904·5 „ à 5½ %?
 c) 258 fl. 45 Kr. à 6 %?
 d) 2350 „ 60 „ à 6½ %?

Berechne abgekürzt auf 4 Decimalen

- 28) $5·7796 \times 0·17096 \times 0·9865$;
 29) $3·43961 \times 2·5654 \times 1·7098$;
 30) $1·0256 \times 1·0993 \times 1·4875 \times 2·0156$.

31) Ein Kaufmann hat von $42\frac{1}{10}$ Hektol. Wein $14\frac{3}{5}$ Hektol. verkauft; wie theuer hat er das Hektol. verkauft, wenn der Rest noch 473 fl. wert ist?

32) Einem Gefellen wurde sein Wochenlohn von 4 fl. 20 Kr. auf 4 fl. 80 Kr. erhöht; wie viel % betrug die Erhöhung?

33) Jemand legt durch 12 Jahre zu Anfange eines jeden derselben 300 fl. auf Zins von Zins; wie hoch werden diese Capitalien zu 5 % in jener Zeit anwachsen?

34) Zum Ankaufe eines Waldes gibt A 1500 fl., B 3000 fl., C 4500 fl.; wie viel gewinnt jeder, wenn später der Wald für 11250 fl. verkauft wird?

35) Verwandle in Decimalbrüche:

- a) $\frac{4}{5}$, $2\frac{5}{8}$, $\frac{13}{20}$, $7\frac{9}{16}$, $\frac{31}{40}$, $26\frac{17}{25}$, $\frac{27}{32}$;
 b) $\frac{3}{11}$, $4\frac{19}{37}$, $\frac{39}{41}$, $7\frac{6}{7}$, $\frac{10}{13}$, $5\frac{33}{73}$, $\frac{113}{440}$.

36) Dividiere 2149·09526 durch jede der Zahlen a) 599, b) 25·039, c) 364·13.

37) Ein Capital von 1120 fl. ist zu 6 % durch 3 Jahre 7 Monate 15 Tage angelegt; wie viel Zins wirft es in dieser Zeit ab?

38) Ein Tischler hat, um Bretter zu seinem Geschäfte einkaufen zu können, am 13. Juni 450 fl. zu 6 % ausgeborgt, welche er erst am 25. October zurückzahlen konnte; wie groß war die zurückzuzahlende Summe?

39*) 36 Kilogr. kosten 23 fl. 4 Kr.; wie viel kosten 18, 12, 9, 6, 4 Kilogr., wie viel 10, 16, 24 Kilogr.?

40*) Ein Wirt mischt 10 Liter Wein à 30 Kr. mit 10 Liter à 52 Kr.; wie theuer ist 1 Liter der Mischung?

41*) Ein Wucherer lieh einem Landmann 45 fl. und forderte als Zins $2\frac{1}{2}$ fl. für jedes Vierteljahr; wie viel % nahm er?

42) Wie viel Zins geben 2485 fl. 75 Kr. a) zu 5 % in 144 Tagen, b) zu $6\frac{3}{4}$ % in 74 Tagen?

43) Wie lange muß ein Capital von 9110 fl. angelegt bleiben, damit es zu 5 % 206 fl. 24 Kr. Zins gebe?

44) Bei einem Unternehmen beträgt die Dividende, d. i. der zu vertheilende Gewinn, 15 %; wie viel erhält derjenige, welcher dabei mit 4800 fl. theilhaftig ist?

45) Eine Dampfmaschine von 4 Pferdekraft vermag in 5 Secunden eine Last von 1500 Kilogr. 1^m hoch zu heben; wie viel Kil. wird eine Maschine von 7 Pferdekraft in 12 Secunden ebenso hoch heben?

Berechne abgekürzt auf 3 Decimalen:

$$\begin{array}{l} 46) \quad 2\cdot4495 : 0\cdot4626 \\ \quad 18\cdot5407 : 39\cdot725 \\ \quad 0\cdot4563 : 0\cdot1379 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 47) \quad 50 : 3\cdot9276 \\ \quad 13\cdot2804 : 4\cdot0128 \\ \quad 4\cdot8464 : 3\cdot1416 \end{array}$$

$$48) \quad \frac{125 \times 3402 \times 96}{5670 \times 35} =$$

$$49) \quad \frac{1001 \times 966 \times 126}{56 \times 99 \times 49} =$$

50) A hat 20 Schafe durch 10 Wochen, B 30 Schafe durch 8 Wochen auf die Weide getrieben; wie viel beträgt das Weidegeld für jeden, wenn im ganzen $8\frac{1}{4}$ fl. zu zahlen sind?

51) A soll 2000 fl. nach 2 Jahren und 1600 fl. nach 4 Jahren ohne Zinsen zahlen; er bezahlt 2400 fl. schon nach $1\frac{1}{6}$ Jahr; wann muß er dann den Rest bezahlen?

$$52) \sqrt{746496} =$$

$$53) \sqrt{18258529} =$$

$$54) \sqrt{837225} =$$

$$55) \sqrt{4194304} =$$

$$56) \sqrt{100020001} =$$

$$57) \sqrt{6449053636} =$$

$$58) \sqrt[3]{7077888} =$$

$$59) \sqrt[3]{35611289} =$$

$$60) \sqrt[3]{347428927} =$$

$$61) \sqrt[3]{281011375} =$$

$$62) \sqrt[3]{363230185375} =$$

$$63) \sqrt[3]{166920094216} =$$

64) Eine Sendung Kaffee wiegt sammt den Kisten 1556 Kilogr., die Tara beträgt $5\frac{1}{2}\%$; wie groß ist a) das Nettogewicht, b) der Wert à 108 fl. per 100 Kil. Netto?

65) Man will aus Weizen und Korn ein Gemenge von 27 Hektoliter machen, wovon das Hektoliter 76 Kilogr. wiegt; wie viel von jeder Getreideart ist dazu zu nehmen, wenn 1 Hektol. Weizen 78, 1 Hektol. Korn 72 Kilogr. wiegt?

66) Zu einem Geschäft gibt A 12500 fl., B 10500 fl., C 14000 fl.; wenn nun der Gewinn von 7500 fl. so getheilt wird, daß A für seine besondere Mühe als Geschäftsleiter außer seinem verhältnismäßigen Antheile noch 15% des Gewinnes erhält, wie viel bekommt jeder?

Siebenter Abschnitt.

Rechnungen für besondere Berufszweige.

I. Haushaltungs-Rechnungen.

a.

1) Eine Frau hat an einen Kaufmann für Zucker 8 fl. 24 Kr., für Kaffee 5 fl. 65 Kr. und für andere Artikel 7 fl. 68 Kr. zu bezahlen; wie viel bleibt sie noch schuldig, wenn sie für diese Rechnung schon 13 fl. 50 Kr. gezahlt hat?

2) Ein Arbeiter verdient in 2 Wochen für 12 Arbeitstage 10 fl. 8 Kr.; wenn er nun für die Wohnung jährlich 36 fl. zahlt und für seinen Unterhalt täglich 48 Kr. braucht, wie viele Wochen wird er arbeiten müssen, um nebst diesen Bedürfnissen noch eine Schuld von 8 fl. bezahlen zu können?

3) Ein Herr versprach seinem Diener jährlich ein Kleid und 90 fl. Lohn; nach 2 Monaten wird der Diener entlassen und erhält das Kleid; wie theuer wurde ihm dieses angerechnet?

4) Ein Hausbesitzer vermietet dem Tagelöhner A eine Wohnung und fordert, daß ihm A dafür jährlich 36 Tage arbeite und 6 fl. zahle; A zieht nach 6 Monaten aus, nachdem er dem Hausherrn 26 Tage gearbeitet hatte, und braucht ihm nun kein Geld zu zahlen; a) wie hoch wird 1 Arbeitstag gerechnet, b) wie viel beträgt die jährliche Miete?

5) Jemand braucht jährlich: für Miete 120 fl., für die Haushaltung 400 fl., für Beheizung 48 fl., für Kleidung 75 fl. und für kleine Ausgaben 60 fl.; wie viel Vermögen ist erforderlich, um diese Auslagen mit den Zinsen à 5% bestreiten zu können?

6) Ein Hausbesitzer versichert sein Haus im Schätzungswerte von 8600 fl. zu $\frac{1}{4}$ % gegen Feuergefähr; wie viel hat er jährlich an Versicherungs-Prämie zu zahlen?

7) Jemand raucht seit 10 Jahren Tabak und verbraucht wöchentlich 2 Päckchen à 5 Kr. und 4 Cigarren à 2 Kr.; a) wie viel würde er erspart haben, wenn er nicht geraucht hätte, b) wie viel besäße er jetzt, wenn er am Ende eines jeden Jahres das an Tabak ersparte Geld in einer Sparcasse, welche zu 5% und zwar halbjährlich verzinst, angelegt hätte?

b.

8) Ein Mensch bedarf täglich an fester und flüssiger Nahrung ungefähr den 10. Theil seines Gewichtes, und zwar $\frac{1}{4}$ dieser Menge in festen, $\frac{2}{5}$ in flüssigen Nahrungsmitteln; wie viel Kilogr. fester und wie viel Kilogr. flüssiger Nahrungstoffe bedarf demnach ein Mensch a) von 60 Kil., b) von 85 Kilogr. Gewicht?

9) Man nimmt gewöhnlich an, daß 3 Kilogr. Mehl 4 Kilogr. Brot geben; wie viel Kil. Mehl braucht eine Hausfrau, um 22 Kil. Brot zu backen?

10) Von 100 Kilogr. Korn erhält man beim Vermahlen 80 Kilogr. Mehl, 15 Kilogr. Kleie, und 5 Kilogr. gehen durch Verstaubung verloren; wie viel Mehl wird man von 1 Hektol. Korn, das 72 Kilogr. wiegt, erhalten?

11) Eine Hausfrau will einem Bäcker Korn liefern und dafür Brot in Empfang nehmen; wenn 100 Kilogr. Korn 80 Kilogr. Mehl, 3 Kilogr. Mehl 5 Kilogr. Teig geben, und der Teig im Backofen $\frac{1}{5}$ seines ursprünglichen Gewichtes verliert, wie viel Kilogr. Brot kann die Frau für 60 Kilogr. Korn beanspruchen, da der Bäcker für Mühe und Auslagen 5% in Abzug bringt?

12) Eine Hausfrau läßt 1 Hektoliter Korn im Gewichte von 70 Kilogr., das 7 fl. 20 Kr. kostet, mahlen; sie erhält $\frac{2}{5}$ des Gewichtes an Mehl und zahlt 45 Kr. Mahlgeld; die Kleie ist 50 Kr. wert. Sie schickt das Mehl zum Bäcker; wenn nun 3 Kilogr. Mehl 4 Kilogr. Brot geben und für Backgeld 60 Kr. gerechnet werden, wie hoch kommt ihr 1 Kilogr. Kornbrot?

13) Wie viel Hektoliter Korn sind jährlich für eine erwachsene Person, die täglich $\frac{3}{4}$ Kilogr. Brot benöthiget, als Brotbedarf anzuschlagen, wenn man auf 4 Liter Korn 3 Kilogr. Brot rechnet?

14) Ein Hausvater kauft sich gleich nach der Ernte seinen Kornbedarf für das ganze Jahr; wie viel Hektoliter wird er kaufen müssen, wenn seine Familie aus 6 Personen besteht, die durchschnittlich zusammen täglich 3 Kilogr. Brot brauchen, und wenn er aus 1 Hektoliter Korn 75 Kilogr. Brot erhält?

15) An nährenden Stoffen enthält Hammelfleisch 29 %, Hühnerfleisch 27 %, Rindfleisch 26 %, Kalbfleisch 25 % und Schweinefleisch 24 %; wie viel ist dem Nahrungswerte nach 1 Kilogr. von jeder der genannten Fleischarten wert, wenn 1 Kilogr. Rindfleisch 56 Kr. kostet?

16) Rindfleisch verliert beim Sieden 15 %, beim Braten 19 % an Gewicht; wie schwer ist ein Stück a) gefottenes, b) gebratenes Rindfleisch, wenn es roh ein Gewicht von 4 Kilogr. hat?

17) Eine Frau kauft anfangs Juni 40 Kilogr. Butter, $\frac{3}{5}$ davon zu 65 Kr., $\frac{2}{5}$ zu 70 Kr. das Kilogr., und bereitet daraus Schmalz, um es im Winter, wo höhere Preise sind, zu verbrauchen; wie viel erspart sie, wenn 5 Kilogr. Butter 4 Kilogr. Schmalz geben und im Winter 1 Kilogr. Schmalz 95 Kr. kostet?

18) Der Wintervorrath an Kartoffeln reicht bei A nur bis Ende März, dieser muß daher für die Monate April, Mai und Juni noch $2\frac{3}{4}$ Hektoliter à 3 fl. 84 Kr. zukaufen; wie viel Geld hätte er erspart, wenn er im Herbst, als das Hektoliter nur 2 fl. 50 Kr. kostete, die hinreichende Menge eingekauft hätte?

19) Eine Hausfrau verkauft täglich im Durchschnitte 2 Liter Milch à 9 Kr.; wenn sie nun davon die Ausgaben für Zucker und Kaffee bestreitet und monatlich $3\frac{1}{2}$ Kil. Zucker à 60 Kr. und $1\frac{1}{4}$ Kilogr. Kaffee à 1 fl. 12 Kr. verbraucht, wie viel erübrigt sie jährlich von dem Milcherlös?

20) Eine Frau kommt mit einem Gut Zucker von $3\frac{2}{5}$ Kilogr. à 52 Kr. 3 Wochen aus; a) wie viel verbraucht sie täglich, b) wie viel kostet der wöchentliche Bedarf an Zucker?

21) Frau A kauft 24 Kilogr. Kirschen à 10 Kr.; aus 8 Kil. macht sie Kirschfleisch und erhält 7 Kil. davon, das sie pr. Kilogr. mit 35 Dekagr. Zucker, das Kilogr. zu 50 Kr., einsiedet; die übrigen 16 Kilogr. presst sie zu Saft aus und erhält 13 Kilogr., zu deren jedem sie $\frac{1}{2}$ Kilogr. Zucker setzt; wie theuer kommt a) 1 Kilogr. Kirschfleisch, b) 1 Kilogramm Saft?

22) Um Johannisbeeren einzumachen, nimmt man auf 10 Kilogr. Johannisbeeren 9 Kilogr. Zucker; wie hoch kommt 1 Kilogr. von eingemachten Johannisbeeren, wenn 1 Kilogr. Johannisbeeren 18 Kr. und 1 Kilogr. Zucker 50 Kr. kostet und für die Feuerung 3 Kr. für das Kilogr. Eingemachtes gerechnet wird?

23) Eine Hausfrau hat im Voranschlag für das Jahr 1878 zur Ausgabe für Kaffee 27 fl. 60 Kr. bestimmt und dabei das Kilogr. zu 1 fl. 38 Kr. berechnet; mit Anfang Juli steigt aber der Preis auf 1 fl. 48 Kr.; wie viel Kilogr. muß sie jetzt in 1 Monate weniger brauchen, wenn sie die Ausgabe nicht vergrößern will?

24) Eine Hausfrau kauft für 13 fl. 75 Kr. Kaffee, das Kilogr. zu 1 fl. 40 Kr.; a) wie viel Kilogr. kauft sie ein, b) wie lange wird sie damit ausreichen, wenn sie täglich 5 Dekagramm gebrannten Kaffee braucht und 1 Kil. Kaffeebohnen nach dem Brennen nur $\frac{4}{5}$ Kilogr. wiegen?

25) In einer Familie braucht man täglich 4 Dekagramm gebrannten Kaffee; von ungebranntem Kaffee kostet das Kilogr. 1 fl. 38 Kr.; von gebranntem 1 fl. 96 Kr.; wie viel würde man jährlich ersparen, wenn der Kaffee im Hause selbst gebrannt würde, wobei sich jedoch ein Gewichtsverlust von 20 % ergibt?

26) Frau A hat bisher wöchentlich $\frac{3}{10}$ Kil. Kaffee à 1 fl. 40 Kr. und $1\frac{1}{4}$ Kil. Zucker à 50 Kr. verbraucht; sie will sich

einschränken und bestimmt für diese Ausgabe jährlich 45 fl. und zwar $\frac{1}{10}$ davon für Kaffee, $\frac{1}{10}$ für Zucker; a) wie viel erspart sie dann in 1 Jahre, b) wie viel Kaffee und wie viel Zucker wird sie jetzt wöchentlich verbrauchen?

27) Eine Frau bäckt 40 Stück Faschingskrapsen; sie braucht dazu $\frac{3}{5}$ Kilogr. Auszugmehl à 25 Kr., $\frac{1}{10}$ Kilogr. Butter à 80 Kr. pr. Kil., 4 Eier à 3 Kr., um 4 Kr. Hefe, um 10 Kr. Eingefottenes, $\frac{1}{2}$ Kilogr. Schmalz à 90 Kr., $\frac{1}{2}$ Kil. Zucker à 50 Kr.; wie hoch kommt ein Stück, wenn für das Brennholz 29 Kr. gerechnet wird?

c.

28) Eine Mutter kauft für ihre beiden Töchter neue Kleider, für jede $13\frac{1}{2}$ Meter; das Kleid der älteren kostet 84 Kr., das der jüngeren 76 Kr. pr. Meter; das Unterfutter für jedes Kleid kostet 1 fl. 65 Kr.; wie viel legt die Mutter für jede Tochter aus?

29) Das Kilogramm Baumwollengarn kostet 2 fl. 80 Kr., kauft man aber Wolle, das Kil. à 1 fl. 58 Kr., so muß man dann 64 Kr. Spinnerlohn bezahlen und erhält daraus 84 Dekagramm Garn; wie viel % kommt das Garn im zweiten Falle billiger als im ersten?

30) Eine Frau schickt einer Strickerin $3\frac{3}{4}$ Kilogr. Baumwollgarn, daß sie ihr davon Strümpfe stricke; a) wie viel Paar Strümpfe erhält sie, wenn jedes Paar $\frac{1}{8}$ Kilogr. wiegt, b) wie hoch kommt 1 Paar Strümpfe, wenn das Kilogr. Garn 2 fl. kostet, und das Strickerlohn für 1 Paar zu 37 Kr. gerechnet wird?

31) Zu einer Schürze braucht ein Mädchen $1\frac{1}{3}$ Meter Zeug, 1 Meter Leinwand kostet 44 Kr.; a) wie viel erspart das Mädchen an Barauslagen für den Augenblick, wenn es die Schürze statt aus Leinwand, aus Baumwoll-Druckzeug, wovon das Meter nur 24 Kr. kostet, macht; b) wie stellt sich diese Ersparnis heraus, wenn eine Leinwandenschürze 3 Baumwollenschürzen aushält?

32) A schafft sich alle 4 Jahre 1 Duzend Hemden an; wie viel ist jährlich auf diese Auslage zu rechnen, wenn das Stück Leinwand von 35 Meter 22 fl. 40 Kr. kostet, wenn zu 1 Hemde 4 Meter erforderlich sind und man an Näherlohn für jedes Hemd 80 Kr. zahlt?

d.

33) Von Talglichtern, deren 16 auf 1 Kilogr. gehen, brennt 1 Stück $6\frac{1}{2}$ Stunde, von Talglichtern dagegen, deren 12 auf 1 Kil. gehen, 7 Stunden lang; a) welche Lichter sind im Verbrache wohlfeiler, wenn das Kilogr. 70 Kr. kostet, b) wie viel beträgt der Unterschied in 1 Monate, wenn man täglich 4 Stunden Brennzeit rechnet?

34) In einer Haushaltung werden im Winter 20 Kil. Öl verbrannt; kauft man dasselbe kleinweise, so kostet das Kilogr. 72 Kr.; kauft man aber in größerer Menge, so erhält man $9\frac{3}{8}$ Kilogr. für 6 fl.; wie viel erspart man im letzteren Falle?

35) Eine Lampe brennt, mit $\frac{1}{8}$ Kilogr. Öl gefüllt, 10 Stunden; a) wie viel Kilogr. Öl sind jährlich für eine Lampe erforderlich, wenn man 1800 Stunden Brennzeit rechnet; b) wie hoch kommt die jährliche Beleuchtung, wenn das Kilogr. Brennöl 52 Kr. kostet?

36) In einem Hause wurde strenge darauf gesehen, daß die Lampe des Abends nicht früher angezündet wurde, als bis man an die Arbeit gieng; nimmt man nun an, daß sie bei dieser Einrichtung in der Zeit vom 1. October bis 28. Februar täglich eine halbe Stunde weniger brannte, wie viel wurde dadurch erspart, wenn man bei täglich 4stündiger Brennzeit in der Woche $\frac{1}{2}$ Kilogr. Petroleum à 42 Kr. verbrannte?

37) Eine Gasflamme braucht in 1 Stunde 150 Cubit-Decimeter Gas; wie theuer kommt die Erleuchtung derselben im Winterhalbjahre (vom 1. October bis 31. März), wenn die Flamme im Durchschnitte jeden Abend 4 Stunden brennt und das Cubit-Meter Gas 15 Kr. kostet?

38) 100 Kilogramm Buchenholz erzeugen beim Verbrennen eben so viel Wärme, als 81 Kil. Fichtenholz; wie viel Cub.^m Fichtenholz haben gleichen Heizeffect mit 100 Cub.^m Buchenholz, da 1 Cub.^m Buchenholz 740 und 1 Cub.^m Fichtenholz 470 Kilogr. wiegt?

39) 100 Cub.^m Buchenholz haben gleichen Heizeffect mit

118 Cub. ^m Birkenholz,	114 Cub. ^m Kiefernholz,
152 " Erlenholz,	147 " Lindenholz,
128 " Fichtenholz,	143 " Tannenholz;

a) wie viel \square^m jeder dieser Holzarten würden bei gleicher Scheitlänge 35 \square^m Buchen = Brennholz ersetzen? b) welchen Wert hätte bei gleicher Scheitlänge 1 \square^m jeder andern Holzart, wenn 1 \square^m Buchenholz 4 fl. 20 Kr. kostet?

40) In einer Haushaltung, in welcher man jährlich mit 42 \square^m Buchenholz von 80^{cm} Scheitlänge ausreichte, soll fortan zur Hälfte mit Tannenholz, zur Hälfte mit Steinkohlen geheizt werden; wie viel \square^m Tannenholz und wie viel Kilogr. Steinkohlen sind nöthig, wenn an Heizkraft 1 \square^m Buchenholz von 80^{cm} Länge = 350 Kilogr. Steinkohlen ist?

e.

41) In jeder ordentlichen Haushaltung wird ein Haushaltungsbuch geführt, in welches man alle Ausgaben, die für die Wirtschaft gemacht werden, verzeichnet. Frau A führt ihr Rechnungsbuch in der Weise, daß sie die einzelnen Bedarfsartikel unter einander stellt, und für jeden Tag des Monats eine eigene Rubrik bestimmt. Sie trägt jeden Tag die Ausgaben in die betreffende Rubrik ein, und setzt unten die Summe derselben an. Am Ende des Monats zählt sie auch die Ausgaben für jeden einzelnen Artikel zusammen und setzt die Summen rechts in die dafür bestimmte Rubrik. Werden nun sowohl die unten stehenden Summen der täglichen Ausgaben, als auch die rechts stehenden Summen der Auslagen für die einzelnen Artikel addiert, so muß man in beiden Fällen dieselbe Hauptsumme als Ausgabe des ganzen Monats erhalten. Ihr Buch ist, wie folgt, eingerichtet:

Haushaltsrechnung für den Monat März 1877.

Ausgaben im März	1.	2.	3.			31.	Zusammen
Rindfleisch	36	36	.			.	10 48
Kalbfleisch	60	.	.			.	5 73
Geflügel	2 45
Fische	52			56	2 68
Brot	18	18	18			20	5 90
Wein und Bier	20	10	20			.	5 8
Kaffee	58			.	2 52
Zucker	60	.	.			60	4 20
Milch und Rahm	18	18	24			20	6 8
Butter und Schmalz	62	.			90	5 24
Öl und Essig	16	.			.	1 40
Salz	17	.	.			.	1 2
Eier	24	.			28	1 25
Mehl	1·36	.	.			.	2 18
Gerste	16			.	. 48
Reis	28	.			.	. 56
Gemüse	15	.	14			18	3 82
Grünzeug	8	.			5	1 37
Obst
Holz	12 50
Lichter	70	.			.	2 80
Wäsche und Seife	1·24			.	5 62
Kleidung	8·36			2·8	12 31
Dienstlohn			6—	6 .
Summe	3·80	2·90	11·62			11·50

(Wegen Mangel an Raum mußten hier die mittleren Monatstage weggelassen werden.)

42) Nachweis über die Tisch- und Bettwäsche für das Jahr 1877.

Gegenstand	Bestand 1. Jänner	Abgang	Zuwachs	Bestand 31. Dec.
Tischtücher	7	2	3	. .
Servietten	40	5	6	. .
Betttücher	22	3	6	. .
Polsterüberzüge	18	4	.	. .

43) Rechnungsabschluss für das Jahr 1877.

Monat	Einnahme		Ausgabe	
Jänner	188	34	123	53
Februar	97	98	114	68
März	163	5	121	40
April	137	63	109	76
Mai	171	37	113	13
Juni	104	59	120	7
Juli	144	65	117	85
August	133	72	106	33
September	119	24	112	82
October	107	54	122	36
November	156	18	103	90
December	113	45	116	47
Summe
ab Ausgabe		
Überschuß		

II. Landwirtschaftliche Rechnungen.

a.

1) A bekommt von 3 Kühen im Durchschnitte täglich 16 Liter Milch; wie viel Liter kann er jährlich verkaufen, wenn er für seinen Haushalt wöchentlich 32 Liter braucht?

2) Ein Landwirt schickt in die Stadt 42 Kilogr. Butter zum Verkaufe; 18 Kilogr. werden à 95 Kr., der Rest à 90 Kr. verkauft; die Frau, welche den Verkauf besorgt, erhält 4 Kr. pr. Kilogr.; wie groß ist der reine Erlös?

3) Bei gutgeschichtetem Scheitholze betragen die leeren Zwischenräume 25 % des ganzen Rauminhaltes; wie viel Sub.^{am} wirkliche Holzmasse hat 1 □^m Brennholz von 64^{cm} Scheitlänge?

4) Ein mit Heu beladener Wagen wiegt 1052 Kil., der leere Wagen 232 Kil.; wie viel wiegt das Heu, und wie viel ist es wert, 1 Centner zu 2 fl. 60 Kr. gerechnet?

5) Eine Wiese lieferte 73 Centner Heu à 2 fl. 80 Kr., eine andere 9 Centner à 2 fl. 65 Kr. pr. 1 Centner; in welchem Verhältnisse steht der Ertrag der beiden Wiesen?

6) Es sind 14400 Kohlpflanzen zu setzen; a) in wie viel Tagen kann eine Person bei 10 Stunden Arbeitszeit damit fertig werden, wenn sie in der Minute 4 Stück pflanzt; b) wie viele Personen sind zu bestellen, um damit in 2 Tagen fertig zu werden?

7) Ein Landmann schickt in die Stadt 36 Hektol. Erdäpfel, wo sie zu 3 fl. 60 Kr. pr. Hektoliter abgesetzt werden; wie groß ist der reine Erlös, wenn für die Fracht 10 fl. 20 Kr. und für sonstige Auslagen 3 fl. 12 Kr. gezahlt wird?

8) Ein Landwirt verkauft auf einem Fruchtmarkte 24 Hektoliter Weizen à 9 fl. 80 Kr., 21 Hektol. Korn à 7 fl. 12 Kr. und 25 Hektol. Gerste à 4 fl. 80 Kr.; von dem Erlöse bezahlt er die Steuer mit 104 fl., den Schmiedconto mit 85 fl. 45 Kr. und die Sattlerrechnung mit 76 fl. 72 Kr.; wie viel Geld bleibt ihm übrig?

9) Wie hoch kommt 1 Kilogr. Kornbrot zu stehen, wenn 1 Hektoliter Korn im Gewichte von 71 Kilogr. 6 fl. 90 Kr. kostet, wenn 100 Kil. Korn 80 Kil. Mehl geben, aus 3 Kil. Mehl 4 Kilogr. Brot gebacken und für die Feuerung zu dem Preise 10 % dazugerechnet werden?

10) Eine Hagelversicherungs-Gesellschaft nimmt für Prämie und Kosten $\frac{3}{4}$ % von der zu versichernden Summe; wie viel hat ein Landmann an Prämie und Kosten zu zahlen, wenn er den Weizen zu 680 fl., das Korn zu 560 fl., die Gerste zu 250 fl. versichert hat?

11) Ein Schafzüchter hat 1038 Schafe, er verkauft davon die Hälfte und zwar das Stück à $10\frac{1}{2}$ fl., unter der Bedingung, daß der Geldbetrag binnen Jahresfrist in vierteljährigen gleichen Raten bezahlt werde; wie viel erhält er vierteljährig?

12) Ein Landwirt läßt durch ein Geschäftshaus 350 Kilogr. Butter à 85 Kr., 248 Kilogr. Talg à 46 Kr. und 215 Kilogr. Schafwolle à 1 fl. 50 Kr. verkaufen und zahlt dafür $1\frac{1}{2}$ % Provision; wie groß ist der Reinertrag?

13) Ein Landmann kann seinen Weizenvorrath von 56 Hektoliter zu Hause à 9 fl. verkaufen; liefert er ihn aber nach dem Wohnorte des Käufers, so erhält er für das Hektoliter 9 fl. 40 Kr.; welcher Handel ist für ihn vorteilhafter, wenn er auf eine zweispännige Fuhr, welche 4 fl. 16 Kr. kostet, 14 Hektoliter laden kann und wenn die Zehrungskosten 2 fl. 72 Kr. betragen?

14) A pachtet 12 Hektar Ackergrund gegen $93\frac{3}{4}$ fl. Pachtzins von jedem Hektar; wenn er nun von dem Ertrage 29 Hektol. Weizen à 9 fl. 45 Kr. und 24 Hekt. Korn à 6 fl. 80 Kr. verkauft; wie viel Geld fehlt ihm noch zur Bezahlung des Pachtzinses?

15) Wie groß ist der Wert eines Landgutes, das 42.36 Hektar Acker, 14.75 Hektar Wiesen, 32.88 Hektar Waldungen und 3.26 Hektar Hutweiden hat, wenn die Gebäude 10845 fl. wert sind, wenn ferner der jährliche Reinertrag von 1 Hektar Ackergrund mit 41 fl. 20 Kr., von

1 Hektar Wiesen mit 28 fl. 75 Kr., von 1 Hektar Waldung mit 19 fl. 50 Kr. und von 1 Hektar Hutweiden mit 3 fl. 40 Kr. angenommen und wenn dieser Reinertrag zu 5 % kapitalisiert wird?

16) Ein Besitzer kauft einen Weingarten von 4.48 Hektar zu $14\frac{1}{2}$ fl. das Ar; 1 Hektar liefert jährlich im Durchschnitt 13 Hektoliter Wein, den man à 16 fl. verkaufen kann; wie groß ist das jährliche Weinertragnis, und mit wie viel % verzinst sich die Kaufsumme, wenn die Bearbeitungskosten 45 % von dem Werte des jährlich erzeugten Weines betragen?

b.

17) Die Nährhaftigkeit eines Futterstoffes im Verhältnis zur Nährhaftigkeit des Wiesenheues heißt der Heuwert des erstern. Wenn nun 100 Kilogr. gutes Wiesenheu dem Nährwert nach gleich sind:

150 Kil. Erbsen-	oder	90 Kil. Kleeheu,
	Wickenstroh,	40 " Hafer,
200 " Gersten-	oder	200 " Kartoffeln,
	Haferstroh,	300 " Runkelrüben,
250 " Weizenstroh,		450 " Wasserrüben,
300 " Roggenstroh,		450 " Grünfutter;

wie groß ist der Heuwert jedes dieser Futterstoffe?

$$\begin{array}{l} \text{Der Heuwert des Erbsenstrohes ist } \frac{100}{150} = \frac{2}{3}, \\ \text{" " " Kleeheues " } \frac{100}{90} = 1\frac{1}{9}. \end{array}$$

18) 1 Centner Heu kostet 3 fl.; wie hoch müsste der Preis für 1 Centner jedes der oben angeführten Futterstoffe mit Rücksicht auf dessen Heuwert angenommen werden?

19) Das Rind braucht täglich so viel Heu oder Heuwert, als $\frac{1}{30}$ seines Lebendgewichtes beträgt, also auf je 100 Kilogr. Lebendgewicht $3\frac{1}{3}$ Kilogramm Heu; wie groß ist hiernach der jährliche Futterbedarf für 10 Kühe und 4 Ochsen, wenn jede Kuh im Durchschnitt 400 Kilogr. und jeder Ochs 500 Kilogr. Lebendgewicht hat?

20) Ein Landwirt braucht für seinen Viehstand jährlich 824 Centner Heu; wie viel Hektar Wiesen benöthigt er zur

Deckung dieses Heubedarfes, wenn das Hektar durchschnittlich 32 Centner Heu liefert?

21) Eine Wiese von $15\frac{2}{5}$ Hektar liefert pr. Hektar $33\frac{1}{2}$ Centner Heu; wie viele Fuhren à 10 Centner sind dies, und welchen Raum nimmt das Heu auf dem Heuboden ein, wenn 1 Centner Heu $2\frac{5}{8}$ Cub. ^m Raum einnimmt?

22) Frisch eingebrachtes Heu verliert in den ersten 5 Monaten $11\frac{1}{2}$ % seines Gewichtes; a) auf wie viel werden sich 324 Centner frisches Heu nach 5 Monaten vermindert haben; b) was ist vortheilhafter, frisches Heu pr. Centner für 2 fl. 50 Kr., oder nach fünfmonatlicher Lagerung für 3 fl. zu verkaufen?

23) 10 Rinder verzehren täglich 70 Kilogramm Heu, 40 Kilogr. Futterstroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert) und 200 Kilogr. Stoppelrüben ($\frac{1}{5}$ Heuwert); wie viel Kilogr. Heuwert bekommt 1 Rind täglich?

24) Folgende Salzportionen haben sich als der Gesundheit und dem Gedeihen der Thiere am zuträglichsten erwiesen: für ein Pferd wöchentlich 7 Dekagramm, für ein Rind 12 Dekagr., für ein Schaf 3 Dekagr.; wie groß ist hiernach der jährliche Salzbedarf für 8 Pferde, 18 Rinder und 125 Schafe?

c.

25) Jede Kuh braucht täglich auf 100 Kilogr. Lebendgewicht $3\frac{1}{5}$ Kilogr. Heuwert; wenn nun eine 400 Kilogramm schwere Kuh täglich 18 Kilogr. Munkelrüben ($\frac{1}{5}$ Heuwert) und 4 Kilogr. Haferstroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert) bekommt, wie viel muß man ihr noch Heu geben?

26) Eine andere Kuh hat 500 Kilogr. Lebendgewicht und bekommt täglich 6 Kilogr. Heu, 14 Kilogr. Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Heuwert) und 10 Kilogr. Futterstroh ($\frac{2}{5}$ Heuwert); erhält sie die genügende Nahrung?

27) Ein Landwirt hat 5 Kühe, deren Lebendgewicht 350, 400, 450, 480 und 500 Kilogr. beträgt; wie theuer kommt der monatliche Unterhalt derselben, wenn von der erforderlichen

Futtermenge $\frac{2}{3}$ in Heu, $\frac{2}{3}$ in Gersten- oder Haferstroh und $\frac{1}{3}$ in Kartoffeln verabreicht wird und wenn 1 Str. Heu 3 fl., 1 Str. Stroh 2 fl. 40 Kr. und 1 Hektol. Kartoffeln im Gewichte von 85 Kil. 3 fl. 50 Kr. kostet?

28) Eine Kuh verbraucht die Hälfte des Gesamtfutters zu ihrer Erhaltung, $\frac{5}{12}$ zu Erzeugung von Milch und $\frac{1}{12}$ zur Bildung des Kalbes; wenn nun eine Kuh 350 Kil. wiegt, wie viel Kil. Heuwert verbraucht sie jährlich und wie viel Kil. davon erzeugen Milch?

29) Man nimmt an, daß jedes Kilogramm Heuwert von dem zur Milcherzeugung verwendeten Futter 1 Kilogr. Milch gibt; wie viel Liter Milch kommen auf 100 Kil. des Gesamtfutters, wenn 25 Liter Milch 26 Kil. wiegen?

Auf 1 Kil. Gesamtfutter kommen $\frac{5}{12}$ Kil. Futter zur Milcherzeugung, also $\frac{5}{12}$ Kil. Milch; auf 100 Kil. Gesamtfutter kommen daher $\frac{5}{12} \times 100 = 41\frac{2}{3}$ Kil. Milch = $41\frac{2}{3} \times \frac{25}{26}$ Liter Milch, somit nahe 40 Liter.

30) Wenn man auf 100 Kil. verfüttertes Heu 40 Liter Milch rechnet, wie viel Milch gibt bei guter Fütterung jährlich eine Kuh, welche 450 Kil. Lebendgewicht hat?

31) Wenn der Str. Heu 3 fl. kostet, wie hoch berechnet sich der Preis für 1 Liter Milch unter der Voraussetzung, daß die Wart- und Pflegekosten durch den von der Kuh erhaltenen Dünger gedeckt werden?

32) 10 Liter warme Süßmilch geben im Durchschnitte nach 30 Stunden 1 Liter Rahm und 9 Liter abgerahmte Milch; wie viel ist 1 Liter Süßmilch wert, wenn 1 Liter Rahm 34 Kr. und 1 Liter abgerahmte Milch 9 Kr. kostet?

33) 30 Liter Milch geben 1 Kil. Butter und 27 Liter abgerahmte Milch; wenn nun eine Kuh in 1 Jahre 1800 Liter Milch gab, wie viel beträgt a) der Erlös, das Kilogr. Butter zu 95 Kr. und das Liter abgerahmte Milch zu 9 Kr. gerechnet; b) wie groß wäre die Einnahme beim Verkaufe der Süßmilch à 12 Kr. pr. Liter?

34) A berechnet die jährlichen Unterhaltskosten einer Kuh, die er für 106 fl. kaufte, folgendermaßen:

Zins aus dem Ankaufswerte à 5%	fl.	Kr.
Abnutzung am Wert der Kuh à 8%		
Futter: 45 Ctr. Heuwert à 2 fl. 80 Kr.		
Wartkosten für je 100 verfütterte Kil. Heuw. 21 Kr		
10 Kilogr. Salz à 18 Kr.		
Unterhaltung des Inventars	1	45

Streu, Stallzins u. dgl. deckt der Wert des Düngers.

a) Wie viel betragen sämtliche Auslagen?

b) Wenn die Einnahme 1900 Liter Milch à 12 Kr. liefert, wie groß ist der Gewinn?

35) Ein Kalb braucht zu seiner Erhaltung täglich $1\frac{2}{3}$ Kil. Futter auf je 100 Kilogr. Lebendgewicht; der übrige Teil des Gesamtfutters wird als Nufsfutter zur Gewichtszunahme des Körpers verwendet, und zwar erzeugen je 10 Kilogr. Nufsfutter im Durchschnitte 1 Kil. Körper-Gewichtszunahme. Wenn nun ein Kalb mit durchschnittlich 75 Kil. Lebendgewicht durch 20 Tage täglich 14 Kil. Heuwert erhielt, um wie viel Kilogr. hat es in dieser Zeit an Gewicht zugenommen?

$$\begin{aligned} \text{Erhaltungsfutter } 1\frac{2}{3} \text{ Kil.} \times \frac{3}{4} &= 1\frac{1}{4} \text{ Kil.}; \text{ Nufsfutter } 14 - 1\frac{1}{4} \\ &= 12\frac{3}{4} \text{ Kil.}, \text{ in } 20 \text{ Tagen } 12\frac{3}{4} \times 20 = 255 \text{ Kil.}; \text{ Gewichtszunahme} \\ 255 \text{ Kil.} : 10 &= 25\frac{1}{2} \text{ Kil.} \end{aligned}$$

36) A rechnet auf seine 600 Kil. schweren Ochsen im Durchschnitt täglich 3 Kilogr. Heuwert auf je 100 Kil. des Lebendgewichtes während der Arbeitszeit, im Winter aber und an Tagen, wo sie nicht zur Arbeit verwendet werden, nur $2\frac{1}{2}$ Kil.; wie groß ist der jährliche Futtermverbrauch für einen Ochsen, wenn man im Jahre 200 Arbeitstage annimmt?

37) A will 1 Paar Ochsen, deren jeder 500 Kil. Lebendgewicht hat, mästen; er gibt ihnen täglich 50 Kil. Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Heuw.), 11 Kil. Heu, 4 Kil. Stroh ($\frac{1}{2}$ Heuw.) und 1 Kil. Ölkuchen = 2 Kil. Heuwert; a) wie viel Kil. Heuwert erhält 1 Ochs täglich; b) wie viel beträgt dessen Gewichtszunahme nach 105 Tagen Mastzeit, wenn man annimmt, daß je 100 verfütterte Kil. Heuwert einen Zuwachs von 4 Kil. Fleisch und Fett erzeugen?

d.

38) Das tägliche Futter eines Pferdes kann auf je 100 Kilogr. Lebendgewicht mit $3\frac{1}{2}$ Kilogramm (etwas mehr als beim Rinde) angenommen werden; wie viel kostet das jährliche Futter zweier Pferde à 500 Kil. Lebendgewicht, wenn 100 Kil. Heuwert in guter Mischung auf 3 fl. zu stehen kommen?

39) Ein Pferd erhält täglich 6 Kilogr. Heu, 2 Kil. Hafer ($2\frac{1}{2}$ Heuwert) und 6 Kil. Stroh ($\frac{1}{2}$ Heu.); a) wie viel Kil. Heuwert erhält es täglich, b) wie viel kostet das jährliche Futter, wenn 100 Kil. Heu mit 3 fl., 1 Hektol. Hafer im Gewichte von 46 Kil. mit 3 fl. 50 Kr. und 100 Kil. Stroh mit 1 fl. 40 Kr. bezahlt werden?

40) Die jährlichen Unterhaltskosten zweier Ackerpferde betragen:

Von 300 fl. Wertscapital 5% Zinsen und 10% Abnutzung	fl.	Kr.
Von 250 fl. Stall-, Fuhr- und Ackergeräthen 5% Zinsen und 20% Abnutzung		
Hufbeschlag	15	—
Zinsen und Kosten der Stallung	18	—
Futter: 60 Hektoliter Hafer à 3 fl. 50 Kr.		
40 Str. Heu à 3 fl.		
18 Str. Stroh à 1 fl. 50 Kr.		
Salz und Stallbeleuchtungs-Antheil	5	—
Wartung	40	—
Summe		

Hievon der Düngewert von 150 Str.
à 20 Kr. fl. Kr.
abgezogen, bleiben als Pferdehaltungskosten . . fl. Kr.

41) Jemand hat 4 Pferde, mit denen er an jedem Werk-tage 10 fl. verdient; das Futter kostet täglich 3 fl. 60 Kr., Stallzins, Unterhaltung des Knechtes und Fuhrwerkes erfordern $\frac{2}{3}$ des Verdienstes nach Abzug der Fütterungskosten; wie viel reinen Verdienst hat er in 1 Woche?

42) Bei der Schweinezucht wird der Nahrungswert der Futterstoffe als Milchwert dargestellt; wie viel kostet das monatliche Futter eines halbjährigen Schweines, das täglich 4 Kilogr. Kartoffeln = 2 Kil. Milchwert, und $\frac{1}{4}$ Kil. Kleie = $\frac{1}{2}$ Kil. Milchwert erhält, wenn 1 Kil. Milchwert zu 5 Kr. gerechnet wird?

43) Ein Mastschwein mit 50 Kilogr. erhielt täglich 8 Kil. gekochte Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Milchwert) und $1\frac{1}{2}$ Kil. Schrot (2 Milchwert); wenn nun 12 Kilogr. Milchwert 1 Kil. Gewichtszunahme im Werte von 50 Kr. erzeugten, a) wie viel beträgt das nach 100 Fütterungstagen erreichte Lebendgewicht, b) wie groß ist sodann der Wert des Schweines?

44) Ein Schwein wog lebend 125 Kilogr. und lieferte geschlachtet 95 Kil. Fleisch und Fett; a) wie viel % des Lebendgewichtes beträgt das Schlächtergewicht, b) wie theuer wurde das Schwein verkauft, wenn das Kilogr. Schlächtergewicht à 64 Kr. gerechnet wird?

45) Bei einem gemästeten Schweine wiegen die beiden Schinken durchschnittlich $\frac{1}{3}$ des Schlächtergewichtes; wenn nun ein Schwein 110 Kilogr. Lebendgewicht hat und 100 Kil. Lebendgewicht 75 Kil. Schlächtergewicht geben, a) wie viel wiegen die beiden Schinken, b) wie groß wird ihr Gewicht nach dem Räuchern, wenn sie dadurch 20% am Gewichte verlieren, c) wie viel sind sie sodann wert, das Kilogr. zu 80 Kr.?

46) 150 Schafe, auf jedes $1\frac{1}{2}$ Kilogr. Heuwert täglich gerechnet, erhalten ihr Futter in folgender Mischung: 100 Kil. Sommerstroh ($1\frac{1}{2}$ Heuw.), 10 Kil. Hafer (2 Heuw.) und das übrige in Heu; wie viel Heu erhalten sie täglich?

47) Ein Ort hat 12 Hektar natürliche Schafweide à 800 Kil. Heuwert; wie lange können darauf 50 Schafe ernährt werden, wenn man auf 1 Schaf täglich $1\frac{1}{2}$ Kil. Heuwert rechnet?

e.

48) Der Bedarf an Streustroh wird mit $\frac{1}{3}$ von dem Gewichte des verfütterten Heuwertes angenommen; wie viel Streu ist täglich für 4 Kühe erforderlich, wenn diese zusammen 26 Kilogr. Heu, 12 Kil. Gerstenstroh ($\frac{1}{2}$ Heuw.) und 60 Kil. Zuckerrüben ($\frac{2}{3}$ Heuw.) bekommen?

49) Die Menge des erzeugten Düngers ist doppelt so groß als die Summe aus dem Gewichte des verfütterten Heuwertes und der Streu; wenn nun ein Ökonom für sein Vieh bei der Stallfütterung in 1 Jahr 225 Str. Heuwert verbrauchte, a) wie viel Kil. Streustroh waren erforderlich, b) wie viel Fuhrn Dünger à 7 Str. bekam er?

50) Wie viel Dünger kann man bei der Stallfütterung erzeugen, wenn 250 Str. Heu, 35 Str. Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Heuw.), 45 Str. Kleeheu ($1\frac{1}{3}$ Heuw.) und 14 Str. Hafer (2 Heuwert) verfüttert werden?

51) A gibt im Durchschnitt einem Pferd täglich 3 Kilogr. Hafer ($2\frac{1}{2}$ Heuw.) und 11 Kil. Heuwert in andern Futterstoffen nebst 4 Kilogr. Streu; wie viel beträgt der jährliche Stalldünger von einem Pferd, wenn man bei 240 Arbeitstagen $\frac{1}{3}$ Düngerverlust in Abrechnung bringt?

52) Ein Landmann bedüngt zwei Stücke Acker à 50 Ar von gleicher Güte, das eine mit 80 Str. Dünger à 20 Kr., das andere mit 24 Str. Jauche à 50 Kr.; von dem ersten erntet er $10\frac{1}{2}$ Str. Roggenkörner und 25 Str. Stroh, von dem zweiten $13\frac{1}{2}$ Str. Roggen und 30 Str. Stroh; wenn man nun 100 Kil. Roggen zu 10 fl. und 100 Kil. Stroh zu 1 fl. 60 Kr. rechnet, wie groß ist in jedem Falle der Ertrag von 1 Ar Ackerland?

53) Zum bessern Wachsthum des Klees überstreut man die aufgegangene Saat mit Gips und benützt dazu auf 1 Ar $3\frac{1}{4}$ Kil.; a) wie hoch kommt diese Gipsdüngung für ein Feld von 2 Hektar Aussaat, wenn 100 Kil. Gips 1 fl. 20 Kr. gilt und man zum Gipsen einen Tagelöhner à 70 Kr. 3 Tage lang braucht; b) wie viel Kleeheu wird man erzeugen, wenn die Gipsdüngung den Ertrag um 15% steigert, und wenn ohne dieselbe 6500 Kil. veranschlagt wurden?

f.

54) Drei Landwirthe besitzen $5\frac{3}{5}$ Hektar neben einander liegende sehr nasse Wiesen, die sie mittels Thonröhrenleitungen (Drainage) entwässern wollen. Sie lassen 30, je 10^m von einander entfernte Gräben ziehen, jeden 180^m lang, 1^m tief, unten 3^{dm} , oben $4\frac{1}{2}^{\text{dm}}$ breit, und brauchen für die ganze Abzugsleitung 9000 Thonröhren von 3^{dm} Länge, das Tausend zu 20 fl.; das Aufwerfen der Gräben, das Legen der Röhren, das Bedecken und das Zuwerfen derselben kostet 15 Kr. für das laufende Meter. Wenn nun 1 Hektar, von dem man früher 30 Ctr. Heu à 2 fl. 60 Kr. bekam, jetzt 35 Ctr., und zwar besseres Heu à 2 fl. 80 Kr. liefert, a) mit wie viel % verzinset sich das Anlagecapital, b) nach wie viel Jahren wird dasselbe durch den Mehrertrag der Wiesen gedeckt sein, c) wie viel ist jetzt 1 Hektar mehr wert, wenn man den Mehrertrag als 5% Zinsen betrachtet?

55) 3 gute Mäher können in 1 Tag 1 Hektar Wiesenland abmähen; zum Zerstreuen der Schwaden genügt 1 Person auf 3 Mäher, was zusammen auf 1 Hektar 4 Arbeitstage gibt. Zu den übrigen Arbeiten, als: Wenden, Schobern, Wiederzerstreuen und Bildung der Ladungshaufen sind auf 1 Hektar 12 Arbeitstage erforderlich. Wenn nun 1 Arbeitstag (Manns- und Weibertag durchschnittlich) 62 Kr. kostet, a) wie hoch belaufen sich die Kosten des Mähens und Heumachens für $8\frac{1}{2}$ Hektar Wiesenland, b) wie hoch kommen die Kosten für 1 Ctr. Heu, wenn der Ertrag pr. Hektar 35 Ctr. ist?

56) Wie groß ist der Reinertrag eines Ar Wiesenland, wenn eine Wiese von $3\frac{3}{5}$ Hektar 108 Ctr. Heu à 2 fl. 60 Kr. liefert und außer den Arbeitskosten bei der Heuernte im Betrage von 35 fl. 92 Kr. noch die Ausgaben für Reinigung der Abzugsgräben mit 4 fl. 28 Kr. und der Zins des Wertcapitals von 2400 fl. à 5% in Abrechnung kommen?

57) Das Pflügen eines Ackers von 1 Hektar erfordert 7 zweispännige Zugtage, 7 Manns- und eben so viele Weiber-

tagelöhne; wie viel kostet das Pflügen eines Hektar, wenn 1 Pferdarbeitstag auf 1 fl. 60 Kr., 1 Mannstag auf 75 Kr. und 1 Weibertag auf 45 Kr. zu stehen kommt?

58) Ein Landwirt erntet von 8 Hektar Landes, mit Gerste bepflanzt, pr. Hektar 19 Hektoliter Gerste, und lagert die Frucht 6 Monate lang; wie viel beträgt der Verlust an Gewicht, wenn die Gerste innerhalb dieser Zeit um 2% schwindet und wenn 1 Hektoliter Gerste 64 Kilogr. wiegt?

59) 100 Kil. Weizen enthalten an Nahrungstoff 83.4 Kil. und 100 Kil. Kartoffeln 16.7 Kil.; 1 Hektol. Weizen wiegt 76 Kil., 1 Hektol. Kartoffeln 84 Kil.; welches der beiden Producte kommt mit Rücksicht auf seinen Nahrungsgehalt theurer zu stehen, wenn 1 Hektol. Weizen 9 fl. 20 Kr. und 1 Hektol. Kartoffeln 3 fl. 50 Kr. kostet?

60) A kauft $2\frac{3}{10}$ Hektar Korn auf dem Halme für 350 fl. Er hat zum Schneiden 14 Schnitterinnen durch 2 Tage, à 45 Kr. täglich; für das Einfahren bezahlt er 14 fl. 50 Kr. und zum Dreschen nimmt er 8 Tage lang 6 Arbeiter, à 75 Kr. täglich. Wenn er nun im ganzen 40 Hektoliter Korn und 72 Str. Stroh erhält, wie theuer kommt ihm 1 Hektoliter Korn, da das Stroh zu 1 fl. 40 Kr. pr. Str. verkauft werden kann?

61) Ein Hektar Landes mit Weizen bebaut, erfordert folgenden Aufwand: $2\frac{1}{2}$ Hektol. Saatfrucht à 9 fl. 20 Kr., 22 Zugviehtage à 2 fl. 50 Kr. und 60 Handarbeitstage à 60 Kr.; wie groß ist der Reinertrag, wenn man davon 15 Hektoliter Körner à 9 fl. und 20 Str. Stroh à 1 fl. 40 Kr. erntet und die 5% Zinsen des Wertcapitals von 800 fl. in Abrechnung bringt?

g.

62) Inventar *) eines Bauerngutes am 1. Jänner 1877.

A. Activ-Vermögen.		fl.	Kr.
I. An barem Gelde		85	50
II. An liegenden Gründen			
12 Hektar 84 Ar Ackerland, . . .			
4 " 75 " Wiesen, . . .			
5 " 30 " Waldungen . . .			
1 " 56 " Hutweiden und			
— " 18 " Bauarea, . . .			
zusammen . . Hektar . . Ar,			
welche sammt den Wohn- und Wirt-			
schaftsgebäuden geschätzt sind auf . .		8500	. .
IV. Hausgeräthe im Werte von		348	. .
III. Landwirtschaftliche Geräthe im Werte v.		450	. .
V. Nutzvieh im Werte von		1542	. .
VI. Borräthe an landwirtschaftlichen Erzeug-			
nissen im Werte von		664	. .
VII. Ausstehende Forderungen		955	. .
Summe des Activ-Vermögens	
B. Passiv-Vermögen.			
I. Ein Capital von		1845	. .
II. Laufende Schulden		280	50
Summe des Passiv-Vermögens	
C. Reines Vermögen

*) Was jemand an Geld oder andern Gegenständen, die Geldewert haben, besitzt oder von andern zu fordern hat, heißt sein Activ-Vermögen (Activa); was er andern schuldig ist, heißt sein Passiv-Vermögen (Passiva). Zieht man von dem Activ-Vermögen das Passiv-Vermögen ab, so heißt der Rest das reine Vermögen.

Die Verzeichnung und Wertbestimmung sämtlicher Bestandtheile des Activ- und Passiv-Vermögens, wie dieselben zu einer bestimmten Zeit vorgefunden wurden, heißt Inventar oder Inventur.

63) Nachweis über den **Rohertrag** des Bauerngutes
im Jahre 1877.

		fl.	Kr.
I. Ertrag aus dem Ackerland.			
1. Weizen,	32 Hektoliter à 9 fl. . . .		
2. Korn,	86 " à 7 fl. . . .		
3. Gerste,	44 " à 5 fl. . . .		
4. Hafer,	45 " à 3 fl. 50 Kr.		
5. Erbsen,	2 " à 20 fl. . . .		
6. Linsen,	3 " à 14 fl. . . .		
7. Kartoffeln,	186 " à 3 fl. . . .		
8. Rüben,	68 " à 3 fl. . . .		
9. Kraut,	55 " à 3 fl. . . .		
10. Flachs,	350 Kilogr. à 36 fl. pr. Ctr.		
11. Stroh,	350 Ctr. à 1 fl. 40 Kr. . . .		
12. Kleeheu,	320 Ctr. à 2 fl. 80 Kr. . . .		
II. Ertrag aus dem Wiesenland.			
Heu,	420 Ctr. à 2 fl. 60 Kr.		
III. Ertrag aus den Waldungen.			
Brennholz,	57 Cub. ^m à 4 fl. 20 Kr. . . .		
IV. Ertrag aus dem Stalle.			
1. Milch,	9000 Liter à 12 Kr.		
2. Kälber,	4 Stück à 32 fl.		
3. Dünger,	840 Ctr. à 20 Kr.		
Summe			

64) Nachweis über den Verkauf *) der landwirtschaftlichen Erzeugnisse im Jahre 1877.

	fl.	Kr.
I. Aus dem Ertrage des Ackerlandes.		
20 Hektol. Weizen à 9 fl.	fl.	
46 " Korn à 7 "	"	
26 " Gerste à 5 "	"	
56 " Kartoffeln à 3 fl.
II. Aus dem Ertrage des Wiesenlandes.		
84 Centner Heu à 2 fl. 60 Kr.
III. Aus dem Ertrage der Waldungen.		
20 Cub. ^m Brennholz à 4 fl. 20 Kr.
IV. Aus dem Ertrage des Stalles.		
125 Kilogr. Butter à 90 Kr. . . . fl. . . Kr.		
4 Kälber à 32 fl. " . . "
S u m m e

*) Da von den landwirtschaftlichen Erzeugnissen der größere Theil für die Wirtschaft selbst verwendet werden muß, damit diese in ungeschwächtem Stande erhalten und womöglich verbessert werde, so kann man nur das verkaufen, was nach der Deckung jener Bedürfnisse übrig bleibt.

65) Rechnungsabschluss des Bauerngutes für das Jahr 1877.

I. Einnahmen.		fl.	Kr.
1. Erlös aus dem Ertrage des Ackerlandes . . .		800	. .
2. " " " " des Wiesenlandes . . .		218	40
3. " " " " der Waldungen . . .		84	. .
4. " " " " des Stalles . . .		240	50
5. Für rückgezahlte Forderungen		318	45
6. Verschiedene kleinere Einnahmen		20	. .
Summe der Einnahmen	
II. Ausgaben.			
1. Aufwand auf Verbesserung der Grundstücke		55	. .
2. Auf landwirtschaftliche Geräthe		61	40
3. Für Dienstboten und Tagelöhner		318	50
4. Auf Steuern und Zuschläge		92	37
5. Für die Hauswirtschaft		87	75
6. Für berichtigte Schulden		260	. .
7. Verschiedene kleinere Ausgaben		25	. .
Summe der Ausgaben	
Die Einnahmen sind größer als die Ausgaben um
Werden hievon die 5% Zinsen des anfänglichen Inventarcapitals pr. 10419 fl. mit
abgezogen, so ergibt sich als Jahresgewinn von der Wirtschaft

III. Gewerbliche Rechnungen.

a.

1) Ein Meister hat 18 Gesellen; von diesen bekommen 6 wöchentlich jeder 6 fl., 3 jeder 5 fl. 50 Kr., die übrigen jeder 4 fl. 50 Kr.; wie viel Lohn hat der Meister jede Woche an alle Gesellen auszuzahlen?

2) Nach einem Überschlage wird A mit 4 Gehilfen eine Arbeit in 15 Tagen vollenden; nachdem sie 6 Tage thätig gewesen sind, erhalten sie den Auftrag, die Arbeit in 3 Tagen zustande zu bringen; wie viele Gehilfen müssen noch aufgenommen werden?

3) Jemand versäumt täglich $\frac{1}{2}$ Arbeitsstunde; a) wie viel Tage zu 10 Arbeitsstunden beträgt die Versäumnis in 5 Jahren à 300 Arbeitstage, b) wie viel hätte er in dieser Zeit verdienen können, wenn die Arbeitsstunde zu 10 Kr. veranschlagt wird?

4) Ein Gewerbsmann erhält Rohstoffe im Betrage von 520 fl., zahlbar nach 6 Monaten; er trägt aber am Verfalltage nur 200 fl. ab und zahlt den Rest 4 Monate später sammt den 5% Verzugszinsen; wie viel beträgt diese letztere Zahlung?

5) Die Erzeugungskosten eines Fabrikates betragen 75 fl.; welchen Preis wird der Fabrikant dafür ansetzen, wenn er 16% gewinnen will?

6) Der Reinertrag eines Geschäftes in 1 Jahre betrug 2500 fl.; davon wurden verwendet: auf Miete 400 fl., für die Haushaltung monatlich $62\frac{1}{2}$ fl., für die Feuerung 125 fl., für Kleidung 275 fl., für Verschiedenes 350 fl.; der Rest wurde als Ersparnis hinterlegt. Wie viel % des Reinertrages ist jeder dieser Posten?

b.

7) Ein Müller kauft 84 Hektol. Weizen à 10 fl. 50 Kr., das Hektoliter im Gewichte von 78 Kilogr.; er mahlt daraus 80% Mehl à 18 fl. 80 Kr. pr. 100 Kil., und erhält außerdem 15% Kleie, wovon er je 100 Kil. zu 5 fl. 50 Kr. verkauft; wie viel gewinnt er?

8) Eine Mühle im Werte von 9500 fl. trägt im Durchschnitt jeden Monat 118 fl. ein, die jährlichen Auslagen betragen 656 fl.; wie viel % reinen Ertrag wirft diese Mühle ab?

9) Wenn 3 Kilogr. Mehl 5 Kilogr. Teig, und diese 4 Kilogr. Brot geben, a) wie viel Mehl braucht der Bäcker, um 100 Kilogr. Teig zu machen, b) wie viel, um 100 Kilogr. Brot zu erhalten?

10) Ein Bäcker bäckt aus 100 Kilogr. Mehl 135 Laib Brot à 1 Kilogr.; wie theuer wird er 1 Laib verkaufen, wenn 100 Kilogr. Mehl 18 fl. 75 Kr. kosten und für Mühe und Feuerung 5 fl. 55 Kr. gerechnet wird?

11) Zu 100 Kilogr. weiße Zeltchen braucht der Zuckerbäcker 100 Kilogr. Zucker für 48 fl. und für 1 fl. 80 Kr. Kohlen; wenn er nun 4 Tage Arbeit à 1 fl. 60 Kr., ferner für die Abnützung des Geschirrs 44 Kr. und von dem ganzen Betrage 5 % Zinsen rechnet, wie hoch stellen sich die Erzeugungskosten für 1 Kilogr. Zeltchen?

12) Ein Branntweimbrenner hat Spiritus von 46 und 36 Grad; wie viel von jeder Sorte muß er nehmen, um 1 Hektoliter von 40 Grad zu erhalten?

13) Einem Wirte kommt das Hektoliter Wein sammt Fuhrlohn und Maut auf 32 fl.; wie theuer muß er das Liter verkaufen, um 25 % zu gewinnen?

14) Ein Wirt kauft 12 Hektol. neuen Wein à 18 fl. 80 Kr., für die Fracht und das Abladen zahlt er 30 fl. 96 Kr., an Verzehrungssteuer vom Hektoliter 4 fl. 45 Kr., die übrigen Auslagen während des Ausschankes betragen 25 fl. 40 Kr.; wenn er auf das Hektoliter 14 Liter Abgang rechnet und das Liter zu 40 Kr. ausschänkt, wie viel verdient er an diesem Weine?

c.

15) Ein Metzger kauft einen Mastochsen, dessen Schlächtergewicht (das Gewicht des Fleisches und des Talges) 450 Kilogr. ist; davon sind 351 Kilogr. Fleisch; wie viel % des Schlächtergewichtes beträgt a) das Fleisch, b) der Talg?

16) Ein Fleischhauer kauft einen Ochsen für 184 fl.; er erhält von demselben 312 Kilogr. Fleisch à 58 Kr., 81 Kilogr. Talg à 45 Kr., 34 Kilogr. Haut à 68 Kr., aus den Eingeweiden löst er 10 fl. 58 Kr.; wie viel % gewinnt er?

17) Ein Fleischhauer schlachtet ein Schwein von 112 Kilogramm Lebendgewicht, das er à 60 Kr. pr. Kilogr. kaufte; er verkauft von demselben 28 Kilogramm Speck à 75 Kr., die Schinken für 8 fl. 40 Kr.; die Würste, wozu er um 48 Kr. Salz und Gewürz verwendete, für 12 fl. 20 Kr., das übrige Fleisch beträgt 52 Kilogr.; wie theuer muß er 1 Kilogr. davon verkaufen, um im ganzen 18 fl. 78 Kr. zu gewinnen?

18) Wie hoch stellt sich der Preis für 100 Kilogramm zerlassenen Talg, wenn 100 Kilogr. roher Talg 45 fl. kosten und beim Zerlassen 25 % verloren gehen?

19) Ein Seifensieder braucht zu 100 Kilogr. Talglichter 97 Kilogr. reines Unschlitt à 56 Kr., $3\frac{1}{2}$ Kil. baumwollenes Dochtgarn à 70 Kr. und für 91 Kr. Holz; wie hoch kommt ihm 1 Kilogr. Talglichter, wenn er 2 fl. Arbeitslohn und 6 % Zinsen von den Ausgaben rechnet?

20) Ein Gerber bezieht 144 Stück Ochsenhäute à 18 fl. 25 Kr., die Fracht und Auslagen betragen 58 fl. 68 Kr.; wenn nun diese Häute 1450 Kilogr. Schmalleder geben und sich die Kosten beim Gerben auf 358 fl. 32 Kr. belaufen, wie hoch kommt ihm 1 Kilogr. Schmalleder zu stehen?

21) Die Schuhmacher einer Stadt haben wegen der höheren Lederpreise die Preise ihrer Arbeiten um 15 % gesteigert; wenn nun früher ein Paar Stiefel 7 fl. 80 Kr. kosteten, welchen Preis werden sie jetzt haben?

22) Zu 12 Paar Damenzeugstiefel braucht der Schuhmacher 3 Meter Lasting à 86 Kr., 3 Meter Leinwand à 78 Kr., 1 Haut Sohlleder 14 fl. 74 Kr., 2 Schaffelle à 95 Kr., 2 Stück Einfasband à 60 Kr., 12 Paar Schnürriemen à 22 Kr., für 2 fl. 25 Kr. Seide, Zwirn, Wachs, Pech und Hanf, 9 Arbeitstage à 1 fl. 40 Kr.; er rechnet für die Abnützung des Handwerkszeuges 45 Kr. und von der sich ergebenden

Summe 10 % Zinsen. Wie hoch kommen die 12 Paar Damentiefel, wie hoch kommt 1 Paar?

23) Rechnung für Herrn Karl Haas.

1877		fl.	Kr.
14. Jänner	für Herrn Haas 1 Paar neue Stiefel	8	40
27. "	" den Sohn 1 Paar Vorschuh .	3	10
22. Febr.	" die Frau 1 Paar Pelztiefel .	6	50
8. April	1 Paar Stiefel bestellt	1	85
18. Mai	1 Paar neue Zeugstiefel	5	75
25. "	für die Frau 1 Paar Commodschuhe	3	20
20. Juni	" den Sohn 1 Paar neue Stiefel	7	20
	Summe

24) Ein Handschuhmacher hat bei 1 Duzend Handschuhe folgende Auslagen: 8 Stück zugerichtete gefärbte Ziegenfelle à 1 fl. 20 Kr., Nähseide und Knöpfe 60 Kr., dem Gesellen 1 fl., Abnützung an Werkzeug 20 Kr.; wie hoch kommt ihm 1 Paar, wenn er zu den Auslagen noch 10 % Zinsen dazu rechnet?

25) Ein Bürstenmacher braucht zu 12 Stück Kleiderbürsten 1 Kilogr. Borsten à 4 fl., 8 Dekagr. Messingdraht à 15 Kr., für 1 fl. 60 Kr. Holz und Fourniere, $\frac{1}{2}$ Kilogr. Leim à 88 Kr., für 12 Kr. Lack; ferner rechnet er für die Werkzeuge 35 Kr., für Arbeitslohn 1 fl. 60 Kr., und 10 % Zinsen und Geschäftskosten; wie hoch stellt sich 1 Stück?

26) Ein Hutmacher macht 12 Stück feine graue Filzhüte; er braucht dazu $1\frac{1}{4}$ Kilogr. Kaninchenhaare à 8 fl. 40 Kr., für 1 fl. 50 Kr. Holz zum Walken und Bügeln, Leder und Futter für 3 fl. 64 Kr., 18 Meter Band zum Einfassen à 18 Kr. und 18 Meter Band zum Umknüpfen à 30 Kr.; als Arbeitslohn rechnet er 14 fl. 80 Kr., für die Abnützung der Werkzeuge 1 fl. und von dem ganzen Betrage 10 % Zinsen; wie hoch kommt 1 Filzhut?

d.

27) Ein Tuchmacher kann 100 Kilogr. Wolle für 202 fl., zahlbar nach 6 Monaten, oder gegen bare Bezahlung für 199 fl. 35 Kr. bekommen; was ist für ihn vortheilhafter, wenn er aus seinem Capital 6 % Zinsen rechnet?

28) Ein Tuchmacher braucht zu 35 Meter Tuch 24 Kilogr. gewaschene Wolle; wie viel kostet die zu 1 Meter erforderliche Wolle, wenn der Centner ungewaschene Wolle mit 110 fl. bezahlt wird, und durch das Waschen 16 % verloren gehen?

29) Zu einem Beinkleid braucht der Schneider $1\frac{1}{2}$ Meter Tuch à 5 fl. 80 Kr., 1 Meter Futter für 36 Kr., ferner für 85 Kr. Seide, Faden und Knöpfe; wie hoch kommt das Beinkleid, wenn für die Arbeit 1 fl. 50 Kr. gerechnet wird?

30) Rechnung über die Erzeugungskosten eines Herrenrockes: $2\frac{1}{2}$ Meter schwarzes Tuch à 5 fl. 60 Kr., 1 Meter Wattierleinwand 28 Kr., 2 Meter Futter à 36 Kr., 2 Meter Orleans à 1 fl. 16 Kr., 12 Knöpfe à 6 Kr., 4 Knöpfe à 4 Kr., für Seide, Faden und Watta 1 fl. 20 Kr., Arbeitslohn 4 fl. 50 Kr., dazu 10 % Zinsen.

31) Stelle folgenden Conto über gelieferte Näh- und Stickerarbeiten zusammen: 1 Duzend Taschentücher gemerkt à 80 Kr. pr. Stück; $\frac{1}{4}$ Duzend Nachthemden genäht à 40 Kr. pr. Stück; 2 Polsterüberzüge genäht à 12 Kr.; verschiedene Wäsche ausgebessert 85 Kr.; 1 Unterrock gestickt 3 fl. 20 Kr.; ein neues Kleid zugeschnitten und genäht 4 fl. 80 Kr.; ein Kleid umgeändert 1 fl. 15 Kr.

e.

32) Ein Buchbinder erhält 240 Kilogr. Pappdeckel à 13 fl. 30 Kr. pr. 100 Kilogr., die Fracht kostet 2 fl. 70 Kr.; wie hoch kommt ihm 1 Kilogr. zu stehen?

33) Ein Buchbinder bezieht von einem Kaufmanne 1 Ballen Papier für 22 fl. und 50 Kilogr. Pappdeckel à 34 Kr.; er liefert ihm dafür 200 Schreibhefte à 6 Kr.; wie viel hat er noch zu zahlen?

34) Calculation eines Buchbinders über gefertigte 5 Duzend Brieffaschen:

	fl.	Kr.
6 Felle braunes Schafleder à 1 fl. 10 Kr.		
4 Meter Futter à 42 Kr.		
4½ Buch weißes Papier à 18 Kr.		
12 Meter schmale Rigen à 2 Kr.		
5 Duzend Bleistifte à 24 Kr.		
Leim und Kohlen		60
Arbeitslohn zu 2 fl. 20 Kr. pr. Duzend		
Verschiedene kleine Zuthaten	1	68
Abnützung der Werkzeuge		40

10 % Zinsen aus dem Betriebscapital
5 Duzend Brieffaschen kosten
1 Duzend kommt daher auf . . . fl.		
1 Stück " " " . . . Kr.		

35) Ein Buchbinder hat 32 Stück Gebetbücher zu binden; er bedarf dazu 4 Bogen Pappendeckel à 35 Kr., für 2 fl. 20 Kr. englische Leinwand zum Überziehen, 4 Büchlein Gold à 34 Kr. zum Vergolden des Schnittes und zum Titel auf der Rückseite; für verschiedene andere Zuthaten rechnet er nur 24 Kr., für die Abnützung der Werkzeuge 28 Kr., für 8 Arbeitstage 1 fl. 25 Kr. pr. Tag, und für Zinsen, Steuern und Geschäftskosten 9 %. Wie hoch kommt der Einband für die 32 Gebetbücher und wie hoch für 1 Stück?

f.

36) Zu einem Regenschirme kostet dem Fabrikanten das Gestell 92 Kr., der Überzug 2 fl. 5 Kr., das Überziehen 26 Kr.; er liefert einem Großhändler das Duzend für 46 fl.; wie viel verdient er?

37) Ein Tischler liefert einen Kleiderschrank von Eichenholz; dazu braucht er: 8 □^m Eichenholz à 1 fl. 80 Kr., 8³/₅ □^m Tannenholz à 75 Kr., hartes Holz zum Rechen für 55 Kr., ½ Kilogr. Leim à 84 Kr., ½ Kil. Firnis à 1 fl. 4 Kr.,

Nägel und Schrauben 32 Kr., Schloß und Band 2 fl. 50 Kr., 14 Arbeitstage à 1 fl. 36 Kr. Wie hoch kommt der Schrank, wenn noch 10 % Zinsen dazugerechnet werden?

38) **Conto über Tischlerarbeiten für Herrn Josef Stahl.**

1877		fl.	Kr.
3. Jänner	1 Duzend Sessel à 4 fl. 48 Kr.	.	..
8. Febr.	1 neuer Schreibtisch	38	45
20. März	1 Commodekasten	23	80
16. April	1 Waschständer	3	..
7. Mai	2 polierte Tische à 8 fl. 24 Kr.
25. Juni	1 Sofa	95	..
	Summe

39) Ein Glaser erhält 10 Bund à 6 Tafeln Fensterglas, die Tafel 48 \square dm groß; wie hoch stellt sich 1 \square dm Fensterglas, wenn das Bund 4 fl. 60 Kr., die Fracht und Verpackung 6 fl. 20 Kr. kostet?

40) 2 Cub.^m gelöschter Kalk und 3 Cub.^m Sand geben 4 Cub.^m Mörtel; wie viel Kalk und wie viel Sand ist für ein Gebäude in Anschlag zu bringen, das 208 Cub.^m Mauerwerk enthalten soll, wenn man auf 5 Cub.^m Mauerwerk 1 Cub.^m Mörtel rechnet?

41) Um 10 Cub.^m Mauerwerk in Kalk ohne Verputz aufzuführen, sind für das erste Stockwerk erforderlich: 10 Maurertage à 1 fl. 45 Kr., 26 Handlangertage à 76 Kr., 2640 Ziegel à 22 fl. pr. 1000 Stück, 1 Cub.^m Kalk 6 fl. 50 Kr., 1½ Cub.^m Sand à 1 fl. 30 Kr. und 1 Aufsichtstag 2 fl. 10 Kr.; wie hoch belaufen sich die Gesamtkosten für 1 Cub.^m Mauerwerk?

42) Ein Steinmetz besorgt die Aufstellung von Distanzsteinen auf 1 Myriameter in Zwischenräumen von 100 Meter; wie viel erhält er dafür, wenn er 1 Stein zu 10 fl. 18 Kr., für die Beschreibung der Steine mit fortlaufenden Zahlen 18 fl. 60 Kr. und für Transport und Aufstellen 38 fl. rechnet?

g.

43) Ein Schmied hat ein Pferd zu beschlagen und braucht dazu 4 Hufeisen, $3\frac{1}{2}$ Kilogr. schwer, à 18 Kr. pr. Kilogr., 32 Nägel zu 8 Kr. das Duzend und für 16 Kr. Kohlen; wie hoch kommt das Beschlagen, wenn für die Arbeit 65 Kr. gerechnet wird?

44) Ein Schmied hat 6 Stück Radschuhe zu liefern; für jedes Stück braucht er 7 Kilogramm Radschuheisen à 30 Kr., wovon durch das Schmieden $\frac{3}{8}$ Kilogr. verloren gehen; wie viel verdient er, wenn er für 40 Kr. Kohlen verbraucht, für die Abnutzung der Werkzeuge 26 Kr. rechnet und das Kilogr. fertigen Radschuh zu 40 Kr. abgibt?

45) Ein Kupferschmied verkauft 12 Stück Backformen, wovon jedes $\frac{7}{10}$ Kilogr. wiegt; wie theuer wird er das Stück abgeben, wenn ihm das Kilogr. auf 2 fl. 30 Kr. Erzeugungskosten kommt und wenn er auf diese Kosten 15% aufschlägt?

46) Ein Messerschmied verkauft die Scheren zu 96 Kr. das Stück; wie viel % trägt ihm dabei sein Betriebscapital, wenn er zu 1 Duzend Scheren 2 Kilogr. Stahl à 50 Kr., für 56 Kr. Kohlen, für 16 Kr. Draht und Schmelzgel, ferner 6 Tage Arbeit à 1 fl. 50 Kr. braucht und für die Abnutzung der Werkzeuge 24 Kr. rechnet?

47) Ein Dach soll mit Zinkplatten gedeckt werden, deren jede $1\frac{1}{2}$ □^m Fläche einnimmt, von der jedoch bei der Eindeckung für Verschnitt und Falze $\frac{1}{8}$ in Abrechnung zu bringen ist. Das □^m Rohmaterial kostet 2 fl. 80 Kr.; zu jeder Platte braucht der Klempner für 18 Kr. Löhzzinn, für 7 Kr. Kohle, für 6 Kr. Nägel und für 9 Kr. Haftblech. Wie hoch kommt 1 □^m fertiges Zinkdach, wenn davon an Arbeitslohn 1 fl. 20 Kr. gerechnet wird?

48) Zu 1 Duzend Gießkannen braucht man 60 Tafeln Blech à 14 Kr., $\frac{1}{2}$ Kilogr. Draht à 42 Kr., 1 Kilogr. Zinn 1 fl. 84 Kr., 4 Kil. Zugsisen à 20 Kr., für 18 Kr. Salzsäure und Löhffett und 75 Kr. für Kohlen; für die Abnutzung der Werkzeuge rechnet man 40 Kr., für 8 Tage Arbeit à 1 fl. 40 Kr., für Geschäftsauslagen 10%. Wie hoch kommt 1 Stück zu stehen?

h.

49) **Voranschlag** zur Errichtung und zum Betriebe eines Tischlergewerbes.

Anlagefonds:		fl.	Kr.
1.	Zur Herrichtung der Werkstätte	350	..
2.	An Mobilien zur Errichtung für den Betrieb	400	..
3.	Für Werkzeuge	280	..
Summe	
Betriebsfonds:			
1.	Mietzins für Wohnung, Werkstätte und Magazin	600	..
2.	Jährliche Steuern und Zuschläge	50	..
3.	Reparaturen an der Wohnung und Werkstätte, 5% des Mietzinses
4.	Reparaturen und Nachschaffungen der Werkzeuge, 25% der ersten Anschaffung
5.	Briefporto und kleinere Auslagen	50	..
6.	Löhnungen für 6 Gesellen à 380 fl.
7.	Für die Haushaltung	1200	..
8.	An Materialien	1500	..
Summe	
Anlage- und Betriebsfonds zusammen	

Welchen Verkaufswert müssen die in einem Jahre gelieferten Arbeiten haben, damit das Geschäftscapital 10% trage? Wie viel davon entfällt durchschnittlich auf 1 Monat, wie viel auf 1 Woche?

50) Aus dem Kundenbuche eines Tapeziers.

Conto des Herrn Franz Doles.

1877.		fl.	Kr.
10. Juli	Ein Ruhebett sammt Kopf- und Rundpolster, dann 3 Lehnpolster abgebrochen und neu gepolstert, für die Arbeit	7	80
17. "	1 Fauteuil sammt Polster, für die Arbeit	5	45
" "	16 Sessel gepolstert à 1 fl. 10 Kr.
20. "	Für Ruzen der Vorhänge, Repa- ratur und Aufmachen . . .	5	20
24. "	Zu einem Rohrfessel einen Sitz- und Lehnpolster gemacht . .	2	36
29. "	Zu den Möbeln: 22 Meter Leinwand à 48 Kr.
	18 Gurten à 22 Kr.
	10 Kil. Rosshaar à 1 fl. 92 Kr.
	6 Kil. Berg à 1 fl. 20 Kr.
	Nägel und Spagat	1	80
	Summe
	Bezahlt mit . . fl. . . Kr.		

Salzburg, am 15. August 1877.

Johann Fink,
bürgl. Tapezierer.

51) Nachweis des Vermögensstandes eines Tischlers.

Inventur,

aufgenommen am 31. December 1876.

Activa.	fl.	Kr.
1. An barem Gelde	342	48
2. Einrichtung der Werkstätte . .	1030	.
3. Borräthe:		
an Materialien laut Ausweis	780	50
an Möbeln laut Ausweis	450	.
4. Forderungen:		
von Franz Koch, Möbelhändler fl.	95	50
" Friedrich Pollak, Gastgeber		
in Mödling	128	75
" Ferdinand Schuller, Möbel-		
händler hier	109	32
Summe der Activa
Passiva.		
Schulden:		
an Wenzel Gall hier	fl. 204	
" Ignaz Maly in Hieging	64	80
" Josef Schmidt, Kaufmann		
hier	117	58
Summe der Passiva
Activa	fl. . . .	Kr. . . .
Passiva	"	"
reines Vermögen	fl. . . .	Kr. . . .

IV. Kaufmännische Rechnungen.

a.

1) Ein Kaufmann verkauft das Kilogramm gebrannten Kaffee für 1 fl. 90 Kr.; wie viel nimmt er für 1 Kil. ungebrannten Kaffee ein, wenn durch das Brennen $\frac{1}{6}$ am Gewichte verloren geht und für das Brennen 10 Kr. pr. Kil. gerechnet wird?

2) Rechnung über gelieferte Spezereiwaren.

1877		fl.	Kr.
3. März	5 Kilogr. Kaffee à 1 fl. 40 Kr.
" "	10 " Zucker à 50 Kr.
11. "	2 " Öl à 84 Kr.
" "	6 " Reis à 35 Kr.
24. "	6 " Zucker à 60 Kr.
27. "	10 " Seife à 42 Kr.
Summe	

3) Ein Kaufmann sieht sich in Folge unglücklicher Speculationen genöthigt, seine Zahlungen einzustellen. Seine Passiva belaufen sich auf 38960 fl., seine Activa auf 30675 fl.; a) wie viel % der Forderungen erhalten die Gläubiger, b) wie viel erhält A, der 4650 fl. zu fordern hat?

b.

4) Von 4 Ballen Pfeffer ist das Bruttogewicht 312 Kil., die Tara 2 Kil. pr. Ballen; wie viel beträgt a) das Nettogewicht, b) der Wert à 96 fl. pr. Str.?

5) Wie viel muß man für 480 Kilogr. Brutto einer Ware bezahlen, wenn 5% Tara und das Kilogr. Netto à 56 Kr. gerechnet wird?

6) A bezieht 3 Fässer Petroleum, Brutto 240 Kil., Tara 46 Kil., Outgewicht $\frac{1}{2}$ %; wie groß ist der Betrag à 36 fl. pr. Str. Netto?

Outgewicht ist der Gewichtsabzug, welcher dem Kleinhändler als Entschädigung für den Gewichtsverlust beim Kleinverkauf bewilligt wird.

7) 4 Kisten Dalmatiner-Feigen wiegen Brutto 312 Kil., die Tara ist 10%; wie groß ist der Wert à 24 fl. pr. Ctr.?

8) Jemand kauft 84 Gallon Jamaica-Rum à 3 fl. 40 Kr. auf 5 Monate Zeit; wie viel wird er dafür contant zahlen, wenn für diese Zeit $2\frac{1}{2}\%$ Sconto gerechnet wird?

9) Ein Fass gelbes Wachs, gewogen Brutto 672 Kil., Tara 15%, wird zu 230 fl. pr. Ctr. Netto mit 2% Sconto gekauft; wie viel beträgt die contante Zahlung?

10) Ein Buchhändler hat für 928 fl. 50 Kr. Bücher erhalten; wie viel beträgt die Zahlung bei $33\frac{1}{3}\%$ Rabatt?

11) 12 Ball. Baumwolle Brutto 2105 Kil.

Tara 4%	. . . "	
 Kil.	

Gutgewicht $\frac{1}{2}\%$. . . "	
 Kil.	

Netto Kil.	
-------	--------------	--

à 154 fl. pr. 100 Kil. fl.	. . . Kr.
------------------------	---------------	-----------

Sconto $1\frac{1}{4}\%$ " "

12) A versichert eine Sendung Waren im Betrage von 16800 fl. von Triest nach Alexandrien à $1\frac{3}{8}\%$; wie groß ist die Affecuranz-Prämie?

13) Wie groß ist die Prämie für versicherte Waren im Werte von 25500 fl. von Smyrna nach Triest à $1\frac{1}{2}\%$?

14) A besorgt den Einkauf von 649 Kil. Kaffee à 104 fl. pr. Ctr., die Spesen betragen 8 fl. 40 Kr., Provision 2% ; wie groß ist der ganze Betrag?

15) Bei einem Warenbetrage von 4082 fl. zahlt der Käufer $\frac{1}{2}\%$ Sensarie, und ebenso der Verkäufer; a) wie viel bekommt der Sensal, b) wie hoch kommt die Ware dem Käufer, c) wie viel nimmt der Verkäufer dafür ein?

c.

16) Das Kilogr. Kaffee kommt im Einkaufe auf 1 fl. 33 Kr. und wird zu 1 fl. 48 Kr. verkauft; wie viel gewinnt man an 340 Kil., wenn die Spesen 5 fl. 20 Kr. betragen?

17) Ein Krämer erhält 165 Kilogr. Kaffee à 138 fl. pr. Str. und 86 Kil. à 135 fl.; bei dem ersten Kaffee hat er 2 fl. 84 Kr., bei dem zweiten 1 fl. 56 Kr. Auslagen; wie viel gewinnt er im ganzen, wenn er das Kilogramm der einen und der andern Sorte zu 1 fl. 50 Kr. verkauft?

18) Ein Getreidehändler kauft 188 Hektoliter Weizen à 9 fl. 25 Kr. und gewinnt beim Verkaufe 12%; wie viel fl. beträgt der Gewinn?

19) Bei einer Ware, wofür man 260 fl. ausgab, sind 39 fl. gewonnen worden; wie viel % ist der Gewinn?

20) Bei dem Verkaufe einer Ware um 82 fl. werden 6% gewonnen; wie theuer muß sie verkauft werden, um 10% zu gewinnen?

21) An einer für 80 fl. pr. Centner eingekauften Ware werden beim Verkaufe 12% gewonnen; wie viel % werden bei demselben Verkaufspreise gewonnen, wenn der Str. für 85 fl. eingekauft wird?

22) Ein Kaufmann erhält eine Sendung von 250 Weinflaschen, wovon ihm 12 Stück auf 6 fl. 48 Kr. zu stehen kommen; beim Auspacken findet es sich, daß 6 Stück gebrochen sind; wie viel % wird er gewinnen, wenn er beim Verkaufe das Stück für 64 Kr. abgibt?

23) Ein Kaufmann erhält 18 Str. Kaffee von drei Sorten, wovon ihm der Centner durchschnittlich auf 132 fl. 50 Kr. zu stehen kommt; vom besseren Kaffee sind 460 Kil., vom mittleren 630 Kil., der Rest ist schlechterer Kaffee. Wenn er nun von dem besseren das Kil. zu 1 fl. 60 Kr., von dem mittleren zu 1 fl. 48 Kr. und von dem schlechteren zu 1 fl. 40 Kr. verkauft; wie viel % gewinnt er?

24) A bezieht aus einer Porzellanfabrik 12 Duzend Teller für 27 fl., und bezahlt außerdem an Fracht 1 fl. 50 Kr. und für die Kiste 1 fl. 50 Kr.; letztere verkauft er für 1 fl. 20 Kr.; wie theuer muß er das Duzend verkaufen, wenn er $\frac{1}{4}$ des Kostenpreises gewinnen will?

25) Von einer Ware werden 57 Centner à 21 fl. 68 Kr. gekauft, der Käufer hat 127 fl. 66 Kr. Spesen und will an der Ware 159 fl. 60 Kr. gewinnen; wie theuer muß er den Centner verkaufen?

26) Ein Tuchhändler kauft 250 Meter Tuch für 900 fl. und hat dabei 5% Spesen; wie theuer muß er das Meter verkaufen, um einen Gewinn von 12% zu erzielen?

27) 100 Kil. Ware kosten im Einkaufe 48 fl., die Fracht beträgt 3 fl. 60 Kr., an andern Spesen zahlt man 5% vom Einkaufspreis; wie theuer muß man das Kilogr. verkaufen, um a) 10%, b) 15%, c) 18% zu gewinnen?

28) Das Kilogr. einer Ware kann für 48 Kr. verkauft werden; wie viel darf man beim Einkaufe für den Centner geben, wenn man 16% gewinnen will?

29) Bei einer für 799 fl. verkauften Ware mußten 6% verloren werden; wie viel betrug der Einkaufspreis?

30) In einer Handlung zeigte sich beim Abschlusse der Bücher am Ende des Jahres ein Verlust von 3%, das schließliche Vermögen belief sich auf 12125 fl.; wie groß war das Vermögen am Anfange des Jahres?

d.

31) Jemand kauft 68 Stück Ducaten à 5 fl. 58 Kr. und 26 Achtguldenstücke à 9 fl. 36 Kr.; wie viel hat er dafür zu bezahlen?

32) A kauft alte Goldmünzen im Gewichte von 105 Gramm, 875 Tausendtheile fein; wie groß ist der Betrag, wenn das Kil. fein Gold zu 1592 fl. gerechnet wird?

33) Wenn Silber gegen Banknoten 4% Agio hat, wie viel betragen a) 2340 fl. Silber in Banknoten, b) 3080 Banknoten in Silber?

34) Am 15. Juni wird ein Wechsel von 1500 fl., zahlbar am 31. August, mit 6% Discout verkauft; wie viel beträgt a) der Discout, b) der discountierte Wert?

35) Ein am 8. März auf 3 Monate ausgestellter Wechsel pr. 875 fl. wird am 18. April mit $6\frac{1}{2}\%$ discountiert; welchen Wert hat der Wechsel am Kaufstage?

36) Jemand kauft am 5. October einen Wechsel von 1280 fl., zahlbar am 15. November, à $5\frac{1}{2}\%$ Discout; wie viel hat er dafür zu bezahlen?

37) Ein Wechsel auf Amsterdam pr. 2356 fl. holl. Curr. wird zum Kurse von 100 fl. holl. = 99 fl. ö. W. verkauft; wie groß ist der Betrag in ö. W.?

38) Ein Wiener kauft einen Pariser Wechsel von 2386 Francs, Kurs 100 Francs = 48 fl. ö. W.; wie viel hat er dafür zu zahlen?

39) Jemand bezieht aus Mailand 82 Kilogr. Seide à 23 Lire und übermacht den Betrag in einem Wechsel, den er zum Kurse 100 Lire = 48 fl. ö. W. kauft; wie viel muß er für den Wechsel bei 1% Senfarie bezahlen?

40) Wie viel betragen 4 Stück Lose vom Jahre 1864 à 135 fl. und 6 Stück Creditlose à 162 fl.?

41) A verkauft am 23. November 6000 fl. Silberrente zum Kurse von 70% und 4500 fl. Papierrente à 64% ; wie viel erhält er dafür, wenn die Zinsen mit $4\frac{1}{3}\%$ bei der ersteren seit 1. October, bei der letzteren seit 1. August zu vergüten sind?

e.

42) Ein Kaufmann erhält 350 Kilogr. Kaffee, 780 Kil. Zucker und 70 Kil. Indigo, und zahlt für Fracht 42 fl.; wie viel fl. Frachtkosten kommen auf jeden Artikel?

43) A, B und C legen zu einem Geschäfte 40000 fl. zusammen, und zwar A 20000 fl., B 8000 fl., C den Rest; sie gewinnen 3200 fl.; wie viel erhält jeder davon?

44) Drei Kaufleute haben ein gemeinschaftliches Geschäft unternommen und zusammen 2300 fl. gewonnen; wenn nun A 2000 fl. durch 8 Monate, B 4000 fl. durch 6 Monate und C 8000 fl. durch 5 Monate in dem Gesellschaftsfonde liegen ließ, wie viel von dem Gewinne wird jeder von ihnen erhalten?

45) Ein Mehlhändler vermischt drei Sorten Mehl, nämlich 23 Kil. à 24 Kr., 19 Kil. à 21 Kr. und 13 Kil. à 18 Kr.; er verkauft dann das Kil. zu 22 Kr.; wie viel gewinnt er daran?

46) Ein Schnittwarenhändler soll 76 Meter Leinwand von zwei Sorten zu dem Durchschnittspreise von 54 Kr. pr. Meter liefern; wenn nun 1 Meter der ersten Sorte 60 Kr., der zweiten 50 Kr. kostet, wie viel werden von jeder Sorte zuzumessen sein?

47) Wie viel Kilogr. Kaffee à 1 fl. 10 Kr. muß man zu 24 Kilogr. à 1 fl. 20 Kr. mischen, damit man eine Sorte à 1 fl. 16 Kr. pr. Kil. erhalte?

48) Wie viel Kr. kostet das Kilogr. einer Ware in Wien (ohne Spesen), wovon das Pfund in Hamburg $1\frac{1}{5}$ Mark kostet, wenn 2 Pfund in Hamburg = 1 Kilogr. und 100 Mark = 54 fl. ö. W. sind?

49) Den Weizen findet man an verschiedenen Handelsplätzen, wie folgt, notiert: a) in Berlin zu 198 Reichsmark für 1000 Kilogr., b) in Paris zu 30 Francs für 100 Kil., c) in London zu 44 Schilling für 1 Quarter; wie hoch stellt sich hiernach verhältnismäßig in jedem Falle der Preis für 1 Hektoliter Weizen in fl. ö. W.? (1 Hektol. Weizen wiegt 78 Kilogr., 100 Reichsmark = 58 fl. ö. W., 100 Francs = 48 fl. ö. W., 10 Pfund Sterling à 20 Schilling = 120 fl. ö. W., 1 Quarter = $2\frac{1}{4}$ Hektol.)

f.

50) Berechne folgende Einkaufsrechnung oder Factura, welche ein Wiener Kaufmann von seinem Commissionär in Triest erhält:

Factura.	Triest am
12 Säcke Mailänder Reis	
Brutto 2110 Kilogr.	
Lara 15 "	
Netto Kilogr. à 23 fl. pr. 100 Kil. . . . fl. . . Kr.	
Spesen:	
Säcke, Verpacken . . . 9 fl. 58 Kr.	
Sensarie $\frac{1}{2}$ % " . . . " . . . " . . . "	
	... fl. ... Kr.
Provision 2% " . . . " . . . "	
	... fl. ... Kr.
	10 *

51) Hamburg gibt folgende Factura über 30 Ballen Ingwer:

Factura.	Hamburg am
30 Ballen Ingwer	
Brutto 2560 \mathcal{H} , Tara . . \mathcal{H} à 2 \mathcal{H} pr. Ballen	
. . . " Gutgem. . . . " à $\frac{1}{2}$ %	
Netto \mathcal{H} à 45 Reichspfennig .. Mark .. Pfenn.	
Wiegen, Verpackung, Zeichnen 10 . . 12 .	
	. . . Mark .. Pfenn.
Provision $1\frac{1}{2}$ %	. . . " . . . "
	. . . Mark .. Pfenn.

52) Der Einkaufspreis einer Ware beträgt 95 fl.; wie hoch berechnet sich der Verkaufspreis derselben, wenn 15% gewonnen, dem Käufer 2% Sconto bewilligt werden sollen und die Verkaufspesen sich auf 3% belaufen?

53) Ein Prager Getreidehändler läßt in Magdeburg eine Sendung Weizen verkaufen; der Commissionär übersendet ihm hierüber folgende

Verkaufsrechnung:

7560 Kil. Weizen à 19 Mark pr. 100 Kil. . . . Mark .. Pf.	
Fracht 90 Pf. pr. 100 Kil. . . Mark .. Pfenn.	
Messgeld, Trinkgeld ic. 10 " 28 "	
Sensarie $\frac{1}{2}$ % " . . . "	
Provision $2\frac{1}{4}$ % " . . . "	
	<u>Reinertrag . . . Mark .. Pf.</u>

54) Ein Kaufmann in Lyon gibt über eine Kiste Seidenwaren folgende

Verkaufsrechnung:

8 Stück Satin im Werte von 1826 Francs 46 Cent.	
ab 3% Sconto " . . . "	
	<u>Francs .. Cent.</u>
Spesen in Lyon 54 " 86 "	
	<u>Reinertrag . . . Francs .. Cent.</u>

g.

55) Aus dem Journal eines Kaufmannes.

März 1877.

Tag		fl.	Kr.
1.	Kaufte bar von Heinrich Braun hier 25 Stück Baumwollzeuge à 24 fl.
2.	Josef Kern in Bruch Soll Verkaufte auf 2 Mon. Zeit und sandte ihm 1 Faß Kaffee, 242 Kil. à 148 .. fl. . . Kr. 1 „ Zucker, 235 „ à 56 .. „ . . . „
3.	Johann Parente in Triest Haben Kaufte auf 2 Mon. Zeit und erhielt von ihm 4 Fässer Kaffee, 955 Kil. à 132
4.	Verkaufte bar an Friedrich Groß hier 30 Kil. Blauholz à 15 fl. . . Kr. 12 „ Alaun à 22 „ „
5.	Zahlte den heute fälligen Wechsel Ordre Wilhelm Hahn mit	650	—

Das Journal (Tagebuch), auch Prima-Note, enthält die erste Aufschreibung der Geschäftsvorfälle in der Ordnung, in welcher sie stattfinden. Einige tragen in das Journal alle Geschäftsfälle ein, andere nur diejenigen, welche nicht gegen bares Geld abgeschlossen werden, während sie die Bargeschäfte unmittelbar in das Cassabuch, welches als zweites Tagebuch betrachtet wird, aufnehmen.

In Bezug auf die Schuld- und Forderungsposten gilt der Grundsatz: Jeder, der etwas empfängt, ohne einen Gegenwert zu leisten, wird Schuldner oder Debitor; jeder, der etwas gibt, ohne einen Gegenwert zu empfangen, wird Gläubiger oder Creditor genannt. Bei solchen Posten wird im Journal dem Namen des Geschäftsfreundes die Angabe beigefügt, ob er gegen uns Schuldner oder Gläubiger geworden ist, und zwar ersteres durch den Reissatz „Soll“, letzteres durch „Haben“.

3 Soll

März 1877.

Tag		fl.	Kr.
1.	Für den Saldo vom Mon. Februar	836	71
3.	Barzahlung von Friedrich Groß hier	392	96
7.	Losungsgelder des Gewölbes	518	—
9.	Barsendung von J. Sendtner in Sloggnitz	400	—
14.	Losungsgelder des Gewölbes	365	38
18.	die Rimesse auf Karl Glanz	308	—
19.	Zahlung von D. Moser hier	205	73
21.	Losungsgelder des Gewölbes	422	48
25.	Barsendung von F. Elsner in Döbling	96	50
28.	Losungsgelder des Gewölbes	460	28
April 1877.	
1.	Für den Saldo vom Monate März

In das Cassabuch werden alle Geldeinnahmen und Geldausgaben eingetragen.

Das Cassabuch wird auf zwei Seiten unter demselben Folium geführt, d. h. die beiden sich gegenüberstehenden Seiten erhalten die gleiche Seitenzahl. Auf die linke Seite, welche die Überschrift „Soll“ erhält, werden die eingegangenen Gelder als Einnahmen, auf die rechte, mit „Haben“ überschriebene Seite die ausgegebenen Gelder als Ausgaben verzeichnet. Wenn eine Blattseite vollgeschrieben ist, so werden die Summen der Ausgaben gebildet und als „Transport“ auf die nächsten zwei Blattseiten übertragen.

eines Kaufmannes

März 1877.

Haben 3

Tag		fl.	fr.
1.	Für Barzahlung an H. Braun hier	600	—
"	" Zins für das Geschäftslocale	145	—
5.	" die Tratte Ordre W. Hahn	650	—
10.	" die Wirtschaft	62	—
12.	" gekauften Kaffee	712	35
15.	" Fracht auf Waren aus Triest	43	66
"	" Steuer	13	78
19.	" Barzahlung an J. Sachs hier	230	—
20.	" Maculaturpapier	16	—
25.	" Waren von J. Parente in Triest	561	20
27.	" die Wirtschaft	35	—
29.	" Barsendung an J. Heine in Linz	165	—
31.	" Gehalt an den Gehilfen Hefß	50	—
"	" den Saldo	—
	

Das Cassabuch wird am Ende eines jeden Monats abgeschlossen, indem man die Einnahmen und die Ausgaben addiert, die Summe der letzteren von der Summe der ersteren subtrahiert und den Rest, welcher „Saldo“ heißt, als Cassabestand in das Haben einstellt, wodurch sich beiderseits gleiche Summen ergeben. Zuletzt wird, um den wahren Cassastand wieder darzustellen, der Saldo unter dem ersten des nächsten Monats in das Soll auf weitere Rechnung vorgebracht.

57) Aus dem Hauptbuche

2 Soll

Herr Johann Parente

1877		Journ. Pag.		fl.	Kr.
Juli	18.	.	Für meine Barzahlung . . .	800	—
Nov.	23.	.	„ seine Tratte Ordre Verch	1052	45
Dec.	31.	.	„ Saldo auf neue Rechnung
				—	—
			

5 Soll

Herr Franz Elsner

1877		Journ. Pag.		fl.	Kr.
Juli	14.	.	Für ihm verkaufte Waren	506	82
Aug.	25.	.	„ ihm verkaufte Waren	378	53
				...	
1878					
Jänn.	1.		Für den Saldo v. vorig. Rechn.	205	35

Das Hauptbuch soll ersichtlich machen, was uns jeder Geschäftsfreund schuldig ist und was er an uns zu fordern hat. Jedem Geschäftsfreunde wird auf zwei gegenüberstehenden Blattseiten ein besonderer Conto eröffnet. Die Posten werden aus dem Journal in bündiger Angabe, welche nur eine Zeile einnehmen soll, und unter Beziehung auf die betreffende Seite des Journals übertragen. Auf die linke mit Soll überschriebene Seite bringt man alle Posten, für welche der Geschäftsfreund unser Schuldner wird; auf die rechte mit Haben überschriebene Seite dagegen die Posten, für welche er unser Gläubiger wird.

eines Kaufmannes.

in Triest.

Haben 2

1877		Journ. Pag.		fl.	Kr.
Juli	1.	.	Für den Saldo v. vorig. Rechn.	809	83
Aug.	2.	.	" von ihm gekauften Kaffee	847	3
Oct.	18.	.	" gesendete Farbwaren .	59	64
Nov.	23.	.	" von ihm gekaufte Waren	573	52
Dec.	11.	.	" gesendeten Zucker . .	726	50
			
1878					
Jänn.	1.		Für den Saldo v. vorig. Rechn.	1164	7

in Döbling.

Haben 5

1877		Journ. Pag.		fl.	Kr.
Oct.	4.	.	Für seine Barzahlung .	680	..
Dec.	31.	.	" Saldo auf neue Rechn.
			

Um das Hauptbuch am Ende eines bestimmten Zeitraumes abzuschließen, addirt man in jedem Conto die Beträge im Soll und im Haben, und subtrahirt die kleinere Summe von der größeren. Der Unterschied heißt Saldo und wird auf dieselige Seite, wo man die kleinere Summe bekam, eingestekt. Dann werden die Summen auf beiden Seiten gleich.

Kommt der Saldo in das Soll, so zeigt er an, wie viel der betreffende Geschäftsfreund von uns zu fordern hat; der Saldo im Haben dagegen gibt an, was uns der Geschäftsfreund schuldig ist.

Zulezt wird der Saldo, um den frühern Stand der Rechnung wieder herzustellen, auf der entgegengesetzten Seite auf weitere Rechnung vorgetragen.

58) Inventur über das sämtliche Handelsvermögen eines Kaufmannes, aufgenommen am 31. December 1877.

		fl.	Kr.
Activa.			
1.	Bares Geld	1208	24
2.	Staatspapiere:		
	2500 fl. Papierrente à 66	fl.	Kr.
	Rückständige Zinsen	22	75
	
3.	Warenvorräthe.		
	Laut Waren-Inventur	1856	53
4.	Mobilien im Werte von	580	—
5.	Activ-Forderungen:		
	Von Franz Elsner in Döbling 205 fl. 35 Kr.		
	„ Josef Kern in Bruck . 341 „ 72 „		
	„ Karl Streiter hier . . 658 „ 40 „
	S u m m e des Activ-Vermögens
Passiva.			
Passiv-Schulden:			
	An Johann Parente in		
	Triest	1153	87
	An Heinrich Braun hier	492	5
	„ J. Felling in Hamburg	880	46
	S u m m e des Passiv-Vermögens
	Activa	fl.	Kr.
	ab Passiva	„ . . . „
	bleibt reines Vermögen	fl. Kr.

Achter Abschnitt.

Die Raumgrößenrechnung.

(Rechnungsaufgaben zur geometrischen Formenlehre.)

I. Flächenberechnungen.

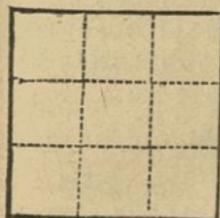
Bei den Flächen handelt es sich um die Berechnung des Umfanges und des Inhaltes.

Der Umfang ist eine Linie und wird durch das Längenmaß gemessen.

Zur Bestimmung des Flächeninhaltes dient das Quadratmaß.

1. Das Quadrat.

1) Die Seite eines Quadrates beträgt 3^{dm} ; wie groß ist a) der Umfang, b) der Flächeninhalt desselben?



a) Der Umfang beträgt 4mal $3^{\text{dm}} = 12^{\text{dm}}$.

b) Die Fläche des Quadrates besteht aus 9 Streifen, deren jeder $3 \square^{\text{dm}}$ enthält; der Inhalt ist also gleich 3mal $3 \square^{\text{dm}} = 9 \square^{\text{dm}}$.

2) Zeichne ein Quadrat, dessen Seite 8^{cm} beträgt, theile es, wie das obige Quadrat, in \square^{cm} ; wie viel \square^{cm} hat es?

Den Flächeninhalt eines Quadrates findet man also, indem man die Maßzahl einer Seite mit sich selbst multipliziert.

3) Die Seite eines Quadrates ist a) 4^{m} , b) 2^{6m} , c) $4 \cdot 35^{\text{dm}}$, d) $1^{\text{m}} 5^{\text{dm}} 37^{\text{mm}}$, e) $28^{\frac{3}{4}\text{cm}}$; wie groß ist in jedem Falle der Umfang, wie groß der Inhalt?

4) Der Umfang eines Quadrates ist $18 \cdot 4^{\text{dm}}$; wie groß ist a) eine Seite, b) der Inhalt des Quadrates?

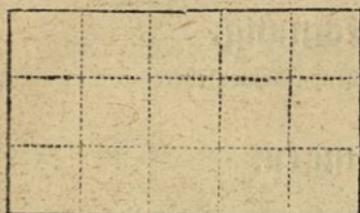
5) An der Fläche eines Quadrates, dessen Seite 48^{cm} ist, wird der Rand 3^{cm} breit vergoldet; wie viel \square^{cm} beträgt die Vergoldung?

6) Der Flächeninhalt eines Quadrates ist $7569 \square^{\text{m}}$; wie groß ist eine Seite desselben?

7) Ein quadratförmiger Acker misst $1567 \square^{\text{m}} 9 \square^{\text{dm}}$; wie lang ist eine Seite desselben?

2. Das Rechteck.

8) Die Grundlinie eines Rechteckes ist 5^m , die Höhe 3^m ; wie groß ist a) der Umfang, b) der Inhalt desselben?



a) Umfang $= 2 \times 5^m + 2 \times 3^m = 16^m$.
 b) Theile die Grundlinie in 5, die Höhe in 3 gleiche Theile, so daß jeder Theil 1^m vorstellt. Ziehe dann durch jeden Theilungspunkt eine mit der anstößenden Seite gleichlaufende Linie, so zerfällt das Rechteck in lauter Quadrate, deren jedes $1 \square^m$ vorstellt.

Wie viele \square^m befinden sich längs der Grundlinie? Wie viele solche Querstreifen von je $5 \square^m$ kommen längs der Höhe vor? Der Flächeninhalt des Rechteckes ist also $= 3\text{mal } 5 \square^m = 15 \square^m$.

9) Zeichne folgende Rechtecke, theile jedes derselben, wie das obige Rechteck, und bestimme den Flächeninhalt:

- a) Grundlinie 6^m , Höhe 2^m ;
 b) " 4^{dm} " 3^{dm} ;
 c) " 8^{cm} " 5^{cm} .

Den Flächeninhalt eines Rechteckes findet man also, indem man die Maßzahl der Grundlinie (Länge) mit der Maßzahl der Höhe (Breite) multipliciert.

10) Bestimme den Inhalt folgender Rechtecke:

- | | | |
|--|--|------------------|
| a) Grundl. 12^m , Höhe 7^m | d) Grdl. $7 \cdot 2^m$ | H. $4 \cdot 5^m$ |
| b) " 35^m , " 23^m | e) " $25^m 3^{\text{dm}}$, " $9^m 8^{\text{dm}}$ | |
| c) " 73^{dm} , " 48^{dm} | f) " $1^m 4^{\text{dm}} 6^{\text{cm}}$, " $7^{\text{dm}} 5^{\text{cm}}$ | |

11) Ein Rechteck ist

- | | |
|---|---|
| a) 126^m lang, 78^m breit; | } wie groß ist der Umfang, wie groß der Inhalt? |
| b) $17 \cdot 24^m$ " $12 \cdot 56^m$ " | |
| c) $38^m 7^{\text{dm}}$ " $18^m 64^{\text{cm}}$ " | |
| d) $19 \frac{1}{2}^{\text{dm}}$ " $7 \frac{3}{5}^{\text{dm}}$ " | |

12) Der Umfang eines Rechteckes beträgt $43 \cdot 5^m$, die längere Seite $12 \cdot 4^m$; wie groß ist der Inhalt?

13) Der Inhalt eines Rechteckes ist $17 \cdot 1 \square^m$, die Grundlinie $4 \cdot 5^m$; wie groß ist die Höhe?

14) Ein Rechteck enthält $8 \square^m 45 \square^{\text{dm}} 60 \square^{\text{cm}}$ und ist $1^m 4^{\text{dm}}$ breit; wie lang ist es?

15) Eine Tischplatte ist $1^m 6^{dm} 5^{cm}$ lang und $1^m 3^{dm} 8^{cm}$ breit; wie groß ist a) ihr Umfang, b) ihr Inhalt?

16) Ein Spiegel mit Rahmen ist $5^{dm} 8^{cm}$ breit und $8^{dm} 2^{cm}$ hoch; wie groß ist a) der Umfang, b) der Inhalt der sichtbaren Spiegelfläche, wenn der Rahmen 6^{cm} breit ist?

17) Wie viel kosten 16 Stück Fourniere von 72^{cm} Länge und 25^{cm} Breite, das \square^m zu $3\frac{1}{2}$ fl.?

18) Wie viel Ar hat eine rechteckige Wiese, welche 158^m lang und 72^m breit ist?

19) Ein Landwirt verpachtet ein Stück Land von 126^m Länge und 85^m Breite, das Ar zu 2 fl. 12 Kr.; wie viel Pachtzins erhält er?

20) Ein Hof von 24^m Länge und 18^m Breite soll mit Steinplatten belegt werden, welche 3^{dm} lang und ebenso breit sind; a) wie viel Platten sind erforderlich, b) wie hoch kommt die Pflasterung, das \square^m zu $7\frac{1}{4}$ fl.?

21) Ein Fußboden, welcher $7\cdot 2^m$ lang und $6\cdot 5^m$ breit ist, kostet 53 fl. 88 Kr.; wie hoch kommt 1 \square^m ?

22) Ein Zimmer ist $8^m 2^{dm}$ lang und $6^m 5^{dm}$ breit, ein anderes $7^m 4^{dm}$ lang und 6^m breit; a) wie groß ist die Bodenfläche beider Zimmer, b) wie viel Bretter sind zur Bedielung derselben erforderlich, wenn jedes Brett $4\cdot 5^m$ Länge und $2\cdot 4^{dm}$ Breite hat und wenn für den Verschnitt 4% hinzugerechnet werden?

23) Ein Zimmer, das $7\cdot 8^m$ lang, $5\cdot 75^m$ breit und $3\cdot 6^m$ hoch ist, soll tapeziert werden; es hat 3 Fenster, jedes 2^m hoch und $1\cdot 2^m$ breit, und eine Thür von $2\cdot 2^m$ Höhe und $1\cdot 3^m$ Breite. Der Tapezierer verwendet dazu 42^{cm} breite Tapeten, von denen die Rolle (Bahn) von 8^m Länge 1 fl. 40 Kr. kostet, und rechnet für das Aufkleben 80 Kr. pr. Rolle; wie hoch kommt die Tapezierung dieses Zimmers?

24) Eine Dachseite, welche ein $16\cdot 8^m$ langes und $6\cdot 5^m$ breites Rechteck bildet, soll belattet und dann mit Ziegeln bedeckt werden; a) wie viel Latten von $4\cdot 5^m$ Länge braucht man dazu, wenn dieselben 2^{dm} weit von einander aufgenagelt werden; b) wie viel Dachziegel sind erforderlich, wenn jeder Ziegel $1\cdot 4^{dm}$ in der Breite deckt?

25) Durch einen rechtwinkligen Garten von 42^m Länge und 30^m Breite geht mitten nach der ganzen Länge und Breite ein Kreuzweg, der 1.2^m breit ist; wie viel Gartenland bleibt zur Benutzung übrig?

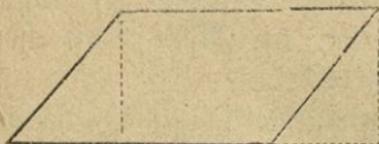
26) Jemand hat zwei gleiche Ackerstücke, jedes 84^m lang und 20^m breit, das eine mit Korn, das andere mit Hafer zu besäen; wie viel von jeder Getreideart braucht er zur Aussaat, wenn man auf 1 Hektar vom Korn $2\frac{1}{2}$ Hektoliter, vom Hafer aber $3\frac{1}{5}$ Hektoliter Aussaat rechnet?

27) Zwei Acker, der eine 36.4^m lang und 30^m breit, der andere 58.8^m lang und 46.4^m breit, werden gegen einen dritten Acker, welcher so groß ist als diese beiden und eine Länge von 72^m hat, umgetauscht; wie groß ist die Breite desselben?

28) A hat zwei gleich große Gärten, den einen in Gestalt eines Quadrates von 48^m Seitenlänge, den andern in Gestalt eines Rechteckes, das 36^m breit ist; um jeden dieser Gärten will er eine Hecke anpflanzen; wie viel Meter wird die Hecke um den rechtwinkligen Garten länger sein als die um den quadratischen?

3. Die schiefwinkligen Parallelogramme. (Rhombus und Rhomboid.)

29) In einem schiefwinkligen Parallelogramme beträgt die Grundlinie 6^m , die Höhe (d. i. die auf die Grundlinie von einem Punkte der gegenüberstehenden Seite gezogene Senkrechte) 3^m ; wie groß ist der Flächeninhalt desselben?



Der Inhalt eines schiefwinkligen Parallelogramms ist eben so groß als der Inhalt eines Rechteckes, welches mit ihm gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

Man findet daher auch den Flächeninhalt eines schiefwinkligen Parallelogramms, indem man die Maßzahl der Grundlinie mit der Maßzahl der Höhe multipliziert.

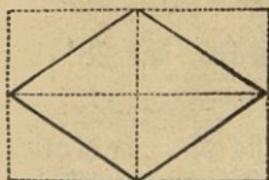
$$\text{Inhalt} = 6 \times 3 = 18 \text{ } \square^m.$$

30) Berechne den Inhalt folgender schiefwinkliger Parallelogramme (Rauten oder Rhomboide):

- a) Grundl. 35^m , Höhe 28^m | c) Grundl. 5^m 6^{dm} H. 3^m 5^{dm}
 b) " $96\cdot5^m$, " $56\cdot2^m$ | d) " 1^m 26^{cm} " 1^m 8^{cm}

31) Ein Acker von der Gestalt eines schiefwinkligen Parallelogramms hat 4 Hektar 32 Ar Inhalt und 450^m zur Grundlinie; wie groß ist seine Höhe?

32) Im Rhombus stehen die beiden Diagonalen senkrecht auf einander. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Rhombus, dessen Diagonalen 6^m und 4^m lang sind?



Der Inhalt eines Rhombus ist die Hälfte von dem Inhalte eines Rechtecks, dessen Grundlinie und Höhe den Diagonalen des Rhombus gleich sind.

Man findet daher den Inhalt eines Rhombus auch, indem man die Maßzahlen der beiden Diagonalen desselben mit einander multipliciert und das Product durch 2 dividirt.

Derselbe Satz gilt auch von dem Inhalte eines Quadrates; nur sind in diesem die beiden Diagonalen gleich lang.

$$\text{Inhalt des Rhombus} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \square^m$$

33) Wie groß ist der Inhalt eines Quadrates, dessen Diagonalen $3\cdot4^{\text{dm}}$ und $3\cdot4^{\text{dm}}$ sind?

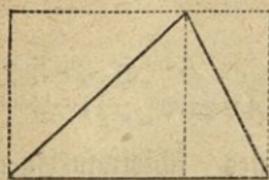
$$\text{Inhalt} = \frac{3\cdot4 \times 3\cdot4}{2} = 5\cdot78 \square^{\text{dm}}$$

34) Eine Tischplatte von 12^{dm} Länge und 9^{dm} Breite enthält in der Mitte als Verzierung einen Rhombus, dessen Diagonalen 4^{dm} und 3^{dm} sind; um wie viel ist die Tischfläche größer als der Inhalt dieses Rhombus?

4. Das Dreieck.

35) Die Seiten eines Dreiecks sind 35^m 3^{dm} , 48^m 8^{dm} und 29^m 5^{dm} ; wie groß ist der Umfang?

36) In einem Dreiecke beträgt die Grundlinie 6^m und die Höhe (d. i. die auf die Grundlinie von dem gegenüberliegenden Scheitel gezogene Senkrechte) 4^m ; wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?



Der Inhalt eines Dreieckes ist die Hälfte von dem Inhalte eines Rechteckes, welches mit ihm gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

Den Inhalt eines Dreieckes findet man also, indem man die Maßzahl der Grundlinie mit der Maßzahl der Höhe multipliziert und das Product durch 2 dividiert.

$$\text{Inhalt des Dreieckes} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ } \square \text{m.}$$

37) Berechne den Inhalt folgender Dreiecke:

- | | |
|---|--|
| a) Grundl. 79 ^m , Höhe 56 ^m | c) G. 43 ^m 7 ^{dm} , H. 35 ^m 5 ^{cm} |
| b) " 38·4 ^m , " 27·5 ^m | d) " 8 ^m 4 ^{dm} 6 ^{cm} , " 5 ^m 2 ^{dm} 9 ^{cm} |

38) Wie viel beträgt die Höhe eines Dreieckes, das 28¹/₈ □^m Inhalt und eine 7¹/₂^m lange Grundlinie hat?

39) In einem rechtwinkligen Dreiecke stellt die eine Kathete die Grundlinie, die andere die Höhe vor. Bestimme den Inhalt der rechtwinkligen Dreiecke, deren Katheten folgende Länge haben:

- | | |
|--|--|
| a) 27 ^m und 16 ^m | c) 35·6 ^m und 48·5 ^m |
| b) 39 ^m " 28 ^m | d) 9 ^m 7 ^{dm} 4 ^{cm} " 7 ^m 2 ^{dm} 7 ^{cm} |

40) Ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete 35^m ist, hat 721^m Inhalt; wie groß ist die andere Kathete?

41) Ein Hofraum hat die Form eines Dreieckes, dessen Grundlinie 24·8^m und dessen Höhe 17·5^m beträgt; wie groß ist der Flächenraum des Hofes?

42) Zwei dreieckige Dachflächen (Walme), deren jede 10·5^m zur Grundlinie und 8·2^m zur Höhe hat, sollen mit Schiefer gedeckt werden; wie viel kostet die Schiefereindeckung, wenn man das □^m zu 2 fl. 35 Kr. rechnet?

43) Wie groß ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen Katheten 1·44^m und 6·4^m sind?

44) Bestimme die Diagonale eines Quadrates, dessen Seite 4·85^{dm} ist.

45) In einem rechtwinkligen Dreiecke ist

- | | | | |
|---------------|-------------------------|--------------|------------------------|
| a) die Hypot. | 2997 ^{cm} , | eine Kathete | 972 ^{cm} ; |
| b) " " | 0·2448 ^m , | " " | 0·1152 ^m ; |
| c) " " | 134·749 ^{dm} , | " " | 24·209 ^{dm} ; |

wie groß ist die zweite Kathete, wie groß ist der Flächeninhalt?

46) Wie lang muß eine Leiter sein, damit sie an einem Gebäude 4 m 5 dm hoch reiche, wenn sie unten 1 m 8 dm weit vom Gebäude aufgestellt werden soll?

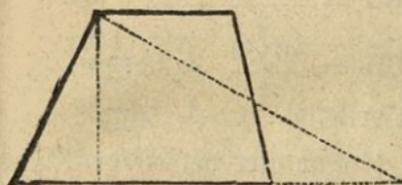
47) Die Seite eines gleichseitigen Dreiecks beträgt a) 3 m, b) 0·74 m, c) 1 m 4 dm 5 cm; wie groß ist die Höhe, wie groß der Flächeninhalt?

48) In einem gleichschenkligen Dreiecke beträgt die Grundlinie 1·2 m, ein Schenkel 0·61 m; wie groß ist a) die Höhe, b) der Flächeninhalt?

49) In einem gleichschenkligen Dreiecke ist ein Schenkel 324 cm, die Höhe 215 cm; wie groß ist a) die Grundlinie, b) der Flächeninhalt?

5. Das Trapez.

50) Die beiden parallelen Seiten eines Trapezes sind 12 m und 6 m lang, die Höhe beträgt 8 m; wie groß ist der Flächeninhalt?



Der Inhalt eines Trapezes ist eben so groß als der Inhalt eines Dreiecks, dessen Grundlinie gleich ist der Summe der beiden Parallelseiten des Trapezes, und welches mit dem Trapeze gleiche Höhe hat.

Den Flächeninhalt eines Trapezes findet man also, indem man die Summe der Maßzahlen der beiden parallelen Seiten mit der Maßzahl der Höhe multipliciert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Inhalt des Trapezes} = \frac{(12 + 6) \times 8}{2} = 72 \text{ } \square \text{ m.}$$

51) Berechne den Inhalt folgender Trapeze:

- a) Parallelseiten 37 m und 30 m, Höhe 18 m;
 b) „ 51·2 m „ 68·8 m, „ 37·5 m;
 c) „ 18 m 24 cm „ 11 m 72 cm, „ 10 m 75 cm

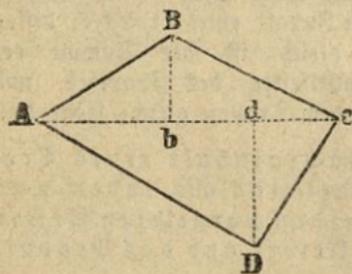
52) Wie viel \square m enthält ein Fußboden von der Form eines Trapezes, dessen Parallelseiten 7·4 m und 6·2 m sind, und dessen Höhe 7·5 m beträgt?

53) Wie viel kostet die Pflasterung eines Hofes von der Form eines Trapezes mit den Parallelseiten 28·5 m und 23·7 m, die 12·4 m von einander abstehen, wenn 1 \square m Pflaster mit 2 fl. 15 Kr. bezahlt wird?

54) Ein Walmdach, dessen Außenflächen zwei Trapeze und zwei Dreiecke sind, soll mit Ziegeln gedeckt werden; die Parallelseiten eines jeden Trapezes sind 34.2^m und 30.4^m , die Höhe 8.5^m ; die Grundlinie eines jeden Dreiecks ist 8.8^m , die Höhe 8.5^m ; wie viele Ziegel sind zur Bedeckung dieser Flächen erforderlich, wenn jeder Ziegel 28^m lang und 18^m breit ist und wenn die Ziegel mit $\frac{1}{4}$ ihrer Fläche übereinander liegen?

6. Das Trapezoid.

55) Es sei in dem Trapezoid ABCD die Diagonale $AC = 16^m$, die darauf Senkrechte $Bb = 4^m$, und die ebenfalls darauf Senkrechte $Dd = 6^m$; wie groß ist der Flächeninhalt des Trapezoids?



$$\text{Dreieck } ABC = \frac{16 \times 4}{2} = 32 \text{ } \square^m.$$

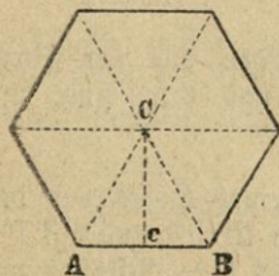
$$\text{Dreieck } ACD = \frac{16 \times 6}{2} = 48 \text{ } \square^m.$$

$$\text{Trapezoid } ABCD = 80 \text{ } \square^m.$$

56) Zeichne vier verschiedene Trapezoide, ziehe in jedem eine Diagonale und senkrecht darauf die Höhen der entstehenden Dreiecke, und suche dann den Inhalt der Trapezoide.

7. Das Vieleck.

57) In einem regelmäßigen Sechseck beträgt eine Seite 5^m , der Abstand des Mittelpunktes von einer Seite 4.33^m ; wie groß ist a) der Umfang, b) der Flächeninhalt?



$$\text{a) Umfang} = 6 \text{ mal } 5^m = 30^m$$

$$\text{b) Inhalt} = 6 \text{ mal Dreieck } ABC$$

$$= 6 \text{ mal } 5 \times \frac{4.33}{2} \text{ } \square^m$$

$$= 30 \times \frac{4.33}{2} = 64.95 \text{ } \square^m$$

Den Flächeninhalt eines regelmäßigen Vielecks findet man also, indem man die Maßzahl des Umfanges mit der halben Maßzahl des Abstandes des Mittelpunktes von einer Seite multipliziert.

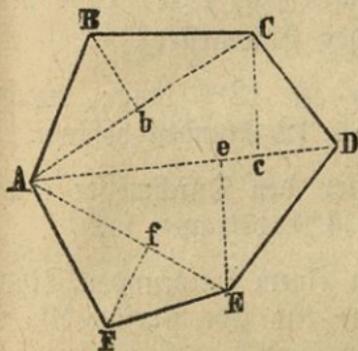
Der Abstand des Mittelpunktes von einer Seite kann nicht willkürlich angenommen werden, er hängt auf eine ganz bestimmte Weise von der Länge der Seite ab. Um nämlich den Abstand des Mittelpunktes von einer Seite zu finden, muß man die gegebene Seite

in einem gleichseitigen Dreiecke	mit	0·28868,
" " " " " " " "	Quadrate	" 0·50000,
" " " " " " " "	regelmäßigen Fünfecke	" 0·68819,
" " " " " " " "	Sechsecke	" 0·86603,
" " " " " " " "	Achtecke	" 1·20711,
" " " " " " " "	Zehnecke	" 1·53884,
" " " " " " " "	Zwölfecke	" 1·86603 multiplizieren.

58) Wie groß ist in jedem der eben angeführten regelmäßigen Vielecke der Flächeninhalt, wenn eine Seite $12\cdot5^m$ beträgt?

59) Es soll eine regelmäßig achtsseitige Laube, deren Seite 2^m lang ist, ausgesteckt werden; wie groß ist der dazu erforderliche Flächenraum?

60) Das unten stehende unregelmäßige Sechseck ABCDEF wird durch Diagonalen in 4 Dreiecke zerlegt, in denen man durch Messung für die Grundlinien und Höhen folgende Längen findet: $AC = 12\cdot2^m$, $AD = 14\cdot5^m$, $AE = 10\cdot6^m$, $Bb = 4^m$, $Cc = 5\cdot6^m$, $Ee = 5\cdot8^m$, $Ff = 3\cdot9^m$; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Sechsecks?



$$\text{Dreieck ABC} = \frac{12\cdot2 \times 4}{2} = 24\cdot4 \square^m,$$

$$\text{" ACD} = \frac{14\cdot5 \times 5\cdot6}{2} = 40\cdot6 \quad "$$

$$\text{" ADE} = \frac{14\cdot5 \times 5\cdot8}{2} = 42\cdot05 \quad "$$

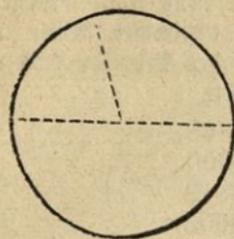
$$\text{" AEF} = \frac{10\cdot6 \times 3\cdot9}{2} = 20\cdot67 \quad "$$

$$\text{Sechseck ABCDEF} = \underline{\underline{127\cdot72 \square^m}}$$

61) Zeichne ein unregelmäßiges Fünfeck (Siebeneck, Achteck), ziehe darin Diagonalen, miß diese und die Höhen der entstehenden Dreiecke und berechne dann den Inhalt des ganzen Vieleckes.

8. Der Kreis.

62) Der Durchmesser eines Kreises ist 18^m ; wie groß ist dessen Umfang?



Den Umfang eines Kreises findet man, indem man den Durchmesser mit $3\frac{1}{7}$ oder mit $3\cdot 14$, oder genauer mit $3\cdot 14159$ multipliciert.

$$\begin{array}{r} 18 \times 3\frac{1}{7} \\ \hline 54 \\ 2\frac{1}{7} \\ \hline 56\frac{1}{7}^m \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \times 3\cdot 14 \\ \hline 2512 \\ 56\cdot 52^m \end{array} \quad \begin{array}{r} 18 \times 3\cdot 14159 \\ \hline 2513272 \\ 56\cdot 54862^m \end{array}$$

Die Multiplication mit $3\frac{1}{7}$ ist bequemer und auch genauer als die Multiplication mit $3\cdot 14$. Für sehr genaue Rechnungen, insbesondere dann, wenn die Maßzahl des Durchmessers 4 oder mehrere Ziffern hat, ist die Zahl $3\cdot 14159$ als Factor anzuwenden.

63) Der Halbmesser eines Kreises ist:

- | | | | |
|-------------|------------------------|------------------|------------------------------|
| a) 3^m | c) $2\frac{1}{2}^m$ | e) $15\cdot 9^m$ | g) $9\cdot 753^m$ |
| b) 5^{cm} | d) $7\frac{3}{4}^{dm}$ | f) $6^m 28^{cm}$ | h) $14^{dm} 1^{cm} 6^{mm}$; |

wie groß ist 1) der Durchmesser, 2) der Umfang?

64) Der Umfang eines Kreises beträgt 10^m ; wie groß ist der Durchmesser?

Dividire den Umfang durch $3\frac{1}{7}$.

65) Der Umfang eines Kreises ist

- | | | | |
|--------------|--------------------------|-------------------|---------------------------|
| a) 6^m | c) $18\frac{2}{5}^m$ | e) $8\cdot 17^m$ | g) $38\cdot 327^m$ |
| b) 44^{cm} | d) $53\frac{3}{10}^{dm}$ | f) $1^m 508^{mm}$ | h) $4^m 3^{dm} 14^{mm}$; |

wie groß ist 1) der Durchmesser, 2) der Halbmesser?

66) Der Stundenzeiger einer Uhr ist 12^{cm} lang; welche Länge hat der Weg, den seine Spitze in 12 Stunden beschreibt?

67) Wie groß muß der Drechsler den Durchmesser eines Spiegels annehmen, dessen Umfang $2^m 4^{dm}$ betragen soll?

68) Wie viele Personen haben an einem kreisrunden Tische von $2\cdot 1^m$ Durchmesser Platz, wenn man für jede Person $8\frac{1}{4}^{dm}$ des Umfangs rechnet?

69) Wie lang ist das Band, welches um einen Hut von $1\cdot 9^{dm}$ Durchmesser gelegt wird, wenn man auf die Schleife 2^{dm} rechnet?

70) Der Äquator der Erde wird, wie jeder Kreis, in 360 Grade eingetheilt; jeder Grad ist 15 geographische Meilen lang; wie viel geogr. Meilen beträgt der Halbmesser des Erdäquators?

71) Wie viel Zähne gehen auf den Umfang eines Rades von $8 \cdot 16^{\text{dm}}$ Durchmesser, wenn sie von Mitte zu Mitte $5 \cdot 3^{\text{mm}}$ entfernt sein sollen?

72) Wie lang muß ein Seil sein, damit es um eine Welle von $2 \cdot 75^{\text{dm}}$ Halbmesser 18mal umgewickelt werden könne?

73) Ein Mühlstein von $1 \cdot 5^{\text{m}}$ Durchmesser macht in jeder Minute 100 Umdrehungen; welche Geschwindigkeit hat dabei ein Punkt des Umfangs, d. h. wie lang ist der Weg, den ein Punkt des Umfangs in 1 Secunde durchläuft?

74) Die Vorderräder eines Wagens haben 1^{m} , die Hinterräder $1 \cdot 3^{\text{m}}$ im Durchmesser; wie oft drehen sich a) die Vorderräder, b) die Hinterräder auf einer Strecke von 1^{km} ?

75) Welchen Durchmesser hat ein Locomotivrad, das sich auf einem Schienenwege von 1980^{m} 630mal umdreht?

76) Der Umfang eines Kreises ist $15 \cdot 9^{\text{m}}$; wie lang ist in diesem Kreise ein Bogen von 48° ?

$$\begin{array}{r} 360^{\circ} \text{ des Kreises haben eine Länge von } 15 \cdot 9^{\text{m}} \\ 1^{\circ} \quad \quad \quad \text{hat} \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \frac{15 \cdot 9^{\text{m}}}{360} \\ 48^{\circ} \quad \quad \quad \text{haben} \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \frac{15 \cdot 9^{\text{m}} \times 48}{360} = 2 \cdot 12^{\text{m}}. \end{array}$$

77) Ein Kreis hat $5 \cdot 8^{\text{m}}$ im Durchmesser; wie groß ist darin a) der Umfang, b) ein Bogen von $18^{\circ} 30'$?

78) Der Halbmesser eines Kreises ist $7 \cdot 18^{\text{dm}}$; wie lang ist in diesem Kreise ein Bogen von a) 20° , b) $55^{\circ} 40'$, c) $78^{\circ} 5' 20''$?

79) Der Durchmesser eines Kreises ist a) 1^{m} , b) 2^{m} , c) 3^{m} ; welche Länge hat in jedem dieser Kreise ein Bogen von 75° ?

80) Wie groß ist der Flächeninhalt eines Kreises, dessen Halbmesser 6^{m} beträgt?

Der Kreis kann als regelmäßiges Vieleck von unendlich vielen und unendlich kleinen Seiten angesehen werden.

90) Wie groß ist ein Kreisabschnitt, dessen Bogen 1^m lang ist, wenn der Halbmesser des Kreises 3^m beträgt?

Um den Inhalt eines Kreisabschnittes aus der Länge seines Bogens zu finden, multipliciert man die Maßzahl der Bogenlänge mit der halben Maßzahl des Halbmessers.

$$\text{Inhalt des Kreisabschnittes} = 1 \times \frac{3}{2} = 1.5 \square^m.$$

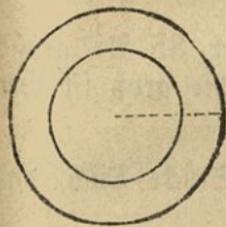
91) Ein Kreisabschnitt von 2.45^m Halbmesser hat a) 18° , b) 60° , c) $85^\circ 30'$; wie groß ist die Länge des Bogens, der Inhalt des Abschnittes?

92) Der äußere Kreis eines Kreisringes hat 12^m , der innere 8^m Halbmesser; wie groß ist der Inhalt des Ringes?

$$\text{Inh. des äußeren Kreises} = 12 \times 12 \times 3\frac{1}{7} = 452\frac{4}{7} \square^m$$

$$\text{„ „ inneren „} = 8 \times 8 \times 3\frac{1}{7} = 201\frac{1}{7} \square^m$$

$$\text{Inhalt des Kreisringes} = 251\frac{3}{7} \square^m$$



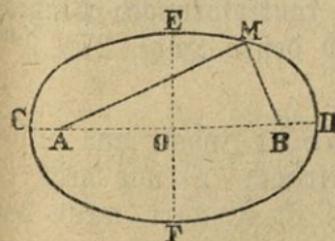
93) Der größere Durchmesser eines Kreisringes ist 5.42^m , der kleinere 3.05^m ; wie groß ist der Inhalt des Ringes?

94) Die Umfänge eines Kreisringes sind 8.34^m und 5.21^m ; wie groß sind a) ihre Halbmesser, b) die Ringfläche?

95) Auf einer Schießscheibe beträgt der Durchmesser des inneren schwarzen Ringes 0.25^m und die Breite des weißen Ringes 0.3^m ; wie groß ist der weiße Ring?

9. Die Ellipse.

96) Wie groß ist der Flächeninhalt einer Ellipse, deren Achsen 20^m und 12.6^m sind?



Den Flächeninhalt einer Ellipse findet man, indem man das Product aus den Maßzahlen der beiden halben Achsen mit $3\frac{1}{7}$ multipliciert.

$$\text{Inhalt der Ellipse} = 10 \times 6.3 \times 3\frac{1}{7} = 198 \square^m.$$

97) Die Achsen einer Ellipse sind 3.52^m und 2.68^m ; wie groß ist der Inhalt?

98) Um ein ellipsenförmiges Gartenbeet, das 6.4^m lang und 4.6^m breit ist, geht ein Weg von 1.3^m Breite; wie groß ist die Fläche, welche dieser Weg einnimmt?

Wiederholungsaufgaben.

1) Berechne den Inhalt folgender Rechtecke:

Grundlinie: a) 237^m , b) $68^m 2^{dm}$, c) 0.572^m ;

Höhe: a) 109^m , b) $31^m 7^{dm}$, c) 0.195^m .

2) Eine kreisrunde Tischplatte hat 8.4^{dm} Durchmesser; wie groß ist ihre Fläche?

3) Eine trapezförmige Wiese ist 2 Hektar 85 Ar groß; die Parallelseiten betragen 266^m und 190^m ; wie groß ist ihre Entfernung von einander?

4) Welche Fläche kann man mit einem Stücke Tuch, das 38^m von 9^{dm} Breite enthält, bedecken?

5) Von zwei Rollen, welche durch dieselbe Schnur in Umlauf gesetzt werden, hat die eine 2.4^{dm} im Durchmesser und dreht sich 8mal, während die andere nur 3 Umdrehungen macht; welchen Durchmesser hat die zweite Rolle?

6) Ein Glaser hat folgende Fensterscheiben eingesetzt:

4 Stück, jedes 30^{cm} hoch und 25^{cm} breit,

4 " " 32^{cm} " " 30^{cm}

6 " " 33^{cm} " " 33^{cm} " und

8 " " 34^{cm} " " 32^{cm} "

wie hoch beläuft sich die Rechnung, wenn 1 \square^m 1 fl. 30 Kr. kostet?

7) Wie groß ist der Inhalt eines rautenförmigen Plazes, dessen Grundlinie (Länge) $38^m 8^{dm}$ und dessen Höhe $27^m 5^{dm}$ beträgt?

8) Ein Stück Land hat 3 Hektar 78 Ar Inhalt und bildet ein Dreieck, dessen Grundlinie 336^m beträgt; a) wie groß ist die Höhe dieses Ackerstückes; b) wie viel ist es wert, wenn das Hektar 956 fl. kostet?

9) Eine Hausflur von 9.6^m Länge und 5.2^m Breite soll mit Mauersteinen, die 3^m lang und 2^m breit sind, belegt werden; wie hoch kommen die dazu erforderlichen Steine, wenn 100 Stück 24 fl. kosten?

10) Um einen Garten von 33^m Länge und 21^m Breite legt man 1^m breiten Weg, und längs der Hecke ringsum eine Rasenfläche von 2.5^m Breite an; in der Hecke pflanzt man Maulbeerbäume, welche 3^m von einander abstehen; a) wie groß ist die Fläche, die als Garten benützt wird; b) wie viel Maulbeerbäume befinden sich in der Hecke?

11) 4 größere Thüren, jede 2.4^m hoch und 1.3^m breit, und 5 kleinere Thüren, jede 1.9^m hoch und 1^m breit, sollen von innen und außen mit Olfarbe angestrichen werden; wie theuer kommt der Anstrich, wenn das \square^m 85 Kr. kostet?

12) Von einer Wiese, welche die Form eines Rhomboids hat, worin die Grundlinie 72.4^m und die Höhe 49.6^m beträgt, wird ein Stück von 12^m Höhe parallel mit der Grundlinie abgeschnitten und zu Ackerland gemacht; a) wie groß war die Wiese, b) wie groß ist das übrig bleibende Stück derselben?

13) Berechne den Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser ist:

a) 5^m	c) 2.5^m	e) $12^m 4^m$	g) 25.316^m
b) 13^m	d) 7.3^m	f) $8^m 7^m$	h) $6^m 62^m 5^m$

14) Wie viel Meter Franzen braucht man zum Besetzen eines Fußteppichs von 3^m Länge und $2^m 5^m$ Breite?

15) Eine Tafel von 2.4^m Länge und 1.5^m Breite soll mit Wachstuch überzogen werden; a) wie viel \square^m Wachstuch sind erforderlich, b) wie viel gelbe Nägel braucht man, um dasselbe am Rande zu befestigen, wenn die Nägel 5^m auseinander stehen sollen?

16) In einem trapezförmigen Garten ist die eine der parallelen Seiten 63.8^m , die andere 54.4^m lang, der Abstand beider beträgt 37.5^m ; wie theuer ist der Garten, wenn das A zu 24 fl. verkauft wird?

17) Ein Schmied soll 4 Wagenräder beschlagen, von denen 2 einen Durchmesser von 9.5^{dm} , die anderen 2 einen Durchmesser von 11.2^{dm} haben; wie viel laufende Meter Eisen sind dazu erforderlich, wenn für jedes Rad wegen des Aufnietens 3^{cm} zugegeben werden?

18) Für ein dreieckiges Stück Land von 68^{m} Grundlinie und 45^{m} Höhe soll ein rechteckiges eingetauscht werden; welche Höhe muß dieses bekommen, wenn die Grundlinie 54^{m} ist, und beide Flächen gleich sein sollen?

19) In eine kreisrunde Büchse von 3.6^{cm} Durchmesser gehen 100 Stück Zündhölzchen; wie viel Zündhölzchen von derselben Dicke gehen in eine Büchse von 5^{cm} Durchmesser?

20) Ein Vergolder soll 6 Gemälde, jedes 0.64^{m} hoch und 0.48^{m} breit, mit Goldleisten einrahmen; a) wie viel Meter Goldleisten braucht er dazu, wenn jedes Rahmenstück 5^{cm} länger sein muß als die entsprechende Seite des Gemäldes; b) wie viel erhält er dafür, das laufende Meter zu 92 Kr. gerechnet?

21) Ein ebenes Dach von 6.2^{m} Länge und 5.6^{m} Breite ist mit Zinkplatten zu belegen; a) wie viel Platten von 1.5^{m} Länge und 0.8^{m} Breite sind dazu erforderlich, wenn an jeder Seite der Platte 3^{cm} durch die Falze verloren gehen; b) wie viel kosten dieselben, wenn jede Platte 6 Kilogr. wiegt und 1 Kilogr. Zinkplatte mit 48 Kr. bezahlt wird?

22) Einem Landwirte werden für eine rechtwinklige Wiese, welche 122.5^{m} lang und 88^{m} breit ist, 900 fl. geboten. Ehe er auf das Anbot eingeht, berechnet er den bisherigen Ertrag der Wiese. Das Hektar Wiesenland hat ihm durchschnittlich 2800 Kil. Heu à $2\frac{1}{2}$ fl. pr. 100 Kil. geliefert; dabei hatte er im ganzen 22 fl. Kosten. Würde er nun Gewinn oder Verlust haben, wenn er die Wiese für 900 fl. verkaufte und diese Summe zu 5% Zins anlegte?

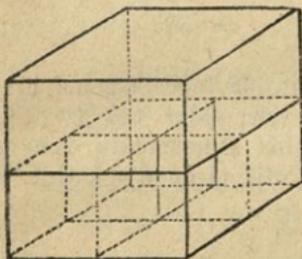
II. Körperberechnungen.

Die Oberfläche eines Körpers ist die Summe aller seiner Grenzflächen; sie wird durch das Quadratmaß gemessen.

Der Cubikinhalte eines Körpers ist die Größe des von seinen Grenzflächen eingeschlossenen Raumes; er wird durch das Cubikmaß bestimmt.

1. Der Cubus oder Würfel.

- 1) Die Kante eines Würfels beträgt 2^m ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalte desselben?



a) Eine Grenzfläche ist als Quadrat $= 2 \times 2 = 4 \square^m$, daher die Oberfläche $= 6 \text{ mal } 4 \square^m = 24 \square^m$.

b) Da die Grundfläche $= 2 \times 2 = 4 \square^m$, so lassen sich auf derselben 4 Cub.m auflegen, und zwar bis 1^m Höhe; zu dem zweiten Meter der Höhe gehört eine gleiche Querschicht von 4 Cub.m; der Cubikinhalte ist also gleich 2mal 4 Cub.m, oder $2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ Cub.m}$.

Den Cubikinhalte eines Würfels findet man also, indem man die Maßzahl seiner Kante dreimal als Factor setzt.

- 2) Berechne ebenso die Oberfläche und den Cubikinhalte eines Würfels, dessen Kante a) 3^{dm} , b) $2^m 8^{\text{dm}}$, c) 0.574^m ist.

- 3) Die Seite eines würfelförmig behauenen Steines ist $4^{\text{dm}} 2^{\text{mm}}$; wie groß ist dessen Cubikinhalte?

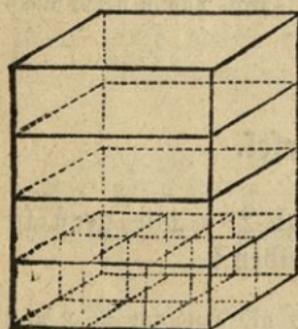
- 4) Ein würfelförmiges Gefäß hat $5^{\text{dm}} 7^{\text{cm}}$ innere Weite; wie viel Liter faßt es?

- 5) Wie viel wiegt ein gußeiserner Würfel von 2.75^{dm} Kantenlänge, wenn 1 Cub.^{dm} Gußeisen 7.21 Kilogr. wiegt?

- 6) Der Cubikinhalte eines Würfels ist a) 19.683 Cub.m , b) $314 \text{ Cub.}^{\text{dm}}$ $432 \text{ Cub.}^{\text{cm}}$; wie groß ist eine Seite desselben?

2. Das Prisma oder die Säule.

7) In einem rechtwinkligen Prisma ist die Grundfläche 3^m lang und 2^m breit, die Höhe beträgt 4^m ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalte des Prisma?



a) Die Grundfläche ist $= 3 \times 2 = 6 \square^m$; eben so groß ist die obere Grundfläche.

Jede Seitenfläche ist gleich der entsprechenden Seite der Grundfläche multipliziert mit der Höhe, folglich die Summe aller Seitenflächen, d. i. die Seitenoberfläche, gleich dem Umfange der Grundfläche multipliziert mit der Höhe des Prisma, somit $= 10 \times 4 = 40 \square^m$. Man hat also

$$\begin{array}{r} \text{doppelte Grundfläche} = 12 \square^m, \\ \text{Seitenoberfläche} = 40 \\ \hline \text{ganze Oberfläche} = 52 \square^m. \end{array}$$

b) Da die Grundfläche $3 \times 2 = 6 \square^m$ beträgt, so lassen sich auf derselben 6 Cub.m aufstellen, und zwar bis zu einer Höhe von 1^m ; so vielmal 1^m das Prisma hoch ist, so viele solche Querschichten von je 6 Cub.m enthält dasselbe; der Cubikinhalte ist also gleich 6×4 Cub.m, oder $3 \times 2 \times 4 = 24$ Cub.m.

Den Cubikinhalte eines rechtwinkligen Prisma findet man daher, indem man die Maßzahlen der Grundfläche und der Höhe (oder, was gleichviel ist, die Maßzahlen der Länge, Breite und Höhe) mit einander multipliziert.

Ebenso findet man auch den Cubikinhalte eines jeden andern Prisma, indem man die Maßzahl seiner Grundfläche mit der Maßzahl der Höhe multipliziert.

8) Berechne die Oberfläche und den Cubikinhalte folgender rechtwinkliger Prismen:

- | | | | |
|----|---|--|--|
| a) | Länge 25^{dm} , | Breite 18^{dm} , | Höhe 36^{dm} ; |
| b) | " $1 \cdot 56^{\text{m}}$, | " $1 \cdot 05^{\text{m}}$, | " $0 \cdot 84^{\text{m}}$; |
| c) | " $12^{\text{m}} 1^{\text{dm}} 4^{\text{cm}}$, | " $1^{\text{m}} 7^{\text{dm}} 5^{\text{cm}}$, | " $7^{\text{m}} 6^{\text{dm}} 8^{\text{cm}}$. |

9) Wie groß ist der Cubikinhalte folgender Prismen:

- | | | |
|----|---|-----------------------------------|
| a) | Grundfläche $128 \square^{\text{dm}}$, | Höhe 17^{dm} ? |
| b) | " $2 \cdot 376 \square^{\text{m}}$. | " $13 \cdot 4^{\text{dm}}$? |
| c) | " $31 \square^{\text{dm}} 56 \square^{\text{cm}}$, | " $5^{\text{dm}} 5^{\text{cm}}$? |

10) Wie lang ist die 7^m breite Grundfläche eines rechtwinkligen Prisma, das bei 6^m Höhe 546 Cub.^m enthält?

11) Ein Prisma ist $7 \cdot 2^m$ lang, $5 \cdot 4^m$ breit und $1 \cdot 2^m$ hoch; wie groß ist die Seite eines Würfels, der mit jenem Prisma gleichen Inhalt hat?

12) Ein Papparbeiter soll eine Schachtel von 6^{dm} Länge, $3 \cdot 5^{\text{dm}}$ Breite und $3 \cdot 2^{\text{dm}}$ Höhe machen; wie viel \square^{dm} Pappdeckel braucht er dazu, wenn der Deckel mit einem 3^{cm} breiten Schlusse versehen wird?

13) Ein Schulzimmer ist $11^m 4^{\text{dm}}$ lang, $8^m 5^{\text{dm}}$ breit und 4^m hoch; wie groß ist a) der Fußboden, b) der Rauminhalt des Schulzimmers?

14) Wie viel kostet eine Quadermauer von 32^m Länge, $2^m 2^{\text{dm}}$ Höhe und 8^{dm} Dicke, das Cub.^m zu 8 fl. 20 Kr. gerechnet?

15) Wie lang ist ein Kasten, welcher bei $1 \cdot 5^m$ Breite und $1 \cdot 6^m$ Höhe einen Raum von $4 \cdot 32 \text{ Cub.}^m$ einnimmt?

16) Wie viel Hektoliter Getreide kann ein Kasten von $2 \cdot 4^m$ Länge, $1 \cdot 2^m$ Breite und $0 \cdot 7^m$ Tiefe aufnehmen?

17) Wie tief muß ein Gefäß von $0 \cdot 5^m$ Länge und $0 \cdot 36^m$ Breite werden, damit es 60 Liter Wasser fasse?

18) Ein Tischler zahlt für 16 eichene Dielen, deren jede 5^m lang, 48^{cm} breit und 5^{cm} dick ist, 58 fl.; wie hoch kommt ihm das Cub.^m ?

19) Ein Balken ist 4^m lang und hat zu Grundflächen gleiche Trapeze, deren Parallelseiten 4^{dm} und 3^{dm} sind, und deren Höhe $1 \cdot 5^{\text{dm}}$ beträgt; wie groß ist der Inhalt?

20) 1 Cub.^{cm} Wasser wiegt 1 Gramm; wie viel wiegt ein mit Wasser gefülltes Blechkästchen von $1 \cdot 5^{\text{dm}}$ Länge, $1 \cdot 2^{\text{dm}}$ Breite und 8^{cm} Höhe, wenn das leere Blechkästchen 155 Gramm wiegt?

21) Wie viel Hufeisen à $\frac{1}{2}$ Kil. Gewicht können aus einer Eisenstange von $2 \cdot 8^m$ Länge, 4^{cm} Breite und 2^{cm} Dicke geschmiedet werden, wenn 1 Cub.^{dm} Schmiedeseisen $7 \cdot 79$ Kilogr. wiegt?

22) 1 \square^m Buchen-Brennholz hat 80^{cm} Scheitlänge; a) wie viel Sub.^{dm} nimmt es ein, b) wie viel wiegt es, wenn für die leeren Räume 30% in Abzug gebracht werden, und 1 Sub.^{dm} solides Buchenholz $\frac{3}{4}$ Kilogr. wiegt?

23) Ein rechteckiger Kasten von 2^m Länge, 1.5^m Breite und 1.2^m Höhe wird mit Steinkohlen gefüllt; wie groß ist das Gewicht dieser Steinkohlen, wenn man für die Zwischenräume 10% in Abrechnung bringt und wenn 1 Sub.^m Steinkohlen 1275 Kilogr. wiegt?

24) Aus 29 Sub.^m gebrannten Kalk erhält man 100 Sub.^m gelöschten Kalk; wie viel Sub.^m gebrannten Kalk braucht man, um eine Grube von 3.2^m Länge, 2.2^m Breite und 1.5^m Tiefe mit gelöschtem Kalk zu füllen?

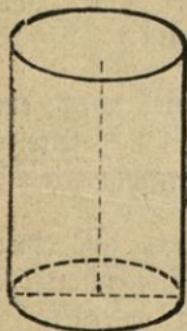
25) Der Dachraum einer Scheune bildet ein dreiseitiges Prisma, dessen Grundfläche 5.6^m zur Grundlinie und 5^m zur Höhe hat, und dessen Höhe (Länge des Daches) 8.4^m beträgt; wie viel Kil. Heu kann dieser Raum aufnehmen, wenn 1 Sub.^m Heu 114 Kilogr. wiegt?

26) Wie viel Sub.^m Erde müssen ausgegraben werden, um einen Graben zu erhalten, welcher 54^m lang, 1.6^m tief, und oben 2^m , unten 1.6^m breit ist?

Der Graben bildet ein liegendes Prisma, dessen Grundflächen Trapeze sind.

3. Der Cylinder oder die Rundsäule.

27) Die Höhe eines senkrechten Cylinders ist 12^{dm} , der Durchmesser der Grundfläche 8^{dm} ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalte des Cylinders?



$$\begin{aligned} \text{a) Umfang der Grundfläche} &= 8 \times 3\frac{1}{2} = 25.14^{dm} \\ \text{Inhalt} &= 25.14 \times 12 = 301.68 \square^{dm}. \end{aligned}$$

Denkt man sich den Mantel des Cylinders auf eine Ebene abgewickelt, so stellt er ein Rechteck vor, welches mit dem Cylinder gleiche Höhe hat, und dessen Grundlinie dem Umfange der Grundfläche des Cylinders gleich ist.

Die Mantelfläche eines senkrechten Cylinders findet man also, indem man die Maßzahl des Umfanges der Grundfläche mit der Maßzahl der Höhe multipliziert.

$$\begin{aligned} \text{Mantelfläche des Cylinders} &= 25 \cdot 14 \times 12 = 301 \cdot 68 \text{ } \square \text{ dm} \\ \text{Doppelte Grundfläche des Cylinders} & \dots = \frac{100 \cdot 56}{} \text{ } \\ \text{Oberfläche des Cylinders} & \dots \dots \dots = 402 \cdot 24 \text{ } \square \text{ dm.} \end{aligned}$$

b) Der Cylinder kann als ein Prisma betrachtet werden, dessen Grundflächen Kreise sind.

Den Cubikinhalte eines Cylinders findet man daher, indem man die Maßzahl der Grundfläche mit der Maßzahl der Höhe multipliciert.

$$\text{Inhalt} = 50 \cdot 28 \times 12 = 603 \cdot 36 \text{ Cub. dm.}$$

28) Berechne 1) die Mantelfläche, 2) die ganze Oberfläche, 3) den Cubikinhalte folgender senkrechter Cylinder:

- a) Durchmesser der Grundfläche 2^m , Höhe 7^m ;
 b) " " " $7 \cdot 12^{\text{dm}}$, " $4 \cdot 75^{\text{dm}}$;
 c) " " " $1^m 4^{\text{dm}} 6^{\text{cm}}$, " $2^m 8^{\text{dm}} 5^{\text{cm}}$;
 d) " " " $27^{\frac{3}{6}} \text{cm}$, " $27^{\frac{3}{4}} \text{cm}$.

29) Wie hoch ist ein Cylinder von $235 \cdot 7$ Cub. dm Inhalt, wenn der Halbmesser der Grundfläche $2 \cdot 5^{\text{dm}}$ beträgt?

30) Die Mantelfläche eines senkrechten Cylinders beträgt $7 \square^m 4 \square^{\text{dm}}$; der Umfang der Grundfläche $1 \cdot 76^m$; wie groß ist a) die Höhe, b) die Grundfläche, c) der Cubikinhalte des Cylinders?

31) Wie viel \square^{dm} Eisenblech braucht man für eine Dsenröhre, welche 5^m lang ist und 2^{dm} im Durchmesser hat?

32) Wie viel kostet eine Mühlwelle aus Eichenholz von 4^m Länge und $5 \cdot 2^{\text{dm}}$ Durchmesser, wenn das Cub. m mit 26 fl. bezahlt wird?

33) Wie viel Liter hält ein cylindrisches Gefäß von 34^{dm} Durchmesser und 28^{cm} Höhe?

34) Ein Klempner soll ein cylindrisches Gefäß, das 1 Liter hält, fertigen; wie hoch wird er dasselbe machen müssen, wenn der innere Durchmesser $8 \cdot 6^{\text{cm}}$ beträgt?

35) Welche Höhe wird ein Gefäß erhalten, das 2 Hektoliter fassen und $6 \cdot 35^{\text{dm}}$ im Durchmesser haben soll?

36) Welchen Druck übt eine Wasserfäule von $1 \cdot 8^m$ Höhe auf den Boden eines cylindrischen Gefäßes von 6^{dm} Durchmesser, wenn 1 Cub. dm Wasser 1 Kilogr. wiegt?

37) Welchen Wert hat ein Messingcylinder von 1^{dm} Durchmesser und 3.5^{dm} Höhe, wenn 1 Cub.^{dm} 8.4 Kilogr. wiegt und das Kilogr. Messing 1 fl. 20 Kr. kostet?

38) Ein cylindrischer Wasserbehälter von 1.6^{m} Höhe und 2.1^{m} Durchmesser soll mittelst eines Gefäßes, das 28 Liter hält, gefüllt werden; wie oft muß das letztere in den Behälter entleert werden?

39) Der Inhalt eines mit Wasser angefüllten cylindrischen Gefäßes von 4.2^{dm} Durchmesser und 3.6^{dm} Höhe wird in ein anderes cylindrisches Gefäß von 5^{dm} Durchmesser gegossen; wie hoch wird das Wasser in diesem Gefäße stehen?

40) Ein kreisrundes Bassin von 4.8^{m} Durchmesser und 1.4^{m} Tiefe soll durch eine Röhrenleitung, welche in der Secunde 0.7 Liter Wasser liefert, gefüllt werden; in welcher Zeit wird das ganze Bassin gefüllt sein?

41) In einem cylindrischen Gefäße von 3^{dm} Durchmesser, worin sich 2.7^{dm} hoch Wasser befand, war, nachdem man einen unregelmäßig geformten Stein hineingelegt hatte, das Wasser, das den Stein ganz bedeckte, bis zur Höhe 3.4^{dm} gestiegen; wie groß ist der Inhalt dieses Steines?

42) Ein runder Block hat 4.2^{m} Länge und 0.8^{m} Durchmesser; wie groß ist a) der Inhalt dieses Blockes, b) der Inhalt des daraus quadratisch behauenen Balkens?

Die Grundfläche des quadratischen Balkens findet man, wie Seite 159 (Aufg. 33) angegeben wurde.

43) Wie viel \square^{m} Brennholz von 64^{cm} Scheitlänge gibt ein Baumstamm, dessen mittlerer Umfang 2.6^{m} und dessen Länge 6.2^{m} ist, wenn 7 Cub.^m Holzmasse 10 Cub.^m geschichtetes Brennholz geben?

44) Wie viel wiegt eine cylindrische Röhre aus Gusseisen, wenn die Länge 1.4^{m} , die Weite im Lichten 3^{dm} , die Stärke der Röhre 2^{cm} beträgt und wenn das Cub.^{dm} Gusseisen 7.2 Kilogr. wiegt?

Die Röhre wird als der Unterschied der Inhalte zweier Cylinder berechnet.

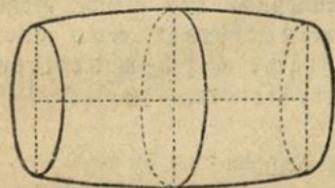
45) Eine gußeiserne Walze von 1.2^m Länge und 11^{cm} Durchmesser wird so weit abgedreht, daß der Durchmesser nur 9.5^{cm} beträgt; um wie viel ist die abgedrehte Walze kleiner als die frühere?

46) Wie viel Cub.^m Mauerwerk find an einem Brunnen von 10.25^m Tiefe, wenn die lichte Weite desselben 1.3^m und die Dicke der Umfangsmauer 0.5^m beträgt?

Ein Faß unterscheidet sich von einem Cylinder dadurch, daß sein Durchmesser am Spunde größer ist als jener der beiden Bodenflächen. Der Inhalt eines Fasses wird übrigens der Wahrheit sehr nahe kommend gefunden, indem man das Faß als einen Cylinder berechnet, dessen Höhe gleich ist der Länge des Fasses und dessen Durchmesser der dritte Theil aus der Summe des Boden- und des doppelten Spunddurchmessers ist.

Bei dieser Berechnung sind selbstverständlich die inneren Maßlängen des Fasses zu nehmen.

47) Wie groß ist der Inhalt eines Weinfasses von 9^{dm} Länge, wenn der Durchmesser seiner Bodenfläche 4.8^{dm} und die Spundtiefe 5.7^{dm} beträgt?



Bodendurchmesser	=	4.8^{dm}
Doppelte Spundtiefe	=	11.4^{dm}
		<u>$16.2:3$</u>
Durchmesser des Cylinders	=	5.4^{dm}
Grundfl. = $2.7 \times 2.7 \times 3\frac{1}{7}$	=	$22.91 \square^{dm}$
Inhalt = 22.91×9	=	206.19 Cub.^{dm}

48) Wie viel Liter kann ein Faß von 1.26^m Länge aufnehmen, wenn die Spundtiefe 84^{cm} , die Bodenweite 72^{cm} beträgt?

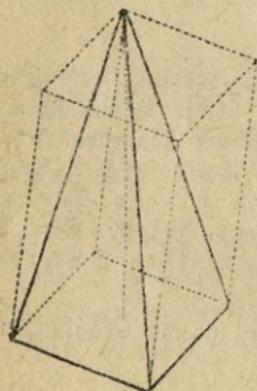
49) Wie viel Liter hält jedes der folgenden Fässer:

- a) 1.08^m Länge, 86^{cm} Spundtiefe, 62^{cm} Bodenweite?
 b) 1^m " 7.6^{dm} " 6.6^{dm} "
 c) 1.3^m " 9.5^{dm} " 8^{dm} "

50) Ein Faß von 6^{dm} Spund- und 4.5^{dm} Bodenweite soll 2 Hektoliter fassen; welche innere Länge wird man ihm geben?

4. Die Pyramide oder Spitzsäule.

51) Die Grundfläche einer 12^{dm} hohen Pyramide ist ein Quadrat von 6^{dm} Seitenlänge, die Seitenhöhe beträgt $12 \cdot 37^{\text{dm}}$; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalte der Pyramide?



$$\begin{aligned} \text{a) Umfang der Grundfläche} & \dots = 24^{\text{dm}} \\ \text{Inhalt} & \dots = 36 \square^{\text{dm}} \end{aligned}$$

Die Seitenoberfläche besteht aus 4 gleichen Dreiecken, deren Grundlinien den Umfang der Grundfläche der Pyramide bilden, und deren gemeinschaftliche Höhe die Seitenhöhe der Pyramide ist. Die Seitenoberfläche einer senkrechten Pyramide findet man daher, indem man die Maßzahl des Umfanges der Grundfläche mit der Maßzahl der Seitenhöhe multipliciert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Seitenoberfläche} = \frac{24 \times 12 \cdot 37}{2} = 148 \cdot 44 \square^{\text{dm}}$$

$$\text{Grundfläche} = 36$$

$$\text{ganze Oberfläche} = 184 \cdot 44 \square^{\text{dm}}$$

b) Der Inhalt einer Pyramide ist der dritte Theil von dem Inhalte eines Prisma, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat. Den Cubikinhalte einer Pyramide findet man also, indem man die Maßzahl der Grundfläche mit dem dritten Theile der Maßzahl der Höhe multipliciert.

$$\text{Inhalt} = 36 \times \frac{12}{3} = 144 \text{ Cub.}^{\text{dm}}$$

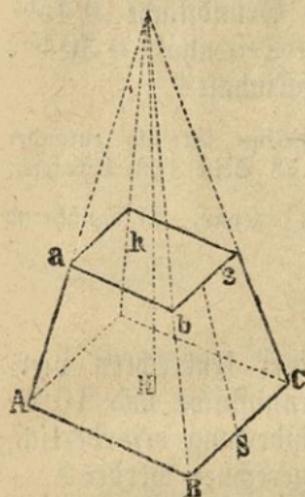
52) Berechne den Cubikinhalte folgender Pyramiden:

- a) Grundfläche $3 \square^{\text{m}}$, Höhe 3^{m} ;
 b) „ $0 \cdot 35 \square^{\text{m}}$, „ $0 \cdot 48^{\text{m}}$;
 c) „ $1 \square^{\text{m}} 56 \square^{\text{dm}} 24 \square^{\text{cm}}$, „ $1^{\text{m}} 7^{\text{dm}} 4^{\text{cm}}$.

53) Wie hoch ist eine Pyramide, deren Cubikinhalte $30 \cdot 8 \text{ Cub.}^{\text{dm}}$, und deren Grundfläche $7 \cdot 2 \square^{\text{dm}}$ beträgt?

54) Es seien 9^{dm} und 6^{dm} zwei parallele Kanten der beiden Grundflächen, 7^{dm} die Höhe eines senkrechten vierseitigen

Pyramidenstumpfes, und $7 \cdot 16^{\text{dm}}$ die Seitenhöhe desselben; a) wie groß ist die Oberfläche, b) der Cubikinhalte des Stumpfes?



a) Die Grundflächen des Stumpfes sind Quadrate.

Umfang der unteren Grundfl.	=	36 dm,
" " oberen " "	=	24 dm;
Inhalt " unteren " "	=	81 □ dm
" " oberen " "	=	36 □ dm.

Die Seitenoberfläche besteht aus 4 gleichen Trapezen, deren Parallelseiten zusammen die Umfänge der beiden Grundflächen des Pyramidenstumpfes bilden, und deren gemeinschaftliche Höhe die Seitenhöhe des Stumpfes ist. Die Seitenoberfläche eines senkrechten Pyramidenstumpfes findet man also, indem man die Summe aus den Maßzahlen der Umfänge der beiden Grundflächen mit der Maßzahl der Seitenhöhe multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Seitenoberfläche} = \frac{60 \times 7 \cdot 16}{2} = 214 \cdot 8 \text{ □ dm}$$

$$\begin{aligned} \text{beide Grundflächen} &= 117 \quad . \\ \text{ganze Oberfläche} &= 331 \cdot 8 \text{ □ dm.} \end{aligned}$$

b) Den Cubikinhalte eines Pyramidenstumpfes findet man, indem man von dem Inhalte der vollständigen Pyramide den Inhalt der Ergänzungspyramide subtrahiert.

Zuerst muß die Höhe der ganzen Pyramide gesucht werden.

Die Kanten Aa und Bb haben sich bei einer Höhe von 7 dm um $9 \text{ dm} - 6 \text{ dm} = 3 \text{ dm}$ genähert; damit sie zusammentreffen, d. i. sich um 9 dm nähern, muß die Höhe so oftmal 7 dm betragen, als 3 dm in 9 dm enthalten sind, also 3mal 7 dm = 21 dm. Die Höhe der vollständigen Pyramide ist demnach 21 dm, die Höhe der Ergänzungspyramide $21^{\text{dm}} - 7^{\text{dm}} = 14 \text{ dm}$.

$$\text{Inhalt der vollständigen Pyramide} = 81 \times \frac{21}{3} = 567 \text{ Cub. dm.}$$

$$\text{" " Ergänzungspyramide} = 36 \times \frac{14}{3} = 168 \quad "$$

$$\text{Inhalt der abgekürzten Pyramide} \dots = 399 \text{ Cub. dm.}$$

Annäherungsweise findet man den Cubikinhalte einer abgekürzten Pyramide, indem man die beiden Grundflächen addiert und die halbe Summe mit der Höhe multipliciert.

55) In einem senkrechten dreiseitigen Pyramidenstumpfe von 0.3^m Höhe beträgt jede Seite der unteren Grundfläche 0.45^m , jede Seite der oberen Grundfläche 0.3^m , und die Seitenhöhe 0.303^m ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalte?

Die beiden Grundflächen werden als gleichseitige Dreiecke entweder wie Aufgabe 47 Seite 161 oder wie Aufgabe 58 Seite 163, berechnet.

Der Cubikinhalte des Pyramidenstumpfes ist 1) genau, 2) annähernd zu bestimmen.

56) Ein Thurmdach hat die Form einer senkrechten vierseitigen Pyramide von 9.6 Umfang der Grundfläche und 10.2^m Seitenhöhe; wie viel \square^m Blech sind zur Eindeckung erforderlich, wenn für Verschnitt und Falze 6% hinzugerechnet werden?

57) Es soll eine senkrechte quadratische Pyramide von 2.61^m Höhe aus Eisen gegossen werden; wie groß wird das Gewicht derselben, wenn eine Seite der Grundfläche 0.6^m beträgt und 1 Cub.^{dm} Gusseisen 7.2 Kilogr. wiegt?

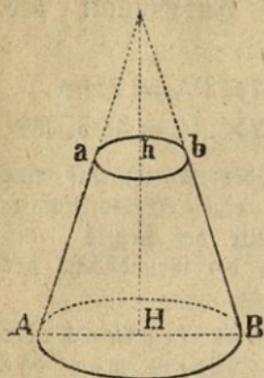
58) Eine 2.2^m tiefe Grube ist oben 4^m lang und 3.5^m breit, unten 3^m lang und 2.6^m breit; wie viel Cub.^m Erde sind erforderlich, um die Grube zuzuschütten? (Genau und annäherungsweise zu berechnen.)

59) Wie viel Liter faßt ein 6.4^{dm} tiefes Gefäß von der Form einer abgekürzten Pyramide, deren Grundflächen Quadrate von 4.8^{dm} und 3.2^{dm} Seitenlänge sind?

60) Ein vierkantig behauener Baumstamm von 5^m Länge ist an der einen Grundfläche 28^{cm} breit und 22^{cm} hoch, an der anderen 24^{cm} breit und 19^{cm} hoch; wie viel Cub.^m Holz enthält er?

5. Der Kegel.

61) In einem senkrechten Kegel beträgt der Durchmesser der Grundfläche 7^{dm} , die Höhe 12^{dm} und eine Seite 12.5^{dm} ;



Wird der Mantel des Regelstumpfes auf eine Ebene abgewickelt, so stellt er ein Kreisringstück vor; dieses aber kann man sich in sehr viele kleine Trapeze zerlegt denken, deren Parallelsseiten zusammen die Umfänge der beiden Grundflächen des Stumpfes bilden, und deren gemeinschaftliche Höhe die Seite des Stumpfes ist. Die Mantelfläche eines senkrechten Regelstumpfes findet man also, indem man die Summe aus den Maßzahlen der Umfänge der beiden Grundflächen mit der Maßzahl der Seite multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Mantelfläche} = \frac{31.43 \times 6.76}{2} = 106.23 \text{ } \square \text{ dm}$$

$$\begin{aligned} \text{beide Grundflächen} &= 45.57 \text{ „} \\ \text{ganze Oberfläche} &= 151.8 \text{ } \square \text{ dm} \end{aligned}$$

b) Den Cubikinhalte eines Regelstumpfes findet man, indem man von dem Inhalte des vollständigen Kegels den Inhalt des Ergänzungskegels subtrahiert.

Vor allem muß die Höhe des vollständigen Kegels gesucht werden. Die Seiten Aa und Bb haben sich bei einer Höhe von 6.4 dm um 7 dm — 3 dm = 4 dm genähert; damit sie zusammentreffen, d. i. sich um 7 dm nähern, muß die Höhe so oftmal 6.4 dm enthalten, als 4 dm in 7 dm enthalten sind, also 1.75mal 6.4 dm = 11.2 dm. Die Höhe des ganzen Kegels ist demnach 11.2 dm, die Höhe des Ergänzungskegels 11.2 dm — 6.4 dm = 4.8 dm.

$$\text{Inhalt des vollständigen Kegels} = 38.5 \times \frac{11.2}{3} = 143.73 \text{ Cub. dm}$$

$$\text{„ Ergänzungskegels} = 7.07 \times \frac{4.8}{3} = 11.31$$

$$\text{Inhalt des Regelstumpfes} = 132.42 \text{ Cub. dm}$$

In der Praxis begnügt man sich gewöhnlich mit einer angenäherten Bestimmung des Inhaltes eines Regelstumpfes, indem man diesen als einen Cylinder berechnet, dessen Grundfläche gleich ist der halben Summe aus den beiden Grundflächen des Stumpfes, und dessen Höhe die Höhe des Stumpfes ist.

65) Die Durchmesser der Grundflächen eines senkrechten abgekürzten Kegels sind 2.4 dm und 1.8 dm, die Höhe beträgt

3^{dm} , eine Seite $3 \cdot 02^{\text{dm}}$; wie groß ist a) die Mantelfläche, b) der Cubikinhalt des Kegelstumpfes? (Letzterer genau und angenähert zu berechnen.)

66) Die Mantelfläche eines senkrechten Kegels ist $20 \cdot 24 \square^{\text{dm}}$, die Seite $4 \cdot 6^{\text{dm}}$; wie groß ist der Halbmesser der Grundfläche?

67) Ein kegelförmiges Thurmdach soll mit Blech gedeckt werden; wie viel \square^{m} Blech sind erforderlich, wenn die Grundfläche $3 \cdot 2^{\text{m}}$ im Durchmesser hat und die Seitenlänge $10 \cdot 8^{\text{m}}$ beträgt, und wenn für Abfall und Falze 5% hinzugerechnet wird?

68) Wie viel \square^{m} Rinde hat ein Fichtenbaum von $9 \cdot 2^{\text{m}}$ Seitenhöhe, dessen Umfang am Stammende 2^{m} beträgt?

69) Welchen Wert hat eine Tanne, welche $12 \cdot 6^{\text{m}}$ hoch ist und unten $2 \cdot 2^{\text{m}}$ im Umfange hat, wenn das Cub.^m Holz mit 6 fl. 40 Kr. bezahlt wird?

70) Ein kegelförmiger Filtriertrichter soll 6 Liter fassen und oben 25^{cm} weit sein; wie viel muß dessen Tiefe betragen?

71) Wie viel wiegt ein Kegel aus Alabaster, welcher $2 \cdot 7^{\text{dm}}$ hoch ist und unten $0 \cdot 6^{\text{dm}}$ Durchmesser hat, wenn 1 Cub.^{dm} Alabaster 2.7 Kilogr. wiegt?

72) Aus einem kegelförmigen, mit Wasser gefüllten Gefäße von 21^{cm} Durchmesser und 15^{cm} Höhe wird das Wasser in ein cylindrisches Gefäß von 12^{cm} Durchmesser gegossen; wie hoch wird das Wasser in diesem Gefäße stehen?

73) Ein $2 \cdot 7^{\text{dm}}$ hohes Gefäß hat die Form eines abgekürzten Kegels, dessen Durchmesser an der Bodenfläche $2 \cdot 4^{\text{dm}}$ und an der oberen offenen Fläche $2 \cdot 7^{\text{dm}}$ ist; wie viel Liter faßt es?

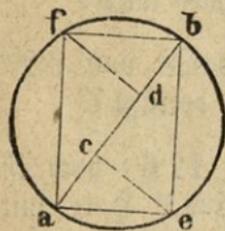
74) Ein in Form eines Kegelstumpfes anzufertigendes Gefäß soll unten $0 \cdot 72^{\text{m}}$ und oben $0 \cdot 84^{\text{m}}$ Umfang haben und 15 Liter fassen; wie hoch muß es gemacht werden?

75) Ein Baumstamm hat an dem einen Ende 92^{cm} , an dem andern 74^{cm} Umfang, die Länge beträgt 12^{m} ; wie groß ist dessen Cubikinhalt?

76) Berechne den Inhalt folgender Baumstämme:

- a) unterer Durchm. 40^{cm} , oberer Durchm. 27^{cm} , Länge 12.6^{m} ;
 b) " " 36^{cm} , " " 28^{cm} , " 11.5^{m} ;
 c) " " 43^{cm} , " " 25^{cm} , " 8.9^{m} .

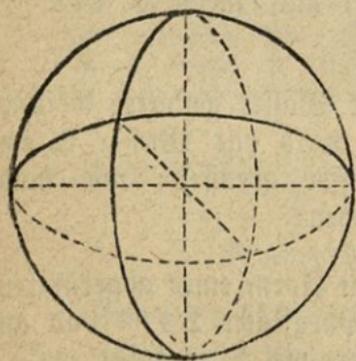
77) Ein Balken von rechteckigen Grundflächen, worin sich die Breite zur Höhe wie 5 : 7 verhält, hat, wenn er auf die schmale Seite gelegt wird, die größte Tragfähigkeit. Ein solcher Balken soll aus einem Rundholze von 5^{m} Länge, 42^{cm} unterem und 36^{cm} oberem Durchmesser gehauen werden; wie groß wird dessen Inhalt sein?



Um die Grundflächen des stärksten Balkens auf der Durchschnittsfläche des Rundholzes zu erhalten, theile man den Durchmesser ab in 3 gleiche Theile, errichte in den Theilungspunkten c und d die Senkrechten ce und df, und bilde das Rechteck aebf. Man findet die Breite ae dieses Rechteckes, indem man den Durchmesser mit 0.577 , und die Höhe af, indem man die Breite mit $\frac{7}{5}$ multipliciert.

6. Die Kugel.

78) Der Durchmesser einer Kugel ist 8^{dm} ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalte derselben?



a) Man hat gefunden, daß die Oberfläche einer Kugel 4mal so groß ist als eine größte Kreisfläche derselben.

$$\begin{aligned} \text{Größte Kreisfläche} &= 4 \times 4 \times 3\frac{1}{2} = \\ &= 50.285 \text{ } \square^{\text{dm}}. \text{ Oberfläche der Kugel} = 50.285 \\ &\times 4 = 201.14 \text{ } \square^{\text{dm}}. \end{aligned}$$

b) Wenn man durch den Mittelpunkt der Kugel sehr viele Ebenen legt, so zerfällt dadurch die Kugel in sehr viele kleine Pyramiden, die ihre Spitze im Mittelpunkte und daher zur gemeinschaftlichen Höhe den Halbmesser der Kugel haben, und deren Grundflächen zusammen die Oberfläche der Kugel bilden. Den Cubikinhalte einer Kugel findet man also, indem man die Maßzahl der Oberfläche mit dem dritten Theile der Maßzahl des Halbmessers multipliciert.

$$\text{Inhalt der Kugel} = 201.14 \times \frac{4}{3} = 268.19 \text{ Cub.dm.}$$

79) Wie groß ist 1) die Oberfläche, 2) der Cubikinhalte einer Kugel, deren Durchmesser a) 2^{m} , b) 1.25^{m} , c) 4^{dm} 3^{cm} 6^{mm} beträgt?

80) Der Halbmesser einer Kugel ist a) 0.28^m , b) 1^m 7^{dm} 24^{mm} ; wie groß ist 1) die Oberfläche, 2) der Inhalt?

81) Der größte Kreis einer Kugel hat 9.6^{dm} im Umfange; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Inhalt der Kugel?

82) Die Oberfläche einer Kugel beträgt $373.2526 \square^{cm}$; wie groß ist der Halbmesser?

83) Wie groß ist der Halbmesser einer Kugel, deren Cubikinhalte a) $33510.4 \text{ Cub.}^{cm}$, b) 5 Cub.^m 712 Cub.^{dm} beträgt?

84) Wie groß ist die Kante eines Würfels, der mit einer Kugel von 1.5^m Durchmesser gleichen Inhalt hat?

85) Wie groß ist der Halbmesser einer Kugel, welche denselben Inhalt hat als a) ein Würfel von 2.1^{dm} Kantenlänge, b) ein Cylinder von 0.12^m Höhe und 0.08^m Durchmesser?

86) Ein kugelrunder Thurmknopf von 1^m Durchmesser soll vergoldet werden; wie viel kostet die Vergoldung, wenn das \square^m mit 32 fl. 80 Kr. bezahlt wird?

87) Der Umfang des Erdäquators beträgt 5400 geogr. Meilen; wie groß ist die Oberfläche unserer Erde, wenn man diese als eine vollkommene Kugel betrachtet, von welcher der Äquator einen größten Kreis vorstellt?

(Statt $3\frac{1}{4}$, ist hier die Zahl 3.14159 anzuwenden.)

88) Der Durchmesser eines Erdglobus ist 32^{cm} ; wie verhält sich dessen Oberfläche zu der Oberfläche der Erde?

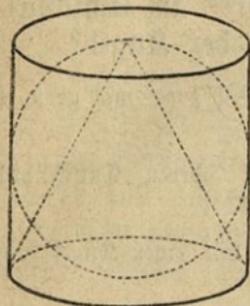
89) Wie groß ist das Gewicht einer Kugel aus Gusseisen von 3.2^{dm} Halbmesser, wenn 1 Cub.^{dm} 7.2 Kilogr. wiegt?

90) Wie viele Kugeln von 1.2^{cm} Durchmesser lassen sich aus einem prismatischen Stücke Blei von 18^{cm} Länge, 8^{cm} Breite und 3^{cm} Dicke gießen?

91) Der Umfang des äußeren größten Kreises einer Hohlkugel ist 1.2^m , die Wandstärke 2^{cm} ; wie groß ist der Inhalt der Kugelschale?

92) In einen Cylinder von 12^{cm} Durchmesser und 12^{cm} Höhe beschreibt man eine Kugel und einen senkrechten Kegel; a) wie groß ist der Cubikinhalte jedes dieser drei Körper,

b) wie verhalten sich die Inhalte des Kegels, der Kugel und des Cylinders zu einander?



$$\text{Cylinder: Grundfl.} = 6 \times 6 \times 3\frac{1}{7} = 113\frac{1}{7} \text{ dm}^2,$$

$$\text{Inh.} = 113\frac{1}{7} \times 12 = 1357\frac{5}{7} \text{ Cub. dm},$$

$$\text{Kugel: Oberfl.} = 6 \times 6 \times 3\frac{1}{7} \times 4 = 452\frac{4}{7} \text{ dm}^2,$$

$$\text{Inhalt} = 452\frac{4}{7} \times \frac{6}{3} = 905\frac{1}{7} \text{ Cub. dm},$$

$$\text{Kegel: Grundfl.} = 6 \times 6 \times 3\frac{1}{7} = 113\frac{1}{7} \text{ dm}^2,$$

$$\text{Inhalt} = 113\frac{1}{7} \times \frac{12}{3} = 452\frac{4}{7} \text{ Cub. dm},$$

$$\text{Kegel: Kugel: Cylinder} =$$

$$452\frac{4}{7} : 905\frac{1}{7} : 1357\frac{5}{7} = 1 : 2 : 3.$$

7. Bestimmung des Cubikinhaltes eines Körpers aus dessen Gewichte.

Die Größe des Druckes, den ein Körper auf seine Unterlage ausübt, heißt das Gewicht des Körpers. Das Gewicht, das einem Körper ohne Rücksicht auf seine Größe (auf seinen Cubikinhalte) zukommt, ist das absolute Gewicht desselben. Das Gewicht, welches eine Cubikeinheit, z. B. ein Cubik-Decimeter, des Körpers hat, nennt man dessen specifisches Gewicht. Z. B. 1 Cub. dm Gold wiegt 19·36 Kilogramme; diese sind das specifische Gewicht des Goldes für 1 Cub. dm als Raumeinheit.

Da 1 Cub. dm reines Wasser 1 Kilogr. wiegt, so enthält das specifische Gewicht eines Körpers für 1 Cub. dm auch die Angabe, wie vielmal so groß als das Gewicht eines bestimmten Raumtheiles reinen Wassers das Gewicht eines eben so großen Raumtheiles des betreffenden Körpers ist.

Specifische Gewichte einiger Körper: 1 Cub. Decimeter

Alabaster	wiegt	2·70 Kil.	Korholz	wiegt	0·24 Kil.
Bernstein	"	1·08 "	Kupfer, gehämmert	"	8·88 "
Blei	"	11·35 "	" gegoßen	"	8·79 "
Buchenholz	"	0·74 "	Marmor	"	2·72 "
Eichenholz	"	0·86 "	Messing (im Mittel)	"	8·40 "
Eisen, geschmiedet	"	7·79 "	Platin	"	21·45 "
" gegoßen	"	7·21 "	Quecksilber	"	13·60 "
Elfenbein	"	1·83 "	Silber	"	10·51 "
Fichtenholz	"	0·47 "	Steinkohle (im Mitt.)	"	1·30 "
Gold	"	19·36 "	Stahl	"	7·82 "
Granit (im Mittel)	"	2·70 "	Tannenholz	"	0·48 "
Kalkstein	"	0·46 "	Zinn	"	7·19 "
Kiefernholz	"	0·52 "	Zinn	"	7·29 "

93) Welchen Cubikinhalte nehmen 1800 Kilogramm Steinkohlen ein?

Da 1 Cub.^{dm} Steinkohle 1·3 Kil. wiegt, so nehmen 1800 Kil. Steinkohlen so viel Cub.^{dm} Raum ein, als wie oft 1·3 Kil. in 1800 Kil. enthalten sind.

$$1800 : 1·3 = 1384·6 \text{ Cub.}^{\text{dm}}$$

Den Cubikinhalte eines Körpers in Cubit-Decimeter findet man also, indem man das absolute Gewicht desselben in Kilogrammen durch das spezifische Gewicht dividiert.

94) Welchen Cubikinhalte hat ein Stück

a) Blei	von 60 Kil.?	g) Messing	von 38 Kil.?
b) Schmiedeseisen	" 150 " ?	h) Platin	" 75 " ?
c) Gusseisen	" 178 " ?	i) Silber	" 203 " ?
d) Gold	" 87 " ?	k) Stahl	" 64 " ?
e) geh. Kupfer	" 106 " ?	l) Zink	" 82 " ?
f) gegoff. Kupfer	" 138 " ?	m) Zinn	" 197 " ?

95) Welchen Cubikinhalte hat im lufttrockenen Zustande ein Balken

a) Buchenholz	von 325 Kil.?	c) Kiefernholz	von 957 Kil.?
b) Eichenholz	" 860 " ?	d) Tannenholz	" 609 " ?

96) Ein Schlauch faßt 18 Cub.^{dm}; wie viel wiegt das darin enthaltene Quecksilber?

1 Cub.^{dm} Quecksilber wiegt 13·6 Kilogr.; 18 Cub.^{dm} wiegen also $13·6 \times 18 = 244·8$ Kilogramm.

Das absolute Gewicht eines Körpers in Kilogrammen findet man also, indem man dessen spezifisches Gewicht mit der Maßzahl des in Cub.^{dm} ausgedrückten Cubikinhaltes multipliziert.

97) Berechne das absolute Gewicht folgender Körper:

a) 45 Cub. ^{dm}	Alabaster	g) 69·4 Cub. ^{dm}	Gusseisen
b) 16 "	Bernstein	h) 4·5 "	Gold
c) 18 "	Elfenbein	i) 17·83 "	Silber
d) 86 "	Granit	k) 93·26 "	Buchenholz
e) 40 "	Korkholz	l) 163·725 "	Eichenholz
f) 112 "	Marmor	m) 204·516 "	Fichtenholz.

Wiederholungsaufgaben.

1) Eine Rundsäule, welche 3.2^m hoch ist und 2.5^m im Umfange hat, soll mit Ölfarbe angestrichen werden; wie hoch kommt der Anstrich, wenn man für das \square^m 75 Kr. bezahlt?

2) Ein aufgeschütteter Kornhaufen hat die Form eines Kegels, dessen Höhe 1.4^m , und dessen Umfang am Boden 3.8^m beträgt; wie viel Hektoliter enthält der Haufen?

3) Eine Kiste mit Deckel ist von außen gemessen 1.3^m lang, 1^m breit und 0.8^m hoch; wie viel beträgt der innere Raum, wenn die Bretter 2^{cm} dick sind?

4) Ein rautenförmiger Garten enthält 6 Ar; wie groß ist darin die kürzere Diagonale, wenn die längere 48^m beträgt?

5) Wenn man den Durchmesser der Erde = $1719\frac{1}{2}$ Meilen und die Höhe ihrer Luftschichte = 11 Meilen setzt, wie groß ist der Inhalt der Luftschichte?

6) Ein Ziegelstein ist 3^{dm} lang, 1.5^{dm} breit und 0.6^{dm} dick; a) wie viel solcher Ziegelsteine braucht man zu einer Mauer, welche 10^m lang, 3^m hoch und 9^{dm} dick ist, wenn wegen der Kalkfugen 20% Ziegel in Abzug gebracht werden; b) wie viel kosten diese Ziegel, das Tausend zu 34 fl. 20 Kr. gerechnet?

7) Wie viel wiegt eine Rundsäule aus Marmor von 6.5^{dm} Durchmesser und 5.2^m Höhe, wenn 1 Cub.^m Marmor 2.7 Kilogramm wiegt?

8) Wie viel ist ein Balken von quadratischem Querschnitt wert, wenn er 3.2^m lang, an dem einen Ende 0.41^m , an dem andern 0.31^m stark ist, und wenn das Cub.^m mit 28 fl. bezahlt wird?

9) Es soll ein kreisrunder Teich mit einem Durchmesser von 36^m und einer Tiefe von 2.5^m gegraben werden; wie viel kostet das Ausgraben, wenn dabei 30 Arbeiter mit einem Tagelohn à 96 Kr. beschäftigt sind, und 1 Arbeiter täglich 3 Cub.^m ausgräbt?

10) Das Schwungrad an einer Maschine hat 2^m 8^{dm} Durchmesser; wie groß ist sein Umfang?

11) Die Grundfläche einer senkrechten, 3^m hohen Säule ist ein regelmäßiges Achteck von $4 \cdot 2^{dm}$ Seitenlänge; wie groß ist a) die Seitenoberfläche, b) die Grundfläche, c) der Inhalt dieser Säule?

12) Ein 4^{dm} hoher Zuckerhut hat an der Grundfläche einen Umfang von 6^{dm} ; wie viel ist er wert, wenn 1 Sub.^{dm} 1·6 Kilogr. wiegt und das Kilogr. 60 Kr. kostet?

13) Jeder Körper verliert, im Wasser gewogen, so viel von seinem Gewichte, als eine gleich große Wassermasse wiegt; wie viel wiegt im Wasser ein Körper von 2^m Länge, $1 \cdot 2^{dm}$ Breite und 1^{dm} Dicke, welcher in der Luft $4 \frac{1}{2}$ Kilogr. Gewicht hat?

14) Wie viel Bogen Papier von 48^{cm} Länge und 40^{cm} Breite sind zum Überkleben von 5 Kugeln erforderlich, deren jede 24^{cm} im Durchmesser hat, wenn für Verschnitt 5% dazugerechnet werden?

15) Ein Schlosser hat ein Fenstergitter von 8^{mm} starken Eisenstäben zu fertigen; dasselbe soll 5 verticale Stäbe zu $2 \cdot 2^m$ Länge und 9 Querstäbe zu $1 \cdot 1^m$ Länge haben; wie hoch berechnet sich das Gitter, wenn das Sub.^{dm} Eisen 7·8 Kilogr. wiegt und das Kilogr. mit 28 Kr. bezahlt wird?

16) Ein Gefäß von 5^{dm} Länge und 4^{dm} Breite ist zum Theile mit Wasser gefüllt; in dasselbe legt man einen Stein von unregelmäßiger Form, der vom Wasser ganz bedeckt wird; wie groß ist der Stein, wenn das Wasser dadurch um $1 \cdot 2^{dm}$ gestiegen ist?

17) Das Dach eines Thurmes wird von 8 Dreiecken gebildet, in deren jedem die Grundlinie 2^m und die Höhe $5 \cdot 2^m$ beträgt; wie hoch kommt die Eindeckung desselben mit Blechtafeln, wenn das \square^m 5 Kilogramm wiegt, 1 Kil. Blechtafel 46 Kr. kostet, für die Arbeit 90 Kr. pr. \square^m gezahlt und für Verschnitt und Falze 6% hinzugerechnet werden?

18) Welchen Durchmesser hat ein Kreis, in welchem ein Bogen von 5° a) 1^{dm} , b) 2.5^{dm} , c) 8.4^{dm} , d) 1.5^{m} lang ist?

19) Die Seitenoberfläche einer 4.5^{m} hohen senkrechten Säule, deren Basis ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge 0.5^{m} ist, soll einen Anstrich erhalten; wie viel kostet derselbe, wenn für das \square^{m} 72 Kr. gezahlt werden?

20) In ein cylindrisches Gefäß von 0.6 Durchmesser, das zum Theil mit Wasser gefüllt ist, werden 10 Kugeln, jede von 0.12^{m} Durchmesser, geworfen; um wie viel steigt dadurch das Wasser in dem Gefäße?

21) Ein Schmied hat auf die Räder eines Wagens neue Reife von 4^{mm} Dicke und 8^{cm} Breite zu machen; die zwei Vorderräder haben 0.8^{m} , die Hinterräder 1.2^{m} im Durchmesser; wie viel kostet das Beschlagen dieser Räder, wenn 1 Cub.^{dm} Schmiedeeisen 7.8 Kilogr. wiegt und das Kilogr. mit 36 Kr. bezahlt wird?

22) Aus einem Rundholze, welches 4.8^{m} lang ist, unten 52^{cm} , oben 40^{cm} im Durchmesser hat, soll der größte quadratische Balken bearbeitet werden; wie groß wird der Inhalt desselben sein?

Die Berechnung der quadratischen Endflächen des Balkens geschieht, wie in der Aufg. 33 Seite 159 angegeben wurde.

23) Es wird ein Keller von 9.8^{m} Länge, 7.5^{m} Breite und 2.8^{m} Tiefe gegraben und das dabei gewonnene lockere Erdreich auf Pferdefarren, von denen jeder 0.52 Cub.^m faßt, fortgeschafft; 10 Cub.^m feste Erdmasse geben beim Ausgraben 18 Cub.^m lockeres Erdreich. a) Wie viel Cub.^m fester Boden wird ausgegraben; b) wie viel kostet das Ausgraben, wenn für das Cub.^m 65 Kr. gezahlt werden; c) wie viel Cub.^m lockeres Erdreich erhält man; d) wie viel kostet das Fortschaffen desselben, wenn eine Fuhr 36 Kr. kostet?

Anhang.

Übersicht der wichtigsten Maße, Gewichte und Münzen.

I. Metrisches Maß- und Gewichtssystem.

In dem metrischen Maß- und Gewichtssysteme, das zuerst in Frankreich eingeführt wurde, bildet die Grundeinheit für alle Maße und Gewichte das Meter, welches französische Gelehrte als den zehnmillionsten Theil der Länge eines Erdmeridian-Quadranten annahmen.

Das Meter ist die Einheit des Längenmaßes. Die Einheit für das allgemeine Flächenmaß ist das Quadratmeter, für das Bodenflächenmaß das Ar = 100 Quadratmeter. Die Einheit für das allgemeine Körpermaß ist das Cubikmeter, welches als Holzmaß Ster heißt, und für das Hohlmaß das Liter = $\frac{1}{1000}$ Cubikmeter. Die Einheit des Gewichtes ist das Gramm, d. i. das Gewicht des in $\frac{1}{1000}$ Liter enthaltenen destillierten Wassers bei 4 Grad des 100theiligen Thermometers. Die Vielfachen und Untertheilungen sowohl der Längen-, als der Flächen-, Körper- und Gewichtsmäße werden nach dem Decimalsysteme gebildet, indem man vor den Namen der Einheit bei den Vielfachen griechische, bei den Untertheilungen lateinische Zahlwörter setzt. Es wird demnach das 10fache der Einheit durch das vorgesezte Wort Deka, das 100fache durch Hekto, das 1000fache durch Kilo und das 10000fache durch Myria, dagegen der 10te Theil der Einheit durch das vorgesezte Wort Deci, der 100ste Theil durch Centi, der 1000ste Theil durch Milli ausgedrückt. Hiernach ergibt sich für das metrische Maßsystem, übereinstimmend mit unserem Zahlensysteme, folgender Bau:

Vielfache				Einheit	Untertheilungen		
Myria	Kilo	Hekto	Deka	Meter, Ar, Ster, Liter, Gramm	Deci	Centi	Milli
10000	1000	100	10		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

Aus dieser allgemeinen Zusammenstellung folgt für die einzelnen französischen Maße nachstehende Gliederung:

Längenmaß.

1 Myriameter (Mm) = 10000 Met.	1 Meter (m) (Einheit) = 1 Met.
1 Kilometer (Km) = 1000 "	1 Decimeter (dm) = $\frac{1}{10}$ "
1 Hektometer (Hm) = 100 "	1 Centimeter (cm) = $\frac{1}{100}$ "
1 Dekameter (Dm) = 10 "	1 Millimeter (mm) = $\frac{1}{1000}$ "

Allgemeines Flächenmaß.

1 \square Mm = 10000000 \square m	1 \square m (Einheit) = 1 \square m
1 \square Km = 1000000 "	1 \square dm = $\frac{1}{100}$ "
1 \square Hm = 10000 "	1 \square cm = $\frac{1}{10000}$ "
1 \square Dm = 100 "	1 \square mm = $\frac{1}{1000000}$ "

Bodenflächenmaß.

1 Myriar (Ma) = 1000 Ar = 1000000 \square m
1 Hektar (Ha) = 100 " = 10000 "
1 Ar (a) (Einheit) = 1 " = 100 "
1 Centiar (ca) = $\frac{1}{100}$ " = 1 "

Allgemeines Körpermaß.

1 Sub.Mm = 1000000000000 C^m	1 Sub.m (Einh.) = 1 C^m
1 Sub.Km = 1000000000 "	1 Sub.dm = $\frac{1}{1000}$ "
1 Sub.Hm = 1000000 "	1 Sub.cm = $\frac{1}{1000000}$ "
1 Sub.Dm = 1000 "	1 Sub.mm = $\frac{1}{1000000000}$ "

Holzmaß.

1 Deka-Ster (Dst) = 10 Ster (Sub.m)
1 Ster (st) (Einheit) = 1 "
1 Deci-Ster (dst) = $\frac{1}{10}$ "

Hohlmaß.

1 Kiloliter (Kl) = 1000 Lit. (C ^b .dm)	1 Liter (l) (Einh.) = 1 Lit. (C ^b .dm)
1 Hektolit. (Hl) = 100 "	1 Deciliter (dl) = $\frac{1}{10}$ Liter
1 Dekaliter (Dl) = 10 "	1 Centiliter (cl) = $\frac{1}{100}$ "

Gewichtsmaß.

1 Myriagramm (Mg) = 10000 Gr.	1 Gramm (g) (Einh.) = 1 Gramm
1 Kilogramm (Kg) = 1000 "	1 Decigramm (dg) = $\frac{1}{10}$ "
1 Hektogramm (Hg) = 100 "	1 Centigramm (cg) = $\frac{1}{100}$ "
1 Dekagramm (Dg) = 10 "	1 Milligramm (mg) = $\frac{1}{1000}$ "

II. Maße, Gewichte und Münzen der österreichisch-ungarischen Monarchie.

Die neuen österreichischen Maße und Gewichte sind die metrischen, nur mit dem Unterschiede, daß jene Maßglieder des französischen Systems, welche für das practische Leben und für die Wissenschaft entbehrlich erscheinen, in die österreichische Maß- und Gewichtsordnung nicht aufgenommen wurden, und daß nicht das Gramm, sondern das Kilogramm die Einheit des Gewichtes bildet.

a. Längenmaße.

1. Neue Längenmaße.

Die Einheit des Längenmaßes ist das Meter. Untertheilungen: das Decimeter = $\frac{1}{10}$ Meter, das Centimeter = $\frac{1}{100}$ Meter und das Millimeter = $\frac{1}{1000}$ Meter. Vielfache: das Kilometer = 1000 Meter und das Myriameter = 10000 Meter.

2. Frühere Längenmaße.

Die Einheit war der Wiener Fuß ('), welcher in 12 Zoll (") à 12 Linien (") eingetheilt wurde; 6 Fuß = 1 Klafter (°); 4000 W. Klafter = 1 österreichische Postmeile.

Eine geographische Meile, d. i. der 15te Theil eines Grades des Erdäquators, beträgt 3912.735 W. Klafter = 0.978184 ö. Meilen; umgekehrt ist 1 österr. Meile = 1.022302 geogr. Meilen.

Die Wiener Elle = 2.46 W. Fuß wurde in halbe Ellen, Viertel, Achtel, auch in Drittel und Sechstel getheilt.

3. Verhältnis zwischen den neuen und den früheren Längenmaßen.

1 Meter	= 3.16375 W. Fuß, angenähert $3\frac{1}{8}$ Fuß;
1 Meter	= 1.28608 W. Ellen, " $1\frac{2}{7}$ Ellen;
1 Kilometer	= 0.13182 ö. Meilen, " $\frac{2}{15}$ Meilen;
1 Myriameter	= 1.31823 ö. Meilen, " $1\frac{1}{22}$ Meilen.

1 Fuß	= 0.31608 Meter, angenähert $\frac{6}{19}$ Meter;
1 Elle	= 0.77756 Meter, " $\frac{7}{9}$ Meter;
1 ö. Meile	= 7.58594 Kilometer, " $7\frac{1}{2}$ Kilometer;
1 ö. Meile	= 0.75859 Myriam., " $\frac{22}{29}$ Myriameter.

b. Flächenmaße.

1. Neue Flächenmaße.

Die allgemeinen Flächenmaße sind die Quadrate der Längenmaße. $1 \square^{\text{mm}}$ hat $100 \square^{\text{km}}$ à 1000000 \square^{m} ; $1 \square^{\text{m}}$ hat $100 \square^{\text{dm}}$ à $100 \square^{\text{cm}}$ à $100 \square^{\text{mm}}$.

Die Einheit des Bodenflächenmaßes ist das Ar = 100 □^m. Vielfaches: das Hektar = 100 Ar.

2. Frühere Flächenmaße.

$$1 \text{ □}^0 = 36 \text{ □}' \text{ à } 144 \text{ □}'' \text{ à } 144 \text{ □}'''.$$

Als Bodenflächenmaß diente das Joch = 1600 □⁰; 1 österr. □⁰ Weile = 10000 Joch. 1 österr. □⁰ Weile = 1·045102 geogr. □⁰ Weilen; 1 geogr. □⁰ Weile = 0·956844 österr. □⁰ Weilen.

3. Verhältnis zwischen den neuen und den früheren Flächenmaßen.

1 □ ^m	=	10·00931 □ Fuß,	angenähert	10 □ Fuß;
1 □ ^m	=	0·27804 □ Klafter,	"	$\frac{5}{18}$ □ Klafter;
1 Ar	=	27·80364 □ Klafter,	"	$27\frac{3}{5}$ □ Klafter;
1 Hektar	=	1·73773 W. Joch,	"	$1\frac{3}{4}$ Joch;
1 □ ^{Mm}	=	1·73773 ö. □ Weil.,	"	$1\frac{3}{4}$ ($1\frac{45}{61}$) □ Weilen.

1 □ Fuß	=	0·09991 □ ^m ,	angenähert	$\frac{1}{10}$ □ ^m ;
1 □ Klafter	=	3·59665 □ ^m ,	"	$3\frac{3}{5}$ □ ^m ;
1 □ Klafter	=	0·03597 Ar,	"	$\frac{5}{139}$ Ar;
1 W. Joch	=	0·57546 Hektar,	"	$\frac{4}{7}$ Hektar;
1 ö. □ Weil.	=	0·57546 □ ^{Mm} ,	"	$\frac{4}{7}$ ($\frac{61}{108}$) □ ^{Mm} .

c. Körpermaße.

1. Neue Körpermaße.

Die allgemeinen Körpermaße sind die Würfel der Längenmaße. 1 Cub.^{Mm} hat 1000 Cub.^{Km} à 1000000000 Cub.^m; 1 Cub.^m hat 1000 Cub.^{dm} à 1000 Cub.^{cm} à 1000 Cub.^{mm}.

Die Einheit des Hohlmaßes ist das Liter = 1 Cub.^{dm}. Untertheilungen: das Deciliter = $\frac{1}{10}$ Liter und das Centiliter = $\frac{1}{100}$ Liter. Vielfaches: das Hektoliter = 100 Liter.

2. Frühere Körpermaße.

$$1 \text{ Cub.}^0 = 216 \text{ Cub.}' \text{ à } 1728 \text{ Cub.}'' \text{ à } 1728 \text{ Cub.}'''.$$

Für das Getreidemaß war: 1 Mut = 30 Mezen; 1 Mezen hatte 2 Halbe, 4 Viertel oder 8 Achtel; 1 Achtel hatte 2 Müllermaßel à 4 Futtermaßel à 2 Becher. 1 Wiener Mezen = 1·9471 W. Cubiffuß.

Für das Flüssigkeitsmaß war: 1 Eimer = 40 Maß à 4 Seidel. 1 W. Eimer = 1·792 W. Cubiffuß.

3. Verhältniß zwischen den neuen und den früheren Körpermaßen.

1 Cub. ^m	=	31·66695 Cub. ^l ,	angenähert	32 Cub. ^l ;
1 Cub. ^m	=	0·14661 Cub. ^o ,	"	$\frac{5}{34}$ Cub. ^o ;
1 Hektoliter	=	1·62637 Meßen,	"	$1\frac{5}{8}$ Meßen;
1 Hektoliter	=	1·76713 Eimer,	"	$1\frac{7}{8}$ Eimer;
1 Liter	=	0·70685 Maß,	"	$\frac{5}{7}$ Maß.

1 Cub. ^l	=	0·03158 Cub. ^m ,	angenähert	$\frac{1}{32}$ Cub. ^m ;
1 Cub. ^o	=	6·82099 Cub. ^m ,	"	$6\frac{2}{3}$ Cub. ^m ;
1 Meßen	=	0·61487 Hektol.,	"	$\frac{3}{13}$ Hektol.;
1 Eimer	=	0·56589 Hektol.,	"	$\frac{9}{16}$ Hektol.;
1 Maß	=	1·41472 Liter,	"	$1\frac{2}{5}$ Liter.

d. Gewichte.

1. Neue Gewichte.

Die Einheit des Gewichtes ist das Kilogramm, gleich dem Gewichte eines Cubikdecimeters (Liters) destillierten Wassers im luftleeren Raume bei der Temperatur von 4 Grad des 100theiligen Thermometers. Untertheilungen: das Dekagramm = $\frac{1}{100}$ Kilogramm, das Gramm = $\frac{1}{1000}$ Kilogramm, das Decigramm = $\frac{1}{10}$ Gramm, das Centigramm = $\frac{1}{100}$ Gramm und das Milligramm = $\frac{1}{1000}$ Gramm. Vielfache: die Tonne = 1000 Kilogr.; der metrische Centner = 100 Kilogr.

Der Feingehalt sowohl der Münzen als des ungemünzten Goldes und Silbers wird in Tausendtheilen ausgedrückt. Z. B. Der Feingehalt des Goldes oder Silbers ist 900 Tausendtheile ($\frac{900}{1000}$ oder $\frac{9}{10}$), heißt: unter 1000 Gewichtstheilen des legierten Metalls sind 900 Theile Gold oder Silber und 100 Theile Zusatz (Kupfer). Feines Gold oder Silber ist 1000 tausendtheilig.

2. Frühere Gewichte.

Das Handelsgewicht. 1 Wiener Centner hatte 100 Wiener Pfund (P) à 32 Loth à 4 Quentchen.

Das Münz- und Silbergewicht. Die Einheit war die Wiener Mark; sie hatte 16 Loth à 4 Quentchen à 4 Pfennige oder Denare à 2 Heller à 128 Richtpfennige. — Als Münzgewicht diente in Oesterreich, wie auch in Deutschland, meistens die kölnische Mark, welche in Wien = 233·87 Gramm angenommen wurde. Seit 1858 wurde bei der Aus-

münzung das Zollpfund oder Münzpfund = 500 Gramm zu Grunde gelegt.

Das Apothekergewicht. Das Apothekerpfund hatte 12 Unzen à 8 Drachmen à 3 Scrupel à 20 Apothekergran; 1 Unze = 2 Loth W. Handelsgewicht.

Außerdem bestand noch ein besonderes Ducatengewicht und ein Sumelengewicht.

Zur Prüfung des Feingehaltes des Goldes und des Silbers wurde beim Golde die Mark in 24 Karat à 12 Grän, beim Silber in 16 Loth à 18 Grän eingetheilt. Feines Gold ohne Zusatz hieß 24karatig; 18karatig war das legierte Gold, wenn es in einer Mark 18 Theile feines Gold und 6 Theile Zusatz enthielt. Feines Silber ohne Zusatz war 16löthig; 13löthig hieß solches Silber, welches 13 Theile feines Silber und 3 Theile Zusatz enthielt.

3. Verhältniß zwischen den neuen und den früheren Gewichten.

1 Kilogr. = 1·78552 W. Pfund, angenähert $1\frac{1}{5}$ Pfund;
1 Dekagr. = 0·57137 W. Loth, " $\frac{3}{7}$ Loth;
1 Kilogr. = 3·56293 W. Mark, " $3\frac{3}{7}$ Mark;
1 Kilogr. = 2·38070 Apoth. Pf., " $2\frac{2}{5}$ Ap. Pfund.

1 W. Pfund = 0·56006 Kilogr., angenähert $\frac{5}{9}$ Kilogr.
1 W. Loth = 1·75019 Dekagr., " $1\frac{3}{4}$ Dekagr.
1 W. Mark = 0·28067 Kilogr., " $\frac{7}{25}$ Kilogr.
1 Apoth. Pf. = 0·42005 Kilogr., " $\frac{5}{12}$ Kilogr.

e. Zeit-, Winkel- und Papiermaße.

1. Die Zeit wird nach Jahren, Monaten, Tagen, u. s. w. bestimmt. 1 Jahr hat 12 Monate. 1 Monat wird in der Zinsrechnung gewöhnlich zu 30 Tagen, somit das Jahr zu 360 Tagen angenommen. Nach dem Kalender hat der Monat Februar 28 oder 29 Tage, April, Juni, September und November haben je 30, die übrigen Monate je 31 Tage, so daß auf ein gemeines Jahr 365, auf ein Schaltjahr 366 Tage kommen. 1 Woche hat 7 Tage, 1 Tag 24 Stunden, 1 Stunde 60 Minuten, 1 Minute 60 Secunden.

2. Der Umfang eines jeden Kreises wird in 360 Grade eingetheilt. Jedem Bogengrade entspricht am Mittelpunkte des

Kreises ein Winkel, welcher gleichfalls ein Grad genannt wird. 1 Grad (°) hat 60 Minuten, 1 Minute (′) 60 Sekunden (″).

3. Ein Ballen Papier hat 10 Ries, 1 Ries 20 Buch, 1 Buch Schreibpapier 24, ein Buch Druckpapier 25 Bogen. Außerdem besteht auch folgende decimale Eintheilung: 1 Ries hat 10 Buch, 1 Buch 10 Hefte, 1 Heft 10 Bogen.

f. Geld und Münzen.

1. Der gesetzliche Münz- und Rechnungsfuß der österreichisch-ungarischen Monarchie ist die österreichische Währung, wornach aus 500 Gramm feinen Silbers 45 Gulden geprägt werden. 1 Gulden (fl.) hat 100 Kreuzer (kr.)

2. Vor dem Jahre 1858 rechnete man in Oesterreich nach Gulden Conventions-Münze, von denen 20 Stück eine kölnische Mark feinen Silbers enthielten; 1 Gulden C. M. hatte 60 Kr. à 4 Pfennige. 100 fl. C. M. = 105 fl. österr. Währ.

3. Geprägte Münzen.

Goldmünzen: Achtguldenstücke und Vierguldenstücke; von den ersteren werden aus dem halben Kilogramm $\frac{1}{10}$ feinen Goldes $77\frac{1}{2}$, von den letzteren 155 Stück ausgeprägt. Auch werden noch die Ducaten, und zwar 67 Stück aus einer köln. Mark $23\frac{1}{2}$ Karat feinen Goldes geprägt.

Diese Goldmünzen sind bloß Handelsmünzen und haben keinen festen Wert. Nimmt man $15\frac{1}{2}$: 1 als das Wertverhältnis zwischen Gold und Silber an, so ist 1 Achtguldenstück 8 fl. 10 Kr., 1 Vierguldenstück 4 fl. 5 Kr. und 1 Ducaten 4 fl. 80 Kr. ö. W. in Silber wert.

Silbermünzen: Zweigulden-, Gulden- und Viertelguldenstücke in österr. Währ. als Landesmünze; dann Stücke zu 20, 10 und 5 Kr. als Silber-Scheidemünze.

Kupfer-Scheidemünzen: Stücke zu 4, 1 und $\frac{1}{2}$ Kreuzer.

4. An Papiergeld hat man: Banknoten zu 10, 100 und 1000 Gulden, und Staatsnoten zu 1, 5 und 50 Gulden ö. W.

III. Die wichtigsten ausländischen Maße, Gewichte und Rechnungsmünzen.

1. Belgien.

Maße, Gewichte und Münzen, wie in Frankreich.

2. Deutschland.

Längenmaße. 1 Stab (Meter) = 100 Neuzoll (Centimeter) à 10 Strich (Millimeter). 10 Stab = 1 Kette (Dekagrameter), 1000 Stab = 1 Kilometer; 7500 Meter = 1 Meile.

Feldmaße. 1 Ar = 100 □ Stab, 1 Hektar = 100 Ar.

Körpermaße. 1 Kubik-Stab = 1000 Kannen (Liter) à 2 Schoppen. 50 Kannen = 1 Scheffel, 100 Kannen = 1 Faß (Hektoliter).

Gewichte. 1 Kilogramm = 2 Pfund = 1000 Gramm à 10 Decigramm à 10 Centigramm à 10 Milligramm. 10 Gramm = 1 Neuloth (Dekagramm), 50 Neuloth = 1 Pfund. 50 Kilogramm = 100 Pfund = 1 Centner; 1000 Kilogramm = 20 Centner = 1 Tonne.

Rechnungsmünzen. Man rechnet in der Goldwährung nach Reichsmark à 100 Pfennige. 1 Mark = 50 kr. ö. W. in Silber.

3. England.

Längenmaße. 1 Fuß = 0.3048 Meter; 1 Yard = 3 Fuß = 0.9144 Meter.

Feldmaß. 1 Acre = 0.4047 Hektar.

Getreidemaße. 1 Quarter hat 8 Bushels à 8 Gallons, und ist = 2.9078 Hektoliter.

Flüssigkeitsmaß. 1 Gallon = 4.5435 Liter.

Gewichte. Das Troy-Pfund (für Münzen, Gold und Silber) hat 12 Unzen und ist = 0.3733 Kilogr. Das Handelspfund (Avoir-du-poids) ist = 0.4536 Kilogr. und wird in 16 Unzen eingetheilt. 1 Centner hat 112 Pfund; 20 Centner = 1 Tonne.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Pfund oder Livres Sterling à 20 Schilling à 12 Pence oder Deniers. Der Sovereign (eine Goldmünze) gilt 1 Pfund Sterling und ist = 10·1051 fl. ö. W. in Silber.

4. Frankreich.

Die metrischen Maße und Gewichte, welche in Frankreich gesetzlich eingeführt sind, wurden schon oben unter I. erklärt.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Francs à 100 Centimes. 1 Franc = 0·405 fl. ö. W.

5. Holland.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Gulden à 100 Cents. 1 Gulden holl. = 0·8505 fl. ö. W.

6. Italien.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. 1 Lira à 100 Centesimi = 1 Franc = 0·405 fl. ö. W.

7. Rußland.

Längenmaße. 1 Saschen = 7 Fuß, 1 Fuß = 0·3048 Meter; 1 Arschin (Elle) = 0·7112 Meter.

Feldmaß. 1 Dessetine = 1·0925 Hektar.

Getreidemaß. 1 Tschetwert = 2·099 Hektoliter.

Flüssigkeitsmaß. 1 Wedro hat 10 Kruschke und ist = 12·299 Liter.

Gewichte. 1 Pud hat 40 Pfund à 96 Solotnik; 1 Pfund = 0·4095 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. 1 Rubel à 100 Kopeken = 1·6192 fl. ö. W.

8. Schweiz.

Längenmaße. 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Klafter = 6 Fuß à 10 Zoll à 10 Linien; 1 Fuß = 0·3 Meter. 1 Elle = 2 Fuß = 0·6 Meter.

Feldmaß. 1 Fuchart von 400 □ Ruthen = 0·36 Hektar.

Getreidemaße. 1 Malter = 10 Viertel à 10 Immi oder à 16 Mäßlein; 1 Malter = 1·5 Hektol.

Flüssigkeitsmaße. 1 Ohm hat 100 Maß; 1 Maß = 1·5 Liter.

Gewichte. 1 Centner hat 100 Pfund à 32 Loth à 4 Quentchen; 1 Pfund = 0·5 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Franken à 100 Rappen. 1 Frank = 0·405 fl. ö. W.

9. Türkei.

Seit 13. März 1871 ist gesetzlich das metrische System eingeführt; thatsächlich sind noch die alten Maße und Gewichte im Gebrauche.

Längenmaße. 1 Pic = 0·6831 Meter, 1 Endasch = 0·6528 Meter.

Getreidemaß. 1 Kilo = 0·3527 Hektoliter.

Flüssigkeitsmaß. 1 Almud = 5·2047 Liter.

Gewichte. 1 Kantar = 44 Oke = 100 Kottel; 1 Oka = 1·2809 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Piafter à 40 Para. 1 Piafter = 0·0899 fl. ö. W. Größere Summen berechnet man nach Beuteln à 500 Piafter.

Inhalt.

Erster Abschnitt.

Wiederholungsaufgaben über das Rechnen mit ganzen und Decimalzahlen.

	Seite
1. Das Addieren	3
2. Das Subtrahieren	5
3. Das Multiplicieren. Rechnungsvortheile und abgekürzte Multiplication der Decimalbrüche	7
4. Das Dividieren. Rechnungsvortheile und abgekürzte Division der Decimalbrüche	11
Aufgaben über die Multiplication und Division als Schlussrechnungen	16

Zweiter Abschnitt.

Theilbarkeit der Zahlen.

1. Kennzeichen der Theilbarkeit	20
2. Größtes gemeinschaftliches Maß	22
3. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches	23
Wiederholungsaufgaben	24

Dritter Abschnitt.

Das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

1. Verwandlung ganzer oder gemischter Zahlen in unechte Brüche, und umgekehrt	28
2. Vergleichung des Wertes der Brüche	29
3. Erweitern der Brüche	31
4. Gleichnamigmachen der Brüche	—
5. Abkürzen der Brüche	33
6. Verwandeln gemeiner Brüche in Decimalbrüche und umgekehrt	34
7. Addieren	35
8. Subtrahieren	37
9. Multiplicieren	39
10. Dividieren	44
Wiederholungsaufgaben	49

Vierter Abschnitt.

Quadrieren und Cubieren, Ausziehen der Quadratwurzel und der Cubikwurzel.

	Seite
1. Das Quadrieren	52
2. Das Ausziehen der Quadratwurzel	54
3. Das Cubieren	57
4. Das Ausziehen der Cubikwurzel	60
Wiederholungsaufgaben	63

Fünfter Abschnitt.

Verhältnisse und Proportionen.

I. Verhältnisse	65
II. Proportionen	68
III. Anwendung der Proportionen	69
IV. Zusammengesetzter Dreisatz	75
Wiederholungsaufgaben	77

Sechster Abschnitt.

Angewandte Verhältnissrechnungen.

I. Die Procentrechnung	80
II. Die Zinsrechnung	85
A. Einfache Zinsen und Discout	—
B. Zinseszinsen	91
III. Die Terminrechnung	94
IV. Die Theilregel	96
V. Die Alligationrechnung	99
VI. Die Kettenrechnung	100
Wiederholungsaufgaben	102

Siebenter Abschnitt.

Rechnungen für besondere Berufszweige.

I. Haushaltungsrechnungen	107
II. Landwirtschaftliche Rechnungen	116
III. Gewerbliche Rechnungen	131
IV. Kaufmännische Rechnungen	142

Achter Abschnitt.

Die Raumgrößenrechnung.

	Seite
I. Flächenberechnungen	155
Wiederholungsaufgaben	168
II. Körperberechnungen	171
Wiederholungsaufgaben	188

Anhang.

Übersicht der wichtigsten Maße, Gewichte und Münzen.

I. Metrisches Maß- und Gewichtssystem	191
II. Österreichisch-ungarische Maße, Gewichte und Münzen	193
III. Die wichtigsten ausländischen Maße, Gewichte und Rechnungsmünzen	198



Erster Abschnitt

Die Währungsreform

177
178
179
180
181

I. Die Währungsreform
II. Die Währungsreform
III. Die Währungsreform

Verlag

Verlag des österreichischen Börsenvereins
in Wien

Druck von Karl Gosischek in Wien.



NARODNA IN UNIVERZITETNA
KNJIŽNICA

COBISS 0



00000498161

