GRAVITACIJSKI VALOVI

ALEŠ MOHORIČ[1,2] IN ANDREJ ČADEŽ[1]

[1]Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani
[2]Institut Jožef Stefan, Ljubljana

PACS: 04.30.-w

Gravitacijski valovi so potujoče motnje v ukrivljenosti prostor-časa, ki jih ustvarjajo gibajoči objekti. Valovanje napove splošna teorija relativnosti. Prvič so ga izmerili leta 2015 z merilnim sistemom LIGO. Valovanje je nastalo ob združitvi dveh masivnih črnih lukenj, oddaljenih dobro milijardo svetlobnih let.

GRAVITATIONAL WAVES

Gravitational waves are ripples in the curvature of space-time, caused by accelerated objects. Waves are described by general theory of relativity. The phenomenon was successfully directly detected for the first time in 2015 with the measuring system LIGO. The detected waves were the result of two black holes merger more than a billion light-years ago.

Pred kratkim je v strokovni javnosti pa tudi širše odjeknila novica, da so prvič neposredno zaznali gravitacijske valove [1, 2]. Kaj ti valovi so, katera sila jih povzroča? Analogijo hitro najdemo v elektromagnetnem valovanju in električni sili. Elektromagnetno valovanje dobro poznamo iz vsakdanjega življenja. Npr. svetlobo zaznamo z očmi, mikrovalovi prenašajo informacijo med mobilnimi telefoni in dovajajo toploto hrani v mikrovalovni pečici, rentgenska svetloba prodira skozi telo in njene sence govorijo o stanju naših kosti. Pojavov, povezanih z gravitacijskim valovanjem, pa ne znamo kar tako stresti iz rokava. Ti pojavi so tako šibki, da še Albert Einstein, ki je pojav napovedal, ni verjel, da jih bomo sploh kdaj merili. Pa poglejmo, kako šibki so v resnici.

Električna in gravitacijska sila sta si na prvi pogled zelo podobni. Električno silo med dvema točkastima delcema z nabojema e_1 in e_2 opiše Coulombov zakon: $\mathbf{F}_e = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathbf{e}_r$. $\mathbf{e}_r$ je enotski vektor, vzporeden zveznici delcev. Sila pada s kvadratom medsebojne razdalje r in je vzporedna zveznici nabojev; privlačna za naboja nasprotnih predznakov in odbojna za naboja z enakim predznakom. Električna sila veže elektrone v atom in atome med seboj, odgovorna je za kemijske vezi. Svojo vlogo ima tudi v električnih virih in praktično poganja življenje. Gravitacijsko silo med točkastima delcema z masama m_1 in m_2 opiše Newtonov gravitacijski zakon: $\mathbf{F}_g = G\frac{m_1 m_2}{r^2}\mathbf{e}_r$.

$G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2} je gravitacijska konstanta. Gravitacijsko silo Zemlje na telesa v njeni okolici imenujemo teža. Gravitacijska sila deluje tudi med drugimi telesi na Zemljinem površju, a je tako majhna, da je običajno ne opazimo. Že na prvi pogled opazimo podobnost med izrazoma za silo. V obeh je sila obratno sorazmerna s kvadratom razdalje med telesoma. Pomembna razlika je: gravitacijska sila je vedno privlačna, telesa nimajo negativne mase.

Poleg električne in gravitacijske sile poznamo samo še močno in šibko silo, ki urejata interakcije med osnovnimi delci in sta tako odgovorni za zgradbo atomskih jeder in njihovo stabilnost. Med vsemi je gravitacijska sila najšibkejša, zato njen vpliv na mikroskopske delce običajno zanemarimo. Vendar pa se ta sila zato, ker ima samo naboje ene vrste, ki se medsebojno privlačijo, razširja po celotnem vesolju in tako obvladuje njegovo strukturo.

Lastnost telesa, da s silo vpliva na telesa v svoji okolici, opišemo s poljem, ki ga to telo ustvarja v svoji okolici: električno nabita telesa ustvarjajo električno polje, vsaka masa pa gravitacijsko polje. Polje predstavljajo vektorji v vsaki točki prostora, ki dajo silo na testni delec v dani točki, če jakost polja pomnožimo z nabojem ali maso delca. Takim poljem sil lahko priredimo ustrezna potencialna polja – ki predstavljajo potencialno energijo testnega delca na danem mestu v polju.

Coulombov in gravitacijski zakon ne pojasnita, kako se sila razširja od izvora do testnega delca. Nekoč so si predstavljali, da se ustrezna polja raztezajo od trenutne lega telesa, ki oddaja polje, na enak način za vsak trenutni čas. Posebna teorija relativnosti pa je pokazala, da istočasnost ne more biti absoluten pojem: to, kar je istočasno v enem sistemu opazovalcev, zagotovo ni istočasno za sistem opazovalcev, ki se glede na prve gibljejo. Ta ugotovitev je vodila do ideje, da se morajo polja sil razširjati po prostoru kot valovanje. Analiza električne sile je pokazala, da tak razmislek vodi v pravo smer. Električna sila je namreč neločljivo povezana z magnetno silo. Na gibajoči naboj deluje tudi magnetna sila, če ustvarjajo magnetno polje tokovi ali množica drugih gibajočih se nabojev. Zato moramo električno in magnetno polje obravnavati skupaj kot elektromagnetno polje. Enačbe, ki opisujejo povezavo med poljem in naboji, so znane Maxwellove enačbe, ki se v praznem prostoru zapišejo takole: zakon o električnem pretoku pravi, da je električni pretok skozi sklenjeno ploskev enak objetemu naboju. V diferencialni obliki ga zapišemo $\varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho_e$, kjer je ρ_e gostota električnega naboja. Zakon o magnetnem pretoku pravi, da so magnetne silnice vedno sklenjene in zato je magnetni pretok skozi sklenjeno ploskev enak nič ali $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$. Po indukcijskem zakonu je inducirana napetost v sklenjeni zanki enaka spremembi magnetnega pretoka skozi to zanko: $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$. Zakon o magnetni napetosti pa povezuje magnetno napetost po sklenjeni zanki s tokom, ki ga zanka objame, ali v diferencialni obliki: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{j}_e + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t})$, kjer je $\mathbf{j}_e$ gostota električnega toka.

Maxwellove enačbe imajo zanimivo obliko. Štiri enačbe $\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$ in $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}_e + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ povezujejo izvore elektromagnetnega polja s poljem, enačbe $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ in $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ pa omejujejo polji $\mathbf{E}$ in $\mathbf{B}$ ne glede na prisotnost nabojev ali tokov. Zaradi take oblike enačb je mogoče električno in magnetno polje izraziti s skalarnim potencialom φ in vektorskim potencialom $\mathbf{A}$, ki sta definirana z enačbama $\mathbf{E} = -\nabla\varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$ in $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. S tako izbiro potencialov so omejitvene Maxwellove enačbe avtomatično izpolnjene, enačbe, ki povezujejo polji z izviri, pa preidejo v: $\nabla^2\varphi + \frac{\partial}{\partial t}(\nabla \cdot \mathbf{A}) = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$ in $\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{A}\right) = -\mu_0 \mathbf{j}_e$.

Če se ozremo korak nazaj, opazimo še eno zanimivost. Potenciala $\mathbf{A}$ in φ, ki pripadata danemu paru $\mathbf{E}$ in $\mathbf{B}$, nista enolično določena, saj sprememba $\mathbf{A} \to \mathbf{A} + \nabla\Psi$ in $\varphi \to \varphi - \frac{\partial \Psi}{\partial t}$ s poljubno skalarno funkcijo Ψ prav nič ne spremeni fizikalno merljivih polj $\mathbf{E}$ in $\mathbf{B}$. To lastnost elektromagnetne teorije imenujemo umeritvena invariantnost. Umeritvena invariantnost nudi teoretiku ugodnost, da lahko s primerno izbiro funkcije Ψ najde kako posebej lepo obliko potencialov $\mathbf{A}$ in φ. Takemu postopku rečemo umerjanje potencialov in ga navadno definiramo s kako enačbo, ki jo imenujemo umeritveni pogoj. Priljubljeni umeritveni pogoj $\frac{1}{c^2}\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ pripelje preostale Maxwellove enačbe v obliko valovnih enačb: $\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -\frac{\rho_e}{\varepsilon_0}$ in $\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \mu_0 \mathbf{j}_e$. Znano je, da lahko rešitve za $\mathbf{A}$ in φ zapišemo z uporabo Greenove funkcije v obliki[1]:

$$
\begin{aligned}
\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{j}_e\left(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c\right)}{\mathbf{r} - \mathbf{r}'} d^3\mathbf{r}' \ , \\
\varphi(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho_e\left(\mathbf{r}', t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c\right)}{\mathbf{r} - \mathbf{r}'} d^3\mathbf{r}' \ ,
\end{aligned} \tag{1}
$$

[1]Spomnimo, da velja v elektromagnetni teoriji zakon o ohranitvi naboja, ki se v diferencialni obliki zapiše: $\frac{\partial \rho_e}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{j}_e = 0$. Zato je umeritveni pogoj avtomatično izpolnjen, če vsaka od komponent $\mathbf{A}$ in φ neodvisno reši valovno enačbo.

kar jasno kaže, da se elektromagnetna interakcija med delci prenaša kot valovanje, ki se razširja s svetlobno hitrostjo. Maxwellove enačbe torej avtomatično vključujejo razširjanje elektromagnetne sile z valovanjem elektromagnetnega polja s hitrostjo c.

Podobno lahko razmišljamo tudi o gravitacijskem polju. Newtonov zakon opiše silo med mirujočimi masami, za natančno obravnavo sil med gibajočimi masami pa je treba Newtonovo gravitacijsko silo, podobno kot Coulombovo, razširiti z novo teorijo gravitacijskega polja. Einsteina [3] so pri tem razvoju vodila načela posebne teorije relativnosti in načelo ekvivalence, ki pravi, da padajo v gravitacijskem polju vse mase z enakim pospeškom. Odtod je prišel do spoznanja, da je pospešek povezan s spremembo prirastka razdalje v zaporednih časovnih intervalih, zato je mogoče gibanje v gravitacijskem polju opisati tudi kot »nepospešeno« gibanje v »ukrivljenem« prostoru, kjer se razdalja med točkami v prostoru spreminja drugače kot v 4-razsežnem prostoru posebne relativnosti, kjer jo zapišemo v obliki $ds^2 = -c^2dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$. V ukrivljenem prostoru zapišemo razdaljo med točkami v obliki $ds^2 = \sum_{\mu=0}^{3}\sum_{\nu=0}^{3} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$, pri čemer so $g_{\mu\nu}$ komponente simetričnega metričnega tenzorja, ki so v splošnem funkcije koordinat x^μ.

Metrika je sorazmerna s tenzorjem posplošene napetosti $T_{\mu\nu}$, v katerem nastopajo členi, ki ustrezajo gostoti energije, gibalne količine, strižne napetosti in tlaka:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}.$$

Einsteinov tenzor $G_{\mu\nu}$ je simetričen z divergenco nič in ga lahko sestavimo iz dela, ki opiše prostornino v ukrivljenem prostoru, in dela, ki opiše ukrivljenost prostora: $G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}R/2$.

Preprost uvid v delovanje teorije gravitacije dobimo, če jo obravnavamo za šibka polja. Vpeljemo »kartezične« koordinate: $x^0 = ct$, $x^1 = x$, $x^2 = y$ in $x^3 = z$, metrični tenzor pa razstavimo na diagonalni tenzor Minkovskega $\eta_{\mu\nu}$ z diagonalnimi komponentami $-1, 1, 1, 1$ in na tenzor gravitacijskih potencialov $h_{\mu\nu}$, ki so v splošnem funkcije vseh štirih koordinat in so po absolutni vrednosti veliko manjše od 1. Einsteinova teorija gravitacije se v tem približku opiše z enačbami, ki so zelo podobne Maxwellovim enačbam, ker vsebujejo člene, ki se zapišejo kot valovna enačba. Poleg tega so enačbe gibanja snovi v gravitacijskem polju invariantne glede na transformacije koordinat $x^\mu \to x^\mu + \xi^\mu$, ki transformirajo gravitacijske potenciale kot

$$h_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} + \frac{\partial \xi_\mu}{\partial x^\nu} + \frac{\partial \xi_\nu}{\partial x^\mu} \tag{2}$$

in predstavljajo umeritvene transformacije gravitacijske teorije. Najbolj kompaktno obliko gravitacijskih enačb v šibkem polju (samo v bližini črnih lukenj in nevtronskih zvezd polje ni šibko) dobimo, če vpeljemo reducirane gravitacijske potenciale $\overline{h}_{\mu\nu} = h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\eta_{\mu\nu}h$, pri čemer je $h = \sum_{\mu\nu} \eta^{\mu\nu} h_{\mu\nu}$. Enačbe polja se tako zapišejo v obliki:

$$\nabla^2 \overline{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{h}_{\mu\nu}}{\partial t^2} + \eta_{\mu\nu}\left(\nabla^2 \overline{h} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{h}}{\partial t^2}\right) + \frac{\partial V_\mu}{\partial x^\nu} + \frac{\partial V_\nu}{\partial x^\mu} = -\frac{16\pi}{c^4} G T_{\mu\nu} \ ,$$

pri čemer je $\overline{h} = -h$ in

$$V_\mu = \sum_{\nu\lambda} \frac{\partial \overline{h}_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} \eta^{\nu\lambda} \ . \tag{3}$$

Enačbe polja se ravno tako kot pri elektromagnetni teoriji še poenostavijo, če s polji ξ^μ izberemo posebej simetrične umeritvene pogoje. Posebej lepo umeritev dobimo s pogoji $V_\mu = 0$, ki naredijo enačbe gravitacijskega polja nadvse podobne enačbam elektromagnetnega polja:

$$\nabla^2 \overline{h}_{\mu\nu} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \overline{h}_{\mu\nu}}{\partial t^2} = -\frac{16\pi}{c^4} G T_{\mu\nu} \ . \tag{4}$$

Odtod je jasno razvidno, da se mora gravitacijska sila, prav tako kot elektromagnetna, razširjati skozi prostor kot valovanje s svetlobno hitrostjo. Še več, razvoj kvantne teorije polja, ki opisuje preostali dve od štirih osnovnih sil narave, je pokazal, da morajo biti vsa polja opisljiva z umeritvenimi teorijami. Zato je detekcija gravitacijskih valov tako pomemben kamen v mozaiku, ki prestavlja enotno delovanje vseh naravnih sil.

Na kratko se pomudimo še pri posplošitvi Newtonovih zakonov, s katerimi opišemo silo, ki deluje na testno maso v gravitacijskem polju, ki je dano z gravitacijskimi potenciali $h_{\mu\nu}$. Enačbe »masa krat pospešek je sila« moramo zapisati za štiri komponente pospeška, ki je merjen glede na lastni čas testnega delca τ:

$$m\ddot{x}^\mu = m \sum_{\sigma=0}^{3} \sum_{\lambda=0}^{3} \sum_{\nu=0}^{3} \eta^{\mu\sigma} \left(\frac{\partial h_{\nu\lambda}}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial h_{\nu\sigma}}{\partial x^\lambda}\right) \dot{x}^\lambda \dot{x}^\nu.$$

Kje tiči Newtonova gravitacijska sila v teh enačbah[2]? Povedali smo, da sta Coulombova in Newtonova gravitacijska sila pravzaprav sili, ki delujeta med mirujočimi telesi, zato zapišimo štiri gornje enačbe za primer, ko so vse krajevne komponente hitrosti enake nič ($\dot{x}^1 = 0$, $\dot{x}^2 = 0$, $\dot{x}^3 = 0$) in je gravitacijsko polje od časa neodvisno ($\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^0} = 0$):

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x}^0 &= 0 \\
m\ddot{x}^1 &= m\frac{\partial h_{00}}{\partial x^1}\left(\dot{x}^0\right)^2 \\
m\ddot{x}^2 &= m\frac{\partial h_{00}}{\partial x^2}\left(\dot{x}^0\right)^2 \\
m\ddot{x}^3 &= m\frac{\partial h_{00}}{\partial x^3}\left(\dot{x}^0\right)^2
\end{aligned}
$$

Iz prve enačbe je razvidno, da je $\dot{x}^0 = \frac{d(ct)}{d\tau}$ konstanta; za njeno vrednost vzamemo kar c, če uravnava mirujoči opazovalec svojo uro s koordinatnim časom. V preostalih treh enačbah spoznamo na levi produkt mase in komponent pospeška, na desni pa je z mc^2 pomnožen gradient potenciala h_{00}. Torej je $-h_{00}c^2$ kar Newtonov gravitacijski potencial[3]. Vseh preostalih potencialov v tenzorju $h_{\mu\nu}$ mirujoče mase na zaznajo, ravno tako kot mirujoči električni naboji ne zaznajo komponent elektromagnetih potencialov, ki so odgovorni za magnetno polje. Majhnost vsakdanjih hitrosti glede na hitrost svetlobe in majhnost gravitacijskih potencialov na Zemlji torej pojasnita, zakaj je Newtonova mehanika tako zelo uspešna za opis dinamike skoraj vsega, kar se giblje okrog nas. Vprašanje, ali je Einsteinova fizika res boljša od Newtonove, je zahtevalo eksperimentalne potrditve, ki jih je bilo mogoče doseči le z zelo natančnimi merjenji.

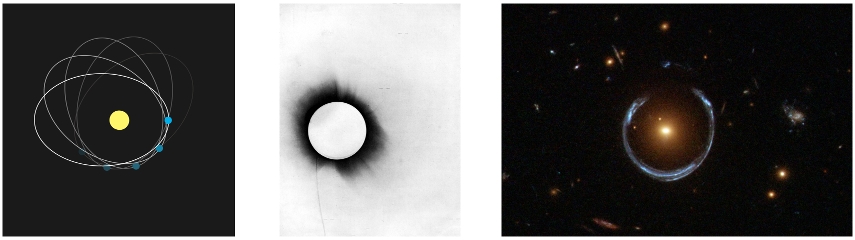
Einstein je predlagal tri teste, ki bi pokazali razliko med napovedmi njegove in Newtonove teorije. Prvo neujemanje med napovedjo Newtonove teorije in opazovanji je bila že prej znana precesija perihelija Merkurjevega tira, ki znaša skoraj desetino ločne minute na leto, vendar se v sto letih razlikuje od newtonovske napovedi za 43 ločnih sekund. To ni veliko, vendar dovolj, da so astronomi iskali planet znotraj Merkurjeve tirnice, s katerim bi

[2] Bralec se lahko hitro prepriča, da se tako zapisan pospešek ne spremeni pri umeritveni transformaciji (2).

[3] Za primer lahko izračunamo vrednost h_{00} na površju Zemlje: Newtonov gravitacijski potencial je $\varphi_g = -G\frac{M_{\mathrm{Zemlje}}}{R^2_{\mathrm{Zemlje}}}R_{\mathrm{Zemlje}} = -gR_{\mathrm{Zemlje}} = -9,81\mathrm{ms}^{-2}\ 6,371\times 10^6\mathrm{m} = -6,25\times 10^7\mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-2}$. Torej je $h_{00} = -\frac{\varphi_g}{c^2} = 6,9\times 10^{-10}$, kar je res majhno.

pojasnili razliko. Einstein je pokazal, da se majhna izmerjena razlika lepo ujema z njegovo teorijo, vendar takrat še ni požel velike slave, saj je razlika 43 ločnih sekund na stoletje tako majhna, da bi jo bilo mogoče pripisati tudi kakšnemu drugemu vplivu. Danes vesoljske sonde, ki obiskujejo druga telesa v Osončju, še dosti bolj natančno potrjujejo skladnost gibanja z moderno teorijo gravitacije. Drugi test, ki je Einsteinovo ime ponesel med zvezde, pa je napoved, da gravitacija deluje tudi na svetlobo tako, da ukrivi njeno pot. Če prihaja svetloba k nam tako, da na svoji poti obide veliko maso, npr. Sonce, deluje Sonce kot nekakšna leča, ki popači sliko neba. Angleški astronom Frank Watson Dyson je predlagal, da bi tako popačenje opazovali na zvezdnem nebu okrog Sonca, ki je vidno med Sončevim mrkom, ko Luna zakrije bleščavo Sonca. Tako je Arthur Stanley Eddington skupaj z Dysonom organiziral dve ekspediciji za opazovanje Sončevega mrka 29. maja 1919. Eddington je analiziral fotografije, posnete v obeh ekspedicijah, in na naslovnicah pomembnih časopisov objavil, da se popačenje povsem ujema z napovedjo Einsteinove teorije. Dandanes vpliv gravitacije na smer potovanja svetlobe prepoznamo pri mnogih oddaljenih astronomskih objektih, ki se nahajajo za drugim masivnim telesom ali galaksijo. Pojav imenujemo gravitacijsko lečenje. Gravitacijske leče, ki jih najdejo veliki teleskopi v globinah vesolja, pričajo o prisotnosti temne snovi v vesolju. Tretji klasični test splošne teorije relativnosti je napoved, da se valovna dolžina svetlobe, ki je oddana blizu velike mase, daljša na poti proč od mase. Poskus, ki je potrdil napovedi teorije, sta leta 1959 izvedla Robert Pound in Glen A. Rebka. Relativna sprememba valovne dolžine svetlobe je bila pri omenjenem poskusu le nekaj bilijardink in zato sta morala uporabiti izredno občutljivo metodo merjenja spremembe frekvence svetlobe, ki vključuje Mössbauerjev pojav. Po uspehu teh treh testov se je odprlo novo področje eksperimentalne fizike, ki si je zadalo nalogo zelo natančno eksperimentalno preveriti vse aksiome Einsteinove teorije in napovedi, ki iz nje sledijo. Tehnologije, ki so se ob tem razvile, so pomembno prispevale k razvoju mnogih področij znanosti in tehnike, posebej pri astronavtiki in raziskovanju vesolja.

Vprašanje obstoja in pomena gravitacijskih valov je bilo dolga leta eno najbolj intrigantnih in tehnološko zahtevnih. S prvimi poskusi detekcije gravitacijskih valov je začel Joe Weber v šestdesetih letih prejšnjega stoletja. Weber je verjel, da bi lahko gravitacijski valovi, če obstajajo, resonančno vzbudili v nihanje dovolj veliko maso. Webrov instument, ki je bil v svo-



a) b) c)

Slika 1. Pojavi, ki potrjujejo napovedi splošne teorije relativnosti: a) precesija Merkurjeve tirnice; ponazoritev je pretirana, v resnici se os elipse zavrti le za 5740 sekund v stotih letih, vendar je od tega samo za 43 ločnih sekund odgovorna Einsteinova precesija, za večino premika pa so odgovorne motnje, ki jih v gibanju Merkurja povzročajo ostali planeti. b) Negativ Sončevega mrka, ki ga je leta 1919 naredil Sir Arthur Eddington. S primerjavo lege zvezd na tem posnetku in lege, kadar pogleda ne zakriva Sonce, lahko ugotovimo kako se ukrivi pot svetlobe, ko potuje blizu Sonca. c) Rdečkasta galaksija LRG 3-757 v sredini slike deluje kot gravitacijska leča, ki preslika bolj oddaljeno galaksijo v modrikasto podkev. V desni polovici slike je vidna še ena modrikasta galaksija, ki je po svojih fizikalnih značilnostih verjetno zelo podobna lečeni galaksiji.

jih časih neverjetno občutljiv, je res zaznaval občasna nenadna vzbujanja, vendar ni šlo za vzbujanja z gravitacijskimi valovi, ampak je šlo morda za vzbujanje, ki so ga povzročali preskoki dislokacij med kristalnimi ravninami v detektorski masi. Kljub temu, da Weber ni zaznal gravitacijskih valov, je vzbudil zanimanje za svoje delo in povzročil nastanek skupin po vsem svetu, ki so sprejele izziv, da bodo našle način za potrditev obstoja gravitacijskih valov.

Prvi posredni dokaz za obstoj gravitacijskih valov so leta 1974 nudila opazovanja frekvence, s katero kroži pulzar v sistemu dveh nevtronskih zvezd PSR B1913+16. Russell Hulse in Joseph Taylor sta pokazala, da se obhodni čas pulzarja manjša skladno z napovedmi teorije. Obhodna frekvenca se veča, ker sevanje gravitacijskih valov zmanjšuje energijo sistema zvezd. Za to delo sta leta 1993 prejela Nobelovo nagrado za fiziko. Vendar je bil ta poskus le posreden dokaz gravitacijskega valovanja. Neposredna meritev je bila še dobra štiri desetletja v prihodnosti. Pa si oglejmo, kakšni so gravitacijski valovi, ki jih lahko neposredno zaznamo.

Kako valujejo gravitacijski potenciali v ravnem gravitacijskem valu lahko hitro ugotovimo iz enačb gravitacijskega polja (4) in umeritvenih pogojev

(3). Podobno kot za raven elektromagnetni val, ki se razširja s svetlobno hitrostjo v smeri osi z, sledi iz enačbe (4) za raven gravitacijski val rešitev:

$$h_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x^3 - 2\pi\nu\frac{x^0}{c}\right), \tag{5}$$

pri čemer so $\varepsilon_{\mu\nu}$ konstantne komponente tenzorja amplitud gravitacijskega vala, med valovno dolžino in frekvenco vala pa velja znana zveza $\lambda\nu = c$. Vendar to še ni dokončna rešitev, saj moramo upoštevati še umeritvene pogoje (3), ki so zadoščeni, če so vse komponente $\varepsilon_{0\nu}$ in $\varepsilon_{3\nu}$ enake nič. Po nekaj algebre ugotovimo, da ima tenzor amplitud samo dve linearno neodvisni komponenti, navadno označeni z a_+ in $a_\times$, ki takole predstavljata $\varepsilon_{\mu\nu}$:

$$\varepsilon_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_+ & a_\times & 0 \\ 0 & a_\times & -a_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Gravitacijski val prenaša energijo, zato lahko govorimo o gostoti energijskega toka, ki se mora tako kot pri Poyntingovem vektorju elektromagnetnega polja izražati s kvadrati odvodov potencialov ($\frac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda}$). Po takem sklepanju uganemo, da mora imeti izraz za gostoto energijskega toka obliko $j_{gv} \propto \frac{1}{\lambda^2}\left(|a_+|^2 + |a_\times|^2\right)$, sorazmernostni faktor, ki mora imeti enoto moči, pa je treba poiskati v dobrem učbeniku, npr. [4]. Vendar se splača še prej malo pomisliti, katere osnovne konstante morajo sestavljati ta faktor. Pravzaprav nimamo velike izbire, za teorijo gravitacije sta pomembni samo dve: G in c in iz njiju lahko sestavimo konstanto $P_0 = \frac{c^5}{G} = 3.63 \times 10^{52}$ W, ki ima enoto moči. Gostota energijskega toka v gravitacijskem valu se res zapiše v obliki:

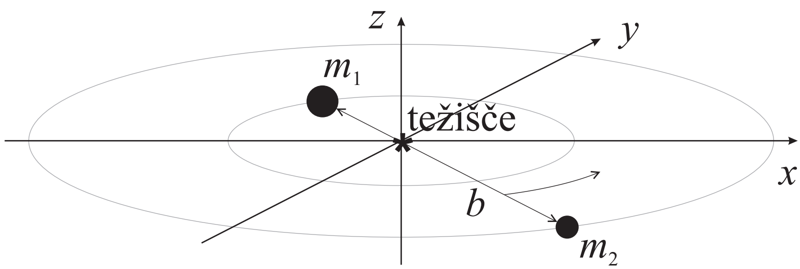
$$j_{gv} = \frac{\pi}{8}\frac{c^5}{G\lambda^2}\left(|a_+|^2 + |a_\times|^2\right).$$

Ta izraz najbolj nazorno poudarja šibkost interakcije gravitacijskega vala s snovjo in pojasni, zakaj je bilo potrebno vložiti toliko naporov za detekcijo valov. Moč P_0 je namreč grooo…omozanska. To je moč, ki bi jo proizvedli, če bi celotno maso Sonca pretvorili v energijo v petih mikrosekundah. Šele pri tako veliki moči bi na razdalji ene valovne dolžine od izvora valovanja zaznali spremembo $h_{\mu\nu}$ velikosti 1. Ker v vesolju tako velike in hitre spremembe energije ne morejo biti prav pogoste, saj bi v tem primeru hitro zmanjkalo barionske snovi, smo se včasih spraševali, ali je sploh smiselno pričakovati, da bo prišlo do odkritja gravitacijskih valov. Vprašati je bilo treba, kateri pojav v vesolju bi utegnil največ energije spremeniti v energijo gravitacijskih valov, kakšna je značilna frekvenca takih valov in na kakšen način lahko zaznamo očitno zelo majhne spremembe gravitacijskih potencialov.

Kot je razvidno iz enačb (4), je izvor gravitacijskega polja napetostni tenzor, zato je razumljivo, da lahko proizvaja gravitacijske valove snov, ki se ji spreminja napetostni tenzor. Ker potrebujemo veliko moč, moramo iskati izvore gravitacijskih valov med velikimi masami, zvezdami ali črnimi luknjami, ki se zelo hitro pospešujejo, ker krožijo v parih, kot npr. znameniti dvojni pulzar Hulsa in Taylorja.

Rešimo enačbe polja (4) upoštevaje umeritveni pogoj $V_\mu = 0$! Za napetostni tenzor uporabimo definicije: $T_{00} = \rho c^2$, $T_{0i} = \rho c v_i$, $T_{ij} = \rho v_i v_j$ in ugotovimo, da je umeritveni pogoj $V_\mu = \sum \eta^{\nu\lambda} \dfrac{\partial h_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} = 0$ tako kot pri elektromagnetni teoriji skladen z ohranitvenim zakonom energije in gibalne količine $\sum \eta^{\nu\lambda} \dfrac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} = 0$. Zato lahko za vsako komponento gravitacijskih potencialov neodvisno rešimo valovno enačbo z Greenovo funkcijo, kot pri enačbah (1). Naj ima dvozvezdje masi m_1 in m_2, ki ju veže gravitacijska sila in krožita okoli skupnega težišča v ravnini xy, kot kaže slika 2. Izhodišče koordinatnega sistema postavimo v težišče, tako da legi teles opišemo z $\mathbf{r}_1 = b\frac{m_2}{m_1+m_2}(\cos(\omega t), \sin(\omega t), 0)$ in $\mathbf{r}_2 = -b\frac{m_1}{m_1+m_2}(\cos(\omega t), \sin(\omega t), 0)$. Razdalja med telesoma je b, krožna frekvenca ω pa je določena s tretjim Keplerjevim zakonom: $d^3\omega^2 = G(m_1+m_2)$. Integrali napetostnega tenzorja so: $\int T_{00} d\mathbf{r}' = (m_1+m_2)c^2$, $\int T_{0i} d\mathbf{r}' = (m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i})c$ ter $\int T_{ij} d\mathbf{r}' = m_1 v_{1i} v_{1j} + m_2 v_{2i} v_{2j}$. Uvedemo še $M = m_1 + m_2$ in $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m2}$ in dobimo za komponente potencialov:

$$\begin{aligned}\overline{h}_{\mu\nu} &= 2\frac{G}{c^2 r}\begin{pmatrix} 2M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu\left(\frac{\omega b}{c}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mu\left(\frac{\omega b}{c}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \\ &+ \frac{2G\mu}{c^4 r}(\omega b)^2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos(2\omega t_{ret}) & -\sin(2\omega t_{ret}) & 0 \\ 0 & -\sin(2\omega t_{ret}) & \cos(2\omega t_{ret}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{6}$$



Slika 2. Gravitacijsko vezani telesi, ki krožita okoli skupnega težišča s frekvenco, ki ustreza $\omega^2 b^3 = G(m_1 + m_2)$. Frekvenca se poveča, če se razdalja med telesoma zmanjša.

$t_{ret} = t - |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/c$ je retardirani čas. Gornja matrika sicer predstavlja rešitev enačb polja, vendar njenega valovnega, od časa odvisnega dela, v splošnem še ne moremo primerjati z gravitacijskim ravnim valom (5), ker v splošnem ni ortogonalen na radialno smer, v kateri se razširja valovanje. To težavo lahko rešimo z dodatno umeritvijo polja z vektorskim poljem, ki predstavlja ravni val s frekvenco ω. Tukaj se bomo zadovoljili s tem, da je val v smeri osi $\pm z$ ravno prav zapisan, za preoblikovanje rešitve v splošno smer pa napotimo bralca na dober učbenik in iz njega prepišemo izraz za izsev gravitacijskega valovanja[4], ki ga dobimo kot integral gostote toka po krogli, ki vsebuje dvozvezdje:

$$L_{gv} = \frac{2G}{5c^5}\mu b^2 \omega^3. \tag{7}$$

Ta izraz bomo uporabili v prispevku, v katerem bo opisan detekcijski sistem, s katerim so prvič neposredno izmerili gravitacijske valove. Prispevek bo objavljen v naslednji številki Obzornika.

LITERATURA

[1] D. Castelvecchi, W. Witze, *Einstein's gravitational waves found at last*, Nature News, doi:10.1038/nature.2016.19361., dostopano februar 2016.

[2] B. P. Abbott et al., *Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger*, Phys. Rev. Lett. **116** 6, 2016. 061102. arXiv:1602.0383 7free to read. Bibcode:2016PhRvL.116f1102A. doi:10.1103/PhysRevLett.116.061102.

[3] A. Einstein, *Die Feldgleichungen der Gravitation*, Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, 844–847, 1915.

[4] A. Čadež, *Teorija gravitacije*, Matematika – fizika, **49**, 1. natis. Ljubljana, DMFA–založništvo, 2011.

[4] Tisti del $\overline{h}_{\mu\nu}$, ki je od časa odvisen in se nanaša na gravitacijsko valovanje ima sled nič, zato se pri gravitacijskem valu h in $\overline{h}$ ne razlikujeta.