

# POLDRUGO STOLETJE ELEKTROMAGNETNIH VALOV

JANEZ STRNAD

Fakulteta za matematiko in fiziko  
Univerza v Ljubljani

PACS: 01.65.+g, 41.20.Jb

Spoznanje, da je svetloba elektromagnetni pojav, je zorelo dalj časa. Odločilni korak je naredil James Clerk Maxwell leta 1864. Pred stopetdesetimi leti je prvič iz enačb za električno in magnetno polje izpeljal valovno enačbo. Zanimajo nas glavne poteze te izpeljave. Opišemo tudi Maxwellovo prejšnje delo in poznejši razvoj. Dandanes pogosto spregledamo prispevke drugih.

## A CENTURY AND A HALF OF ELECTROMAGNETIC WAVES

The awareness that light is an electromagnetic phenomenon matured for some length of time. The decisive step was taken by James Clerk Maxwell in 1864. A hundred and fifty years ago for the first time the wave equation was derived from equations of the electric and magnetic fields. We are interested in the main twists of this derivation. Maxwell's earlier work and later development are described as well. Nowadays the contributions of others are often overlooked.

### Svetloba in elektromagnetni pojavi

Na začetku 19. stoletja je po zaslugi Thomasa Younga prevladalo stališče, da je svetloba valovanje. Predstavljeni so si, da valovanje potuje po etru, snovi s skrajno majhno gostoto. Najprej so imeli valovanje za longitudinalno, pozneje pa so polarizacijo pojasnili s transverzalnim valovanjem. Hypolite Fizeau je za hitrost svetlobe med pariškima gričema leta 1848 nameril  $3,149 \cdot 10^8$  m/s, Leon Foucault pa leta 1860 v laboratoriju  $2,98 \cdot 10^8$  m/s.

Michael Faraday je že leta 1845 opazil, da je magnetno polje v prozorni snovi zasukalo jakost električnega polja v linearно polarizirani svetlobi. Leta 1850 je Fizeau s sodelavcem z merjenjem ugotovil, da elektrika v telegrafskih vodih potuje s hitrostjo, ki doseže velikostno stopnjo hitrosti svetlobe. Leta 1856 sta Wilhelm Weber in Rudolf Kohlrausch izmerila »razmerje med absolutno elektrostaticno enoto naboja in absolutno elektromagnetno enoto naboja«. Za enoto jakosti sta vzela tok, »ki nastane, ko v časovni enoti enota pozitivne proste elektrike v dani smeri in enaka množina negativne elektrike v nasprotni smeri stečeta skozi vsak presek verige.« Za razmerje sta dobila  $1,5537 \cdot 10^8$  m/s. S pravo definicijo toka bi dobila dvakrat več,  $3,1074 \cdot 10^8$  m/s. Povezave s hitrostjo svetlobe nista prepoznala. Leta 1857

je Gustav Robert Kirchhoff z zasnovo telegrafske enačbe ugotovil, da spremembe napetosti po tankem vodniku z zanemarljivim uporom potujejo s hitrostjo svetlobe. Iz tega ni izpeljal sklepa, da je svetloba elektromagnetno valovanje.

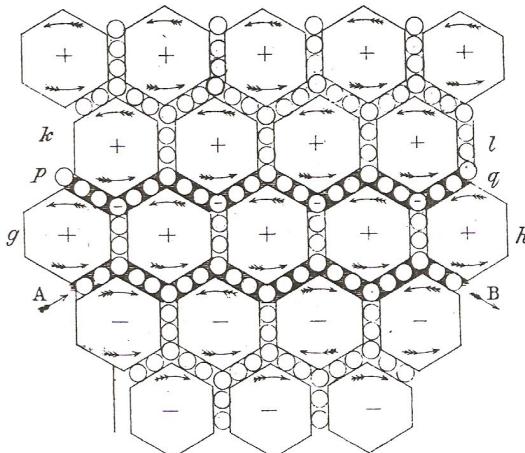
## O Faradayevih silnicah

James Clerk Maxwell (1831 - 1879) je »delo začel predvsem v upanju, da bo Faradayevim zamislim in postopkom uspelo dati matematično obliko.« »Faraday je videl v duhu silnice, razširjajoče se po vsem prostoru, kjer so matematiki videli centre sil, ki delujejo drug na drugega na daljavo. Faraday je videl sredstvo, kjer oni niso videli nič drugega kot razdalje.« Med drugimi je Maxwell objavil štiri članke: *O Faradayevih silnicah* v dveh delih v letih 1855 in 1856 [1], *O fizikalnih silnicah* v petih delih v letih 1861 in 1862 [2], *Dinamična teorija elektromagnetnega polja* leta 1865 [3] in *O načinu, kako naravnost primerjati elektrostaticno silo z elektromagnetno s pripombo k elektromagnetni teoriji svetlobe* leta 1868 [4]. Leta 1873 je povzel dognanja v temeljnem delu *Razprava o električni in magnetizmu* z več kot tisoč stranmi. S tem je postavil temelje Maxwellove elektrodinamike.

Spočetka se je Maxwell zgledoval pri Williamu Thomsonu, poznejšem lordu Kelvinu, ki je vsak pojav poskušal pojasniti z analogijo iz mehanike. Tudi Thomson je izhajal iz Faradayevega »električnega sredstva«. Najprej je porazdelitev električne sile primerjal s porazdelitvijo toplotnega toka v trdni snovi, pozneje pa z ravnovesjem v prožni trdni snovi. Maxwell je poudaril, da je Thomson »prvi v matematično znanost uvedel misel o delovanju, ki ga prenaša zvezno sredstvo. Čeprav je to zagotovil in uporabil kot vodilno misel v svojih raziskovanjih Faraday, tega niso cenili drugi možje znanosti.«

V *Faradayevih silnicah* se je Maxwell oprl na analogije: »Da bi dobili fizikalno predstavo, ne da bi postavili kako posebno teorijo, se moramo seznaniti z obstojem fizikalnih analogij. S fizikalno analogijo razumem tisto delno podobnost med zakoni kakega območja in zakoni drugega območja, s katero je mogoče z enim območjem ilustrirati drugo.«

Najprej je obdelal analogijo s stacionarnim prevajanjem topote in nato podrobnejše analogijo s stacionarnim tokom nestisljive tekočine. Potem je razpravljal o Faradayevem *elektrotoničnem stanju*. Silnice podajajo smer količine, njena velikost je obratno sorazmerna s presekom izbrane niti silnic. To velja za vsako količino s sklenjenimi silnicami, tudi za hitrost delov nestisljive tekočine. Enačb, ki jih je navedel Maxwell, ni lahko prepoznati, ker jih je pisal v komponentah in je te zaznamoval z različnimi znaki. Čeprav je članek *O Faradayevih silnicah* vseboval domala vse enačbe elektrodinamike, se te enačbe, dobljene na podlagi analogij, dandanes zdijo nepovezane in neurenjene.



**Slika 1.** V *Fizikalnih silnicah* je Maxwell električne in magnetne pojave opisal z modelom vrtincev in kotalečih se delcev. Šestkotni vrtinci se vrtijo okoli silnic v svojih oseh, pravokotnih na risalno ravnino. Delci, ki se brez drsenja in trenja kotalijo po njih, ustrezajo nosilcem naboja.

## O fizikalnih silnicah

Maxwell je enačbe poskusil pojasniti na enotni osnovi z modelom molekulskih vrtincev in kotalečih se delcev. Tako je še naprej ostal pri mehanični analogiji: »Magnetno-električne pojave povzroča sredstvo, ki je na vsakem kraju magnetnega polja v določenem gibalnem ali napetostnem stanju, ne pa neposredno delovanje na daljavo magnetov in električnih tokov. Snov, ki povzroča učinke, je lahko sestavni del navadne snovi ali eter, ki snov prežema.«

Silnice kažejo smer mehanične napetosti, ki jo je poleg tlaka treba upoštevati. Ležijo v oseh vrtincev, katerih smer določa svedrsko pravilo. Vrtinci se zelo hitro vrtijo, so majhni v primerjavi z molekulami in njihova gostota se ravna po permeabilnosti. Med vrtinci se brez drsenja in trenja kotalijo okrogli delci (slika 1). Na upor naletijo, ko preidejo od ene molekule k drugi. Delci imajo vlogo nosilcev naboja in njihovo potovanje v določeni smeri ustreza električnemu toku. Vrtinci se vrtijo zaradi gibanja delcev in s tem povzročajo elektromotorno silo: »Predstava o delcih, katerih gibanje določa pogoj, da se na obeh straneh vrtincev kotalijo brez drsenja, se morda zdi nezadovoljiva. Nočem, da velja za pravo mnenje o tem, kar obstaja v naravi, ali za domnevo o bistvu elektrike v dosedanjem pomenu besede. To vrsto povezave pa si je mogoče mehanično zamisliti, zlahka jo je mogoče raziskati in je pripravna, da si z njo predstavljam prave mehanične odnose med znanimi elektromagnetsnimi pojavi.«

Z vrtinci in delci je Maxwell opisal tudi dielektrik v statičnem električ-

nem polju. Naboј v molekuli se premakne, ne da bi zapustil molekulo: ena stran molekule postane pozitivna in druga negativna. Premik naboja v molekuli povzroči premik naboja v sosednji molekuli, in učinek se razširi po vsem dielektriku. Premik je odvisen od električnega polja in od narave dielektrika. Če deluje na delce sila v dano smer, ti s svojim tangentnim delovanjem deformirajo prožno snov vrtincev in izvodejo v snovi nasprotno prožno silo. Ko sila preneha, se vrtinci vrnejo v prejšnjo obliko in delci v prejšnjo lego. To opisuje *električni premik*  $\vec{D}$ . Če se premik s časom spreminja, nastane *premikalni tok* z gostoto  $\partial\vec{D}/\partial t$ . Premikalni tok se mu je zdel tako neizogiben, da ga je vpeljal na hitro. Pri delu sodobnikov je naletel na nezaupanje in nasprotovanje. V Ampèrovem zakonu rot  $\vec{H} = \vec{j}_e$  je gostoti toka nabojev dodal gostota premikalnega toka rot  $\vec{H} = \vec{j}_e + \partial\vec{D}/\partial t$ . Vsoto na desni strani enačbe je vpeljal kot *gostoto polnega toka*, ki nima izvirov:  $\operatorname{div} \vec{j}_t = 0$ .

Privzel je, da imajo vrtinci obliko krogel. Preračunal je ravnovesje prožne krogle pod vplivom pravokotnih in tangentnih sil. Račun mu je dal količini, ki ju je vstavil za strižni modul  $G$  in gostoto snovi  $\rho$  v enačbo za hitrost transverzalnega valovanja v prožni snovi:  $c = \sqrt{G/\rho}$ . Tako je za hitrost transverzalnih valov dobil vrednost, ki se ni znatno razlikovala od izmerjene hitrosti svetlobe. Izid je primerjal z Webrovim in Kohlrauschevim izodom ter s Fizeaujevim merjenjem in ugotovil, da »komaj lahko zavrnemo misel, da sestavlja svetlobo transverzalna nihanja sredstva, ki so tudi vzrok električnih in magnetnih pojavov.«

Povezava svetlobe z elektromagnetnimi pojavi je bila pomemben korak, a vsa razglabljanja in vsi računi so izhajali iz mehaničnega modela. Zaradi enotnega modela so se enačbe zdele med seboj nekoliko bolj povezane kot v *Faradayevih silnicah*. Vendar je bila razprava še daleč od polja kot neodvisne tvorbe.

## Dinamična teorija elektromagnetnega polja

Uredništvo *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* je rokopis dobito 27. oktobra 1864. Maxwell je o njem predaval 8. decembra 1864, revija pa je izšla januarja 1865. V članku je opustil prejšnje mehanične analogije: »Teorijo, ki jo predlagam, je mogoče imenovati *teorija elektromagnetnega polja*, ker zadeva prostor v bližini električnih in magnetnih teles, in mogoče jo je imenovati *dinamična*, ker privzame, da je v prostoru snov v gibanju, ki povzroča vidne elektromagnetne pojave.« To je prvi pravi elektrodinamični članek. V njem ni novih osnovnih enačb. III. razdelek *Splošne enačbe elektromagnetnega polja* povzame »osnovne« enačbe. Enačbe, ki jih je navedel v komponentah, zapišemo z vektorji in totalne odvod nadomestimo s parcialnimi, a sicer poskušamo kolikor mogoče obdržati Maxwellovo obliko.

*Enačbe polnih tokov:*

$$\vec{j}_t = \vec{j}_e + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (A)$$

so gostoto polnega električnega toka  $\vec{j}_t$  povezale z gostoto toka nosilcev naboja  $\vec{j}_e$  in premikalnim tokom  $\partial D / \partial t$ .

*Enačbe o magnetni sili:*

$$\mu\mu_0\vec{H} = \text{rot } \vec{A} \quad (B)$$

so *količino magnetne indukcije*, po Maxwellovo  $\mu\vec{H}$ , po naše gostoto magnetnega polja  $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$ , povezale z našim *vektorskim potencialom*, ki ga je Maxwell imenoval najprej *elektrotonična jakost* in pozneje *elektromagnetični moment*. Enačbo je že prej uporabil Thomson in neodvisno od njega Wilhelm Weber in drugi.

*Enačbe tokov* je Maxwell dobil tako, da je Ampèrovemu zakonu  $\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_e$  dodal premikalni tok:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j}_t = \vec{j}_e + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}. \quad (C)$$

Na desni strani je uporabil faktor  $4\pi$ , ki smo ga spustili.

V *enačbah elektromotorne sile*

$$\vec{f} = \vec{v} \times \mu\vec{H} - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad } V \quad (D)$$

s skalarnim potencialom  $V$  je »elektromotorno silo«  $\vec{f}$  razumel kot silo na enoto naboja. To spominja na našo jakost električnega polja  $\vec{E}$  in enačba na gostoto Lorentzeve sile. Elektromotorna sila danes večinoma pomeni gonilno napetost.

*Enačbe električne prožnosti* so »elektromotorno silo« povezale z električnim premikom:

$$\vec{f} = k\vec{D}. \quad (E)$$

Koefficient  $k$  je v našem zapisu  $k = 1/(\epsilon\epsilon_0)$ .

*Enačbe električnega upora* so bile naš Ohmov zakon:

$$\vec{f} = \zeta\vec{j}_e \quad (F)$$

s specifičnim uporom  $\zeta$ .

*Enačba proste elektrike* je bila naš Gaussov zakon:

$$\text{div } \vec{D} = \rho_e. \quad (G)$$

Vrsta enačb se je končala s *kontinuitetno enačbo*:

$$\operatorname{div} \vec{j}_e = -\frac{\partial \rho_e}{\partial t}. \quad (H)$$

Maxwell je naštel dvajset spremenljivk in dvajset enačb zanke. Enačbe so imenovali *Maxwellove enačbe*, dokler ime ni dobilo današnjega pomena. Vse enačbe niso bile med seboj neodvisne. Tako na primer dobimo enačbo (H) iz enačbe (G), ko upoštevamo, da je  $\operatorname{div} \vec{j}_t = 0$ .

V VI. razdelku *Elektromagnetna teorija svetlobe* je Maxwell iz zapisanih enačb izpeljal valovno enačbo. Tudi tukaj si z vektorsko pisavo skrajšamo pot. Na levi in desni strani enačbe (B) vzamemo rotor  $\mu\mu_0 \operatorname{rot} \vec{H} = \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A})$  in uporabimo vektorsko identiteto  $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) = -\nabla^2 \vec{A} + \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A})$ . V dielektriku ali praznem prostoru ni prostih nosilcev nabojev in je  $\vec{j}_e = 0$ , tako da je po enačbi (C)  $\operatorname{rot} \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t = k^{-1} \partial \vec{f} / \partial t$ . Z enačbo (E)  $\vec{D}$  izrazimo s  $\vec{f}$  in nazadnje uporabimo enačbo (D) za primer, ko ni nabojev in je  $\vec{f} = -\partial \vec{A} / \partial t - \operatorname{grad} V$ :

$$\begin{aligned} \mu\mu_0 \operatorname{rot} \vec{H} &= \operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{A}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A} = \mu\mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{\mu\mu_0}{k} \frac{\partial \vec{f}}{\partial t} = \\ &= -\frac{\mu\mu_0}{k} \left( \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \operatorname{grad} \frac{\partial V}{\partial t} \right). \end{aligned}$$

Maxwell je enačbo za komponento v smeri osi  $y$ :

$$\frac{\partial(\operatorname{div} \vec{A})}{\partial y} - \nabla^2 A_y = -\frac{\mu\mu_0}{k} \left( \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y \partial t} \right)$$

odvajal po  $z$  in enačbo za komponento v smeri osi  $z$ :

$$\frac{\partial(\operatorname{div} \vec{A})}{\partial z} - \nabla^2 A_z = -\frac{\mu\mu_0}{k} \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z \partial t} \right)$$

po  $y$ . Drugo enačbo je odštel od prve in dobil:

$$\nabla^2 \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right) = \frac{\mu\mu_0}{k} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \right).$$

V oklepajih na obeh straneh po enačbi (B) prepoznamo komponento  $H_x$ . S ciklično permutacijo indeksov dobimo enačbi za preostali komponenti in sestavimo vektorsko valovno enačbo:

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad \text{s} \quad c = \sqrt{\frac{k}{\mu\mu_0}} = \sqrt{\frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}.$$

Maxwell je že prej ugotovil, da je magnetno polje pravokotno na smer potovanja valovanja. V ravnem valovanju je vpeljal fazo  $w = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t = k_x x + k_y y + k_z z - \omega t$  z valovnim vektorjem  $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$  in krožno frekvenco  $\omega$ . Z zvezo gradw =  $\vec{k}$  je po enačbi (B) izrazil:

$$\mu\mu_0 H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = \frac{\partial A_z}{\partial w} k_y - \frac{\partial A_z}{\partial w} k_z.$$

Dopisal je še enačbi za komponenti v smeri osi  $y$  in  $z$ . Prvo enačbo je pomnožil s  $k_x$ , drugo s  $k_y$ , tretjo s  $k_z$  in vse enačbe seštel. Dobil je zvezo  $\vec{k} \cdot \vec{H} = 0$ , ki kaže, da je magnetno polje pravokotno na smer valovnega vektorja.

Izpeljal je tudi zvezo med lomnim količnikom in dielektričnostjo  $n^2 = \varepsilon$  za  $\mu = 1$ . Ugotovil je, da je gostota energije v električnem polju  $w_e = \frac{1}{2}\vec{E}\vec{D} = \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2$ . Da je gostota energije v magnetnem polju  $w_m = \frac{1}{2}\vec{H}\vec{B} = \frac{1}{2}B^2/(\mu\mu_0)$ , je že leta 1853 spoznal Thomson.

Maxwell je zapisal valovno enačbo le za magnetno polje. Pripomnil je, da »sestoji val v celoti iz magnetnih motenj«. Morda se tedaj še ni zavedal, da tudi električna motnja potuje kot val. To bi bilo mogoče, saj enačb za električno polje ni zapisal simetrično z enačbami za magnetno polje.

Vsekakor je bila to prva izpeljava valovne enačbe iz enačb za električno in magnetno polje. Hitrost, ki sta jo Weber in Kohlrausch dobila pri električnem poskusu, je primerjal s Fizeaujevo in s Foucaultovo hitrostjo pri poskusu s svetlobo ter nazadnje pribil, da je svetloba elektromagnetno valovanje.

V krajšem članku *O načinu, kako naravnost primerjati elektrostatično silo z elektromagnetno s pripombo k elektromagnetni teoriji svetlobe* je Maxwell izpeljal valovno enačbo, ne da bi uporabil potenciale. S člankom je želel posebej pokazati, da se njegova teorija razlikuje od teorij z delovanjem na daljavo. Omejil se je na ravno valovanje, ki potuje v smeri osi  $z$  z električnim poljem v smeri osi  $x$  in magnetnim poljem v smeri osi  $y$ . Izpeljal je valovno enačbo za magnetno polje, a po sinusni rešitvi za  $H_y$  je dopisal tudi sinusni rešitvi za  $E_x$  in  $D_x$ . Vsaj odtlej je vedel za sestavo elektromagnetnega valovanja iz magnetnega in električnega polja. Članek je bil precej časa pozabljen, dokler ni nanj opozoril Thomson.

*V Razpravi o elektriki in magnetizmu* je Maxwell v zapisanih enačbah spremenil le nekaj znakov. Tako je vpeljal današnjo gostoto magnetnega polja  $\vec{B}$  namesto prejšnje količine  $\mu\vec{H}$ . S tem so postale enačbe za magnetno polje nekoliko bolj podobne enačbam za električno polje. Vpeljal je še nekaj novosti, na primer Maxwellove napetosti, svetlobni tlak, spoznanje, da magnetno polje ne vdre v idealni vodnik, ampak povzroči površinske tokove. Se zdaj so v rabi nekateri njegovi znaki, ki jih je izbral po abecedi. Omejili smo se na Maxwellovo obravnavo elektromagnetnega valovanja v praznem prostoru in v izotropnih snoveh.

## Maxwellove enačbe danes

Ob svojem času je Maxwellovo delo zbudilo nekaj pozornosti v Angliji, na celini pa so se nanj odzvali le posamezniki. Ludwig Boltzmann je v letih 1891 in 1893 izdal *Predavanja o Maxwellovi teoriji električne in svetlobe* v dveh delih. Po njegovem mnenju sta tedaj le še Hermann von Helmholtz v Berlinu in Jožef Stefan na Dunaju spoznala pomen Maxwellove teorije. Večina drugih fizikov je do nje čutila nezaupanje ali celo odpornost. Upirali so se premikalnemu toku in stavili na delovanje na daljavo. Posebej so odklonili zvezo med lomnim količnikom in dielektričnostjo. Tedaj še niso poznali frekvenčne odvisnosti obeh količin. Nekaterim se je teorija, ki je tedaj še tekmovala z drugimi teorijami, zdela nedokončana. Ovirala jo je tudi »težavna matematika« in neurejene enačbe. To se je spremenilo zaradi del Oliverja Heavisida, Josiha Willarda Gibbsa in Heinricha Hertza.

Oliver Heaviside (1850–1925) je bil posebnež, ki je s šestnajstimi leti zapustil šolo [5]. Učil se je sam in s časom od telegrafista napredoval do člana Kraljeve družbe (leta 1891). Pozneje je o Maxwellovi Razpravi zapisal: »Videl sem, da je velika, večja in največja z ogromnimi možnostmi. Bil sem odločen, da knjigo obvladam in sem se lotil dela [...] Vzelo mi je nekaj let, preden sem razumel toliko, kolikor sem mogel razumeti. Potem sem Maxwella odložil in sledil svoji lastni poti. Napredoval sem veliko hitreje.«

Medtem se je po zaslugu Gibbsa in drugih razvila vektorska analiza. Heaviside jo je pomagal razvijati in jo širil med fiziki. Po Hertzovem odkritju radijskih valov leta 1887 se je spremenil odnos do teorije. Hertz je prispeval tudi k teoriji vzporedno s Heavisidom, a je slednjemu priznal prvenstvo. Heaviside in Hertz sta uredila in poenostavila enačbe in jim dala današnjo obliko. Nekaj časa so te enačbe imenovali po Heavisidu in Hertzu in tudi po Maxwellu in Hertzu. Danes jih poznamo kot *Maxwellove enačbe*:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho_e \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_e + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.$$

Dodati je treba še enačbi:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{E} \quad \vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}.$$

Pogosto dodamo še enačbo za *Lorentzevo silo* na delec z nabojem  $e$ :  $\vec{F} = e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ . Ohmova zakona in kontinuitetne enačbe pa ne štejemo k Maxwellovim enačbam. Nekdo je pripomnil, da Maxwell v novih enačbah ne bi prepoznal svojih prvotnih enačb. V praznem prostoru, v katerem ni nabojev in tokov, so enačbe za električno polje simetrične z enačbami za magnetno polje – do minusa v indukcijskem zakonu.

George Francis Fitzgerald je zapisal: »Maxwellovo Razpravo obremenjuje razbitine njegove sijajne črte naskoka, njegova polja s strelskimi jarki, njegove bitke. Razčistil jih je Oliver Heaviside, odprl neposredno pot, uvedel široko cesto in raziskal znaten preostanek področja.« Heaviside je naredil še več. Med drugim je obravnaval telegrafsko enačbo in predlagal, da naj bi s tuljavami v kablih zmanjšali popačenje signala. Predvidel je, da bi nabit delec, ki bi se gibal hitreje kot svetloba, oddajal sevanje, danes znano kot sevanje Čerenkova. Raziskal je gostoto energijskega toka v električnem in magnetnem polju, a pri tem ga je prehitel John Henry Poynting. Heaviside se je rad prepiral. Omenimo samo prepir s Petrom Guthrijem Taitom. Ta si je na vso moč prizadeval, da bi v elektrodinamiki uporabljali Hamiltonove kvaternione, ki jim je bil spočetka naklonjen tudi Maxwell. Heaviside pa se je zavzemal za vektorje.

Za študente je valovna enačba pri elektromagnetnem polju pomembna, ker jo izpeljejo iz osnovnih zakonov, to je Maxwellovih enačb, naravnost brez približkov. Valovno enačbo pa že poznajo iz mehanike. Tudi v razvoju fizike so jo spoznali v mehaniki že prej. Jean le Rond d'Alembert jo je za valovanje v eni razsežnosti izpeljal leta 1746. Leonhard Euler jo je za valovanje v treh razsežnostih dognal nekaj let pozneje. V tej zvezi kaže omeniti še prispevka Daniela Bernoullija in Joseph-Louisa Lagrangea.

Decembra 2013 je Generalna skupščina Združenih narodov leta 2015 razglasila za Mednarodno leto svetlobe. Kako zelo pomembna je vidna svetloba, ki je ozek pas v spektru elektromagnetnega valovanja, uvidimo, če si zamislimo, kakšno bi bilo življenje in sploh svet, če je ne bi bilo. Pri tem so poleg izida Maxwellovega članka leta 1865 upoštevali delo Ibn al-Haythama (Alhazena) leta 1015, teorijo transverzalnega etrskega valovanja Augustina Fresnela leta 1815, razlago fotoefekta Alberta Einsteina leta 1905 ter odkritja svetlobnih vodnikov Charlesa Kaa leta 1965. Tehnologije na osnovi svetlobe so izdatno prispevale k razvoju. V Mednarodnem letu svetlobe 2015 naj bi UNESCO, izobraževalne in raziskovalne ustanove ter strokovna društva in drugi po vsem svetu sodelovali pri širjenju zavesti o »pomenu svetlobe in njene uporabe«.

## LITERATURA

- [1] J. Clerk Maxwell, *On Faraday's lines of force*, Transactions of the Cambridge Philosophical Society **10** (1855, 1856).
- [2] J. Clerk Maxwell, *On physical lines of force*, The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science **21** (1861) 161–175, 281–291, 338–348; **22** (1862) 12–24, 85–95.
- [3] J. Clerk Maxwell, *A dynamical theory of the electromagnetic field*, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, **155** (1865) 459–512.
- [4] J. Clerk Maxwell, *On a method of making a direct comparison of electrostatic with electromagnetic force: with a note on the electromagnetic theory of light*, Philosophical Magazine **36** (1868) 316. Vire [1–3] je mogoče dobiti na spletu.
- [5] P. J. Nahin, *Oliver Heaviside*, Scientific American **262** (1990) 80–87 (6).