Utjecaj uzdužne hrapavosti trake na proces hladnoga valjanja sa mazivima

Dušan Ćućija*

UDK: 621.771.016 + 621.892 + 620.191.355
ASM/SLA: F23, 1—67, 4—53, 9—71, 18—73

UVOD

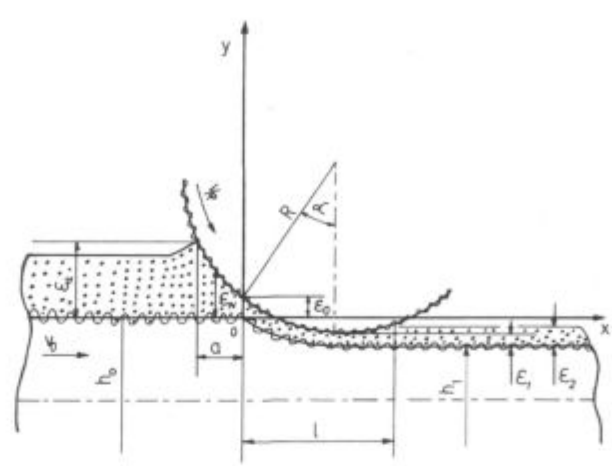
Proračun visine sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije kod hladnoga valjanja među prvima je dao T. Mizuno [1]. Uvođenjem grube ali vješto odabrane aproksimacije dobio je riješenje diferencijalne jednadžbe, koje je u nekim područjima zahvatnih kuteva davalo dobre rezultate. A. P. Grudev [2] je nešto kasnije došao do istoga rezultata i eksperimentalno utvrdio da jednadžba Mizuna-Grudeva daje dobre rezultate za zahvatne kutove $0{,}05 \leq \alpha \leq 0{,}16$ rad. Kada kut zahvata $\alpha \to 0$, jednadžba Mizuna-Grudeva [1] čini veliku grešku.

$$\varepsilon_0^M = \frac{3\mu_0\gamma\,(v_0 + v_R)}{\alpha\,(1 - e^{-\gamma P_0})} \tag{1}$$

To su otklonili autori [3] predloživši metodu linearizacije, koja je u odnosu na numeričku integraciju dala dobre rezultate za zahvatne kutove $0 \leq \alpha \leq 0{,}03$ rad. Doprinos određivanju sloja maziva kod hladnoga valjanja za zahvatne kutove $0{,}03 \leq \alpha \leq 0{,}05$ rad i slučaj glatkih površina valjaka i valjanoga materijala dat je u radu [4]. Stvorivši tako kombinirani metod za računanje visine sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije autori [5] daju riješenja diferencijalne jednadžbe koja uzima u obzir utjecaj poprečne hrapavosti trake na visinu sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije, slika 1. Odvojeno je razmatran i utjecaj visine sloja maziva na traci ispred valjaka ε_a na visinu sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije ε_0. U radu [6] promatran je utjecaj brzine valjanja na proces hladnoga valjanja sa mazivima. U ovome radu promatrati će se utjecaj uzdužne hrapavosti hladno valjane trake na ε_0. Uzima se da je hrapavost valjaka iste orijentacije kao i trake. Daljnje pretpostavke su: inercija maziva se zanemaruje, mazivo se tretira kao nestišljivo i kao newtonov fluid, uvjeti tehnološkoga procesa su izotermni, ispred ulaza u zonu deformacije pretpostavljamo laminarni tok maziva, pretpostavljamo da nema prisilnoga proklizavanja između maziva i valjaka i maziva i trake, pretpostavljamo dobru adheziju između maziva i metalnih površina te da mazivo u zoni deformacije nema većih destrukcija.

RJEŠENJA DIFERENCIJALNE JEDNADŽBE

Gibanje maziva u Descartesovom sustavu prikazano je na **slici 1** a opisuje se diferencijalnom jednadžbom



Slika 1.
Shema procesa hladnoga valjanja sa mazivima [5]
Fig. 1
The sheme of cold rolling process with greases [5]

[7, 8] koja uzima u obzir utjecaj uzdužne hrapavosti trake:

$$\frac{1}{6\mu(v_0 + v_R)} < \frac{dp}{dx} > = \frac{\varepsilon_N - \varepsilon_0}{< \varepsilon^3(x) >} \tag{2}$$

Uzimajući slijedeće aproksimacije:

$$< \varepsilon^3(x) > \approx \varepsilon_N^3 + 3\sigma^2\varepsilon_N \tag{3}$$

$$\mu = \mu_0\, e^{\gamma P} \tag{4}$$

$$\varepsilon_a >> \varepsilon_0 \tag{5}$$

$$\varepsilon_N \approx \varepsilon_0 - \alpha x + \frac{1}{2R} x^2 \tag{6}$$

i stavljajući ih u [2] dobili bi glomazna i nepraktična analitička rješenja. To se može izbjeći razvojem po σ u MacLaurinov red do zaključno kvadratnoga člana, pa slijede rješenja:

$$\alpha \to 0$$

$$\frac{32768\,A^2}{\pi^2}(\varepsilon_0^1)^7 - 256\,R\,(\varepsilon_0^1)^4 + 480 R\,\sigma^2\,(\varepsilon_0^1)^2 - 225\,R\,\sigma^4 = 0$$

$$\alpha \to \alpha^* \tag{7}$$

$$105\,AR^3\alpha^{-7} - 56\,R^2\alpha^{-4} + 160\,\sigma^2 = 0 \tag{8}$$

* Dušan Ćurčija, dipl. inž. metal., Sveučilište u Zagrebu, Metalurški fakultet, Sisak
** Originalno publicirano: ZZ 22(1988)3
*** Rokopis prejet: 1988-03-17

Koristeći rješenje dato u radu [8] mogu se rješenja diferencijalne jednadžbe [2] pregledno prikazati u **tablici 1**. Tu je zadržana određena sistematika koja je postupno razvijana u radovima [4, 5]. Istaknimo da za slučaj glatkih površina valjaka i valjanoga materijala rješenja algebarskih jednadžbi prelaze u početna rješenja.

Tablica 1. Rješenja diferencijalne jednadžbe(2)

Kut zahvata	Metod		Algebarske jednadžbe	Početna rješenja
$0 \leq \alpha < 0{,}03$	Linearizacija kroz točke $(0;\varepsilon_o^*)$ $(\alpha^*;\varepsilon_o^*)$		$\frac{32\,768\,A^2}{\pi^4}(\varepsilon_o^*)^4-256R(\varepsilon_o^*)^3+480R\sigma^2(\varepsilon_o^*)^2-225R\sigma^4=0$ $105AR^3\alpha^{*7}-56R^2\alpha^{*4}+160\sigma^2=0$ $\varepsilon_o^*=\frac{1}{2}R\alpha^{*2}$	$\varepsilon_o^*=\sqrt[3]{\frac{\pi^2R}{128A^2}}$ $\alpha^*=\sqrt[3]{\frac{8}{15RA}}$ $A=\frac{1-\exp(-\gamma P_0)}{6\mu_0\gamma(V_o+V_R)}$
$0{,}03 \leq \alpha \leq 0{,}05$	Poligonalni	α	Funkcijske vrijednosti ε_o određene rješenjem uvjetne jednadžbe(15)	
		0,03	$(\varepsilon_{o,01}+\varepsilon_{o,03})/r$	Napomena
		0,04	$(\varepsilon_{o,01}+\varepsilon_{o,03}+r\,\varepsilon_{o,02})/r^2$	ε_o^m u jednadžbi (15) je rješenje kubne jednadžbe(16), Mizuno-Orudeva
		0,05	$[\varepsilon_{o,01}+\varepsilon_{o,03}+r\,\varepsilon_{o,02}+r(\varepsilon_{o,01}+\varepsilon_{o,02})]/r^3$	
			$r^3\varepsilon_o^m-r(\varepsilon_{o,01}+2\varepsilon_{o,02})-(\varepsilon_{o,01}+\varepsilon_{o,02})=0$ (15)	$2<r<3$
$\alpha > 0{,}05$	Mizuno-Orudeva		$4\alpha A(\varepsilon_o^*)^3-2(\varepsilon_o^*)^2+\sigma^2=0$ (16) $\sigma^2=\sigma^2(v)+\sigma^2(t)$	$\varepsilon_o^*=\frac{1}{2A\alpha}$

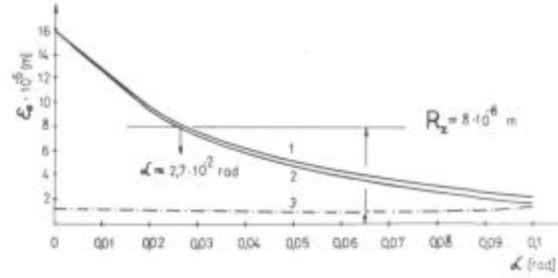
DISKUSIJA REZULTATA

Hrapavost površina pokorava se jednom od zakona raspodijele, najčešće normalnom zakonu raspodijele. Preko disperzije slučajne veličine σ postiže se veza sa oznakama hrapavosti koja po GOST-u iznosi:

$$R_g=\sigma \qquad R_g=(1{,}1-1{,}2)\,R_a \qquad R_z\approx 6\,R_g$$

Diskusiju je najbolje popratiti primjerom. Neka su uvijeti tehnološkog procesa hladnoga valjanja sa mazivima slijedeći:

$$P_0=20\cdot 10^6\ \text{Pa},\ \mu_0=0{,}024\ \text{PaS},\ \gamma=0{,}218\cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{N},$$
$$R=0{,}2\ \text{m},\quad v_R=10\ \text{m/s},\quad v_0=0{,}6\ v_R,\quad R_z=8\cdot 10^{-6}\ \text{m},$$
$$\varepsilon_a>>\varepsilon_0 \tag{9}$$



Slika 2.

Ovisnost debljine sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije o zahvatnom kutu

1. $R_z=0$ $(r=2{,}775)$
2. $R_z=8\cdot 10^{-6}$ m $(r=2{,}814)$
3. druga generacija pozitivnih korijena algebarskih jednadžbi

Fig. 2

Dependence of grease layer height at inlet section of the deformation zone on gripping angle α

1. $R_z=0$ $(r=2{,}775)$
2. $R_z=8\cdot 10^{-6}$ m $(r=2{,}814)$
3. The second generation of positive roots of the algebraic equations

Na **slici 2** predstavljena je ovisnost ε_0 u funkciji zahvatnoga kuta. Krivulji 1 odgovaraju glatke površine valjaka i valjanoga materijala a krivulji 2 uzdužna hrapavost valjanoga materijala. Krivulja 3 predstavlja drugu generaciju pozitivnih korijena algebarskih jednadžbi. Ona se može odrediti po Decartesovom pravilu i Sturmovu teoremu. Algebarska jednadžba po ε_0^1 može imati sedam korijena. Nas interesiraju pozitivni korijeni u zatvorenom intervalu $0\leq\varepsilon_0^1\leq 15{,}863\ 10^{-6}$, to jest rješenja koja leže ispod krivulje 1. Iznad krivulje 1 nema realnih rješenja. Po Decartesovom pravilu nalazimo da je broj promijena predznaka u slogu koeficijenata polinoma $P(\varepsilon_0^1)$ tri. To znači da algebarska jednadžba može imati: jedan, tri ili pet pozitivnih korijena. Broj pozitivnih korijena odredit ćemo po Sturmovu teoremu i u **tablici 2** formiran je red Sturmovih funkcija po ε_0^1.

Tablica 2: *Sturmove funkcije po ε_0^1*

$$P(\varepsilon_0^1)=1{,}283\cdot 10^{16}(\varepsilon_0^1)^7-51{,}20(\varepsilon_0^1)^4+1{,}707\ 10^{-10}(\varepsilon_0^1)^2-1{,}422\ 10^{-22}$$
$$\frac{dP(\varepsilon_0^1)}{d(\varepsilon_0^1)}=8{,}981\ 10^{16}(\varepsilon_0^1)^6-204{,}8(\varepsilon_0^1)^3+3{,}414\ 10^{-10}(\varepsilon_0^1)$$
$$P_1(\varepsilon_0^1)=21{,}943(\varepsilon_0^1)^4-1{,}219\ 10^{-10}(\varepsilon_0^1)^2+1{,}422\ 10^{-22}$$
$$P_2(\varepsilon_0^1)=204{,}8(\varepsilon_0^1)^3-2{,}190\ 10^{-6}(\varepsilon_0^1)^2-3{,}414\ 10^{-10}(\varepsilon_0^1)+3{,}233\ 10^{-18}$$
$$P_3(\varepsilon_0^1)=8{,}534\ 10^{-11}(\varepsilon_0^1)^2-4{,}460\ 10^{-20}(\varepsilon_0^1)-1{,}422\ 10^{-22}$$
$$P_4(\varepsilon_0^1)=1{,}089\ 10^{-15}(\varepsilon_0^1)+2{,}379\ 10^{-19}$$
$$P_5(\varepsilon_0^1)=4{,}073\ 10^{-18}$$

Uvrštavajući u Sturmove funkcije vrijednosti: $\varepsilon_0^1=0$ slijede tri promijene predznaka $[-0++-++]$ a za $\varepsilon_0^1=15{,}863\ 10^{-6}$ nula promijena predznaka. U traženom intervalu algebarska jednadžba ima tri pozitivna korijena koji glase:
$(\varepsilon_0^1)_1=15{,}790\ 10^{-6}$, $(\varepsilon_0^1)_2=1{,}313\ 10^{-6}$, $(\varepsilon_0^1)_3=1{,}271\ 10^{-6}$. Slično se dokazuje po Sturmovu teoremu da je broj pozitivnih korijena po α^* dva i po ε_0^M također dva. Druga generacija pozitivnih korijena suprotna je fizičkoj slici procesa. Prema **slici 2** vidimo da uzdužna hrapavost trake smanjuje visinu sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije u odnosu na glatke površine valjaka i valjanoga materijala. Matematički je taj efekat slabo izražen što se slaže i sa eksperimentalnim mjerenjem [9, str. 40]. Nadalje možemo zaključiti da za sve uslove tehnološkoga procesa ne bi imali hidrodinamičko trenje u području svih zahvatnih kuteva.

Već za $\alpha>2{,}7\ 10^{-2}$ rad, visina sloja maziva ε_0 manja je od hrapavosti površina. Ako bi se tehnološki proces odvijao u području zahvatnoga kuta $\alpha=0{,}06$ rad tada bi morali povećati ε_0. Ako nismo u mogućnosti tražiti druga svojstva maziva, potrebno je povećati brzinu valjanja sa $v_R=10$ m/s na $v_R=21{,}550$ m/s. Tada bi $\varepsilon_0=R_z$ i bili bi u području graničnoga trenja kada debljina mazivoga filma teži monomolekularnom sloju, iako se preko formule (16) može postaviti uvijet i na »suho« trenje:

$$\left(-\frac{1}{216\,\alpha^3 A^3}+\frac{\sigma^2}{8\,\alpha A}\right)^2=\left(\frac{1}{36\,\alpha^2 A^2}\right)^3 \tag{10}$$

dakle se dobiva:

$$R_z^{Gr}=2\sqrt{6}/3\,\alpha A \tag{11}$$

Jednadžba Mizuna-Grudeva pokriva područja zahvatnih kuteva $\alpha \geq 0{,}05$ rad. Potrebno je za svaki novi kut zahvata tražiti njezina riješenja. Da se taj proračun olakša može se primjeniti Lagrangeeov diferencijalni teorem koji u konačnom obliku glasi:

$$\alpha_{i+1}=\frac{\lambda[3\,\sigma^2-2\,\varepsilon_m^2]}{4\,A\varepsilon_m^4}+\alpha_i \tag{12}$$

gdje je:

$$\lambda=\varepsilon_i-\varepsilon_{i+1};\ \varepsilon_m=(\varepsilon_i+\varepsilon_{i+1})/2$$

Kako se zbog uvjetne jednadžbe (15) u poligonalnoj metodi uvijek traži rješenje kubne jednadžbe (16) za $\alpha=0{,}05$ rad, to je u (12) $\alpha_i=0{,}05$ rad, za ε_i pripadno rješenje kubne jednadžbe.

Uzmimo $\varepsilon_i=4{,}899\ 10^{-6}$ m a to je riješenje kubne jednadžbe (16) za $\alpha_i=0{,}05$ rad, pri $R_z=8\cdot10^{-6}$ m, i neka je korak $\lambda=-0{,}5\ 10^{-6}$ m.

Pomoću jednadžbe (12) dolazimo do $\varepsilon_0^M=1{,}899\ 10^{-6}$ za $\alpha=10{,}130\ 10^{-2}$ rad. Kubna jednadžba (16) daje za $\alpha=10{,}130\ 10^{-2}$ rad, $\varepsilon_0^M=1{,}879\ 10^{-6}$ m. Od polaznoga α_i udaljili smo se 0,05 rad a da je pri tome greška formule (12) u odnosu na riješenje kubne jednadžbe (16) samo 1 %. Ako bi uzeli još manji korak λ i greška bi bila još manja. Odavde možemo zaključiti da se Lagrangeeov diferencijalni teorem može uspiješno primjeniti za riješavanje kubne jednadžbe (16) u području zahvatnih kutova $\alpha>0{,}05$ rad, uz poznavanje riješenja za $\alpha=0{,}05$ rad. Može se primjeniti i Newtonov metod koji u prvoj aproksimaciji daje:

$$(\varepsilon_0^M)_N=\varepsilon_0^M\left[1-\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0^M}\right)^2\right] \tag{13}$$

PRIMIJENA INTERPOLACIJSKIH POLINOMA

Prema **tablici 1** vidljivo je da u pojedinim područjima zahvatnih kuteva koristimo više metoda za proračun ε_0. Praktični interes predstavlja iskazivanje funkcijske ovisnosti $\varepsilon_0=\varepsilon_0(\alpha)$ i $\varepsilon_0=\varepsilon_0(v_R)$ u širem intervalu nezavisno promijenljive veličine (α ili v_R). Dobiveni proračuni ε_0 po **tablici 1** mogu se tada objediniti interpolacijskim polinomom čiji stupanj ovisi o točnosti koju postavljamo na proračun ε_0 (uzimanjem širih ili užih intervala) te mogućnostima variranja tehnoloških parametara (brzinu valjanja moći ćemo varirati u širem intevalu nego zahvatni kut). Postoje brojne matematičke mogućnosti određivanja koeficijenata interpolacijskih polinoma od kojih je jedna predstavljena u **tablici 3** za ekvidistantne točke. Tu su definirane derivacije u polaznoj točki do zaključno petoga stupnja polinoma. Ako je polazna točka $(0;\ \varepsilon_0^I)$ ili $(0;\ 0)$ izračunate derivacije se direktno uvrštavaju u Mac-Laurinov red, za druge slučajeve u Taylorov red. Taylorov red može se zaobići integracijom na polaznu točku, odakle se određuju konstante integracije [10]. Popratimo to konkretnim primjerom. Neka je tehnološki proces određen sa: $A=8{,}550\ 10^5\ m^{-1}$, $R=0{,}1$ m, $\varepsilon_a>>\varepsilon_0$, $R_z\approx0$. Prema **tablici 1** izračunat je ε_0 za ekvidistantne točke, pa tablica razlike izgleda ovako:

α	ε_0	$\Delta\varepsilon_0$	$\Delta^2\varepsilon_0$	$\Delta^3\varepsilon_0$	$\Delta^4\varepsilon_0$
0	$21{,}931\ 10^{-6}$	$-5{,}419\ 10^{-6}$	$5{,}5\ 10^{-7}$	$1{,}381\ 10^{-6}$	$-2{,}221\ 10^{-6}$
0,02	$16{,}512\ 10^{-6}$	$-4{,}869\ 10^{-6}$	$1{,}931\ 10^{-6}$	$-8{,}4\ 10^{-7}$	
0,04	$11{,}643\ 10^{-6}$	$-2{,}938\ 10^{-6}$	$1{,}091\ 10^{-6}$		
0,06	$8{,}705\ 10^{-6}$	$-1{,}847\ 10^{-6}$			
0,08	$6{,}858\ 10^{-6}$				

Tablica 3: *Derivacije algebarskih polinoma u polaznoj točki*

Stupanj polinoma

Prvi Drugi Treći Četvrti Peti

$$y^I=\frac{1}{\Delta x}\left(\Delta y_1-\frac{1}{2}\Delta^2y_1+\frac{1}{3}\Delta^3y_1-\frac{1}{4}\Delta^4y_1+\frac{1}{5}\Delta^5y_1\right)$$

$$y^{II}=\frac{1}{(\Delta x)^2}\left(\Delta^2y_1-\Delta^3y_1+\frac{11}{12}\Delta^4y_1-\frac{5}{6}\Delta^5y_1\right)$$

$$y^{III}=\frac{1}{(\Delta x)^3}\left(\Delta^3y_1-\frac{3}{2}\Delta^4y_1+\frac{7}{4}\Delta^5y_1\right)$$

$$y^{IV}=\frac{1}{(\Delta x)^4}\left(\Delta^4y_1-2\,\Delta^5y_1\right)$$

$$y^{V}=\frac{1}{(\Delta x)^5}\Delta^5y_1$$

Prema **tablici 3** derivacije u polaznoj točki su:

$\varepsilon_0^I=-2{,}3392\ 10^{-4}$, $\varepsilon_0^{II}=-7{,}167\ 10^{-3}$, $\varepsilon_0^{III}=5{,}8906\ 10^{-1}$, $\varepsilon_0^{IV}=-13{,}881$

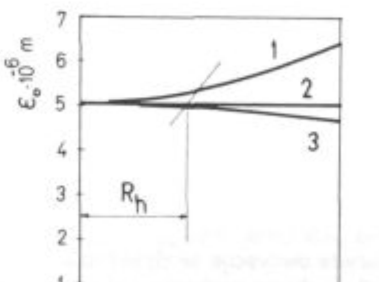
što uvrštenjem u Mac-Laurinov red daje polinom četvrtoga stupnja:

$$\varepsilon_0 = 21{,}931\ 10^{-6} - 2{,}3392\ 10^{-4}\ \alpha - (7{,}167\ 10^{-3}/2)\alpha^2 + \\ + (5{,}8906\ 10^{-1}/6)\ \alpha^3 - (13{,}881/24)\ \alpha^4 \qquad (14)$$

Vidimo da je na jednostavan način zaobiđen sistem od pet linearnih jednadžbi ili determinanta petoga reda. Pa ipak ovaj primjer primjene obično se ne susreće u literaturi koja tretira to područje [11, 12].

PRAKTIČNI INTERES DOBIVENIH REZULTATA

Uzmimo iste uslove primijera kao za **sliku 2** a koji su definirani izrazom (9). Napravimo komparaciju između riješenja za poprečnu hrapavost, datih u radu (5) i riješenja za uzdužnu hrapavost datih u ovome radu. Analitička riješenja na **slici 3** daju tri krivulje. Vidimo da za isti R_z poprečna hrapavost ima daleko veći utjecaj na ε_0 nego



Slika 3.

Utjecaj hrapavosti površine trake na ε_0 za $\alpha = 0{,}05$ rad
1. poprečna hrapavost
2. glatke površine ($R_z = 0$)
3. uzdužna hrapavost

Fig. 3

Influence of the roughness strip on ε_0 for $\alpha = 0{,}05$ rad
1. transverse roughness
2. smooth surface ($R_z = 0$)
3. longitudinal roughness

uzdužna hrapavost. Sa R_h označeno je područje na **slici 3** koje osigurava režim hidrodinamičkog trenja. Poprečna hrapavost hidrodinamičko trenje pomijera u desno, jer povećava ε_0 u odnosu na glatke površine valjaka i valjanoga materijala, što je na **slici 3** istaknuto kosom crtom. Odavde slijedi praktični interes da ćemo na traku koja ima veliku otpornost prema deformaciji nanositi poprečnu hrapavost. Nadalje se može utjecati i na stabilnost procesa kontinuirano hladno valjane trake na spojnim mjestima koja se zavaruju. Ako var ima veću otpornost deformaciji od trake tada ćemo na njega nanositi poprečnu hrapavost koja će povećati visinu sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije. Tako ćemo sniziti koeficijent trenja i samim tim isključiti neželjeni skok pritiska metala na valjke zbog razlike u otpornosti prema deformaciji između vara i trake.

Logično u obrnutom slučaju, ako var na spojnim mjestima trake ima manju otpornost prema deformaciji od trake, na njega ćemo nanositi uzdužnu hrapavost. Na ovu mogućnost skrenuta je pažnja i u radu (13).

ZAKLJUČAK

Primijena maziva u plastičnoj deformaciji metala predstavlja najveću intenzifikaciju u metalnoj produkciji, posebno u procesima hladnog oblikovanja metala. Brojni su efekti koji se postižu primjenom maziva a neki su još nedovoljno istraženi i objašnjeni. Proces trenja neposredno određuje stanje i kvalitet obrađenih površina na instrumentima gdje veliki utjecaj imaju upravo maziva. Da bi u zoni deformacije mogli odrediti vrstu trenja potrebno je pronaći matematički put za proračun debljine mazivoga filma.

U radu je analiziran utjecaj uzdužne hrapavosti hladno valjane trake (hrapavost valjaka je iste orijentacije kao i trake) na proces hladnoga valjanja sa mazivima. Uzdužna hrapavost trake smanjuje visinu sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije u odnosu na glatke površine valjaka i valjanoga materijala. Međutim taj efekt nije tako izražen kao kod poprečne hrapavosti koja u znatno većoj mjeri povećava visinu sloja maziva na ulaznom presijeku zone deformacije za isti R_z. Data riješenja mogu se kombinirati sa riješenjima za poprečnu hrapavost pa se mogu obuhvatiti i složeni proračuni visine mazivoga filma: naprimjer za uzdužnu hrapavost trake i uzdužnu hrapavost valjaka. U tome kontekstu posebno mjesto zauzima proračun mazivoga filma za glatke površine valjaka i valjanoga materijala na što je autor ukazao djelomično i u radu (6).

Trenje koje je u plastičnoj deformaciji metala jedino poželjno kod procesa valjanja donekle i ograničava primijenu maziva u tehnološkom procesu i zahtijeva rafinirani pristup ovoj problematici. U tome kontekstu i mehanika fluida nalazi primijenu preko poznatih diferencijalnih jednadžbi O. Reynoldsa u koje se ugrađuju parametri hrapavosti.

Povratni tok maziva na ulaznom presijeku zone deformacije ovdje nije razmatran, on je u principu nepoželjan i ne može se izbjeći. Njegova pozitivna strana vezana je za emulzije, jer uzrokuje turbolenciju u području $(-a;\ 0)$, **slika 1** što je za emulzije poželjno, naročito ako ne dodajemo ili ne uspijevamo pronaći dobre površinski aktivne tvari što je već područje koloidne kemije.

Dokazano je preko Sturmovog teorema da algebarske jednadžbe od više riješenja imaju samo jedno koje odgovara fizičkoj slici procesa. Data je i primijena Lagrangeovog diferencijalnog teorema te neke olakšice kod određivanja koeficijenata interpolacijskih polinoma.

POPIS SIMBOLA

1. < > — operator matematičkoga očekivanja
2. μ i μ_0 — dinamička viskoznost maziva ovisna o pritisku [Pa·s]
3. γ — piezokoeficijent viskoznosti [m^2/N]
4. v_0 i v_R — brzina trake i brzina valjanja [m/s]
5. $\varepsilon(x) = \varepsilon_N + [\sigma_v(x) + \sigma_t(x)]$ — visina sloja maziva u području $[-a : 0]$ [m]
6. $\varepsilon_N = \varepsilon_0 + R[\cos\alpha - \sqrt{1 - (\sin\alpha - x/R)^2} \approx \varepsilon_0 - \alpha x + \frac{1}{2R} x^2$ — nominalna debljina sloja maziva
7. $\sigma_v(x) + \sigma_t(x)$ — slučajna debljina maziva uslovljena hrapavosti valjaka i trake.
8. ε_0 — debljina maziva na ulaznom presijeku zone deformacije [m]
9. ε_a — debljina sloja maziva na traci ispred valjaka [m]
10. ε_1 i ε_2 — debljina maziva u području maksimalnog pritiska valjaka i na izlazu iz zone deformacije [m]
11. ε_0^1; ε_0^M; ε_0^*; $\varepsilon_{0.01}$ i $\varepsilon_{0.02}$ — debljina sloja maziva kada $\alpha \rightarrow 0$, po formuli Mizuna-Grudeva, karakteristična debljina koja sa α^* omogućava linearizaciju, i debljina za zahvatne kuteve $\alpha = 0{,}01$ i $\alpha = 0{,}02$ rad

12. R i r — radijus valjaka i koeficijent poligonalne metode

13. h_0 i h_1 — debljina trake prije i poslije deformacije [m]

14. α i α^* — kut zahvata i karakteristični kut vezan uz ε_0^* [rad]

15. $a = \sqrt{(\alpha R)^2 + 2R(\varepsilon_a - \varepsilon_0)} - \alpha R$ — dužina mazivog klina (slika 1) [m]

16. R_q, R_z, R_a — oznake hrapavosti površina

17. λ — korak u jednadžbi (12) $|\lambda| \approx 0{,}5 \cdot 10^{-6}$

18. A — tehnološki parametar $[m^{-1}]$

19. σ^2 — disperzija slučajne veličine

20. $P(\varepsilon_0^1)$ — red Sturmovih funkcija polinoma

21. $(\varepsilon_0^M)_N$ — približno riješenje kubne jednadžbe po Newtonovom metodu

22. R_z^{Gr} — teorijska hrapavost trake koja bi visinu mazivoga filma svela ispod monomolekularnog sloja, isključivši mazivo kao treće tijelo približavajući trenje »suhome«

23. p i p_0 — atmosferski pritisak i pritisak valjaka na traku [Pa]

24. x i y — koordinate Decartesovog sustava

25. dp/dx — gradijent pritiska u mazivom sloju uzduž osi x

26. i — oznaka za red prirodnih brojeva

LITERATURA

1. Mizuno T., Japon J. Soc. Techn. Plast 7(1966)66, 383—389.

2. Grudev A. P., Maksimenko O. P., Elementi gidrodinamičeskoj teorija smazki pri prokatke, Izvestija Černaja Metallurgija 14(1971)7, 105—109.

3. Meleško V. I., Mazur V. L., Timošenko V. I., Postuplenie smazki v očag deformacii pri prokatke, Izvestija Černaja Metallurgija 16(1973)10, 92—96.

4. Ćurčija D., Mamuzić I., Doprinos određivanja sloja maziva kod hladnog valjanja, Tehnika-RGM 32(1981)10, 1459—1462.

5. Ćurčija D., Mamuzić I., Utjecajni faktori na sloj maziva kod hladnog valjanja, Tehnika-RGM, 34(1983)8, 1075—1078.

6. Ćurčija D., Utjecaj brzine valjanja na proces hladnoga valjanja sa mazivima, Železarski Zbornik 21(1987)3, 131—136.

7. Christensen H., Wear 17(1971)2, 149—162.

8. Mazur V. L., Timošenko V. I., Varivoda I. E., Vlijanie mikroreljefa valkov i polosii na postuplenie smazki v očag deformacii pri prokatke, Soobšćenie 2. Izvestija Černaja Metallurgija 20(1977)12, 72—76.

9. Grudev A. P., Tilik V. T., Tehnologičeskie smazki v prokatnom proizvodstve, Metallurgija, Moskva 1975.

10. Ćurčija D., Hladno valjanje sa mazivima, Diplomski rad, Metalurški fakultet Sisak 1986.

11. Bertolino M., Numerička analiza, Naučna knjiga, Beograd 1977.

12. Salvadori M., Baron M., Numerical Methods in Engineering, Prentice-Hall, 1961.

13. Mazur V. L., Timošenko V. I., Varivoda I. E., Effekti šerohovatosti valkov i polosii pri prokatke so smazkoj, Izvestija Černaja Metallurgija 23(1980)9, 81—85.

ZUSAMMENFASSUNG

Lösungen für die Berechnung der Höhe des Schmierfilmes am Eintrittsquerschnit der Verformungszone beim Kaltwalzverfahren werden gegeben. Es ist festgestellt worden, dass die Längsrauhigkeit am Band die Höhe des Schmiermittelfilmes im Vergleich zu den glatten Oberflächen der Walzen und des gewalzten Werkstoffes verringert. Jedoch ist diese Wirkung schlecht ausgedrückt. Lösungen werden gegeben für einen laminären Schmiermittelfluss, für isotherme Verfahrensbedingungen, nichtzusammendrückbare und Newton Flüssigkeiten. Oberflächenerscheinungen an der Grenze fester Körper — Flüssigkeit sind nicht bearbeitet worden. Auch einige mathematische Erleichterungen bei der Berechnung werden gegeben.

SUMMARY

The equations to calculate the thickness of lubricant layer at the inlet cross section of the deformation zone in the cold rolling process are given. It was found that the longitudinal roughness of the strip reduces the thickness of the lubricant layer compared to that for the smooth surfaces of rolls and of rolled material. However, this effect is not pronounced. Solutions are presented for the laminar flow of lubricant, for isothermal conditions of technologic process, and for uncompressible and Newtonian fluids. The surface phenomena at the solid-liquid boundary are not taken in account. Also some mathematical simplifications in calculations are presented.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Поданы решения для высчитывания высоты смазочной плёнки на входном сечении зоны деформации при процессе холодной прокатки. Определено, что продольная шероховатость ленты уменьшает высоту смазочной плёнки в отношении на глаткие поверхности валков и прокатного материала, хотя этот эффект недостаточно выражен. Решения поданы: для ламинарный поток смази, изотермические условия технологического процесса, для несжимаемые плёнки и для плёнки Ньютона.

В статье представлены некоторые математические облегчения при выполнении расчёта. Нерассмотрены же поверхностные явления на границе жесткое тело — жидкость.