

PLAVANJE V MIKROSKOPSKEM SVETU

MOJCA VILFAN

Institut »Jožef Stefan«

Ljubljana, Slovenija

PACS: 47.63.mf, 47.63.Gd

Plavanje v tekočinah na mikroskopski skali se znatno razlikuje od plavanja makroskopskih teles. Na mikroskali viskoznost prevlada nad vztrajnostjo in za plavanje morajo mikroorganizmi izvajati neregularne gibe. V prispevku bom predstavila nekaj primerov gibanja iz narave in opisala plavalne mehanizme umetnih plavalcev, ki jih ustvarjamo v laboratorijih.

SWIMMING IN THE MICROSCOPIC WORLD

Swimming on microscale is significantly different from swimming of macroscopic objects. In this regime, the so-called low Reynolds number regime, viscosity prevails over inertia and in order to swim, microorganisms have to move nonreciprocally. Here I will present some cases of nonreciprocal motion found in nature and describe swimming mechanisms of some artificial microswimmers.

Sila upora

Iz izkušenj vemo, da pri plavanju ali kolesarjenju na nas deluje sila upora. Opažamo, da je pri zamahu roke v vodi sila upora občutno večja od sile, ki deluje na roko ob zamahu v zraku. Vemo, da moramo na kolesu pri večji hitrosti znatno močnejše poganjati, če želimo ohranjati stalno hitrost. In boleče izkušnje so nas naučile, da je pri skoku v vodo sila vode, ki deluje na nas, bistveno večja, če skočimo »na ploho«, kot pa če se z iztegnjenim telesom potopimo v globino.

Na podlagi izkušenj sklepamo, da sila, s katero voda ali zrak delujeta na premikajoče se telo, ni odvisna zgolj od snovi, po kateri se telo giblje, temveč tudi od hitrosti in oblike ter velikosti telesa. Fizikalno gledano je pojav te sile povezan z odrivanjem tekočine pred premikajočim se telesom in zato pogojen z vztrajnostjo (inercijo) okoliške tekočine. Za opisano silo velja kvadratni zakon upora in jo zapišemo kot

$$F_k = \frac{1}{2} C_u \rho S v^2. \quad (1)$$

Pri tem smo vpeljali sorazmernostni faktor C_u , ki zajame podatke o obliki telesa, z ρ smo označili gostoto tekočine, po kateri se telo premika (npr. voda

ali zrak), S je prečni presek telesa glede na smer premikanja, v pa označuje hitrost premikanja telesa glede na okoliško tekočino. Vrednosti koeficienta C_u so močno odvisne od oblike telesa in dosegaajo vrednosti okoli 0,04 za telesa kapljičaste oblike, okoli 0,2 za najbolj aerodinamične avtomobile, malo manj od 0,5 za kroglo in okoli 1 za kolesarje ter smučarje [10].

Zamislimo si še en primer iz vsakdanjega življenja. Vzemimo žličko in najprej pomešajmo kozarec vode in nato še lonček medu. Čeprav je gostota medu le za okoli 50 % večja od gostote vode, pa je sila, s katero moramo mešati med, bistveno večja. Ali to pomeni, da naš opis sile upora ne velja? Previdno lahko trdimo, da naš opis sile upora ni popoln.

Ključni parameter, ki ga moramo upoštevati pri dopolnitvi zapisa sile upora, je viskoznost tekočine. Ko se telo premika skozi mirujočo viskozno tekočino, pride do pojava strižne hitrosti: hitrost tekočine daleč od telesa je enaka nič, tekočina tik ob telesu pa ima hitrost, ki je enaka hitrosti telesa, saj jo telo vleče s seboj. Razlika v hitrosti povzroči strižno silo. Celotna sila na telo je tako kombinacija prispevkov zaradi viskoznosti (strižne sile) in tlaka (normalne sile). Razmeroma zapleten račun pokaže, da je skupna sila, ki deluje na premikajočo se kroglo v viskozni snovi, enaka

$$F_1 = 6\pi R\eta v. \quad (2)$$

Parameter η je viskoznost tekočine, R polmer kroglice oziroma neka značilna razsežnost za druge oblike teles, v pa ponovno relativna hitrost telesa glede na tekočino. Zaradi linearne odvisnosti od hitrosti pravimo gornji enačbi tudi linearni zakon upora.

Reynoldsovo število

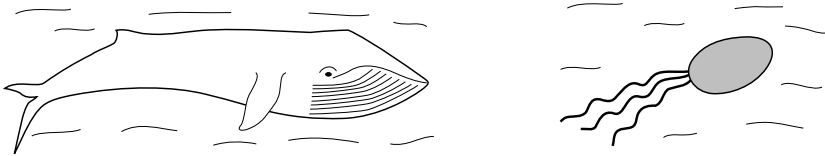
Zapisali smo dva izraza za silo upora, ki deluje na premikajočo se telo v tekočini. Kako pa vemo, kdaj je treba upoštevati linearni zakon (ki se pojavi predvsem zaradi viskoznosti tekočine) in kdaj kvadratni zakon (do katerega pride zaradi inercije tekočine)? Linearni zakon prevlada v tekočinah z veliko viskoznostjo ali v primeru zelo majhnih in zelo počasnih plavalcev. Kvadratni zakon pa je treba upoštevati v tekočinah z zelo majhno viskoznostjo in pri premikanju velikih teles z velikimi hitrostmi glede na tekočino. Za bolj natančen opis vpeljemo merilo, ki pove, kateri prispevek je dominanten.

Imenujemo ga Reynoldsovo število¹ in je enako

$$Re = \frac{\rho R v}{\eta} \propto \frac{F_k}{F_l}. \quad (3)$$

Vidimo, da je Reynoldsovo število do predfaktorja natančno enako razmerju sil kvadratnega in linearne upora. Glede na izvor sil pravimo, da Reynoldsovo število predstavlja razmerje med vztrajnostnimi in viskozni silami, njegova velikost pa predstavlja mero za prevlado enega pojava nad drugim. Vztrajnost prevlada, če je Reynoldsovo število veliko, v zelo grobem ocenjeno nad 100, in v takem primeru lahko uporabimo kvadratni zakon upora. Za $Re \lesssim 1$ prevlada viskoznost in za opis sile upora se lahko poslužimo linearne zakona. Asimetrija v kriterijih se pojavi zaradi predfaktorjev, ki znašajo $\sim C_u/(2 \cdot 6\pi) \sim 0,03$.

Za boljšo predstavbo si oglejmo nekaj primerov Reynoldsovih števil. Kolesar ali padalec dosegata Reynoldsova števila okoli 10^6 , podobno vrednost dobimo tudi za plavalca v vodi. Te vrednosti so globoko v režimu velikih Reynoldsovih števil in posledično v režimu inercije.



Slika 1. Reynoldsovo število za plavajočega kita je $\sim 10^8$, za bakterijo v vodi pa le $\sim 10^{-5}$.

Po drugi strani je Reynoldsovo število za spore gliv s polmerom okoli $1 \mu\text{m}$ in hitrostjo padanja okoli 1 mm/s le okoli 10^{-4} . Še manjše vrednosti Reynoldsovega števila dosegajo bakterije, na primer *Escherichia coli*, ki so primerljive velikosti kot spore, vendar se premikajo po vodi s hitrostjo nekaj deset mikrometrov na sekundo. Za njih je $Re \sim 10^{-5}$, kar pomeni, da viskoznost povsem prevlada nad vztrajnostjo. Ko na primer bakterija *E. coli* preneha z aktivnim plavanjem, se zaradi viskoznih sil v manj kot mikrosekundi povsem ustavi, njena »zavorna pot« pa je le okoli $0,01 \text{ nm}$ [7]. Če se torej želi v nekem trenutku premikati, mora tisti trenutek aktivno plavati. Kako se je telo premikalo pred tem, je pri nizkih Reynoldsovih številih povsem nepomembno.

¹Po irsko-britanskem fiziku Osbornu Reynoldsu, 1842–1912.

Obrat časa

Poskusimo premikanje pri nizkih Reynoldsovih številih opisati še matematično. Na splošno za opis tekočin uporabimo Navier-Stokesovo enačbo. To je precej zapletena enačba, ki pa jo bomo poenostavili in ob upoštevanju nizkega Reynoldsovega števila prišli do presenetljivega zaključka.

Navier-Stokesova enačba za nestisljivo tekočino je:

$$\varrho \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right) = \eta \nabla^2 \vec{v} - \nabla p + \vec{f}, \quad (4)$$

pri čemer je $\vec{v}$ vektorsko polje hitrosti, p je tlačno polje, $\vec{f}$ pa opisuje gostoto zunanjih sil na tekočino. Členi na desni strani tako opisujejo skupno gostoto sil, ki vplivajo na gibanje tekočine: prvi člen predstavlja viskozne (strižne) sile, drugi člen tlačne sile, tretji pa morebitne zunanje sile. Vidimo, da je enačba zelo podobna drugemu Newtonovemu zakonu na enoto volumna, pri čemer imamo na desni strani gostoto sil, na levi pa nastopa gostota snovi, pomnožena z odvodom hitrosti po času (pospeškom). Pri zapisu totalnega odvoda hitrosti po času smo upoštevali tudi premikanje tekočine in tako dobili dva člena, ki nastopata na levi strani znotraj oklepaja. Drugi člen naredi Navier-Stokesovo enačbo nelinearno in zato na splošno izredno zapleteno za reševanje.

Vrnimo se v režim nizkih Reynoldsovih števil, v katerem, spomnimo se, viskoznost prevlada nad vztrajnostjo. V takem režimu lahko člene na levi strani enačbe (4), ki predstavljajo vztrajnostni prispevek, zanemarimo. Ostanejo le členi na desni in ob odsotnosti zunanjih sil poenostavljeno enačbo – pravimo ji tudi Stokesova enačba – zapišemo kot

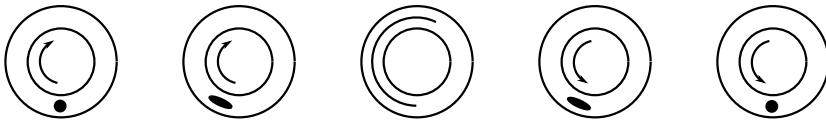
$$0 = \eta \nabla^2 \vec{v} - \nabla p. \quad (5)$$

Enačba na splošno še vedno ni preprosto rešljiva, lahko pa iz nje na primer analitično izpeljemo izraz za linearni zakon upora kroglice (2). Tu se osredotočimo na drugo pomembno lastnost Stokesove enačbe. Z neupoštevanjem členov na levi strani Navier-Stokesove enačbe smo namreč odpravili vsakršno časovno odvisnost, saj v Stokesovi enačbi časovna spremenljivka t ne nastopa več.

Ta ugotovitev ima zelo pomembne fizikalne posledice. Pomeni, da pri nizkih Reynoldsovih številih časovna spremenljivka ne igra nobene vloge. Če na tekočino delujemo z neko silo, se premakne v določeno smer, ko pa

smer sile obrnemo, se tekočina vrne v izhodiščni položaj. Pri tem ni pomembno, ali tekočino premikamo hitro ali počasi. To je v skladu s tem, da Stokesova enačba, ki opisuje premikanje tekočine, ni odvisna od časa. Ker lahko s spremembo smeri sile povsem obrnemo prvotno premikanje tekočine, pogosto govorimo kar o obratu časa pri nizkih Reynoldsovih številih.

Morda najboljši prikaz tega pojava je naslednji poskus. Med dva koncentrična prozorna valja natočimo zelo viskozno tekočino. Nato v tanko plast tekočine, ki se nahaja med stenama valjev, kanemo kapljico barvila (slika 2). Notranji valj previdno zavrtimo v eno smer in kapljica barvila se razmaže. Po nekaj obratih smer vrtenja zamenjamo in opazimo, da se razmazana kapljica ponovno zbere. Malenkostna odstopanja od prvotne oblike so posledica difuzije barvila. Poskus jasno kaže, da se sistem z recipročnim gibanjem (takim, ki gre najprej v eno smer, potem pa po isti poti nazaj), vrne v začetni položaj.



Slika 2. Prikaz obrata časa pri nizkih Reynoldsovih številih. Če smer vrtenja obrnemo, se tekočina »odmeša« in vrne v začetno stanje.

Purcellov izrek

Ugotovitev, da pripelje recipročno gibanje pri nizkih Reynoldsovih številih sistem nazaj v prvotni položaj, ima zanimiv pomen. Pomeni namreč, da za plavanje (premikanje naprej) recipročni ponavljajoči se gibi niso dovolj. Ne glede na to, kakšne gibe dela plavalec, dokler so gibi recipročni, plavalec v povprečju ostane na istem mestu. Te ugotovitve je sistematično povzel nobelovec E. M. Purcell, ki je v svojem danes že legendarnem predavanju opisal pomen neregularnosti za premikanje v režimu nizkih Reynoldsovih števil [7]. Postavil je izrek – danes ga imenujemo Purcellov izrek – ki pravi, da je za plavanje v režimu nizkih Reynoldsovih števil treba izvajati neregularne gibe.

Preden preidemo na primere neregularnega gibanja, si oglejmo primer povsem recipročnega gibanja. Gre za gibanje školjke pokrovače. Te školjke so sestavljene iz dvodelne trdne lupine, med katerima je sklep, ki omogoča odpiranje in zapiranje delov lupine. Ker se lahko lupina le odpira ali zapira,

je njen zamah vedno recipročen. Po Purcellovem izreku taka školjka v zelo viskozni tekočini ne more plavati. Prav tako ne bi mogla plavati, če bi jo pomanjšali na mikrometrsko skalo, saj bi tudi na ta način prešla v režim nizkih Reynoldsovih števil. Vendar školjke živijo v vodi in Reynoldsovo število za njihovo plavanje navadno dosega vrednosti okoli nekaj 1000.

Mikroplavalci iz narave

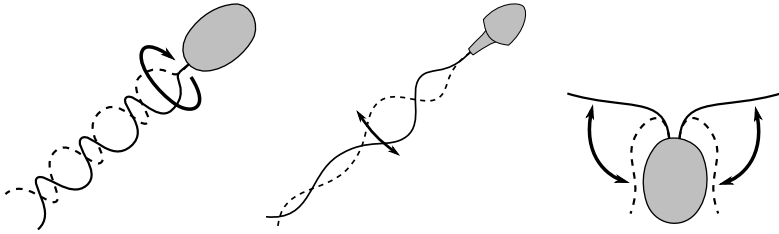
V naravi najdemo veliko primerov plavalcev, ki plavajo v režimu nizkih Reynoldsovih števil. Skupna značilnost tega izredno pestrega in številnega sveta mikroorganizmov je, da se morajo gibati neregularno, če se želijo premakniti z mesta. Oglejmo si nekaj najpogostejših oblik neregularnega gibanja.

Prokariontski bički

Preprosti enoceličarji za premikanje uporabljajo bičke. To so zelo tanki (okoli 15 nm) in razmeroma dolgi (okoli 10 μm) votli izrastki iz celice, ki so vrtljivo vpeti v celično membrano. Z rotacijskim molekularnim motorjem organizmi biček sučejo in vrtenje bička spominja na vrtenje vijaka (slika 3, levo). Če ima organizem več bičkov (npr. salmonela), bički med plavanjem oblikujejo snop in se skupaj vrtijo v obliki vijačnice. Do neregularnosti pri gibanju pride zaradi vijačnosti vrtečega se bička. Vrtenje bička v eno smer namreč poteka po drugi poti kot vrtenje bička v nasprotno smer – podobno kot vrtenje vijaka v eno in drugo smer enkrat pomeni privijanje, drugič pa odvijanje. Hitrosti, ki jih dosegajo mikroorganizmi z vrtenjem bičkov, dosegajo vrednosti okoli 100 $\mu\text{m/s}$, kar je lahko tudi nekaj deset telesnih dolžin na sekundo. Za primerjavo, ljudje plavamo s hitrostmi do ene telesne dolžine na sekundo.

Evkariontski bički

Čeprav nosijo enako ime, so bički evkariontov povsem drugačni od bičkov prokariontov, tako po strukturi kot tudi po načinu gibanja in mehanizmu premikanja. So daljši in debelejši, dolgi tipično okoli 100 μm , njihov premer pa je 250 nm. Za razliko od prokariontskih bičkov so sestavljeni iz posameznih dolgih struktur (mikrotubulov) in v celoti ležijo znotraj celične membrane [4]. Evkariontski bički se ne sučejo, ampak upogibajo. To dosežejo tako, da vlakna, med katerimi so molekularni motorji, drsijo drugo



Slika 3. Levo: bakterija suče spiralno zaviti biček in tako zagotavlja neregularnost periodičnega gibanja. Sredina: evkariontski bički (npr. pri spermijih) se upogibajo. Desno: zelena alga plava z dvema bičkoma.

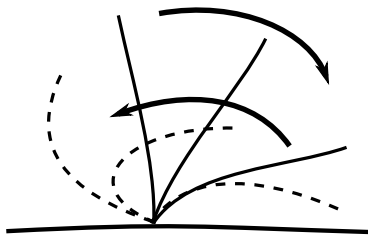
mimo drugega. Biček se izmenično upogiba v eno in drugo stran in ker pot, po kateri se biček giblje znotraj enega zamaha, ni recipročna, pride do asimetrije v gibanju (slika 3, sredina).

Primeri evkariontske celice z bičkom so spermiji, ki plavajo s hitrostmi okoli 50 $\mu\text{m/s}$. Zanimiva je tudi zelena alga *Chlamydomonas reinhardtii*, ki ima dva bička. Ta dva bička se ne združita v snop, ampak se simetrično gibljeta, pri čemer njuno gibanje spominja na zamah pri prsnem plavanju (slika 3, desno).

Evkariontske migetalke

Migetalke so po svoji strukturi enake evkariontskim bičkom, le da so tipično krajše, njihovo število pa je zelo veliko, na celici jih je več sto ali celo več tisoč. Najdemo jih tako pri enoceličarjih (npr. na parameciju) kot tudi pri človeku (npr. v sapniku in v jajcevodih). Enoceličarji uporabljajo migetalke za premikanje, v mnogoceličarjih, kjer so celice vpete v večja tkiva, pa migetalke ob površini ustvarjajo tekočinski tok.

Tudi migetalke se upogibajo z relativnim drsenjem mikrotubulov, vendar je njihovo gibanje precej bolj zapleteno. V grobem pravimo, da je sestavljeno iz dveh delov: zamaha in povratka. V času zamaha je migetalka razmeroma toga in se giblje v ravnini, ki je pravokotna na površino celice, ob povratku pa se zmehča, upogne in se ob površini vrne v začetno stanje (slika 4). Na ta način doseže potrebno asimetrijo gibanja. Ker je migetalk na površini celice zelo veliko, se morajo vse premikati v pretežno isto smer. Bilo bi namreč zelo neučinkovito, če bi vsaka črpala tekočino v svojo smer, pa še zatikale bi se druga v drugo.



Slika 4. Gibanje migetalk opišemo z dvema deloma: zamah (polna črta) in povratek (črtkana črta).

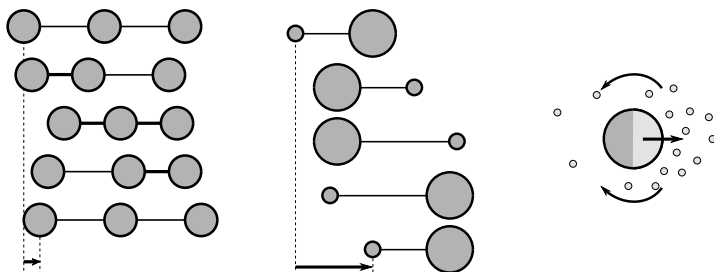
Primeri iz laboratorija

Ob proučevanju različnih mehanizmov plavanja mikroorganizmov so raziskovalci prišli na zamisel, da bi sami ustvarili umetne mikroplavalce. Premikali bi se podobno kot naravni, vendar bi bilo njihovo plavanje nadzorovano, delovanje pa funkcionalizirano. Možnosti potencialne uporabe je zelo veliko, na primer v medicini za nosilce zdravil na točno določeno mesto v telesu ali pri varovanju okolja, saj bi lahko avtonomno in ciljano čistili vodo ali zemljo, ter v senzoriki, saj bi lahko na določenih mestih zaznavali prisotnost drugih snovi ali mikroorganizmov. Po drugi strani lahko iz poskusov z nadzorovanimi umetnimi plavalci sklepamo na delovanje in hidrodinamiko živih mikroorganizmov [2].

Skupna lastnost vseh umetnih mikroplavalcev je pretvarjanje energije, ki jo nekako dovajamo v sistem iz okolice, v usmerjeno premikanje. Načinov, kako mikroplavalcu dovajamo energijo, je veliko. Lahko vzpostavimo gibanje z magnetnim poljem, električnim poljem, lahko to naredimo optično ali akustično, lahko se premikajo s pomočjo kemičnih reakcij. Poleg tega obstaja še veliko teoretičnih predlogov za plavalce, ki se osredotočajo na sam mehanizem plavanja in se ne sprašujejo, kako tako gibanje realizirati.

Povečano zanimanje za umetne mikroplavalce se je začelo pred skoraj 15 leti z objavo teoretičnega modela plavalca, sestavljenega iz niza treh kroglic [6]. Model je zelo preprost: tri kroglice, ki so s sosednjo kroglico povezane z vezjo spreminjajoče se dolžine (slika 5, levo). Za premikanje se najprej skrči denimo leva vez, nato se skrči desna, sledi podaljšanje leve in cikel se zaključi s podaljšanjem desne. Gibanje plavalca je periodično, a zaradi asimetrije vodi do premika v desno. Kadar kroglice ne ležijo na isti premici, ampak je med vezema neki kot, plavalec kroži. Podobno preprost je model, ki ima sicer samo dve kroglici in eno vez (slika 5, sredina), vendar

vpelje potrebno asimetrijo z izmeničnim spreminjanjem velikosti kroglic in dolžine vezi [1]. To je sicer teoretično zelo lep primer, vendar izredno težko uresničljiv.



Slika 5. Različni teoretični modeli za mikroplavalce, za vse je značilna asimetrija. To je lahko asimetrija zaradi načina gibanja (levo), velikosti kroglic (sredina) ali kemične aktivnosti (desno).

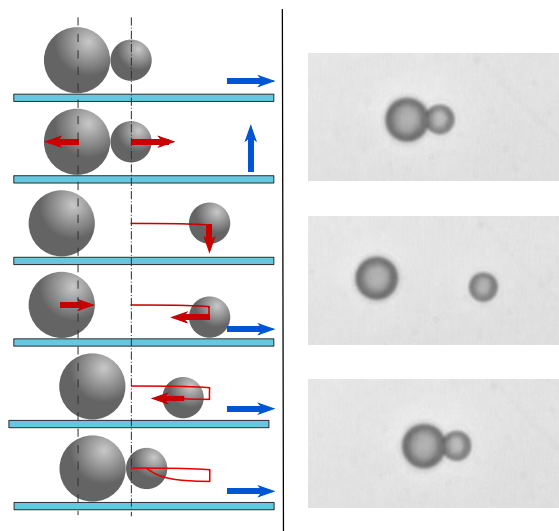
Praktično bolj uresničljivi so tako imenovani kemični plavalci, ki so zadnji teoretični model, ki ga bomo predstavili. Tudi tu je ideja razmeroma preprosta: plavalec je asimetričen, tako da le na eni strani poteka kemična reakcija. Zaradi osmoze pride do prenosa snovi v področja z manjšo koncentracijo in posledično do premika kroglice naprej (slika 5, desno).

Prvotni in še danes najbolj široko obravnavni umetni mikroplavalci so prav kemični plavalci. To so lahko podolgovati delci, na eni strani iz zlata in na drugi iz platine, lahko pa tudi navadne polistirenske kroglice, ki so na eni strani oblečene v platino. V vodni raztopini vodikovega peroksida poteka kemična reakcija, vodikov peroksid v prisotnosti platine razpade na vodik in kisik, in razlika v koncentraciji kemijskih produktov vodi do tako imenovane difuzoforeze.

Zanimivi so tudi plavalci, ki jih poganjamo z zunanjim magnetnim poljem. V začetku so bili taki plavalci pravzaprav hibridni: na rdeče krvničke so pripeli verigo magnetnih kroglic, ki so jih z magnetnim poljem upogibali in poustvarili gibanje bička [3]. Kasneje so izdelali tudi nanostrukturirane vijajčne strukture, podobne prokariontskim bičkom, jih z zunanjim magnetnim poljem sukali in tako dosegli premikanje mikroplavalcev. Omenimo še preprostejše plavalce, sestavljene iz samo majhnega števila kroglic, ki se v izmeničnem polju prekopicujejo po površini in na ta način premikajo [5].

Ljubljanski mikroplavalci

Raziskovalci z Instituta »Jožef Stefan« in Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani smo že vrsto let aktivni na področju raziskav plavanja pri nizkih Reynoldsovih številih. Ustvarili smo magnetno krmiljene umetne migetalke [9], nedavno pa tudi umetne plavalce [8]. Ti mikroplavalci so krmiljeni z zunanjim magnetnim poljem, za doseganje asimetrije pa potrebujejo bližino površine. Mikroplavalci so sestavljeni iz dveh različno velikih superparamagnetnih kroglic. To pomeni, da je v odsotnosti zunanjega magnetnega polja magnetizacija v kroglicah enaka nič in med kroglicama ne deluje magnetna sila. Ko vklopimo zunanje polje, se v kroglicah pojavi magnetizacija, ki je po velikosti sorazmerna magnetnemu polju in vzporedna z njim. S spreminjanjem smeri polja lahko med dvema kroglicama dosežemo privlačno ali pa odbojno dipolno magnetno silo.



Slika 6. Levo: mehanizem umetnih plavalcev, ustvarjenih v našem laboratoriju. S puščicami ob desnem robu je označena smer magnetnega polja, puščice na kroglicah pa označujejo smer premikanja kroglice ob danem trenutku. Desno: fotografija plavalca pod mikroskopom. Polmer večje kroglice je $2,3\ \mu\text{m}$.

Opišimo podrobneje mehanizem premikanja (slika 6). Začnimo s kroglicama, ki se dotikata. Z odbojno silo potisnemo kroglici narazen, nato pa s privlačno silo znova skupaj. Tako gibanje je na prvi pogled povsem recipročno. Vendar se moramo zavedati, da na kroglici deluje viskozni upor, ki v bližini površine močno naraste. Oddaljenost velike kroglice od površine

se med ciklom ne spreminja, manjša kroglica pa je na začetku cikla bolj oddaljena od površine kot na koncu, saj ji vmes dopustimo, da se posede. Med oddaljevanjem kroglic je tako sila na manjšo kroglico znatno manjša od sile upora na kroglico med približevanjem, kar vodi do asimetrije in do premika plavalca.

Hitrost plavanja je seveda močno odvisna od dolžine posameznega cikla. Pri zelo dolgem ciklu je hitrost plavanja razumljivo majhna, saj posamezen korak predolgo traja. Pri zelo veliki frekvenci korakov pa hitrost znova pade, saj majhna kroglica nima časa potoniti do dna in je zato razlika med uporom v eno in drugo smer praktično zanemarljiva. Med obema režimoma najdemo optimalno plavalno hitrost.

Zaključek

Svet umetnih mikro- in tudi nanoplavalcev dobiva vedno nove člane, tako teoretične modele kot tudi eksperimentalne izvedbe. Za zdaj je njihova uporabnost še omejena zaradi razmeroma zapletenih tehničnih zahtev, so pa že zelo razširjeni v osnovnih raziskavah. Z njimi proučujemo hidrodinamske pojave, medsebojne vplive plavalcev, zbiranje plavalcev v gručice, ločevanje delcev na podlagi njihovih plavalnih sposobnosti in podobno. Nedvomno bomo o mikroplavalcih še brali.

LITERATURA

- [1] J. E. Avron, O. Kenneth in D. H. Oaknin, *Pushmepullyou: an efficient micro-swimmer*, New J. of Phys. **7** (2005), 234.
- [2] C. Bechinger, R. di Leonardo, H. Löwen, C. Reichhardt, G. Volpe in G. Volpe, *Active particles in complex and crowded environments*, Rev. Mod. Phys. **88** (2016), 045006.
- [3] R. Dreyfus, J. Baudry, M. L. Roper, M. Fermigier, H. A. Stone in J. Bibette, *Microscopic artificial swimmers*, Nature **437** (2005), 862.
- [4] H. Lodish et al., *Molecular Cell Biology*, 4th Edition, W. H. Freeman, New York, 2000.
- [5] H. Morimoto, T. Ukai, Y. Nagaoka, N. Grobert in T. Maekawa, *Tumbling motion of magnetic particles on a magnetic substrate induced by a rotational magnetic field*, Phys. Rev. E **78** (2008), 021403.
- [6] A. Najafi in R. Golestanian, *Simple swimmer at low Reynolds number: Three linked spheres*, Phys. Rev. E **69** (2004), 062901.
- [7] E. M. Purcell, *Life at low Reynolds number*, Am. J. Phys. **45** (1977), 3–11.
- [8] M. Vilfan, N. Osterman in A. Vilfan, *Magnetically driven omnidirectional artificial microswimmers*, Soft Matter **14** (2018), 3415.
- [9] M. Vilfan, A. Potočnik, B. Kavčič, N. Osterman, I. Poberaj, A. Vilfan in D. Babič, *Self-assembled artificial cilia*, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **107** (2010), 1884.
- [10] *Drag coefficient*, dostopno na en.wikipedia.org/wiki/Drag_coefficient, ogled 7. 11. 2018.