

Ker ni nobene povezave med vozliščem iz množice D in vozliščem iz množice L , mora iskana usmerjena pot od vozlišča $(3, 3)$ do vozlišča $(0, 0)$, ki bo predstavljala rešitev naloge, nujno vsebovati vozlišče iz množice S . Če bi se v vozlišče $(2, 2)$ premaknili iz vozlišča $(3, 3)$ ali $(3, 2)$, se moramo v naslednjem koraku premakniti v vozlišče $(3, 2)$ ali $(3, 3)$. Tako hitro vidimo, da mora iskani usmerjeni sprehod po tem, ko zapusti vozlišča iz D , nujno iti preko vozlišča $(1, 1)$, edini možni način za to pa je preko vozlišča $(3, 1)$. Edini možni način, da iz $(1, 1)$ pridemo do nekega vozlišča iz L , je, da se iz $(1, 1)$ premaknemo v $(2, 2)$ in nato v $(0, 2)$. Tako bo iskani usmerjeni sprehod zagotovo vseboval zaporedje $(3, 1)(1, 1)(2, 2)(0, 2)$. Od $(3, 3)$ do $(3, 1)$ je možno priti na dva različna načina: preko zaporedja $(3, 3)(3, 1)(3, 2)(3, 0)(3, 1)$ ali $(3, 3)(2, 2)(3, 2)(3, 0)(3, 1)$. Prav tako obstajata le dva različna načina, kako iz vozlišča $(0, 2)$ doseči vozlišče $(0, 0)$. Tako ugotovimo, da obstajajo natanko štiri različne rešitve uganke. Eno od rešitev smo že videli na sliki 5, preostale prikazuje slika 6. Vse štiri rešitve zahtevajo 11 voženj čolna.

Nalogi, ki smo si ju ogledali, najdemo tudi na spletni strani www.nauk.si/materials/418/out/index.html#state=1, kjer je še več zanimivih ugank. Morda koga zamika, da se s pomočjo teorije grafov loti še katere.

Literatura

- [1] River crossing puzzle, dostopno na en.wikipedia.org/wiki/River_crossing_puzzle.
- [2] Fox, goose and bag of beans puzzle, dostopno na en.wikipedia.org/wiki/Fox,_goose_and_bag_of_beans_puzzle.
- [3] Prečkanje reke, dostopno na www.nauk.si/materials/418/out/index.html#state=1.
- [4] Robert Fraley, Kenneth L. Cooke in Peter Detrick, *Graphical Solution of Difficult Crossing Puzzles*, Mathematics Magazine, **39** (1966), 151–157, dostopno na https://www.jstor.org/stable/2689307?seq=1#metadata_info_tab_contents.

× × ×

Naloge na Plemljevi maturi

↓↓↓

MARKO RAZPET

→ Akademik prof. dr. Josip Plemelj (1873–1967), svetovno znani matematik, prvi rektor ljubljanske univerze, je obiskoval osemrazredno klasično gimnazijo v Ljubljani in na njej uspešno maturiral v šolskem letu 1893/94. Pot do njegove mature pa ni bila gladka, ker se v zadnji razred zaradi incidenta (podrobnosti so opisane v [3]) ni mogel vpisati. Kot privatist je opravljal izpite za prvo polletje osmega razreda na gimnaziji v Novem mestu, za drugo polletje pa na gimnaziji v Ljubljani, kjer je tudi maturiral.

Gimnazije so na koncu šolskega leta objavile poročilo o svojem delu. Letna poročila ljubljanske klasične gimnazije, ki jo je obiskoval Plemelj, so bila tiskana, napisana pa so bila v nemščini. V poročilih so bili objavljeni sezname profesorjev in dijakov po razredih, seznamih vsebin predmetov, potrebnih učbenikov, učil, poljudnih predavanj, šolska statistika, pa tudi maturitetne naloge. Na začetku poročil je bil daljši znanstveni prispevek kakega profesorja, v poročilu za šolsko leto 1894/95 npr. o lomu svetlobe v Zemljini atmosferi z upoštevanjem spremenljivega lomnega količnika avtorja Matevža Voduška.

Kot je razvidno iz letnih poročil [1, 2] ljubljanske gimnazije, so potekali pisni maturitetni izpiti v polnem letnem roku od 11. do 16. junija, ustni izpiti pa so se začeli 9. julija in končali 14. julija 1894. Za ta





rok je bilo prijavljenih 41 rednih dijakov, en privatist osmega razreda in trije eksternisti. Privatist ni bil nihče drug kot Josip Plemelj, eksternisti pa so bili dijaki iz drugih šol.

Da si bomo bolje predstavljali takratno maturo, zlasti njen matematični del, navajamo teme pri pisnih izpitih: prevod iz nemščine v latinščino, prevod iz latinščine v nemščino, prevod iz grščine v nemščino, nemški prosti spis, prosti spis iz zgodovine slovenskega jezika za dijake, ki so obiskovali obvezni pouk slovenščine, in spis na temo izbrane starogrške drame. Naloge iz matematike, napisane v nemščini, pa so bile:

1. Nekdo vplača na banki 16 000 gld, nato pa 10 let prejema dekurzivno rento v višini 2 000 gld. Koliko ima po tem času še na računu in koliko časa mora čakati, da mu znesek spet naraste na prvotnih 16 000 gld? Vselej se računa z letno obrestno mero 4,5 %.

2. Pokončna piramida ima stranski rob $s = 1,4$ m in za osnovno ploskev trikotnik s stranico $a = 0,7$ m, kateri je nasproten kot $\alpha = 57^\circ 54' 44''$, preostali stranici pa sta v razmerju 4 : 3. Kako velik je polmer krogle, ki ima enako prostornino kot piramida?

3. Skozi gorišče parabole $16x^2 - 24xy + 9y^2 + 50x - 100y + 50 = 0$ poteka tetiva, ki je vzporedna tangenti skozi krajišče parametra. Poišči enačbo nosilke tetive in ploščino odseka, ki ga ta tetiva odreže od parabole.

Opombe. Matematike je bilo povprečno tri ure tedensko v vseh razredih. Uporabljali so Močnikove in Hočevarjeve učbenike.

1. Goldinar (gld) je bila stara avstrijska denarna enota. Leta 1892 so uvedli krone (K) in je veljalo 1 gld = 2 K. Dekurzivno rento se izplačuje ob koncu leta. Verjetno je v nalogi mišljeno, da je bil znesek 16 000 gld vplačan na začetku leta.

2. Pokončna tristrana piramida ima vse tri stranske robove enako dolge, tako da je pravokotna projekcija njenega vrha na osnovno ploskev v središču njej očrtanega kroga.

3. Od 5. do 8. razreda so pri geometriji in algebi uporabljali Močnikova učbenika. Učbenik za geometrijo med drugim obravnava tudi zasuk koordinatnega sistema in krivulje drugega reda, zato naloga ne bi smela delati težav. *Parameter* parabole je v Močnikovem učbeniku tista njena tetiva, ki je pravokotna na os parabole in poteka skozi njeno gorišče.

Nalogo je najlažje rešiti z zasukom in vzporednim premikom koordinatnega sistema, da s tem parabolo prevedemo na kanonsko obliko.

Dijak Josip Plemelj je maturo brez težav opravil, se vpisal na dunajsko univerzo, kjer je doktoriral leta 1898 in postal zelo uspešen matematik, kot lahko preberemo v [3]. Ali bi znali rešiti vse tri matematične naloge tudi vi?

Literatura

- [1] A. Senekovič, *Jahresbericht des k. k. Staats-Obergymnasiums zu Laibach veröffentlicht am Schlusse des Schuljahres 1893/94*, Ljubljana 1894.
- [2] A. Senekovič, *Jahresbericht des k. k. Staats-Obergymnasiums zu Laibach veröffentlicht am Schlusse des Schuljahres 1894/95*, Ljubljana 1895.
- [3] I. Vidav, *Josip Plemelj: ob stoletnici rojstva*, DMFA, Ljubljana 1975.

× × ×



SLIKA K MATEMATIČNEMU TRENUTKU.

× × ×