

OPTIMIZACIJA TRAJNOSTNEGA DOBIČKA, USTVARJENEGA PRI PROIZVODNJI NOSILCEV

OPTIMIZATION OF THE SUSTAINABILITY PROFIT GENERATED BY THE PRODUCTION OF BEAMS

doc. dr. Tomaž Žula, univ. dipl. inž. grad.

tomaz.zula@um.si

prof. dr. Stojan Kravanja, univ. dipl. inž. grad.

stojan.kravanja@um.si

izr. prof. dr. Stane Božičnik, univ. dipl. ekon.

stane.bozicnik@um.si

Univerza v Mariboru, Fakulteta za gradbeništvo,
prometno inženirstvo in arhitekturo

Znanstveni članek

UDK 624.012.3:69.057

Povzetek | V prispevku predstavljamo optimizacijo trajnostnega dobička, pridobljenega pri proizvodnji prefabriciranih gradbenih elementov. V tej študiji je prikazan izračun optimizacije določenega števila enakih prostoležečih nosilcev. Nosilci so lahko izdelani iz treh različnih alternativnih materialov: iz konstrukcijskega jekla, armiranega betona in lepjenega lesa. Razvili smo optimizacijske modele za vsak material posebej. Poleg tega smo modelom za vsako materialno alternativo določili dve namenski funkciji: ekonomski dobiček in trajnostni dobiček. Slednji vključuje ekološke stroške globalnega segrevanja. Predlagani namenski funkciji sta podvrženi pogojem iz statike konstrukcij in dimenzioniranja v skladu s standardi Evrokod 2, 3 in 5. Optimizacijo prostoležečih nosilcev smo izvedli z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Naloga optimizacije je izračunati najvišji možni ekonomski in trajnostni dobiček, najugodnejši material in prerez nosilcev. Na koncu članka prikazujemo računski primer optimizacije prostoležečih nosilcev, kjer rezultati jasno kažejo, da izkazujejo armiranobetonski nosilci največji ekonomski dobiček, leseni nosilci dajejo največji trajnostni dobiček, izvedba nosilcev v jeklu pa bi generirala izgubo.

Ključne besede: optimizacija, mešano celoštevilsko nelinearno programiranje, MINLP, ekonomski dobiček, trajnostni dobiček, prefabricirani elementi

Summary | The paper presents the optimization of the sustainability profit generated by the manufacturing of prefabricated elements in the area of civil engineering. In the study, the optimization of equal simply supported beams is considered. A number of beams are defined to be designed from three different material alternatives: from structural steel, from reinforced concrete and from laminated timber. For this reason, three optimization models of beams are developed for the three materials. In addition, two different objectives are defined for each different material alternative: for the economic profit and for the sustainability profit (which includes environmental costs of the global warming). The proposed objective functions are subjected to the design, resistance and deflection constraints of the beams, determined in accordance with the Eurocode 2, 3 and 5 specifications. The optimizations of beams are performed by the mixed-integer non-linear programming (MINLP) approach. The task of the optimization is to find the highest possible economical and sustainable profits, the most advantageous material and the most optimal cross-section alternative for the beams. The numerical example, presented at the end of the paper, clearly shows that the reinforced concrete beams exhibit the highest economic profit, the timber beams give the highest sustainability profit, whereas the steel beams generate loss.

Key words: optimization, mixed-integer non-linear programming, MINLP, economical profit, sustainable profit, prefabricated elements

1 • UVOD

Različne optimizacijske metode postajajo vse bolj prepoznavne kot ključna orodja za trajnostno optimizacijo na vseh področjih tehnike, tudi v gradbeništvu. Na primer Zaforteza idr. (Zaforteza, 2009) so uporabili algoritem simulirano hlajenje (simulated annealing algorithm, SA) za optimizacijo armiranobetonskega objekta, pri čemer je bil namen minimiranje nastalih emisij CO₂. Camp in Huq (Huq, 2013) sta za optimalno zasnovo armiranobetonskih okvirjev uporabila hibridni algoritem velikega trka in velikega krča (hybrid big bang-big crunch algorithm, BB-BC). Namen je bil zmanjšati skupne stroške ali emisije CO₂. Alonso in Berdasco (Alonso, 2015) sta predstavila ogljični odtis žaganih lesenih izdelkov. Li in sodelavci (Li, 2017) so z uporabo metode izboljšane osnovne strukture (improved ground structure method, IGSM) dobili najboljši možni dizajn škatlastega jeklenega nosilca z najmanjšo oddano količino toplogrednih plinov. Gradbeništvo je eden glavnih sektorjev, ki proizvajajo toplogredne pline. V ta namen so Liu in sodelavci (Liu, 2013) naredili študijo, ki bi gradbincem pomagala pri iskanju optimalne rešitve med stroški gradnje in pri tem nastalimi toplogrednimi

plin. Za optimizacijo so uporabili algoritem roja delcev (particle swarm algorithm, PSA).

V pričujočem članku predstavljamo optimizacijo ekonomskega dobička in trajnostnega dobička, ki ju dobimo s proizvodnjo prostoležečih nosilcev. Cilj optimiranja je izračunati največja možna omenjena dobička. Medtem ko je ekonomski dobiček med gradbinci poznan izraz in ga je treba pri vsakem produktu izračunati, izračun trajnostnega dobička v splošnem ni v navadi ter ga računajo samo v ekološko naprednih proizvodnjah in okoljih. Trajnostni dobiček dobimo tako, da od ekonomskega dobička odštejemo stroške obremenjevanja okolja zaradi emisij CO₂, to je ekološke stroške globalnega segrevanja, ki smo jih dobili pri proizvodnji produktov. Vsak produkt sestoji iz različnih materialov, ki izkazujejo svojstven ogljični odtis (faktor) v CO₂ eq./kg. Višji ko je faktor ogljičnega odtisa nekega materiala, bolj ta material obremenjuje okolje. Tako ima jeklo bistveno višji faktor ogljičnega odtisa kot les, saj pri proizvodnji jekla nastaja bistveno več CO₂ kot pri lesu. Zato je jeklo okoljsko bolj poračunat material. V članku želimo na primeru proizvodnje enakih prostoležečih nosilcev

pokazati, kako različni materiali, kot so jeklo, armirani beton in lepljen les, vplivajo na višino trajnostnega dobička.

Optimiranje nosilcev smo izvedli z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Ker je optimizacijski problem prostoležečega nosilca diskretno/zvezen, nekonveksen in nelinearen, optimiranje poteka v treh korakih. V prvem koraku se izvede generacija mehanske superstrukture različnih alternativ materialov in zaokroženih dimenzij. Drugi korak obsega razvoj modelne formulacije MINLP. Zadnji korak pa predstavlja rešitev definirane optimizacijskega problema MINLP. Namenska ekonomska funkcija in trajnostna funkcija sta podvrženi pogojnim (ne)enačbam, poznanim iz statične analize in dimenzioniranja nosilcev. Obravnavani prostoležeči nosilci so lahko izdelani iz jeklenega varjenega l-prereza ali armiranobetonskega ali lepljenega lesenega pravokotnega prereza. Pogoji dimenzioniranja so definirani v skladu s standardi Evrokod 2 (Evrokod 2, 2005) za armiranobetonski nosilec, Evrokod 3 (Evrokod 3, 2005) za jekleni nosilec in Evrokod 5 (Evrokod 5, 2005) za lepljen nosilec. Zadovoljeni so vsi pogoji mejnih stanj nosilnosti in uporabnosti. Za reševanje optimizacijskega problema smo uporabili program GAMS/DICOPT (Grossmann, 2002).

2 • OPTIMIZACIJSKI MODELI SSBOPT

Diskretno optimiranje MINLP lahko rešujemo na splošno z naslednjimi metodami MINLP in algoritmi: metoda posplošene Bendersove dekompozicije (Generalized Benders Decomposition method) (Geoffrion, 1972), metoda razširjenega rezanja ravnine (Extended Cutting-Plane method) (Westerlund, 1998), algoritem vejiranja in omejevanja (Branch and Bound algorithm) (Tawarmalani, 2004) in algoritem zunanje aproksimacije (Outer Approximation algorithm) (Duran, 1986, 1987).

2.1 Splošna modelna formulacija MINLP

Splošno modelno formulacijo MINLP lahko zapišemo v naslednji obliki:

$$\begin{aligned} \max \quad & z = f(\mathbf{x}, \mathbf{y}), \\ \text{pri pogojih} \quad & g_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0 \quad p \in P, \\ \mathbf{x} \in X = \{ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{x}^{LO} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}^{UP} \}, \\ \mathbf{y} \in Y = \{0, 1\}^m, \end{aligned}$$

pri čemer je funkcija $f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ namenska funkcija z in $g_p(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ je množica pogojnih enačb in neenačb. Vse funkcije so nelinearne, zvezne in zvezno odvedljive. Vektor $\mathbf{x}$ je vektor zveznih spremenljivk, definiran na definicijskem ob-

močju X in $\mathbf{y}$ je vektor diskretnih binarnih spremenljivk, ki lahko zavzamejo vrednost 0 ali 1.

V pričujočem članku namenska funkcija predstavlja ekonomski dobiček ali trajnostni dobiček pri proizvodnji nosilcev. Z namenom, da bi dosegli največji možni dobiček, v optimizaciji iščemo maksimum namenske funkcije.

2.2 Optimizacijski modeli

Na osnovi prikazane splošne modelne formulacije MINLP smo za prostoležeči nosilec razvili šest optimizacijskih modelov MINLP SSBOPT (Simply Supported Beam OPTimization), ki jih dobimo s kombinacijo med:

- 3 različnimi materiali za prerez nosilca:
 - jekleni varjeni prerez oblike I,
 - armiranobetonski pravokotni prerez,
 - lepljeni leseni pravokotni prerez,
- 2 različnima namenskima funkcijama:
 - ekonomska funkcija,
 - trajnostna funkcija.

Optimizacijske modele prostoležečega nosilca smo zapisali v višjem algebrskem modelnem jeziku GAMS (General Algebraic Modeling System) (Brooke, 1988). Vsak model vsebu-

OPTIMIZACIJSKI MODELI SSBOPT

Namenska funkcija $\max z = f(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ pri pogojih $g_p(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq 0$	
Pogojne (ne)enačbe statične analize in dimenzioniranja <i>mejno stanje nosilnosti:</i>	- upogibna odpornost nosilca, - odpornost na strig,
<i>mejno stanje uporabnosti:</i>	- kontrola navpičnih upogibkov nosilca, - kontrola razpok armiranobetonskega nosilca.
Logične pogoje (ne)enačbe	- standardni materiali (trdnosti betona in jekla), - standardne debeline pločevin, prerez armaturnih palic, - zaokrožene dimenzije prečnih prereзов.
Vhodni podatki (konstante)	- razpon, obtežba, parcialni faktorji, cene materialov itd.
Zvezne spremenljivke $\mathbf{x}$	- neodvisne: višina nosilca, širina, napetost tečenja jekla, tlačna trdnost betona itd., - odvisne: stroški, lastna teža, upogibki itd.
Binarne spremenljivke $\mathbf{y}$	- za izračun standardnega materiala, debelin pločevin, prereza armaturnih palic, zaokroženih dimenzij itd.

Slika 1 • Struktura modelov (programa) SSBOPT.

je namensko funkcijo, pogoje (ne)enačbe, vhodne podatke (konstante) in spremenljivke, glej sliko 1.

2.3 Namenski funkciji ekonomskega in trajnostnega dobička

Za dva različna namena optimizacije smo razvili dve namenski funkciji. Prvi namen

optimizacije vključuje maksimiranje ekonomskega dobička (P_E (€)). Ekonomski dobiček izračunamo tako, da od prodajne cene odštejemo stroške materiala za izdelavo, stroške dela ter režijske stroške (režija, amortizacija, vračilo kreditov itd.), glej enačbo (1).

$$\max P_E = N \cdot (C_S - C_{Mi} \cdot \rho_i \cdot V_i - C_{Lj} \cdot t_j \cdot f_o) \quad (1)$$

Namenska funkcija je bila določena za tri različne materiale. N je število nosilcev, C_S (€) je prodajna cena prostoležečega nosilca, C_{Mi} (€/kg) je cena materiala za ($i \in I$, armiranobetonski nosilec: beton, armatura in opažne plošče; jekleni nosilec: konstrukcijsko jeklo, elektrode za varjenje, plin in protikorozijska zaščita; ter leseni nosilec: lepljeni les, impregnacija in barva za zaščito lesa), ρ_i (kg/m³) je gostota pripadajočega materiala in V_i (m³) je prostornina. Medtem ko C_{Lj} (€/h) predstavlja strošek delovne ure, je t_j (h) čas, potreben za ($j \in J$; armiranobetonski nosilec: vgrajevanje, strjevanje in vibriranje betona, rezanje, polaganje armature in opaževanje; jekleni nosilec: rezanje, varjenje, varjenje in nanos protikorozijske zaščite; leseni nosilec: impregniranje in barvanje) ter faktor režijskih stroškov f_o ($f_o=2$). Podrobneje je ekonomska namenska funkcija opisana v člankih (Jelušič, 2017) in (Kravanja, 2017).

Drugi namen optimizacije je maksimiranje trajnostnega dobička (P_{SUS} (€)), ki ga izračunamo tako, da od ekonomskega dobička odštejemo okoljske stroške globalnega segrevanja (EVR, 2018) in (Bogataj, 2019), glej enačbo (2).

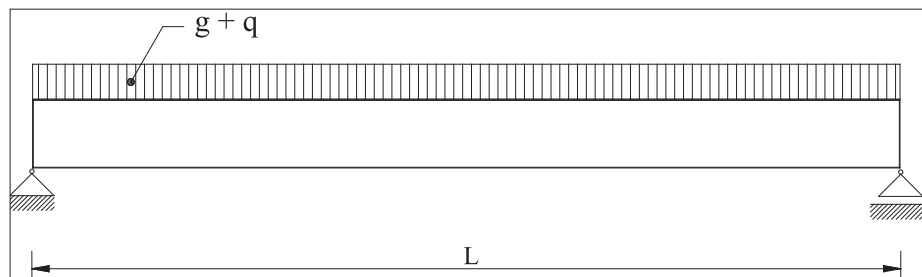
$$\max P_{SUS} = P_E + N \cdot (-C_{GW} \cdot f_{CFEFk} \cdot \rho_k \cdot V_k) \quad (2)$$

Namenska funkcija je bila razvita za tri različne materiale. C_{GW} (€/kg CO₂ eq.) je strošek globalnega segrevanja 0,116 €/kg CO₂ eq. (EVR, 2018), ρ_k (kg/m³) in V_k (m³) sta gostota in prostornina za pripadajoči material ter f_{CFEFk} je faktor emisij ogljičnega odtisa za ($k \in K$; armiranobetonski nosilec, jekleni nosilec in leseni nosilec). Pripomniti velja, da omenjeni strošek globalnega segrevanja 0,116 €/kg CO₂ eq. predstavlja eno od možnih ocen tega stroška, ki se z leti spreminja. Faktor emisij ogljičnega odtisa, ki smo ga uporabili v raziskavi, znaša za beton 0,11–0,16 kg CO₂ eq./kg (odvisno od tlačne trdnosti betona), za armaturne palice 2,43 kg CO₂ eq./kg, za konstrukcijsko jeklo 1,72 kg CO₂ eq./kg ter za les 0,69 kg CO₂ eq./kg. Omenjeni faktorji emisij ogljičnega odtisa so dobljeni iz reference (EVR, 2018).

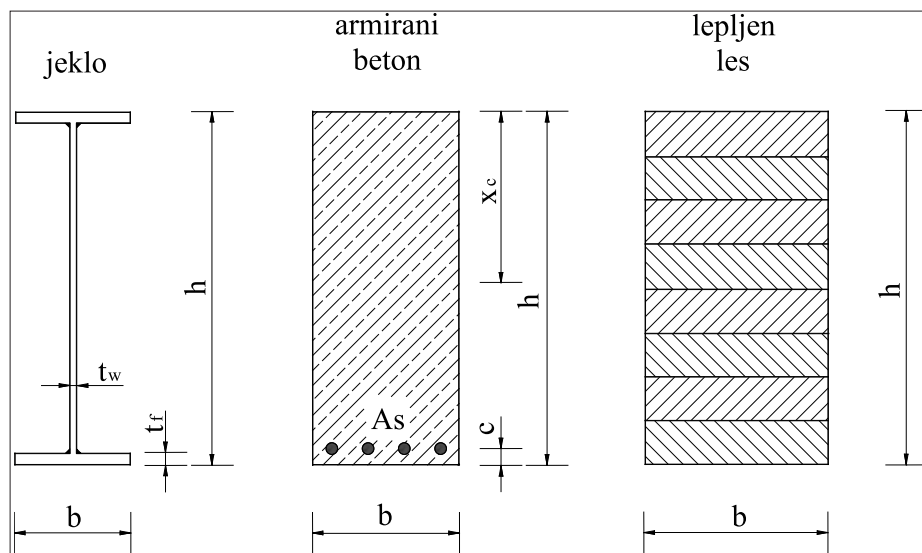
2.4 Pogoje (ne)enačbe

Namenska ekonomska funkcija in namenska trajnostna funkcija sta podvrženi pogojnim

(ne)enačbam, poznanim iz statične analize in dimenzioniranja nosilcev. Pogoje (ne)enačbe dimenzioniranja prostoležečega nosilca so definirane v skladu s standardi Evrokod 2 za armiranobetonski nosilec, Evrokod 3 za jekleni nosilec in Evrokod 5 za leseni nosilec. Zadovaljeni so vsi pogoji po mejnem stanju nosilnosti (MSN) in po mejnem stanju uporabnosti (MSU). Slika 2 prikazuje prostoležeči nosilec, obtežen z zvezno obtežbo, slika 3 pa različne alternative prečnega prereza protoležečega nosilca za tri različne materiale.



Slika 2 • Prostoležeči nosilec, obtežen z zvezno obtežbo.



Slika 3 • Prečni prerezi nosilca.

Enačba (3) prikazuje pogoj za nosilnost jeklenega nosilca na bočno zvrnitev, kjer je M_{Ed} projektni upogibni moment, $M_{b,Rd}$ je projektna upogibna nosilnost pri bočni zvrnitvi. Projektni upogibni moment izračunamo z enačbo (4), z enačbo (5) pa projektno zvezno obtežbo q_{Ed} . V enačbah predstavlja L razpon nosilca, γ_g je delni faktor za stalno obtežbo, γ_q je delni faktor za spremenljivo obtežbo, g je lastna teža nosilca in stalna obtežba ter q je spremenljiva koristna obtežba. Projektno upogibno nosilnost jeklenega nosilca pri bočni zvrnitvi prikazuje enačba (6), χ_{LT} je redukcijski faktor pri bočni zvrnitvi,

f_y je napetost tečenja jekla, W_{el} je elastični odpornostni moment prereza in γ_{M1} je delni faktor odpornosti (1,0).

$$M_{Ed} \leq M_{b,Rd}, \quad (3)$$

kjer je:

$$M_{Ed} = \frac{q_{Ed} \cdot L^2}{8}, \quad (4)$$

$$q_{Ed} = (\gamma_g \cdot g + \gamma_q \cdot q), \quad (5)$$

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \frac{W_{el} \cdot f_y}{\gamma_{M1}}. \quad (6)$$

Enačbi (7) in (9) opisujeta odpornost nosilca na strig, kjer je upoštevana nevarnost lokalnega izbočenja stojine zaradi striga. V_{Ed} je projektna strižna sila, glej enačbo (8), $V_{b,Rd}$ je projektna strižna nosilnost z upoštevanjem lokalnega izbočenja stojine, χ_w je redukcijski faktor pri izbočenju stojine, W_{el} je elastični odpornostni moment prereza okoli močnejše osi, h je višina prereza, t_f je debelina pasnice in t_w je debelina stojine prereza, glej sliko 3.

$$V_{Ed} \leq V_{b,Rd}, \quad (7)$$

kjer je:

$$V_{Ed} = \frac{q_{Ed} \cdot L}{2}, \quad (8)$$

$$V_{b,Rd,cb} = \frac{\gamma_w \cdot f_{ct} \cdot (h - 2 \cdot t_f) \cdot t_w}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{MI}} \quad (9)$$

V nadaljevanju enačbe (10)–(15) predstavljajo pogojne (ne)enačbe upogibne nosilnosti armiranobetonskega nosilca. M_{Ed} in $M_{c,Rd}$ označujeta projektni upogibni moment in upogibno nosilnost prereza armiranobetonskega nosilca, f_{ck} je karakteristična tlačna trdnost betona, b je širina prereza nosilca, glej sliko 3, h je višina prereza armiranobetonskega nosilca, c je debelina krovnega sloja betona, x_c je oddaljenost nevtralne osi od zgornjega roba betonskega nosilca, f_{sk} je karakteristična vrednost napetosti tečenja armaturnega jekla, A_s je prerez armature, γ_c je delni faktor varnosti odpornosti za beton in γ_s je delni faktor varnosti odpornosti za armaturno jeklo. Z enačbo (12) smo določili najmanjši prerez armature za omejitev širine razpok, kjer je $A_{s,min}$ najmanjši potreben prerez armature, $A_{s,max}$ je največji dovoljeni prerez armature, A_{ct} je ploščina natezne cone betona, σ_s je absolutna vrednost največje dovoljene napetosti armature takoj po nastanku razpoke, k_c je koeficient, ki upošteva razporeditev napetosti prereza neposredno pred nastankom razpok in vpliv spremembe ročice notranjih sil, k_l je koeficient, ki omogoča upoštevanje učinkov neenakomernih samouravnoteženih napetosti, ki zmanjšujejo sile zaradi preprečenih ali vsiljenih deformacij, $f_{ct,eff}$ je povprečna vrednost natezne trdnosti sodelujočega betona v času, ko je pričakovan nastanek prvih razpok, in f_{ctm} je srednja vrednost osne natezne trdnosti betona.

$$M_{Ed} \leq M_{c,Rd} \quad (10)$$

$$M_{c,Rd} = \frac{0,48 \cdot 0,85 \cdot f_{ck} \cdot b \cdot x_c^2}{\gamma_c} + \frac{A_s \cdot b \cdot (h - c - x_c) \cdot f_{sk}}{\gamma_s} \quad (11)$$

$$A_{s,min} \cdot \sigma_s = k_c \cdot k_l \cdot f_{ct,eff} \cdot A_{ct} \quad (12)$$

$$A_{s,min} \geq 0,26 \cdot f_{ctm} / f_{sk} \cdot b \cdot (h - c), \quad (13)$$

$$A_{s,min} \geq 0,0013 \cdot b \cdot (h - c), \quad (14)$$

$$A_{s,max} \leq 0,04 \cdot b \cdot h. \quad (15)$$

Strižno nosilnost armiranobetonskega nosilca prikazujejo enačbe (16)–(19), kjer je V_{Ed} projektna strižna sila in $V_{Rd,c}$ je projektna strižna odpornost prereza. σ_{cp} je tlačna napetost betona zaradi osne sile ($\sigma_{cp} = 0$), ρ_1 je stopnja armiranja z vzdolžno armaturo, A_{sl} je ploščina prereza natezne armature, ki jo je treba voditi za $(l_{bd} + d)$ preko obravnavanega prečnega prereza, l_{bd} je projektna sidrna dolžina in d je statična višina prečnega prereza.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,c} \quad (16)$$

$$V_{Rd,c} = \left(\frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right) \cdot b \cdot d, \quad (17)$$

kjer je:

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0, \quad (18)$$

$$\rho_1 = \frac{A_{sl}}{b \cdot d} \leq 0,02. \quad (19)$$

Pri lesenem nosilcu morajo biti največje normalne napetosti manjše od projektno upogibne trdnosti, glej enačbo (20). Pogoj za kontrolo lesenega nosilca na bočno zvrnitev opisujeta enačbi (21) in (22). W označuje odpornostni moment prereza okoli močnejše osi, k_{mod} je modifikacijski faktor za trajanje obtežbe in vlažnost, $f_{m,k}$ je karakteristična upogibna trdnost, γ_M je delni faktor varnosti odpornosti za lastnost materiala, $\sigma_{m,crit}$ je kritična upogibna napetost, l_{ef} je efektivna dolžina nosilca, $E_{0,05}$ je 5. centil vrednosti modula elastičnosti, b je širina prereza lepljenega lesa in h je višina prereza lepljenega lesa, glej sliko 3.

$$\frac{M_{Ed}}{W} \leq k_{mod} \frac{f_{m,k}}{\gamma_M}, \quad (20)$$

$$\sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \leq 0,75, \quad (21)$$

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{l_{ef} \cdot h} \cdot E_{0,05}. \quad (22)$$

Kontrolo lesenega prereza na strižno silo izvedemo z enačbo (23), kjer predstavlja faktor $k_{cr} = 0,67$ vrednosti za lepljeni les, medtem ko je $f_{v,d}$ projektna strižna trdnost lepljenega lesa.

$$\frac{3 \cdot V_{Ed}}{2 \cdot k_{cr} \cdot b \cdot h} \leq f_{v,d} \quad (23)$$

Neenačba (24) definira projektno tlačno napetost na kontaktni površini pravokotno na vlakna $\sigma_{C,90,d}$, kjer je $f_{C,90,d}$ projektna tlačna trdnost pravokotno na vlakna in $k_{C,90}$ je faktor, s katerim se v računu upoštevajo razporeditev obtežbe, možnost cepitve in stopnja tlačne deformacije.

$$\sigma_{C,90,d} \leq k_{C,90} \cdot f_{C,90,d} \quad (24)$$

Pogojne (ne)enačbe za mejno stanje uporabnosti so definirane z enačbami (25)–(31). Navpični upogibek jeklenega nosilca preverimo s pomočjo enačb (25)–(26), kjer je δ_{max} upogibek prostoležečega nosilca zaradi zvezne celotne obtežbe g in q , E je elastični modul jekla in I je vztrajnostni moment varjenega prereza okoli močnejše osi.

$$\delta_{max} \leq L/250, \quad (25)$$

$$\delta_{max} = \frac{5 \cdot (g+q) \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}. \quad (26)$$

Navpični upogibek armiranobetonskega nosilca določajo neenačba (25) in enačbe od (27)

do (30), kjer je δ_I upogibek armiranobetonskega nosilca zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju nerazpokanega prereza in δ_{II} je upogibek armiranobetonskega nosilca zaradi celotne obtežbe pri upoštevanju razpokanega prereza. ζ je koeficient porazdelitve, σ_{sr} je napetost v natezni armaturi razpokanega prereza pri obtežnih pogojih nastanka prvih razpok, σ_s je napetost v natezni armaturi pri razpokanem prerezu, $E_{c,eff}$ je efektivni modul elastičnosti betona, E_{cm} je sekantni modul elastičnosti betona, I_u je vztrajnostni moment prereza nerazpokanega nosilca, I_c je vztrajnostni moment prereza razpokanega armiranobetonskega nosilca.

$$\delta_{max} = \zeta \cdot \delta_{II} + (1 - \zeta) \cdot \delta_I, \quad (27)$$

$$\zeta = 1 - 0,5 \cdot (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2, \quad (28)$$

$$\delta_I = \frac{5 \cdot L^4}{384 \cdot I_u} \cdot \left(\frac{g}{E_{c,eff}} + \frac{q}{E_{cm}} \right), \quad (29)$$

$$\delta_{II} = \frac{5 \cdot L^4}{384 \cdot I_c} \cdot \left(\frac{g}{E_{c,eff}} + \frac{q}{E_{cm}} \right). \quad (30)$$

Kontrola navpičnega upogibka lesenega nosilca je izvedena z enačbama (25) in (31). E_{mean} definira povprečno vrednost modula elastičnosti, I je vztrajnostni moment lesenega prereza, k_{def} označuje deformacijski faktor, medtem ko ψ_2 predstavlja faktor za navidezno stalno vrednost spremenljivega vpliva.

$$\delta_{max} = \frac{5 \cdot L^4}{384 \cdot E_{mean} \cdot I} \cdot [(1 + k_{def}) \cdot g + (1 + k_{def} \cdot \psi_2) \cdot q]. \quad (31)$$

2.5 Logične pogojne (ne)enačbe

Z logičnimi pogojnimi (ne)enačbami računamo: diskretne nominalne vrednosti materialov d^{mat} (trdnosti jekla in betona), glej enačbi (32) in (33); standardne dimenzije d^{st} (standardne debeline jeklenih pločevin za stojino in pasnici, prereze armaturnih palic), glej enačbi (34) in (35); zaokrožene dimenzije d^{rd} (širina in višina varjenih jeklenih nosilcev, armiranobetonskih nosilcev in lepljenih lesenih nosilcev), glej enačbi (36) in (37).

$$d^{mat} = \sum_{s \in S} q_s \cdot y_s^{mat}, \quad (32)$$

$$\sum_{s \in S} y_s^{mat} = 1, \quad (33)$$

$$d^{st} = \sum_{k \in K} q_k \cdot y_k^{st}, \quad (34)$$

$$\sum_{k \in K} y_k^{st} = 1, \quad (35)$$

$$d^{rd} = \sum_{r \in R} q_r \cdot y_r^{rd}, \quad (36)$$

$$\sum_{r \in R} y_r^{rd} = 1. \quad (37)$$

3 • PRIMER OPTIMIZACIJE PROSTOLEŽEČIH NOSILCEV

V članku predstavljamo računski primer optimizacije ekonomskega dobička in trajnostnega dobička pri proizvodnji in prodaji sto enakih prostoležečih nosilcev ($N=100$) razpona 8,0 m, obremenjenih z lastno obtežbo, enakomerno zvezno stalno obtežbo $g = 15 \text{ kN/m}$ in zvezno spremenljivo obtežbo $q = 12 \text{ kN/m}$. Nosilci se lahko izdelajo v treh alternativah različnih materialov: iz jekla (varjeni I-prerez), iz armiranega betona ali iz lepljenega lesa. Nosilci se prodajajo po prodajni ceni 1600,00 €/kos. Ugotoviti moramo, katera izvedba nosilcev izkazuje največji ekonomski in trajnostni dobiček pri prodaji.

Za optimizacijo nosilcev smo uporabili razvite optimizacijske modele MINLP SSB OPT. Modeli vsebujejo ekonomsko in trajnostno namensko funkcijo, ki zajemata razliko med prodajno ceno nosilcev in stroški materiala, energije, dela ter okoljskimi stroški globalnega segrevanja. Podrobneje je ekonomska namenska funkcija opisana v člankih (Jelušič, 2017) in (Kravanja, 2017), medtem ko je trajnostna namenska funkcija prikazana v enačbi (2), glej tudi (Bogataj, 2019). Stroški materiala in dela za izdelavo nosilcev so prikazani v preglednici 1. Za matematično modeliranje smo uporabili GAMS (General Algebraic Modelling System),

(Brooke, 1988). Ker je optimizacijski problem nosilcev diskreten in nelinearen, smo optimizacijo izvedli s programom GAMS/DICOPT (Grossmann, 2002). Na ta način smo izvedli sočasno optimiranje MINLP ekonomskega ali trajnostnega dobička, diskretnih materialov, standardnih dimenzij in zaokroženih dimenzij nosilcev.

Za varjene jeklene nosilce superstrukturo tvorijo možne kombinacije: 8 standardnih debelin pločevin, posebej za stojino in pasnici (6 mm, 8 mm, 10 mm, 12 mm, 15 mm, 20 mm, 25 mm in 30 mm), 1051 zaokroženih dimenzij za širino nosilca, 1301 zaokrožena dimenzija za višino nosilca (širino in višino nosilca smo zaokroževali na 1 mm) in 3 trdnosti konstrukcijskega jekla (S235, S275 in S355).

V primeru, ko so prostoležeči nosilci armiranobetonski, superstrukturo predstavlja množica konstrukcijskih alternativ, dobljenih s kombinacijo: 101 možnost zaokroženih dimenzij za širino nosilca, 131 zaokroženih dimenzij za višino nosilca (širino in višino nosilca smo zaokroževali na 1 cm), 13 različnih standardnih prereзов armaturnih palic (za debelino armaturne palice $\Phi 28 \text{ mm}$ do $13 \cdot \Phi 28 \text{ mm}$) in 7 trdnostnih razredov betona (od C20/25 do C50/60).

Superstruktura nosilcev iz lepljenega lesa je sestavljena iz kombinacije alternativ: 101 možnost zaokroženih dimenzij za širino nosilca in 131 zaokroženih dimenzij za višino nosilca (širino in višino nosilca smo zaokroževali na 1 cm) in en trdnostni razred lesa GL24.

Skupno je definiranih 1 204 021 različnih konstrukcijskih alternativ za armiranobetonski nosilec, 262 531 392 za jekleni nosilec in 13 231 različnih konstrukcijskih alternativ za lepljeni nosilec. Ena od teh alternativ je optimalna pri izračunu največjega možnega ekonomskega dobička in ena pri določitvi največjega trajnostnega dobička.

Dobljeni rezultati optimizacije MINLP sto enakih prostoležečih nosilcev kažejo, da no-

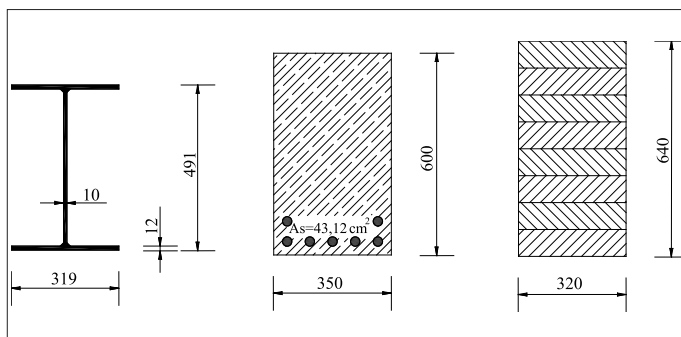
$c_{M,s}$	Cena konstrukcijskega jekla S 235 za 8 mm debelo jekleno pločevino: $c_s = 1,25 \text{ €/kg}$
$c_{M,s}$	$c_{M,s} = c_s \cdot (a_1 \cdot f_y^2 + a_2 \cdot t^2 + a_3 \cdot f_y \cdot t + a_4 \cdot f_y + a_5 \cdot t + a_6) \text{ (€/kg)}$ $a_1 = -3,7313 \times 10^{-4}$; $a_2 = -1,7170 \times 10^{-2}$; $a_3 = -4,9858 \times 10^{-4}$ $a_4 = 2,8962 \times 10^{-2}$ $a_5 = 1,2934 \times 10^{-1}$ $a_6 = 4,4147 \times 10^{-1}$ $f_y \text{ (kN/cm}^2\text{)}$; $t \text{ (cm)}$ debelina pločevine
$c_{M,c}$	Cena betona C 20/25: $c_c = 85,00 \text{ €/m}^3$
$c_{M,c}$	$c_{M,c} = c_c \cdot (k_1 \cdot f_{ck}^2 + k_2 \cdot f_{ck} + k_3) \text{ (€/kg)}$ $k_1 = -3,2220 \times 10^{-2}$; $k_2 = 4,0571 \times 10^{-1}$; $k_3 = 1,8829 \times 10^{-1}$ $f_{ck} \text{ (kN/cm}^2\text{)}$ **
$c_{M,f}$	Materialni strošek prefabriciranih opažnih plošč:
$c_{M,f}$	$c_{M,f} = c_{M,f} \cdot 1/n_{uc} \cdot A_{cs}$ $c_{M,f}$ cena prefabriciranih opažnih plošč; $c_{M,f} = 30,00 \text{ €/m}^2$ n_{uc} število ciklov uporabe opažnih plošč, od 10 do 100; $n_{uc} = 30$ A_{cs} površina opaža na nosilec
$c_{M,gl}$	Cena lepljenega lesa: $c_{M,gl} = 650 \text{ €/m}^3$
$c_{M,r}$	Cena armaturnega jekla B 500 $0,70 \text{ €/kg}$
$c_{M,e}$	Cena elektrod $1,70 \text{ €/kg}$
$c_{M,ac}$	Cena antikorozijskega zaščitnega premaza $0,85 \text{ €/m}^2$
$c_{M,fp}$	Cena protipožarnega zaščitnega premaza R 30 $9,00 \text{ €/m}^2$
$c_{M,tc}$	Cena končnega zaščitnega premaza $0,65 \text{ €/m}^2$
$c_{M,ng}$	Cena naravnega plina $0,50 \text{ €/m}^3$
$c_{M,ox}$	Cena kisika $1,60 \text{ €/m}^3$
c_p	Cena električne energije $0,10 \text{ €/kWh}$
$c_{M,imp}$	Cena impregnacije lesa $125,00 \text{ €/m}^3$
$c_{M,bz}$	Cena barve za zaščito lesa $1,0 \text{ €/m}^2$
c_L	Stroškovna urna postavka delavca $20,00 \text{ €/h}$

* napetost tečenja jekla, ** tlačna trdnost betona

Preglednica 1 • Stroški materiala in dela za izdelavo.

	Dobiček	Jeklo S 275	Armirani beton C 50/60	Les GL24h
	Ekonomske dobiček (€)	-16 678	26 577	22 195
1.	b (mm)	319	350	320
	h (mm)	491	600	640
	Trajnostni dobiček (€)	-28 733	10 658	16 181
2.	b (mm)	319	350	320
	h (mm)	491	600	640

Preglednica 2 • Optimalni rezultati prostoležečega nosilca.



Slika 4 • Optimalni prečni prerezi prostoležečega nosilca (enote v mm).

silci v armiranobetonski izvedbi prinašajo največji ekonomski dobiček v višini 26.577 €, medtem ko največji trajnostni dobiček daje izvedba nosilcev iz lepljenega lesa v višini 16.181 €, glej preglednico 2. Jekleni nosilci izkazujejo najslabša rezultata za oba na-

mena. Negativni predznak pri jeklu pove, da bi proizvodnja jeklenih nosilcev pri prodaji 1600,00 €/kos predstavljala izgubo.

Omeniti velja, da so nosilec poleg optimalnega ekonomskega in trajnostnega dobička izračunani še optimalni standardni in

zaokroženi prerezi nosilcev in najugodnejše trdnosti materialov, glej sliko 4. Dobljene optimalne dimenzije prečnih prerezov so, tako pri optimizaciji ekonomskega kakor tudi trajnostnega dobička, enake.

4 • ZAKLJUČEK

V članku je predstavljena optimizacija ekonomskega in trajnostnega dobička pri proizvodnji prostoležečih nosilcev, pri čemer hkrati izračunamo optimalni izbor materiala in dimenzije prereza. Trajnosten dobiček dobimo tako, da od ekonomskega dobička odštejemo stroške obremenjevanja okolja zaradi emisij CO₂, to

je okoljske stroške globalnega segrevanja, ki bi nastali pri proizvodnji nosilcev. Optimiranje je bilo izvedeno z mešanim celoštevilskim nelinearnim programiranjem (MINLP). Naloga optimizacije je najti najvišji možni ekonomski in trajnostni dobiček, najugodnejši material in optimalni prerez prostoležečih nosilcev. Pri

optimiranju nosilcev so bili uporabljeni dve namenski funkciji (ekonomski dobiček in trajnostni dobiček) in trije materiali za izdelavo le-teh (konstrukcijsko jeklo, armirani beton in lepljeni les). Na koncu članka je predstavljen računski primer optimizacije izdelave enakih prostoležečih nosilcev, kjer rezultati jasno kažejo, da izkazujejo armiranobetonski nosilci največji ekonomski dobiček, medtem ko leseni nosilci dajejo največji trajnostni dobiček. Izvedba nosilcev iz jekla v tem primeru generira izgubo.

5 • LITERATURA

- Alonso, C. M., Berdasco, L., Carbon footprint of sawn timber products of Castanea sativa Mill. in the north of Spain, *Journal of Cleaner Production*, 102, 127–135, 2015.
- Bogataj, M., Čuček, L., Žula, T., Kravanja, S., Kravanja, Z., Sustainable synthesis and optimization of engineering systems, High performance and optimum design of structures and materials III, Third International Conference on High performance and optimum design of structures and materials, HPSM/OPTI 2018, (WIT transactions on the built environment vol. 175), Southampton; Boston: WIT Press. cop., 185–194, 2019.
- Brooke, A., Kendrick, D., Meeraus, A., GAMS - A User's Guide, Scientific Press, Redwood City, CA, 1988.
- Camp, C. V., Huq, F., CO2 and cost optimization of reinforced concrete frames using a big bang-big crunch algorithm, *Engineering Structures*, 48, 363–372, 2013.
- Duran, M. A., Grossmann, I. E., An outer approximation method for a class of mixed-integer nonlinear programs, *Math. Program.*, 36, 307–339, 1986.
- Eurocode 2, Design of concrete structures. European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- Eurocode 3, Design of steel structures. European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- Eurocode 5, Design of timber structures. European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- EVR, The Model of the Eco-costs / Value Ratio, Delft University of Technology, www.ecocostsvalue.com/. Accessed on: 23 Mar 2018.
- Geoffrion, A. M., Generalized benders decomposition, *J. Optim. Theory*, 10, 237–262, 1972.
- Grossmann, I. E., Viswanathan, J., DICOPT - Discrete and Continuous Optimizer. Engineering Design Research Center (EDRC) at Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, 2002.
- Jelušič, P., Kravanja, S., Optimal design of timber-concrete composite floors based on the multi-parametric MINLP optimization. *Composite structures*, 179, 285–293, 2017.
- Kocis, G. R., Grossmann, I. E., Relaxation strategy for the structural optimization of process flow-sheets, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 26, 1869, 1987.
- Kravanja, S., Žula, T., Klanšek, U., Multi-parametric MINLP optimization study of a composite I beam floor system, *Engineering structures*, 130, 316–335, 2017.
- Kravanja, Z., Challenges in sustainable integrated process synthesis and the capabilities of an MINLP process synthesizer MipSyn, *Comput. chem. eng.*, 34, 1831–1848, 2010.
- Li, B., Hong, J., Liu, Z., A novel topology optimization method of welded box-beam structures motivated by low-carbon manufacturing concerns, *Journal of Cleaner Production*, 142, 2792–2803, 2017.
- Liu, S., Tao, R., Tam, C. M., Optimizing cost and CO2 emission for construction projects using particle swarm optimization, *Habitat International*, (37), 155–162, 2013.
- Tawarmalani, M., Sahinidis, N. V., Global optimization of mixed-integer non-linear programs: A theoretical and computational study, *Math. Program., Ser. A* 99, 563–591, 2004.
- Westerlund, T., Pettersson, F., An extended cutting plane method for a class of non-convex MINLP problems, *Comput. Chem. Eng.*, 22 (Suppl.), 357, 1998.
- Zaforteza, I. P., Yepes, V., Hospitaler, A., Vidoso, F.G., CO2-optimization of reinforced concrete frames by simulated annealing, *Engineering Structures*, 31, 1501–1508, 2009.
- Žula, T., Kravanja, S., Klanšek, U., MINLP optimization of a composite I beam floor system. *Steel and composite structures*, 22(5), 1163–1192, 2016.