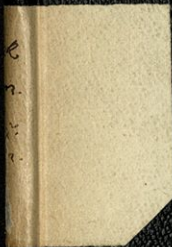


III.
L. 35335.
d.



35335, III, $\tilde{x}$, d .

Geometrija

za

nižje gimnazije.

Spisal

Bl. Matek,

c. kr. gimnazijski profesor v Mariboru.

Prvi del.

120 slik.

35335 III, d.



V Ljubljani.

Natisnila in založila Ig. pl. Kleinmayr & Fed. Bamberg.

1896.

030006725

Vsebina.

Uvod.	Stran		Stran
§ 1. Geometrijski stvori	1	§ 34. Medsebojna lega dveh krogov .	56
§ 2. Stvarjanje geometrijskih stvorov po premikanji	2	§ 35. Naloge	59
§ 3. Deli geometrije	3	§ 36. Četverokotnik v obče	61
		§ 37. Paralelogram v obče	62
		§ 38. Romb	65
		§ 39. Pravokotnik	66
		§ 40. Kvadrat	67
		§ 41. Trapez v obče	67
		§ 42. Jednakookraki trapez	69
		§ 43. Deltoid	70
		§ 44. Naloge	71
		§ 45. Mnogokotnik v obče	75
		§ 46. Pravilni mnogokotnik	77
Planimetrija.		Vadbe in naloge.	
§ 4. Točka in prema črta	3	§§ 1., 2., 3., 4.	80
§ 5. Primerjanje daljic	5	§§ 5., 6.	81
§ 6. Računanje z daljicami	6	§§ 7., 8.	82
§ 7. Krog	8	§ 9.	83
§ 8. Naloge	10	§§ 10., 11., 12.	84
§ 9. Ločna mera	12	§ 13.	85
§ 10. Kot	13	§§ 14., 15.	86
§ 11. Kotna mera	15	§§ 16., 17., 18.	87
§ 12. Računanje s koti	17	§ 19.	88
§ 13. Sokoti in sovršni koti	19	§ 20.	89
§ 14. Medsebojna lega premih črt	20	§§ 21., 22.	90
§ 15. Protikoti, izmenični koti in pri- koti	23	§§ 23., 24., 25., 26.	91
§ 16. Koti z vzporednimi kraki	25	§§ 27., 28.	92
§ 17. Trikotnik v obče	26	§§ 29., 30.	93
§ 18. Razmere med trikotnikovimi stranicami	27	§ 31.	94
§ 19. Razmere med trikotnikovimi koti	29	§§ 32., 33., 34.	95
§ 20. Razmere med trikotnikovimi stranicami in koti	30	§ 35.	96
§ 21. Pravokotnica	32	§ 36.	97
§ 22. Naloge	33	§§ 37., 38.	98
§ 23. Somerna lega	35	§ 39.	99
§ 24. Daljičina somernica	36	§§ 40., 41.	100
§ 25. Kotova somernica	37	§ 42.	101
§ 26. Somernice trikotnikovih sestavin	38	§§ 43., 44.	102
§ 27. Somerni trikotniki	39	§ 45.	104
§ 28. Naloge	41	§ 46.	105
§ 29. Skladni trikotniki	43		
§ 30. Izreki o skladnosti dveh trikot- nikov	45		
§ 31. Lega premice z ozirom na krog	51		
§ 32. Tetive v krogu	52		
§ 33. Naobodni koti	54		

Uvod.

§ 1. Geometrijski stvori.

Telesa v naravi imajo različne lastnosti in znamenja, po katerih jih spoznavamo in razvrščujemo. Tako n. pr. zavzima vsako telo določen prostor, ima določeno podobo in lego, je iz neke posebne snovi, ki je težka, bolj ali manj trda in te ali druge barve i. t. d. Na vse te raznovrstne lastnosti istinitih teles se tukaj ne bomo ozirali, temveč ogledovati in preiskovati hočemo telesa le z ozirom na njihovo obliko, velikost in lego. Če si mislimo telo, ki ima le to jedno lastnost, da zavzima določen prostor, dobimo pojem o geometrijskem telesu. Geometrijsko telo je na vse strani omejen prostor.

Kocka je telo; razprostira se: 1.) od desne na levo (na dolžino), 2.) od spredaj navzad (na širino), 3.) od spodaj navzgor (na višino).

Kakor kocka ima tudi valj, krogla in vsako drugo telo trojno glavno razsežnost: dolžino, širino in višino.

Namesto besede «višina» rabimo pri nekaterih telesih besedo «globočina», pri drugih pa besedo «debelina».

Meje telesu so ploskve. Kocko n. pr. omejuje šestero ravnih ploskev, valj dve ravni in jedna kriva, kroglo pa le jedna kriva ploskev.

Vsaka ploskev se razprostira v dvojno glavno mer: od desne na levo (na dolžino) in od spredaj navzad (na širino), ali pa: od desne na levo in od spodaj navzgor (na višino).

Oglej in primerjaj zgornjo in sprednjo ploskev na kocki!

Da uvidimo dvojno glavno razsežnost krivih ploskev, treba je vsako tako ploskev v mislih primerno prerezati, jo raztegniti in zravnati.

Primerjaj krivo ploskev na valji!

Istinito in geometrijsko telo = der wirkliche und der geometrische Körper.

Kocka = der Würfel. Dolžina = die Länge. Širina = die Breite.

Višina = die Höhe. Valj = der Cylinder. Krogla = die Kugel.

Razsežnost = die Ausdehnung.

Globočina = die Tiefe. Debelina = die Dicke.

Ravna in kriva ploskev = die ebene und die krumme Fläche.

Razsežnost ravne in krive ploskve.

Črta = die Linie.
 Prema črta = die
 gerade Linie oder
 die Gerade. Rob
 = die Kante.

Meje ploskvi so črte. Vsako kockino ploskev omejujejo štirje robi ali štiri robovne črte. Kockini robi so ravne ali preme črte. Valj ima dva kriva roba, to ste dve krivi črti. Krogla nima nobednega roba. V robovnih črtah stikate se po dve ploskvi.

Razsežnost
 preme in krive
 črte.

Kockin rob se razteza le v jedno mer, na dolžino. Tudi valjev rob ima le jedno razsežnost; da to uvidimo, treba je prerezati rob, raztegniti ga in zravnati.

Točka = der
 Punkt. Oglišče =
 der Eckpunkt.

Meji črte ste točki. Vsak kockin rob omejuje dvoje oglišč, in to ste dve točki. V ogliščih se stikajo najmanj po tri ploskve.

Oglej oglišča na kocki in na kakem drugem telesu!

Razsežnost
 točke.

Kockina oglišča se ne raztezajo v nobedno mer: niso niti dolga, niti široka, niti debela. Točka nima nikakoršne razsežnosti.

Geometrijski
 stvor = das geo-
 metrische Ge-
 bilde.

Točke, črte, ploskve in telesa imenujemo geometrijske stvore. Kako geometrijski stvori nastanejo in katere lastnosti imajo, to nas uči geometrija.

Geometrija = die
 Geometrie.

Telesni vzorec =
 das Modell.
 Slika = die Figur.

Geometrijski stvori so sami po sebi nevidljivi. Da si jih moremo predstavljati, v to nam služijo istinita telesa, ki se zovejo telesni vzorci, in pa slike. Telesni vzorci in slike niso geometrijski stvori, temveč so le njih znamenja ali podobe. Če pravimo, da rišemo ali načrtavamo geometrijske stvore, misliti si moramo, da načrtavamo prav za prav le znamenja ali podobe geometrijskih stvorov.

§ 2. Stvarjanje geometrijskih stvorov po premikanji.

Premikanje
 točke.

Ako se točka premika po prostoru, nariše črto. Črta je torej pot, katero pušča za seboj premikajoča se točka.

Prema
 in kriva črta.

Črte so preme in krive. Ako nariše premikajoča se točka premo črto, pravimo, da se točka premika vedno v isto mer; če pa nariše premikajoča se točka krivo črto, pravimo, da točka vedno izpreminja mer svojega premikanja. Ta dva izreka veljata tudi obratno, t. j. ako se točka premika vedno v isto mer, nariše premo črto; če pa točka vedno izpreminja mer svojega premikanja, nariše krivo črto.

Premikanje
 črte.

Ako se črta premika po prostoru, nariše ploskev. To premikanje se pa ne sme ujemati z ono merjô, v katero se razteza črta.

Ploskve so ravne in krive. Ravna ploskev se imenuje ravnina; v njej se dadô na vse strani risati preme črte. Na krivi ploskvi ne moremo tega storiti. Tako n. pr. se dadô na krivi ploskvi, ki se nahaja na valji, preme črte risati le v jedno mer; na krivi ploskvi pa, ki omejuje kroglo, ne moremo risati premih črt v nobedno mer.

Ravnina = die Ebene.

Kriva ploskev.

Ako se ploskev premika po prostoru, nariše telo. To premikanje se pa ne sme ujemati z nobedno onih merij, v katere se razprostira ploskev.

Premikanje ploskve.

Telesa so oglata in okrogla. Oglato telo omejujejo le ravne ploskve, okroglo telo pa ravne in krive, ali pa le krive ploskve.

Oglato in okroglo telo = der eckige und der runde Körper.

Primerjaj kocko, valj in kroglo!

§ 3. Deli geometrije.

Geometrijske stvore je treba ločiti v ravninske in prostorske stvore. Ravninski stvori so tisti, ki ležijo popolnoma v jedni ravnini; prostorskih stvorov si ne moremo misliti ležečih v jedni ravnini.

Ravninski in prostorski stvor = das ebene und das räumliche Gebilde.

Primerjaj črte in telesa!

Nauk v ravninskih stvorih se imenuje ravninomerstvo ali planimetrija, nauk o prostorskih stvorih pa telesomerstvo ali stereometrija.

Ravninomerstvo = die Planimetrie. Telesomerstvo = die Stereometrie.

Planimetrija.

§ 4. Točka in prema črta.

Točko predočujemo z majhno piko, katero napravimo n. pr. s svinčnikom na papir ali s kredo na desko (tablo). Da zaznamujemo točko, zapisujemo zraven pike, ki jo predočuje, veliko latinsko črko ali arabsko številko. Primerjaj sliko 1.! Citaj: točka A, točka 1 i. t. d.

Kako se točka predočuje in zaznamuje.

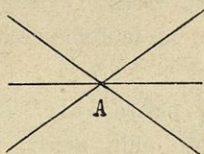
Slika 1.

A 1 B 2

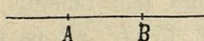
Lega
preme črte.

Skoz točko *A* (slika 2.) moremo narisati brez števila premih črt, in sicer v vse mogoče meri. Jedna točka torej premi črti ne določuje lege.

Slika 2.



Slika 3.



Presečišče = der
Durchschnitts-
punkt oder
Schnittpunkt.

Skoz dve določeni točki *A* in *B* (slika 3.) dá se narisati le jedna prema črta. Dve točki torej določujeta premi črti lego popolnoma.

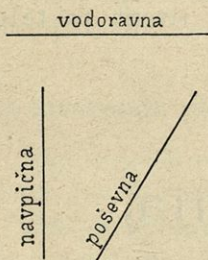
Kadar imate dve premi črti jedno skupno točko, pravimo, da se sečete v tej točki; skupna točka se imenuje njiju presečišče. Primerjaj sliko 2.!

Kadar imate dve premi črti dve skupni točki, pokrivata druga drugo; v tem slučaju smemo reči, da imamo prav za prav le jedno premo črto.

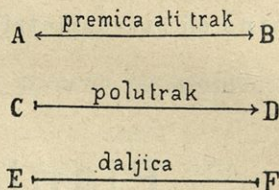
Navpičen = verti-
cal. Vodoraven
= horizontal.
Poševen = schief.

Ako primerjamo lego preme črte z ozirom na našo zemljo, razločujemo na njej trojno mer, in sicer navpično ali vertikalno, vodoravno ali horizontalno in poševno. Navpična prema črta ima mer niti, katero napenja na njej viseča kroglica. Vodoravna prema črta ima mer palčice, ki plava na mirni vodi. Vsaka prema črta, ki ni niti navpična niti vodoravna, je poševna (slika 4.).

Slika 4.



Slika 5.



Premica ali trak
= die Gerade
oder der Strahl.
Polutrak = der
Halbstrahl.
Daljica = die
Strecke.
Krajišče = der
Endpunkt.

Ako se pri premih črtah oziramo na omejitve v njihovi razsežnosti, delimo jih na premice ali trake, na polutrake in daljice. Premica ali trak je neomejena prema črta, ki nima niti začetka niti konca. Polutrak je na pol omejena prema črta, ki ima začetek, toda ne konca. Daljica je popolnoma omejena prema črta, ima začetek in konec. Točki, ki mejita daljico, imenujete se daljičini mejišči ali krajišči. Polutrak ima le jedno krajišče; premica ali trak nima nobednega krajišča (slika 5.).

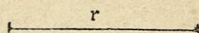
Da zaznamujemo premico, izberemo v njej dve katerikoli točki ter ju zaznamujemo s črkama ali številkami. Istotako zaznamujemo pri polutraku krajišče in katerokoli točko v njem, pri daljici pa obe krajišči. Stvore v sliki 5. čitamo tako le: premica ali trak AB , polutrak CD , daljica EF .

Zaznamovanje premih črt.

Daljica, ki veže ali spaja dve določeni točki, imenuje se razdalja ali razstoj teh dveh točk ter se zaznamuje včasih le z jedno malo latinsko črko, katero zapišemo zraven daljice. N. pr. daljica r v sliki 6.

Razdalja ali razstoj = die Entfernung oder der Abstand.

Slika 6.



Za risanje premih črt služi nam ravnilo.

Ravnalo = das Lineal.

§ 5. Primerjanje daljic.

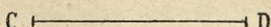
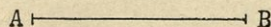
Ako položimo daljico AB (slika 7.) na daljico CD in vidimo, da krajišči A in B prve daljice pokrivata krajišči C in D druge daljice, pravimo: daljica AB je jednaka daljici CD , in pišemo: $AB = CD$ (čitaj: daljica AB je jednaka CD).

Jednake daljice.

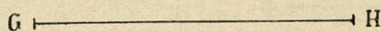
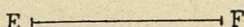
Znak = imenuje se jednačaj.

Jednačaj = das Gleichheitszeichen.

Slika 7.



Slika 8.



Ako pa položimo daljico EF (slika 8.) na daljico GH in vidimo, da krajišče E pokriva krajišče G , krajišče F pa leži na neki točki daljice GH , ne pa na krajišče H te daljice, v tem slučaju pravimo: daljica GH je daljša ali večja nego daljica EF , in pišemo $GH > EF$ (čitaj: daljica GH je večja nego EF). Obratno je EF krajša ali manjša nego GH , v znakih: $EF < GH$ (čitaj: daljica EF je manjša nego GH).

Nejednake daljice.

Znak $>$ ali $<$ se imenuje nejednačaj. V votlino nejednačaja zapišemo večjo daljico, pred vrh nejednačaja pa manjšo daljico.

Nejednačaj = das Ungleichheitszeichen.
Šestilo = der Zirkel.

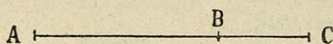
Da moremo daljice primerjati z ozirom na njih dolžino, v to nam služi šestilo, t. j. orodje, ki je sestavljeno iz dveh lesenih ali kovinskih palčic. Vsaka palčica se dá vrteti okoli druge. Osti, v kateri se končujeta palčici, ste dve točki, med katerima leži daljica določene dolžine.

§ 6. Računanje z daljicami.

Seštevanje in
odštevanje dveh
daljic.

Ako podaljšamo daljico AB (slika 9.) za BC , dobimo novo daljico AC , ki je tolika, kolikoršni ste daljici AB in BC

Slika 9.



skupaj, ali daljica AC je vsota daljic AB in BC , v znakih: $AC = AB + BC$ (čitaj: daljica AC je jednaka AB plus BC).

Ako odvzamemo od daljice AC (slika 9.) daljico AB , ostane nam še daljica BC ; BC je torej razlika daljic AC in AB , v znakih: $BC = AC - AB$ (čitaj: daljica BC je jednaka AC minus AB).

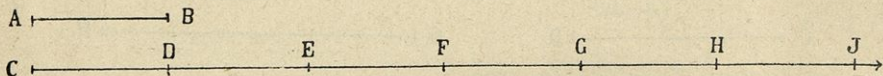
$AC - BC = ?$ (slika 9.).

Dve določeni daljici sešteješ, ako ju narišeš n. pr. na polutrak tako, da se dotikate druga druge. Od daljice odšteješ daljico, ako načrtaš obe daljici na polutrak tako, da leži jedna na drugi; za kolikor gleda jedna izpod druge, to je razlika obeh daljic.

Množenje daljic.

Daljico AB (slika 10.) pomnožiš n. pr. s številom 6, ako načrtaš na polutraku šest enakih daljic, ki so posamič jed-

Slika 10.



nake AB . Tako je v sliki 10. $AB = CD = DE = EF = FG = GH = HI$, in daljica CI je šestkrat tolika kakor daljica AB , v znakih: $CI = 6 AB$ (čitaj: daljica CI je jednaka 6 krat AB).

Ako primerjamo daljico CE daljici CI , uvidimo takoj, da je $CI = 3 CE$.

Deljenje daljic.

Obratno je n. pr. daljica AB četrti del (ali jedna četrtna) daljice CG , v znakih: $AB = \frac{CG}{4}$, ali: $AB = \frac{1}{4} CG$ (čitaj: daljica AB je jednaka četrtemu delu ali jedni četrtni daljice CG).

Daljica CE je polovica daljice CG , v znakih: $CE = \frac{1}{2} CG$.

Razdelišče = der
Theilungspunkt.

Določeno daljico delimo s številom, ako jo razdelimo na toliko enakih delov, kolikor jih kaže število. Točke, ki mejijo posamezne dele, imenujemo razdelišča.

Daljico razpoloviti se pravi, razdeliti jo na dva jednaka dela. Razdelišče se v tem slučaju imenuje razpolovišče. Tako je točka *E* razpolovišče daljice *CG*.

Razpoloviti, razpolavljati = halbieren. Razpolovišče = der Halbirungspunkt. Merjenje daljic.

Ako preiskujemo, kolikokrat se neka znana daljica dá načrtati na drugi določeni daljici, pravimo, da merimo zadnjo daljico s prvo. Tako se n. pr. nahaja daljica *AB* (slika 10.) v *CH* petkrat, v znakih: $CH : AB = 5$ (čitaj: v daljici *CH* se nahaja *AB* petkrat, ali obratno: *AB* se nahaja v *CH* petkrat).

Daljica *AB*, s katero smo merili daljico *CH*, imenuje se **jednota dolgostne mere**, in število 5, ki pove, kolikokrat se nahaja jednota dolgostne mere v daljici *CH*, zove se **mersko število daljice CH**.

Jednota dolgostne mere = die Längeneinheit.
Mersko število = die Maßzahl.
Meter = das Meter.
Decimeter = das Decimeter.
Centimeter = das Centimeter.
Milimeter = das Millimeter.
Kilometer = das Kilometer.
Miriameter = das Myriameter.
Merilo = der Maßstab.

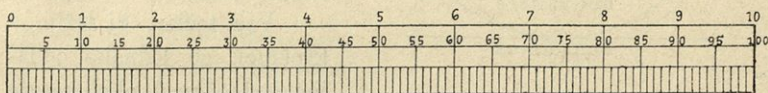
V javnem življenji služi nam za jednoto dolgostne mere dolžina neke palice, ki se hrani na pariški zvezdarni. Ta palica se imenuje **meter**.

Meter (*m*) se deli na 10 decimetrov (*dm*) po 10 centimetrov (*cm*) po 10 milimetrov (*mm*).

1000 *m* je 1 kilometer (*km*), 10 *km* ali 10.000 *m* je 1 miriameter (*um*).

Palice iz lesa ali kovine, na katerih je zaznamovana dolžina jedne ali več dolgostnih jednot in pa nižji razdelki, imenujejo se **merila**.

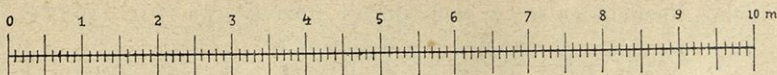
Slika 11.



Slika 11. predočuje merilo, na katerem je načrtana dolžina decimetra in njega razdelitev na centimetre in milimetre.

Dalje, katere izmerimo v naravi, navadno ne načrtavamo na papir v njih pravi velikosti, nego v pomanjšanem merilu. Tako si lahko n. pr. mislimo, da nam predočuje daljica na papirji, ki je 1 *cm* dolga, daljico v naravi, ki je ali 1 *m*, ali 10 *m*, ali 50 *m*, ali 100 *m*, i. t. d. dolga.

Slika 12.



Pomanjšano
merilo =
der verjüngte
Maßstab.

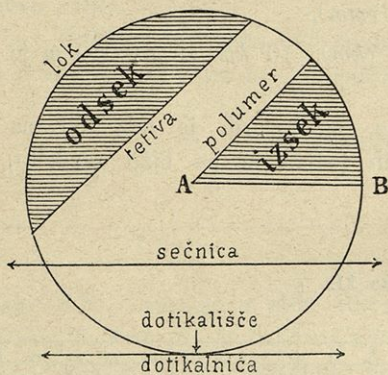
Merila, na katerih so resnične dolgostne enote zmanjšane, imenujejo se pomanjšana merila. Slika 12. kaže pomanjšano merilo, na katerem pomenja dolgostna enota 1 m, v resnici pa je le 1 cm dolga.

§ 7. Krog.

Krožnica = die
Kreislinie.
Krožnina = die
Kreisfläche.
Krog = der Kreis.
Obod =
die Peripherie.

Ako se zavrti daljica AB (slika 13.) v ravnini okoli jednega svojih krajišč, n. pr. okoli A , tako daleč, da se povrne v svojo prvotno lego, nariše drugo krajišče B krivo črto, krožnico, daljica AB pa načrta ravno ploskev, ki se imenuje

Slika 13.



Krogovo središče
= der Kreis-
mittelpunkt oder
das Centrum.
Polumer = der
Halbmesser oder
Radius.

Središčna
razdalja = der
Centralabstand.

Tetiva = die
Sehne.

se je vrtela daljica AB . Ta točka se imenuje krogovo središče. Daljica, ki spaja krogovo središče s točko na obodu, zove se polumer. Vsi polumeri jednega in istega kroga so jednaki.

Ako leži točka znotraj krožnice, je njena razdalja od krogovega središča (središčna razdalja) manjša od polumera; če pa leži točka zunaj kroga, je njena središčna razdalja večja od polumera.

Daljica, ki spaja dve točki krogovega oboda, zove se tetiva. Vsaka tetiva, ki gre skoz krogovo središče, imenuje

krožna ploskev ali krožnina. Za besedi «krožnica» in «krožnina» rabimo pogostoma tudi besedo «krog». Kedaj pomenja krog krožnico in kedaj krožnino, to določi v vsakem posebnem slučaju zveza, v kateri se nahaja beseda. Ker omejuje krožnica krožno ploskev, pravimo ji tudi obod ali periferija krožne ploskve.

Vse točke, ki ležijo v krožnici, so jednako oddaljene od točke A , okoli katere

se premer. Premer je dvakrat tolik kakor polumer. Vsi premeri jednega in istega kroga so jednaki.

Premer =
der Durchmesser.

Dva kroga, ki imata jednaka polumera, sta jednaka; kajti ako položimo jednega na drugega tako, da središče pokriva središče, pokrivata tudi oboda drugi drugega. Dva kroga, ki imata različna polumera, imenujeta se nejednaka. Dveh nejednakih krogov ne moremo tako položiti drugega na drugega, da bi krog pokrival krog popolnoma.

Jednaki in nejednaki krogi.

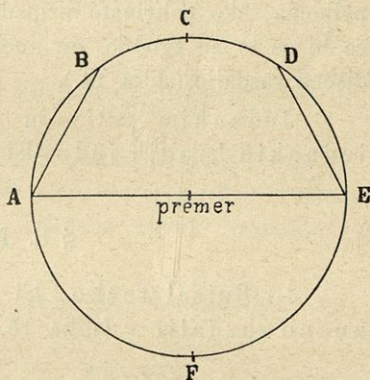
Premica, ki ima s krogom dve točki skupni, zove se sečnica ali sekanta; ona seče krog. Premica, ki ima s krogom le jedno točko skupno, imenuje se dotikalnica ali tangenta; skupni točki se pravi dotikalnišče (slika 13.).

Sečnica = die
Secante. Dotikalnica = die
Tangente. Dotikalnišče = der
Berührungspunkt.

Vsak del krogovega oboda se imenuje lok. Dva loka istega kroga (ali enakih krogov) moremo jednega drugemu primerjati kakor dve daljici. Ako položimo dva loka enakih krogov drugega na drugega in vidimo, da se stikate krajišči jednega loka s krajišči drugega loka, pravimo, da sta loka jednaka; če pa dveh lokov, ki imata jednaka polumera, ne moremo tako položiti jednega na drugega, da bi lok pokrival popolnoma lok, pravimo: loka sta nejednaka. Tako sta n. pr. loka AB in DE v sliki 14. jednaka, loka AB in CE pa nejednaka.

Lok = der Bogen.
Jednaki in nejednaki loki.

Slika 14.



Polukrog = der
Halbkreis.

Vsak premer deli krožnico in krožnino na dva jednaka dela, ki se imenujeta polukroga; kajti ako zavrtimo v sliki 14. spodnji polukrog AFE okoli premera AE , pokrije ta polukrog zgornji polukrog ACE .

Vsaka tetiva, ki ni premer, deli krožnico na dva nejednaka loka in krožnino na dva nejednaka dela, ki se zoveta krogova odseka ali segmenta. O manjšem loku in o manjšem odseku pravimo, da pripadata tej tetivi. Obratno pripada tetiva loku in odseku, ki sta manjša od polukroga (slika 13.).

Krogov odsek =
der Kreis-
abschnitt oder
das Segment.

Krogov odsek je krožninin del, katerega omejujeta tetiva in njej pripadajoči lok.

Krogov izsek =
der Kreis-
ausschnitt oder
Sector.

Ako narišemo v krogu dva kakoršnakoli polumera, razdelimo krožnico na dva nejednaka loka in krožnino na dva nejednaka dela, ki se imenujeta krogova izseka ali sektorja. Manjši lok pripada manjšemu izseku, večji lok večjemu izseku, in obratno (slika 13.).

Krogov izsek je krožninin del, katerega omejujeta dva polumera in med njima ležeči lok.

Tetive in
pripadajoči loki.

Tetiva, ki pripada loku, spaja krajišči tega loka. Ako položimo dva jednaka loka drugega na drugega tako, da se stikate krajišči jednega loka s krajišči drugega loka (in to je pri enakih lokih mogoče), potem pokrivata tudi lokoma pripadajoči tetivi druga drugo. Primerjaj loka AB in DE v sliki 14.!

Jednakim lokom pripadajo jednake tetive.

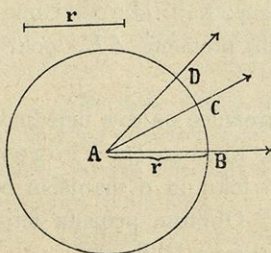
Obratno mora lok pokrivati lok jednakega polumera popolnoma, ako pokrivata pripadajoči tetivi druga drugo; kajti če bi se to ne zgodilo, ne imele bi točke obeh lokov iste središčne razdalje (slika 14.).

Jednakim tetivam pripadajo v istem ali v enakih krogih jednaki loki.

§ 8. Naloge.

1.) Poišči točko, ki ima od določene točke A znano razdaljo r (slika 15.)!

Slika 15.



Ako narišeš iz točke A več polutrakov ter preneseš na vsakega znano daljico r , določiš si več točk B, C, D , i. t. d., ki imajo od A razdaljo r . Ker pa zamoreš iz točke A brez števila polutrakov narisati, dobiš tako postopajoč brez števila točk, ki zadočujejo nalogi. Vse te točke ležijo v krogu, katerega načrtas iz točke A s polumerom r .

Vsaka naloga, katera ima brez števila razrešitev, imenuje se nedoločena naloga. V to vrsto je postaviti tudi našo nalogo.

Vsaka prema ali kriva črta, na kateri ležijo točke, ki zadostujejo določenim pogojem, zove se geometrijsko mesto. Krog je torej geometrijsko mesto tistih točk, ki imajo od določene točke A znano razdaljo r .

2.) Poišči točko, ki ima od dveh določenih točk A in B znano razdaljo r (slika 16.)!

Nariši iz točke A krog s polumerom r in iz točke B drugi krog z istim polumerom! Točki C in D , v katerih se sečeta kroga, imate od točk A in B razdaljo r ter zadostujete naši nalogi.

Ako je razdalja točk A in B dvakrat toliko kakor daljica r , imata načrtana kroga le jedno skupno točko, in naloga se dá rešiti le na jeden način. Če je pa razdalja točk A in B večja od $2r$, nimata kroga nobedne skupne točke, in naloga se ne dá rešiti na nobeden način.

Vsaka naloga, katera ima določeno število razrešitev, imenuje se določena naloga.

Nedoločena
naloga =
die unbestimmte
Aufgabe.
Geometrijsko
mesto = der geo-
metrische Ort.

Določena naloga
= die bestimmte
Aufgabe.

3.) Poišči točko, ki ima od točke A razdaljo r in od točke B razdaljo p !

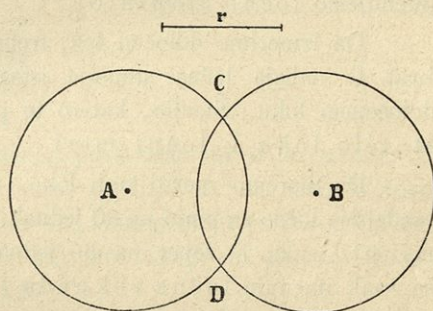
Kje ležijo točke, ki imajo od A razdaljo r ? in kje tiste točke, ki imajo od B razdaljo p ? Katere točke zadostujejo naši nalogi? Je-li naloga določena ali nedoločena?

Kedaj ima naloga dve,

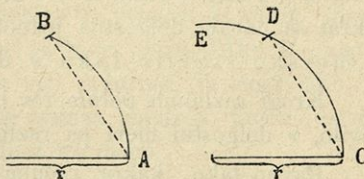
in kedaj le jedno razrešitev? Kedaj je naloga nemogoča?

4.) Načrtaj lok, ki je enak določenemu loku AB (slika 17.)!

Slika 16.



Slika 17.



Izmeri s šestilom polimer določenega loka AB ter načrtaj s tem polimerom lok CE ! Izmeri nadalje tetivo, ki pripada loku AB ter jo prenesi kot tetivo na lok CE od točke C do točke D ! Lok CD je potem jednak loku AB , v znakih: $\widehat{CD} = \widehat{AB}$ (čitaj: lok CD je enak loku AB); kajti enakim tetivam pripadajo v enakih krogih enaki loki.

§ 9. Ločna mera.

Ločna stopinja =
der Bogengrad.

Ako si mislimo krogov obod razdeljen na 360 enakih delov, smatramo vsak tak del za jedno ločno mere ter ga imenujemo ločno stopinjo ($^{\circ}$).

Merjenje loka z
ločno mero.

Da izmerimo določen lok, treba nam je preiskati, kolikokrat se nahaja ločna stopinja istega ali enakega kroga v določenem loku. Število, katero to pove, imenuje se mersko število loka v ločni meri.

Ločna minuta =
die Bogenminute.
Ločna sekunda
= die Bogen-
secunde.

Da moremo meriti tudi loke, manjše od ločne stopinje, razdelimo ločno stopinjo na 60 enakih delov, t. j. na 60 ločnih minut ($'$), in $1'$ zopet na 60 enakih delov, izmed katerih se vsak imenuje ločna sekunda ($''$).

Z ločnimi stopinjami, minutami in sekundami merimo torej loke. Beseda «ločna» se dostikrat izpušča pri navedenih ločnih jednotah.

Kvadrant = der
Quadrant.
Sekstant = der
Sextant. Oktant
= der Octant.

Četrty del krogevega oboda se imenuje kvadrant, šesti del sekstant, osmi del pa oktant. Polukrog meri 180° , kvadrant 90° , sekstant 60° in oktant 45° .

Merjenje loka z
dolgotno mero.

Lok si tudi lahko mislimo iztegnen in zravnán tako, da dobimo iz njega daljico. Če to storimo, merimo lok z dolgotno mero, t. j. z metri, decimetri, i. t. d. Število, katero pove, kolikokrat se nahaja dolgotna jednota v določenem loku, imenuje se mersko število loka v dolgotni meri.

Krogi različnih polimerov imajo v ločni meri isto mersko število, v dolgotni meri pa različna merska števila.

Računanje z loki.

Ravno tako, kakor računaš z daljicami, računaš tudi z loki enakih polimerov. Če ti je treba n. pr. dva loka enakih polimerov sešteti, načrtaj krog istotolikega polimera ter preneseš določena loka na ta krog tako, da se dotikata drugi drugega.

§ 10. Kot.

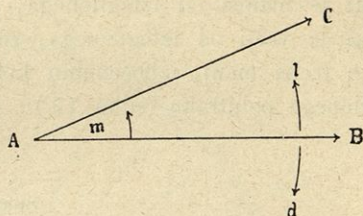
Ako se polutrak AB (slika 18.) vrti v ravnini okoli svojega krajišča A , nastane kot. Kot je velikost vrteža, katerega je treba, da pride polutrak iz svoje prvotne lege AB v kako drugo lego AC . Polutraka AB in AC , katera tvorita kot, imenujemo kraka, njuno skupno krajišče A vrh kota in ploskev med krakoma kotno ploskev ali kotnino. Kot zaznamujemo z majhno črko, katero zapišemo v kotnino blizu vrha, ali z veliko črko ob vrhu, ali s tremi črkami, izmed katerih postavimo prvo in zadnjo h katerimakoli točkama v krakih, srednjo pa na vrh. Kotovo znamenje je $\sphericalangle$. Kot v sliki 18. imenujemo torej: kot m , ali: kot pri A , ali: kot BAC , ali: kot CAB , in pišemo: $\sphericalangle m$, $\sphericalangle A$, $\sphericalangle BAC$ ali $\sphericalangle CAB$.

Velikost kota sodimo po velikosti vrteža dotičnega polutraka; čim dalje se vrti polutrak, tem večji je kot, ki je nastal. Dva kota, ki potrebujeta istotoliko vrteža, da nastaneta, imenujemo jednaka. Dva jednaka kota moremo zmerom tako jednega na drugega položiti, da pokrivata drugi drugega popolnoma. Izmed dveh nejednakih kotov je tisti večji, kateremu je treba več vrteža, da nastane.

Polutrak se dá v ravnini vrteti na dve nasprotni strani, ali na levo, ali na desno, t. j. v sliki 18. proti l ali proti d . Vrtenje na levo (pozitivno vrtenje) in vrtenje na desno (negativno vrtenje) pojasnjujemo si na ta-le način. Ako stopimo v mislih na ravnino, v kateri se vrti polutrak, in sicer tako, da gledamo v tisto mer, v katero se razteza polutrak, imamo vrtenje proti l na levi in vrtenje proti d na desni.

Dva polutraka s skupnim krajiščem tvorita dva kota (slika 18.); kajti polutrak AB spravimo v lego AC , ako ga zavrtimo prvokrat na levo in drugokrat na desno. Velikost vrteža na levo določuje jeden kot in velikost vrteža na desno drugi kot. Izmed teh dveh kotov mislimo zmerom na manjšega,

Slika 18.



-Kot =
der Winkel.
Kraak =
der Schenkel.
Vrh =
der Scheitel.
Kotnina = die
Winkelfläche.
Zaznamovanje
kota.

Velikost kota.
Jednaki in nejednaki koti.

Vrtenje na desno
in na levo.

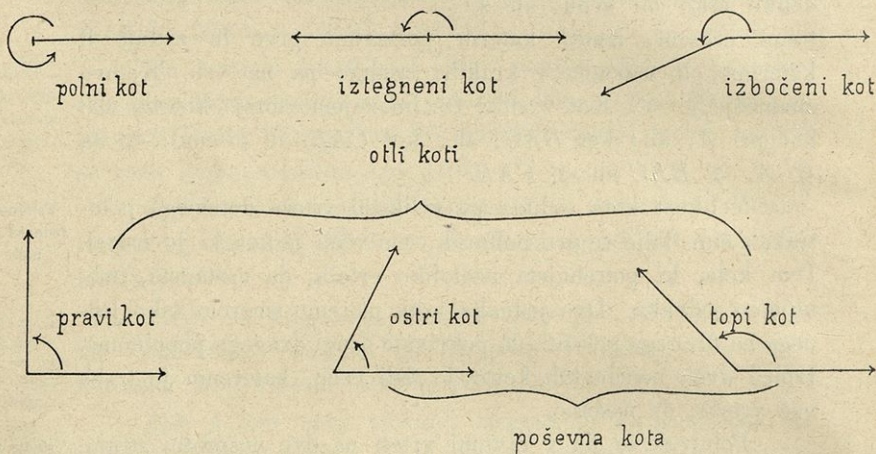
Kota dveh polutrakov.

kadar govorimo o kotu dveh polutrakov; večjega razumevamo le tedaj, kadar omenjamo to izrečno.

Polni kot = der volle Winkel.
 Iztegneni kot = der gestreckte Winkel.
 Oti kot = der hohle Winkel.
 Izbočeni kot = der erhabene Winkel.

Kot, kateri nastane, ako se zavrti polutrak popolnoma okoli svojega krajišča, imenujemo polni kot; njegova kraka pokrivata drugi drugega. Kot, kateremu je treba le polovice vrteža dotičnega polutraka, imenujemo iztegneni kot; njegova kraka ležita z ozirom na vrh v nasprotno mer. Vsak kot, ki je manjši od iztegnenega, imenuje se otel, vsak kot pa, ki je večji od iztegnenega, zove se izbočen. Otlemu kotu je treba manj, izbočenemu kotu več nego polovice vrteža dotičnega polutraka (slika 19.).

Slika 19.



Pravi kot = der rechte Winkel.
 Ostri kot = der spitze Winkel.
 Topi kot = der stumpfe Winkel.
 Poševni koti = der schiefe Winkel.

Otle kote delimo na prave, ostre in tope. Pravi kot je polovica iztegnenega; da nastane, treba je četrtnine vrteža dotičnega polutraka. Kot, ki je manjši od pravega, zove se oster, in kot, ki je večji od pravega, toda manjši od iztegnenega, imenuje se topi kot. Ostremu kotu je treba manj ko četrtnine, topemu kotu več ko četrtnine, toda manj ko polovice vrteža dotičnega polutraka. Ostri in topi koti imajo skupno ime «poševni koti» (slika 19.).

Pravi kot zaznamujemo dostikrat s črko R ; iztegneni kot je potem $= 2 R$, in polni kot $= 4 R$.

§ 11. Kotna mera.

Ako hočemo določen kot izmeriti, izberemo neki znani kot za jedното kotne mere ter preiskujemo, kolikokrat se jednota kotne mere nahaja v določenem kotu. Število, katero to pove, imenuje se mersko število dotičnega kota. Jedното kotne mere dobimo, ako razdelimo pravi kot na 90 enakih delov (slik. 20.); vsak tak del je jednota kotne mere ter se zove kotna stopinja ($^{\circ}$). Da moremo izmeriti tudi kote, ki so manjši od kotne stopinje, razdelimo 1° na 60 enakih delov, to je na 60 kotnih minut ($'$), in $1'$ na 60 enakih delov, katerim pravimo kotne sekunde ($''$).

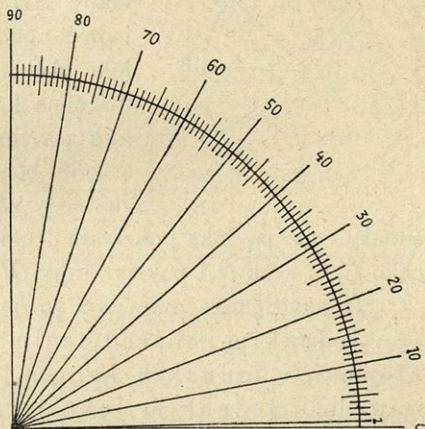
Beseda «kotna» se pogostoma izpušča pri navedenih kotnih jednotah.

Iztegneni kot meri 180° , polni kot 360° , ostri kot manj ko 90° , topi kot več ko 90° in manj ko 180° , izbočeni kot pa več ko 180° .

Merjenje kotov po navedenem načinu je neposredno in se rabi le redkokedaj. Kote merimo navadno posredno, t. j. s pomočjo lokov, ki ležijo med njih kraki. Kako se zvršuje to merjenje, spoznali bomo iz naslednjega.

Kot, katerega vrh leži v središču kroga, imenuje se ob-središčni kot, n. pr. kot AOB v sliki 21. Ker utegnemo vrh vsakega kota smatrati za središče nekega kroga, zato se dá vsak kot misliti kakor obsrediščni kot. V to svrho treba je le iz vrha dotičnega kota načrtati krog s kakoršnimkoli polumerom. O loku, ležečem med krakoma obsrediščnega kota, pravimo, da pripada kotu.

Slika 20.



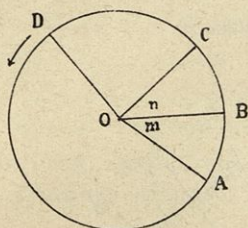
Jednota in
mersko število
kotne mere.
Kotna stopinja =
der Winkelgrad.
Kotna minuta =
die
Winkelminute.
Kotna sekunda
= die
Winkelsekunde.

Obsrediščni kot
= der Centri-
winkel.

Jednaki obsre-
diščni koti in njim
pripadajoči loki.

Ako sta dva obsrediščna kota m in n jednaka (slika 21.) in ako zavrtimo kot m okoli kraka OB , pokrili bomo s kotom m kot n popolnoma; kajti če bi se to ne zgodilo, ne mogla bi

Slika 21.



biti kota m in n jednaka. Če pa kot m pokriva kot n , mora tudi lok AB pokrivati lok BC ; kajti vse točke lokov AB in BC so od središča O jednako oddaljene. — Ako sta obratno loka AB in BC , ki pripadata obsrediščnima kotoma m in n , jednaka, in ako zavrtimo kot m okoli kraka OB , pokrili bomo z lokom AB lok BC , in sicer zato, ker sta ta dva loka jednaka. Če pa loka pokrivata drugi drugega, pokriva točka A točko C , in krak OA pokriva krak OC , t. j. kot m pokriva kot n .

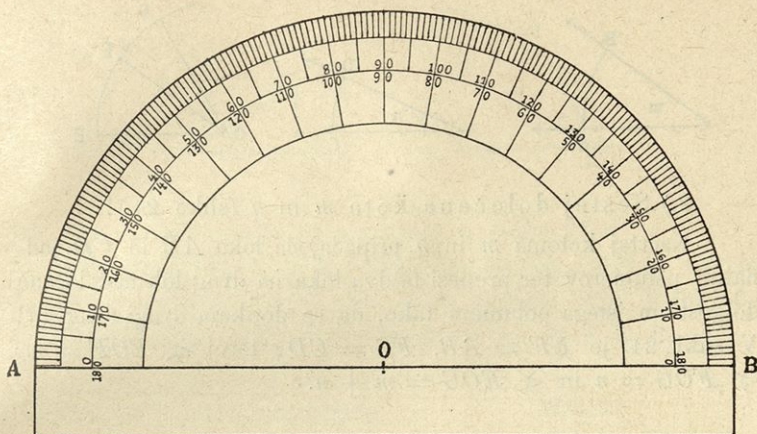
Iz navedenega umovanja smemo sklepati:

Jednakim obsrediščnim kotom pripadajo v istem ali v enakih krogih jednaki loki; obratno pripadajo jednakim lokom v istem ali v enakih krogih jednaki obsrediščni koti.

Ako vrtimo daljico OA (slika 21.) v ravnini okoli krajišča O tako, da pride s časoma v lege OB , OC , OD , i. t. d., načrtuje krajišče A med tem vrtenjem lok, vrteča se daljica pa tvori v svoji vsakratni legi s prvotno lego obsrediščni kot; lok in kot pripadata drugi drugemu in sta tem večja, za čim več smo zavrteli daljico. Ako zavrtimo daljico do njene prvotne lege, dobimo največji lok, t. j. obod, in največji kot, ki je ob središču mogoč, t. j. polni kot. Ako razdelimo potem v mislih krogov obod na 360 enakih delov in spojimo ta razdelišča s krogovim središčem, dobimo na obodu 360 ločnih stopinj in okoli krogovega središča 360 obsrediščnih kotov. Ti koti tvorijo skupaj polni kot in so med seboj jednaki, ker pripadajo enakim lokom; vsak izmed njih je torej enak kotni stopinji. Ker torej pripada vsaki ločni stopinji kotna stopinja, smemo trditi, da meri n. pr. obsrediščni kot AOB (slika 21.) ravno toliko kotnih stopinj, kolikor meri pripadajoči lok AB ločnih stopinj. Kar velja o ločnih in kotnih stopinjah, velja tudi o ločnih in kotnih minutah in sekundah. Mersko število določenega kota je torej vedno jednako merskemu številu pripadajočega loka, in v tem smislu pravimo: lok je mera pripadajočega obsrediščnega kota.

Merjenje kotov s
pomočjo pripada-
jočih lokov.

Slika 22.



Kadar ni treba posebne natančnosti, merimo kote, oziroma njim pripadajoče loke, s kotomerom ali transporterjem. Kotomer je polukrog (napravljen iz lepenke ali kake kovine), ki je razdeljen na stopinje (slika 22.). Rob AB je polukrogov premer, in točka O v njem (namesto točke O včasih tudi zareza) je polukrogovo središče. Če hočemo izmeriti določen kot, položimo na njega kotomer tako, da se točka O stika z vrhom dotičnega kota in da pokriva rob AB jeden krak. Mersko število loka, ležečega med krakoma dotičnega kota, je tudi mersko število pripadajočega kota.

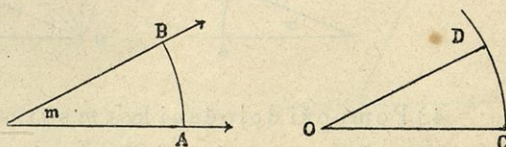
Kotomer = der
Transporteur.

§ 12. Računanje s koti.

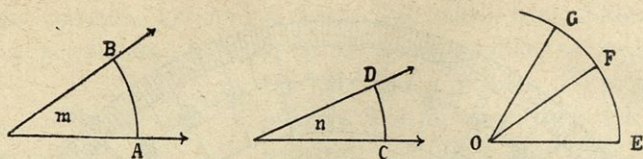
1.) Prenesi določeni kot m (slika 23.)!

Načrtaj s katerimkoli polumerom kotu m pripadajoči lok AB ter nariši z istim polumerom drug lok! Na ta lok prenesi lok AB od točke C do točke D in spoji točki C in D s središčem loka CD ! Kot COD je potem jednak kotu m ; kajti enakim lokom pripadajo v enakih krogih enaki obsrediščni koti.

Slika 23.



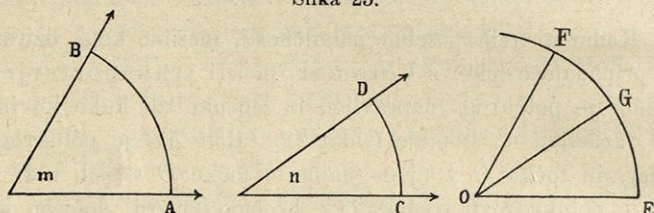
Slika 24.



2.) Seštej določena kota m in n (slika 24.)!

Načrtaj kotoma m in n pripadajoča loka AB in CD enakih polumerov ter prenesi ta dva loka na drug lok nedoločene dolgoti in istega polumera tako, da se dotikata drugi drugega! V sliki 24. je $\widehat{EF} = \widehat{AB}$, $\widehat{FG} = \widehat{CD}$; torej $\sphericalangle EOF = m$, $\sphericalangle FOG = n$ in $\sphericalangle EOG = m + n$.

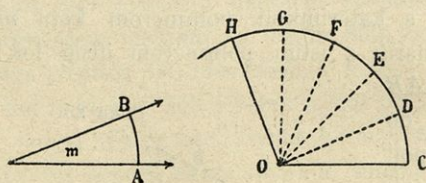
Slika 25.



3.) Odštej kot n od kota m (slika 25.)!

To nalogo razrešiš, ako odšteješ določenima kotoma pripadajoča loka. V sliki 25. je $\widehat{EF} = \widehat{AB}$, $\widehat{EG} = \widehat{CD}$; torej $\sphericalangle EOF = m$, $\sphericalangle EOG = n$ in $\sphericalangle GOF = m - n$.

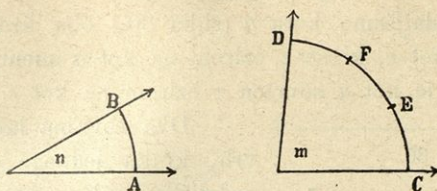
Slika 26.



4.) Pomnoži določeni kot m s številom 5 (slika 26.)!

Načrtaj kotu m pripadajoči lok ter ga prenesi na drug lok istega polumera 5 krat! V sliki 26. je $\widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GH} = \widehat{AB}$; torej $\sphericalangle COH = 5m$.

Slika 27.



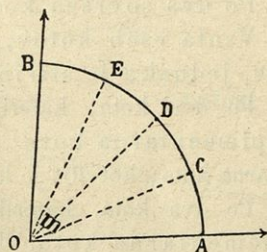
5.) Izmeri kot m s kotom n (slika 27.)!

Načrtaj kotoma n in m pripadajoča loka AB in CD ter poišči, kolikokrat se lok AB nahaja na loku CD ! V sliki 27. je $\widehat{CE} = \widehat{EF} = \widehat{FD} = \widehat{AB}$; torej $\sphericalangle m : \sphericalangle n = 3$.

6.) Razdeli kot m na 4 jednake dele (slika 28.)!

Izmeri s kotomerom lok AB , ki pripada kotu m , razdeli dobljeno mersko število loka AB na 4 jednake dele, potem načrtaj s pomočjo kotomera te dele na lok AB ter spoji dobljena razdelišča z vrhom O ! V sliki 28. je $\sphericalangle AOC = \frac{1}{4} \sphericalangle AOB$.

Slika 28.



§ 13. Sokoti in sovršni koti.

Ako podaljšamo kotu AOB (slika 29.) jeden krak čez vrh, n. pr. OA , dobimo nov kot BOC , ki se imenuje sokot kota AOB . Obratno je kot AOB sokot kota COB .

Sokot =
der Nebenwinkel.

Sokota imata isti vrh in jeden skupen krak, druga kraka pa ležita v nasprotno mer in tvorita premico.

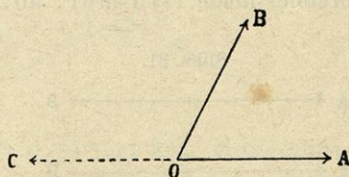
Pojasnilo.

Kakšen kot tvorita dva sokota skupaj?

Slika 29.

Vsota dveh sokotov je jednaka dvema pravima kotoma ali 180° , v znakih: $\sphericalangle AOB + BOC = 2R = 180^\circ$.

Sokot pravemu kotu je prav, ostremu top in topemu oster.



Lastnost dveh sokotov.

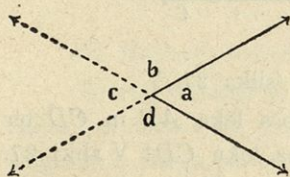
Jednaki koti imajo jednake sokote.

Sovršni kot =
der Scheitel-
winkel.

Pojasnilo.

Ako podaljšamo kotu a (slika 30.) oba kraka čez vrh, dobimo nov kot c , ki se z ozirom na kot a imenuje sovršni kot. Obratno je kot a sovršen z ozirom na kot c .

Slika 30.



Dva sovršna kota imata isti vrh, kraka jednega kota pa sta podaljška krakov drugega kota.

Sovršna kota a in c sta jednaka, ker je vsakemu izmed njiju kot b (ali d) sokot.

Koliko dvojic sokotov, in koliko dvojic sovršnih kotov se nahaja v sliki 30.? Kakšen kot tvorijo koti a , b , c , d (slika 30.) skupaj?

Lastnost dveh
sovršnih kotov.

Po dva sovršna kota sta drugi drugemu jednaka.

Vsota vseh kotov, ki ležijo v ravnini okoli iste točke, jednaka je štirim pravim kotom ali 360° .

Komplementarni
koti = comple-
mentäre Winkel.

Po dva kota, katerih vsota znaša 90° , imenujeta se komplementarna kota. Tako sta kota 30° in 60° komplementarna kota; kot 20° je komplementaren kotu 70° in obratno.

Suplementarni
koti = supple-
mentäre Winkel.

Po dva kota, katerih vsota znaša 180° , imenujeta se suplementarna kota. Tako sta kota 45° in 135° suplementarna kota; kot 60° je suplementaren kotu 120° in obratno.

Po dva sokota sta vedno suplementarna, dva suplementarna kota pa nista vsigdar sokota. Zakaj ne?

Jednaki koti imajo jednake komplementarne in jednake suplementarne kote.

§ 14. Medsebojna lega premih črt.

Vzporedne
premise = paral-
lele Geraden.
Vzporednica =
die Parallele.

Ako se dve premici v ravnini nikjer ne snideta, pravimo: premici imate isto mer, ali: premici ste vzporedni (vzporednici). Da ste premici AB in CD v sliki 31. vzporedni, zapišemo tako-le: $AB \parallel CD$ (čitaj: AB je vzporedna s CD).

Slika 31.

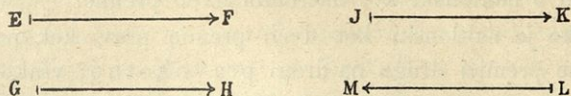
A $\longleftrightarrow$ B

C $\longleftrightarrow$ D

Vzporedne
daljice in vzpo-
redni polutraki.

Dve daljici imenujemo vzporedni, ako se podaljšani nikjer ne snideta. Tudi dva polutraka utegneta biti vzporedna, in sicer v isto mer, ali v nasprotno mer. Tako sta polutraka EF in GH

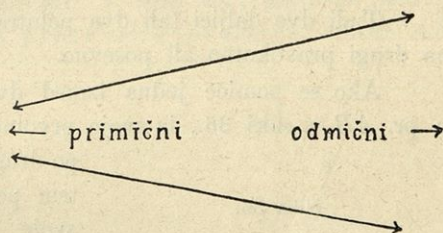
Slika 32.



(slika 32.) vzporedna v isto mer, IK in LM pa vzporedna v nasprotno mer.

Ako se snidete dve premici v ravnini, pravimo: premici imate različno mer, ali: premici ste nevzporedni (nevzporednici), ali: premici se sečete. Točka, v kateri se premici stikate, imenuje se njiju presečišče. Dve nevzporednici se na jedni strani druga drugi bližate (ste primični), na nasprotni strani pa se druga od druge oddaljujete (ste odmični). Primerjaj sliko 33.!

Slika 33.



Nevzporedne premice = nichtparallele Geraden.
Nevzporednica = die Nichtparallele.
Primičen = convergierend.
Odmičen = divergierend.

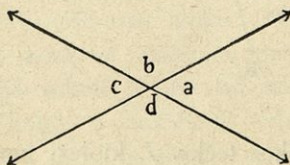
Kar velja o nevzporednih premicah, velja tudi o nevzporednih daljicah in polutrakih.

Dve sekajoči se premici tvorite štiri kote (slika 34.). Ako poznamo jednega izmed teh kotov, n. pr. kot a , izračunamo prav lahko vse druge kote; kajti kotu a sta b in d sokota, c pa mu je sovršni kot.

Koti dveh sekajočih se premic.

Če kot a izpremeni svojo velikost (da postane večji ali manjši), izpremenijo tudi ostali koti b , c in d svoje velikosti, toda njih lega z ozirom na kot a ostane ista, t. j.

Slika 34.



b in d ostaneta kotu a sokota in c sovršni kot. Medsebojna lega dveh nevzporednih premic je torej zavisna le od jednega izmed navedenih štirih kotov. Ta kot se imenuje naklonski kot dveh premic; on določa, za koliko ste premici nagneni ali naklonjeni druga proti drugi. Naklonski kot dveh premic

Naklonski kot = der Neigungswinkel.

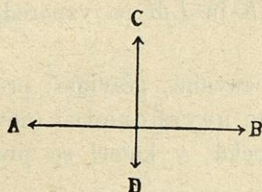
je manjši izmed nejednakih kotov; v sliki 34. je torej kot a ali c naklonski kot načrtanih dveh premic.

Pravokoten =
senkrecht oder
normal.

Pravokotnica =
die Senkrechte
oder Normale.

Ako je naklonski kot dveh premic pravi kot, pravimo, da stojite premici druga na drugi pravokotno; vsako izmed

Slika 35.



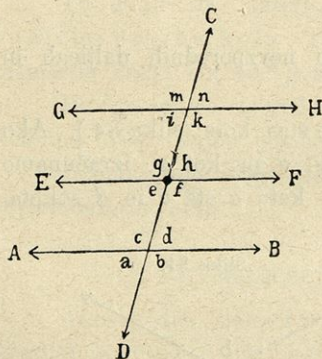
njiju imenujemo pravokotnico z ozirom na drugo. V sliki 35. stoji CD pravokotno na AB in obratno, v znakih: $CD \perp AB$ (čitaj: CD stoji pravokotno na AB). Če pa je naklonski kot dveh premic oster, pravimo: premici stojite poševno druga na drugi.

Tudi dve daljici (ali dva polutraka) utegneta stati druga na drugi pravokotno ali poševno.

Pojasnilo.

Ako se pomiče jedna izmed dveh sekajočih se premic, n. pr. AB v sliki 36., iz svoje prvotne lege AB tako, da drži

Slika 36.



Lastnosti vzpo-
rednih premic.

po drugi premici CD in da med tem pomikanjem ne izpreminja svoje prvotne meri, pravimo: premica AB se pomiče vzporedno sama s seboj. V vsaki novi legi, kakor n. pr. v legi EF ali GH , je premikajoča se premica vzporedna s svojo prvotno lego AB , in vse posamezne lege premice AB so vzporedne med seboj. Tako je $EF \parallel AB$, $GH \parallel AB$ in $EF \parallel GH$.

Ako ste dve premici vzporedni s tretjo, vzporedni ste tudi med seboj.

Skoz točko J , ki leži zunaj premice AB (slika 36.), dá se misliti le jedna vzporednica z AB ; kajti vsaka premica, ki gre skoz J in ne pokriva premice EF , ima različno lego in mer od EF , torej tudi različno mer od AB , in ne more biti vzporedna z AB .

Skoz točko, ki leži zunaj določene premice AB , dá se misliti le jedna vzporednica z AB .

Ker premica AB (slika 36.) ne izpreminja svoje meri, če se pomiče vzporedno navzgor, zato tudi koti, katere tvorite premici AB in CD , ne izpreminjajo med tem pomikanjem svoje velikosti. Torej je $\sphericalangle a = e = i$, $\sphericalangle b = f = k$, i. t. d.

Koti, katere tvorite dve sekajoči se premici, ne izpreminjajo svoje velikosti, ako se jedna izmed teh premic pomiče vzporedno po drugi.

§ 15. Protikoti, izmenični koti in prikoti.

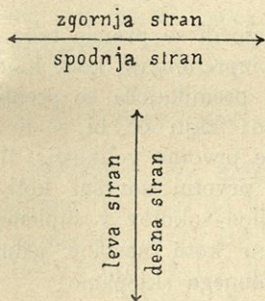
Ob vsaki premici ločimo dvojno stran, zgornjo in spodnjo, ali levo in desno stran. Primerjaj sliko 37.!

Pojasnilo.

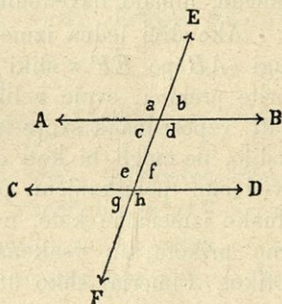
Vsaka premica, ki seče dve ali več premih črt, imenuje se njih prečnica, n. pr. EF v sliki 38.; premice, katere seče prečnica, zovejo se presekane premice, kakor AB in CD v sliki 38.

Prečnica = die
Transversale

Slika 37.



Slika 38.



Ako seče premica EF dve drugi premici AB in CD (slika 38.), nastane okoli obeh presečišč osem kotov. Med njimi ločimo kote z istim vrhom od kotov z različnimi vrhi. Med koti z istim vrhom se nahajajo sokoti in sovršni koti; njih lastnosti že poznamo. Izmed kotov z različnimi vrhi imajo nekatere dvojice posebna imena in v določenih slučajih posebne lastnosti.

1.) Kota a in e ležita na isti strani prečnice in na istih straneh presekanih premic. Taka dva kota imenujemo protikota.

Protikot = der
Gegenwinkel.

2.) Kota a in h (ali c in f) ležita na različnih straneh prečnice in na različnih straneh presekanih premic. Taka dva kota se zoveta izmenična kota.

Izmenični kot =
der
Wechselwinkel.

Prikot =
der. Anwinkel.

3.) Kota a in g (ali c in e) ležita na isti strani prečnice in na različnih straneh presekanih premic. Taka dva kota imenujemo prikota.

Koliko dvojic protikotov, izmeničnih kotov in prikotov se nahaja v sliki 38.? Imenuj te dvojice!

Ako ste presečkani premici AB in CD (slika 38.) vzporedni, in ako si mislimo, da drži AB vzporedno po EF proti CD , pokriti mora konečno premica AB premico CD . Ker med tem pomikanjem ne izpreminjajo na AB ležeči koti svoje velikosti, pokrijejo torej protikoti drugi drugega, izmenični koti preidejo v sovršne kote in iz prikotov postanejo sokoti. Zato smemo reči:

Lastnosti protikotov,
izmeničnih kotov
in prikotov na
vzporednicah.

Po dva protikota, ležeča na vzporednicah, sta jednaka.

Po dva izmenična kota, ležeča na vzporednicah, sta jednaka.

Po dva prikota, ležeča na vzporednicah, sta suplementarna.

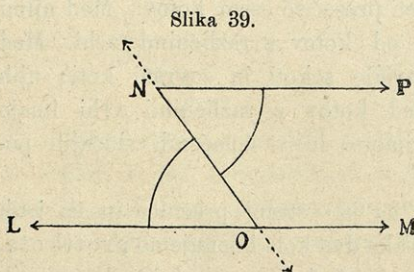
Protikoti, izmenični koti in prikoti, ki ležijo na nevzporednicah, nimajo navedenih lastnosti.

Kedaj
ste dve presečkani
premi
vzporednici.

Ako drži jedna izmed dveh sekajočih se premic tako po drugi (AB po EF v sliki 38.), da ne izpreminjajo koti, katere tvorite premici, svoje velikosti, mora premikajoča se premica ostati vzporedna s svojo prvotno lego; kajti če bi se to ne zgodilo, ne mogli bi koti ohraniti svoje prvotne velikosti. Med navedenim pomikanjem pa preidejo prvotni sovršni koti v jednake izmenične kote, nekatere dvojice sokotov v suplementarne prikote, in vsakemu prvotnemu kotu nastane enak protikot. Pimerjaj sliko 38.! Iz navedenega sklepamo:

Dve premici ste vzporedni, ako tvorite s svojo prečnico jednake protikote ali jednake izmenične kote ali suplementarne prikote.

Kako načrtáš
vzporednico skozi
določeno točko.



Opiraj se na ta izrek, načrtáš skozi točko N , ki leži zunaj določene premice LM (slika 39.), vzporednico z LM tako le. Načrtaj skozi N premico, ki seče LM v točki O , ter nariši v točki N

kot $ONP = \sphericalangle NOL$! Ker sta navedena kota izmenična in jednaka, mora biti $NP \parallel LM$.

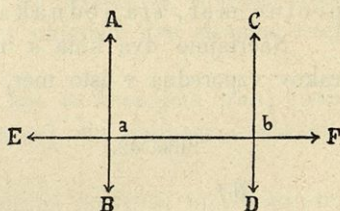
Mislamo si dve premici AB in CD , ki stojita na tretji premici EF pravokotno (slika 40.)! Kota a in b sta potem prava kota in zato jednaka. Kota a in b sta pa tudi protikota in ker sta jednaka, morate premici AB in CD po prejšnjem izreku biti vzporedni.

Dve premici, ki stojite na tretji pravokotno, ste vzporedni.

Ako ste dve premici AB in CD (slika 40.) vzporedni, sta protikota a in b jednaka. Če stoji nadalje AB pravokotno na EF , je kot a pravi kot; potem je pa tudi b pravi kot, in premica CD stoji pravokotno na EF .

Ako stoji jedna izmed teh vzporednic pravokotno na kaki premici, stoji tudi druga na nji pravokotno.

Slika 40.



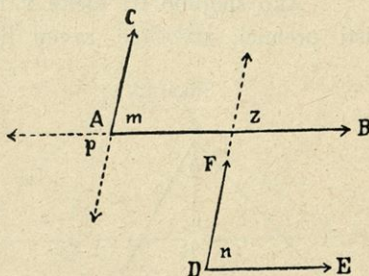
Lastnosti
pravokotnic in
vzporednic.

§ 16. Koti z vzporednimi kraki.

Načrtajmo dva kota m in n , ki imata vzporedne krake v isto mer! V sliki 41. je krak AB vzporeden z DE v isto mer in istotako $AC \parallel DF$. Ako podaljšamo nevzporedna kraka AB in DF tako daleč, da se sečeta, dobimo kot z , ki je kotoma m in n protikot. Protikota m in z ležita na vzporednicah in sta zato jednaka; iz istega razloga sta tudi kota n in z jednaka. Če sta pa kota m in n posamič jednaka kotu z , morata tudi med seboj biti jednaka.

Dva kota, ki imata vzporedne krake v isto mer, sta jednaka.

Slika 41.



Ako podaljšamo kotu m (slika 41.) oba kraka čez vrh, dobimo kot p , ki je kotu m sovršen. Ker sta sovršna kota

m in p drugi drugemu jednaka, in ker je po prejšnjem izreku kot m jednak kotu n , morata torej tudi kota p in n biti jednaka. Ta dva kota pa imata vzporedne krake v nasprotno mer. Zato smemo reči:

Lastnosti dveh kotov z vzporednimi kraki.

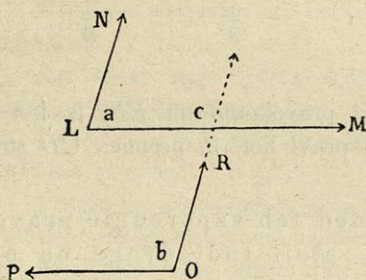
Dva kota, ki imata vzporedne krake v nasprotno mer, sta jednaka.

Načrtajmo dva kota a in b , pri katerih je jedna dvojica krakov vzporedna v isto mer, druga dvojica krakov pa vzpo-

redna v nasprotno mer!

V sliki 42. sta kraka LN in OR vzporedna v isto mer, kraka LM in OP pa vzporedna v nasprotno mer. Ako podaljšamo nevzporedna kraka LM in OR , nastane kot c , ki je kotu b protikot in kotu a prikot. Protikota b in c sta jednaka, ker ležita na vzporednicah; iz istega razloga

Slika 42.



sta prikota a in c suplementarna. Ker se dá kot c zameniti s kotom b , smemo torej trditi, da sta kota a in b suplementarna.

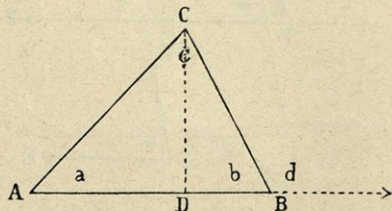
Dva kota, katerima je jedna dvojica krakov vzporedna v isto mer, druga dvojica krakov pa vzporedna v nasprotno mer, sta suplementarna.

§ 17. Trikotnik v obče.

Trikotnik = das Dreieck.
Lik = die Figur.
Stranica = die Seite.
Oglišče = der Eckpunkt.
Obseg = der Umfang.
Ploščina = der Flächeninhalt.
Notranji kot = der Innenwinkel.

Ako spojimo tri točke v ravnini, ki ne ležijo v jedni in isti premici, stvorimo raven lik, ki mu je ime trikotnik

Slika 43.



(slika 43.). Daljice AB , BC in CA se zovejo stranice, točke A , B in C oglišča, vsota vseh stranic se zove obseg, in ravna ploskev, katero mejé stranice, ploščina trikotnikova. V vsakem oglišči se stikate po dve stranici in

tvorite kot, ki se imenuje notranji trikotnikov kot.

Trikotnik ima šestero sestavin, tri stranice in tri notranje kote. Oglejmo si medsebojno lego teh sestavin! N. pr. Na stranici AB ležita kota a in b , tretji kot c pa leži stranici AB nasproti. Kot a oklepate stranici AB in AC , tretja stranica BC pa leži kotu a nasproti i. t. d.

Trikotnikove sestavine = die Bestandstücke des Dreieckes.

Vsaki trikotnikovi stranici sta dva kota priležna, tretji kot pa ji leži nasproti; vsak kot oklepate dve stranici, tretja stranica pa mu leži nasproti.

Medsebojna lega trikotnikovih sestavin.

Stranica in njej nasprotni kot se imenujeta nasprotni trikotnikovi sestavini. Imenuj vse nasprotnne sestavine v sliki 43.!

Nasprotnne trikotnikove sestavine = die Gegenstücke des Dreieckes.

Trikotnik si utegnemo v mislih postaviti na vsako stranico; to stranico zovemo potem osnovnico. Osnovnici nasprotno oglišče imenujemo vrh in pravokotnico, spuščeno z vrha na osnovnico (včasih na podaljšano osnovnico), višino trikotnikovo. Ako si mislimo trikotnik ABC (slika 43.) postavljen na AB , je AB osnovnica, C vrh in CD višina.

Osnovnica = die Grundlinie.

Vrh = der Scheitel oder die Spitze.

Višina = die Höhe.

Ako podaljšamo v trikotniku katerokoli stranico, n. pr. AB , čez oglišče (slika 43.), nastane nov kot d , ki se zove vnanji trikotnikov kot. Notranji kot b mu je priležen in sokot, notranja kota a in c pa sta mu nepriležna ali nasprotna.

Vnanji kot = der Außenwinkel.

Vnanji trikotnikovi koti so sokoti notranjih kotov.

§ 18. Razmere med trikotnikovimi stranicami.

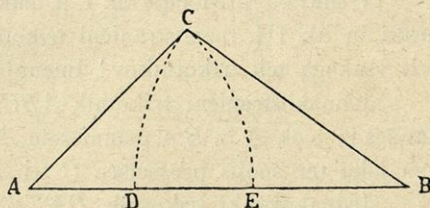
Ravna ali prema pot med dvema točkama je krajša ko katerakoli druga pot. Tako je n. pr. v trikotniku ABC (slika 44.)

prema pot med A in B krajša, ko pa pot na ovinek od A čez C do B .

V prvem slučaju prekorakamo stranico AB , v drugem pa stranici AC in CB . Iz tega izvajamo izrek:

V vsakem trikotniku je jedna stranica manjša od vsote drugih dveh stranic, v znakih: $AB < AC + CB$.

Slika 44.



Trikotnikove lastnosti gledé na stranice.

Ako je v trikotniku ABC (slika 44.) stranica AB daljša ko katerakoli izmed stranic AC in CB , potem je očitvidno AB tudi daljša, ko razlika stranic BC in AC , v znakih: $AB > BC - AC$. — Ako zavrtimo AC okoli oglišča A na desno in BC okoli oglišča B na levo tako daleč, da padete te dve stranici na AB , spoznamo takoj iz slike, da je stranica BC večja od razlike stranic AB in AC ; kajti v sliki 44. je $BC = BD$, razlika stranic AB in AC pa je $= BE$. Istotako uvidimo, da je $AC > AB - BC$.

V vsakem trikotniku je jedna stranica večja od razlike drugih dveh stranic.

Z ozirom na dolgot stranic razvrščamo trikotnike:

Jednakostranični
trikotnik =
das gleichseitige
Dreieck.

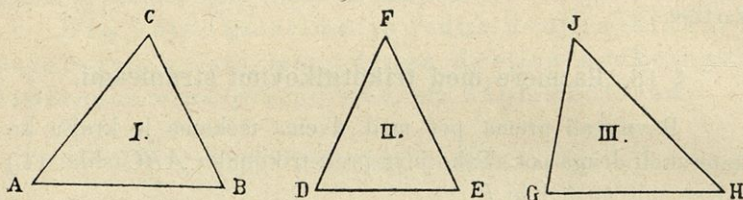
Jednakokraki
trikotnik = das
gleichschenklige
Dreieck.

Raznostranični
trikotnik = das
ungleichseitige
Dreieck.

- 1.) na jednakostranične, katerih stranice so vse jednake;
- 2.) na jednakokrake, v katerih ste le dve stranici jednaki;
- 3.) na raznostranične, katerih nobedna stranica ni drugi jednaka.

V jednakokrakem trikotniku imenujemo obe jednaki stranici navadno kraka, nejednako stranico pa osnovnico.

Slika 45.



V sliki 45. predočuje lik I. jednakostranični, lik II. jednakokraki in lik III. raznostranični trikotnik. Imenuj osnovnico in vrh vsakega teh trikotnikov! Imenuj kraka trikotnika II.!

Načrtovanje
jednakostranič-
nega in
jednakokrakega
trikotnika.

Jednakostranični trikotnik ABC (slika 45. I.) načrtaj, ako narišeš iz točk A in B s polumerom, ki je enak osnovnici AB , dva loka ter spojiš presečišče C teh lokov s točkama A in B .

Jednakokraki trikotnik DEF (slika 45. II.) načrtaj, ako narišeš iz točk D in E s polumerom, ki je različen od osnovnice DE (toda večji ko polovica od DE), dva loka ter spojiš presečišče F teh lokov s točkama D in E .

§ 19. Razmere med trikotnikovimi koti.

Ako podaljšamo v trikotniku ABC (slika 46.) stranico AB čez oglišče B in načrtamo $BE \parallel AC$, razdelimo vnanji trikotnik kot d na dva dela m in n , katera hočemo primerjati notranjima kotoma a in c . Kota a in m sta protikota, ležeča na vzporednicah AC in BE in zato jednaka; kota c in n sta izmenična kota, ležeča

na istih dveh vzporednicah in zato tudi jednaka. Imenuj prečnico za kota a in m , potem za kota c in n ! Koti m , n in b tvorijo skupaj iztegneni kot. Primerjaj sliko! Ker je kot m

jednak a , in kot n enak c , znaša torej vsota kotov m , n in b ravno toliko, kolikor vsota kotov a , c in b , t. j. 180° ali dva prava kota, v znakih: $\sphericalangle a + c + b = 180^\circ = 2R$.

V vsakem trikotniku znaša vsota notranjih treh kotov 180° ali dva prava kota.

Lastnost
notranjih trikot-
nikovih kotov.

Ker je kot $m = a$ in kot $n = c$ (slika 46.), znaša vsota kotov m in n istotoliko, kolikor vsota kotov a in c , t. j. v znakih: $\sphericalangle d = m + n = a + c$.

Vnanji trikotnikov kot je jednak vsoti notranjih njemu nepriležnih kotov.

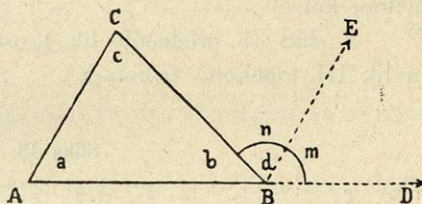
Lastnost
vnanjega trikot-
nikovega kota.

Ako podaljšamo v trikotniku vse stranice v istem smislu čez oglišča (slika 47.), dobimo tri vnanje kote d , e in f . Ti koti tvorijo z notranjimi koti b , c in a tri dvojice sokotov, t. j. šest pravih kotov. Ker notranji koti znašajo za se dva prava kota, ostanejo še štirje pravi koti za vse vnanje kote.

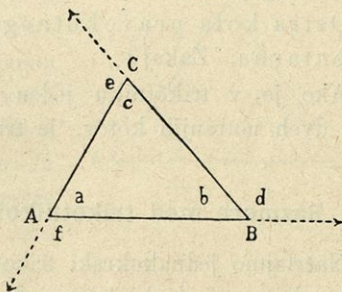
Vsota vseh vnanjih trikotnikovih kotov znaša štiri prave kote ali 360° .

Lastnost vseh
vnanjih trikotni-
kovih kotov.

Slika 46.



Slika 47.



Ostrokotni trikotnik = das spitzwinklige Dreieck.

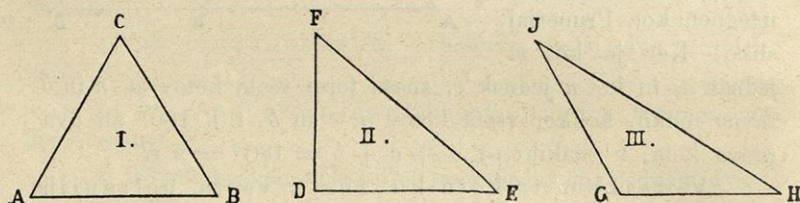
Pravokotni trikotnik = das rechtwinklige Dreieck.

Topokotni trikotnik = das stumpfwinklige Dreieck.

Ker znaša vsota vseh notranjih trikotnikovih kotov 180° , zato ni mogoče, da bi v trikotniku bila dva topa, ali dva prava kota, ali jeden topi in jeden pravi kot. Dva notranja kota morata torej biti vedno ostra, tretji pa utegne biti oster, prav ali top. V tem oziru razvrščamo trikotnike: 1.) na ostro-kotne, 2.) na pravokotne, 3.) na topokotne. V ostro-kotnem trikotniku so vsi koti ostri; v pravokotnem sta dva ostra, jeden pa je prav; v topokotnem sta dva ostra, jeden pa je topi kot.

V sliki 48. predočuje lik I. ostrokotni, lik II. pravokotni in lik III. topokotni trikotnik.

Slika 48.



Hipotenuza = die Hypotenuse.
Kateta = die Kathete.

Poševnokotni trikotnik = das schiefwinklige Dreieck.

Lastnost pravokotnega trikotnika glede kotov.

V pravokotnem trikotniku imenujemo stranico, ki leži pravemu kotu nasproti, hipotenuzo, stranici pa, ki oklepata pravi kot, kateti. Imenuj hipotenuzo in kateti trikotnika II.!

Vsak trikotnik, v katerem ni nobednega pravega kota, imenuje se poševnokotni trikotnik. Katere trikotnike prištevamo torej poševnokotnim?

Ostra kota pravokotnega trikotnika sta komplementarna. Zakaj?

Ako je v trikotniku jeden notranji kot enak vsoti drugih dveh notranjih kotov, je trikotnik pravokoten. Zakaj?

§ 20. Razmere med trikotnikovimi stranicami in koti.

Načrtajmo enakokraki trikotnik ABC (slika 49.) in primerjajmo kota a in b , ki ležita enakima stranicama CB in CA nasproti! V ta namen vzdignimo v mislih enakokraki trikotnik ABC ter ga obrnimo in položimo na prvotni trikotnik tako, da pokriva kot c obrnjenega trikotnika kot c v prvotnem

trikotniku. Potem leži krak CB na kraku CA in krak CA na kraku CB . Ker sta kraka CB in CA jednaka, pokriva točka B točko A in točka A točko B ; osnovnica BA obrnjenega trikotnika leži torej na osnovnici AB prvotnega trikotnika, in kota a in b pokrivata drugi drugega ter sta zato jednaka.

V vsakem trikotniku ležijo enakim stranicam jednaki koti nasproti.

V enakokrakem trikotniku sta kota na osnovnici jednaka.

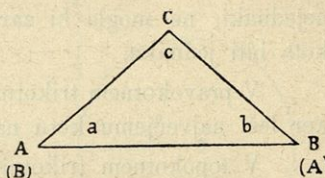
Kota na osnovnici enakokrakega trikotnika sta vsigdar ostra. Zakaj ne moreta biti prava? zakaj ne topa?

Kot ob vrhu enakokrakega trikotnika je različen od kotov na osnovnici ter utegne biti oster, prav ali top. Primerjaj sliko 45. II. in 49.! Kolik je vsak kot na osnovnici, če je kot ob vrhu prav?

V enakokrakem trikotniku so vsi koti jednaki, ker ležijo enakim stranicam nasproti. Koliko meri vsak izmed njih?

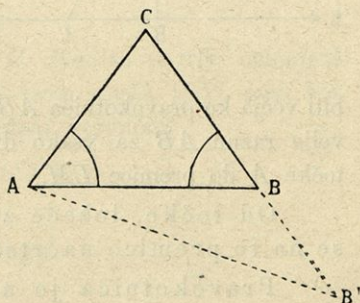
Načrtajmo enakokraki trikotnik ABC (slika 50.) ter zavrtimo osnovnico AB okoli oglišča A na desno! Očividno je, da postaja med tem vrtenjem kot pri A vedno večji in istotako tudi nasprotna stranica CB . Ker ostane kot pri C med omenjenim vrtenjem neizpremenjen in ker se kot pri A vedno večja, mora se tretji notranji trikotnikov kot, ki leži prvotno pri B , vedno manjšati; kajti drugače bi ne bilo mogoče, da bi znala vsota vseh treh notranjih kotov 180° . Če pride končno stranica AB v lego AB' (čitaj: AB s črto), dobimo raznostranični trikotnik $AB'C$, v katerem leži večji stranici $B'C$ večji kot $B'AC$ in manjši stranici AC manjši kot $AB'C$ nasproti.

Slika 49.



Lastnosti
enakokrakega
in enako-
straničnega tri-
kotnika glede
nasprotnih se-
stavin.

Slika 50.



Lastnost
raznostraničnega
trikotnika
glede nasprotnih
sestavin.

V vsakem trikotniku leži večji stranici večji kot nasproti in obratno.

Ako sta v trikotniku dva kota jednaka, morate nasprotni stranici tudi biti jednaki; kajti če bi nasprotni stranici bili nejednaki, ne mogla bi zaradi poprejšnjega izreka nasprotna kota biti jednaka.

V pravokotnem trikotniku je hipotenuza največja stranica, ker leži največjemu kotu nasproti.

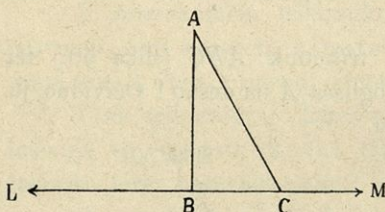
V topokotnem trikotniku je stranica, ki leži topemu kotu nasproti, največja.

V enakokrakem trikotniku je kot ob vrhu večji od kota na osnovnici, če je osnovnica večja od kraka, in obratno.

§ 21. Pravokotnica.

Načrtajmo premico LM in zunaj te premice točko A (slika 51.)! Od A se dá narisati na LM le jedna pravokotnica; kajti če bi mogli spustiti od A na LM še katero drugo pravo-

Slika 51.



Razdalja
med določeno
točko
in določeno
premico.

kotnico, n. pr. AC , imel bi trikotnik ABC dva prava kota, in sicer pri B in C , kar pa je nemogoče. Daljica AC stoji torej na LM poševno. Ker je nadalje v vsakem pravokotnem trikotniku hipotenuza največja stranica, mora v našem slučaju daljica AC

biti večja ko pravokotnica AB . Kar smo dokazali za daljico AC , velja razun AB za vsako drugo daljico, katero narišemo od točke A do premice LM .

Od točke, ležeče zunaj določene premice, dá se na to premico načrtati le jedna pravokotnica.

Pravokotnica je najkrajša med vsemi daljicami, katere narišemo od kake točke do določene premice, in obratno.

O pravokotnici pravimo, da določuje razstoj ali razdaljo točke od premice.

Ako narišemo v krogu polumer OA (slika 52.) in načrtamo skoz njegovo krajišče A premico NP , ki stoji pravokotno na OA , je daljica OA najkrajša med vsemi daljicami, katere moremo narisati med točko O in premico NP . Premica NP ima s krogom točko A skupno, vse druge točke te premice pa imajo od O večjo razdaljo ko točka A , ležijo torej zunaj kroga. Premica NP je zato krogova tangenta.

Pravokotnica, ki gre skoz polumerovo krajišče, je krogova tangenta.

Kot, katerega vrh leži na krogovem obodu in katerega kraka gresta skoz premerovi krajišči, imenujemo kot v polukrogu, n. pr. $\sphericalangle BAC$ v sliki 53.

Ako spojimo točko A (slika 53.) s krogovim središčem O , dobimo dva enakokraka trikotnika AOB in AOC . Katera stranica je osnovnica prvemu trikotniku, katera drugemu? Kota na osnovnici enakokrakega trikotnika sta jednaka; v sliki 53. so jednaki koti zaznamovani z isto črko. Iz slike spoznamo, da je kot BAC tolik, kolikoršna je vsota kotov pri B in C . Ker so ti trije omenjeni koti trikotnikovi koti, in ker njih vsota znaša 180° , meri kot BAC 90° in kota pri B in C skupaj istotoliko.

Kot v polukrogu je pravi kot.

§ 22. Naloge.

1. Načrtaj kot 60° !

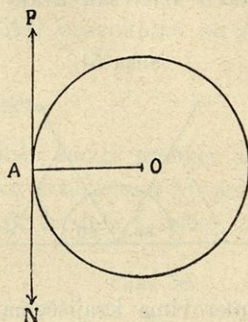
To nalogo razrešiš, ako narišeš jednakostranični trikotnik.

2. Načrtaj kot 120° !

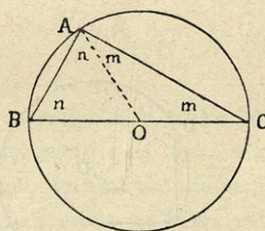
To nalogo razrešiš, ako narišeš kotu 60° sokot.

Kako se krogu načrta tangenta.

Slika 52.



Slika 53.



Kot v polukrogu = der Winkel im Halbkreise.

stranici FA in FG jednaki. Kot ob vrhu F tega trikotnika je sokot kota 60° in zato $= 120^\circ$; kota na osnovnici AG sta jednaka, merita skupaj 60° , torej znaša vsak izmed njiju 30° . Daljica AF tvori torej z AB kot 60° in z AG kot 30° ; ker znašata ta dva kota skupaj 90° , stoji AG pravokotno na AB .

§ 23. Somerna lega.

Ako načrtamo iz točke A , ki leži zunaj premice MN (slika 56.), pravokotnico na MN , in ako podaljšamo to pravokotnico za $CB = CA$, dobimo točko B , ki leži s točko A v jedni in isti daljici AB in ima od premice MN jednako razdaljo kakor točka A . O točkah A in B pravimo, da ležite somerno ali simetrično z ozirom na premico MN ; premico MN imenujemo somernico ali simetralo.

Dve točki ležite somerno z ozirom na premico, ako stoji premica pravokotno na daljici, ki veže določeni točki, ter jo razpolavlja.

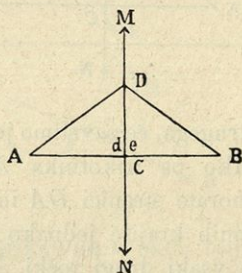
Ako spojimo katerokoli točko D v premici MN (slika 56.) s somerno ležečima točkama A in B , stvorimo dva trikotnika ACD in BCD , ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh trikotnikov okoli MN . Kajti kota d in e sta prava kota, zato jednaka in morata pri omenjenem vrtenji pokriti drugi drugega; potem pa leži stranica CB na stranici CA , in ker ste te dve stranici jednaki, pokriva točka B točko A in stranica DB stranico DA . Taka dva trikotnika, kakor ACD in BCD , imenujemo somerno ležeča; premica MN se zove njiju somernica.

Dva trikotnika ležita somerno z ozirom na premico, ako pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega izmed njiju okoli dotične premice.

Premica MN razdeli trikotnik ABD (slika 56.) na dva somerno ležeča trikotnika ACD in BCD . O trikotniku ABD pravimo, da je someren, in premico MN imenujemo njegovo somernico.

Trikotnik imenujemo someren, ako se dá v njem načrtati premica, katera ga razdeli na dva somerno ležeča trikotnika.

Slika 56.



Somerno ležeč =
symmetrisch
liegend.
Somernica =
die Symmetrale.

Somerno ležeči
točki.

Somerno ležeča
trikotnika.

Someren =
symmetrisch.

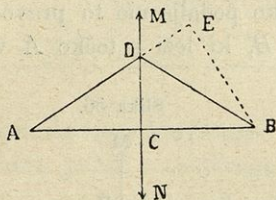
Somerni
trikotnik.

§ 24. Daljičina somernica.

Daljičina
somernica = die
Strecken-
symmetrale.

Pojasnilo.

Slika 57.



Lastnosti dalji-
čine, somernice.

Ako razpolovimo daljico AB (slika 57.) in narišemo skoz razpolovišče C pravokotnico MN na AB , imenujemo to pravokotnico daljičino somernico; kajti premica MN razdeli daljico AB na dva dela CA in CB , ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh delov okoli premice MN .

Vsaka daljica je someren tvor; njena somernica je pravokotnica, katero načrtamo skoz daljičino razpolovišče.

Ako spojimo katerokoli točko D , ki leži v daljičini somernici MN (slika 57.) z daljičinima krajiščema A in B , stvorimo dva trikotnika ACD in BCD , ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh trikotnikov okoli somernice MN . Ako pa trikotnika ACD in BCD pokrivata drugi drugega, morate stranici DA in DB biti jednaki, t. j. točka D je od daljičinih krajišč jednako oddaljena. Kar velja o točki D , velja tudi o vsaki drugi točki, ki leži v somernici MN .

Vsaka točka daljičine somernice je od obeh daljičinih krajišč jednako oddaljena.

Ako podaljšamo stranico AD (slika 57.) čez krajišče D , dobimo točko E , ki leži zunaj daljičine somernice MN . Da ima točka E različni razdalji od daljičinih krajišč A in B , uvidimo tako-le. Jasno je, da je ravna pot od B do E krajša ko pot na ovinek od B čez D do E . V prvem slučaju prehodimo daljico BE , v drugem pa daljici BD in DE , t. j. pot, ki je ravno tako dolga kakor prema pot od A do E , ker je namreč po poprejšnjem izreku pot od B do D jednaka poti od A do D . Kar pa velja o točki E , velja tudi o vsaki drugi točki, ki leži zunaj somernice MN . Iz navedenega se torej vidi, da so od daljičinih krajišč A in B jednako oddaljene le tiste točke, ki ležijo v somernici MN .

Vsaka točka, ki leži zunaj daljičine somernice, ima različni razdalji od daljičinih krajišč.

Vsaka točka, ki ima jednaki razdalji od daljičinih krajišč, leži v daljičini somernici.

§ 25. Kotova somernica.

Ako razdelimo kot BAC (slika 58.) na dva jednaka dela BAD in CAD , imenujemo polutrak AD razpolovnico ali somernico prvotnega kota BAC . Kota BAD in CAD ležita somerno z ozirom na njiju skupni krak AD , ker pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh kotov okoli skupnega kraka AD .

Razpolovnica =
die Halbierungs-
linie.

Kotova somer-
nica =
die Winkel-
symmetrale.

Vsak kot je someren stvor; njegova somernica je polutrak, ki ga razpolavlja.

Ako načrtamo iz točke E , ki leži v kotovi somernici AD (slika 58.), pravokotnici EF in EG na kraka AB in AC , stvorimo dva pravokotna trikotnika

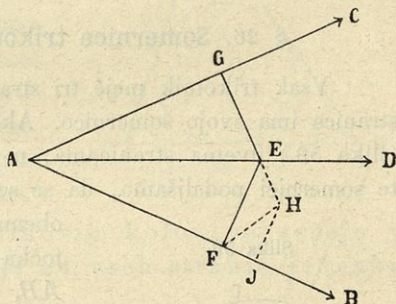
EAF in EAG , ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh trikotnikov okoli njiju skupne stranice AE . Kajti pri tem vrtenji mora kot EAF pokriti kot EAG , ker sta ta dva kota jednaka; potem pa leži stranica AF na stranici AG , in pravokotnica EF mora pokrivati pravokotnico EG , ker je iz točke, ležeče zunaj določene premice, na to premico mogoča le jedna pravokotnica. Pravokotnici EF in EG ste torej jednaki, t. j. točka E je od krakov AB in AC jednako oddaljena. Kar velja o točki E , velja tudi o vsaki drugi točki, ki leži v kotovi somernici AD .

Vsaka točka kotove somernice je od obeh krakov jednako oddaljena.

Lastnosti kotove
somernice.

Ako podaljšamo pravokotnico EG (slika 58.) čez krajišče E , dobimo točko H , ki leži zunaj kotove somernice AD . Da ima točka H od krakov AB in AC različni razdalji, uvidimo tako-le. Najkrajša pot od točke H do kraka AB je pot po pravokotnici HI ; torej je pravokotnica HI krajša od daljice HF . Ravna pot od točke H do F je zopet krajša ko pot na ovinek od H čez E do F ; zadnja pot pa je jednaka poti od H do G , ker je namreč po poprejšnjem izreku pot od E do F jednaka poti od E do G . Točka H ima torej različni razdalji od krakov

Slika 58.



AB in AC . Kar pa velja o točki H , velja tudi o vsaki drugi točki, ki leži zunaj kotove somernice AD . Iz navedenega je torej jasno, da so od krakov AB in AC jednako oddaljene le tiste točke, ki ležijo v kotovi somernici AD .

Vsaka točka, ki leži zunaj kotove somernice, ima različni razdalji od obeh krakov.

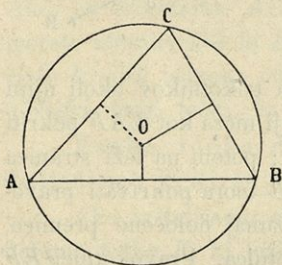
Vsaka točka, ki ima jednaki razdalji od obeh krakov določenega kota, leži v somernici tega kota.

§ 26. Somernice trikotnikovih sestavin.

Somernice
trikotnikovih
stranic.

Vsak trikotnik mejé tri stranice, to so tri daljice. Vsaka stranica ima svojo somernico. Ako narišemo v trikotniku ABC (slika 59.) dvema stranicama, n. pr. AB in BC , somernici in te somernici podaljšamo, da se sečete, dobimo točko O , ki je

Slika 59.



obema somernicama skupna. Ker točka O leži v somernici stranice AB , mora od krajišč te stranice, t. j. od trikotnikovih oglišč A in B , biti jednako oddaljena. Ker točka O leži nadalje v somernici stranice BC , mora tudi od krajišč te stranice, t. j. od trikotnikovih oglišč B in C , biti jednako oddaljena. Točka O je torej od vseh treh trikotnikovih oglišč jednako oddaljena, in sma-

trati jo smemo za središče kroga, ki gre skoz trikotnikova oglišča A , B in C . Ta krog imenujemo trikotniku očrtan, in trikotnik je krogu včrtan. Točka O leži pa tudi v somernici tretje stranice AC , ker je namreč od krajišč te stranice jednako oddaljena.

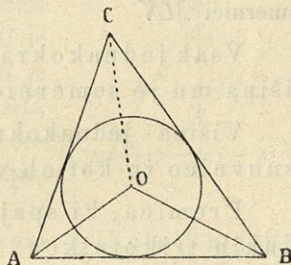
Somernice trikotnikovih stranic se sečejo v jedni in isti točki, ki je od vseh oglišč jednako oddaljena.

Somernice
trikotnikovih
kotov.

Vsak trikotnik ima tri notranje kote in vsak teh kotov svojo somernico. Ako narišemo v trikotniku ABC (slika 60.) dvema kotoma, n. pr. kotoma pri A in B , somernici in te somernici podaljšamo, da se sečete, dobimo točko O , ki je obema somernicama skupna. Ker točka O leži v somernici kota

pri A , mora od krakov tega kota, t. j. od trikotnikovih stranic AB in AC , biti enako oddaljena. Ker točka O leži nadalje v somernici kota pri B , mora tudi od krakov tega kota, t. j. od trikotnikovih stranic BA in BC , biti enako oddaljena. Točka O je torej od vseh treh trikotnikovih stranic enako oddaljena, in smatrati jo smemo za središče kroga, ki se dotika vseh treh stranic. Ta krog imenujemo trikotniku včrtan, in trikotnik je krogu očrtan. Točka O leži pa tudi v somernici tretjega kota pri C , ker je namreč od krakov tega kota enako oddaljena.

Slika 60.



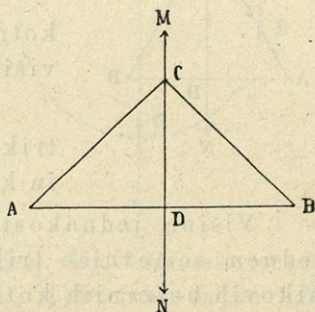
Somernice trikotnikovih kotov se sečejo v jedni in isti točki, ki je od vseh stranic enako oddaljena.

§ 27. Somerni trikotniki.

Načrtajmo daljico AB (slika 61.)! Na to daljico hočemo postaviti enakokraki trikotnik tako, da mu bo AB osnovnica. Vrh tega trikotnika bo od osnovničnih krajišč A in B enako oddaljen, in mora zato ležati v somernici daljice AB . Ako spojimo točko C , ki leži v somernici daljice AB , s krajiščema A in B , stvorimo enakokraki trikotnik ABC , katerega višina CD leži na daljčini somernici MN ; kajti somernica MN gre skoz vrh C in stoji pravokotno na osnovnici AB . Višina CD deli enakokraki trikotnik ABC na dva pravokotna trikotnika ADC in BCD , ki ležita somerno z ozirom na višino CD ; kajti vsak izmed teh dveh trikotnikov pokrije drugega, ako ga zavrtimo okoli CD . Če pa trikotnika ADC in BDC pokrivata drugi

Somernica
jednakokrakega
trikotnika.

Slika 61.



drugega, mora višina CD biti tudi somernica kota ob vrhu C (t. j. $\sphericalangle ACB$) enakokrakega trikotnika ABC . Kar velja o enakokrakem trikotniku ABC , velja tudi o vsakem drugem enakokrakem trikotniku, ki stoji na isti osnovnici AB ; višina vsakega teh enakokrakih trikotnikov leži torej na daljčini somernici MN .

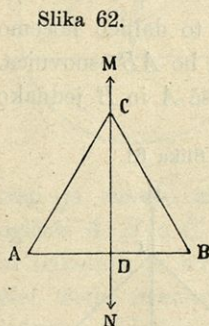
Vsak enakokraki trikotnik je someren stvor; višina mu je somernica.

Višina enakokrakega trikotnika razpolavlja osnovnico in kot ob vrhu.

Premica, ki spaja vrhe dveh ali več enakokrakih trikotnikov, ki stojé na isti osnovnici, je somernica vsakega teh trikotnikov. Ta premica je tudi somernica skupne osnovnice in vseh tistih kotov, ki ležijo ob vrhah enakokrakih trikotnikov.

Somernice
jednakostranič-
nega trikotnika.

Ako postavimo na določeno daljico AB jednakostranični trikotnik ABC (slika 62.), spoznamo na isti način kakor v poprejšnjem, da je višina CD trikotnikova somernica. Kar velja o višini CD , velja tudi o višinah, ki pripadate stranicama BC in AC . Jednakostranični trikotnik ABC ima torej tri somernice.



Vsak jednakostranični trikotnik je someren stvor; vsaka višina mu je somernica.

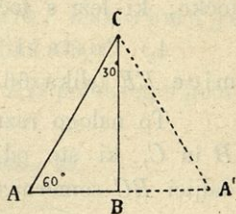
Višina jednakostraničnega trikotnika razpolavlja osnovnico in kot ob vrhu.

Višine jednakostraničnega trikotnika so ob enem somernice trikotnikovih stranic in trikotnikovih notranjih kotov.

Višine jednakostraničnega trikotnika sečejo se v jedni in isti točki, ki ima jednake razdalje od vseh oglišč in jednake razdalje od vseh stranic.

Mislamo si pravokotni trikotnik ABC (slika 63.), v katerem meri ostri kot ACB 30° ! V tem trikotniku znaša drugi ostri kot 60° . Ako zavrtimo trikotnik ABC okoli daljše katete BC tako daleč, da pride v nasprotno lego $A'BC$, stvorimo nov trikotnik $AA'C$, v katerem meri vsak kot 60° . Trikotnik $AA'C$ je zato enakostraničen, in daljica AB je jednaka polovici stranice AA' ali AC , t. j. manjša kateta AB prvotnega trikotnika ABC je jednaka polovici hipotenuze AC .

Slika 63.



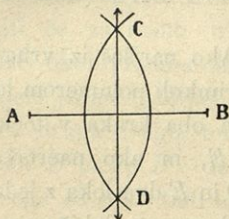
Ako znaša v pravokotnem trikotniku jeden izmed ostrih kotov 30° , je nasprotna kateta jednaka polovici hipotenuze.

§ 28. Naloge.

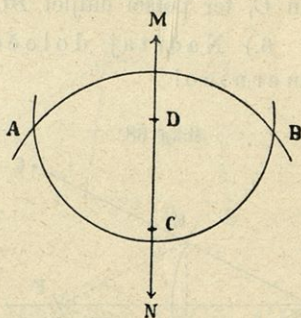
1.) Načrtaj določeni daljici AB (slika 64.) somernico!

Ako narišeš iz daljičinih krajišč A in B dva loka z istim polumerom, dobiš v presečiščih teh lokov dve točki C in D ,

Slika 64.



Slika 65.



kateri ste od A in B jednako oddaljeni. Kje ležijo take točke? Premica, ki gre skoz točki C in D , je somernica daljice AB .

2.) Razpolovi določeno daljico AB !

Daljico AB razpoloviš, ako ji narišeš somernico.

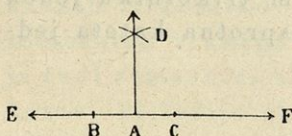
3.) Poišči točko, ki leži somerno z določeno točko A z ozirom na določeno premico MN (slika 65.)!

Iskana točka in točka A morate od vsake točke, ki leži v somernici MN , biti enako oddaljeni. Ako torej narišeš iz dveh točk C in D , ležečih v somernici MN , dva loka, ki gresta skoz točko A , dobiš v drugem presečišču B teh lokov točko, ki leži s točko A somerno z ozirom na premico MN .

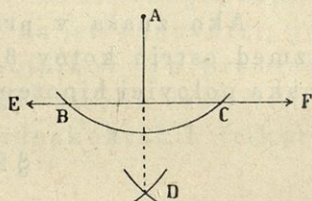
4.) Postavi v določeni točki A določene premice EF (slika 66.) pravokotnico na to premico!

To nalogo razrešiš, ako določiš v premici EF dve točki B in C , ki ste od A enako oddaljeni, in potem poiščeš daljici BC somernico.

Slika 66.



Slika 67.

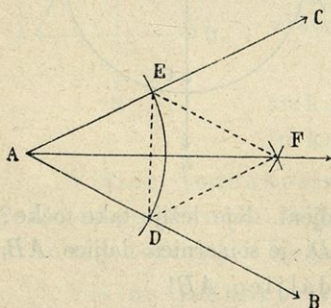


5.) Načrtaj iz določene točke A , ki leži zunaj določene premice EF (slika 67.), pravokotnico na to premico!

Nariši iz točke A lok, ki seče premico EF v točkah B in C , ter poišči daljici BC somernico!

6.) Načrtaj določenemu kotu BAC (slika 68.) somernico!

Slika 68.



Ako narišeš iz vrha A s katerimkoli polumerom lok, ki seče oba kraka v točkah D in E , in ako načrtaš iz točk D in E dva loka z enakim polumerom, dobiš v presečišču F teh lokov točko, katero je treba spojiti z vrhom A . Premica, ki gre skoz točki A in F , je somernica kota BAC ; kajti če spojiš v mislih točke D , E in F z daljicami, dobiš

dva enakokraka trikotnika DEA in DEF , ki stojita na isti osnovnici DE , in premica, ki spaja vrha dvema enakokrakima

trikotnikoma nad isto osnovnico, je somernica kotov ob vrhah teh trikotnikov.

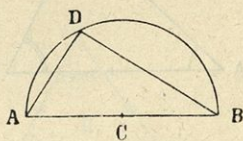
7.) Razpolovi določeni kot BAC !

Kot BAC razpoloviš, ako mu narišeš somernico.

8.) Načrtaj pravokotni trikotnik, kateremu je določena daljica AB hipotenuza (slika 69.)!

Ako narišeš iz razpolovišča C daljice AB polukrog s polumerom AC , in ako spojiš katerokoli točko D tega polukroga s krajiščema A in B , stvariš pravokotni trikotnik ADB ; kajti kot pri D je kot v polukrogu in zato pravi kot. Ali je ta naloga določena ali nedoločena?

Slika 69.

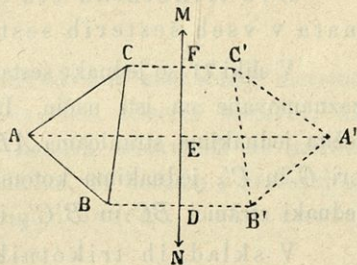


9.) Načrtaj trikotnik, ki je somerno ležeč določenemu trikotniku ABC z ozirom na določeno premico MN (slika 70.)!

Nariši vsakemu trikotnikovih oglišč A , B in C somerno ležečo točko z ozirom na premico MN ter spoji te točke z daljicami! Primerjaj sliko 70.!

Trikotnik $A'B'C'$ leži potem somerno s trikotnikom ABC z ozirom na premico MN ; kajti če zavrtimo trikotnik ABC okoli premice MN , pokrijete jednaki daljici DB in DB' druga drugo, torej tudi točka B točko B' . Iz istega razloga se stika tudi točka A s točko A' in točka C s točko C' . Ako se pa stikajo oglišča trikotnikov ABC in $A'B'C'$, morata trikotnika pokrivati drugi drugega popolnoma.

Slika 70.



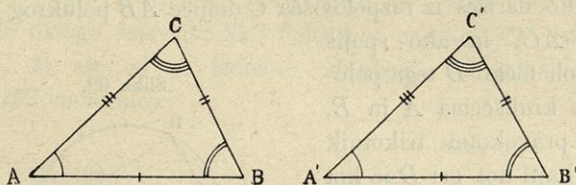
§ 29. Skladni trikotniki.

Ako položimo trikotnik ABC na trikotnik $A'B'C'$ (slika 71.) in ako najdemo, da se oglišča A , B in C prvega trikotnika stikajo z oglišči A' , B' in C' drugega trikotnika, potem je

Skladen = congruent.

jasno, da trikotnik ABC pokriva trikotnik $A'B'C'$ popolnoma. Taka dva trikotnika imenujemo skladna; v znakih zapišemo to lastnost tako-le: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ (čitaj: trikotnik ABC je skladen s trikotnikom $A'B'C'$).

Slika 71.



Pojasnilo.

Dva trikotnika sta skladna, ako se, drugi na drugega položena, pokrivata popolnoma.

Da je pa to mogoče, morajo stranice AB , BC in CA prvega trikotnika biti zaporedoma jednake stranicam $A'B'$, $B'C'$ in $C'A'$ drugega trikotnika in notranji koti pri A , B in C prvega trikotnika zaporedoma jednaki notranjim kotom pri A' , B' in C' drugega trikotnika.

Pogoj skladnosti
dveh trikotnikov.

Dva trikotnika sta torej skladna, ako se ujemata v vseh šesterih sestavinah. Znak skladnosti je $\cong$.

V sliki 71. so jednake sestavine trikotnikov ABC in $A'B'C'$ zaznamovane na isti način. Iz te slike spoznamo takoj, da ležita jednakima stranicama AB in $A'B'$ nasproti jednaka kota pri C in C' , enakima kotoma pri A in A' pa ste nasprotni jednaki stranici BC in $B'C'$, i. t. d.

Jednake sestavine
skladnih trikotnikov.

Istoležen =
gleichliegend,
entsprechend
oder homolog.

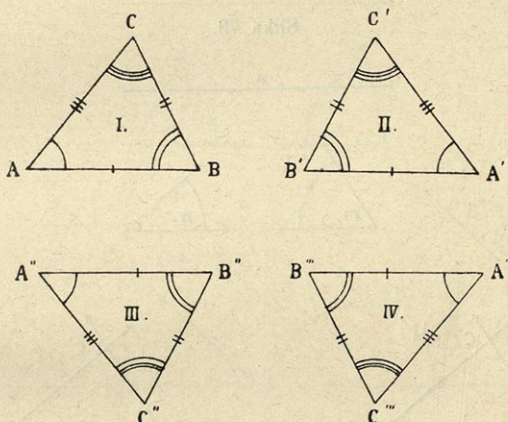
V skladnih trikotnikih ležijo enakim stranicam jednaki koti nasproti, enakim kotom pa so jednake stranice nasprotni.

Tiste sestavine dveh skladnih trikotnikov, katere pokrivajo druga drugo, če položimo jeden trikotnik na drugega, imenujejo se istoležne. Tako ste n. pr. v sliki 71. stranici AB in $A'B'$ istoležni, kota pri A in A' sta istoležna, i. t. d.

Istoležne sestavine skladnih trikotnikov so jednake.

Skladni trikotniki utegnejo imeti različno lego. Tako nam predločuje slika 72. štiri skladne trikotnike v štirih različnih legah. Imenuj istoležne sestavine teh trikotnikov! Če hočemo n. pr. trikotnik I. položiti na trikotnik II. tako, da pokrije prvi trikotnik drugega, treba je najprej trikotnik I. obrniti. Kaj je treba storiti s trikotnikom I., da pokrijemo ž njim trikotnik III., ali trikotnik IV.?

Slika 72.



Ker so trikotnikove sestavine odvisne med seboj, moremo dostikrat sklepati iz manj nego iz vseh šesterih sestavin, da sta dva trikotnika skladna. V katerih sestavinah se morata dva trikotnika ujemati, da sta skladna, to hočemo v naslednjem preiskavati. Ti slučajji se imenujejo izreki o skladnosti dveh trikotnikov.

Izrek o
skladnosti =
der
Congruenzsatz.

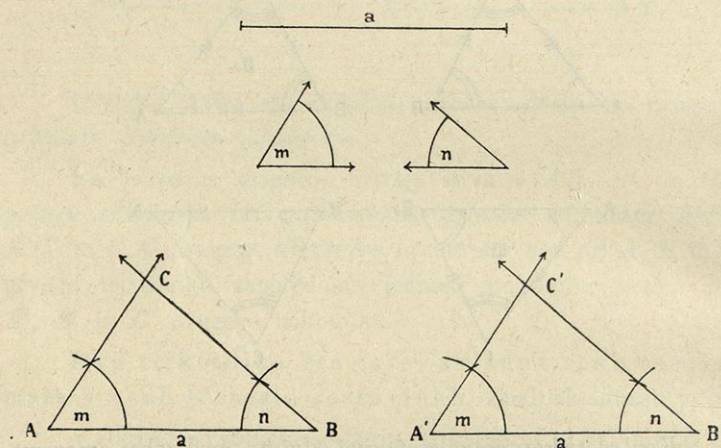
§ 30. Izreki o skladnosti dveh trikotnikov.

1.) Načrtaj trikotnik, v katerem je jedna stranica jednaka določenim daljici a in dva notranja kota jednaka določenima kotoma m in n !

Ako narišeš daljico $AB = a$ (slika 73.) in v krajiščih A in B te daljice načrtas kota, ki sta jednaka določenima kotoma m

in n , dobiš v presečišči C neskupnih krakov AC in BC tretje trikotnikovo oglišče. Če načrtaš z istimi tremi sestavinami na isti način drugi trikotnik $A'B'C'$, mora ta trikotnik biti skladen s prvim. Kajti če položiš trikotnik ABC na trikotnik $A'B'C'$ tako, da pokriva stranica AB stranico $A'B'$, morata kota pri A in A' , oziroma kota pri B in B' , pokrivati drugi drugega, ker sta jednaka; potem pa leži stranica AC na stranici $A'C'$, stranica BC na stranici $B'C'$, in ker imate dve daljici le jedno presečišče, mora točka C pokrivati točko C' .

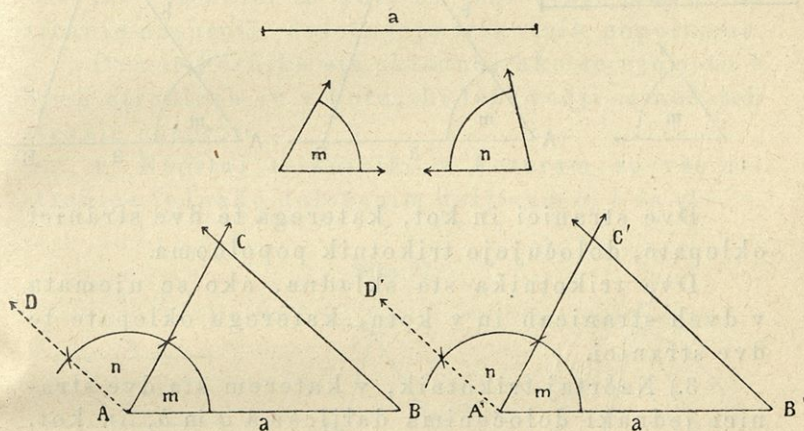
Slika 73.



V sliki 73. načrtali smo trikotnik ABC tako, da sta bila določena kota m in n priležna določeni stranici $AB = a$. Če se pa zahteva, da se mora trikotnik ABC tako načrtati, da je jeden izmed določenih kotov, n. pr. $\angle m$, stranici a priležen, drugi pa nasproten, razrešiš nalogo tako-le. Nariši daljico $AB = a$, prenesi določeni kot m na daljico AB , načrtaj poleg kota m kot n (slika 74.) ter nariši skoz krajišče B vzporednico z AD ! Ta vzporednica določi v nevzporednem kraku AC tretje trikotnikovo oglišče. Kot pri C , ki je določeni stranici AB nasproten, je enak kotu n ; kajti ta dva kota sta izmenična in ležita na vzporednicah AD in BC . Ako načrtaš z istimi tremi sestavinami na isti način drugi trikotnik $A'B'C'$, mora ta trikotnik

biti skladen s prvim. Kajti če položiš trikotnik ABC na trikotnik $A'B'C'$ tako, da pokriva stranica AB stranico $A'B'$, potem leži tudi stranica AC na stranici $A'C'$, polutrak AD na polutraku $A'D'$ in stranica BC na stranici $B'C'$, ker je skozi točko, ležečo zunaj določene premice, mogoča le jedna vzporednica. Jasno je torej, da pokriva v tem slučaju točka C točko C' .

Slika 74.



Iz navedenega spoznamo, da dobimo v naši nalogi le skladne trikotnike, če jih načrtujemo ali po prvem ali po drugim načinu. Zato smemo sklepati:

Jedna stranica in dva notranja kota določujejo trikotnik popolnoma.

Dva trikotnika sta skladna, če se ujemata v jedni stranici in v dveh notranjih kotih.

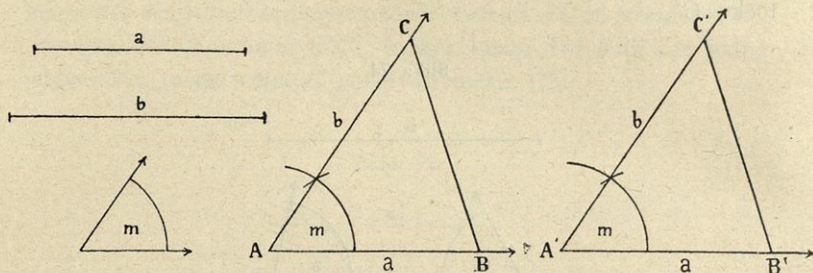
I. izrek.

2.) Načrtaj trikotnik, v katerem ste dve stranici jednaki določenima daljicama a in b , in kot, katerega te dve stranici oklepate, enak določenemu kotu m !

Nariši kot $BAC = m$ (slika 75.), prenesi na jeden krak tega kota daljico a , na drugi krak pa daljico b ter spoji dobljeni točki B in C ! Ako načrtaš z istimi tremi sestavinami na isti način drugi trikotnik $A'B'C'$, mora ta trikotnik biti

skladen s prvim. Kajti če položiš trikotnik ABC na trikotnik $A'B'C'$ tako, da kot pri A pokriva kot pri A' , stikajo se oglišča trikotnika ABC z oglišči trikotnika $A'B'C'$, ker je stranica $AB = A'B'$ in $AC = A'C'$.

Slika 75.



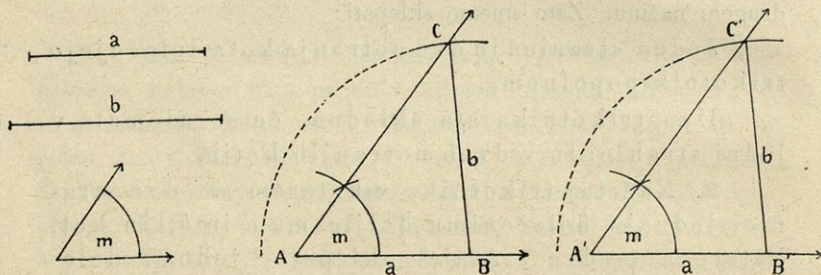
Dve stranici in kot, katerega te dve stranici oklepate, določujejo trikotnik popolnoma.

II. izrek.

Dva trikotnika sta skladna, ako se ujemata v dveh stranicah in v kotu, katerega oklepate te dve stranici.

3.) Načrtaj trikotnik, v katerem sta dve stranici jednaki določenima daljicama a in b , in kot, ki leži večji izmed teh dveh stranic nasproti, jednak določenemu kotu m !

Slika 76.



Nariši kot $BAC = m$ (slika 76.), prenesi na jeden krak tega kota, n. pr. na AB , manjšo daljico a od točke A do točke B ter načrtaj iz točke B lok s polumerom, ki je enak daljši določenim daljici b ! Ta lok seče krak AC le v jedni

točki C , ki je tretje trikotnikovo oglišče. Ako narišeš z istimi tremi sestavinami na isti način drugi trikotnik $A'B'C'$, mora ta trikotnik biti skladen s prvim. Kajti če položiš trikotnik ABC na trikotnik $A'B'C'$ tako, da kot pri A pokriva kot pri A' , potem leži stranica AC na stranici $A'C'$, stranica AB na stranici $A'B'$, in ker sta zadnji dve stranici jednaki, pokriva točka B točko B' . Ker pokrivata tudi loka, katera si načrtal iz točk B in B' , drugi drugega, je torej jasno, da mora točka C pokrivati točko C' .

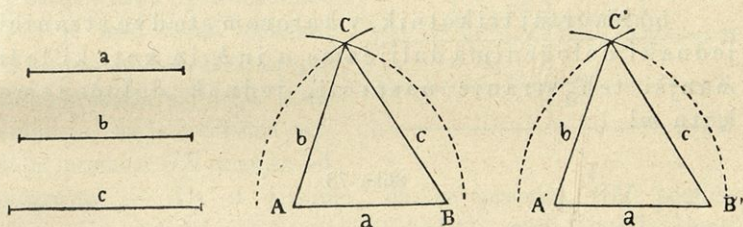
Dve stranici in kot, ki leži večji izmed teh stranic nasproti, določujejo trikotnik popolnoma.

Dva trikotnika sta skladna, ako se ujemata v dveh stranicah in v kotu, ki leži večji izmed teh stranic nasproti.

III. izrek.

4.) Načrtaj trikotnik, v katerem so vse tri stranice jednake določenim daljicam a , b in c !

Slika 77.



Nariši daljico $AB = a$ (slika 77.), načrtaj iz krajišča A te daljice lok s polumerom b in iz krajišča B lok s polumerom c ! Presečišče C teh lokov določi tretje trikotnikovo oglišče. Ako načrtas z istimi tremi sestavinami na isti način drugi trikotnik $A'B'C'$, mora ta trikotnik biti skladen s prvim. Kajti če položiš trikotnik ABC na trikotnik $A'B'C'$ tako, da stranica AB pokriva stranico $A'B'$, ležita loka, katera si načrtal iz točk A in A' , oziroma iz točk B in B' , drugi na drugem, torej pokrivata presečišči teh lokov, to ste točki C in C' , druga drugo.

Tri stranice določujejo trikotnik popolnoma.

Dva trikotnika sta skladna, ako se ujemata v vseh treh stranicah.

IV. izrek.

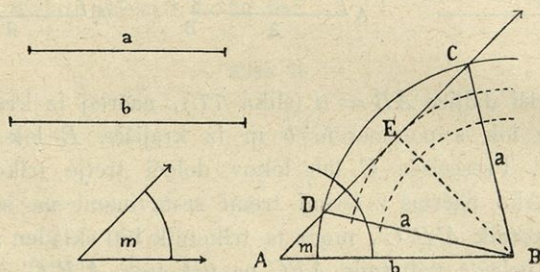
Iz navedenih štirih nalog in iz njih razrešitve uvidimo, da tri trikotnikove sestavine, med katerimi je vsaj jedna stranica, določujejo trikotnik popolnoma. Če torej hočeš načrtati trikotnik določene velikosti, treba ti je poznati tri njegove sestavine in med temi vsaj jedno stranico, ni pa ti treba poznati štirih ali petih ali vseh šestih sestavin.

Manj ko tri sestavine ne določajo trikotnika popolnoma. Kajti če hočeš n. pr. z dvema notranjima kotoma načrtati trikotnik, smeš kakoršnokoli daljico izbrati za stranico in trikotnik načrtati po navodilu naloge 1. Ker si izbereš daljico za stranico, zato je ta naloga nedoločena in pripušča brez števila razrešitev. Ali če izпустиš pri zgoraj navedenih štirih nalogah tretjo določeno sestavino, postane takoj vsaka teh nalog nedoločena, ker se dá potem razrešiti na nepreštete načine.

Konečno nam je še omeniti neke naloge, ki je nekoliko podobna naši zgoraj navedeni tretji nalogi. Zanimiva je ta naloga zato, ker se dá razrešiti včasih na dva, včasih le na jeden način, včasih pa je sploh ne moremo razrešiti. Ta naloga je:

5.) Načrtaj trikotnik, v katerem ste dve stranici jednaki določenima daljicama a in b , in kot, ki leži manjši teh stranic nasproti, jednak določenemu kotu m !

Slika 78.



Nariši kot $BAC = m$ (slika 78.), prenesi večjo določeno daljico b na krak AB od točke A do točke B ter načrtaj iz točke B lok s polumerom manjše določene daljice a ! Ta lok seče krak AC v točkah C in D . Če spojiš točki C in D s točko B , dobiš dva trikotnika ABC in ABD , ki zadoščata naši nalogi. V tem slučaju se dá navedena naloga razrešiti na dva načina.

Ako bi daljica a bila za toliko manjša, da bi se lok, ki ga načrtáš iz točke B , dotikal kraka AC v točki E , dobili bi le jeden trikotnik ABE . V tem slučaju bi se dala navedena naloga razrešiti le na jeden način. Primerjaj sliko!

Če bi pa daljica a postala še manjša, ne imel bi lok, ki ga načrtáš iz točke B , nobedne skupne točke s krakom AC , in navedena naloga bi se ne dala razrešiti na nobeden način. Primerjaj sliko!

§ 31. Lega premice z ozirom na krog.

Načrtajmo krog in skozi dve točki njegovega oboda premico GH (slika 79.)! Ta premica ima s krožnico dve skupni točki A in B ter se zove sečnica ali sekanta. Pravokotnica OC ,

katero spustimo iz krogovega središča O na premico GH ,

določa razdaljo središča od premice in se imenuje središčna razdalja. Točka C

(podnožišče pravokotnice OC) je med vsemi točkami, ki ležijo v premici GH , krogovemu središču najbližja. Očividno je, da je središčna razdalja premice GH manjša od

polumera. — Če si mislimo, da se premica GH pomiče vzporedno navzdol (od krogovega središča proč), postaja njena središčna razdalja vedno večja, in točki A in B , v katerih seče premica GH krožnico, bližate se druga drugi. Ko se te točki stikate, preide sečnica v dotikalnico ali tangento JK , ki ima s krožnico le jedno skupno točko D (dotikališče). Središčna razdalja je v tem slučaju jednaka polumeru. Če se omenjena premica pomiče še dalje vzporedno navzdol, nima s krogom nobedne skupne točke več, in središčna razdalja ji je večja od polumera.

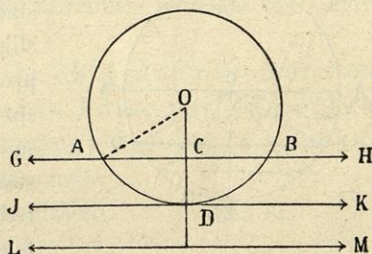
Premica, katere središčna razdalja je manjša od polumera, seče krožnico v dveh točkah.

Premica, katere središčna razdalja je jednaka polumeru, ima s krožnico jedno skupno točko.

Premica, katere središčna razdalja je večja od polumera, nima s krogom nobedne skupne točke; ona leži popolnoma zunaj kroga.

Sečnica in njena središčna razdalja.

Slika 79.



Podnožišče = der Fußpunkt.

Dotikalnica in njena središčna razdalja.

Premica in njena središčna razdalja.

§ 32. Tetive v krogu.

Ako načrtamo v določenem krogu premer AB (slika 80.), razdelimo krožnico in krožnino na dva jednaka dela (polukroga), ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega izmed njiju okoli premera AB .

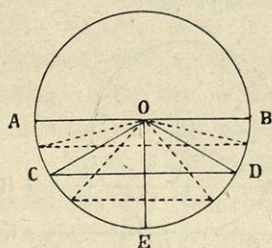
Krogova
somernica.

Krog je someren stvor; vsak premer mu je somernica.

Tetiva in
njena središčna
razdalja.

Ako si mislimo, da se premer AB (slika 80.) pomiče vzporedno navzdol, nastajajo iz premera AB tetive različnih dolgotij. Med tem pomikanjem se tetive vedno manjšajo, njih središčne razdalje pa večajo. Na

Slika 80.



konec preide premikajoča se tetiva v točko E , in središčna razdalja postane jednaka polumeru. Primerjaj sliko! — Če si pa mislimo, da se premer AB pomiče vzporedno v nasprotno mer, t. j. navzgor, ujemajo se zaporedoma vse tetive, ki nastanejo v zgornjem polukrogu, s tetivami spodnjega polukroga; istotako je tudi s središčnimi razdaljami

teh tetiv. Kajti spodnji in zgornji polukrog ležita somerno z ozirom na premer AB . Kar velja o tetivah, ki so nastale iz premera AB , velja tudi o tetivah, ki nastanejo iz kateregakoli drugega premera v istem krogu ali v enakih krogih.

Iz navedenega smemo torej sklepati:

Jednake
in nejednake
tetive.

Nejednake tetive istega kroga ali enakih krogov imajo različne središčne razdalje: čim večja je tetiva, tem manjša je njena središčna razdalja, in obratno.

Jednake tetive istega kroga ali enakih krogov imajo jednake središčne razdalje.

Največja tetiva je premer.

Ker ste krajišči tetive CD (slika 80.) od krogevega središča O jednako oddaljeni, leži točka O v somernici tetive CD .

Tetivina somer-
nica = die Sehnen-
symmetrale.

Tetivina somernica gre skoz krogovo središče.

Pravokotnica, katero spustimo iz krogevega središča na tetivo, je somernica tej tetivi.

Vzporedne tetive imajo isto somernico.

Tetivi pripada lok, obsrediščni kot, krogov izsek in odsek. Če se manjša tetiva določenega kroga, manjšajo se tudi pripadajoči lok, pripadajoči obsrediščni kot, pripadajoči krogov izsek in odsek. Primerjaj sliko 80.! — Ako spojimo krajišči tetive CD s krogovim središčem O , stvorimo enakokraki trikotnik CDO . Ker je višina vsakega enakokrakega trikotnika somernica osnovnici in kotu ob vrhu, je v sliki 80. središčna razdalja tetive CD somernica tej tetivi in njej pripadajočemu obsrediščnemu kotu COD . Če podaljšamo ravno omenjeno središčno razdaljo do krožnice, dobimo polmer OE , in ta razdeli krogov izsek in odsek, ki pripadata tetivi CD , na dva dela, ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh delov okoli OE .

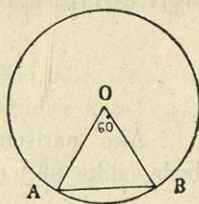
Lastnosti
tetivine
somernice.

Tetivina somernica je ob jednem somernica pripadajočega obsrediščnega kota, pripadajočega loka, pripadajočega krogovega izseka in odseka.

Sekstant meri 60° ; istotoliko znaša pripadajoči obsrediščni kot. Če načrtamo sekstantu tetivo in spojimo njeni krajišči A in B (slika 81.) s središčem O , stvorimo enakokraki trikotnik ABO , v katerem meri kot ob vrhu 60° . Ker sta kota na osnovnici AB jednaka in merita skupaj 120° , znaša vsak izmed njiju 60° . Trikotnik ABO ima torej jednake kote in je zato enakokraničen.

Sekstantova
tetiva.

Slika 81.



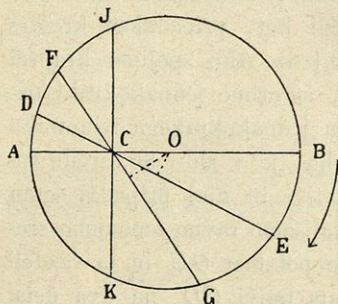
Sekstantova tetiva je jednaka polumeru.

Ako zavrtimo premer AB določenega kroga (slika 82.) okoli točke C , ki leži v premeru, pa se ne stika s krogovim središčem O , in ako si mislimo, da premerova dela CB in CA izpreminjata med omenjenim vrtenjem svoji dolgosti tako, da se krajišči B in A pomikate po krogovem obodu, nastajajo iz vrteče se daljice tetive različnih dolgostij, n. pr. DE , FG , i. t. d. Vse te tetive gredó skoz isto točko C . V prvi četrtini omenjenega vrteža oddaljuje se vrteča se tetiva od krogovega središča; nastalim tetivam večajo se torej središčne razdalje, tetive pa se

Največja in
najmanjša tetiva
skoz določeno
točko znotraj
krožnice.

manjšajo. Primerjaj sliko! Vrteči se tetivi postane središčna razdalja največja tedaj, ko se stika z daljico OC , t. j. s središčno razdaljo točke C . Najmanjša med vsemi tetivami, ki nastanejo

Slika 82.



še dalje v istem smislu okoli točke C , ponavljajo se vse tetive, ki smo jih dobili med prvo polovico vrteža.

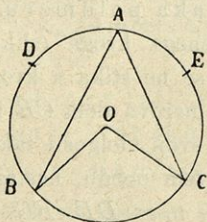
Med vsemi tetivami, katere moremo narisati skozi določeno točko znotraj krožnice, je tista največja, ki greskozi krogovosredišče; najmanjša pa je tista, ki stoji pravokotno na središčni razdalji dotične točke.

§ 33. Naobodni koti.

Ako narišemo skozi jedno in isto točko A krogevega oboda (slika 83.) dve tetivi AB in AC , stvorimo oti kot BAC ,

Naobodni kot =
der Peripherie-
winkel.

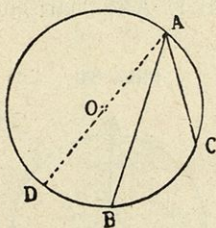
Slika 83.



ki se imenuje naobodni kot. Vrh naobodnega kota leži v krožnici, in kraka sta mu tetivi. O loku, ležečem med krakoma naobodnega kota, pravimo, da pripada temu kotu. Jeden in isti lok utegne pripadati brezštevlnomnogim naobodnim kotom; kajti če spojiš krajišči loka BC s točkami D , E i. t. d. krogevega oboda, stвориš naobodne kote, katerim pripada isti lok BC . Istemu loku BC pripada pa samo jeden obsrediščni kot BOC .

3.) Načrtajmo naobodni kot BAC (slika 86.) tako, da leži krogovo središče O na isti strani obeh krakov naobodnega kota!

Slika 86.



Ako narišemo skoz vrh A naobodnega kota premer AD , dobimo naobodna kota DAC in DAB , ki se gledé lege z ozirom na središče O popolnoma ujemata z naobodnim kotom e v sliki 84. Mera tema naobodnima kotoma je torej polovica pripadajočih lokov DC in DB . Ker je razlika naobodnih kotov DAC in DAB jednaka naobodnemu kotu BAC , in razlika iz polovic pripada-

jočih lokov DC in DB jednaka polovici loka BC , meri torej naobodni kot BAC le polovico toliko kotnih stopinj, minut in sekund, kolikor ločnih stopinj, minut in sekund znaša pripadajoči lok BC .

Iz navedenega sklepamo torej:

Lastnosti
naobodnih
kotov.

Mera vsakemu naobodnemu kotu je polovica pripadajočega loka, ali: vsak naobodni kot je jednak polovici obsrediščnega kota, ki stoji na istem loku kakor naobodni kot.

Naobodni koti, stoječi na istem loku ali na enakih lokih, so med seboj jednaki. Kaj je mera vsem tem kotom?

Naobodni kot, ki stoji na manjšem loku od polukroga, je oster; naobodni kot pa, ki stoji na večjem loku od polukroga, je top. Zakaj?

Naobodni kot, stoječ na polukrogu, je pravi kot in se imenuje kot v polukrogu. Primerjaj § 21.!

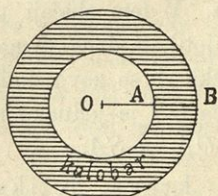
§ 34. Medsebojna lega dveh krogov.

Istosrediščna
kroga = concen-
trische Kreise.
Kolobar =
der Kreisring.

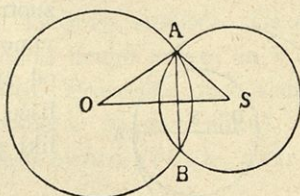
Ako imata dva kroga isto središče O (slika 87.), imenujeta se istosrediščna ali koncentrična kroga. Ploskev, ležeča med obodoma takih dveh krogov, zove se kolobar.

Daljici AB , ki je jednaka razliki polumerov OB in OA , pravimo kolobarjeva širina.

Slika 87.



Slika 88.



Kroga, ki imata različni središči O in S (slika 88.), imenujeta se raznosrediščna ali ekscentrična kroga. Daljica OS , ki spaja središči obeh krogov, zove se središčna razdalja teh krogov ali središčnica. Kakšne lege utegneta imeti dva raznosrediščna kroga, spoznali bomo iz naslednjega.

Raznosrediščna kroga = excentrische Kreise.
Središčnica = die Centrale.

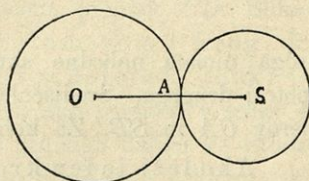
1.) Načrtajmo daljico OS in iz njenih krajišč kroga, kakoršna kaže slika 88.! Ta dva kroga imata dve skupni točki A in B ; ona sečeta drugi drugega. Tetiva AB je skupna obema krogoma; njena somernica je središčnica OS . Zakaj? (Kakšni ste razdalji točke O , oziroma točke S , od krajišč daljice AB ?) Če spojimo skupno točko A s središčema O in S , stvorimo trikotnik OSA , v katerem je stranica OS večja nego razlika stranic (polumerov) OA in SA , toda manjša nego vsota istih dveh stranic.

Kroga sečeta drugi drugega.

Ako kroga sečeta drugi drugega, je središčnica večja nego razlika, toda manjša nego vsota obeh polumerov.

2.) Načrtajmo daljico OS (slika 89. I.), iz krajišča O krog s polumerom OA in iz krajišča S krog s polumerom SA ! Ta kroga imata le jedno skupno točko A , sicer pa leži jeden krog popolnoma zunaj drugega. V tem slučaju pravimo: kroga se dotikata drugi drugega od zunaj. Točka A se zove dotikalističe. Središčnica OS je jednaka vsoti polumerov OA in SA .

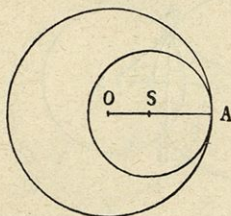
Slika 89. I.



Kroga se dotikata drugi drugega od zunaj, oziroma od znotraj.

Načrtajmo daljico OS (slika 89. II.), iz krajišča O krog s polumerom OA in iz krajišča S krog s polumerom SA ! Ta kroga imata le jedno skupno točko A , sicer pa leži jeden krog popolnoma znotraj drugega. V tem slučaju pravimo: kroga se dotikata drugi drugega od znotraj. Točka A se zove dotikališče. Središčnica OS je jednaka razliki polumerov OA in SA .

Slika 89. II.



Ako se kroga dotikata drugi drugega od zunaj, je središčnica jednaka vsoti obeh polumerov.

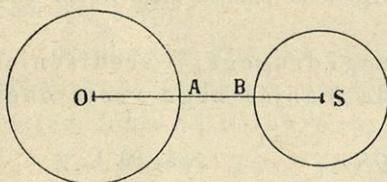
Ako se kroga dotikata drugi drugega od znotraj, je središčnica jednaka razliki obeh polumerov.

Krog
leži popolnoma
zunaj kroga,
oziroma
znotraj kroga.

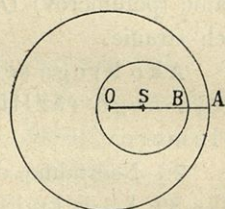
3.) Načrtajmo daljico OS (slika 90. I.), iz krajišča O krog s polumerom OA in iz krajišča S krog s polumerom SB ! Ta kroga nimata nobedne skupne točke; jeden leži popolnoma zunaj drugega. Središčnica OS je večja nego vsota polumerov OA in SB . Za koliko?

Načrtajmo daljico OS (slika 90. II.), iz krajišča O krog s polumerom OA in iz krajišča S krog s polumerom SB ! Ta

Slika 90. I.



Slika 90. II.



kroga nimata nobedne skupne točke; jeden leži popolnoma znotraj drugega. Središčnica OS je manjša nego razlika polumerov OA in SB . Za koliko?

Ako leži jeden krog popolnoma zunaj drugega, je središčnica večja nego vsota obeh polumerov.

Ako leži jeden krog popolnoma znotraj drugega, je središčnica manjša nego razlika obeh polumerov.

§ 35. Naloge.

1.) Nariši krog, ki gre skozi tri določene točke A , B in C , ki ne ležijo v jedni in isti premici!

Daljica, ki spaja n. pr. točki A in B , bode iskanemu krogu tetiva. V somernici te tetive leži krogovo središče. Če spojiš drugi dve točki, n. pr. B in C , dobiš drugo tetivo, in v njeni somernici leži tudi krogovo središče. Presečišče obeh somernic določuje torej iskanemu krogu središče. Napravi sliko!

2.) Poišči središče določenemu krogu, oziroma določenemu loku!

Ako načrtas dve nevzporedni tetivi ter jima poiščeš somernici, dobiš v presečišču teh somernic središče določenega kroga, oziroma določenega loka. Slika!

3.) Razpolovi določeni lok!

To nalogo razrešiš, ako načrtas pripadajoči tetivi somernico. Slika!

4.) Razdeli določeno krožnico na 3, 4, 5 enakih delov!

Sekstant določene krožnice najdeš, ako načrtas tetivo, ki je jednaka polumeru. Dva sekstanta stvorita tretji del krogovega oboda.

Določeno krožnico razdeliš na 4 jednake dele, ako narišeš dva premera, ki stojita drugi na drugem pravokotno.

Peti del krogovega oboda meri 72° ; istotoliko znaša pripadajoči obsrediščni kot. Če torej narišeš s pomočjo kotomera v krogovem središču kot 72° , dobiš med krakoma tega kota lok, ki je jednak petemu delu določene krožnice. Slika!

5.) Načrtaj iz določene točke A krog, ki se dotika določene premice CD !

Polumer iskanega kroga je jednak pravokotnici, katero spustiš iz določene točke A na določeno premico CD . Slika!

6.) Načrtaj z določenim polumerom r krog, ki se dotika določene premice AB v določeni točki C !

Središče iskanemu krogu najdeš, ako postaviš v točki C pravokotnico na AB ter jo napraviš jednako daljici r . Slika!

7.) Načrtaj z določenim polumerom r krog, ki gre skozi dve določeni točki A in B !

Ako narišeš iz točk A in B loka s polumerom r , najdeš v presečišču teh lokov krogovo središče. Slika!

8.) Načrtaj krog, ki gre skozi dve določeni točki A in B , in katerega središče leži v določeni premici CD !

Spôji točki A in B ter poišči tej daljici somernico! Točka O , v kateri seče ta somernica premico CD , je krogovo središče; razdalja točke O od točke A je polmer. Slika!

9.) Načrtaj krog, ki se dotika določene premice AB v določeni točki C in gre skozi določeno točko D zunaj te premice!

Postavi v točki C pravokotnico na AB , spoji točki C in D ter poišči tej daljici somernico! Točka O , v kateri seče pravokotnica somernico, je središče iskanemu krogu. Slika!

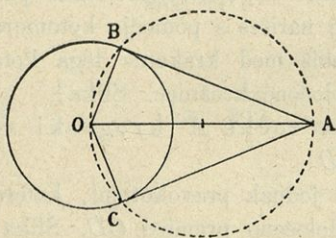
10.) Načrtaj določenemu krogu tangento, ki je vzporedna z določeno premico AB !

Nariši iz krogevega središča pravokotnico na premico AB ! Točka, v kateri seče ta pravokotnica krožnico, je dotikališče iskani tangenti. Slika! Koliko tangent najdeš?

11.) Nariši tangento na določeni krog iz določene točke A , ležeče zunaj tega kroga!

Spôji določeno točko A (slika 91.) s središčem O določenega kroga ter načrtaj nov krog tako, da mu bo daljica AO

Slika 91.



premer! Ta krog seče določeni krog v točkah B in C . Če spojiš točko B s točko A , dobiš daljico AB , ki ima z določenim krogom skupno točko B , in polmer OB tega kroga stoji pravokotno na AB ; kajti kot OBA je z ozirom na drugi (desni) krog kot v polukrogu in zato pravi kot.

Daljica AB je torej tangenta krogu s središčem O . Iz istega razloga je tudi daljica AC tangenta krogu s središčem O . Ker sta trikotnika AOB in AOC skladna po tretjem izreku o skladnosti (v katerih sestavinah se ujemata?), morajo vse istoležne sestavine teh dveh trikotnikov biti jednake, t. j. tangenti AB in AC ste jednaki, kota pri A sta jednaka, in kota pri O istotako. Daljica AO je torej kotoma BAC in BOC somernica.

§ 36. Četverokotnik v obče.

Ako spojimo štiri v ravnini ležeče točke A, B, C, D (slika 92.) zaporedoma z daljicami, stvorimo raven lik, ki se imenuje četverokotnik. Da pa četverokotnik nastane na ta način, ne smejo tri izmed določenih točk ležati v jedni in isti premici.

Četverokotnik je raven lik, katerega mejé štiri daljice.

Daljice AB, BC, CD in DA imenujemo stranice, točke A, B, C in D oglišča, kote a, b, c in d , katere tvorijo stranice, notranje četverokotnikove kote. Vsoti vseh stranic pravimo četverokotnikov obseg.

Osmero sestavin, štiri stranice in štirje koti, sestavljajo četverokotnik. Oglejmo si medsebojno lego teh sestavin! Stranici AB leži nasproti stranica CD , kotu a je nasproten kot c . Stranici AB sta kota a in b priležna, kota c in d pa nasprotna. Kot a oklepate stranici AB in AD , stranici BC in CD pa mu ležite nasproti, i. t. d.

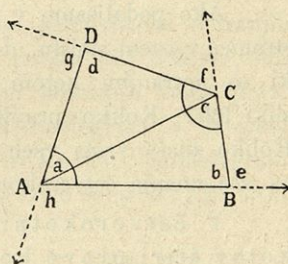
Oglišče nastane tam, kjer se stikate dve stranici. Oglišči A in B ležite v jedni in isti stranici in se imenujete priležni oglišči; oglišči A in C pa ne ležite v jedni in isti stranici in se zovete nasprotni oglišči. Daljica AC , ki spaja dvoje nasprotnih oglišč, imenuje se diagonalna ali prekotnica. Koliko diagonal ima četverokotnik?

Vsaka diagonalna deli četverokotnik na dva trikotnika. Notranji koti teh dveh trikotnikov tvorijo skupaj notranje četverokotnikove kote. Primerjaj sliko 92.! Kolika je vsota notranjih trikotnikovih kotov? Koliko znašajo torej notranji četverokotnikovi koti skupaj?

V četverokotniku znaša vsota vseh notranjih kotov štiri prave kote ali 360° .

Jeden izmed notranjih četverokotnikovih kotov utegne biti izbočen. Na četverokotnike z izbočenim notranjim kotom se ne bomo ozirali, temveč spoznavati hočemo lastnosti le takšnih četverokotnikov, ki imajo le otle kote.

Slika 92.



Pojasnilo.

Stranice.

Oglišča.

Notranji koti.

Obseg.

Četverokotni-
kove sestavine
in njih
medsebojna lega.

Priležna
in nasprotna
oglišča.

Prekotnica = die
Diagonale.

Lastnost notra-
njih četverokot-
nikovih kotov.

Koliko sestavin
določuje
četverokotnik.

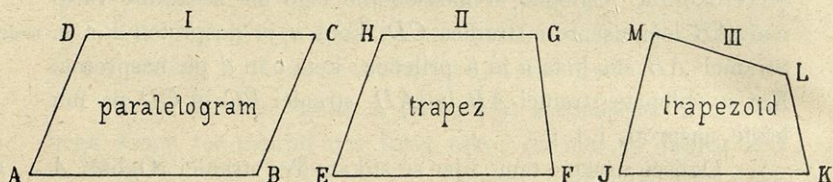
Četverokotnik načrtamo in določimo popolnoma, ako določimo in narišemo oba trikotnika, ki sestavljata četverokotnik. Trikotnik ABC (slika 92.) določujejo tri sestavine popolnoma, n. pr. dve stranici in jeden kot. Da določimo tudi trikotnik ACD popolnoma, treba je razun stranice AC , katero že določuje trikotnik ABC , še dveh sestavin. Pet sestavin torej določuje četverokotnik $ABCD$ popolnoma.

Lastnost vnanjih
četverokotni-
kovih kotov.

Ako podaljšamo v četverokotniku $ABCD$ (slika 92.) vse stranice v istem smislu, dobimo štiri vnanje kote e, f, g in h , ki so notranjim kotom sokoti. Koliko dvojic sokotov je v sliki 92.? Koliko pravih kotov tvorijo te dvojice skupaj? Koliko znaša vsota vseh notranjih kotov? Koliko ostane torej za vse vnanje četverokotnikove kote?

V četverokotniku znaša vsota vseh vnanjih kotov štiri prave kote ali 360° .

Slika 93.



Paralelogram =
das
Parallelogramm.
Trapez = das
Trapez.
Trapezoid = das
Trapezoid.

Z ozirom na lego nasprotnih stranic razvrščujemo četverokotnike: 1.) na paralelograme ali vzporednike, v katerih ste po dve nasprotni stranici vzporedni; 2.) na trapeze, v katerih ste dve nasprotni stranici vzporedni, drugi dve pa nevzporedni; 3.) na trapezoide, v katerih ni nobedne stranice s katero drugo vzporedne. Primerjaj sliko 93.!

Povej in zapiši, katere stranice so vzporedne v sliki 93. I., oziroma v sliki 93. II.!

§ 37. Paralelogram v obče.

Oglejmo si notranje kote v paralelogramu $ABCD$ (slika 94.)! Priležna kota a in b sta prikota, ležeča na vzporednicah AD in BC , in zato suplementarna. Iz istega razloga so suplementarni tudi vsi drugi priležni koti, kakor b in c , c in d , d in a .

Imenuj vzporednice in prečnice za navedene dvojice priležnih kotov! — Nasprotna kota a in c imata isti suplementarni prikot b (ali d), in sta zato jednaka. Iz istega razloga sta jednaka tudi nasprotna kota b in d .

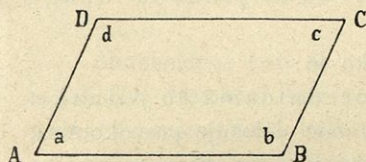
V vsakem paralelogramu sta po dva priležna kota suplementarna, po dva nasprotna kota pa jednaka.

Lastnost notranjih paralelogramovih kotov.

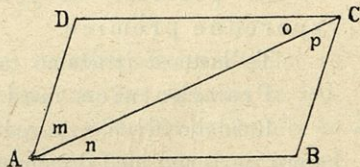
Ako je v določenem paralelogramu jeden izmed notranjih kotov poševen, morajo po navedenem izreku biti poševni tudi vsi drugi notranji koti; če pa je jeden notranjih kotov prav, so pravi tudi vsi drugi notranji koti. Paralelogram, v katerem so vsi koti poševni, imenuje se poševnokoten; paralelogram pa, v katerem se nahajajo le pravi koti, zove se pravokoten.

Poševnokotni paralelogram = das schiefwinklige Parallelogramm.
Pravokotni paralelogram = das rechtwinklige Parallelogramm.

Slika 94.



Slika 95.



Ako spojimo v paralelogramu $ABCD$ (slika 95.) nasprotni oglišči A in C , razdelimo paralelogram na trikotnika ABC in ACD , ki sta skladna po prvem izreku o skladnosti. Kajti ta dva trikotnika imata stranico AC skupno, kota m in p sta izmenična kota, ležeča na vzporednicah AD in BC , in zato jednaka; iz istega razloga sta tudi kota n in o jednaka. Ker ležijo v skladnih trikotnikih enakim kotom nasproti jednake stranice, morate v našem slučaju vzporednici AB in CD biti jednaki; isto velja tudi o vzporednicah AD in BC .

Vsaka diagonalna deli paralelogram na dva skladna trikotnika.

Lastnost paralelogramovih stranic.

V vsakem paralelogramu ste pod dve nasprotni stranici jednaki.

Zadnjo lastnost izražamo tudi tako-le:

Vzporednice med vzporednicama so jednake.

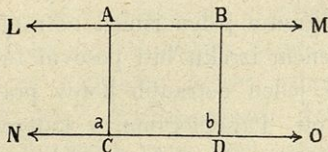
Ako ste v določenem paralelogramu dve stikajoči se stranici jednaki, morajo po navedenem izreku biti vse stranice

Jednakostranični paralelogram = das gleichseitige Parallelogramm.
 Raznostranični paralelogram = das ungleichseitige Parallelogramm.

jednake. Tak paralelogram se imenuje jednakostraničen; paralelogram pa, v katerem ste dve stikajoči se stranici nejednaki, zove se raznostraničen.

Načrtajmo dve vzporedni premici LM in NO (slika 96.) ter spustimo iz točk A in B , ki ležite v vzporednici LM , pravokotnici AC in BD na vzporednico NO !

Slika 96.



Kota a in b sta protikota in sta jednaka, ker sta prava; pravokotnici AC in BD ste torej vzporedni, in četverkotnik $CDBA$ je potem paralelogram. V paralelogramih so nasprotne stranice jednake. Ali stojite

daljci AC in BD tudi na vzporednici LM pravokotno? Zakaj?

Razdalja dveh vzporednih premic.

Vse točke, ki ležijo v jedni izmed dveh vzporednih premic, so jednako oddaljene od druge vzporedne premice.

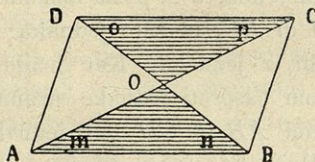
To lastnost izražamo tudi tako-le:

Pravokotnice med vzporednicama so jednake.

Paralelogramova osnovnica in višina.

Razdaljo dveh vzporednih premic določuje pravokotnica, katero narišemo med dotičnima vzporednicama. Stranico, na katero si mislimo paralelogram postavljen, imenujemo osnovnico, in pravokotnico od nasprotne stranice na osnovnico zovemo višino.

Slika 97.



Ako načrtamo v določenem paralelogramu $ABCD$ (slika 97.) obe diagonali, razdelimo paralelogram na štiri trikotnike, izmed katerih sta po dva, ležeča na nasprotnih stranicah, skladna. Tako sta n. pr. v sliki 97. trikotnika ABO in CDO skladna po

prvem izreku o skladnosti; kajti ta dva trikotnika se ujemata v stranicah AB in CD in v kotih, ki so tema stranicama priležni. Zakaj sta kota m in p , oziroma kota n in o , jednaka? Če sta pa trikotnika ABO in CDO skladna, morajo jednakim kotom nasprotne stranice BO in DO , oziroma AO in CO , biti jednake, t. j. diagonalino presečišče O deli vsako diagonalo na dva jednaka dela.

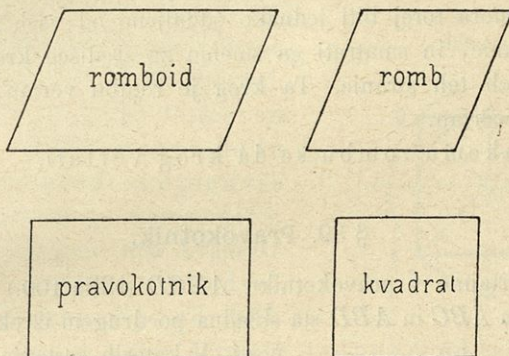
Lastnost paralelogramovih diagonal.

V vsakem paralelogramu razpolavljate diagonalni druga drugo.

Paralelograme razvrščujemo: 1.) na romboide, 2.) na rombe, 3.) na pravokotnike, 4.) na kvadrate. Primerjaj sliko 98.!

Romboid = das Rhomboid.
Romb = der Rhombus.
Pravokotnik = das Rechteck.
Kvadrat = das Quadrat.

Slika 98.

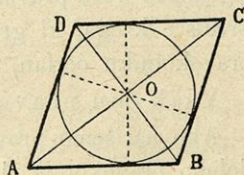


Romboidovi koti so poševni, in stikajoče se stranice so nejednake. Rombovi koti so poševni, in vse stranice so jednake. Pravokotnikovi koti so pravi, in stikajoče se stranice so nejednake. Kvadratovi koti so pravi, in vse stranice so jednake.

§ 38. Romb.

Načrtajmo v določenem rombu $ABCD$ (slika 99.) diagonali! Nasprotni oglišči B in D ste od krajišč diagonale AC jednako oddaljeni in zato morate ležati v somernici diagonale AC . Diagonala BD je torej somernica diagonale AC . Ker je pa potem diagonala BD tudi somernica enakokrakih trikotnikov ACB in ACD , in ker ta trikotnika tvorita romb, mora torej diagonala BD biti tudi rombova somernica. Isto velja o diagonali AC .

Slika 99.



V rombu stojite diagonali pravokotno druga na drugi.

Rombove lastnosti.

Romb je someren stvor; vsaka diagonala mu je somernica.

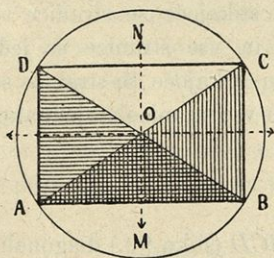
Ker je diagonalna AC somernica rombovih kotov pri A in C , mora vsaka njenih točk biti jednako oddaljena od krakov kota pri A , oziroma od krakov kota pri C . Iz istega razloga je pa tudi vsaka točka diagonale BD jednako oddaljena od krakov kota pri B , oziroma od krakov kota pri D . Presečišče O obeh diagonal mora torej biti jednako oddaljeno od vseh štirih rombovih stranic, in smatrati ga smemo za središče kroga, ki se dotika vseh teh stranic. Ta krog je rombu včrtan, romb pa je krogu očrtan.

Vsakemu rombu se dá krog včrtati.

§ 39. Pravokotnik.

Načrtajmo v pravokotniku $ABCD$ (slika 100.) diagonali! Trikotnika ABC in ABD sta skladna po drugem izreku o skladnosti. V katerih sestavinah se ujemata? Ker ležijo v skladnih trikotnikih enakim kotom nasproti jednake stranice, morate v našem slučaju biti diagonali AC in BD jednaki.

Slika 100.



Pravokotnikove lastnosti.

V pravokotniku ste diagonali jednaki.

Ker diagonali vsakega paralelograma razpolavljate druga drugo, in ker ste pravokotnikovi diagonali jednaki, mora torej njuno presečišče O biti jednako oddaljeno od vseh pravokotnikovih oglišč, in smatrati ga smemo za središče kroga, ki gre skoz točke A , B , C in D . Ta krog je pravokotniku očrtan, pravokotnik pa je krogu včrtan.

Vsakemu pravokotniku se dá krog očrtati.

Ako narišemo pravokotnikovi stranici AB somernico MN , razdelimo pravokotnik $ABCD$ (slika 100.) na dva dela (manjša pravokotnika), ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh delov okoli MN . Premica MN je torej pravokotnikova somernica.

Pravokotnik je someren stvor; somernice pravokotnikovih stranic so tudi pravokotnikove somernice. Koliko somernic ima pravokotnik? Primerjaj sliko!

§ 40. Kvadrat.

Na isti način kakor pri rombu in pravokotniku najdemo na kvadratu te-le lastnosti:

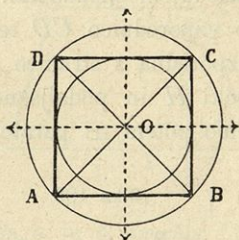
Kvadratovi diagonalni ste jednaki in stojite pravokotnodrug na drugi.

Vsakemu kvadratu se dá krog vrtati in očrtati.

Kvadrat je someren stvor; vsaka diagonalna in vsaka somernica njegovih stranic mu je somernica. Koliko somernic ima kvadrat?

Presečišče kvadratovih diagonal je od vseh oglišč in od vseh stranic jednako oddaljeno; imenujemo ga kvadratovo središče. Primerjaj sliko 101!

Slika 101.



Kvadratove lastnosti.

Kvadratovo središče = der Mittelpunkt des Quadrates.

§ 41. Trapez v obče.

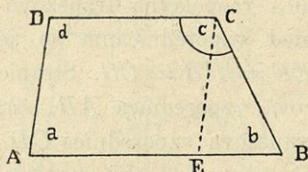
Načrtajmo trapez in oglejmo si njegove notranje kote (slika 102.)! Kota a in d sta nevzporednici AD priležna, sta prikota in suplementarna, ker ste presekani premici AB in CD vzporedni. Iz istega razloga sta tudi kota b in c suplementarna.

V vsakem trapezu so koti, ki ležijo na nevzporednicah, suplementarni.

Vsaka izmed vzporednih stranic AB in CD (slika 102.) utegne biti trapezu osnovnica.

Razdalja med vzporednima stranicama se zove trapezova višina. Ako načrtamo skoz oglišče C premico, ki je vzporedna s trapezovo nevzporednico AD , razdelimo določeni trapez na paralelogram $AECD$ in na trikotnik EBC . Primerjaj sliko! V paralelogramu $AECD$ je osnovnica AE jednaka krajši trapezovi vzporednici CD , in stikajoča se stranica AD je jedna trapezovih nevzporednic. V trikotniku EBC je osnovnica EB jednaka razliki trapezovih vzporednic, drugi dve trikotnikovi stranici pa ste trapezovi nevzporednici. Kota a in b , ki ležita na daljši trapezovi

Slika 102.



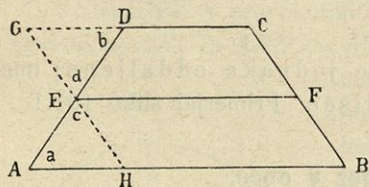
Lastnost notranjih trapezovih kotov.

Trapezova osnovnica in višina.

vzporednici, nahajata se tudi v trikotniku EBC ; ta dva kota sta osnovnici EB priležna. Zakaj je $\sphericalangle BEC = a$?

Razpolovimo v določenem trapezu $ABCD$ (slika 103.) jedno izmed nevzporednic, n. pr. AD , ter načrtajmo skoz razpolovišče E daljico EF tako, da je vzporedna s stranico AB ! Daljico EF imenujemo trapezovo srednico, in nje lastnosti hočemo v naslednjem spoznavati. V ta namen podaljšajmo krajšo trapezovo vzporednico CD ter narišimo skoz točko E premico, ki je vzporedna s stranico BC ! Ta premica seče vzporednico AB v točki H in podaljšano vzporednico CD v točki G . V sliki dobimo potem tri paralelograme in dva trikotnika. Imenuj vse

Slika 103.



tri paralelograme! Povej stranico, ki je vzporedna in jednaka BF , oziroma FC ! Trikotnika AEH in EDG sta skladna po prvem izreku o skladnosti. V kateri stranici in v katerih kotih se ujemata? (Zakaj je stranica $AE = ED$?

Zakaj sta kota a in b , oziroma

kota c in d , jednaka?) Iz skladnosti navedenih trikotnikov izvajamo, da je $HE = EG$ in $AH = DG$. Če ste pa stranici HE in EG jednaki, morate biti jednaki tudi stranici BF in FC , ker je $HE = BF$ in $EG = FC$ (zakaj?), t. j. trapezova srednica razpolavlja trapezovo nevzporednico BC . — Vzporednice med vzporednicama so jednake; zato je trapezova srednica $EF = HB = CG$. Stranica HB je za AH manjša nego trapezova vzporednica AB , stranica CG pa je za DG večja nego trapezova vzporednica CD . Ker ste daljici AH in DG po poprejšnjem jednaki, mora torej vsota obeh trapezovih vzporednic znašati istotoliko, kolikor znašate stranici HB in CG skupaj, ali vsaka izmed stranic HB in CG je jednaka polovici vsote trapezovih vzporednic AB in CD . Primerjaj sliko!

Trapezova srednica razpolavlja obe trapezovi nevzporednici.

Trapezova srednica je jednaka polovici vsote obeh vzporednih stranic, v znakih:

$$EF = \frac{AB + CD}{2}, \text{ ali: } EF = \frac{1}{2} (AB + CD).$$

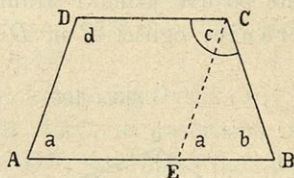
Trapezova
srednica = die
Mittellinie des
Trapezes.

§ 42. Jednakokraki trapez.

Trapez, v katerem ste nevzporedni stranici AD in BC (slika 104.) jednaki, imenuje se jednakokraki trapez ali antiparalelogram; nevzporedni stranici se zovete kraka. Ako načrtamo skoz oglišče C vzporednico s krakom AD , razpade trapez na paralelogram $AECD$ in na enakokraki trikotnik EBC . Zakaj je ta trikotnik enakokrak? Kota a in b , ležeča na trikotnikovi osnovnici EB , sta torej jednaka. Ker sta kota c in d suplementarna s kotoma a in b , morata biti v našem slučaju tudi jednaka.

Jednakokraki
trapez = das
gleichschenklige
Trapez oder
Anti-
parallelogramm.

Slika 104.

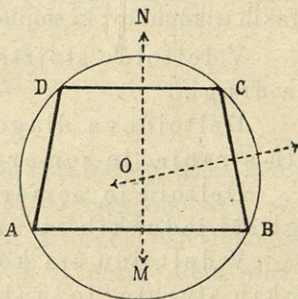


V enakokrakem trapezu sta kota na vsaki vzporednici jednaka.

Ako načrtamo vzporedni stranici AB enakokrakega trapeza $ABCD$ (slika 105.) somernico MN , razdelimo trapez na dva dela (manjša trapeza), ki pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh delov okoli MN . Ker je potem premica MN tudi somernica trapezove vzporednice CD , je vsaka točka somernice MN jednako oddaljena od oglišč A in B , oziroma od oglišč C in D . V premici MN mora se torej nahajati tudi točka O , ki je od vseh štirih trapezovih oglišč jednako oddaljena. Ta točka mora zato ležati tudi v somernicah trapezovih nevzporednic. Točka O je središče kroga, ki je trapezu očrtan.

Lastnosti
jednakokrakega
trapeza.

Slika 105.



Jednakokraki trapez je someren stvor; somernica trapezovih vzporednic je tudi trapezova somernica.

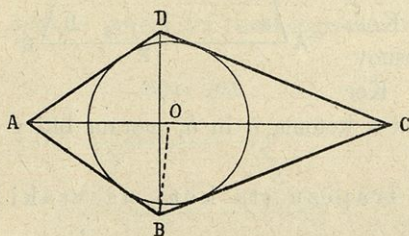
Vsakemu enakokrakemu trapezu se dá krog očrtati. Središče očrtanega kroga najdeš, ako načrtaš dvema stikajočima se stranicama somernici.

§ 43. Deltoid.

Deltoid = das
Deltoid.

Deltoid je trapezoid, v katerem ste dve stikajoči se stranici jednaki, drugi dve stranici tudi jednaki, toda od prvih dveh različni. Tako je v deltoidu $ABCD$ (slika 106.) stranica $AB = AD$ in $CB = CD$. Oglišči A in C , v katerih se stikate po dve jednaki stranici, imenujemo oglišči enakih stranic, oglišči B in D pa, v katerih se stikate po dve ne-

Slika 106.



jednaki stranici, zovemo oglišči neenakih stranic. Diagonala AC je somernica diagonale BD ; kajti vsaka izmed točk A in C je od krajišč diagonale BD jednako oddaljena. Diagonala AC je tudi deltoidova somernica; kajti trikot-

nika ACB in ACD sta skladna po četrtem izreku o skladnosti in pokrijeta drugi drugega, če zavrtimo jednega teh trikotnikov okoli deltoidove diagonale AC . Ker sta navedena trikotnika skladna, morata deltoidova kota pri B in D biti jednaka. Z ozirom na diagonalo BD je deltoid sestavljen iz dveh enakokrakih trikotnikov, ki stojita na isti osnovnici BD . Primerjaj sliko!

Deltoidove
lastnosti.

V deltoidu stojite diagonali pravokotno druga na drugi.

Deltoidova diagonala, ki spaja oglišči enakih stranic, je somernica druge diagonale.

Deltoid je someren stvor; diagonala, ki spaja oglišči enakih stranic, mu je somernica.

V deltoidu sta kota, ležeča ob ogliščih neenakih stranic, jednaka.

Ker je diagonala AC somernica deltoidovih kotov pri A in C , je vsaka njenih točk jednako oddaljena od krakov kota pri A , oziroma od krakov kota pri C . V diagonali AC mora se torej nahajati tudi točka O , ki je od vseh štirih deltoidovih stranic jednako oddaljena. Ta točka mora zato ležati tudi v somernicah deltoidovih kotov pri B in D . Točka O je središče kroga, ki je deltoidu včrtan.

Vsakemu deltoidu se dá krog včrtati. Središče včrtanega kroga najdeš, ako narišeš dvema priležnima kotoma somernici.

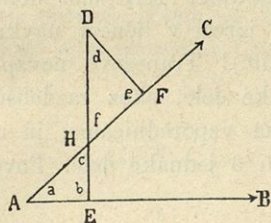
§ 44. Naloge.

1.) Načrtaj kot, katerega kraka stojita pravokotno na krakih določenega kota BAC , ter mu določi velikost z ozirom na kot BAC !

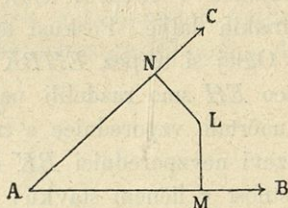
a) Ako si izberemo za vrh iskanega kota točko D (slika 107.), ki leži zunaj kotnine določenega kota BAC , ter načrtamo na kraka AB in AC pravokotnici DE in DF , stvorimo trikotnika AEH in DFH , ki se ujemata v kotih b in e (prava kota) in v kotih c in f (sovršna kota); navedena trikotnika morata se torej tudi ujemati v kotih a in d .

Dva kota, katerih kraki stojé pravokotno drugi na drugem, sta jednaka, ako leži vrh jednega teh kotov zunaj kotnine drugega kota.

Slika 107.



Slika 108.



b) Ako si izberemo za vrh iskanega kota točko L (slika 108.), ki leži v kotnini določenega kota BAC , ter načrtamo na kraka AB in AC pravokotnici LM in LN , stvorimo četverokotnik $AMLN$, v katerem sta kota pri M in N prava; kota pri A in L morata torej biti suplementarna.

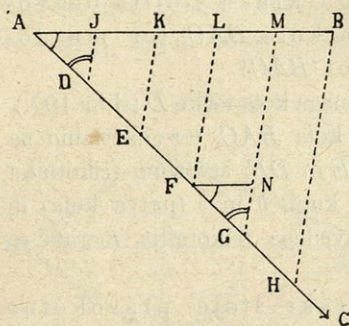
Dva kota, katerih kraki stojé pravokotno drugi na drugem, sta suplementarna, ako leži vrh jednega teh kotov v kotnini drugega kota.

2.) Razdeli določeno daljico AB na 5 enakih delov!

Načrtajmo skoz krajišče A (slika 109.) določene daljice polutrak AC , narišimo na njem 5 enakih daljic $AD = DE = EF = FG = GH$, spojimo zadnje razdelišče H z daljičnim

krajiščem B ter načrtajmo skoz razdelišča D, E, F, G vzporednice z daljico HB ! Te vzporednice razdelijo daljico AB na 5 enakih delov. Da je res n. pr. $LM = AJ$, prepričaj se, ako narišeš skoz točko F daljico FN vzporedno z AB ; kajti

Slika 109.

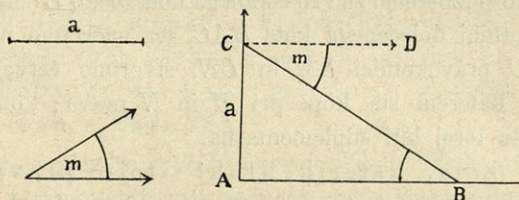


trikotnika ADJ in FGN sta skladna po prvem izreku o skladnosti. V kateri stranici in v katerih kotih se ujemata? Iz skladnosti navedenih trikotnikov izvajamo, da je $AJ = FN$. Iz slike spoznamo takoj, da je $FN = LM$; torej mora daljica AJ biti jednaka daljici LM . Na isti način dokažemo tudi, da so daljice JK, KL in MB posamič jednake AJ .

Oglej si trikotnik AHB (slika 109.)! Stranico AH smo razdelili na 5 enakih delov, skoz razdelišča smo načrtali vzporednice s stranico HB , in na stranici AB smo dobili 5 enakih daljic. Poskusi to lastnost izreči v ličnem stavku!

Oglej si trapez $EHBK$ (slika 109.)! Trapezovo nevzporednico EH smo razdelili na 3 jednake dele, skoz razdelišča smo načrtali vzporednice s trapezovima vzporednicama, in na trapezovi nevzporednici BK smo dobili 3 jednake dele. Povej to lastnost v ličnem stavku!

Slika 110.

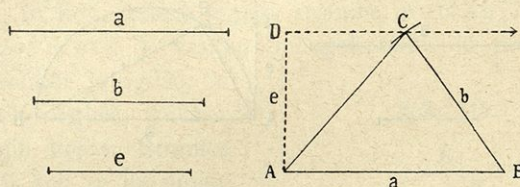


3.) Načrtaj pravokotni trikotnik, kateremu je jedna kateta jednaka določeni daljici a in kot, ki leži tej kateti nasproti, enak določenemu kotu m !

Načrtaj pravi kot BAC (slika 110.), prenesi določeno daljico a na jeden krak tega kota od točke A do točke C ,

nariši skoz točko C vzporednico s krakom AB ter načrtaj na vzporednici CD določeni kot m ! V trikotniku, ki ga na ta način stвориš, je kot pri B enak kotu m ; kajti kota DCB in CBA sta izmenična kota, ležeča na vzporednicah, in zato jednaka.

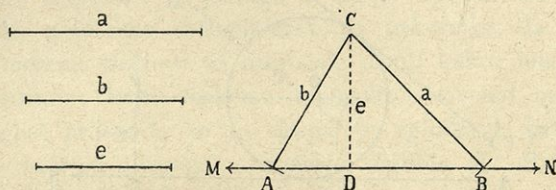
Slika 111.



4.) Načrtaj trikotnik, kateremu ste določeni daljici a in b stranici in določena daljica e višina, ki pripada stranici a !

Daljica a bode iskanemu trikotniku osnovnica in daljica e višina. Načrtaj daljico $AB = a$ (slika 111.), postavi na AB pravokotnico $AD = e$ ter nariši skoz točko D vzporednico z AB ! V tej vzporednici mora ležati vrh iskanega trikotnika. Ako načrtas potem iz točke B lok s polumerom daljice b , določiš si v presečišču C tretje oglišče iskanega trikotnika ABC .

Slika 112.

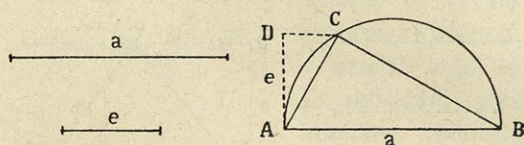


5.) Načrtaj trikotnik, kateremu ste določeni daljici a in b stranici in določena daljica e višina, ki pripada tretji (neznani) trikotnikovi stranici!

V tej nalogi treba je iskanemu trikotniku določiti osnovnico. V to svrhu načrtaj premico MN (slika 112.), postavi na MN pravokotnico $DC = e$ ter nariši iz točke C n. pr. na desno stran lok s polumerom a , na levo stran pa lok s polumerom b ! Ta dva loka določita v premici MN drugo in tretje oglišče iskanega trikotnika ABC .

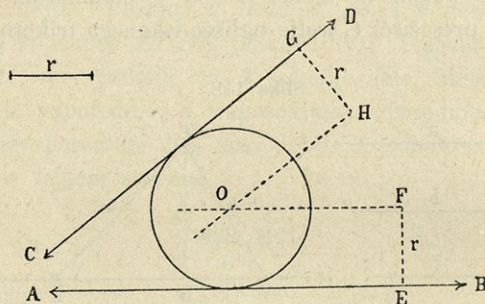
6.) Načrtaj pravokotni trikotnik, kateremu je določena daljica a hipotenuza in določena daljica e višina, ki pripada hipotenuzi a !

Slika 113.



Načrtaj nad daljico $AB = a$ (slika 113.) polukrog, postavi na AB pravokotnico $AD = e$ ter nariši skoz točko D vzporednico z AB ! Presečišče C te vzporednice s polukrogom je tretje oglišče iskanega trikotnika ABC . Zakaj je $\sphericalangle ACB$ pravi kot? Ali se dá ta naloga razrešiti samo na jeden način? Kedaj ne moreš razrešiti te naloge?

Slika 114.



7.) Načrtaj z določenim polumerom r krog, ki se dotika dveh določenih nevzporednic AB in CD !

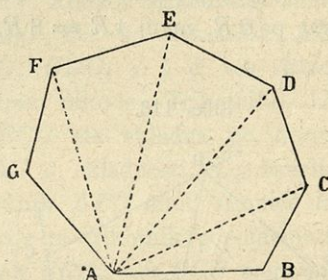
Postavi na premico AB (slika 114.) pravokotnico $EF = r$ ter načrtaj skoz točko F vzporednico z AB ; potem postavi na premico CD pravokotnico $GH = r$ ter nariši skoz točko H vzporednico z CD ! Navedeni vzporednici se sečeta v točki O , ki ima od določenih premic AB in CD razdaljo r . Točka O je torej iskanemu krogu središče.

§ 45. Mnogokotnik v obče.

Ako spojimo pet, šest ali več v ravnini določenih točk zaporedoma z daljicami, stvorimo raven lik, ki se imenuje mnogokotnik (slika 115.). Daljice, ki mejé mnogokotnik, zovejo se stranice, točke, v katerih se stranice stikajo, oglišča, in koti, katere tvorijo stranice, notranji mnogokotnikovi koti. V vsakem mnogokotniku je ravno toliko stranic, kolikor je oglišč, in ravno toliko oglišč, kolikor je notranjih kotov. Stranice in notranji koti se imenujejo mnogokotnikove sestavine. Vsaki stranici sta dva notranja kota priležna; vsak kot oklepate dve stranici. Oglišča, ki ne ležijo v jedni in isti stranici, zovejo se nasprotna oglišča. Daljica, ki spaja dvoje nasprotnih oglišč, imenuje se diagonalala. Po številu stranic (ali notranjih kotov) razvrščujemo mnogokotnike na petero-, šestero-, sedmerekotnike, i. t. d.

Mnogokotnik =
das Vieleck oder
Polygon.
Stranice.
Oglišča.
Notranji koti.

Slika 115.



Mnogokotnikove
sestavine.

Nasprotna
oglišča.

Diagonalala.

Ako načrtamo iz jednega in istega oglišča vse mogoče diagonale, razdelimo mnogokotnik na trikotnike. Iz vsakega oglišča moremo načrtati tri diagonale manj, kakor ima mnogokotnik stranic; kajti vsakemu mnogokotnikovemu oglišču je dvoje oglišč priležnih, to so skupaj tri oglišča, h katerim ne moremo načrtati diagonal. Primerjaj oglišča *A*, *B* in *G* v sliki 115.! Število trikotnikov, na katere razpade mnogokotnik, je za dve manjše ko število mnogokotnikovih stranic; kajti v vsakem trikotniku se nahaja po jedna mnogokotnikova stranica, le v prvem in zadnjem trikotniku se nahajate po dve mnogokotnikovi stranici, t. j. v dveh trikotnikih na krajih se nahaja po jedna mnogokotnikova stranica več ko v srednjih trikotnikih. Primerjaj sliko 115.!

Diagonale iz
jednega in istega
oglišča.

Ako spojimo točko *O* (slika 116.), ki leži znotraj določenega mnogokotnika, z vsemi oglišči, razdelimo mnogokotnik na toliko trikotnikov, kolikor je stranic. Notranji koti teh

trikotnikov tvorijo skupaj mnogokotnikove kote in jeden polni kot (t. j. 4 prave kote), ki leži okoli točke O . Primerjaj sliko 116.! Kolika je vsota notranjih kotov vsakega trikotnika?

Lastnost
notranjih mnogo-
kotnikovih kotov.

V vsakem mnogokotniku znaša torej vsota vseh notranjih kotov tolikokrat dva prava kota, kolikor ima mnogokotnik stranice, manj štiri prave kote.

N. pr. Peterokotnikovi koti znašajo 5 krat po $2R$, manj $4R = 6R$, t. j. 6 krat $90^\circ = 540^\circ$; šesterokotnikovi koti znašajo 6 krat po $2R$, manj $4R = 8R$, t. j. 8 krat $90^\circ = 720^\circ$; i. t. d.

V mnogokotniku utegnejo notranji koti biti ostri, pravi, topi in nekateri tudi izbočeni. Na mnogokotnike z izbočenimi notranjimi koti se ne bomo ozirali.

Ako podaljšamo vse mnogokotnikove stranice v istem smislu, dobimo vnanje mnogokotnikove kote, ki so sokoti priležnim notranjim kotom. Primerjaj sliko 116.!

V peterokotniku n. pr. tvorijo notranji in vnanji koti skupaj 5 dvojic sokotov, t. j. $10R$. Ako odštejemo od te vsote notranje kote, t. j. $6R$, ostanejo za vse vnanje kote še $4R$. Na isti način izračunamo vsoto vnanjih kotov pri vsakem mnogokotniku; znesek je vedno isti, namreč $4R$.

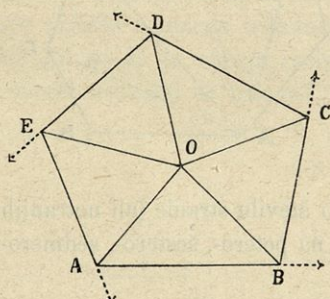
Vsota vseh vnanjih mnogokotnikovih kotov znaša $4R$ ali 360° .

Skladni
mnogokotniki.

Ako položimo dva mnogokotnika drugega na drugega, in ako najdemo, da se pokrivata popolnoma, pravimo: mnogokotnika sta skladna. Dva mnogokotnika pokrivata tudi drugi drugega popolnoma, ako sta v istem smislu sestavljena iz skladnih trikotnikov.

Mnogokotnik določimo popolnoma, ako določimo trikotnike, ki sestavljajo mnogokotnik.

Slika 116.



§ 46. Pravični mnogokotnik.

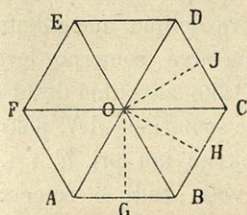
Vsak mnogokotnik, ki ima jednake stranice in jednake notranje kote, imenuje se pravični mnogokotnik.

Pravični mnogo-
kotnik = das
regelmäßige oder
reguläre Vieleck.

Ako razpolovimo v pravičnem mnogokotniku $ABCDEF$ (slika 117.) priležna kota pri A in B ter podaljšamo razpolovnici, da se sečeta v točki O , stvorimo enakokraki trikotnik ABO . Zakaj je ta trikotnik enakokrak? Če spojimo potem točko O z vsemi drugimi oglišči, nastane iz določenega mnogokotnika toliko skladnih trikotnikov, kolikor stranic ima mnogo-

kotnik. Da so trikotniki ABO , BCO , CDO , i. t. d. res skladni, uvidimo tako-le. Trikotnika ABO in BCO sta skladna po drugem izreku o skladnosti. Če zavrtimo trikotnik ABO okoli stranice BO , pokrije ta trikotnik popolnoma trikotnik BCO ; kot OCB mora torej biti polovica mnogokotnikovega kota pri C , kakor je kot OAB polovica

Slika 117.



mnogokotnikovega kota pri A . Potem sta pa tudi trikotnika BCO in CDO skladna po drugem izreku o skladnosti, in iz te skladnosti izvajamo na isti način kakor poprej, da je kot ODC polovica mnogokotnikovega kota pri D , i. t. d. Ker je trikotnik ABO enakokrak, morajo zaradi skladnosti tudi trikotniki BCO , CDO , i. t. d. biti enakokraki, t. j. točka O je od vseh mnogokotnikovih oglišč jednako oddaljena. Ker so v skladnih trikotnikih istoležne višine jednake, je v našem slučaju višina $OG = OH = OJ$, i. t. d., to je, točka O je od vseh mnogokotnikovih stranic jednako oddaljena. Zaradi navedenih lastnostij imenujemo točko O mnogokotnikovo središče.

Središče
pravičnega
mnogokotnika =
der Mittelpunkt
des regulären
Vieleckes.

V vsakem pravičnem mnogokotniku se nahaja točka, ki ima jednake razdalje od vseh oglišč in jednake razdalje od vseh stranic.

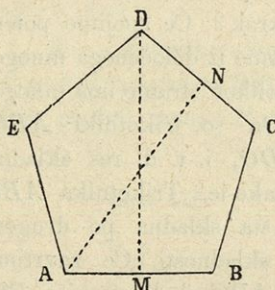
Lastnosti
pravičnega
mnogokotnika.

Mnogokotnikovo središče najdeš, ako razpoloviš dva priležna mnogokotnikova kota.

Vsakemu pravičnemu mnogokotniku se dá krog očrtati, oziroma včrtati.

Ako načrtamo stranici AB pravilnega mnogokotnika $ABCDE$ (slika 118.) somernico, razdelimo mnogokotnik na dva dela, ki pokrijeta drugi drugega popolnoma, če zavrtimo n. pr. desni del okoli somernice MD . Kajti pri tem vrtenji pokrije daljica MB daljico MA , kot pri B pokrije kot pri A , stranica BC pokrije stranico AE , i. t. d.

Slika 118.



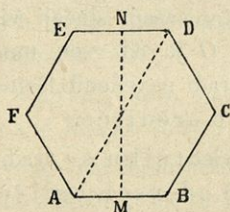
Kar velja o somernici stranice AB , velja tudi o somernici vsake druge mnogokotnikove stranice. Somernice mnogokotnikovih stranic so torej tudi mnogokotnikove somernice.

Ako načrtamo mnogokotnikovemu kotu pri A (slika 118.) somernico, razdelimo mnogokotnik $ABCDE$ na dva somerno ležeča dela. Kajti ako zavrtimo desni del okoli kotove somernice AN , pokrije stranica AB stranico AE , kot pri B pokrije kot pri E , i. t. d. Kar velja o somernici kota pri A , velja tudi o somernici vsakega drugega mnogokotnikovega kota. Somernice mnogokotnikovih kotov so torej tudi mnogokotnikove somernice.

Ponovi navedeno umovanje o somernicah tudi pri mnogokotniku v sliki 119.!

Ako je število mnogokotnikovih stranic liho, kakor v sliki 118., stika se somernica vsake stranice s somernico nasprotnega kota. Če je pa število mnogokotnikovih stranic sodo, kakor

Slika 119.



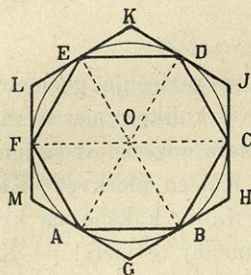
v sliki 119., stikajo se somernice po dveh nasprotnih stranic in istotako tudi somernice po dveh nasprotnih kotov.

Vsak pravilni mnogokotnik je someren stvor; somernice njegovih stranic in somernice njegovih notranjih kotov so ob jednem mnogokotnikove somernice.

Pravilni mnogokotnik ima toliko somernic, kolikor ima stranic.

Razdelimo obod določenega kroga na več enakih delov ter spojimo ta razdelišča zaporedoma z daljicami (slika 120.)! Mnogokotnik $ABCDEF$, ki smo ga na ta način stvorili, ima jednake stranice; kajti enakim lokom pripadajo jednake tetive, in te tetive so v našem slučaju mnogokotnikove stranice. Da uvidimo, ali so koti našega mnogokotnika jednaki ali nejednaki, zavrtimo ga v mislih okoli krogevega središča O za toliko, da lok AB pokrije lok BC . Potem leži stranica AB na stranici BC , stranica BC na stranici CD , mnogokotnikov kot pri B pokriva mnogokotnikov kot pri C , i. t. d. Mnogokotnik $ABCDEF$ ima torej jednake stranice in jednake kote ter je zato pravilen.

Slika 120.



Ako načrtamo skoz razdelišča A, B, C, D, E, F krogevega oboda (slika 120.) tangente, stvorimo mnogokotnik $GHIJKL$, ki

Načrtavanje
pravičnega
mnogokotnika.

je tudi pravilen. Kajti ako zavrtimo v mislih ta mnogokotnik okoli krogevega središča O tako daleč, da dotikališče A pokrije dotikališče B , potem leži polomer OA na polumeru OB , in tangenta MG pokriva tangento GH , i. t. d. Ker druga lega našega mnogokotnika pokriva popolnoma prvo lego, mora torej mnogokotnik $GHIJKL$ imeti jednake stranice in jednake kote ter je zato pravilen.

Ako razdelimo krogov obod na več enakih delov, so ta razdelišča objednemoglišča včrtanega in dotikališča očrtanega pravičnega mnogokotnika.

Vadbe in naloge.

§ 1.

Kaj je geometrijsko telo? Po čem se razločuje geometrijsko telo od istinitega? Imenuj nekatera telesa! V kolikero mer se razteza kocka (valj, krogla)? Imenuj te meri! Katera razsežnost se imenuje dolžina, katera širina, katera višina? — Kaj so ploskve? Kakšne ploskve se nahajajo na kocki, kakšne na valji, kakšne na krogli? V kolikero mer se razprostira ploskev? Imenuj te meri! — Kaj so črte? Kakšne črte se nahajajo na kocki, kakšne na valji? Kje nastanejo na telesu črte? V kolikero mer se razteza črta? Imenuj to mer! — Kaj so točke? Kje nastanejo na telesu točke? V kolikero mer se razteza točka? — Kateri so geometrijski stvori? Kaj uči geometrija? Kaj in čemu so telesni vzorci in slike?

§ 2.

Kako nastane črta, kako ploskev, kako telo? Ali nariše premikajoča se črta vsigdar ploskev in premikajoča se ploskev vsigdar telo? Kako se mora črta premikati, da nastane ploskev, in kako ploskev, da nastane telo? Kakšne črte, ploskve in telesa razločujemo? Katera črta je prema, katera kriva? Kako spoznamo ravnino, kako krivo ploskev? Katero telo je oglato, katero okroglo? Imenuj oglato (okroglo) telo!

§ 3.

Kako delimo geometrijske stvore? Kateri stvori so ravninski, kateri prostorski? Kaj je ravninomerstvo, kaj telesomerstvo?

§ 4.

Kako predočujemo, kako zaznamujemo točko? Koliko premih črt se dá narisati skoz jedno, koliko skoz dve določeni točki? Kaj

določuje premi črti lego popolnoma? Kedaj se sečete dve premi črti? Kaj je presečišče? Kedaj pokrivata dve premi črti druga drugo? Kolikero lego utegne imeti prema črta z ozirom na našo zemljo? Katera prema črta je navpična, katera vodoravna, katera poševna? Kaj je premica ali trak, kaj polutrak, kaj daljica? Kaj je krajišče, in kje se nahaja? Koliko krajišč ima premica ali trak, koliko polutrak, koliko daljica? Kako zaznamujemo daljico, kako polutrak, kako premico? Kaj je razdalja ali razstoj dveh točk, in na koliko načinov se zaznamuje? Čemu je ravnilo?

Naloge.

- 1.) Imenuj telesa, na katerih so *a)* navpične, *b)* vodoravne, *c)* poševne preme črte!
- 2.) Načrtaj štiri točke v *a)* navpični, *b)* vodoravni, *c)* poševni meri!
- 3.) Načrtaj *a)* tri navpične, *b)* tri vodoravne, *c)* tri poševne premice!
- 4.) Načrtaj istotako tri polutrake in tri daljice!
- 5.) Načrtaj štiri poševne daljice, in sicer *a)* od leve spodaj proti desni navzgor, *b)* od leve zgoraj proti desni navzdol!

§ 5.

Kako določimo, da ste dve daljici jednaki, in kako, da ste nejednaki? Katero orodje rabimo v to svrho? Opiši šestilo! Kako zaznamujemo enakost in kako nejednakost dveh daljic? Kaj in kakšen je jednačaja, oziroma nejednačaja, in kedaj ju rabimo? Kaj pišemo v votlino, kaj pred vrh nejednačaja? *

Naloge.

- 1.) Načrtaj dve jednaki daljici, ki ste *a)* vodoravni, *b)* navpični, *c)* poševni!
- 2.) Načrtaj istotako dve nejednaki daljici!
- 3.) Načrtaj istotako tri (štiri) jednake (nejednake) daljice!

§ 6.

Kako sešteješ dve določeni daljici, kako odšteješ manjšo od večje? Kako množiš, oziroma deliš določeno daljico s številom? Kaj so razdelišča? Kaj se pravi, daljico razpoloviti? Kaj je razpolovišče? Kako meriš daljice? Kaj je jednota dolgotne mere, in kako se imenuje ta jednota v javnem življenji? Imenuj nižje razdelke metra! Kaj je kilometer, kaj miriameter? Katera znamenja rabimo za dolgotne jednote? Kaj je mersko število? Kaj je merilo, in kaj po-manjšano merilo?

Naloge.

- 1.) Načrtaj dve nejednaki daljici AB in CD ter določi njiju vsoto in razliko!
- 2.) Načrtaj tri (štiri) daljice ter določi njih vsoto!
- 3.) Načrtaj daljico, ki je 2-, 3-, 4krat toliko kakor določena daljica AB !
- 4.) Načrtaj daljico ter jo razpolovi *a)* na oko meréč, *b)* s pomočjo merila!
- 5.) Načrtaj daljico ter jo razdeli na 3, 4 jednake dele *a)* na oko meréč *b)* s pomočjo merila!
- 6.) Načrtaj dve nejednaki daljici ter izmeri daljšo s krajšo! Povej in zapiši, kolikokrat se nahaja krajša v daljši, in sicer ali brez ostanka, ali z ostankom!
- 7.) Načrtaj s pomočjo pomanjšanega merila v sliki 12. daljice $7 \cdot 3$ m, 65 dm, 240 cm!

§ 7.

Kaj je krožnica, kako nastane? (Krožnica je kriva črta; ona nastane i. t. d.). Kaj je krožnina, kako nastane? Kaj pomeni beseda krog? Kaj je obod, kaj krogovo središče, kaj polumer? Katero lastnost imajo polumeri istega kroga? Kaj je središčna razdalja kake točke? (Daljica, ki spaja dotično točko in krogovo središče.) Kolikero lego utegne točka imeti z ozirom na krog? Kedaj leži točka v krogu, kedaj znotraj kroga, kedaj zunaj kroga? Kaj je tetiva, kaj premer? Katero lastnost imajo premeri istega kroga? Kolik je premer z ozirom na polumer? Kolikero lego utegne premica imeti z ozirom na krog? Katera premica je sečnica, katera dotikalnica? Po čem se razlikuje sečnica od tetive? Kaj je dotikališče? Kaj je lok? Kateri loki se dadô primerjati drugi drugim gledé na svojo dolžino? Katere loke imenujemo jednake, katere nejednake? Kaj je polukrog, kako ga stvorimo? Kaj je krogov odsek, kaj izsek? Po čem se razlikujeta odsek in izsek? Kaj omejuje odsek, kaj izsek? Na kaj razdeli tetiva krožnico, na kaj krožnino? Kaj pripada tetivi? (Kateri lok, kateri odsek?) Kaj pripada loku? Katero lastnost imajo tetive, ki pripadajo enakim lokom? Kakšni so loki, ki pripadajo enakim tetivam istega kroga ali enakih krogov?

§ 8.

Kakšna naloga se imenuje nedoločena, kakšna pa določena? Kaj je geometrijsko mesto? Ali je krog geometrijsko mesto, in katerih točk?

Naloge.

- 1.) Načrtaj krog, ki ima določeno točko A za središče in gre skozi določeno točko B !
- 2.) Načrtaj iz določene točke A krog s polumerom $1 \cdot 5$ cm!
- 3.) Načrtaj krog in prenesi ga, t. j. načrtaj krog, ki je prvemu enak!

- 4.) Poišči točko, ki ima od določene točke A razdaljo 1.6 cm ! (Na koliko načinov se dá razrešiti naloga? Je-li naloga določena ali nedoločena?).
- 5.) Načrtaj dve točki A in B , ki imate razdaljo 3 cm , in poišči drugo točko, ki ima od A in B razdaljo $a)$ 2 cm , $b)$ 1.5 cm , $c)$ 1.2 cm ! (Koliko razrešitev?)
- 6.) Načrtaj dve točki A in B , ki ste 4 cm druga od druge oddaljeni, in poišči drugo točko, ki je $a)$ od A 2.5 cm in od B 1.5 cm , $b)$ od A 2 cm in od B 3 cm , $c)$ od A 1 cm in od B 2 cm oddaljena! (Koliko razrešitev?)
- 7.) Načrtaj krog s polmerom 2 cm in vrtaj mu tetivo, ki meri $a)$ 1.5 cm , $b)$ 3 cm , $c)$ 4 cm ! (Koliko razrešitev?)
- 8.) Načrtaj krog s polmerom 1.8 cm in določi na njem 2, 3, 4 jednake loke!
- 9.) Načrtaj lok s polmerom 1.5 cm in prenesi ga!

§ 9.

Katere so jednote ločne mere? Kako dobimo ločno stopinjo, ločno minuto in ločno sekundo? Kaj je ločna stopinja, ločna minuta in ločna sekunda? Čemu so te jednote? Kaj je kvadrant, sekstant, oktant? Koliko stopinj meri krog, polukrog, kvadrant, sekstant, oktant? Ali moreš loke meriti tudi z dolgostno mero, in kako se godi to? V kateri meri imata dva nejednaka kroga jednaki merski števili, in v kateri meri ste njiju merski števili različni? Kakšni morajo biti loki, da se dadô sešteti, odšteti i. t. d.?

Naloge.

- 1.) Načrtaj s polmerom 2 cm dva nejednaka loka ter določi njiju vsoto in razliko!
- 2.) Načrtaj lok, ki je 2-, 3-, 4krat tolik kakor določeni lok s polmerom 2.5 cm !
- 3.) Načrtaj s polmerom 2.3 cm lok ter ga razdeli na 2, 3, 4 jednake dele $a)$ na oko meréč, $b)$ poskušaje s šestilom!
- 4.) Načrtaj s polmerom 2.6 cm dva nejednaka loka, določi s pomočjo šestila in zapiši, kolikokrat se nahaja manjši v večjem, in sicer ali brez ostanka, ali z ostankom!
- 5.) Določi vsoto štirih lokov, ki merijo posamič $63^{\circ} 15' 5''$, $31^{\circ} 48'$, $110^{\circ} 52' 36''$, $98^{\circ} 35' 44''$!
- 6.) Kolika je razlika lokov $124^{\circ} 31' 25''$ in $89^{\circ} 44' 36''$?
- 7.) Krogov obod se je razdelil na dva nejednaka dela; ako meri jeden $153^{\circ} 43' 19''$, kolik je drugi?
- 8.) Izračunaj, koliko meri lok $a)$ 37° , $b)$ $42^{\circ} 35'$ $c)$ $68^{\circ} 39' 45''$ v sekundah!
- 9.) Pomnoži lok: $a)$ $5^{\circ} 48'$, $b)$ $8^{\circ} 26' 35''$ z 9, 25, 37!
- 10.) Koliko stopinj meri tretji, peti, deveti, deseti in dvanajsti del krogovega oboda?
- 11.) Določi polovico, tretji, četrti in peti del loka: $a)$ 22° , $b)$ $43^{\circ} 51'$, $c)$ $79^{\circ} 35' 20''$!
- 12.) Razdeli lok: $a)$ 13° , $b)$ $28^{\circ} 24'$, $c)$ $67^{\circ} 25' 30''$ na 6, 9, 15 enakih delov!
- 13.) Koliki del krogovega oboda je lok, ki meri 10° , 20° , 30° , 36° , 40° , 60° , 120° ?
- 14.) Koliki del krogovega oboda je lok $2^{\circ} 52' 48''$?
- 15.) Kolikokrat se nahaja $2^{\circ} 1' 45''$ v $105^{\circ} 32' 40''$?

§ 10.

Kaj je kot, kako nastane? Kako se imenujeta polutraka, ki tvorita kot? Kako se zove njiju skupno krajišče? Kako imenujemo med krakoma ležečo ploskev? Katero znamenje dajemo kotu? Kako zaznamujemo kot? Kaj določuje velikost kota? Kateri koti so jednaki, kateri pa nejednaki? Kako se prepričamo o enakosti, oziroma o neenakosti dveh kotov? Katero vrtenje imenujemo vrtenje na levo (na desno)? Kakšno vrtenje imata kazalca na uri? Koliko kotov tvorita dva polutraka s skupnim krajiščem, in katerega teh kotov razumevamo, kadar govorimo o kotu dveh polutrakov? Kakovi so koti po svoji velikosti? Kateri kot je polen, kateri iztegnen, kateri otel, kateri izbočen? Kakšne kote razločujemo med otlimi koti? Kateri kot je prav, kateri oster, in kateri top? Kateri koti so poševni? S katero črko zaznamujemo pravi kot?

§ 11.

Kako izmerimo določen kot? Katere so jednote kotne mere? Kako dobimo kotno stopinjo, kako kotno minuto, kako kotno sekundo? Koliko stopinj meri polni, koliko iztegneni, koliko izbočeni, koliko pravi, koliko ostri, koliko topi kot? Katero merjenje kotov se imenuje neposredno? Kateri kot se zove obsrediščni? Kaj sta kraka obsrediščnega kota z ozirom na krog? Ali se dá vsak kot misliti kakor obsrediščni kot? Kaj je treba v to svrho storiti? Kaj pripada obsrediščnemu kotu? Kedaj so loki, ki pripadajo enakim obsrediščnim kotom, jednaki, in kedaj nejednaki? Ali utegneta dva loka, ki pripadata enakima obsrediščnima kotoma, biti nejednaka? Ali pripadajo enakim lokom vsikdar jednaki obsrediščni koti? Kaj pripada ločni stopinji, kaj ločni minuti, kaj ločni sekundi? Kako merimo kote posredno (s pomočjo pripadajočih lokov)? Kako si je treba tolmačiti izrek: lok je mera pripadajočega obsrediščnega kota? Kaj in čemu je kotomer? Opiši kotomer! Kako izmerimo določen kot s pomočjo kotomera?

§ 12.

Naloge.

- 1.) Načrtaj s pomočjo kotomera kot, ki šteje 20° , 30° , 50° , 70° , 80° , 100° , 130° , 150° , 15° , 24° , 45° , 63° , 84° , 143° !
- 2.) Načrtaj več kotov, presodi njih velikost na oko meréč in izmeri jih potem s kotomerom!
- 3.) Načrtaj kote, ki merijo $\frac{2}{3} R$, $\frac{3}{5} R$, $\frac{3}{2} R$, $\frac{5}{6} R$, $1\frac{3}{5} R$!

- 4.) Načrtaj dva nejednaka kota ter določi njiju vsoto in razliko!
- 5.) Načrtaj 3, 4 ostre kote in določi njih vsoto!
- 6.) Načrtaj ostri kot ter ga pomnoži z 2, 3, 4!
- 7.) Načrtaj topi kot ter ga razdeli na 2, 3, 4 jednake dele.
- 8.) Načrtaj jeden ostri in jeden topi kot ter izmeri topega z ostrim! Zapiši, kolikokrat se nahaja ostri kot v topem, in sicer ali brez ostanka, ali z ostankom!
- 9.) Izračunaj, koliko stopinj, minut in sekund meri kot: a) $1000''$, b) $2420''$, c) $58.284''$, d) $201.600''$!
- 10.) Izračunaj, koliko stopinj in desetink jedne stopinje meri kot: a) $12^{\circ} 45'$, b) $48^{\circ} 7' 30''$, c) $61^{\circ} 52' 30''$, d) $106^{\circ} 13' 12''$
- 11.) Izračunaj, koliko meri kot: a) 48° , b) $64^{\circ} 49'$, c) $57^{\circ} 17' 45''$ d) $12^{\circ} 38' 54''$ v sekundah!
- 12.) Izračunaj, koliko meri kot: a) $7^{\circ} 36'$, b) $18^{\circ} 49'$, c) $36^{\circ} 45'$, d) $72^{\circ} 96'$ v stopinjah, minutah in sekundah!
- 13.) Poišči vsoto tem-le kotom: a) $37^{\circ} 48' 45''$, $28^{\circ} 39'$ in $78^{\circ} 8' 55''$, b) $78^{\circ} 5' 54''$, $56^{\circ} 41' 19''$ in $45^{\circ} 12' 47''$!
- 14.) Kolika je razlika kotov: a) $128^{\circ} 15' 31''$ in $69^{\circ} 42' 18''$, b) $110^{\circ} 32' 16''$ in $56^{\circ} 48' 30''$?
- 15.) Pomnoži kot; a) $18^{\circ} 32'$, b) $9^{\circ} 12' 48''$, c) $22^{\circ} 36' 50''$ z 2, 3, 4, 5!
- 16.) Določi polovico, tretji, četrti in peti del kota: a) $72^{\circ} 27'$, b) $58^{\circ} 43' 30''$!
- 17.) Izmeri: a) kot 180° s kotom $22^{\circ} 30'$, b) kot $140^{\circ} 21' 48''$ s kotom $8^{\circ} 15' 24''$!
- 18.) Kolik kot nariše urini kazalec v 12 urah? Kolik je kot, ki ga nariše isti kazalec: a) v 1, 2, 5, 9 urah, b) v 1, 4, 6, 15 časovnih minutah?
- 19.) Kolik kot nariše minutni kazalec v 1 uri? Kolik je kot, ki ga nariše isti kazalec v 1, 5, 8, 10, 25 časovnih minutah?
- 20.) Kolik kot oklepata kazalca na uri ob sedmi uri petindvajseti minuti?

§ 13.

Kako nastane določenemu kotu sokot, kako sovršni kot? Kaj imata skupnega dva sokota, kaj dva sovršna kota? Kako ležita neskupna kraka dveh sokotov? Kaj sta kraka jednega izmed dveh sovršnih kotov z ozirom na drugega? Katera dva kota se imenujeta sokota, katera sovršna? Katero lastnost imata dva sokota, katero dva sovršna kota? Kakšen sokot ima pravi (ostri, topi) kot? Kako izračunaš določenemu kotu sokot? Zakaj sta dva sovršna kota jednaka? Koliko znaša vsota vseh kotov, ki ležijo v ravnini okoli jedne točke? Kakšna kota se imenujeta komplementarna, kakšna suplementarna? Kako izračunaš določenemu kotu komplementarni, kako suplementarni kot? Ali sta dva sokota suplementarna?

Naloge.

- 1.) Načrtaj kot, izmeri ga s kotomerom in izračunaj mu sokot!
- 2.) Kolik je sokot kotu: a) 47° , b) $65^{\circ} 38'$, c) $112^{\circ} 46' 27''$?

- 3.) Načrtaj približno kot: $a/ 75^{\circ} 43'$, $b/ 125^{\circ} 16' 25''$, podaljšaj mu oba kraka in izračunaj vse nove kote!
- 4.) Okoli točke v ravnini leži pet kotov; kolik je peti, ako merijo štirje $68^{\circ} 17' 32''$, $73^{\circ} 45' 37''$, $86^{\circ} 51' 48''$ in $99^{\circ} 8' 16''$?
- 5.) Izračunaj vsakemu izmed kotov: $a/ 37^{\circ}$, $b/ 42^{\circ} 36'$, $c/ 57^{\circ} 18' 44''$ komplementarni kot!
- 6.) Izračunaj vsakemu izmed kotov: $a/ 59^{\circ}$, $b/ 89^{\circ} 41'$, $c/ 111^{\circ} 26' 14''$ suplementarni kot!
- 7.) Izračunaj kotoma $23^{\circ} 46'$ in $77^{\circ} 33' 22''$ komplementarni in suplementarni kot!

§ 14.

Kolikero lego utegnute imeti dve premici (dva polutraka, dve daljici) druga proti drugi? Kedaj ste dve premici (dva polutraka, dve daljici) vzporedni, kedaj nevzporedni? Na katero stran ste dve nevzporednici primični, na katero stran pa odmični? Koliko kotov tvorite dve sekajoči se premici? Ali so ti koti odvisni drugi od drugega ali ne? Kakšna je ta odvisnost? Kaj je naklonski kot dveh premic? Kateri kot izberemo za naklonski kot dveh premic? Kedaj stojite dve premici (dva polutraka, dve daljici) pravokotno druga na drugi, kedaj poševno? Katera premica se imenuje pravokotnica? Kedaj pravimo, da se pomiče premica vzporedno sama s seboj? Kako ležite dve premici druga proti drugi, če je vsaka vzporedna z neko tretjo premico? Koliko vzporednic moreš načrtati skoz točko, ki leži zunaj določene premice, z ozirom na to premico? Kedaj ne izpreminjajo koti, katere tvorite dve premici, svoje velikosti? Kako si pojasnjujemo te lastnosti?

§ 15.

Kolikero stran ločimo ob vsaki premici? Kako imenujemo te strani? Katera premica se zove prečnica? Kako imenujemo premice, katere seče prečnica? Koliko kotov nastane, ako prečnica preseče dve premici? Kakšni koti se nahajajo med njimi? Kako ležita dva protikota (dva izmenična kota, dva prikota) z ozirom na prečnico, kako z ozirom na presekani premici? Katera kota se imenujeta protikota, katera izmenična kota, katera prikota? Katero lastnost imata dva protikota (dva izmenična kota, dva prikota) ležeča na vzporednicah? Kako se prepričamo o teh lastnostih? Ali sta dva protikota (dva izmenična kota) vsigdar jednaka? Ali sta dva prikota vsigdar suplementarna? Ali smemo iz protikotov (iz izmeničnih kotov, iz prikotov) sklepati, da ste presekani premici vzporedni, in kedaj?

Na koliko načinov se dá določiti vzporednost dveh premic? Kakšno lego imate dve pravokotnici druga proti drugi? Ali ste dve pravokotnici vsigdar vzporedni? Kedaj stojite dve vzporednici pravokotno na premici? Kako se prepričamo o navedenih lastnostih?

Naloge.

- 1.) Načrtaj dve premici, kateri seče tretja premica, in naštej vse dvojice sokotov, sovršnih kotov, protikotov, izmeničnih kotov in prikotov! Poišči kateremukoli kotu sokot, sovršni kot, protikot, izmenični kot in prikot!
- 2.) Načrtaj premico AB (polutrak, daljico) in skoz točko C , ležečo zunaj te premice, vzporednico z AB !
- 3.) Izračunaj vse kote v sliki 38., ako je: $a) \sphericalangle a = 114^{\circ} 17' 30''$,
 $b) \sphericalangle b = 76^{\circ} 24' 24''$, $c) \sphericalangle h = 103^{\circ} 42' 37''$!

§ 16.

Katero lastnost utegneta imeti dva kota z vzporednimi kraki? Kedaj sta taka dva kota jednaka, kedaj suplementarna? Kako se prepričamo o teh lastnostih?

Naloga.

Načrtaj dve sekajoči se premici, ki ste vzporedni s krakoma določenega kota BAC , in povej razmere med kotom BAC in nastalimi novimi koti! Izračunaj vse nastale nove kote, ako meri kot BAC $36^{\circ} 47' 25''$!

§ 17.

Kako nastane trikotnik? Kaj omejuje trikotnik? Kaj so stranice kaj oglišča, kaj obseg, kaj ploščina? Kaj je trikotnik? (Raven lik ali ravna ploskev, katero mejé tri daljice.) Kakšne kote imamo v trikotniku? Kaj oklepa notranji kot? Kako nastane vnanji kot, kaj ga oklepa? Po čem ločimo vnanji kot od notranjega? Kakšno lego imajo notranji koti z ozirom na vnanjega? Koliko sestavin sestavlja trikotnik, katere so? Kakšna je lega trikotnikovih sestavin med seboj? Katere sestavine se imenujejo nasprotne? Kaj je v trikotniku osnovnica, kaj vrh, kaj višina?

§ 18.

V kakšni zvezi so trikotnikove stranice med seboj? (Kolika je jedna stranica z ozirom na vsoto in na razliko drugih dveh stranic?) Kako se prepričaš o teh lastnostih? Nareži si več ravnih šibic in poskusi s tremi takimi šibicami sestaviti na mizi trikotnik! Ali se dá sestaviti trikotnik, če ste dve šibici skupaj tako dolgi, kakor je

tretja šibica, ali če ste krajši od tretje? Ali sestaviš trikotnik, če je razlika dolgotij dveh šibic jednaka tretji šibici, ali daljša od tretje šibice? Kedaj le moreš s tremi šibicami sestaviti trikotnik? Kako določiš trikotniku obseg? Kakšne trikotnike razločujemo z ozirom na dolgot stranice? Kateri trikotnik je jednakostraničen, kateri jednako-krak, kateri raznostraničen? Kako se imenujejo stranice jednako-krakega trikotnika? Kateri stranici se zovete kraka, katera se zove osnovnica?

Naloge.

1. Načrtaj trikotnik in zapiši v znakih, v kakšni zvezi so stranice med seboj!
2. Načrtaj trikotnik in določi mu obseg! Določi, za koliko je vsota (razlika) dveh stranic večja (manjša) od tretje!
3. Načrtaj dva različna trikotnika in določi, kolika je vsota in kolika razlika obsegov teh dveh trikotnikov!
4. Načrtaj jednakostranični trikotnik, v katerem je stranica jednaka določeni stranici s (2 cm)!
5. Načrtaj jednakookraki trikotnik, v katerem je osnovnica jednaka določeni daljici o (2·4 cm, 1·5 cm) in krak jednak določeni daljici k (1·8 cm, 2·6 cm)! (Ta naloga je le tedaj mogoča, kadar je daljica k večja ko polovica daljice o .)
6. Izračunaj obseg, ako merijo stranice 8·7 cm, 6·5 cm in 4·8 cm!
7. Izračunaj tretjo trikotnikovo stranico, ako meri obseg 38 cm in ako merite dve stranici 15·6 cm in 10·4 cm!
8. V trikotniku merite dve stranici 16 cm (1 cm) in 9 cm (1 cm); med katerima vrednostima leži tretja stranica?

§ 19.

V kateri zvezi so notranji trikotnikovi koti med seboj? (Kolika je njih vsota?) Kako se prepričaš o tej lastnosti? Kako izračunaš tretji notranji kot, če sta znana dva? Koliko ostrih, koliko pravih, koliko topih kotov utegne biti v trikotniku? Kakšne trikotnike razločujemo z ozirom na velikost notranjih kotov? Kateri trikotnik se zove ostrokoten, kateri pravokoten, kateri topokoten, kateri poševno-koten? Kako se imenujejo stranice pravokotnega trikotnika? Kateri stranici imenujemo kateti, kateri pravimo hipotenuza? Katero lastnost imata ostra kota pravokotnega trikotnika? Koliko znaša vsota ostrih kotov topokotnega trikotnika? (Ali več, ali manj ko 90° ?) V katerem trikotniku je vsota dveh notranjih kotov jednaka tretjemu kotu? Koliko vnanjih kotov ima trikotnik? Kako jih dobimo? V kateri zvezi so vnanji koti z notranjimi? (V kateri zvezi je vsak vnanji kot s priležnim notranjim, v kateri z nepriležnima notranjima?) Kako

se prepričaš o tej lastnosti? Kedaj je vnanji kot oster, kedaj prav, kedaj top? Koliko znaša vsota vseh vnanjih trikotnikovih kotov? Kako se prepričaš o tej lastnosti?

Naloge.

- 1.) Načrtaj ostrokotni trikotnik, podaljšaj mu vse stranice v istem smislu, zaznamuj vse notranje in vnanje kote z malimi latinskimi črkami ter zapiši v znakih, v kateri zvezi se nahajajo notranji koti med seboj, v kateri vnanji med seboj, v kateri vnanji z notranjimi!
- 2.) Načrtaj pravokotni in topokotni trikotnik ter stori isto, kar se zahteva v nalogi 1.!
- 3.) Načrtaj v ostrokotnem, pravokotnem in topokotnem trikotniku višino za vsako stranico kot osnovnico! Kaj najdeš posebnega?
- 4.) V trikotniku sta dva notranja kota $a) 82^{\circ}$ in 47° , $b) 50^{\circ} 48'$ in $17^{\circ} 39'$, $c) 44^{\circ} 57' 32''$ in $105^{\circ} 6' 29''$; kolik je tretji notranji kot?
- 5.) V pravokotnem trikotniku je jeden izmed ostrih kotov $a) 36^{\circ}$, $b) 27^{\circ} 15'$, $c) 58^{\circ} 12' 46''$; kolik je drugi?
- 6.) V trikotniku sta dva notranja kota $38^{\circ} 45' 29''$ in $69^{\circ} 18' 44''$; kolik je nasprotni vnanji kot? Kolik je tretji notranji?
- 7.) V trikotniku sta dva notranja kota $64^{\circ} 36' 18''$ in $77^{\circ} 41' 53''$; izračunaj vse vnanje kote!
- 8.) V pravokotnem trikotniku meri jeden izmed ostrih kotov $52^{\circ} 43' 16''$; izračunaj vse vnanje kote!
- 9.) V trikotniku znaša jeden izmed vnanjih kotov $86^{\circ} 17' 40''$ in jeden izmed notranjih njemu nepriležnih kotov $57^{\circ} 38' 26''$; kolik je vsak izmed drugih dveh notranjih kotov?
- 10.) V pravokotnem trikotniku meri jeden izmed vnanjih kotov na hipotenuzi $108^{\circ} 33' 24''$; izračunaj notranja ostra kota!
- 11.) V pravokotnem trikotniku znaša jeden izmed vnanjih kotov na hipotenuzi $131^{\circ} 22' 55''$; kolik je drugi vnanji kot na hipotenuzi?

§ 20.

Ali so nasprotni trikotnikove sestavine odvisne druga od druge, ali ne? Kakšni koti ležijo v jednom in istem trikotniku jednakim stranicam nasproti, kakšni nejednakim? Kakšen kot leži večji stranici nasproti, kakšen manjši? Kako se prepričaš o teh lastnostih? V katerem trikotniku so vsi notranji koti jednaki? V katerem trikotniku sta le dva notranja kota jednaka? Katera kota sta v jednakokrakem trikotniku jednaka? Ali sta jednaka kota ostra, ali prava, ali topa? Kedaj je kot ob vrhu enakokrakega trikotnika prav, kedaj oster, kedaj top? V katerem trikotniku so vsi notranji koti nejednaki? Kateri kot je v raznostraničnem trikotniku največji, kateri najmanjši? Katera stranica je v pravokotnem (topokotnem) trikotniku največja,

katera najmanjša? Ali smemo iz velikosti notranjih kotov sklepati, da je trikotnik jednakostraničen (jednakokrak, raznostraničen)? Kakšni morajo biti notranji koti, da je trikotnik jednakostraničen; kakšni, da je enakokrak? Kolik je vsak vnanji kot jednakostraničnega trikotnika? Kolik je vnanji kot ob vrhu enakokrakega trikotnika, če ga primerjamo notranjemu kotu na osnovnici?

Naloge.

- 1.) Načrtaj jednakostranični, enakokraki in raznostranični trikotnik ter zapiši v znakih vse lastnosti vsakega izmed teh trikotnikov!
- 2.) Načrtaj ostrokotni, pravokotni in topokotni trikotnik ter zapiši v znakih vse lastnosti vsakega izmed teh trikotnikov!
- 3.) V enakokrakem trikotniku znaša kot na osnovnici *a)* 43° , *b)* $52^\circ 7'$, *c)* $68^\circ 41' 35''$; kolik je kot ob vrhu?
- 4.) Kolik je kot na osnovnici enakokrakega trikotnika, če meri kot ob vrhu *a)* 79° , *b)* $56^\circ 23'$, *c)* $113^\circ 51' 42''$?
- 5.) Vnanji kot na osnovnici enakokrakega trikotnika znaša *a)* 104° , *b)* $115^\circ 18'$, *c)* $131^\circ 53' 46''$; koliki so notranji koti?
- 6.) Vnanji kot ob vrhu enakokrakega trikotnika meri *a)* 87° , *b)* $99^\circ 13'$, *c)* $124^\circ 39' 44''$; koliki so notranji koti?
- 7.) Kolik je vnanji kot ob vrhu enakokrakega trikotnika, ako meri vnanji kot na osnovnici $111^\circ 27' 34''$?
- 8.) Kolik je vnanji kot na osnovnici enakokrakega trikotnika, ako znaša vnanji kot ob vrhu $123^\circ 45' 36''$?

§ 21.

Kaj določuje razdaljo točke od določene premice? Koliko pravokotnic moreš načrtati iz določene točke na določeno premico? Koliko daljic se dá narisati med določeno točko in določeno premico? Katere lastnosti ima pravokotnica med določeno točko in določeno premico? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Kako načrtaš skoz katerokoli točko krogevega oboda tangento? Kaj je tangenta? Kateri kot se imenuje kot v polukrogu? Kolik je kot v polukrogu? Kako se prepričaš o tej lastnosti?

§ 22.

Naloge.

- 1.) Načrtaj trikotnik, v katerem meri jeden kot 60° !
- 2.) Načrtaj trikotnik, v katerem meri jeden kot 120° !
- 3.) Načrtaj pravokotni trikotnik, v katerem meri jeden ostrih kotov 60° !
- 4.) Načrtaj daljico in postavi v vsakem krajišči pravokotnico na daljico!
- 5.) Načrtaj krog in nariši skoz nekatere točke na obodu tangente!

§ 23.

Kako najdeš določeni točki somerno ležečo točko z ozirom na določeno premico? Kedaj imenujemo dve točki somerno ležeči z ozirom na določeno premico? Kako se zove ta premica? Kedaj pravimo, da ležita dva trikotnika somerno z ozirom na določeno premico? Kako stvariš dva somerno ležeča trikotnika? Kedaj imenujemo trikotnik someren? Kaj je njegova somernica?

§ 24.

Ali je vsaka daljica someren stvor, in zakaj? Katera premica se zove daljičina somernica? Kako leži daljičina somernica z ozirom na dotično daljico? Kaj je razdalja dveh določenih točk? Katero lastnost imajo točke, ležeče v daljičini somernici? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Katero lastnost imajo točke, ležeče zunaj daljičine somernice? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Kje leži vsaka taka točka, ki je od krajišč določene daljice jednako oddaljena?

Naloga.

Načrtaj daljico in njeno somernico, na okó meréč, ter zapiši v znakih vse lastnosti daljičine somernice!

§ 25.

Ali je vsak kot someren stvor, in zakaj? Katera premica se zove kotova somernica? Kaj določuje razdaljo določene točke od določene premice? Katero lastnost imajo točke, ležeče v kotovi somernici? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Katero lastnost imajo točke, ležeče zunaj kotove somernice? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Kje leži vsaka taka točka, ki je od obeh krakov določenega kota jednako oddaljena?

Naloga.

Načrtaj kot in njegovo somernico, na okó meréč, ter zapiši v znakih vse lastnosti kotove somernice!

§ 26.

Katero lastnost imajo somernice trikotnikovih stranic? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Ali se nahaja v trikotnikovi ravnini točka, ki je od vseh oglišč jednako oddaljena? Kako najdeš to točko? Kedaj pravimo krogu, da je trikotniku očrtan? Kedaj je trikotnik krogu včrtan? Kaj so stranice včrtanega trikotnika z ozirom na

krog? Kaj določuje polumer očrtanemu krogu? — Katero lastnost imajo somernice notranjih trikotnikovih kotov? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Ali se nahaja v trikotnikovi ravnini točka, ki je od vseh stranic jednako oddaljena? Kako najdeš to točko? Kedaj pravimo krogu, da je trikotniku včrtan? Kedaj je trikotnik krogu očrtan? Kaj so stranice očrtanega trikotnika z ozirom na krog? Kaj določuje polumer včrtanega kroga?

§ 27.

Kateri trikotnik se imenuje someren? Ali je vsak trikotnik someren stvor? Ali je vsak enakokraki trikotnik someren? Katera premica (daljica) je njegova somernica? Koliko somernic ima enakokraki trikotnik? Kako se prepričaš o lastnosti, da je višina enakokrakega trikotnika njegova somernica? Katere sestavine enakokrakega trikotnika imajo isto somernico, kojo ima trikotnik? Katera premica (daljica) je somernica dvema enakokrakima trikotnikoma, ki imata isto osnovnico? Katere sestavine dveh enakokrakih trikotnikov nad isto osnovnico imajo isto somernico kakor trikotnik? — Koliko somernic ima jednakostrični trikotnik, in katere so? Katere sestavine jednakostričnega trikotnika imajo isto somernico kakor trikotnik? Katero lastnost ima presečišče dveh višin jednakostričnega trikotnika? Kje leži središče kroga, ki je jednakostričnemu trikotniku očrtan, oziroma včrtan? Ali je središče obeh teh krogov isto, ali ne? — V katerem pravokotnem trikotniku je jedna kateta jednaka polovici hipotenuze? Kateremu kotu leži ta kateta nasproti?

§ 28.

Naloge.

- 1.) Poišči vse tiste točke, ki so od krajišč določene daljice jednako oddaljene!
- 2.) Načrtaj daljico ter jo razpolovi!
- 3.) Razdeli določeno daljico na 4, 8, 16 enakih delov!
- 4.) Poišči vse tiste točke, ki so od obeh krakov določenega kota jednako oddaljene!
- 5.) Načrtaj kot $a)$ 60° , $b)$ 90° ter ga razpolovi!
- 6.) Razdeli določeni kot na 4, 8 enakih delov!
- 7.) Razdeli iztegneni kot na 3, 4, 6, 8 enakih delov!
- 8.) Načrtaj kot $a)$ 30° , $b)$ 15° , $c)$ 45° , $d)$ $22^\circ 30'$! Primerjaj nalogo 5.!
- 9.) Načrtaj kot $a)$ 150° , $b)$ 165° , $c)$ 135° , $d)$ $157^\circ 30'$! Ti koti so sokoti kotov v nalogi 8.
- 10.) Načrtaj kot $a)$ 75° , $b)$ $82^\circ 30'$, $c)$ $67^\circ 30'$, $d)$ $78^\circ 45'$! Primerjaj te kote kotom v nalogi 9.!

- 11.) Načrtaj krog, kateremu je določena daljica premer!
- 12.) Poišči vse tiste točke, ki so od dveh nevzpostrednih premic jednako oddaljene!
- 13.) Poišči somernico *a)* vsaki stranici, *b)* vsakemu notranjemu kotu določenega trikotnika!
- 14.) Očrtaj in včrtaj krog določenemu *a)* jednakostaničnemu, *b)* enakokrakemu, *c)* raznostraničnemu trikotniku!
- 15.) Očrtaj in včrtaj krog določenemu *a)* ostrokotnemu, *b)* pravokotnemu, *c)* topokotnemu trikotniku!
- 16.) Načrtaj tri točke *A*, *B* in *C*, ki ne ležijo v jedni in isti premici, ter poišči točko *O*, ki je od vseh treh določenih točk jednako oddaljena!
- 17.) Načrtaj trikotnik ter nariši iz vsakega oglišča pravokotnico na nasprotno stranico!
- 18.) Načrtaj premico *MN* in na jedni strani te premice daljico *AB* ter poišči daljico, ki leži somerno z *AB* z ozirom na *MN*!
- 19.) Načrtaj premico *MN* in na jedni strani te premice kot *BAC* ter poišči kot, ki leži somerno s kotom *BAC* z ozirom na premico *MN*!
- 20.) Načrtaj na jedni strani določene premice *MN* *a)* pravokotni, *b)* topokotni trikotnik ter poišči mu somerno ležeči trikotnik!

§ 29.

Kedaj pravimo o dveh trikotnikih, da sta skladna? Kako spoznamo to lastnost? S katerim znakom zaznamujemo skladnost dveh trikotnikov? V čem se ujemata dva skladna trikotnika? Kakšni so koti, ki ležijo v skladnih trikotnikih enakim stranicam nasproti? Kakšne stranice ležijo v skladnih trikotnikih enakim kotom nasproti? Katere sestavine skladnih trikotnikov se imenujejo istoležne? Katero lastnost imajo istoležne sestavine skladnih trikotnikov? V čem se razločujejo skladni trikotniki med seboj? Ali se dá iz manj nego iz vseh šestih sestavin sklepati, da sta dva trikotnika skladna? Zakaj je to mogoče? Povej, kako so trikotnikove sestavine odvisne med seboj? Kaj so izreki o skladnosti dveh trikotnikov? Kaj določujejo ti izreki?

§ 30.

Naloge.

- 1.) Načrtaj trikotnik, v katerem meri jedna stranica 3 cm in njej priležna kota 60° in 50° !
- 2.) Načrtaj trikotnik, v katerem meri jedna stranica 4 cm, ~~jeden~~ izmed priležnih kotov 40° in nasprotni kot 80° !
- 3.) Prenesi določeni trikotnik po prvem izreku o skladnosti!
- 4.) Poišči dvema določenima trikotnikovima kotoma tretji trikotnikov kot!
- 5.) Poišči določenemu kotu ob vrhu enakokrakega trikotnika kot na osnovnici!

- 6.) Načrtaj pravokotni trikotnik, v katerem meri:
 - a) jedna kateta 2.5 cm in njej priležni ostri kot 55° ,
 - b) jedna kateta 3.2 cm in njej nasprotni kot 48° ,
 - c) hipotenuza 4.3 cm in jeden izmed priležnih kotov 44° !
- 7.) Načrtaj enakokraki trikotnik, v katerem znaša:
 - a) osnovnica 3.5 cm in njej priležni kot 45° ,
 - b) osnovnica 4 cm in njej nasprotni kot 70° ,
 - c) krak 4.8 cm in kot na osnovnici 52° !
- 8.) Načrtaj pravokotni enakokraki trikotnik, ako meri a) kateta 2.8 cm , b) hipotenuza 4.2 cm !
- 9.) Načrtaj trikotnik, v katerem merite dve stranici 3 cm in 4 cm in kot, ki ga oklepate, 105° !
- 10.) Načrtaj pravokotni trikotnik, v katerem merite kateti 3.5 cm in 2.5 cm !
- 11.) Načrtaj enakokraki trikotnik, ako znaša krak 3.2 cm in kot ob vrhu 75° !
- 12.) Načrtaj pravokotni enakokraki trikotnik, v katerem meri kateta 2.4 cm !
- 13.) Prenesi določeni trikotnik po drugem izreku o skladnosti!
- 14.) Načrtaj trikotnik, v katerem merite dve stranici 2.8 cm in 3.9 cm in kot, ki leži večji teh stranic nasproti, 120° !
- 15.) Načrtaj pravokotni trikotnik, v katerem meri jedna kateta 3.2 cm in hipotenuza 4.3 cm !
- 16.) Prenesi določeni trikotnik po tretjem izreku o skladnosti!
- 17.) Načrtaj trikotnik, v katerem merijo stranice 2.5 cm , 3.2 cm in 4 cm !
- 18.) Načrtaj enakokraki trikotnik, v katerem meri osnovnica 4.5 cm in krak 3.3 cm !
- 19.) Načrtaj jednakostranični trikotnik, čegar stranica znaša 2.4 cm !
- 20.) Prenesi določeni trikotnik po četrtem izreku o skladnosti!
- 21.) Poskusi načrtati trikotnik z daljicami a) 21 mm , 9 mm in 30 mm , b) 20 mm , 15 mm in 40 mm !
- 22.) Načrtaj trikotnik, v katerem merite dve stranici 55 mm (6 cm , 4 cm , 4 cm) in 35 mm (4 cm , 4 cm , 1.5 cm) in zadnji teh stranic nasprotni kot 60° (40° , 30° , 30°)!
- 23.) Načrtaj dva skladna trikotnika ter zapiši v znakih pogoje za prvi, drugi, tretji in četrti izrek o skladnosti! Povej vse izreke o skladnosti dveh trikotnikov! Katere sestavine določujejo trikotnik popolnoma?

§ 31.

Kolikero lego utegne imeti točka z ozirom na določeni krog? kolikero premica? Kaj je središčna razdalja določene točke z ozirom na določeni krog? kaj središčna razdalja določene premice? Katera premica se zove sečnica, katera dotikalnica? Kaj je dotikalnišče? Kedaj pravimo: premica seče krožnico? kedaj se je dotika? kedaj leži popolnoma zunaj kroga? Od česa je to odvisno? Kolika je središčna razdalja v prvem slučaju, kolika v drugem, kolika v tretjem? Kaj je podnožišče?

Vsaka daljica, ki stoji na kaki drugi daljici pravokotno ali poševno, ima podnožišče; istotako je tudi pri premicah.

§ 32.

Ali je krog someren stvar? Kaj je njegova somernica? Ali je premer tetiva, in katera? Kedaj je tetiva določenega kroga večja, kedaj manjša? Od česa je to odvisno? Kedaj so tetive istega kroga jednake, kedaj nejednake? Kako si pojasnimo to lastnost? Katera krogova točka leži v somernici vsake tetive? Zakaj gre tetivina somernica skozi krogovo središče? Katere tetive imajo isto somernico? Kako načrtaš določeni tetivi somernico? Kaj pripada vsaki tetivi? Kateri krogovi deli imajo isto somernico kakor tetiva? Kako si pojasniš to lastnost? Kolika je sekstantova tetiva? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Koliko tetiv moreš narisati skozi določeno točko znotraj krožnice? Katera izmed teh tetiv je najmanjša, katera največja? Kako se prepričaš o tej lastnosti?

§ 33.

Kateri kot se imenuje obsrediščni, kateri naobodni? Kje leži vrh obsrediščnega, kje vrh naobodnega kota? Kaj sta kraka obsrediščnega, kaj naobodnega kota z ozirom na krog? Kateri lok pripada obsrediščnemu, kateri naobodnemu kotu? Na čem stoji vsak teh kotov? Koliko obsrediščnih kotov pripada določenemu loku? koliko naobodnih? Kaj je mera obsrediščnemu kotu? Kako si je treba tolmačiti izrek: mera obsrediščnega kota je pripadajoči lok? Kolikero lego utegne imeti naobodni kot z ozirom na krogovo središče? Kaj je mera naobodnega kota? Kako si je treba tolmačiti izrek: mera naobodnega kota je polovica pripadajočega loka? Kako se prepričaš o tej lastnosti v vsakem slučaju? Kateri naobodni koti so jednaki? Kedaj je naobodni kot oster, kedaj prav, kedaj top? Kaj je kot v polukrogu?

§ 34.

Kolikero glavnih leg utegneta imeti dva kroga? Kedaj se kroga imenujeta istosrediščna, kedaj raznosrediščna? Kaj je kolobar? kaj kolobarjeva širina? Kaj je središčna razdalja dveh raznosrediščnih krogov? kako se še imenuje? Kedaj pravimo: kroga sečeta drugi drugega? Kolika je središčnica v tem slučaju? Kedaj se kroga dotikata drugi drugega od zunaj, kedaj od znotraj? Kolika je središčnica v vsakem teh slučajev? Kedaj leži jeden krog popolnoma zunaj drugega, kedaj popolnoma znotraj drugega? Kolika je središčnica v prvem, kolika v drugem slučaju?

Naloge.

- 1.) Načrtaj krog s polumerom 12 mm ter določi tri točke, katerih središčne razdalje znašajo 8 mm, 16 mm in 12 mm! Kje ležijo te točke z ozirom na krožnico?
- 2.) Načrtaj krog s polumerom 15 mm in tri premice, katerih središčne razdalje znašajo 12 mm, 18 mm in 15 mm! Kako ležijo te premice z ozirom na krog?
- 3.) Načrtaj krog s polumerom 16 mm ter nariši iz določene točke krogevega oboda tetivo 11 mm! Koliko takih tetiv moreš narisati? Kedaj bi se dala naloga razrešiti samo na jeden način? Kedaj je ne moreš razrešiti?
- 4.) Načrtaj krog, v katerem meri tetiva 12 mm in polumer 10 mm! Kedaj bi bila naloga nemogoča?
- 5.) Načrtaj krog, v katerem meri tetiva 15 mm in njena središčna razdalja 8 mm!
- 6.) Koliko krogov moreš narisati skozi dve določeni točki A in B ? Kje ležijo središča teh krogov? Kateri izmed teh krogov ima najmanjši polumer?
- 7.) Načrtaj lok ter ga razdeli na 2, 4, 8, 16 enakih delov!
- 8.) Načrtaj krog ter ga razdeli a) na 2, 4, 8, 16; b) na 3, 6, 12, 24; c) na 5, 10, 20 enakih delov!
- 9.) Nariši skozi določeno točko, ki je znotraj določenega kroga, največjo in najmanjšo tetivo! Načrtaj tangente, ki so tema tetivama vzporedne!
- 10.) Načrtaj skozi določeno točko znotraj določenega kroga dve tetivi, ki stojita poševno druga na drugi, ter nariši tangente, ki so tema tetivama vzporedne!
- 11.) Načrtaj krog s polumerom 21 mm in nariši na krog dve tangenti iz točke, ki ima središčno razdaljo 31.5 (42) mm!
- 12.) Koliko merijo naobodni koti, ki stojé na lokih 30° , 60° , 90° , $105^\circ 17'$, $201^\circ 15' 38''$?
- 13.) Obsrediščni kot meri a) 64° , b) $87^\circ 45'$, c) $125^\circ 13' 18''$; kolik je naobodni kot na istem loku?
- 14.) Naobodni kot znaša a) 56° , b) $41^\circ 37'$, c) $108^\circ 37' 44''$; kolik je obsrediščni kot na istem loku?
- 15.) Koliko merijo loki, na katerih stojé naobodni koti 37° , $65^\circ 38'$, $98^\circ 52' 46''$?
- 16.) Kolik kot tvorite tetivi, kateri rarišes iz iste točke krogevega oboda, ako merita pripadajoča loka 120° in 80° ($135\frac{1}{2}^\circ$ in $70\frac{3}{4}^\circ$)? Določi lok, na katerem stoji iskani kot! Koliko razrešitev?
- 17.) Določi medsebojno lego dvema krogoma, ki imata polumera R in r in središnico c !
 - a) $R = 15$ mm, $r = 6$ mm, $c = 9$ (21) mm;
 - b) $R = 18$ mm, $r = 10$ mm, $c = 6$ (32) mm;
 - c) $R = 20$ mm, $r = 15$ mm, $c = 25$ mm.
- 18.) Načrtaj kroge v nalogi 17.!
- 19.) Določi središčno razdaljo dvema krogoma, ki imata polumera R in r in se dotikata drugi drugega a) od znotraj, b) od zunaj!
 - 1.) $R = 27$ cm, $r = 14$ cm;
 - 2.) $R = 0.45$ dm, $r = 0.35$ dm;
 - 3.) $R = 3.78$ dm, $r = 2.52$ dm.

- 20.) Dva raznosrediščna kroga se dotikata drugi drugega *a*/ od znotraj, *b*) od zunaj; koliko znaša polmer večjega kroga, ako je polmer manjšega kroga *r* in središčnica *c*?

- 1.) $r = 10 \text{ cm}, c = 28 \text{ cm};$
- 2.) $r = 0.42 \text{ cm}, c = 0.87 \text{ cm};$
- 3.) $r = 102 \text{ mm}, c = 215 \text{ mm}.$

§ 36.

Kako nastane četverokotnik? Ali stvariš vsigdar četverokotnik, če spojiš štiri v ravnini ležeče točke z daljicami? Kaj je četverokotnik? Kaj so stranice, kaj obseg? kateri četverokotnikovi koti so notranji, kateri vnanji? Kaj je vsak izmed vnanjih kotov z ozirom na priležnega notranjega? Koliko znaša vsota vseh notranjih, koliko vsota vseh vnanjih kotov? Kako se prepričaš o teh lastnostih? Koliko sestavin sestavlja četverokotnik, in katere so? Kakšno lego imajo četverokotnikove sestavine druga proti drugi? Kaj leži stranici, kaj kotu nasproti? Koliko kotov je stranici priležnih, koliko nasprotnih? Koliko stranic leži kotu nasproti? Kaj so oglišča? Kje nastanejo? Katera oglišča imenujemo priležna, katera nasprotna? Kaj je diagonala? Na kaj razdeli vsaka diagonala četverokotnik? Na kaj razpade četverokotnik, ako mu načrtaš obe diagonali? Koliko sestavin določuje četverokotnik popolnoma? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Koliko vrst četverokotnikov razločujemo z ozirom na lego nasprotnih stranic? kateri četverokotnik je paralelogram, kateri trapez, kateri trapezoid?

Naloge.

- 1.) Izračunaj iz treh določenih četverokotnikovih kotov četrtega:
 - a) $\sphericalangle A = 65^\circ 28', B = 73^\circ 45', C = 95^\circ 36';$
 - b) $\sphericalangle A = 107^\circ 26' 35'', B = 86^\circ 26' 56'', C = 67^\circ 47' 17'';$
 - c) $\sphericalangle A = \frac{1}{18} R, B = 1 \frac{1}{6} R, C = \frac{23}{30} R!$
- 2.) Koliko ostrih, koliko pravih in koliko topih kotov utegne biti v četverokotniku? Načrtaj vse te slučaje!
- 3.) Določi po sliki trem določenim četverokotnikovim kotom četrtega!
- 4.) Načrtaj četverokotnik:
 - a) ako merijo stranice 30, 18, 40, 24 mm in jeden izmed notranjih kotov 110° ;
 - b) ako merijo stranice 20, 26, 30, 38 mm in jedna izmed diagonal 42 mm;
 - c) ako znašajo tri stranice 15, 20, 24 mm in kota, katera oklepajo te stranice, 120° in 80° ;
 - d) ako znašate dve stranici 25 in 18 mm in trije koti $70^\circ, 90^\circ$ in 60° ;
 - e) ako merijo tri stranice 30, 35, 40 mm in diagonali 50 in 55 mm!

§ 37.

Katero lastnost imajo v paralelogramu priležni koti, katero nasprotni? Kako se prepričaš o teh lastnostih? Koliko poševnih kotov utegne biti v paralelogramu, koliko pravih? Kateri paralelogram se zove poševnokoten, kateri pravokoten? Katero lastnost imajo paralelogramove stranice, in kako se prepričaš o njej? Kateri paralelogram je enakostraničen, kateri raznostraničen? Kaj določuje razdaljo dveh vzporednih premic? Kakšne so pravokotnice med vzporednicama? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Kaj je v paralelogramu osnovnica, kaj višina? Katero lastnost imate paralelogramovi diagonali, in kako se prepričaš o njej? Na kaj razdeli paralelogram vsaka diagonalna? Kakšna sta trikotnika, ki ju stвориš na ta način? kaj imata skupnega, in kaj ju omejuje? Na kaj razpade paralelogram, ako mu načrtaš diagonali? V kakšni zvezi so med seboj trikotniki, ki si jih stvoril iz paralelograma? Kaj imajo skupnega, in kaj jih omejuje? Koliko vrst paralelogramov razločujemo? Imenuj te vrste! Opiši romboid, romb, pravokotnik, kvadrat!

Naloge.

- 1.) Načrtaj romboid ter zapiši v znakih vse lastnosti njegovih notranjih kotov, stranic in diagonal!
- 2.) V paralelogramu meri jeden notranjih kotov $62^{\circ} 23' 42''$; izračunaj a) ostale notranje kote, b) vse zunanje kote!
- 3.) Jeden izmed znanjih paralelogramovih kotov znaša $72^{\circ} 19' 45''$; koliki so a) vsi drugi znanji koti, b) notranji koti?
- 4.) Načrtaj romboid:
 - a) ako merite dve stikajoči se stranici 4 cm in 3 cm, in kot, ki ga oklepate, 70° (110°);
 - b) ako merite dve stikajoči se stranici 4.5 cm in 3.6 cm in jedna izmed diagonal 5 cm;
 - c) ako znašate diagonali 6 cm in 5 cm in jedna izmed stranic 3 cm;
 - d) ako znašate diagonali 5.2 cm in 6.4 cm in jeden izmed kotov, ki jih oklepate, 115° !

§ 38.

Kakšni so rombovi koti, kakšne stranice? Kakšno lego imate rombovi diagonali druga proti drugi? Kako se prepričaš o tej lastnosti? Koliko lastnostij imate rombovi diagonali? Ali je romb someren stvor? Katere daljice so mu somernice, koliko jih je? Koliko skladnih enakokrakih trikotnikov sestavlja romb? Koliko skladnih pravokotnih trikotnikov sestavlja romb? Kaj omejuje vsakega teh

trikotnikov? Ali se nahaja v rombu točka, ki je od vseh stranic jednako oddaljena? Kje leži ta točka? Zakaj je presečišče rombovih diagonal jednako oddaljeno od vseh stranic? Ali se dá rombu včrtati krog? Kje mu je središče, kaj mu je polumer? Ali ste razdalji po dveh nasprotnih rombovih stranic jednaki, ali nejednaki?

Naloge.

- 1.) Načrtaj romb ter zapiši v znakih vse lastnosti njegovih kotov, stranic in diagonal! Včrtaj rombu krog!
- 2.) V rombu meri jeden izmed notranjih kotov $1\frac{2}{3}R$; izračunaj vse ostale kote!
- 3.) Načrtaj skoz vsako oglišče določenega romba vzporednico z nasprotno diagonalo! Kakšen četverokotnik si storil na ta način? Primerjaj stranice tega četverokotnika rombovima diagonalama!
- 4.) Načrtaj romb:
 - a) ako meri stranica 33 mm in jeden izmed notranjih kotov 40° ;
 - b) ako meri stranica 20 mm in jedna izmed diagonal 30 mm;
 - c) ako znašate diagonali 16 mm in 28 mm;
 - d) ako znaša jeden notranjih kotov 50° in diagonal, ki razpolavlja ta kot, 36 mm.

§ 39.

Kakšni so pravokotnikovi koti, kakšne stranice? Koliko lastnostij imate pravokotnikovi diagonali? Kako se prepričaš, da ste pravokotnikovi diagonali jednaki? Iz koliko in kakšnih trikotnikov utegnemo si misliti pravokotnik sestavljen? Ali se nahaja v pravokotniku točka, ki je od vseh oglišč jednako oddaljena? Ali se dá pravokotniku krog očrtati? Kje mu je središče, kaj mu je polumer? Ali je pravokotnik someren stvor? Katere premice so mu somernice, in koliko jih je?

Naloge.

- 1.) Načrtaj pravokotnik ter zapiši v znakih vse lastnosti njegovih kotov, stranic in diagonal! Očrtaj pravokotniku krog!
- 2.) Načrtaj pravokotnik:
 - a) ako merite dve stikajoči se stranici 24 mm in 18 mm;
 - b) ako meri stranica 24 mm in diagonal 32 mm;
 - c) ako znaša diagonal 35 mm in jeden izmed kotov, ki jih oklepate diagonal, 135° ;
 - d) ako znaša stranica 25 mm in kot, ki ga tvori stranica z diagonal, 40° ;
 - e) ako znaša diagonal 40 mm in kot, ki ga tvori diagonal s stranico, 50° !
- 3.) Načrtaj krog s polumerom 24 mm ter mu včrtaj pravokotnik,
 - a) ako meri stranica 36 mm;
 - b) ako meri kot, ki ga tvori diagonal s stranico, 35° ;
 - c) ako meri jeden izmed kotov, ki jih tvorite diagonal, 150° !
- 4.) Načrtaj tri pravokotnike, ki imajo a) skupno stranico, b) skupno diagonal, c) kot, ki ga oklepate diagonal, skupen!

§ 40.

Kakšni so kvadratovi koti, kakšne stranice? Koliko lastnosti imate kvadratovi diagonalni? Ali se dá kvadratu krog včrtati, oziroma očrtati? Ali imata včrtani in očrtani krog isto središče? Kaj je polumer včrtanemu, kaj očrtanemu krogu? Ali je kvadrat someren stvar? Katere premice (daljice) so mu somernice? Koliko somernic ima kvadrat? Iz koliko in kakšnih trikotnikov si moremo misliti kvadrat sestavljen? Kaj imajo ti trikotniki skupnega, in kaj jih omejuje? Kaj in kje je kvadratovo središče? Povej njegovi lastnosti?

Naloge.

- 1.) Načrtaj kvadrat ter zapiši v znakih vse lastnosti njegovih kotov, stranic in diagonal!
- 2.) Načrtaj kvadrat, katerega stranica meri 34 mm , ter včrtaj in očrtaj mu krog!
- 3.) Načrtaj kvadrat, katerega obseg znaša 1 dm !
- 4.) Načrtaj kvadrat, katerega obseg je enak obsegu določenega pravokotnika!
- 5.) Načrtaj kvadrat, v katerem meri diagonalna 36 mm !
- 6.) Načrtaj krog s polumerom 15 mm ter včrtaj in očrtaj mu kvadrat!
- 7.) Načrtaj skoz oglišča določenega kvadrata vzporednice z diagonalama! Kakšen četverokotnik si stvoril na ta način? Primerjaj stranice tega četverokotnika kvadratovima diagonalama!

§ 41.

Kaj je trapez? Kakšno lastnost imajo notranji trapezovi koti? Ali se morejo v navadnem trapezu nahajati jednaki koti? Ali je to vsigdar mogoče, ali le v posebnih slučajih? Ali so kateri izmed trapezovih kotov vsigdar suplementarni, in zakaj? Kaj je trapezova osnovnica, kaj višina? Na kaj razpade trapez, ako načrtas skoz krajšče manjše vzporednice vzporedno premico z nepravilno nevzporednico? Kaj omejuje paralelogram, in kaj trikotnik, ki nastaneta na ta način iz trapeza? Ali imata paralelogram in trikotnik isto višino kakor trapez? Kaj je potem osnovnica paralelogramu, in kaj trikotniku? Kako načrtas določenemu trapezu srednico? Kateri lastnosti ima trapezova srednica? Kako se prepričaš o teh lastnostih? Ali je daljica, ki spaja razpolovišči trapezovih nevzporednic, trapezu srednica? Na kaj razdeli vsaka diagonalna trapez? Ali imata trikotnika, ki nastaneta na ta način iz trapeza, jednaki višini? Ali je višina vsakega teh dveh trikotnikov jednaka trapezovi višini? Kaj je potem osnovnica prvemu, in kaj drugemu trikotniku?

Naloge.

- 1.) Načrtaj trapez ter zapiši v znakih vse njegove lastnosti!
- 2.) V trapezu merite vzporednici a) 37 mm in 55 mm , b) $6\cdot5\text{ dm}$ in $11\cdot7\text{ dm}$, c) $37\frac{4}{5}\text{ dm}$ in $59\frac{5}{8}\text{ dm}$; izračunaj srednico!
- 3.) Trapezova srednica je $= 21\cdot5\text{ cm}$ in jedna izmed vzporednic $= 11\cdot4\text{ (}9\frac{3}{4}\text{) cm}$; kolika je druga vzporednica?
- 4.) Kota, ki ležita na daljši trapezovi vzporednici, znašata $72^{\circ} 39'$ in $96^{\circ} 43' 27''$; kolika sta kota na krajši vzporednici?
- 5.) Načrtaj trapez:
 - a) ako merite vzporednici 42 mm in 30 mm , nevzporednici pa 36 mm in 28 mm ;
 - b) ako merite vzporednici 44 mm in 28 mm , in kota, ki sta večji izmed vzporednic priležna, 45° in 60° ;
 - c) ako merite vzporednici 42 mm in 29 mm , jeden izmed kotov, ležečih na daljši vzporednici, 75° in jedna izmed nevzporednic 33 mm !

Pri razrešitvi teh nalog načrtaj najprej trikotnik EBC slika 102!

§ 42.

Kateri trapez se imenuje enakokrak? Kakšni so njegovi koti, ležeči na vzporednicah? Kakšni so koti, ležeči na nevzporednicah? Kakšni so nasprotni koti? Kako se prepričaš o teh lastnostih? Na kaj razpade enakokraki trapez, ako načrtáš skoz krajšiče manjše vzporednice vzporedno premico z nepriležno nevzporednico? Ali je enakokraki trapez someren stvor? Katera premica mu je somernica? Ali se nahaja v enakokrakem trapezu točka, ki je od vseh oglišč enako oddaljena? Kako najdeš to točko? Kako se prepričaš o navedeni lastnosti te točke? Ali se dá enakokrakemu trapezu krog očrtati? Kje leži središče očrtanega kroga?

Naloge.

- 1.) Načrtaj enakokraki trapez ter zapiši v znakih vse njegove lastnosti! Očrtaj mu krog!
- 2.) V enakokrakem trapezu znaša jeden izmed notranjih kotov $86^{\circ} 25' 33''$; koliki so drugi koti?
- 3.) Načrtaj v enakokrakem trapezu diagonali ter primerjaj trikotnika, ki imata diagonali za stranici! Ali imata ta dva trikotnika katero skupno sestavino? Ali nimata morebiti iste osnovnice? V koliko sestavinah se ujemata? Ali nista skladna po kakem izreku o skladnosti? Kaj izvajamo iz skladnosti omenjenih trikotnikov gledé na diagonali enakokrakega trapeza?
- 4.) Načrtaj enakokraki trapez:
 - a) ako znašate vzporednici 35 mm in 20 mm , nevzporednica pa 18 mm ;
 - b) ako znašate vzporednici 28 mm in 16 mm in jeden izmed notranjih kotov 65° (115°)!

§ 43.

V katero vrsto četverokotnikov štejemo deltoid? Kaj je deltoid? Katera deltoidova oglišča imenujemo oglišča enakih stranic, katera so oglišča neenakih stranic? Ali ste oglišči enakih stranic priležni, ali nasprotni oglišči? Kakšno lego imate deltoidovi diagonalni druga proti drugi? Katera diagonalna je somernica druge diagonale? Ali je deltoid someren tvor? Katera daljica mu je somernica? Kakšna sta deltoidova kota, ležeča ob ogliščih neenakih stranic? Ali se nahaja v deltoidu točka, ki je od vseh stranic enako oddaljena? Kako najdeš to točko? Kako se prepričaš o navedeni lastnosti te točke? Ali se dá deltoidu vrtati krog? Kje leži središče vrtanega kroga? Iz koliko trikotnikov in iz kakšnih si utegnemo misliti deltoid sestavljen?

Naloge.

- 1.) Načrtaj deltoid ter zapiši v znakih vse njegove lastnosti! Vrtaj mu krog!
- 2.) V deltoidu merita dva neenaka *a*) priležna, *b*) nasprotna kota $80^{\circ} 17'$ in $115^{\circ} 24' 36''$; izračunaj ostala kota!
- 3.) Načrtaj deltoid:
 - a*) ako merite neenaki stranici 25 mm in 18 mm in kot, ki ga oklepate, 70° ;
 - b*) ako merite neenaki stranici 30 mm in 40 mm in diagonalna, ki spaja oglišči enakih (neenakih) stranic, 50 mm;
 - c*) ako znaša jedna stranica 20 mm in diagonalni 28 mm in 40 mm;
 - d*) ako znaša jedna stranica 25 mm, diagonalna somernica 45 mm in kot, ki ga oklepate te dve daljici, 55° !

§ 44.

Kako imenujemo dva četverokotnika, ki se drugi na drugega položena pokrivata popolnoma? Ali pokrivajo v tem slučaju tudi trikotniki, ki sestavljajo četverokotnika, drugi drugega? Ali pokrivata dva četverokotnika, ki sta sestavljena iz skladnih trikotnikov v istem smislu, drugi drugega popolnoma, ali ne? Kedaj smemo torej dva četverokotnika imenovati skladna?

Naloge.

- 1.) Preudari in določi, ali so v naslednjih slučajih navedeni četverokotniki skladni, ali ne:
 - a*) dva kvadrata se ujemata v jedni stranici;
 - b*) dva pravokotnika se ujemata v dveh stikajočih se stranicah;
 - c*) dva paralelograma (enakokraka trapeza) se ujemata v dveh stikajočih se stranicah in v kotu, ki ga oklepate te stranici;

- d) dva trapeza se ujemata v dveh stikajočih se stranicah in v dveh kotih ki sta vzporednici priležna;
- e) dva trapezoida se ujemata v treh stranicah in v dveh kotih, katera oklepajo te stranice.
- 2.) Načrtaj četverkotnik, ki je skladen z določenim četverkotnikom $ABCD$!
- 3.) Načrtaj četverkotnik, ki leži somerno z določenim četverkotnikom $ABCD$ z ozirom na določeno premico MN !
- 4.) Razdeli določeno daljico na 3, 7, 9 enakih delov!
- 5.) Načrtaj v razdalji 18 mm od določene premice AB vzporednico z AB !
- 6.) Načrtaj enakokraki trikotnik, v katerem znaša krak 36 mm in višina 28 mm!
- 7.) Načrtaj pravokotni trikotnik:
- a) ako meri jedna kateta 25 mm in njej nasprotni kot 40° ;
- b) ako meri hipotenuza 45 mm in njej pripadajoča višina 20 mm!
- 8.) Načrtaj trikotnik:
- a) ako znašate dve stranici 42 mm in 36 mm in višina, ki pripada prvi teh stranic, 28 mm;
- b) ako znašate dve stranici 38 mm in 45 mm in višina, ki pripada tretji (neznani) trikotnikovi stranici, 26 mm;
- c) ako znašajo višina 30 mm in njej nasprotna kota 60° in 40° !
- 9.) Načrtaj romb:
- a) kateremu meri stranica 25 mm in njej pripadajoča višina 15 mm;
- b) kateremu meri jeden notranjih kotov 75° in višina 20 mm!
- 10.) Načrtaj trapez:
- a) ako znašate vzporednici 30 mm in 25 mm, jedna izmed nevzporednic 16 mm in višina 12 mm;
- b) ako znašate vzporednici 30 mm in 40 mm, jeden kot na daljši vzporednici 50° in višina 24 mm;
- c) ako meri jedna vzporednica 36 mm, višina 9 mm in nevzporednici 12 mm in 18 mm;
- d) ako merite vzporednici 40 mm in 50 mm, višina 30 mm in jedna diagonalna 56 mm;
- e) ako znaša jedna vzporednica 40 mm, višina 25 mm in diagonalni 50 mm in 60 mm;
- f) ako znaša višina 12 mm, diagonalni 20 mm in 30 mm in jedna izmed nevzporednic 18 mm!
- 11.) Načrtaj enakokraki trapez;
- a) ako merite vzporednici 17 mm in 9 mm in višina 7 mm;
- b) ako merite vzporednici 35 mm in 25 mm in diagonalna 28 mm;
- c) ako meri jedna vzporednica 40 mm, višina 20 mm in krak 28 mm;
- d) ako znaša jedna vzporednica 26 mm, krak 18 mm in diagonalna 35 mm;
- e) ako znaša jedna vzporednica 32 mm, višina 12 mm in diagonalna 35 mm;
- f) ako znaša višina 10 mm, diagonalna 16 mm in krak 14 mm!

§ 45.

Kako stвориš petero-, šestero-, osmerokotnik? Kako nastane mnogokotnik? Kaj je mnogokotnik? Kaj so stranice, kaj je njegov obseg? Kateri mnogokotnikovi koti so notranji, kateri vnanji? Koliko je notranjih kotov? Kaj je vsak izmed vnanjih kotov z ozirom na priležnega notranjega? Koliko znaša vsota vseh notranjih, koliko vsota vseh vnanjih kotov? Kako se prepričaš o teh lastnostih? Koliko sestavin ima mnogokotnik, in katere so? Kaj oklepa vsak notranji kot? Koliko izmed notranjih kotov je vsaki stranici priležnih? Kaj so mnogokotnikova oglišča, in koliko jih je? Katera oglišča so nasprotna, katera priležna? Kaj je diagonalna? Koliko diagonal moreš načrtati iz jednega in istega oglišča? Na koliko trikotnikov razpade potem mnogokotnik? Kako si pojasniš te lastnosti? Na koliko in na katere načine, moreš mnogokotnik razdeliti na trikotnike? Koliko trikotnikov dobiš v prvem, koliko v drugem slučaju? Kedaj je mnogokotnik popolnoma določen? Kako razvrščujemo mnogokotnike? Kedaj imenujemo dva mnogokotnika skladna?

Naloge.

- 1.) Kolika je vsota vseh notranjih kotov v 7ero-, 8ero-, . . . 12ero-, 16ero-, 24erokotniku?
- 2.) V peterokotniku je $\sphericalangle A = 36^\circ 42' 58''$, $\sphericalangle B$ $2\frac{1}{2}$ krat tolik kakor $\sphericalangle A$, $\sphericalangle C$ za $13^\circ 41' 51''$ manjši od $\sphericalangle B$, in $\sphericalangle D = E$. Izračunaj kote B, C, D, E !
- 3.) Koliko diagonal se dá načrtati iz jednega in istega oglišča v 5ero-, 6ero-, 8ero-, 9ero-, 12ero-, 15ero-, 18erokotniku? Na koliko trikotnikov razpadejo potem ti mnogokotniki?
- 4.) Prenesi določeni petero-, šesterokotnik!

To nalogo razrešiš, ako načrtaš v določenem mnogokotniku vse mogoče diagonale iz jednega in istega oglišča in potem preneseš zaporedoma vse nastale trikotnike.

- 5.) Načrtaj peterokotnik, ako znašajo:
 - a) stranice $AB = 10$, $BC = 12$, $CD = 18$, $DE = 22$, $EA = 15$ mm in kota $A = 90^\circ$ in $B = 125^\circ$;
 - b) stranice $AB = 24$, $BC = 18$, $CD = 20$, $DE = 34$, $EA = 20$ mm in diagonalah $AC = 36$ in $AD = 44$ mm;
 - c) stranice $AB = 30$, $BC = 26$, $CD = 24$, $DE = 18$ mm in koti $B = 130^\circ$, $C = 110^\circ$ in $D = 80^\circ$;
 - d) stranice $AB = 16$, $BC = 20$, $CD = 25$ mm in koti $A = 100^\circ$, $B = 130^\circ$, $C = 90^\circ$ in $D = 98^\circ$!

§ 46.

Kateri mnogokotnik se imenuje pravilen? Kaj je središče pravičnega mnogokotnika in kateri lastnosti ima? Kako se prepričaš o teh lastnostih? Kako najdeš mnogokotnikovo središče? Na kaj razpade pravilni mnogokotnik, če spojiš njegovo središče z vsemi oglišči? Ali se dá pravilnemu mnogokotniku krog očrtati, oziroma včrtati? Ali imata očrtani in včrtani krog isto središče? Kaj je polmer očrtanega, kaj včrtanega kroga? Ali so pravilni mnogokotniki somerni stvori? Katere premice so jim somernice? Koliko somernic ima pravilni mnogokotnik? Ali se ne stikajo nekatere somernice pravičnih mnogokotnikov? Povej, katere se stikajo! Ali se dá krogu pravilni mnogokotnik včrtati, oziroma očrtati, in kako se to zgodi? Kako si pojasniš to lastnost? Kako načrtavamo navadno pravilne mnogokotnike? Kedaj sta dva pravilna mnogokotnika skladna? Ali se dva pravilna mnogokotnika vsigdar ujemata v notranjih kotih? Ali sta dva pravilna mnogokotnika skladna, če se ujemata v jedni stranici in v jednem kotu?

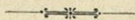
Naloge.

- 1.) Izračunaj: *a/* notranji, *b/* vnanji kot pravičnega 5ero-, 6ero-, 8ero-, 9ero-, 10ero-, 12ero-, 16ero-, 24erokotnika!
- 2.) Včrtaj in očrtaj določenemu krogu *a/* enakoastranični trikotnik, *b/* kvadrat, *c/* pravilni šestrokotnik! Izračunaj obsrediščni kot, ki pripada stranici vsakega teh mnogokotnikov!
- 3.) Včrtaj in očrtaj določenemu krogu *a/* pravilni osmerokotnik, *b/* pravilni dvanajsterokotnik, *c/* pravilni peterokotnik, *d/* pravilni deseterokotnik! Izračunaj obsrediščni kot, ki pripada stranici vsakega teh mnogokotnikov!

Primerjaj nalogo 4. v § 35. na strani 59.!

- 4.) Načrtaj nad določeno daljico pravilni petero-, šestero-, osmerokotnik!

Poišči najprej središče pravičnega mnogokotnika! To središče najdeš, ako načrtaš nad določeno daljico enakokraki trikotnik, v katerem je kot na osnovnici jednak polovici notranjega mnogokotnikovega kota.





NARODNA IN UNIVERZITETNA
KNJIŽNICA



00000330674

