



Am. O. Fair

Springer

Fünftes Rechenbuch

für

österreichische allgemeine Volksschulen

von 6, 7 und 8 Classen.

Von

Dr. Franz Ritter v. Močnik.

Zwölfte Auflage.

(Unveränderter Abdruck des Textes vom Jahre 1884.)



Preis, in Leinwandbänden, 35 Kreuzer.

Wien.

Im kaiserlich-königlichen Schulbücher-Verlage.

1885.

QO 704436

Die in einem k. k. Schulbücher = Verlage herausgegebenen
Schulbücher dürfen **nur** zu dem auf dem Titelblatte angegebenen
Preise verkauft werden.

Das Recht der Übersetzung wird vorbehalten.



201602146

Erster Abschnitt.

Wiederholungsübungen über das Rechnen mit ganzen und Decimalzahlen.

1. Das Addieren.

a.

Die hier und weiterhin mit einem Sternchen (*) bezeichneten Aufgaben sind im Kopfe aufzulösen.

Wie viel ist

1*) $62 + 34$; $58 + 27$; $47 + 71$; $83 + 38$?

2*) $157 + 32$; $443 + 250$; $365 + 407$; $357 + 412$?

3*) $435 + 64 + 36$; $283 + 118 + 82$?

4*) $214 + 405 + 137$; $340 + 427 + 109$?

5)
$$\begin{array}{r} 973 \\ 658 \\ 204 \\ 195 \\ 376 \\ \hline \end{array}$$

6)
$$\begin{array}{r} 4936 \\ 9427 \\ 8146 \\ 503 \\ 9548 \\ \hline \end{array}$$

7)
$$\begin{array}{r} 50738 \\ 35345 \\ 7068 \\ 31862 \\ 5607 \\ \hline \end{array}$$

8)
$$\begin{array}{r} 233182 \\ 930539 \\ 2649 \\ 65357 \\ 168104 \\ \hline \end{array}$$

Addiere folgende Zahlen zuerst in senkrechter, dann in wagrechter Richtung:

	9)	10)	11)	12)	13)
14)	75869	+ 6483	+ 95353	+ 476223	+ 8243
15)	59048	+ 5237	+ 56394	+ 412670	+ 1081
16)	47733	+ 7609	+ 35681	+ 399838	+ 1703
17)	86901	+ 1894	+ 48471	+ 650574	+ 4559
18)	18568	+ 8023	+ 96405	+ 456309	+ 5786
	λ	λ	λ	λ	λ

b.

19)
$$\begin{array}{r} 3.527 \\ 9.068 \\ 5.503 \\ 1.462 \\ \hline \end{array}$$

20)
$$\begin{array}{r} 19.661 \\ 7.018 \\ 0.746 \\ 3.145 \\ \hline \end{array}$$

21)
$$\begin{array}{r} 0.7619 \\ 0.8098 \\ 0.5225 \\ 0.7988 \\ \hline \end{array}$$

22)
$$\begin{array}{r} 71.39 \\ 3.735 \\ 14.0986 \\ 90.62 \\ \hline \end{array}$$

23) $34.28 + 3.7268 + 0.934 + 28.49 + 9.1824 =$

24) $9.1693 + 0.5436 + 82 + 15.7 + 41.972 + 4.75 =$

Addiere a) in senkrechter, b) in wagrechter Richtung:

	25)	26)	27)	28)	29)
30)	174·92	+ 9·6158	+ 0·654	+ 2·1732	+ 24·949
31)	62·14	+ 1·506	+ 0·32	+ 4·2935	+ 30·067
32)	10·03	+ 8·964	+ 0·7889	+ 0·76	+ 45·612
33)	57·72	+ 7·0891	+ 0·1416	+ 3·479	+ 56·5
34)	45·89	+ 6·56	+ 0·597	+ 8·7533	+ 71·75

c.

$$\begin{array}{r} 35) \quad 1825 \text{ Jahre } 5 \text{ M. } 28 \text{ T.} \\ \quad 47 \quad \quad \quad 8 \quad \quad 17 \quad \quad \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 36) \quad 85^{\circ} \quad 37' \quad 53'' \\ \quad 69^{\circ} \quad 56' \quad 48'' \\ \quad 24^{\circ} \quad 25' \quad 19'' \end{array}$$

Verwandle in den Aufgaben 37) bis 42) die mehrnamigen Zahlen in die niedrigste Benennung oder in Decimalbrüche der höchsten Benennung und addiere sie sodann:

$$\begin{array}{r} 37) \quad 398 \text{ fl. } 45 \text{ fr.} \\ \quad 705 \quad \quad 39 \quad \quad \\ \quad 1346 \quad \quad 8 \quad \quad \\ \quad 287 \quad \quad 74 \quad \quad \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38) \quad 15 \text{ m } 7 \text{ dm } 8 \text{ cm } 5 \text{ mm} \\ \quad 28 \quad \quad 3 \quad \quad \quad \quad 6 \quad \quad \\ \quad 9 \quad \quad 6 \quad \quad 2 \quad \quad 9 \quad \quad \\ \quad 17 \quad \quad \quad \quad 7 \quad \quad 4 \quad \quad \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 39) \quad 501 \text{ ha } 54 \text{ a} \\ \quad 215 \quad \quad 75 \quad \quad \\ \quad 259 \quad \quad 41 \quad \quad \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40) \quad 56 \text{ hl } 83 \text{ l } 4 \text{ dl} \\ \quad 81 \quad \quad 35 \quad \quad 7 \quad \quad \\ \quad 19 \quad \quad 62 \quad \quad 5 \quad \quad \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41) \quad 18 \text{ kg } 69 \text{ dkg} \\ \quad 39 \quad \quad 75 \quad \quad \\ \quad 27 \quad \quad 34 \quad \quad \\ \quad 51 \quad \quad 83 \quad \quad \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42) \quad 7 \text{ kg } 215 \text{ g } 910 \text{ mg} \\ \quad 4 \quad \quad 87 \quad \quad 284 \quad \quad \\ \quad 3 \quad \quad 739 \quad \quad 75 \quad \quad \\ \quad 12 \quad \quad 654 \quad \quad 506 \quad \quad \end{array}$$

d.

43*) Eine Frau kauft zwei Stück Leinwand, das eine hält 38 m, das andere 35 m; wie viel m sind es zusammen?

44*) Jemand hat zwei Fässer Wein, das eine enthält 672 l, das andere 128 l mehr; wie viel l sind in dem zweiten Fasse?

45) Niederösterreich hat 36 Städte, 232 Märkte und 4187 Dörfer; wie viel Wohnorte zusammen?

46) Jemand hat zu fordern: von A 3650 fl., von B 2765 fl., von C 5038 fl., von D 1580 fl.; wie viel hat er von allen zusammen zu fordern?

47) Ein Landmann verkauft seine Wirtschaft; er bekommt für die Gebäude 1102·6 fl., für die Grundstücke 2117·45 fl., für das Vieh 608 fl., für die Haus- und Feldgeräthschaften 338·48 fl.; wie groß ist der ganze Erlös?

48) Bei dem Baue eines Hauses hat man folgende Auslagen: für den Bauplatz 350 fl., für die Baumaterialien 2378 fl. 85 kr., für die Meisterschaften 3204 fl. 8 kr. und für verschiedene Arbeiten 1063 fl. 75 kr.; wie hoch kommt der Bau zu stehen?

49) Ein Kaufmann erhält fünf Kisten Kaffee, welche einzeln 186 kg 45 dkg, 205 kg 85 dkg, 193 kg, 198 kg 37 dkg und 212 kg 8 dkg wiegen; wie groß ist das ganze Gewicht?

50) Ein Grundbesitzer hat 56 ha 34·8 a Äcker, er kauft noch 15 ha 82·75 a, 8 ha 66·63 a und 14 ha 9·24 a; wie viel Ackergrund hat er dann?

51) Kaiser Ferdinand I. trat am 2. März 1835 die Regierung von Österreich an und verzichtete nach einer 13 Jahre 9 Monate langen Regierungszeit auf den Thron; wann geschah dies?

2. Das Subtrahieren.

a.

Wie viel ist

1*) 86—52; 70—48; 61—37; 124—85?

2*) 457—39; 634—220; 645—362; 804—598?

$$\begin{array}{r} 3) \quad 478 \\ \quad 254 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4) \quad 5254 \\ \quad 3081 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5) \quad 7631 \\ \quad 1715 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6) \quad 8045 \\ \quad 987 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \quad 63720 \\ \quad 25415 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \quad 15816 \\ \quad 7509 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \quad 58302 \\ \quad 12345 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10) \quad 69870 \\ \quad 3589 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11) \quad 327814 - 156582 = \\ \quad 471708 - 283960 = \\ \quad 967056 - 88774 = \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12) \quad 630941 - 481187 = \\ \quad 904360 - 578434 = \\ \quad 810027 - 423561 = \end{array}$$

13) Von 2346327 subtrahiere 782109, und von dem Reste wieder 782109.

14) Von 6849948 subtrahiere 978564, von dem Reste wieder 978564, und so fort 6mal.

b.

15) $\begin{array}{r} 73.8 \\ 25.4 \\ \hline \end{array}$	16) $\begin{array}{r} 9.371 \\ 3.825 \\ \hline \end{array}$	17) $\begin{array}{r} 57.16 \\ 9.58 \\ \hline \end{array}$	18) $\begin{array}{r} 3.407 \\ 0.562 \\ \hline \end{array}$
---	---	--	---

19) $\begin{array}{r} 47.304 - 28.295 = \\ 62.055 - 17.826 = \\ 104.813 - 35.307 = \end{array}$	20) $\begin{array}{r} 12.911 - 9.744 = \\ 71.027 - 29.208 = \\ 90.345 - 45.678 = \end{array}$
---	---

21) $\begin{array}{r} 40.716 \\ 15.38 \\ \hline \end{array}$	22) $\begin{array}{r} 9.25 \\ 4.304 \\ \hline \end{array}$	23) $\begin{array}{r} 17.6 \\ 8.395 \\ \hline \end{array}$	24) $\begin{array}{r} 1 \\ 0.3275 \\ \hline \end{array}$
--	--	--	--

25) $\begin{array}{r} 62.357 - 28.49 = \\ 20.204 - 19.5 = \\ 257.25 - 88 = \end{array}$	26) $\begin{array}{r} 58.23 - 35.825 = \\ 19.5 - 8.1268 = \\ 85 - 36.934 = \end{array}$
---	---

27) Von 308.291 subtrahiere

a) 2.15, b) 92.3, c) 109.57, d) 58.406, e) 5.2345.

28) Von 470.85 subtrahiere 78.475, von dem Reste wieder 78.475, und so fort 5mal.

c.

29) $\begin{array}{r} 8 \text{ Tage } 13 \text{ St. } 25 \text{ Min.} \\ 3 \text{ " } 18 \text{ " } 43 \text{ "} \\ \hline \end{array}$	30) $\begin{array}{r} 360^0 \\ 273^0 58' 25'' \\ \hline \end{array}$
---	--

Verwandle in Decimalbrüche und subtrahiere:

31) $\begin{array}{r} 732 \text{ fl. } 28 \text{ fr.} \\ 175 \text{ " } 73 \text{ "} \\ \hline \end{array}$	32) $\begin{array}{r} 1238 \text{ fl. } 8 \text{ fr.} \\ 75 \text{ " } 64 \text{ "} \\ \hline \end{array}$
---	--

33) $\begin{array}{r} 37 \text{ km } 125 \text{ m} \\ 18 \text{ " } 625 \text{ "} \\ \hline \end{array}$	34) $\begin{array}{r} 355 \text{ m } 3 \text{ dm } 5 \text{ cm} \\ 89 \text{ " } 6 \text{ " } 2 \text{ "} \\ \hline \end{array}$
--	--

35) $\begin{array}{r} 129 \text{ ha } 12 \text{ a} \\ 73 \text{ " } 65 \text{ "} \\ \hline \end{array}$	36) $\begin{array}{r} 89 \text{ m}^2 7 \text{ dm}^2 31 \text{ cm}^2 \\ 54 \text{ " } 42 \text{ " } 85 \text{ "} \\ \hline \end{array}$
---	--

37) $\begin{array}{r} 57 \text{ hl} \\ 38 \text{ " } 45.5 \text{ l} \\ \hline \end{array}$	38) $\begin{array}{r} 129 \text{ kg } 43 \text{ dkg} \\ 76 \text{ " } 55 \text{ "} \\ \hline \end{array}$
--	---

d.

39*) Ein Vater ist 60 Jahre alt, sein Sohn 32 Jahre jünger; wie alt ist der Sohn?

40*) An einem Gebäude steht die Jahreszahl 1665; wie alt ist dieses Gebäude?

41) Ein Glashändler bekam eine Sendung von 860 Lampen-
cylindern, von denen er jedoch 215 Stück als nicht brauchbar
zurückschickte; wie viel behielt er?

42) Jemand besitzt ein Vermögen von 15600 fl., hat
aber 2580 fl., 4050 fl. und 1345 fl. Schulden; wie viel hat
er mehr Vermögen als Schulden?

43) Jemand hatte 26 q 75 kg Kaffee vorrätzig; davon
verkaufte er 1 q 68 kg, 3 q 15 kg, 6 q 45 kg, 5 q 37 kg; wie
groß ist noch sein Vorrath?

44) Ein Faß enthält 19·45 hl Wein; wenn nun daraus
drei kleinere Fässer, welche einzeln 3·25, 4·5 und 1·84 hl fassen,
gefüllt werden, wie viel Wein bleibt noch im großen Fasse übrig?

45) Jemand läßt von einem Acker, der 4 ha 57 a 85 m²
groß ist, einen Theil von 1 ha 64 a 90 m² in einen Garten
umwandeln; wie groß ist der übrigbleibende Ackergrund?

46) Ein Tischler nimmt für eine Arbeit 482 fl. 35 fr. ein
und gibt für das Holz 167 fl. 82 fr., an Gesellenlohn aber
85 fl. 72 fr. aus; wie viel bleibt ihm?

47) Kaiser Franz Josef I. wurde am 18. August 1830
geboren und bestieg am 2. December 1848 den österreichischen
Thron; a) wie alt war er damals? b) wie alt ist er heute?
c) wie lange regiert er?

3. Das Multiplicieren.

a.

Wie viel ist

1*) 2mal 27; 3mal 52; 6mal 17; 8mal 23?

2*) 3mal 205; 4mal 138; 7mal 119; 5mal 226?

3*) 11mal 18; 12mal 31; 15mal 47; 24mal 35?

4) $258 \times 10 =$	5) $83 \times 100 =$	6) $57 \times 1000 =$
$705 \times 10 =$	$326 \times 100 =$	$419 \times 1000 =$
$1988 \times 10 =$	$4090 \times 100 =$	$71 \times 10000 =$

70 133

400 120
5 32

$$\begin{array}{lcl}
 7) \quad 843 \times 2 = & | & 8) \quad 209 \times 9 = \\
 917 \times 3 = & | & 788 \times 7 = \\
 562 \times 4 = & | & 5046 \times 5 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 9) \quad 3375 \times 6 = \\
 9876 \times 8 = \\
 40723 \times 9 =
 \end{array}$$

$$10) \quad 35719 \times 6 \times 6 \times 6 \times 4 \times 4 \times 4 \times 5 =$$

$$11) \quad 80264 \times 3 \times 5 \times 7 \times 8 \times 9 \times 2 \times 4 \times 6 =$$

$$12) \quad 573$$

$$13) \quad 803$$

$$14) \quad 7155$$

$$15) \quad 19064$$

$$47$$

$$62$$

$$398$$

$$715$$

$$16) \quad 827 \times 39 =$$

$$463 \times 23 =$$

$$5229 \times 46 =$$

$$17) \quad 709 \times 215 =$$

$$2886 \times 748 =$$

$$6174 \times 369 =$$

$$18) \quad 1234 \times 5678 =$$

$$7459 \times 3049 =$$

$$26830 \times 1250 =$$

$$19) \quad 75216 \times 11$$

$$75216$$

$$827376$$

$$20) \quad 509448 \times 11 =$$

$$273063 \times 11 =$$

$$487951 \times 110 =$$

$$21) \quad 46037 \times 31$$

$$138111$$

$$1427147$$

$$22) \quad 195807 \times 148$$

$$783228$$

$$1566456$$

$$28979436$$

$$23) \quad 4756 \times 41 =$$

$$- \quad 12308 \times 61 =$$

$$24) \quad 53784 \times 17 =$$

$$- \quad 29063 \times 129 =$$

$$25) \quad 32 = 8 \times 4$$

$$- \quad 49172 \times 32$$

$$\times 8$$

$$393376$$

$$\times 4$$

$$1573504$$

$$26) \quad 450 = 9 \times 50$$

$$- \quad 80553 \times 450$$

$$\times 9$$

$$724977$$

$$\times 50$$

$$36248850$$

$$27) \quad 26657 \times 27 =$$

$$91434 \times 72 =$$

$$28) \quad 40956 \times 64 =$$

$$73281 \times 360 =$$

b.

$$29) \quad 7.368 \times 10 =$$

$$50.74 \times 10 =$$

$$1.844 \times 100 =$$

$$30) \quad 535.9 \times 100 =$$

$$3.4027 \times 1000 =$$

$$0.346 \times 10000 =$$

$$31) \quad 24.37 \times 7 =$$

$$476.6 \times 5 =$$

$$32) \quad 90.125 \times 8 =$$

$$336.18 \times 3 =$$

$$33) \quad 39.608 \times 9 =$$

$$0.2731 \times 6 =$$

$$34) \quad 3.142 \times 23 =$$

$$6.428 \times 46 =$$

$$79.75 \times 87 =$$

$$35) \quad 45.37 \times 58 =$$

$$0.692 \times 267 =$$

$$588.3 \times 498 =$$

$$36) \quad 62.05 \times 11 =$$

$$7.821 \times 42 =$$

$$9.144 \times 137 =$$

11, 12, 13, 14 = X 10
Leira

37) $27.928 \times 0.6 =$
 $556.41 \times 9.3 =$
 $4.8217 \times 7.5 =$

38) $361.255 \times 0.94 =$
 $4778.19 \times 3.72 =$
 $89.2446 \times 53.5 =$

39) $12.3456 \times 5.678 =$
 $9.7084 \times 0.925 =$
 $6223.17 \times 38.57 =$

40) $624.893 \times 0.7058 =$
 $37.1556 \times 34.907 =$
 $0.82745 \times 0.0798 =$

41) $1.055 \times 1.055 \times 1.055 \times 1.055 =$

42) $3.47 \times 0.11 \times 3.5 \times 0.63 \times 4.71 =$

43) Bestimme das Product 8.5432×7.961 auf 3 Decimalstellen.
Fulvi

Vollständig		Abgekürzt	
8.543	2	8.5 4 32	
7.96	1	1,6,9,7	
59 802	4	59 8 02	
7 688	88	7 6 89	
512	592	5 12	
8	5432	9	
68.012	4152	68.012	

Bei der abgekürzten Multiplication der Decimalbrüche verfähre nach folgenden Regeln:

1) Setze die Einer des Multiplikators unter die niedrigste Decimalstelle des Multiplicands, welche noch im Producte vorkommen soll, und schreibe daneben die übrigen Ziffern des Multiplikators in umgekehrter Ordnung.

2) Multipliciere mit der ersten rechts vorkommenden Ziffer des umgekehrten Multiplikators zuerst die um eine Stelle weiter rechts stehende Ziffer des Multiplicands, schreibe jedoch dieses Product nicht an, sondern behalte davon nur die nächsten Zehner, welche die Correctur bilden; dann multipliciere die gerade darüberstehende Ziffer des Multiplicands, addiere zu dem Producte die Correctur, und fange hier das abgekürzte Theilproduct zu schreiben an; nun werden nach der Reihe auch die weiter aufwärts folgenden Ziffern des Multiplicands multipliciert. Ebenso multipliciere dann mit der zweiten, dritten, Ziffer des umgekehrten Multiplikators, und schreibe die einzelnen dadurch erhaltenen abgekürzten Theilproducte als Additionsposten untereinander.

3) Addiere die abgekürzten Theilproducte, und schneide in der Summe die verlangte Anzahl Decimalen ab.

Suche nach der abgekürzten Multiplication:

- 44) 9.057×2.876 in 3 Decimalen.
 45) 13.4794×5.93 (2 Dec.)
 46) 82.362×12.935 (3 Dec.)
 47) 6.9754×0.2844 (4 Dec.)
 48) 27.39×3.141 (3 Dec.)
 49) 304.279×0.053 (2 Dec.)
 50) $1.05 \times 1.05 \times 1.05$ (4 Dec.)
 51) $1.04 \times 1.04 \times 1.04 \times 1.04 \times 1.04$ (6 Dec.)

c.

52) 23 Tage 17 Stunden 38 Min. 45 Sec. $\times 8 =$

Verwandle in Decimalbrüche und multipliciere:

- | | |
|--|---|
| 53) $51 \text{ km } 728 \text{ m} \times 59$ | 54) $208 \text{ fl. } 38 \text{ fr.} \times 81$ |
| $17 \text{ ha } 42 \text{ a} \times 72$ | $744 \text{ fl. } 9 \text{ fr.} \times 2.48$ |
| $62 \text{ hl } 87 \text{ l} \times 1.8$ | $560 \text{ fl. } 86 \text{ fr.} \times 35.1$ |
- 55) $42 \text{ m } 7 \text{ dm } 3 \text{ cm } 8 \text{ mm} \times 145$
 $8 \text{ m}^2 \text{ } 53 \text{ dm}^2 \text{ } 82 \text{ cm}^2 \times 480$
 $57 \text{ m}^3 \text{ } 314 \text{ dm}^3 \text{ } 58 \text{ cm}^3 \times 2.8$
 $5 \text{ kg } 75 \text{ dkg } 2 \text{ g} \times 53.1$

d.

- 56*) Ein q Zucker kostet 58 fl.; wie viel kosten 5, 9, 12 q ?
 57*) Wie viel kosten 21 hl Wein à 28 fl. ?
 58) Wie viel wiegen 60 l Kartoffeln, wenn das hl 82 kg wiegt ?
 59) Eine Kuh gibt jährlich 1620 l Milch; wie viel Milch erhält man in 1 Jahre von 16 Kühen ?
 60) Ein Eisenbahnarbeiter verdient wöchentlich 6 fl. 48 fr.; wie viel beträgt sein Verdienst in 32 Wochen ?
 61) Die Luft übt auf eine Fläche, die 1 dm^2 groß ist, einen Druck von 103 kg 320 g aus; wie viel beträgt der Druck auf eine Fläche von 1 m^2 ?
 62) Österreich-Ungarn erzeugt im Durchschnitte jährlich 37180 kg feines Silber; wie viele Guldengstücke, zu 90 auf 1 kg , können daraus geprägt werden ?

63) Wie viele Einwohner hat die österreichisch-ungarisch Monarchie mit 624041.22 km^2 , wenn auf 1 km^2 durchschnittlich 61 Einwohner kommen?

64) Der Äquator der Erde hat 360 Grade, deren jeder 15 geogr. Meilen lang ist; wie viel km beträgt die Länge des Äquators, da $1 \text{ geogr. Meile} = 7.4204 \text{ km}$ ist?

65) Ein um 1 Grad östlicher liegender Ort hat 4 Zeitminuten früher Mittag; wie viel Uhr ist es in Paris, das 14 Grad westlich von Wien liegt, wenn es in Wien 10 Uhr 28 Min. vormittags ist?

66) Von 3 Stück Tuch à 48.5 m wird das m , das im Einkaufe 3 fl. 74 fr. kostet, für 4 fl. 28 fr. verkauft; wie groß ist a) die ganze Einkaufssumme, b) die Verkaufssumme, c) der Gewinn?

4. Das Dividieren.

a.

Bestimme

$$\begin{array}{l} 1^*) \quad 76 : 2 \\ 112 : 4 \\ 235 : 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2^*) \quad 102 : 6 \\ 434 : 7 \\ 594 : 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3^*) \quad 508 : 2 \\ 741 : 3 \\ 630 : 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4) \quad 560 : 10 = \\ 700 : 10 = \\ 1834 : 10 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 5) \quad 3590 : 100 = \\ 6070 : 100 = \\ 4321 : 100 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 6) \quad 93000 : 1000 = \\ 42300 : 1000 = \\ 18655 : 1000 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 7) \quad 2336 : 4 = \\ 7191 : 9 = \\ 4063 : 7 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 8) \quad 85375 : 5 = \\ 27040 : 8 = \\ 12347 : 6 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 9) \quad 37260 : 20 = \\ 19500 : 300 = \\ 84432 : 500 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 10) \quad 612 : 51 = \\ 1849 : 43 = \\ 5037 : 62 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 11) \quad 20511 : 53 = \\ 32130 : 18 = \\ 23700 : 75 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 12) \quad 12121 : 23 = \\ 59018 : 46 = \\ 23700 : 75 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 13) \quad 64294 : 122 = \\ 171768 : 204 = \\ 225550 : 325 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 14) \quad 45144 : 171 = \\ 25296 : 124 = \\ 780134 : 653 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 15) \quad 2444388 : 426 = \\ 1229028 : 138 = \\ 8360554 : 870 = \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 16) \quad 250320 : 2384 = \\
 \quad 1512648 : 3576 = \\
 \quad 1967360 : 6148 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 17) \quad 6998016 : 3417 = \\
 \quad 19277634 : 9634 = \\
 \quad 51370540 : 7900 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 18) \quad 32 = 8 \times 4 \\
 \quad 2688 : 32 \\
 \quad \quad : 8 \\
 \quad \quad 336 \\
 \quad \quad : 4 \\
 \quad \quad 84
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 19) \quad 972 : 27 = \\
 \quad \times 3724 : 49 = \\
 \quad 4900 : 28 = \\
 \quad 8176 : 56 = \\
 \quad 56538 : 81 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 20) \quad 85608 : 24 = \\
 \quad 32130 : 18 = \\
 \quad 17400 : 15 = \\
 \quad 125860 : 35 = \\
 \quad 321111 : 63 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 21) \quad 25 \times 4 = 100 \\
 \quad 9325 : 25 \\
 \quad \times 4 \\
 \quad 37300 : 100 = 373
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 22) \quad 25 = 100 : 4 \\
 \quad 7214_{00} \times 25 \\
 \quad : 4 \\
 \quad 180350
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 23) \quad 17725 : 25 = \\
 \quad 353675 : 25 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 24) \quad 4835 \times 25 = \\
 \quad 20964 \times 25 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 25) \quad 81564 \times 250 = \\
 \quad 378750 : 250 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 26) \quad 125 \times 8 = 1000 \\
 \quad 72375 : 125 \\
 \quad \times 8 \\
 \quad 579000 : 1000 = 579
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 27) \quad 125 = 1000 : 8 \\
 \quad 5938_{000} \times 125 \\
 \quad : 8 \\
 \quad 742250
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 28) \quad 34750 : 125 = \\
 \quad 598125 : 125 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 29) \quad 3075 \times 125 = \\
 \quad 96632 \times 125 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 30) \quad 56749 \times 125 = \\
 \quad 276426 : 125 =
 \end{array}$$

b.

$$\begin{array}{l}
 31) \quad 57.3 : 10 = \\
 \quad 8.25 : 10 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 32) \quad 618.4 : 100 = \\
 \quad 3.142 : 100 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 33) \quad 2468.2 : 1000 = \\
 \quad 58.065 : 1000 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 34) \quad 384.8 : 4 = \\
 \quad 35.75 : 5 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 35) \quad 693.7 : 7 = \\
 \quad 0.2244 : 6 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 36) \quad 52.832 : 8 = \\
 \quad 0.25673 : 7 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 37) \quad 9.12 : 38 = \\
 \quad 23.52 : 98 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 38) \quad 268.8 : 32 = \\
 \quad 13.905 : 36 =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 39) \quad 118.44 : 315 = \\
 \quad 22.555 : 694 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 40) \quad 71.541 : 0.9 = \\
 \quad 144.56 : 5.2 = \\
 \quad 35.312 : 7.3 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 41) \quad 0.3197 : 27.8 = \\
 \quad 4735.02 : 0.53 = \\
 \quad 29.6528 : 4.16 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 42) \quad 24542.57 : 0.71 = \\
 \quad 632.1825 : 69.1 = \\
 \quad 3.865712 : 3.14 =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 43) \quad 2.135678 : 0.625 = \\
 \quad 206.03122 : 0.709 = \\
 \quad 25565.2848 : 26.07 =
 \end{array}$$

Soll der Quotient nur auf eine bestimmte Anzahl von Decimalstellen entwickelt werden, so bedient man sich der abgekürzten Division. Dabei verfähre nach folgenden Regeln:

1) Suche die erste Ziffer des Quotienten und bestimme ihren Stellenwert. Da der Quotient eine bestimmte Anzahl Decimalen enthalten soll, so ist aus dem Stellenwerte der ersten Ziffer auch bekannt, wie viele Ziffern der verlangte Quotient im ganzen, d. i. Ganze und Decimalen haben soll.

2) Schneide im Divisor von der Linken angefangen so viele Ziffern ab, als ihrer der gesuchte Quotient enthalten soll; diese bilden den abgekürzten Divisor. Hat der Divisor nicht so viele Ziffern, als ihrer abgeschnitten werden sollen, so tritt die abgekürzte Division erst später im Verlaufe der Rechnung ein.

3) Behalte auch im Dividend nur so viele Ziffern von der höchsten angefangen, als ihrer der Quotient haben soll, oder um eine mehr, wenn der abgekürzte Divisor in ebensovielen höchsten Ziffern des Dividends nicht enthalten ist; jene beibehaltenen Ziffern sind der abgekürzte Dividend.

4) Dividire nach der gewöhnlichen Divisionsweise solange fort, bis die letzte Ziffer des abgekürzten Dividends herabgesetzt wurde; hierauf laß bei jeder folgenden Division die niedrigste noch vorhandene Ziffer des Divisors weg; die jedesmal gefundene Ziffer des Quotienten multipliciere dann zuerst mit der höchsten im Divisor weggelassenen Ziffer und zähle die aus diesem Producte erhaltenen Zehner als Correctur zu dem ersten eigentlichen Producte dazu.

5) Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis sich im Divisor keine Ziffer mehr vorfindet.

44) Bestimme den Quotienten $19.339 : 8.1534$ mit 3 Decimalstellen.

$$19339|0 : 8,1,5,3|4 = 2.372$$

3032

586

15

Die aufeinanderfolgenden abgekürzten Dividende und Divisoren sind:

$$19339 : 8153$$

$$3032 : 815$$

$$586 : 81$$

$$15 : 8$$

Bestimme nach der abgekürzten Division:

45) $83.423 : 31.586$ mit 3 Decimalen.

46) $89.43 : 9.475$ (3 Dec.)

47) $3.79357 : 13.8594$ (4 Dec.)

48) $0.9275 : 0.3702$ (4 Dec.)

49) $549.0021 : 48.5$ (3 Dec.)

- 50) $72.804 : 0.098$ (3 Dec.)
 51) $100 : 3.1419$ (2 Dec.)
 52) $4.78235 : 0.3881$ (3 Dec.)
 53) $0.84637 : 0.00163$ (2 Dec.)

c.

54) 127 Tage 7 Stund. 28 Min. 48 Sec. : 8 =

Verwandle in die niedrigste Benennung und dividiere:

- | | | | |
|-----|------------------------|-----|----------------------|
| 55) | 1955 fl. 94 fr. : 21 | 56) | 4114 ha 23 a : 87 |
| | 18133 fl. 15 fr. : 503 | | 19831 hl 63 l : 217 |
| | 1966 km 592 m : 64 | | 4199 kg 25 dkg : 825 |

57) $20\text{ m } 5\text{ dm } 1\text{ cm } 1\text{ mm} : 53$

58) $35\text{ m}^2\text{ } 36\text{ dm}^2\text{ } 75\text{ cm}^2 : 25$

59) $533\text{ m}^3\text{ } 478\text{ dm}^3\text{ } 528\text{ cm}^3 : 792$

60) $205\text{ fl. } 11\text{ fr.} : 3\text{ fl. } 87\text{ fr.} =$

61) $319\text{ ha } 70\text{ a} : 2\text{ ha } 78\text{ a} =$

62) $16763\text{ kg } 67\text{ dkg} : 31\text{ kg } 57\text{ dkg} =$

d.

63*) 8 hl Wein kosten 224 fl.; wie viel kostet 1 hl?

64*) Ein Beamter hat einen Jahresgehalt von 1800 fl.; wie viel bezieht er monatlich?

65) Ein Rad macht in 24 Minuten 1728 Umläufe; wie oft dreht es sich in 1 Minute um?

66) Steiermark hat auf 22354.75 km^2 1213397 Einwohner; wie viele Einwohner kommen auf 1 km^2 ?

67) Wie viele Fässer braucht man zur Verpackung von 10560 kg Zucker, wenn jedes 165 kg faßt?

68) 1 Achtguldenstück = 8.1 fl. in Silber; mit wie vielen Achtguldenstücken kann man 591.3 fl. in Silber bezahlen?

69) Ein Haus hat auf eine Höhe von $11\text{ m } 7\text{ dm}$ drei Treppen mit 65 Stufen; wie hoch ist jede Stufe?

70) Ein Kaufmann erhält 3 Säcke Kaffee, welche einzeln 186.5 , 191.6 und 194.3 kg wiegen; er verkauft in der ersten Woche den 12. Theil; wie viel behält er noch?

71) A und B kauften 26 *hl* Weizen für 216 fl. 32 fr.; davon nahm A 9 *hl*, B den Rest; wie viel hat jeder zu bezahlen?

72) Ein Kaufmann kauft 16 *q* Reis à 21 fl.; die Spesen betragen 99 fl.; wie theuer muß er das *kg* verkaufen, um an der Ware 82 fl. 50 fr. zu gewinnen?

73) Jemand mischt 1 *l* Wein à 32 fr., 1 *l* à 40 fr. und 1 *l* à 42 fr.; wie viel ist 1 *l* der Mischung wert?

1 <i>l</i> der 1. Sorte kostet	32 fr.
1 " " 2. " "	40 "
1 " " 3. " "	42 "
3 <i>l</i> der Mischung kosten	114 fr.
1 " " " kostet	38 fr.

Die Rechnung, durch welche der Wert der Einheit einer Mischung, welche aus Theilen von verschiedenem Werte besteht, gefunden wird, heißt **Durchschnittsrechnung**.

74) Jemand mischt zu gleichen Theilen 4 Sorten Reis, à 24, 28, 30 und 34 fr. das *kg*; wie viel kostet 1 *kg* der Mischung?

75) Ein Weingarten liefert in 5 aufeinanderfolgenden Jahren 124, 203, 176, 145, 187 *hl* Wein; wie viel durchschnittlich in 1 Jahre?

76) Jemand mischt 12 *hl* Wein à 36 fl. mit 4 *hl* à 28 fl.; wie viel kostet 1 *hl* der Mischung?

12 <i>hl</i> à 36 fl. kosten	432 fl.
4 " à 28 " "	112 "
16 <i>hl</i> d. Mischung "	544 fl.
1 " " " kostet	544 fl. : 16 = 34 fl.

77) Zu 24 *l* Wein à 35 fr. gießt man 6 *l* Wasser; welchen Wert hat nun 1 *l*?

78) Jemand mischt 39 *l* Spiritus à 40 Grad mit 26 *l* à 30 Grad; welchen Gehalt hat die Mischung?

Der Spiritus hat 40 Grad, heißt: unter 100 Raumtheilen sind 40 Theile reiner Weingeist (Alkohol) und 60 Theile Wasser.

79) Ein Wirt hat 18 *hl* Wein à 24 fl. und mischt denselben mit 6 *hl* à 32 fl. und 6 *hl* à 36 fl.; wie viel gewinnt er, wenn er das *l* der Mischung zu 34 fr. verkauft?

Angewandte Aufgaben über die Multiplication und Division als Schlussrechnungen.

(Wiederholungsübungen für das Kopfrechnen.)

a.

- 1) 1 *hl* Weizen kostet 9 fl.; wie viel kosten 12 *hl*?
- 2) 1 *m* kostet 5 fl.; was kosten 11, 18, 35, 40 *m*?
- 3) 1 *a* kostet 16 fl.; was kosten 4, 9, 13, 25 *a*?
- 4) 1 *hl* kostet 34 fl.; was kosten 3, 8, 12, 20 *hl*?
- 5) Jemand zahlt monatlich 26 fl. Kostgeld; wie viel in 1 Jahre?
- 6) Ein Arbeiter verdient wöchentlich 5 fl. 40 fr.; wie viel in 3, 7, 15 Wochen?

7) 1 *dm* kostet 32 fr.; a) wie viele Zehner kostet 1 *m*; b) wie hoch kommen 3, 8, 15 *m*?

8) 1 Buch Papier kostet 64 fr.; a) wie viele Zehner kostet 1 Ries; b) wie viel kosten 2, 5, 12 Ries?

9) 1 *l* Bier kostet 22 fr.; a) wie viele Gulden kostet 1 *hl*; b) wie viel kosten 2, 7, 20 *hl*?

10) 1 *kg* Zucker kostet 52 fr.; a) wie viele Gulden kostet 1 *q*; b) wie viel kosten 3, 8, 14 *q*?

11) 1 *m*² kostet 13 fr.; wie viel kostet a) 1 *a*, b) 1 *ha*?

12) 1 *l* kostet 36 fr.; wie viel kosten 12 *l*?

12 *l* à 36 fr.

12 *l* à 3 Zehner kosten 12mal 3 Z. = 36 Z. = 3 fl. 60 fr.

12 „ à 6 fr. „ 12mal 6 fr. 72 „

zusammen 4 fl. 32 fr.

13) Wie viel kosten 5 Paar Strümpfe à 76 fr.?

14) Wie viel kosten 3, 7, 12, 21 *l* à 30 fr.?

15) Wie viel kosten 4, 6, 10, 32 *kg* à 64 fr.?

16) Wie viel kosten 5, 8, 15, 28 *m* à 2 fl. 83 fr.?

17) Wie viel kosten 2 Dutzend Messer, das Stück zu 85 fr.?

18) 1 *l* kostet 50 fr.; wie viel kosten 24 *l*?

19) Wie viel kosten 28 *kg* à 25 fr.?

20) Wie viel kosten 35 *l* à 21 fr.?

21) Wie viel kosten 16 *m* à 49 fr., à 52 fr., à 2 fl. 25 fr.?

22) Ein Tagelöhner verdient täglich 96 fr.; wie viel in 24 Tagen?

23) 1 *kg* Rindfleisch kostet 51 fr.; wie viel kosten 3, 8, 12, 25 *kg*?

24) Jemand verkauft 56 *kg* Kaffee à 1 fl. 54 fr. und gewinnt daran 8 fl. 4 fr.; wie viel hat er beim Einkaufe dafür ausgegeben?

b.

25) 7 *a* kosten 126 fl.; wie viel kostet 1 *a*?

26) Jemand gibt in 6 Tagen 45 fl. aus; wie viel durchschnittlich in 1 Tage?

Wie viel kostet 1 *m*, wenn

27) 9 *m* 72 fl. kosten?

28) 15 „ 75 „ „

29) 20 *m* 110 fl. kosten?

30) 18 „ 135 „ „

31) 20 *l* kosten 8 fl.; wie viel kostet 1 *l*?

32) Für 16 fl. kauft man 64 *l*; wie viel für 1 fl.?

33) 1 *m* kostet 36 Zehner; wie viel kostet 1 *dm*?

34) 1 Ries Papier kostet 4, 5, 6, 8 fl.; wie viel kostet 1 Buch?

35) Wie viel kostet 1 *l*, wenn 1 *hl* 22, 30, 45 fl. kostet?

36) 1 *q* kostet 26, 50, 148 fl.; wie viel kostet 1 *kg*?

37) Wie viel kostet 1 *m*², wenn 1 *a* 14, 17, 20 fl. kostet?

38) 11 *m* kosten 8 fl. 58 fr.; wie viel kostet 1 *m*?

8 fl. 58 fr. = 77 Zehner + 88 fr.

der 11. Theil von 77 Zehn. sind 7 Zehner = 70 fr.

„ „ „ „ 88 fr.	„	8 „
		78 fr.

- 39) 7 *l* kosten 3 fl. 15 fr.; was kostet 1 *l*?
 40) 9 *kg* kosten 5 fl. 4 fr.; was kostet 1 *kg*?
 41) 12 *m* kosten 69 fl.; was kostet 1 *m*?
 42) 3, 7, 10 *m* kosten 10 fl. 50 fr.; wie viel kostet 1 *m*?
 43) 6, 8, 9 *kg* kosten 8 fl. 64 fr.; wie viel kostet 1 *kg*?
 44) 5, 9, 11 Stück kosten 34 fl. 65 fr.; wie viel kostet 1 Stück?

c.

45) 1 Arbeiter vollendet ein Werk in 35 Tagen; wie viel Tage würden 7 Arbeiter dazu brauchen?

Ein Arbeiter braucht 35 Tage; 7 Arbeiter brauchen nur den 7. Theil von 35 Tagen = 5 Tage.

46) 1 Person langt mit einem Mehlvorrathe 48 Tage aus; wie lange würden mit demselben Vorrathe 8 Personen ausreichen?

47) A braucht zu einem Rocke 27 *dm* Tuch, wenn dieses 1 *m* breit ist; wie viel Tuch hat er dazu nöthig, wenn dasselbe nur 8 *dm* breit ist?

48) 6 Mäher mähen eine Wiese in 3 Tagen ab; wie viel Tage würde 1 Mäher dazu brauchen?

6 Mäher brauchen 3 Tage; 1 Mäher braucht 6mal soviel Zeit, also 6mal 3 Tage = 18 Tage.

49) 100 fl. Capital geben in 4 Jahren einen bestimmten Zins; wie groß muß das Capital sein, damit es in 1 Jahre denselben Zins bringe?

50) Ein Heuvorrath reicht für 12 Pferde 8 Tage aus; wie lange würde er für 1 Pferd ausreichen?

Zweiter Abschnitt.

Theilbarkeit der Zahlen.

1) Dividiere die Zahlen 35, 60, 72, 345, 1324, 2395, 30825, 139448 durch 5. Welche von diesen Zahlen lassen sich durch 5 ohne Rest dividieren, welche lassen sich durch 5 nicht ohne Rest dividieren?

— Läßt sich eine Zahl durch eine andere ohne Rest dividieren, so heißt sie durch diese andere Zahl theilbar; die erstere Zahl nennt man ein Vielfaches der letzteren, und die letztere ein Maß der ersteren. So ist 35 durch 5 theilbar; 35 ist ein Vielfaches von 5, 5 ist ein Maß von 35.

2) Gib alle Zahlen an, durch welche folgende Zahlen theilbar sind:

3, 8, 12, 17, 20, 28, 31, 36, 43, 56, 72, 83.

— Zahlen, welche nur durch 1 und durch sich selbst theilbar sind, heißen Primzahlen; z. B. 3, 17. Zahlen, welche außer durch 1 und durch sich selbst auch noch durch andere Zahlen theilbar sind, heißen zusammengesetzte Zahlen; z. B. 8, 12, 20.

3) Gib alle Primzahlen von 1 bis 100 an.

4) Die Zahlen 105, 65 und 35 sind durch 5 theilbar; untersuche, ob auch ihre Summe $105 + 65 + 35$ durch 5 theilbar ist.

— Sind zwei oder mehrere Zahlen durch eine gemeinschaftliche Zahl theilbar, so ist auch ihre Summe durch dieselbe Zahl theilbar.

5) Die Zahlen 84 und 48 sind durch 4 theilbar; untersuche, ob auch ihre Differenz $84 - 48$ durch 4 theilbar ist.

Sind zwei Zahlen durch eine gemeinschaftliche Zahl theilbar, so ist auch ihre Differenz durch dieselbe Zahl theilbar.

6) Die Zahl 42 ist durch 6 theilbar; untersuche, ob auch das Vielfache 42×6 durch 6 theilbar ist.

Ist eine Zahl durch eine andere Zahl theilbar, so ist auch jedes Vielfache derselben durch diese andere Zahl theilbar.

1. Kennzeichen der Theilbarkeit und Zerlegung in Primfactoren.

1) Jede Zehnerzahl, z. B. 80, 130, 750, ist durch 2 theilbar. Sind in einer Zahl auch die Einer durch 2 theilbar, so ist es die Zahl selbst. Durch 2 sind alle geraden Zahlen theilbar.

Welche der folgenden Zahlen sind durch 2 theilbar: 146, 258, 375, 860, 1204, 4843, 5316, 7832?

2) Bestimme in den Zahlen 4812 und 3614 die Ziffernsumme und untersuche, ob diese durch 3 theilbar ist. Ist die Ziffernsumme einer Zahl durch 3 theilbar, so ist auch die Zahl durch 3 theilbar.

$4 + 8 + 1 + 2 = 15$ ist durch 3 theilbar, also ist auch 4812 durch 3 theilbar; $3 + 6 + 1 + 4 = 14$ ist nicht durch 3 theilbar, also ist auch 3614 nicht durch 3 theilbar.

Welche von den folgenden Zahlen sind durch 3 theilbar: 126, 713, 801, 923, 1287, 5789, 6252, 14151?

3) Zähle von 4 angefangen bis 100 so, daß du immer 4 zuzählst; dadurch bekommst du alle ein- und zweiziffrigen Zahlen, welche durch 4 theilbar sind. Da alle Hunderte durch 4 theilbar sind, so sind durch 4 jene Zahlen theilbar, deren zwei niedrigste Stellen durch 4 theilbar sind.

Welche der folgenden Zahlen sind durch 4 theilbar: 378, 532, 812, 920, 2528, 3714, 5282, 31516?

4) Jede Zehnerzahl ist durch 5 theilbar. Durch 5 sind daher jene Zahlen theilbar, welche in der Stelle der Einer 0 oder 5 haben.

Welche von den Zahlen 85, 92, 310, 705, 816, 1550, 7875 sind durch 5 theilbar?

5) Durch 6 sind alle Zahlen theilbar, welche durch 2 und durch 3 theilbar sind, also alle geraden Zahlen, welche zugleich durch 3 theilbar sind.

Welche von den Zahlen 72, 126, 354, 723, 816, 1348, 7902 sind durch 6 theilbar?

6) Durch 9 sind alle Zahlen theilbar, deren Ziffernsumme durch 9 theilbar ist.

Welche von den folgenden Zahlen sind durch 9 theilbar: 138, 324, 612, 5040, 7199, 13842?

7) Durch 10, 100, . . sind alle Zahlen theilbar, welche rechts 1, 2, . . . Nullen haben.

Welche von den Zahlen 95, 320, 53000, 79450, 12300 sind durch 10, welche durch 100, welche durch 1000 theilbar?

8) Untersuche nach den angeführten Kennzeichen, welche von den Zahlen 120, 255, 864, 4560, 5055, 423450 durch 2, welche durch 3, 4, 5, 6, 9, 10 theilbar sind.

9) Gib an, durch welche von den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 die nachfolgenden Zahlen theilbar sind:

24, 112, 1840, 8316, 18480, 31704, 652440;

60, 396, 3454, 5715, 23400, 57584, 740927;

84, 875, 5040, 7131, 38124, 24387, 321625.

10) Dividire die Zahl 630 durch die kleinste Primzahl, durch die sie theilbar ist, 1 nicht mitgerechnet, den Quotienten dividire wieder durch die kleinste Primzahl, durch die er theilbar ist, und verfahre ebenso mit jedem folgenden Quotienten, bis der letzte Quotient selbst eine Primzahl ist.

$$630 : 2 = 315$$

$$315 : 3 = 105$$

$$105 : 3 = 35$$

$$35 : 5 = 7$$

oder

$$630 \overline{) 2}$$

$$315 \overline{) 3}$$

$$105 \overline{) 3}$$

$$35 \overline{) 5}$$

$$7 \overline{) 7}$$

Die nach und nach angewendeten Divisoren 2, 3, 3, 5 und der letzte Quotient 7 sind die Primfactoren, aus denen die zusammengesetzte Zahl 630 besteht; denn

$$630 = 2 \times 315 = 2 \times 3 \times 105 = 2 \times 3 \times 3 \times 35 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7.$$

11) Zerlege folgende Zahlen in Primfactoren:

18, 28, 42, 45, 56, 60, 72, 80, 96, 100.

12) Zerlege in Primfactoren:

240, 360, 540, 936, 1050, 2900, 3075, 5250.

*ausgabe
bis
Anzahl Primfactoren*

2. Größtes gemeinschaftliches Maß.

1) Durch welche gemeinschaftliche Zahlen sind 24 und 36 theilbar?

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array}$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

24 und 36 sind demnach beide durch 2, 3, ferner durch $2 \times 2 = 4$, $2 \times 3 = 6$ und $2 \times 2 \times 3 = 12$ theilbar.

† Sind zwei oder mehrere Zahlen durch dieselbe Zahl theilbar, so heißt diese ein gemeinschaftliches Maß jener Zahlen. Die größte Zahl, durch welche zwei oder mehrere Zahlen theilbar sind, heißt das größte gemeinschaftliche Maß dieser Zahlen. Die Zahlen 24 und 36 haben die gemeinschaftlichen Maße 2, 3, 4, 6, 12; die Zahl 12 aber ist ihr größtes gemeinschaftliches Maß.

† Das größte gemeinschaftliche Maß zweier oder mehrerer Zahlen ist das Product aller Primfactoren, welche in den gegebenen Zahlen gemeinschaftlich vorkommen.

Zwei Zahlen, welche außer 1 kein gemeinschaftliches Maß haben, heißen Primzahlen unter sich oder relative Primzahlen.

2) Zerlege in Primfactoren die Zahlen 54, 72 und 126, und bestimme ihr größtes gemeinschaftliches Maß.

$$\begin{array}{r|l} 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \end{array}$$

$$\text{Größtes gem. Maß } 2 \times 3 \times 3 = 18.$$

Suche das größte gemeinschaftliche Maß folgender Zahlen:

$$3^*) \ 32, 48$$

$$4^*) \ 60, 75$$

$$5^*) \ 180, 270$$

$$6) \ 120, 500$$

$$7) \ 320, 340$$

$$8) \ 40, 64, 72$$

$$9) \ 42, 56, 98$$

$$10) \ 300, 360, 840$$

$$11) \ 294, 336, 504$$

$$12) \ 312, 468, 624.$$

Um das größte gemeinschaftliche Maß größerer Zahlen unabhängig von ihrer Zerlegung in Factoren zu finden, wird folgendes Verfahren, das auf den Sätzen in 4), 5) und 6) Seite 19 beruht, angewendet:

Man dividirt die größere der beiden Zahlen durch die kleinere, sodann den Divisor durch den übriggebliebenen Rest, den neuen Divisor durch den neuen Rest, u. s. f., bis endlich eine Division ohne Rest aufgeht. Der letzte Divisor ist das größte gemeinschaftliche Maß der zwei gegebenen Zahlen.

13) Suche das größte gemeinschaftliche Maß der Zahlen 345 und 506.

$$\begin{array}{rcl}
 506 : 345 = 1 & \text{oder} & 345 \mid 506 \mid 1 \\
 161 \text{ Rest} & & \mathbf{23} \mid 161 \mid 2 \\
 345 : 161 = 2 & & \mid 0 \mid 7 \\
 23 \text{ Rest} & & \\
 161 : \mathbf{23} = 7 & &
 \end{array}$$

das größte gemeinschaftliche Maß ist also 23.

Suche ebenso das größte gemeinschaftliche Maß folgender Zahlen:

14) 62, 279	17) 289, 323	20) 481, 1110
15) 221, 299	18) 493, 629	21) 637, 4277
16) 504, 714	19) 235, 637	22) 1441, 4587

3. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches.

1*) Multipliciere die Zahlen 6, 8 und 9, und untersuche, ob das Product durch jede der drei Zahlen theilbar ist.

Eine Zahl, welche durch zwei oder mehrere Zahlen theilbar ist, heißt ein gemeinschaftliches Vielfaches dieser Zahlen. Die kleinste Zahl, welche durch mehrere andere Zahlen theilbar ist, heißt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Zahlen.

Das Product zweier oder mehrerer Zahlen ist immer ein gemeinschaftliches Vielfaches, aber nicht immer das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Zahlen.

2*) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 2, 3, 5, 12, 60.

Da 2, 3, 5 und 12 in 60 ohne Rest enthalten sind, so ist 60 selbst das gesuchte kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

3*) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 3, 5 und 8.

Da 3, 5 und 8 Primzahlen unter sich sind, so ist ihr $3 \times 5 \times 8 = 120$ selbst ihr kleinstes gemeinschaftliches V

Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen:

4*) 3, 5

5*) 2, 5, 7

6) 3, 5, 8, 11

7) 5, 8, 9, 13, 17.

Wenn zwei oder mehrere der gegebenen Zahlen ein gemeinschaftliches Maß haben, so findet man das kleinste gemeinschaftliche Vielfache derselben, indem man die Zahlen neben einander schreibt, diejenigen, die in anderen größeren ohne Rest enthalten sind, sogleich wegläßt, die übrigen solange durch ihre gemeinschaftlichen Maße dividiert, als noch zwei derselben durch die gleiche Zahl theilbar sind, und endlich die zuletzt gebliebenen Zahlen und alle rechts angeschriebenen Divisoren mit einander multipliciert; das Product ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache.

8) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen 3, 5, 8, 10, 12, 15, 36.

3, 5, 8, 10, 12, 15, 36

4, 5, 8, 15, 18 | 2

2, 15, 9 | 2

2, 5, 3 | 3

kl. gem. Vielf. $2 \times 5 \times 3 \times 2 \times 2 \times 3 = 360$.

Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache der Zahlen:

9*) 4, 10

10*) 6, 15

11*) 10, 25

12) 12, 16, 18, 24

13) 10, 12, 16, 18, 25

14) 5, 8, 9, 15, 20, 36, 60.

Wiederholungsaufgaben.

Wie viel ist

1*) $83 + 95$; $259 + 121$; $377 + 98$; $546 + 297$?

2*) $90 - 57$; $143 - 94$; $615 - 436$; $802 - 398$?

3*) 7mal 68; 8mal 135; 12mal 57; 18mal 73?

4*) $\frac{1}{5}$ von 150, 305, 275, 96, 182, 470, 333?

5*) 1 q kostet 46 fl.; wie viel kosten 8 kg?

6*) Wie viel kosten 17 l à 44 fr.?

7*) " " " 23 kg à 60 fr.?

8*) " " " 36 m à 1 fl. 26 fr.?

9*) " " " 15 hl à 8 fl. 90 fr.?

10) Durch welche von den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10 sind folgende Zahlen theilbar:

28, 224, 375, 2520, 9240, 46800, 354240?

30, 612, 756, 6908, 5028, 34560, 192432?

11) Kaiser Josef II. starb am 20. Februar 1790 in einem Alter von 48 Jahren 11 Monaten 7 Tagen; wann wurde er geboren?

12) 86 a Ackergrund werden für 1070·7 fl. gekauft; wie viel kostet 1 a?

13) Multipliciere jede der Zahlen 31976, 59028, 905876, 257638 mit a) 791, b) 3456, c) 57089.

14) $344 \cdot 278 + 93 \cdot 097 + 814 \cdot 77 + 0 \cdot 7456 + 12 \cdot 829 =$

15) $0 \cdot 5 + 0 \cdot 25 + 0 \cdot 125 + 0 \cdot 0625 + 0 \cdot 03125 =$

Suche nach der abgekürzten Division:

~~16)~~ $593 \cdot 1324 : 41 \cdot 0645$ (3 Decim.)

~~17)~~ $0 \cdot 092856 : 0 \cdot 0006912$ (3 Decim.)

(18) Jemand hat eine Rechnung von 248 fl. 20 fr. zu berichtigen, er zahlt darauf 34 Stück Ducaten à 5 fl. 75 fr.; wie viel bleibt er noch schuldig?

19) An drei nacheinander folgenden Markttagen kostet das hl Weizen 9 fl. 54 fr., 8 fl. 96 fr., und 9 fl. 16 fr.; wie groß ist der Durchschnittspreis?

20*) Suche das größte gemeinschaftliche Maß von a) 8 und 12; b) 10 und 15; c) 16 und 20; d) 24 und 36.

21*) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von a) 8 und 12; b) 20 und 25; c) 16 und 20.

22*) Von dem Steuergulden werden 24 fr. Gemeindeumlagen erhoben; A zahlt 38 fl. Steuer; wie viel hat er als Umlage zu entrichten?

23*) 5, 7, 9 m kosten 31 fl. 50 fr.; wie hoch kommt 1 m?

~~24)~~ Zerlege in Primfactoren:

48, 150, 270, 356, 450, 720, 1800, 1536, 4158.

25) Wie viel wiegt eine Eisenbahnschiene von 5 m 65 cm Länge, wenn das laufende m 70·12 kg wiegt?

26) Ein Goldschmied schmelzt 7 *kg* 720tausendtheiliges und 2 *kg* 540tausendtheiliges Silber zusammen; wie viel Tausendtheile fein Silber sind in 1 *kg* der Mischung?

27) Dividire jede der Zahlen 78422960, 41065515, 151466112 durch jede der Zahlen a) 616, b) 2979, c) 43827.

Bestimme nach der abgekürzten Multiplication:

28) 271.3584×3.9072 (3 Decim.)

29) $1.065 \times 1.065 \times 1.065 \times 1.065$ (3 Decim.)

30) Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von

a) 8, 12, 20 und 32;

b) 5, 6, 18, 20 und 25;

c) 2, 3, 5, 8, 11, 15, 21 und 36.

31) Ein Getreidehändler kauft 228 *hl* 52 *l*, 308 *hl* 5 *l*, 192 *hl* 84 *l* und 259 *hl* 76 *l* Weizen; wie viel zusammen?

32) Ein Kaufmann zahlt für 32 *q* Zucker 1464 fl. und will an jedem *q* 4 fl. 25 fr. gewinnen; wie theuer muß er das *kg* verkaufen?

33) Ein Kaufmann erhält 842.8 *kg* Zucker à 46 fr., 512.4 *kg* Kaffee à 1 fl. 60 fr. und 223.8 *kg* Reis à 25 fr.; wie viel hat er a) für den Zucker, b) für den Kaffee, c) für den Reis, d) für alle diese Waren zusammen zu zahlen?

Dritter Abschnitt.

Das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

(Kopf- und Zifferrechnen.)

1) Wie heißt jeder Theil, wenn ein Ganzes in 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 gleiche Theile getheilt wird?

1, 2, 3, 4, . . . heißen ganze Zahlen; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{10}$, . . . heißen gebrochene Zahlen oder Brüche und zwar gemeine Brüche zum Unterschiede von den Decimalbrüchen; $1\frac{1}{2}$, $5\frac{3}{8}$, $15\frac{7}{12}$, . . . heißen gemischte Zahlen, weil sie aus Ganzen und Brüchen bestehen.

2) Wie entstehen die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{12}$?

3) Wie entstehen die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{9}{10}$?

4) Wie viel Zahlen sind zur Bestimmung eines Bruches erforderlich?

In dem Bruche $\frac{5}{6}$ zeigt die Zahl 6 an, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt ist, sie gibt die Art der Theile an, d. i. sie nennt die Theile; die Zahl 5 zeigt an, wie viele solche Theile zu nehmen sind, sie zählt die Theile. Die Zahl über dem Bruchstriche (5) heißt darum der Zähler, die Zahl unter dem Bruchstriche (6) der Nenner.

5) Wie viel ist der 4te Theil von 3 Ganzen?

Der 4te Theil von 1 Ganzen ist $\frac{1}{4}$; der 4te Theil von 3 Ganzen ist 3mal soviel, also $\frac{3}{4}$; folglich ist

$$\frac{3}{4} = 3 : 4$$

Ein Bruch kann daher auch als eine angezeigte Division betrachtet werden, in welcher der Zähler als Dividend und der Nenner als Divisor erscheint.

6) Vergleiche jeden der folgenden Brüche mit einem Ganzen:
 $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{9}{14}$, $\frac{15}{16}$.

Brüche, welche weniger als ein Ganzes betragen, heißen echte Brüche. Der Zähler eines echten Bruches ist kleiner als der Nenner.

7) Vergleiche ebenso folgende Brüche mit einem Ganzen:
 $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{13}{6}$, $\frac{27}{10}$, $\frac{43}{12}$.

Brüche, welche ein Ganzes oder mehr als ein Ganzes betragen, heißen unechte Brüche. Der Zähler eines unechten Bruches ist ebenso groß oder größer als der Nenner.

8) Welche von den Brüchen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{12}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{12}$ haben gleiche Nenner, welche haben ungleiche Nenner?

Brüche, welche gleiche Nenner haben, heißen gleichnamig; Brüche, welche ungleiche Nenner haben, heißen ungleichnamig.

1. Verwandlung ganzer oder gemischter Zahlen in unechte Brüche, und umgekehrt.

1) Wie viel Viertel haben 3 Ganze?

1 Ganzes = 4 Viertel, 3 Ganze sind also 3mal 4 Viertel d. i. 12 Viertel; folglich $3 = \frac{12}{4}$.

2) Verwandle 1, 4, 7, 9, 15, 40, 176 in Halbe, Drittel, Viertel, Fünftel, . . . Zehntel.

3) Verwandle $7\frac{3}{8}$ in einen unechten Bruch.

7 Ganze sind 7mal 8 Achtel = 56 Achtel, und 3 Achtel sind 59 Achtel; also $7\frac{3}{8} = \frac{59}{8}$.

Richte folgende gemischte Zahlen zu unechten Brüchen ein:

4) $3\frac{1}{2}$	5) $12\frac{2}{3}$	6) $45\frac{11}{18}$	7) $108\frac{37}{50}$
$6\frac{3}{4}$	$21\frac{5}{8}$	$63\frac{3}{20}$	$237\frac{18}{35}$
$17\frac{4}{5}$	$13\frac{7}{12}$	$52\frac{18}{25}$	$1336\frac{19}{48}$
$9\frac{7}{10}$	$35\frac{5}{12}$	$71\frac{17}{32}$	$4612\frac{56}{75}$

8) Wie viel Ganze sind in $\frac{38}{5}$ enthalten?

Im Kopfe: 5 Fünftel sind ein Ganzes; $\frac{38}{5}$ sind daher so vielmal 1 Ganzes, als $\frac{5}{5}$ in $\frac{38}{5}$ enthalten sind; $\frac{5}{5}$ sind in $\frac{38}{5}$, wie 5 in 38, 7mal enthalten und $\frac{3}{5}$ bleiben übrig; also sind $\frac{38}{5} = 7\text{mal } 1 \text{ Ganzes d. i. } 7 \text{ Ganze und noch } \frac{3}{5}$.

Schriftlich: $\frac{38}{5} = 38 : 5 = 7\frac{3}{5}$.

Suche die Ganzen aus folgenden Brüchen:

9) $\frac{12}{3}$	10) $\frac{23}{4}$	(11) $\frac{96}{2}$	12) $\frac{80}{10}$	(13) $\frac{137}{11}$
$\frac{19}{4}$	$\frac{35}{5}$	$\frac{73}{7}$	$\frac{99}{8}$	$\frac{144}{12}$
$\frac{37}{2}$	$\frac{57}{6}$	$\frac{84}{9}$	$\frac{90}{3}$	$\frac{365}{20}$

Verwandle in ganze oder gemischte Zahlen:

(14) $\frac{157}{3}$	(15) $\frac{341}{11}$	16) $\frac{183}{25}$	17) $\frac{2415}{345}$
$\frac{370}{9}$	$\frac{723}{15}$	$\frac{816}{48}$	$\frac{3173}{208}$
$\frac{871}{2}$	$\frac{898}{16}$	$\frac{1320}{57}$	$\frac{4600}{461}$

2. Vergleichung des Wertes der Brüche von gleichem Nenner oder gleichem Zähler.

1) Was ist mehr: $\frac{7}{12}$ oder $\frac{5}{12}$; $\frac{9}{15}$ oder $\frac{8}{15}$? Warum?

2) Ordne folgende Brüche nach ihrer Größe, indem du mit dem kleinsten Werte anfängst:

$$\frac{11}{16}, \frac{5}{16}, \frac{7}{16}, \frac{15}{16}, \frac{3}{16}, \frac{9}{16}, \frac{13}{16}.$$

Saben zwei Brüche gleiche Nenner, so ist derjenige der größere, welcher den größeren Zähler hat; derjenige der kleinere, welcher den kleineren Zähler hat.

3) Multipliciere den Zähler des Bruches $\frac{2}{5}$ mit 2, 3, 4, 5, 6; wie vielmals so groß als der erste ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{6}{5}, \frac{8}{5}, \frac{10}{5}, \frac{12}{5}?$$

4) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Zähler mit 2, 3, 4, 5, . . . multipliciert? — Wie wird daher ein Bruch mit einer ganzen Zahl multipliciert?

5) Multipliciere a) mit 5, b) mit 12 folgende Brüche:

$$\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{7}{10}, \frac{11}{15}, \frac{13}{27}, \frac{52}{83}.$$

6) Dividire den Zähler des Bruches $\frac{60}{7}$ durch 2, 3, 4, 5, 6; der wievielte Theil des ersten ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{60}{7}, \frac{30}{7}, \frac{20}{7}, \frac{15}{7}, \frac{12}{7}, \frac{10}{7}?$$

7) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Zähler durch 2, 3, 4, 5, . . . dividirt? — Wie wird daher ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt?

8) Dividire a) durch 3, b) durch 7 folgende Brüche:

$$\frac{21}{5}, \frac{63}{11}, \frac{42}{51}, \frac{105}{116}, \frac{84}{95}, \frac{210}{317}.$$

9) Was ist mehr: $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$? $\frac{3}{5}$ oder $\frac{3}{10}$? Warum?

10) Ordne folgende Brüche nach ihrer Größe, indem du mit dem kleinsten Werte anfängst:

$$\frac{5}{6}, \frac{5}{9}, \frac{5}{14}, \frac{5}{4}, \frac{5}{8}, \frac{5}{7}, \frac{5}{12}.$$

Saben zwei Brüche gleiche Zähler, so ist derjenige der größere, welcher den kleineren Nenner hat; derjenige der kleinere, welcher den größeren Nenner hat.

11) Multipliciere den Nenner des Bruches $\frac{5}{6}$ mit 2, 3, 4, 5, 6; der wievielte Theil des ersten ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{5}{6}, \frac{5}{12}, \frac{5}{18}, \frac{5}{24}, \frac{5}{30}, \frac{5}{36}?$$

12) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Nenner mit 2, 3, 4, 5, . . . multipliciert? — Wie wird daher ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt?

13) Dividire a) durch 3, b) durch 7 folgende Brüche:

$$\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{13}{12}, \frac{16}{25}, \frac{7}{30}, \frac{53}{54}.$$

14) Dividire den Nenner des Bruches $\frac{13}{60}$ durch 2, 3, 4, 5, 6; wie vielmals so groß als der erste ist jeder folgende der Brüche:

$$\frac{13}{60}, \frac{13}{30}, \frac{13}{20}, \frac{13}{15}, \frac{13}{12}, \frac{13}{10}?$$

15) Was geschieht mit dem Werte eines Bruches, wenn man den Nenner durch 2, 3, 4, 5, . . . dividirt? — Wie wird daher ein Bruch mit einer ganzen Zahl multipliciert?

16) Multipliciere a) mit 2, b) mit 5 folgende Brüche:

$$\frac{7}{10}, \frac{13}{20}, \frac{29}{30}, \frac{21}{50}, \frac{37}{60}, \frac{51}{80}.$$

17) Merke dir folgende Regeln:

Multiplication oder Division des Zählers ist dieselbe Rechnung an dem Bruche.

Multiplication oder Division des Nenners ist die entgegengesetzte Rechnung an dem Bruche.

18) Welche Wertveränderung erleiden die Brüche $\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{7}{12}$, wenn man a) den Zähler, b) den Nenner mit 5 multipliciert?

19) Welche Wertveränderung erleiden die Brüche $\frac{8}{15}, \frac{16}{25}, \frac{48}{125}$, wenn man a) den Zähler durch 4, b) den Nenner durch 5 dividirt?

3. Erweitern der Brüche.

1) Zeichne drei gleich lange Linien und theile die erste in 2, die zweite in 4, die dritte in 8 gleiche Theile. Du findest: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$. Wie entsteht der zweite Bruch aus dem ersten, wie der dritte?

2) Zeige ebenso durch die Theilung von drei gleich langen Linien in 3, 6, 12 gleiche Theile, daß $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{8}{12}$ ist.

Man kann einen Bruch in größeren Zahlen ausdrücken, ohne seinen Wert zu ändern, d. h. man kann ihn erweitern. Dieses geschieht, indem man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multipliciert.

3) Erweitere mit 2 die Brüche: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{29}{50}$, $\frac{23}{60}$, $\frac{29}{75}$, $\frac{63}{100}$.

4) Erweitere dieselben Brüche mit 3, 4, 5, 10, 12.

5) Verwandle $\frac{4}{5}$ in 10tel, 15tel, 25stel, 40stel, 100tel.

Verwandle

6) $\frac{3}{5}$ in 20stel	7) $\frac{7}{10}$ in 40stel	8) $\frac{5}{12}$ in 96stel
$\frac{7}{8}$ in 64stel	$\frac{9}{11}$ in 55stel	$\frac{9}{16}$ in 80stel
$\frac{5}{9}$ in 45stel	$\frac{13}{20}$ in 100stel	$\frac{103}{125}$ in 1000stel.

4. Gleichnamigmachen der Brüche.

1) Erweitere folgende Brüche so, daß sie alle den Nenner 48 erhalten:

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{13}{16}$, $\frac{19}{24}$.

2) Bringe die nachstehenden Brüche auf den Nenner 100:

$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{17}{20}$, $\frac{12}{25}$, $\frac{43}{50}$.

Verwandle

3) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ in 60stel	4) $\frac{3}{5}$, $\frac{8}{15}$, $\frac{13}{21}$ in 105stel
$\frac{2}{3}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{12}$ in 36stel	$\frac{1}{12}$, $\frac{17}{30}$, $\frac{47}{60}$ in 120stel
$\frac{5}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{17}{32}$ in 96stel	$\frac{23}{28}$, $\frac{24}{35}$, $\frac{97}{140}$ in 420stel.

Der gemeinschaftliche Nenner mehrerer Brüche muß durch den Nenner eines jeden gegebenen Bruches theilbar sein. Der kleinste gemeinschaftliche Nenner mehrerer Brüche ist daher das kleinste gemeinschaftliche Vielfache ihrer Nenner. (Siehe Aufg. 1 Seite 21.)

5) Bringe die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{12}$ auf einen gemeinschaftlichen Nenner.

Da 3 in 12 ohne Rest enthalten ist, so ist 12 der kleinste gemeinschaftliche Nenner und man hat

$$\begin{array}{l} 1 = \frac{12}{12} \\ \frac{1}{3} = \frac{4}{12}, \quad \frac{2}{3} = \frac{8}{12}; \\ \frac{5}{12} = \frac{5}{12}. \end{array} \quad \text{oder:} \quad \begin{array}{l} 12 \\ \frac{2}{3} \left[\begin{array}{c} 4 \\ 1 \end{array} \right] \begin{array}{c} 8 \\ 5 \end{array} \left| \begin{array}{c} 8 \\ 5 \end{array} \right| \begin{array}{c} 8 \\ 5 \end{array} \\ \frac{5}{12} \end{array}$$

Bringe folgende Brüche mündlich und schriftlich auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner:

$$\begin{array}{l|l} 6) \quad \frac{1}{2} \text{ und } \frac{1}{8}; & 7) \quad \frac{1}{2}, \frac{2}{3} \text{ und } \frac{5}{6}; \\ \frac{2}{3} \text{ und } \frac{7}{9}; & \frac{1}{4}, \frac{3}{8} \text{ und } \frac{19}{32}; \\ \frac{4}{5} \text{ und } \frac{11}{20}; & \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{7}{25} \text{ und } \frac{31}{50}; \\ \frac{7}{12} \text{ und } \frac{47}{60}; & \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{15}, \frac{23}{30} \text{ und } \frac{45}{60}. \end{array}$$

8) Stelle $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$ mit einem gemeinschaftl. Nenner dar.

Da 4 und 5 durch keine gemeinschaftliche Zahl theilbar sind, so ist ihr Product $4 \times 5 = 20$ der kleinste g. Nenner.

$$\begin{array}{l} 1 = \frac{20}{20} \\ \frac{1}{4} = \frac{5}{20}, \quad \frac{3}{4} = \frac{15}{20}; \\ \frac{1}{5} = \frac{4}{20}, \quad \frac{2}{5} = \frac{8}{20}. \end{array} \quad \text{oder:} \quad \begin{array}{l} 20 \\ \frac{3}{4} \left[\begin{array}{c} 5 \\ 4 \end{array} \right] \begin{array}{c} 15 \\ 8 \end{array} \left| \begin{array}{c} 15 \\ 8 \end{array} \right| \begin{array}{c} 15 \\ 8 \end{array} \\ \frac{2}{5} \end{array}$$

Mache gleichnamig

$$\begin{array}{l|l} 9) \quad \frac{1}{2} \text{ und } \frac{2}{5}; & 10) \quad \frac{2}{3}, \frac{4}{5} \text{ und } \frac{3}{8}; \\ \frac{2}{3} \text{ und } \frac{5}{8}; & \frac{1}{3}, \frac{3}{4} \text{ und } \frac{2}{5}; \\ \frac{4}{5} \text{ und } \frac{5}{6}; & \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5} \text{ und } \frac{5}{7}; \\ \frac{7}{8} \text{ und } \frac{11}{15}; & \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{6}{7}, \frac{5}{9} \text{ und } \frac{8}{11}. \end{array}$$

11) Bringe $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{13}{20}$ auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner.

$$\begin{array}{r} 3, 6, 15, 20 \\ \hline 3, 15, 10 \mid 2 \\ \hline 3, 2 \mid 5 \end{array}$$

der kl. g. Nenner ist

$$3 \times 2 \times 2 \times 5 = 60.$$

$1 = \frac{60}{60}.$ $\frac{1}{3} = \frac{20}{60}, \quad \frac{2}{3} = \frac{40}{60};$ $\frac{1}{6} = \frac{10}{60}, \quad \frac{5}{6} = \frac{50}{60};$ $\frac{1}{15} = \frac{4}{60}, \quad \frac{7}{15} = \frac{28}{60};$ $\frac{1}{20} = \frac{3}{60}, \quad \frac{13}{20} = \frac{39}{60}.$	oder:	<table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{60}{20}$</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">40</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">$\frac{40}{60}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{10}{50}$</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">50</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">$\frac{50}{60}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{4}{28}$</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">28</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">$\frac{28}{60}$</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">$\frac{3}{39}$</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">39</td> <td style="border-left: 1px solid black; padding: 0 5px;">$\frac{39}{60}$</td> </tr> </table>	$\frac{60}{20}$	40	$\frac{40}{60}$	$\frac{10}{50}$	50	$\frac{50}{60}$	$\frac{4}{28}$	28	$\frac{28}{60}$	$\frac{3}{39}$	39	$\frac{39}{60}$
$\frac{60}{20}$	40	$\frac{40}{60}$												
$\frac{10}{50}$	50	$\frac{50}{60}$												
$\frac{4}{28}$	28	$\frac{28}{60}$												
$\frac{3}{39}$	39	$\frac{39}{60}$												

Mache noch folgende Brüche gleichnamig:

12) $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{10};$ $\frac{3}{8}$ und $\frac{11}{20};$ $\frac{9}{10}$ und $\frac{7}{15};$ $\frac{19}{32}$ und $\frac{17}{48};$ $\frac{33}{50}$ und $\frac{61}{75};$		13) $\frac{1}{3}, \frac{3}{4}$ und $\frac{5}{6};$ $\frac{7}{8}, \frac{7}{12}$ und $\frac{7}{15};$ $\frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}$ und $\frac{7}{10};$ $\frac{3}{8}, \frac{5}{12}, \frac{15}{16}, \frac{9}{20}$ und $\frac{13}{24};$ $\frac{5}{8}, \frac{9}{10}, \frac{7}{12}, \frac{11}{20}, \frac{23}{36}$ und $\frac{53}{60}.$
---	--	--

5. Abkürzen der Brüche.

1) Zeige an getheilten Linien, daß $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, ferner $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ ist.

2) Vergleiche folgende Guldenbrüche, indem du sie in Kreuzer verwandest:

$$\frac{50}{100} \text{ fl.}, \frac{25}{50} \text{ fl.}, \frac{10}{20} \text{ fl.}, \frac{5}{10} \text{ fl.}, \frac{2}{4} \text{ fl.}, \frac{1}{2} \text{ fl.}$$

Man kann einen Bruch, dessen Zähler und Nenner ein gemeinschaftliches Maß haben, in kleineren Zahlen ausdrücken, ohne seinen Wert zu ändern, d. h. man kann ihn abkürzen. Dieses geschieht, indem man Zähler und Nenner durch ihr gemeinschaftliches Maß dividirt.

3) Durch welche Zahlen sind Zähler und Nenner der Brüche $\frac{10}{18}, \frac{200}{240}, \frac{276}{312}, \frac{500}{1250}$ theilbar? Kürze sie dadurch ab.

$$\frac{10}{18} \overset{2}{=} \frac{5}{9}; \quad \frac{200}{240} \overset{10}{=} \frac{20}{24} \overset{4}{=} \frac{5}{6}; \quad \text{u. f. w.}$$

Kürze ab die Brüche

4) $\frac{10}{12}$ $\frac{16}{24}$ $\frac{21}{35}$ $\frac{72}{80}$	5) $\frac{39}{48}$ $\frac{35}{50}$ $\frac{24}{64}$ $\frac{48}{72}$	6) $\frac{80}{84}$ $\frac{48}{96}$ $\frac{36}{63}$ $\frac{40}{56}$	7) $\frac{72}{108}$ $\frac{75}{100}$ $\frac{65}{125}$ $\frac{24}{144}$	8) $\frac{160}{200}$ $\frac{250}{800}$ $\frac{124}{336}$ $\frac{396}{1352}$
---	---	---	---	--

6. Verwandeln gemeiner Brüche in Decimalbrüche, und umgekehrt.

$$1) \frac{13}{16} = 13 : 16 = 0.8125 \quad \left| \quad 2) \frac{309}{25} = 309 : 25 = 12.36$$

$$\begin{array}{r} 130 \\ 20 \\ 40 \\ 80 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 59 \\ 90 \\ 150 \end{array}$$

Verwandle in Decimalbrüche

$$3) \frac{1}{2} \quad \left| \quad 4) \frac{3}{16} \quad \left| \quad 5) \frac{7}{32} \quad \left| \quad 6) \frac{43}{80} \quad \left| \quad 7) \frac{120}{256}$$

$$\begin{array}{r} 1/4 \\ 3/4 \\ 5/8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17/20 \\ 16/25 \\ 91/25 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13/40 \\ 67/50 \\ 829/64 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 357/80 \\ 91/125 \\ 793/200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3607/500 \\ 537/625 \\ 517/1600 \end{array}$$

$$8) \frac{13}{9} = 13 : 9 = 1.4444 \dots \quad 9) \frac{17}{66} = 17 : 66 = 0.25757 \dots$$

$$\begin{array}{r} 170 \\ 380 \\ 500 \\ 380 \\ 500 \\ 38 \end{array}$$

Wenn der Nenner des gemeinen Bruches nicht 2 oder 5, und auch nicht ein Product ist, das keinen von 2 und 5 verschiedenen Factor enthält, so geht die Division nicht ohne Rest auf; der erhaltene Decimalbruch ist nicht vollständig, sondern nur angenähert, und zwar umso genauer, je mehrere Decimalen man entwickelt. In diesem Falle muß, wenn die Rechnung fortgesetzt wird, dieselbe Ziffer oder Ziffernreihe regelmäßig wiederkehren. Ein solcher Decimalbruch heißt ein periodischer. In 8) ist 4, in 9) 57 die Periode.

Verwandle folgende gemeine Brüche in Decimalbrüche mit so vielen Decimalstellen, als daneben angedeutet ist:

$$10) \frac{1}{3} \text{ auf 3 Stellen} \quad \left| \quad 11) \frac{8}{13} \text{ a. 7 St.} \quad \left| \quad 12) \frac{5}{6} \text{ a. 4 St.}$$

$$\begin{array}{r} 2/6 \\ 7/11 \\ 4/7 \\ 71/101 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 29/41 \\ 37/51 \\ 219/61 \\ 1523/37 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 38/15 \\ 317/22 \\ 7/12 \\ 923/54 \end{array}$$

$$13) 0.437 = \frac{437}{1000}. \quad 14) 5.75 = \frac{575}{100} = 5\frac{3}{4}.$$

Verwandle folgende Decimalzahlen in gemeine Brüche:

15) 0.2	16) 0.45	17) 0.125	18) 0.375	19) 0.0325
1.8	0.05	9.648	31.696	0.0024
0.15	7.35	0.075	17.084	8.1375
12.25	19.16	0.625	38.256	2.6875

20) Verwandle den rein periodischen Decimalbruch $0.696969 \dots$ in einen gemeinen Bruch.

$$\begin{array}{l} 100\text{facher Wert} = 69.6969 \dots \\ \text{davon } 1\text{facher } " = 0.6969 \dots \\ \hline \text{bleibt } 99\text{facher Wert} = 69 \\ \text{also } 1\text{facher } " = \frac{69}{99} = \frac{23}{33}. \end{array}$$

Verwandle noch folgende rein periodische Decimalbrüche in gemeine Brüche:

21) 0.333	22) 0.2121	23) 0.814814
0.444	3.7575	0.243243
8.666	0.5050	0.009009
3.888	0.2727	4.675675

24) Verwandle den gemischt periodischen Decimalbruch $0.35454 \dots$ in einen gemeinen Bruch.

$$\begin{array}{l} 1000\text{facher Wert} = 354.54 \dots \\ \text{davon } 10\text{facher } " = 3.54 \dots \\ \hline \text{bleibt } 990\text{facher Wert} = 351 \\ \text{also } 1\text{facher } " = \frac{351}{990} = \frac{39}{110}. \end{array}$$

Verwandle ebenso folgende gemischt periodische Decimalbrüche in gemeine Brüche:

25) 0.544	26) 0.31666	27) 0.187444
3.288	0.71818	9.814242
4.077	9.06969	0.6327327
0.4166	10.08585	28.0785785

7. Addieren der Brüche.

1) 5 Neuntel + 3 Neuntel = 8 Neuntel, oder

$$\frac{5}{9} + \frac{3}{9} = \frac{8}{9}.$$

Wie werden gleichnamige Brüche addiert?

3*

28 x 8

128 x 4
1024
186 x 6
936

$$2^*) \quad \frac{3}{8} + \frac{5}{8} = \quad \Bigg| \quad 3^*) \quad \frac{2}{7} + \frac{3}{7} + \frac{5}{7} + \frac{6}{7} =$$

$$\frac{3^1}{10} + \frac{5^7}{10} = \quad \Bigg| \quad \frac{1^2}{15} + \frac{3^4}{15} + \frac{6^7}{15} + \frac{12^{13}}{15} =$$

$$4) \quad \begin{array}{r|l} \frac{14}{25} & 14 \\ \frac{17}{25} & 17 \\ \frac{23}{25} & 23 \end{array}$$

$$\frac{24}{25} \quad 54 : 25 = 2$$

$$4$$

$$5) \quad \begin{array}{r|l} \frac{37^{19}}{32} & 19 \\ \frac{59^{25}}{32} & 25 \\ \frac{72^{29}}{32} & 29 \end{array}$$

$$\frac{170^9}{32} \quad 73 : 32 = 2$$

$$9$$

$$6) \quad \frac{7}{20} + \frac{13}{20} + \frac{19}{20} = \quad \Bigg| \quad 7) \quad \frac{32^{11}}{45} + \frac{16^{28}}{45} + \frac{53^{33}}{45} =$$

$$\frac{27}{50} + \frac{37}{50} + \frac{49}{50} = \quad \Bigg| \quad \frac{107^{25}}{72} + \frac{88^{43}}{72} + \frac{94^{67}}{72} =$$

$$8) \quad \frac{37^{77}}{144} + \frac{51^{115}}{144} + \frac{73^{43}}{144} + \frac{81^{103}}{144} + \frac{7^{95}}{144} =$$

9) Wie viel ist $\frac{3}{5}$ und $\frac{7}{8}$?

Um ungleichnamige Brüche addieren zu können, müssen sie gleichnamig gemacht werden.

$$\frac{3}{5} = \frac{24}{40}, \quad \frac{7}{8} = \frac{35}{40}; \quad \frac{24}{40} + \frac{35}{40} = \frac{59}{40} = 1\frac{19}{40}.$$

$$10^*) \quad \begin{array}{r|l} \frac{1}{2} + \frac{5}{6} = & \\ \frac{2}{5} + \frac{3}{10} = & \\ \frac{2}{3} + \frac{3}{4} = & \end{array} \quad \Bigg| \quad 11) \quad \begin{array}{r|l} \frac{11}{12} + \frac{31}{48} = & \\ \frac{4}{5} + \frac{11}{12} = & \\ \frac{5}{16} + \frac{17}{24} = & \end{array} \quad \Bigg| \quad 12) \quad \begin{array}{r|l} \frac{7^3}{4} + \frac{1}{8} = & \\ \frac{6^9}{10} + \frac{1^3}{5} = & \\ \frac{3^1}{4} + \frac{6^5}{6} = & \end{array}$$

13) Addiere die Brüche $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$ und $\frac{9}{10}$.

$$\begin{array}{c} 3, 8, 10 \\ \hline 3, 4, 5|2 \\ \text{Der kl. g. Nenner ist} \\ 3 \times 4 \times 5 \times 2 = 120 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 120 & \\ \frac{2}{3} & \frac{40}{120} \quad 80 \\ \frac{5}{8} & \frac{15}{120} \quad 75 \\ \frac{9}{10} & \frac{12}{120} \quad 108 \\ \hline 2^{23} & 263 : 120 = 2 \\ & 23 \end{array}$$

$$14) \quad \begin{array}{r|l} \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{12} = & \\ \frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{4}{5} = & \\ \frac{3}{5} + \frac{5}{6} + \frac{7}{18} = & \end{array} \quad \Bigg| \quad 15) \quad \begin{array}{r|l} \frac{3}{4} + \frac{7}{10} + \frac{13}{20} + \frac{4}{5} = & \\ \frac{5}{8} + \frac{11}{15} + \frac{7}{20} + \frac{13}{18} = & \\ \frac{2}{9} + \frac{9}{10} + \frac{8}{15} + \frac{3}{5} + \frac{17}{20} = & \end{array}$$

16*) $\frac{5}{8}$ hl Weizenmehl werden mit $\frac{1}{4}$ hl Kornmehl gemischt; wie viel hl enthält die Mischung?

17*) In den österr. Guldenstücken sind $1\frac{1}{9}$ dkg Silber und $\frac{10}{81}$ dkg Kupfer; wie viel wiegt ein Guldenstück?

18*) 1 q Kaffee wird für $128\frac{3}{4}$ fl. eingekauft; wie theuer muß man ihn verkaufen, um $16\frac{4}{5}$ fl. zu gewinnen?

19) Eduard erhält zu seinem Namenstage einen neuen Anzug; der Rock kostet $20\frac{2}{5}$ fl., das Beinkleid $6\frac{7}{10}$ fl., die Weste $2\frac{3}{4}$ fl.; wie viel kostet der ganze Anzug?

20) Drei Stück Leinwand enthalten $48\frac{1}{5}$ m, $51\frac{5}{8}$ m und $53\frac{3}{4}$ m; wie viel m beträgt dies zusammen?

21) Zwei Reisende gehen von den Orten A und B in gerader Richtung einander entgegen und begegnen sich, nachdem der eine $13\frac{17}{40}$ km, der andere $14\frac{96}{125}$ km zurückgelegt hat; wie weit sind A und B von einander entfernt?

22) Ein Garten ist $63\frac{2}{5}$ m lang und $48\frac{7}{10}$ m breit; wie viel m hat er im Umfange?

23) Ein Wirt hat 5 Fässer Wein, die einzeln $14\frac{2}{5}$, $16\frac{13}{20}$, $15\frac{3}{4}$, $13\frac{3}{10}$ und $17\frac{32}{100}$ hl halten; wie viel Wein ist in allen diesen Fässern?

24) Ein Landmann lieferte an die Zuckerfabrik $231\frac{1}{2}$, $222\frac{3}{4}$, 215 und $208\frac{2}{5}$ kg Runkelrüben; wie viel zusammen?

25) Ein Kaufmann erhält 4 Kisten von $202\frac{3}{5}$, $198\frac{1}{2}$, $187\frac{3}{4}$ und $175\frac{7}{10}$ kg; wie viel beträgt das ganze Gewicht?

26) Bei einem Thurme beträgt die Höhe bis zu den Glocken 21 m $3\frac{1}{2}$ dm, und von da bis zur Spitze 10 m $5\frac{4}{5}$ dm; wie groß ist die ganze Höhe des Thurmes?

2. Subtrahieren der Brüche.

1) 6 Siebentel weniger 4 Siebentel sind 2 Siebentel;

$$\frac{6}{7} - \frac{4}{7} = \frac{2}{7}.$$

Wie werden gleichnamige Brüche subtrahiert?

$$\begin{array}{l|l|l} 2^*) \frac{7}{8} - \frac{3}{8} = & 3^*) \frac{11}{12} - \frac{5}{12} = & 4^*) \frac{12\frac{3}{4}}{20} - \frac{4}{20} = \\ \frac{9}{10} - \frac{3}{10} = & \frac{14}{25} - \frac{6}{25} = & \frac{28\frac{17}{20}}{20} - \frac{9}{20} = \\ \frac{19}{24} - \frac{7}{24} = & \frac{27}{50} - \frac{13}{50} = & \frac{36\frac{11}{16}}{16} - \frac{5\frac{5}{16}}{16} = \end{array}$$

5*) Wenn du $\frac{7}{10}$ hast, wie viel fehlt dir noch zu einem Ganzen? — Wie viel ist $1 - \frac{3}{4}$? $1 - \frac{7}{15}$? $1 - \frac{63}{100}$?

$$\begin{array}{lcl}
 6^*) \quad 2 - \frac{5}{8} = & | & 7^*) \quad 21\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \\
 7 - \frac{7}{12} = & | & 35\frac{2}{5} - \frac{4}{5} = \\
 8 - 3\frac{13}{20} = & | & 63\frac{3}{10} - \frac{7}{10} = \\
 39 - 6\frac{7}{36} = & | & 173\frac{22}{75} - \frac{58}{75} =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 9\frac{5}{16} - 25\frac{11}{16} = \\
 3\frac{13}{32} - 78\frac{19}{32} = \\
 5\frac{27}{50} - 91\frac{43}{50} = \\
 216\frac{29}{100} - 1807\frac{87}{100} =
 \end{array}$$

9) Von $\frac{4}{5}$ subtrahiere $\frac{2}{3}$.

Um ungleichnamige Brüche subtrahieren zu können, müssen sie gleichnamig gemacht werden.

$5 \times 3 = 15$
ist der kleinste gem. Nenner

$$\begin{array}{r}
 15 \\
 \frac{4}{5} \overline{) 3} \quad 12 \\
 \frac{2}{3} \overline{) 5} \quad 10 \\
 \hline
 \frac{2}{15} \quad 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 10^*) \quad \frac{2}{3} - \frac{4}{9} = & | & 11^*) \quad \frac{6}{7} - \frac{4}{5} = \\
 \frac{4}{5} - \frac{9}{20} = & | & \frac{23}{25} - \frac{1}{2} = \\
 \frac{7}{8} - \frac{5}{24} = & | & \frac{31}{36} - \frac{3}{5} =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 12^*) \quad \frac{17}{24} - \frac{11}{18} = \\
 \frac{13}{16} - \frac{7}{12} = \\
 \frac{74}{75} - \frac{19}{20} =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 13^*) \quad \frac{81}{2} - \frac{1}{4} = & | & 14^*) \quad \frac{2311}{15} - \frac{83}{10} = \\
 \frac{611}{16} - \frac{3}{8} = & | & \frac{3029}{32} - \frac{95}{24} = \\
 \frac{374}{5} - \frac{2}{3} = & | & \frac{10041}{48} - \frac{1513}{72} =
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{lcl}
 15^*) \quad \frac{483}{8} - \frac{97}{10} = \\
 \frac{12513}{20} - \frac{315}{6} = \\
 \frac{3029}{25} - \frac{5713}{15} =
 \end{array}$$

16) Subtrahiere $3\frac{5}{8}$ von $21\frac{3}{4}$, sodann von dem Reste, und so fort, bis kein Rest übrig bleibt.

Subtrahiere ebenso wiederholt

$$\begin{array}{ll}
 17) \quad 7\frac{7}{12} \text{ von } 60\frac{2}{3}; & 19) \quad 5\frac{3}{10} \text{ von } 26\frac{1}{2}; \\
 18) \quad 8\frac{9}{15} \text{ von } 77\frac{2}{5}; & 20) \quad 12\frac{19}{20} \text{ von } 101\frac{1}{5}.
 \end{array}$$

21*) Von $29\frac{3}{5}$ Ries Papier werden $17\frac{7}{10}$ Ries verkauft; wie viel bleibt noch übrig?

22*) Karl ist $15\frac{1}{4}$ Jahre alt, Emil $6\frac{7}{12}$ Jahre jünger; wie alt ist Emil?

23*) Der längste Tag in Wien hat 15 Stunden $44\frac{2}{5}$ Minuten; wie lang ist die kürzeste Nacht?

24*) Ein Sack mit einer Ware wiegt $89\frac{2}{5}$ kg, der leere Sack wiegt $6\frac{5}{8}$ kg; wie viel wiegt die Ware?

25*) Von einem Stück Tuch, das $54\frac{1}{2}$ m misst, werden $28\frac{2}{5}$ m abgeschnitten; wie viel bleibt noch übrig?

26) Von $25\frac{3}{10}$ fl. werden $128\frac{2}{25}$ fl. ausgegeben; wie viel bleibt übrig?

27) Jemand kauft eine Ware für $165\frac{1}{4}$ fl. und verkauft sie für $187\frac{7}{10}$ fl.; wie viel gewinnt er?

28) Jemand ist 100 fl. schuldig, er zahlt nach und nach 25 fl., $8\frac{3}{4}$ fl., $12\frac{2}{5}$ fl., $42\frac{9}{10}$ fl. ab; wie viel bleibt er noch schuldig?

29) Jemand verkauft von einer Waldung, welche $32\frac{67}{125}$ ha mißt, $17\frac{48}{50}$ ha; wie viel behält er noch übrig?

30) In einem Fasse waren $107\frac{1}{2}$ l Weingeist; es wurden $43\frac{3}{4}$ l herausgenommen, dann aber wieder $30\frac{2}{5}$ l zugegossen; wie viel l waren nun in dem Fasse?

31) Von einem 5 m $3\frac{1}{2}$ dm langen Brette werden zwei Stücke von 1 m $7\frac{3}{4}$ dm und 1 m $8\frac{2}{5}$ dm Länge abgeschnitten; wie viel bleibt noch übrig?

32) Ein Kaufmann erhielt 4 Fässer Zucker; das erste hatte $108\frac{1}{5}$ kg, das zweite $97\frac{3}{4}$ kg, das dritte $98\frac{1}{2}$ kg, das vierte $103\frac{5}{10}$ kg Zucker. a) Wie viel Zucker erhielt er zusammen, b) wie viel hatte er noch nach dem Verkaufe des ersten Fasses, c) wie viel nach dem Verkaufe des ersten und zweiten Fasses?

3. Multiplizieren der Brüche.

1) Wie wird ein Bruch mit einer ganzen Zahl multipliziert? (Aufg. 4 Seite 29, Aufg. 15 und 17 Seite 30.)

2) $\frac{2}{3} \times 4 =$		3) $\frac{1}{7} \times 10 =$		4) $\frac{13}{20} \times 68 =$
$\frac{4}{5} \times 6 =$		$\frac{7}{12} \times 15 =$		$\frac{7}{39} \times 93 =$
$\frac{5}{9} \times 3 =$		$\frac{11}{15} \times 24 =$		$\frac{61}{120} \times 215 =$
5) $\frac{1}{2} \times 2 =$		6) $\frac{3}{8} \times 8 =$		7) $\frac{17}{20} \times 20 =$
$\frac{1}{10} \times 10 =$		$\frac{7}{12} \times 12 =$		$\frac{19}{24} \times 24 =$

Was erhält man, wenn ein Bruch mit seinem Nenner multipliziert wird?

8) Multipliziere $\frac{4}{9}, \frac{11}{15}, \frac{23}{24}, \frac{15}{32}, \frac{33}{40}, \frac{59}{72}, \frac{91}{96}, \frac{37}{100}$ mit a) 12, b) 25, c) 36, d) 60, e) 72, f) 100.

9) Wie viel ist 9mal $8\frac{3}{4}$?

$$\begin{array}{l} 8 \times 9 = 72 \\ \frac{3}{4} \times 9 = \frac{6^3}{4} \\ \hline 78\frac{3}{4} \end{array} \quad \text{oder}$$

$$\frac{8^3}{4} = \frac{35}{4} \quad \frac{35}{4} \times 9 = \frac{315}{4} = 78\frac{3}{4}.$$

$\begin{array}{l} 10^*) \quad 6\frac{2}{3} \times 5 = \\ \quad \quad 8\frac{7}{10} \times 7 = \\ \quad \quad 5\frac{11}{12} \times 9 = \\ \quad \quad 9\frac{7}{30} \times 8 = \end{array}$	$\begin{array}{l} 11) \quad 8\frac{2}{3} \times 36 = \\ \quad \quad 5\frac{3}{8} \times 92 = \\ \quad \quad 10\frac{11}{12} \times 27 = \\ \quad \quad 26\frac{5}{12} \times 44 = \end{array}$	$\begin{array}{l} 12) \quad 50\frac{3}{5} \times 25 = \\ \quad \quad 23\frac{13}{22} \times 33 = \\ \quad \quad 125\frac{9}{32} \times 48 = \\ \quad \quad 348\frac{17}{20} \times 824 = \end{array}$
---	--	---

13) Multipliziere 12 mit $\frac{1}{5}$, d. h. suche von 12 den 5ten Theil.

$$12 \times \frac{1}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}.$$

14*) Wie viel ist $\frac{1}{3}$ von 18? $\frac{1}{4}$ von 14? $\frac{1}{8}$ von 48?
 $\frac{1}{10}$ von 67? $\frac{1}{12}$ von 80? $\frac{1}{20}$ von 100? $\frac{1}{32}$ von 144?

15) Multipliziere 29 mit $\frac{3}{4}$, d. h. nimm 3mal den 4ten Theil von 29.

$$\frac{1}{4} \text{ von } 29 = \frac{29}{4}$$

$$\frac{3}{4} \text{ von } 29 = \frac{29 \times 3}{4} = \frac{87}{4} = 21\frac{3}{4}.$$

$$16) \quad 17 \times \frac{5}{8} = \frac{17}{8} \times 5 = \frac{85}{8} = 10\frac{5}{8}.$$

$$17) \quad 42 \times \frac{3}{7} = \frac{42}{7} \times 3 = 6 \times 3 = 18.$$

Wie wird eine Zahl mit einem Bruche multipliziert?

$\begin{array}{l} 18) \quad 5 \times \frac{5}{12} = \\ \quad \quad 10 \times \frac{4}{15} = \\ \quad \quad 12 \times \frac{19}{30} = \end{array}$	$\begin{array}{l} 19) \quad 18 \times \frac{7}{20} = \\ \quad \quad 15 \times \frac{13}{20} = \\ \quad \quad 60 \times \frac{37}{45} = \end{array}$	$\begin{array}{l} 20) \quad 65 \times \frac{14}{25} = \\ \quad \quad 125 \times \frac{39}{40} = \\ \quad \quad 300 \times \frac{52}{75} = \end{array}$
---	---	--

$$\begin{array}{l} 21) \quad 3 \cdot 4 \times \frac{1}{2} = \\ \quad \quad 53 \cdot 28 \times \frac{5}{8} = \\ \quad \quad 146 \cdot 53 \times \frac{7}{9} = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 22) \quad 317 \cdot 142 \times \frac{5}{6} = \\ \quad \quad 93 \cdot 246 \times \frac{3}{4} = \\ \quad \quad 225 \cdot 325 \times \frac{11}{15} = \end{array}$$

$$23) \quad 4 \times 7\frac{5}{6} = \frac{2}{4} \times \frac{47}{6} = \frac{94}{3} = 31\frac{1}{3}.$$

Brunsch

$$\begin{array}{rcl}
 24) \quad 373 \times 8\frac{3}{7} & \text{oder} & 373 \times 59\frac{5}{7} \\
 \hline
 2984 & & 59 \\
 1596\frac{6}{7} & \frac{373 \times 3}{1119 : 7 = 1596\frac{6}{7}} & \hline
 31436\frac{6}{7} & & 3357 \\
 & & 1865 \\
 & & \hline
 & & 22007 : 7 = 31436\frac{6}{7}
 \end{array}$$

25) Wie viel ist $132 \times 7\frac{5}{8}$?

$$7\frac{5}{8} = 4\frac{4}{8} + 1\frac{1}{8} = 1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{8}$$

$$\begin{array}{r}
 132 \times 7\frac{5}{8} \\
 \hline
 924 \dots 7 \\
 66 \dots 1\frac{1}{2} \\
 161\frac{1}{2} \dots 1\frac{1}{8} = \frac{1}{4} \text{ von } 1\frac{1}{2} \\
 \hline
 1006\frac{1}{2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 26) \quad 8 \times 1\frac{3}{5} = & | & 27) \quad 49 \times 7\frac{3}{7} = \\
 6 \times 4\frac{8}{9} = & | & 72 \times 9\frac{7}{8} = \\
 17 \times 3\frac{6}{7} = & | & 84 \times 6\frac{5}{12} = \\
 28) \quad 128 \times 10\frac{3}{8} = \\
 209 \times 17\frac{9}{16} = \\
 356 \times 29\frac{13}{20} =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 29) \quad 8\cdot33 \times 3\frac{1}{7} = & | & 30) \quad 247\cdot35 \times 28\frac{11}{14} = \\
 34\cdot75 \times 8\frac{3}{5} = & | & 368\cdot32 \times 17\frac{23}{40} = \\
 160\cdot02 \times 4\frac{7}{9} = & | & 1357\cdot9 \times 56\frac{52}{75} =
 \end{array}$$

31) Multipliciere $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{2}$, d. h. bestimme $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{3}$, oder die Hälfte von $\frac{1}{3}$.

$$\frac{1}{2} \text{ von } \frac{1}{3} \text{ ist } \frac{1}{6}, \text{ oder } \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}.$$

$$\begin{array}{lcl}
 32) \quad \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = & | & 33) \quad \frac{1}{8} \times \frac{1}{6} = \\
 \frac{1}{5} \times \frac{1}{3} = & | & \frac{1}{7} \times \frac{1}{9} = \\
 34) \quad \frac{1}{12} \times \frac{1}{10} = \\
 \frac{1}{25} \times \frac{1}{16} =
 \end{array}$$

35) Wie viel ist $\frac{5}{8} \times \frac{1}{3}$?

$$\frac{1}{3} \text{ von } \frac{1}{8} = \frac{1}{24}, \text{ daher } \frac{1}{3} \text{ von } \frac{5}{8} = \frac{5}{24}.$$

$$\begin{array}{lcl}
 36) \quad \frac{5}{6} \times \frac{1}{4} = & | & 37) \quad \frac{17}{18} \times \frac{1}{8} = \\
 \frac{11}{12} \times \frac{1}{5} = & | & \frac{22}{75} \times \frac{1}{16} = \\
 38) \quad \frac{57}{10} \times \frac{1}{10} = \\
 \frac{2819}{24} \times \frac{1}{6} =
 \end{array}$$

39) Multipliciere $\frac{5}{8}$ mit $\frac{3}{4}$, d. h. suche 3mal den 4ten Theil von $\frac{5}{8}$.

$$\begin{array}{l}
 \frac{1}{4} \text{ von } \frac{1}{8} = \frac{1}{32}, \quad \frac{1}{4} \text{ von } \frac{5}{8} = \frac{5}{32}, \quad \frac{3}{4} \text{ von } \frac{5}{8} = \frac{15}{32}; \\
 \text{also } \frac{5}{8} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{32}.
 \end{array}$$

Wie wird ein Bruch mit einem Bruche multipliciert?

$$40) \begin{array}{l} 5/9 \times 2/3 = \\ 3/4 \times 7/11 = \\ 15/16 \times 7/8 = \end{array} \quad 41) \begin{array}{l} 5/6 \times 3/10 = \\ 17/27 \times 9/11 = \\ 15/17 \times 34/35 = \end{array} \quad 42) \begin{array}{l} 15/16 \times 29/40 = \\ 13/25 \times 15/36 = \\ 108/215 \times 95/117 = \end{array}$$

$$43) 25\frac{5}{6} \times \frac{4}{5} = \frac{31}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{62}{3} = 20\frac{2}{3}.$$

$$44) \begin{array}{l} 7\frac{2}{3} \times 5/9 = \\ 8\frac{6}{7} \times 7/8 = \end{array} \quad 45) \begin{array}{l} 12\frac{11}{13} \times 3/5 = \\ 25\frac{3}{11} \times 22/25 = \end{array} \quad 46) \begin{array}{l} 38\frac{9}{10} \times 15/16 = \\ 45\frac{17}{25} \times 20/27 = \end{array}$$

$$47) 7/12 \times 9\frac{5}{6} = 7/12 \times 59/6 = 413/72 = 5\frac{53}{72}.$$

$$48) \begin{array}{l} 3/10 \times 8\frac{7}{8} = \\ 5/7 \times 7\frac{2}{5} = \end{array} \quad 49) \begin{array}{l} 7/9 \times 23\frac{3}{4} = \\ 8/15 \times 51\frac{5}{6} = \end{array} \quad 50) \begin{array}{l} 23/32 \times 19\frac{5}{8} = \\ 37/50 \times 30\frac{7}{10} = \end{array}$$

$$51) 8\frac{1}{2} \times 9\frac{7}{12} = 17/2 \times 115/12 = 1955/24 = 81\frac{11}{24}.$$

$$52) \begin{array}{l} 9\frac{6}{7} \times 6\frac{7}{8} = \\ 18\frac{3}{4} \times 7\frac{4}{25} = \\ 36\frac{3}{8} \times 9\frac{13}{20} = \end{array} \quad 53) \begin{array}{l} 38\frac{17}{20} \times 45\frac{12}{25} = \\ 49\frac{16}{45} \times 57\frac{10}{27} = \\ 87\frac{23}{32} \times 91\frac{31}{50} = \end{array}$$

$$54) 1 \text{ fl.} = 100 \text{ fr.}; \frac{1}{2} \text{ fl. ist also } \frac{1}{2} \text{ von } 100 \text{ fr.} = 50 \text{ fr.}$$

$$55) \text{ Wie viel Kreuzer sind } \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{4}{5}, \frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{7}{10}, \frac{1}{20}, \frac{9}{20}, \frac{19}{20}, \frac{1}{25}, \frac{8}{25}, \frac{21}{25}, \frac{1}{50}, \frac{17}{50}, \frac{39}{50}, \frac{1}{100}, \frac{73}{100} \text{ fl. ?}$$

$$56) \frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{1}{10}, \frac{7}{10} \text{ m} = ? \text{ dm.}$$

$$57) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{13}{20}, \frac{83}{100} \text{ km} = ? \text{ m.}$$

$$58) \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{5}, \frac{7}{10}, \frac{9}{20}, \frac{43}{50} \text{ ha} = ? \text{ a.}$$

$$59) \frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{9}{10}, \frac{17}{20} \text{ hl} = ? \text{ l.}$$

$$60) \frac{1}{4}, \frac{3}{8}, \frac{1}{10}, \frac{13}{20}, \frac{6}{25}, \frac{19}{50} \text{ kg} = ? \text{ dkg.}$$

$$61) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{9}{10}, \frac{21}{25} \text{ q} = ? \text{ kg.}$$

$$62) \text{ Wie viel Minuten sind } \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{11}{12}, \frac{13}{15}, \frac{3}{20}, \frac{23}{30}, \frac{49}{60} \text{ Stunden?}$$

$$63) \text{ Die Zeit von einem Vollmonde zum andern beträgt } 29\frac{451}{850} \text{ Tage; wie viel sind es Tage, Stunden, Minuten und Sekunden?}$$

$$64^*) \text{ Ein Capital gibt jährlich } 108 \text{ fl. Zins; wie viel in } \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\frac{2}{3}, 2\frac{3}{10} \text{ Jahren?}$$

$$65^*) \text{ Jemand verkaufte } \frac{7}{10} \text{ von } 72 \text{ m Tuch; a) wie viel m verkaufte er, b) wie viel m betrug der Rest?}$$

66) 1 hl kostet $4\frac{9}{10}$ fl.; was kosten $\frac{3}{5}$ hl?

$\frac{1}{5}$ hl . . den 5ten Theil von $4\frac{9}{10}$ fl. = $\frac{49}{50}$ fl.

$\frac{3}{5}$ " . 3mal $\frac{49}{50}$ fl. = $\frac{147}{50}$ fl. = $2\frac{47}{50}$ fl.

67) Wie viel kosten $8\frac{1}{2}$ a à $13\frac{3}{5}$ fl.?

8 a . . . 8mal $13\frac{3}{5}$ fl. = $108\frac{4}{5}$ fl.

$\frac{1}{2}$ " . . . die Hälfte v. $13\frac{3}{5}$ " = $6\frac{4}{5}$ "

$115\frac{3}{5}$ fl.

(68) 1 hl kostet

a) 24 fl. ? $\frac{2}{5}$ hl

b) $16\frac{1}{2}$ " ? 9 "

c) $21\frac{3}{4}$ " ? $12\frac{1}{2}$ "

d) $23\frac{13}{20}$ " ? $21\frac{7}{10}$ "

69) Für 1 fl. kauft man

a) 2 kg ? für $\frac{2}{5}$ fl.

b) $1\frac{3}{4}$ " ? " 5 "

c) $2\frac{5}{8}$ " ? " $4\frac{4}{5}$ "

d) $4\frac{3}{10}$ " ? " $32\frac{1}{2}$ "

70) Ein österr. Guldenstück wiegt $\frac{1}{81}$ kg; wie viel wiegt eine Post von 500 Gulden?

~~71)~~ 1 l Wein wiegt $2\frac{4}{25}$ kg; wie viel wiegt ein Faß, das 204 l Wein enthält, wenn das leere Faß $33\frac{1}{2}$ kg wiegt?

~~72)~~ Wie groß war ein Feld, aus welchem 4 Parzellen à $8\frac{2}{5}$ a und 3 Parzellen à $12\frac{19}{20}$ a gemacht wurden?

73) Von einem Acker, der 5 ha $37\frac{1}{2}$ a enthält, tritt A $\frac{2}{5}$ an B ab, und B überläßt $\frac{1}{4}$ von seinem Antheile an C; wie viel erhält C?

~~74)~~ Jemand hinterläßt ein Vermögen von 7852 fl., welches unter drei Verwandte so getheilt werden soll, daß A $\frac{2}{5}$, B $\frac{1}{4}$ und C den Rest bekommt; wie viel erhält jeder?

~~75)~~ Wie hoch kommt 1 Duzend Hemden, wenn für jedes Hemd $3\frac{1}{2}$ m Leinwand à $\frac{17}{20}$ fl. erfordert, und für das Nähen $\frac{3}{10}$ des Leinwandpreises gezahlt wird?

76) Jemand mischt 8 hl Wein à $25\frac{3}{4}$ fl. mit 6 hl à $28\frac{13}{20}$ fl.; wie viel ist die ganze Mischung wert?

77) Jemand kauft $6\frac{5}{8}$ m² Holz von 8 dm Scheitlänge à $4\frac{3}{5}$ fl.; er zahlt für die Zufuhr $\frac{3}{10}$ fl. und für das Kleinmachen $\frac{4}{5}$ fl. pr. m²; wie viel betragen die Gesamtkosten?

78) Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser 2 m , $5\frac{1}{2}\text{ dm}$, $2\frac{3}{5}\text{ dm}$, 17.75 cm beträgt?

Der Umfang ist $3\frac{1}{7}$ mal so groß als der Durchmesser.

79) Ein Spiegel ist $9\frac{3}{5}\text{ dm}$ hoch und $6\frac{3}{4}\text{ dm}$ breit, der Rahmen ist $\frac{2}{5}\text{ dm}$ breit; wie groß ist die Spiegelfläche?

80) Wie viel dm^3 hält ein Kasten von $13\frac{1}{2}\text{ dm}$ Länge, $11\frac{7}{10}\text{ dm}$ Breite und $9\frac{1}{4}\text{ dm}$ Tiefe?

10. Dividieren der Brüche.

1) Wie wird ein Bruch durch eine ganze Zahl dividiert?
(Aufg. 7 Seite 29, Aufg. 12 und 17 Seite 30.)

$$\begin{array}{l|l|l} 2) \quad \frac{6}{7} : 3 = & 3) \quad \frac{35}{36} : 7 = & 4) \quad \frac{50}{81} : 25 = \\ \frac{10}{11} : 5 = & \frac{56}{67} : 8 = & \frac{144}{625} : 12 = \\ \frac{18}{25} : 6 = & \frac{36}{53} : 9 = & \frac{120}{343} : 24 = \end{array}$$

$$5) \quad 2\frac{4}{5} : 7 = \frac{14}{5} : 7 = \frac{2}{5}.$$

$$\begin{array}{l|l|l} 6) \quad \frac{8^4}{9} : 2 = & 7) \quad \frac{3^3}{4} : 5 = & 8) \quad \frac{8^4}{7} : 15 = \\ \frac{6^5}{12} : 11 = & \frac{6^6}{7} : 12 = & \frac{23^5}{13} : 16 = \end{array}$$

9) Wie groß ist der 5te Theil von $\frac{3}{8}$?

Der 5te Theil von $\frac{1}{8}$ ist $\frac{1}{40}$, der 5te Theil von $\frac{3}{8}$ also $\frac{3}{40}$; oder $\frac{3}{8} : 5 = \frac{3}{40}$.

$$\begin{array}{l|l|l} 10) \quad \frac{3}{7} : 8 = & 11) \quad \frac{9}{10} : 12 = & 12) \quad \frac{15}{17} : 12 = \\ \frac{4}{9} : 7 = & \frac{4}{5} : 11 = & \frac{20}{21} : 24 = \\ \frac{9}{10} : 14 = & \frac{12}{25} : 5 = & \frac{23}{32} : 35 = \end{array}$$

$$13) \quad 16\frac{1}{3} : 4 = \frac{49}{3} : 4 = \frac{49}{12} = 4\frac{1}{12}.$$

$$\begin{array}{l|l|l} 14) \quad \frac{7^2}{3} : 3 = & 15) \quad \frac{11^3}{4} : 12 = & 16) \quad \frac{12^3}{7} : 14 = \\ \frac{9^1}{4} : 6 = & \frac{18^7}{8} : 9 = & \frac{21^{12}}{13} : 12 = \\ \frac{4^3}{8} : 9 = & \frac{9^3}{5} : 15 = & \frac{17^{13}}{15} : 10 = \end{array}$$

$$17) \quad 773\frac{15}{16} : 24 = 32\frac{95}{384}$$

53

$$\frac{5^{15}}{16}$$

$$\frac{95}{16} : 24 = \frac{95}{384}$$

$$\begin{array}{r} 16 \\ 24 \\ \hline 64 \\ 32 \\ \hline 384 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l} 18) \quad \frac{128^{13}}{15} : 37 = & 19) \quad \frac{934^{19}}{20} : 48 = & 20) \quad \frac{1045^{53}}{60} : 47 = \\ \frac{729^6}{25} : 13 = & \frac{3165^5}{18} : 23 = & \frac{19576^7}{32} : 214 = \end{array}$$

21) 3 Achtel sind in 15 Achteln 5mal enthalten, oder
 $\frac{15}{8} : \frac{3}{8} = 15 : 3 = 5.$

Wie werden gleichnamige Brüche (im Sinne des Messens) dividiert?

$$22) \frac{9}{5} : \frac{3}{5} = \quad | \quad 23) \frac{15}{16} : \frac{7}{16} = \quad | \quad 24) \frac{125}{128} : \frac{25}{128} = \\ \frac{16}{25} : \frac{4}{25} = \quad | \quad \frac{21}{25} : \frac{14}{25} = \quad | \quad \frac{87}{100} : \frac{13}{100} =$$

25) Wie oft ist $\frac{3}{5}$ in 6 enthalten?

6 Ganze = $\frac{30}{5}$, $\frac{3}{5}$ sind in $\frac{30}{5}$ 10mal enthalten; oder
 $6 : \frac{3}{5} = \frac{30}{5} : \frac{3}{5} = 10.$

$$26) 8 : \frac{1}{7} = \quad | \quad 27) 4 : \frac{4}{9} = \quad | \quad 28) 144 : \frac{20}{27} = \\ 14 : \frac{2}{9} = \quad | \quad 79 : \frac{11}{12} = \quad | \quad 905 : \frac{21}{32} =$$

29) $37\frac{1}{3} : 4\frac{2}{3} = \frac{112}{3} : \frac{14}{3} = 8.$

$$30) \frac{8^4}{5} : \frac{2}{5} = \quad | \quad 31) 21 : 3\frac{1}{2} = \quad | \quad 32) \frac{52^7}{8} : \frac{5^7}{8} = \\ \frac{15^9}{11} : \frac{3}{11} = \quad | \quad 58 : 9\frac{2}{3} = \quad | \quad \frac{12^{17}}{20} : \frac{3^3}{20} =$$

33) Wie oft ist $\frac{3}{8}$ in $\frac{6}{9}$ enthalten?

$$\frac{6}{9} = \frac{48}{72}, \frac{3}{8} = \frac{27}{72}; \frac{48}{72} : \frac{27}{72} = 48 : 27 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}.$$

$$34) \frac{1}{2} : \frac{1}{10} = \quad | \quad 35) \frac{2^1}{5} : \frac{3}{10} = \quad | \quad 36) \frac{43^2}{9} : \frac{9^1}{3} = \\ \frac{3}{4} : \frac{5}{8} = \quad | \quad \frac{9^7}{8} : \frac{19}{24} = \quad | \quad \frac{118^2}{3} : \frac{26^1}{5} = \\ \frac{7}{12} : \frac{7}{8} = \quad | \quad \frac{12^3}{4} : \frac{5}{6} = \quad | \quad \frac{172^3}{5} : \frac{13^5}{8} =$$

37) Theile 6 durch $\frac{1}{5}$, d. h. nimm 6 5mal.

$$6 : \frac{1}{5} = 6 \times 5 = 30.$$

38) Theile 8 durch a) $\frac{1}{2}$, b) $\frac{1}{3}$, c) $\frac{1}{4}$, d) $\frac{1}{10}$.

39) Theile 6 durch $\frac{4}{5}$, d. h. nimm von 6 den 4ten Theil 5mal.

$$\frac{1}{4} \text{ von } 6 = \frac{6}{4} \\ 5\text{mal } \frac{1}{4} \text{ von } 6 = \frac{6}{4} \times 5; \text{ also} \\ 6 : \frac{4}{5} = \frac{6}{4} \times 5 = \frac{30}{4} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}.$$

Wie wird eine Zahl durch einen Bruch (im Sinne des Theilens) dividiert?

$$40) 7 : \frac{2}{3} = \quad | \quad 41) \frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \quad | \quad 42) 3 \cdot 12 : \frac{8}{11} = \\ 9 : \frac{14}{5} = \quad | \quad \frac{3^7}{12} : \frac{5}{6} = \quad | \quad 25 \cdot 82 : \frac{1^3}{5} = \\ 28 : \frac{3^5}{9} = \quad | \quad \frac{39^{11}}{16} : \frac{3^1}{7} = \quad | \quad 410 \cdot 75 : \frac{6^2}{3} =$$

43) 1 fr. ist der 100ste Theil von 1 fl.; also ist $\frac{1}{2}$ fr. der 100ste Theil von $\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{1}{200}$ fl.; 2 fr. sind der 100ste Theil von 2 fl. = $\frac{2}{100}$ fl. = $\frac{1}{50}$ fl.

44) Verwandle in Guldenbrüche: 3, 4, 5, 6, 8, 10, 16, 20, 25, 30, 36, 48, 50, 60, 72, 80, 90 fr.

45) Wie viel Gulden sind 1 fl. 15 fr., 5 fl. 24 fr., 10 fl. 45 fr., 28 fl. 75 fr., 37 fl. 85 fr.?

46) Wie viel m sind 1, 2, 3, . . . 9 dm ?

47) Wie viel ha sind 1, 4, 10, 16 40, 75 a ?

48) Wie viel hl sind 1, 2, 8, 25, 36, 80 l ?

49) Wie viel kg sind 1, 3, 6, 15, 30, 45, 72 dkg ?

50) Wie viel Tage sind 6 Stunden, 16 Stunden, 3 St. 30 Min., 5 St. 45 Min.?

51*) Mit $\frac{4}{5}$ fl. reicht man 1 Tag aus; wie lange mit 8 fl.?

52*) Wie viel Stufen kommen auf eine Treppe von 22 m Höhe, wenn jede Stufe $\frac{1}{5} m$ hoch ist?

53*) Wie viel Hemden, jedes zu $3\frac{1}{2} m$, können aus 56 m Feinwand zugeschnitten werden?

54) Wie lange wird man mit $10\frac{1}{2} kg$ Zucker ausreichen, wenn man täglich $\frac{3}{16} kg$ braucht?

55) In einer Flasche sind $3\frac{1}{4} l$ Wein; wie oft kann damit ein Weinglas, das $\frac{3}{16} l$ hält, gefüllt werden?

56) Ein Meister zahlt an seine Gesellen $104\frac{2}{5}$ fl., jeder bekommt $8\frac{7}{10}$ fl.; wie viel Gesellen sind es?

57) Eine Summe von $1809\frac{1}{4}$ fl. wurde mit Ducaten à $5\frac{1}{8}$ fl. bezahlt; wie viel Ducaten waren nöthig?

58) $\frac{3}{4} m$ kosten $2\frac{7}{10}$ fl.; was kostet 1 m ?

$\frac{1}{4} m$ kostet den dritten Theil von $2\frac{7}{10}$ fl. = $\frac{9}{10}$ fl.

1 m „ 4mal $\frac{9}{10}$ fl. = $\frac{36}{10}$ fl. = $3\frac{3}{5}$ fl.

59) $4\frac{1}{4} kg$ kosten $3\frac{3}{50}$ fl.; wie viel kostet 1 kg ?

$\frac{17}{4} kg$ kostet $15\frac{3}{50}$ fl.

$\frac{1}{4}$ „ „ den 17ten Theil von $15\frac{3}{50}$ fl. = $\frac{9}{50}$ fl.

1 „ „ 4mal $\frac{9}{50}$ fl. = $\frac{36}{50}$ fl. = $1\frac{8}{25}$ fl.

60) 4 m kosten $14\frac{3}{4}$ fl.; was kostet 1 m ?

61) $\frac{2}{5}$ „ „ $2\frac{3}{10}$ „ ; „ „ 1 „

62) $\frac{5}{8} hl$ „ $12\frac{1}{8}$ „ ; „ „ 1 hl ?

63) $2\frac{1}{10}$ „ „ $45\frac{3}{20}$ „ ; „ „ 1 „

64) Indem man in ein Gefäß 120 l gießt, füllt man $\frac{3}{4}$ desselben; wie viel l hält das Gefäß?

65) 1 ha Ackerland wurde mit 1706 $\frac{1}{2}$ fl. bezahlt; wie hoch kam 1 a?

66) Ein Tagelöhner bekommt für 25 Tage 31 $\frac{1}{2}$ fl. Arbeitslohn; wie viel für 1 Tag?

67) Eine Locomotive legt in 3 $\frac{3}{4}$ Stunden 113 $\frac{1}{4}$ km zurück; wie viel in 1 Stunde?

68) Wie viel Guldenstücke können aus 4 $\frac{1}{2}$ kg fein Silber geprägt werden, da 1 Stück $\frac{1}{90}$ kg fein Silber enthält?

* X 69) Ein Landwirt verkauft seine Weinernte für 684 $\frac{1}{2}$ fl.; wie viel hl sind es, wenn für das hl 17 $\frac{3}{4}$ fl. bezahlt werden?

* X 70) Eine 61 m 2 $\frac{1}{2}$ dm lange Straße soll auf beiden Seiten mit Trottoirs versehen werden; wie viele Platten wird man dazu benöthigen, wenn jede Platte 1 $\frac{1}{4}$ m Länge hat?

71) $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{6}$ einer Zahl geben zusammen 44; welches ist die Zahl?

72) Die Leinwand auf 1 Duzend Hemden, für jedes 3 $\frac{1}{5}$ m, kostet 28 $\frac{4}{5}$ fl.; wie theuer ist 1 m?

* X 73) Ein Faß Butter wiegt 44 $\frac{7}{8}$ kg und kostet 34 $\frac{17}{25}$ fl.; wie hoch kommt 1 kg Butter, wenn das leere Faß 8 $\frac{3}{4}$ kg wiegt?

74) Der gewöhnliche Schritt der Soldaten beträgt 13 $\frac{1}{20}$ m; wenn sie nun in diesem Schritte in 1 Stunde 4 km zurücklegen, wie viel Schritte machen sie in 1 Minute?

75) A kauft ein Haus; er bezahlt $\frac{5}{16}$ des Kaufschillings und bleibt 9450 fl. schuldig; wie viel kostet das Haus?

* X 76) A und B kaufen 14 hl Kartoffeln; A nimmt $\frac{3}{5}$ davon und zahlt 31 $\frac{1}{2}$ fl.; wie viel hl nimmt B und wie viel hat er zu zahlen?

77) Der höchste Wasserstand eines Flusses betrug in 5 auf einander folgenden Jahren 4 $\frac{1}{2}$ m, 3 $\frac{7}{10}$ m, 4 $\frac{2}{5}$ m, 3 $\frac{3}{4}$ m, 3 $\frac{19}{20}$ m; wie viel betrug der höchste Wasserstand während dieser Zeit im Durchschnitte?

78) Auf einem Markte werden verkauft $45\frac{1}{2}$ hl Korn à $7\frac{1}{10}$ fl., $36\frac{2}{5}$ hl à $7\frac{1}{2}$ fl. und $18\frac{3}{8}$ hl à $7\frac{3}{5}$ fl.; was ist der Mittelpreis für 1 hl?

79) 5 hl Wein kosten $124\frac{4}{5}$ fl.; was kosten 3 hl?

5 hl . . . $124\frac{4}{5}$ fl.

1 " . . $\frac{1}{5}$ v. $124\frac{4}{5}$ fl. = $24\frac{24}{25}$ fl.

3 " . . 3mal $24\frac{24}{25}$ fl. = $74\frac{22}{25}$ fl.

80) 4 kg kosten $2\frac{3}{5}$ fl.; was kosten 9 kg?

81) $2\frac{2}{5}$ m " $3\frac{1}{5}$ " ; " " 10 m?

82) $3\frac{3}{4}$ hl " $12\frac{3}{4}$ " ; " " $7\frac{7}{10}$ hl?

83) $2\frac{1}{2}$ " " $78\frac{3}{4}$ " ; " " $3\frac{3}{5}$ "

84) $4\frac{3}{5}$ Rieß " $16\frac{14}{25}$ " ; " " $7\frac{3}{10}$ Rieß?

85) $5\frac{2}{5}$ a " $115\frac{1}{5}$ " ; " " $6\frac{3}{8}$ a?

X 86) Das m^2 Holz kostet $4\frac{3}{5}$ fl., wenn die Scheite 80 cm lang sind; welcher Preis entspricht demnach einer Scheitlänge von 64 cm?

87) Wie groß ist der Durchmesser eines Kreises, dessen Umfang $5\frac{1}{2}$ m beträgt? (Siehe Aufg. 78 Seite 44.)

88) Wie groß ist der Durchmesser eines Kreises, dessen Umfang a) 10 m, b) 1 m 4 dm, c) $27\frac{3}{4}$ cm beträgt?

89) Wie oft muß sich ein Wagenrad, das $1\frac{7}{10}$ m im Durchmesser hat, umdrehen, um 1 km zurückzulegen?

90) Ein Landmann will seinen Acker von $17\frac{1}{25}$ a gegen einen anderen von gleicher Güte vertauschen, der 35 m 5 dm breit sei; wie lang muß derselbe sein?

91) Ein Wasserbehälter ist $2\frac{1}{10}$ m lang, $1\frac{1}{2}$ m breit und $2\frac{2}{5}$ m hoch; wie viel hl kann er fassen, da 1 hl $1\frac{1}{10}$ m^3 enthält?

92) Wie viel Ziegelsteine von $2\frac{4}{5}$ dm Länge, $1\frac{1}{2}$ dm Breite und $3\frac{3}{4}$ dm Dicke braucht man zu einer Mauer, welche $15\frac{1}{2}$ m lang, $1\frac{4}{5}$ m hoch und $7\frac{7}{8}$ m dick ist, wenn wegen des Bruches der Steine $\frac{1}{10}$ derselben dazugerechnet wird?

Wiederholungsaufgaben.

1*) Kürze folgende Brüche soweit als möglich ab:

$$\frac{9}{15}, \frac{12}{20}, \frac{20}{24}, \frac{10}{25}, \frac{15}{27}, \frac{28}{35}, \frac{60}{105}.$$

$$\begin{array}{l} 2^*) \quad \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \\ \frac{4}{5} + \frac{1}{2} = \\ 12\frac{5}{8} + 7\frac{7}{12} = \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3^*) \quad \frac{2}{5} - \frac{4}{15} = \\ \frac{13}{16} - \frac{5}{12} = \\ 9\frac{4}{5} - 8\frac{7}{10} = \end{array}$$

4*) Um wie viel ist der 5te Theil von $36\frac{3}{4}$ größer als 3mal $1\frac{7}{10}$?

5*) Auf ein Hemd braucht man $2\frac{3}{4}$ m Leinwand; wie viel auf ein Duzend Hemden?

6) Der Mond ist der Erde nicht immer gleich nahe; seine kleinste Entfernung von derselben ist 48020 Meilen, die größte 54680 Meilen; wie viel ist er im ersten Falle der Erde näher als im zweiten?

7) Eine Eisenbahn steigt von A bis B um $7\frac{1}{2}$ m, von B bis C um $37\frac{3}{4}$ m, von C bis D um $28\frac{4}{5}$ m; wie groß ist die ganze Steigung von A bis D?

8) Der österreichische Feldmarschall Graf Radetzky wurde am 2. November 1766 geboren und erreichte ein Alter von 91 Jahren 2 Monaten 3 Tagen; wann starb er?

Dividire abgekürzt auf 3 Decimalen:

$$\begin{array}{l|l} 9) \quad 15 \cdot 3475 : 0 \cdot 9125; & 10) \quad 0 \cdot 0283 : 1 \cdot 7564; \\ & 0 \cdot 8107 : 0 \cdot 01571. \end{array}$$

Multipliciere mit Anwendung von Vortheilen:

$$\begin{array}{l|l} 11) \quad 39257 \times 11; & 12) \quad 52986 \times 49; \\ 60884 \times 19; & 17628 \times 54; \\ 93562 \times 501; & 92034 \times 720. \end{array}$$

Verwandle folgende Decimalbrüche in gemeine Brüche:

$$13) \quad 0 \cdot 85, 0 \cdot 875, 4 \cdot 725, 4 \cdot 4125, 13 \cdot 7136;$$

$$14) \quad 0 \cdot 1212 \dots, 2 \cdot 918918 \dots, 0 \cdot 7666 \dots, 9 \cdot 359696 \dots$$

Suche das kleinste gem. Vielfache von

$$\begin{array}{l|l} 15) \quad 8, 12, 20; & 16) \quad 5, 6, 18, 20, 25; \\ 5, 12, 16, 30; & 6, 10, 16, 24, 30, 36. \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l} 17) \quad \frac{19}{30} : \frac{7}{30} = & 18) \quad \frac{51}{18} : \frac{13}{18} = & 19) \quad \frac{5}{7} : \frac{3}{4} = \\ \frac{77}{80} : \frac{33}{80} = & \frac{467}{12} : \frac{37}{12} = & \frac{12}{25} : \frac{33}{7} = \end{array}$$

20) 1 dm^3 Blei wiegt 11.35 kg , 1 dm^3 Kupfer $8\frac{4}{5}$ kg ; wie groß ist der Unterschied zwischen beiden Gewichten?

21) 1 ha Land erfordert $2\frac{1}{5}$ hl Weizen zur Aussaat; wie viel Weizen ist zu $2\frac{7}{10}$ ha erforderlich?

22) Vier Stück Leinwand, welche einzeln 45 m , 48 m , 52 m und 53 m lang sind, werden für 134 fl. 64 fr. gekauft; wie viel kostet 1 m ?

23) Ein Kaufmann liefert das kg Öl für $1\frac{1}{5}$ fl., ein anderer für $1\frac{1}{10}$ fl.; wie viel kg kann jeder für 33 fl. liefern?

24*) Suche das größte gem. Maß zwischen a) 10 und 12, b) 15 und 24, c) 36 und 60, d) 350 und 450.

Mache folgende Brüche gleichnamig:

25*) $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}; \frac{3}{10}, \frac{13}{20};$ | 26*) $\frac{3}{10}, \frac{9}{16}; \frac{11}{20}, \frac{13}{15};$ | 27*) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}; \frac{9}{10}, \frac{7}{12}, \frac{11}{20}.$

28*) 3mal $4\frac{5}{6}, 5\frac{7}{12};$ 5mal $3\frac{7}{10}, 7\frac{5}{12}.$

29*) 6mal $2\frac{13}{18}, 3\frac{7}{10};$ 7mal $1\frac{15}{16}, 4\frac{7}{12}.$

30*) Ein Wirt zapft ein Fäßchen Wein von 75 l in Flaschen ab, deren jede $\frac{3}{4}$ l faßt; wie viel Flaschen Wein erhält er?

31) $1\frac{7}{25}$ a kosten $22\frac{27}{100}$ fl.; was kostet 1 a ?

32) $12\frac{3}{4}$ a kosten $239\frac{7}{10}$ fl.; was kostet 1 a ?

33) Wie viel wiegt eine Eisenbahnschiene von 5 m 65 cm Länge, wenn das laufende m 70.12 kg wiegt?

34)

Rechnung.

1884						fl.	fr.
Jänner	2.	$7\frac{3}{5}$ kg	Kaffee à	175	fr.	.	.
	"	$12\frac{3}{4}$ "	Zucker "	48	"	.	.
	10.	$6\frac{1}{2}$ "	Reis "	32	"	.	.
	"	$2\frac{2}{5}$ "	Öl "	110	"	.	.
	14.	$3\frac{1}{10}$ "	Butter "	90	"	.	.
			Summe	.	.	.	.

Multipliziere abgekürzt auf 3 Decimalen:

$$\begin{array}{l|l} 35) \quad 8.079 \times 1.976; & 36) \quad 0.3579 \times 1.2468; \\ 35.74 \times 6.3025; & 27.407 \times 0.0392. \end{array}$$

37) Suche das größte gemeinschaftliche Maß von

- a) 171 und 286; b) 306 und 396;
c) 1554 und 3552; d) 3718 und 7774.

Addiere folgende Zahlen, zuerst in senkrechter, dann in wagrechter Richtung:

38)	39)	40)	41)	42)
43) $21\frac{1}{2}$	+	$23\frac{2}{3}$	+	$87\frac{5}{9}$
44) $32\frac{3}{4}$	+	$62\frac{4}{5}$	+	$19\frac{13}{18}$
45) $43\frac{5}{8}$	+	$47\frac{17}{24}$	+	$75\frac{9}{30}$
46) $54\frac{27}{40}$	+	$39\frac{29}{32}$	+	$28\frac{41}{50}$

$$\begin{array}{l|l} 47) \quad 53.72 - 28\frac{7}{40} = & 48) \quad 42\frac{2}{5} - 19.37 = \\ 306.315 - 85\frac{3}{8} = & 255\frac{5}{6} - 164.178 = \end{array}$$

49) Wenn man zum Zähler und Nenner des Bruches $\frac{5}{8}$ 4 addiert, oder von beiden 4 subtrahiert, bleibt der Wert des Bruches dabei ungeändert?

50) Ein Gutsbesitzer hat 27 ha $75\frac{17}{25}$ a Äcker, er verpachtet an A 5 ha $63\frac{3}{4}$ a, an B 4 ha $29\frac{17}{50}$ a, an C 6 ha $8\frac{4}{5}$ a, das übrige bewirtschaftet er selbst; wie viel behält er für sich?

51) Ein Kaufmann mischt 2 kg Kaffee à 1 fl. 35 fr. mit 6 kg à 1 fl. 44 fr. und 7 kg à 1 fl. 62 fr.; wie viel kostet 1 kg der Mischung?

52) Ein Eisenbahnzug legt bei verschiedener Steigung in den ersten 3 Stunden $94\frac{7}{8}$ km, in den folgenden $2\frac{1}{2}$ Stunden $70\frac{13}{20}$ km und in den weiteren $3\frac{5}{6}$ Stunden $122\frac{7}{10}$ km zurück; wie groß ist die durchschnittliche Fahrgeschwindigkeit dieses Zuges in 1 Stunde?

Vierter Abschnitt.

Quadrieren und Cubieren, Ausziehen der Quadratwurzel und der Cubikwurzel.

1. Das Quadrieren.

1) Multipliciere jede der folgenden Zahlen mit sich selbst: 8, 17, 120, 3815, 0·3, 5·48, 9·063, $\frac{3}{4}$, $\frac{9}{25}$.

Wenn man eine Zahl mit sich selbst multipliciert, so heißt das Product ein Quadrat dieser Zahl.

Eine Zahl quadrieren oder zum Quadrat erheben heißt, die Zahl mit sich selbst multiplicieren.

$8 \times 8 = 64$; 64 ist das Quadrat von 8. Statt 8×8 schreibt man kürzer 8^2 (lies: 8 zum Quadrat).

$1^2 = 1$	$4^2 = 16$	$7^2 = 49$
$2^2 = 4$	$5^2 = 25$	$8^2 = 64$
$3^2 = 9$	$6^2 = 36$	$9^2 = 81$

Das Quadrat einer Zahl kann, ohne daß man diese unmittelbar mit sich selbst multipliciert, auch noch auf eine andere Art gefunden werden.

2) Zerlege die Zahl 43 in Zehner und Einer, und multipliciere sie mit sich selbst.

$$\begin{array}{r} 43 = 40 + 3 \\ 43 = 40 + 3 \\ \hline 43 \times 43 = 40 \times 40 + 40 \times 3 \\ \quad \quad \quad + 40 \times 3 + 3 \times 3 \\ 43^2 = (40 + 3)^2 = 40^2 + 2 \times 40 \times 3 + 3^2 \\ \quad \quad \quad = 1600 + 240 + 9 = 1849 \end{array}$$

Das Quadrat einer in zwei Theile zerlegten Zahl besteht aus dem Quadrate des ersten Theiles, dem Producte des doppelten ersten Theiles mit dem zweiten, und dem Quadrate des zweiten Theiles.

3) Bestimme auf diese Art das Quadrat von 67.

$$\begin{array}{r} 60^2 \dots\dots 3600 \\ 2 \times 60 \times 7 \dots 840 \\ 7^2 \dots\dots 49 \\ \hline 4489 \end{array}$$

fürzer:

$$\begin{array}{r} 6^2 \dots\dots 36 \\ 2 \times 6 \times 7 \dots\dots 84 \\ 7^2 \dots\dots 49 \\ \hline 4489 \end{array}$$

4) Quadriere ebenso die Zahlen 17, 45, 59, 75, 97.

5) Erhebe die Zahl 638 zum Quadrat, indem du sie in Zehner und Einer zerlegst.

$$638^2 = (630 + 8)^2 = 630^2 + 2 \times 630 \times 8 + 8^2.$$

Nun ist

$$630^2 = (600 + 30)^2 = 600^2 + 2 \times 600 \times 30 + 30^2;$$

daher $638^2 =$

$$\begin{array}{r} 600^2 \dots\dots\dots 360000 \\ 2 \times 600 \times 30 \dots\dots 36000 \\ 30^2 \dots\dots\dots 900 \\ 2 \times 630 \times 8 \dots\dots 10080 \\ 8^2 \dots\dots\dots 64 \\ \hline = 407044 \end{array}$$

fürzer: $638^2 =$

$$\begin{array}{r} 6^2 \dots\dots\dots 36 \\ 2 \times 6 \times 3 \dots\dots 36 \\ 3^2 \dots\dots\dots 9 \\ 2 \times 63 \times 8 \dots\dots 1008 \\ 8^2 \dots\dots\dots 64 \\ \hline = 407044 \end{array}$$

Das Quadrat einer mehrziffrigen Zahl wird nach folgendem Verfahren gebildet:

1) Man erhebt die erste Ziffer links zum Quadrate.

2) Aus jeder folgenden Ziffer bildet man zwei Bestandtheile, das Product aus der doppelten ihr vorangehenden Zahl und dieser Ziffer, und ihr eigenes Quadrat.

3) Die berechneten Bestandtheile werden so untereinander geschrieben, daß jeder folgende um eine Stelle weiter rechts erscheint, und dann so wie sie stehen, addiert.

Quadriere nach diesem Verfahren die Zahlen

6) 235	7) 537	8) 2345	9) 63427
812	108	7160	25038
44·6	60·5	90·74	34·419

10) Wie viele Ziffern gibt im Quadrate die erste Ziffer links in der Zahl? Wie viel Ziffern wachsen im Quadrate aus jeder folgenden Ziffer der Zahl zu?

$$\begin{array}{r}
 314^2 = \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 3^2 \dots\dots 9 \\
 2 \times 3 \times 1 \dots 6 \\
 1^2 \dots\dots 1 \\
 2 \times 31 \times 4 \dots 24 \\
 4^2 \dots\dots 16
 \end{array}
 \begin{array}{|l}
 9 \\
 6 \\
 1 \\
 24 \\
 16
 \end{array}
 \\
 \hline
 = 9|85|96
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5607^2 = \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 5^2 \dots\dots 25 \\
 2 \times 5 \times 6 \dots 6 \\
 6^2 \dots\dots 36 \\
 2 \times 560 \times 7 \dots 7 \\
 7^2 \dots\dots 49
 \end{array}
 \begin{array}{|l}
 25 \\
 6 \\
 36 \\
 7 \\
 49
 \end{array}
 \begin{array}{|l}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 84 \\
 0
 \end{array}
 \begin{array}{|l}
 \\
 \\
 \\
 0 \\
 49
 \end{array}
 \\
 \hline
 = 31|43|84|49
 \end{array}$$

Das Quadrat einer Zahl hat entweder doppelt so viele Ziffern als die Zahl oder um eine Ziffer weniger. Theilt man daher das Quadrat von den Einern angefangen in Abtheilungen von je zwei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur eine Ziffer enthalten kann, so hat man so viele Abtheilungen, als die Zahl Ziffern enthält.

In der ersten Abtheilung kommt das Quadrat der ersten Ziffer der Zahl vor. In den ersten zwei Abtheilungen ist das Quadrat der ersten zwei Ziffern der Zahl enthalten. Nimmt man daher von der ersten Abtheilung das Quadrat der ersten Ziffer der Zahl weg, und setzt zu dem Reste die zweite Abtheilung, so kommen darin die Bestandtheile vor, welche die zweite Ziffer der Zahl im Quadrate hervorbringt, nämlich das Product aus ihr und der doppelten ersten Ziffer und ihr Quadrat, und zwar erstreckt sich das Product aus der zweiten und der doppelten ersten Ziffer nur bis auf die erste Ziffer der zweiten Abtheilung; u. s. w.

2. Das Ausziehen der Quadratwurzel.

1) Welche Zahl gibt mit sich selbst multipliciert 64 zum Producte?

Die Zahl, welche mit sich selbst multipliciert eine andere gegebene Zahl zum Producte gibt, heißt die Quadratwurzel dieser Zahl. Aus einer Zahl die Quadratwurzel ausziehen heißt, eine Zahl suchen, welche mit sich selbst multipliciert die gegebene Zahl zum Producte gibt. Die Quadratwurzel aus einer Zahl wird durch das vorgesetzte Zeichen $\sqrt{}$ angezeigt.

$$\sqrt{1} = 1$$

$$\sqrt{4} = 2$$

$$\sqrt{9} = 3$$

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{25} = 5$$

$$\sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{49} = 7$$

$$\sqrt{64} = 8$$

$$\sqrt{81} = 9$$

Aus den Gesetzen, welche in den Aufgaben 2, 5 und 10, Seite 52, 53 und 54 für die Bildung des Quadrates abgeleitet wurden, ergibt sich durch Umkehrung für das Ausziehen der Quadratwurzel folgendes Verfahren:

1) Man theile die gegebene Zahl von den Einern angefangen in Abtheilungen von je zwei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur eine Ziffer enthalten kann.

2) Man suche die größte Zahl, deren Quadrat in der ersten Abtheilung enthalten ist, und schreibe sie als erste Ziffer der Wurzel an. Das Quadrat dieser ersten Wurzelziffer wird von der ersten Abtheilung subtrahiert.

3) Zu dem Reste setze man die folgende Abtheilung herab, dividire die dadurch entstehende Zahl nach Weglassung ihrer letzten Ziffer durch die doppelte bereits gefundene Wurzel und schreibe den Quotienten als neue Ziffer in die Wurzel. Dann bilde man die Bestandtheile, welche diese neue Wurzelziffer im Quadrate hervorbringt, nämlich das Product aus der neuen Ziffer und dem doppelten ihr vorangehenden Wurzeltheile und das Quadrat der neuen Ziffer, schreibe den ersten Bestandtheil unter den Dividend, den zweiten um eine Stelle weiter rechts, und subtrahiere die Summe der so angelegten Bestandtheile von dem Dividende mit Zuziehung der früher weggelassenen Ziffer.

4) Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man alle Abtheilungen der gegebenen Zahl in Rechnung gezogen hat.

$$\begin{array}{r}
 2) \sqrt{47|61} = 69 \\
 6^2 \dots 36 \\
 \hline
 116,1 : 12 \dots 2 \times 6 \\
 2 \times 6 \times 9 \dots 108 \\
 9^2 \dots 81 \\
 \hline
 \text{====}
 \end{array}$$

$$3) \sqrt{1024} =$$

$$4) \sqrt{2025} =$$

$$5) \sqrt{5625} =$$

$$6) \sqrt{6561} =$$

$$7) \sqrt{9604} =$$

$$8) \sqrt{2|16|09} = 147$$

$$\begin{array}{r}
 1 \\
 \hline
 11,6 : 2 \\
 8 \\
 16 \\
 \hline
 2009 : 28 \\
 196 \\
 49 \\
 \hline
 \text{====}
 \end{array}$$

$$9) \sqrt{14161} =$$

$$10) \sqrt{65536} =$$

$$11) \sqrt{186624} =$$

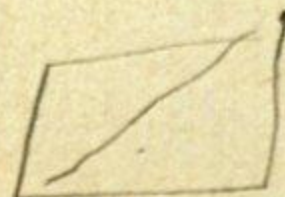
$$12) \sqrt{265225} =$$

$$13) \sqrt{408321} =$$

$$14) \sqrt{498436} =$$

$$15) \sqrt{554481} =$$

$$16) \sqrt{820836} =$$



$$(17) \sqrt{11675889} =$$

$$(18) \sqrt{5943844} =$$

$$(19) \sqrt{81126049} =$$

$$(20) \sqrt{26956864} =$$

$$(25) \sqrt{13.54|24} = 3.68$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 454 \quad : 6 \\ 36 \\ 36 \\ \hline 5824 \quad : 72 \\ 576 \\ 64 \\ \hline \end{array}$$

$$(26) \sqrt{32.6041} =$$

$$(27) \sqrt{0.840889} =$$

$$(28) \sqrt{785.6809} =$$

$$(21) \sqrt{347263225} =$$

$$(22) \sqrt{1475789056} =$$

$$(23) \sqrt{6449053636} =$$

$$(24) \sqrt{44105040144} =$$

Bei Decimalzahlen geschieht die Eintheilung der Ganzen vom Decimalpunkte gegen die Linke, die Eintheilung der Decimalen gegen die Rechte; in der Quadratwurzel wird der Decimalpunkt gesetzt, bevor man die erste Abtheilung von Decimalen in Rechnung zieht.

$$(29) \sqrt{2797.3521} =$$

$$(30) \sqrt{0.0001522756} =$$

$$(31) \sqrt{0.054782211136} =$$

$$(32) \text{Bestimme } \sqrt{14}.$$

Da man für $\sqrt{14}$ auch $\sqrt{14.00|00|..}$ setzen kann, so ist

$$\sqrt{14} = 3.74 \dots$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline 500 \quad : 6 \\ 42 \\ 49 \\ \hline 3100 \quad : 74 \\ 296 \\ 16 \\ \hline 124 \end{array}$$

Bleibt beim Wurzelausziehen am Ende ein Rest, so ist die vorgelegte Zahl kein vollständiges Quadrat und daher die Quadratwurzel nicht ganz genau; dieselbe kann jedoch näherungsweise in Decimalen mit jeder beliebigen Genauigkeit bestimmt werden, indem man dem zuletzt erhaltenen und jedem folgenden Reste eine Abtheilung von zwei Decimalnullen anhängt, übrigens aber wie vorhin verfährt.

Wenn die gegebene Zahl ein Decimalbruch ist und die letzte Abtheilung rechts nur eine Ziffer enthalten sollte, so wird derselben sogleich eine Null angehängt.

Bestimme in 3 Decimalen:

33) $\sqrt{5}$

35) $\sqrt{397}$

37) $\sqrt{0.02}$

34) $\sqrt{80}$

36) $\sqrt{6335}$

38) $\sqrt{13.794}$

Bestimme in 4 Decimalen:

39) $\sqrt{6}$

41) $\sqrt{229}$

43) $\sqrt{0.2734}$

40) $\sqrt{10}$

42) $\sqrt{5135}$

44) $\sqrt{7.80152}$

45) $\sqrt{25/81} = \sqrt{25}/\sqrt{81} = 5/9$

48) $\sqrt{3/5} = \sqrt{0.6} =$

46) $\sqrt{64/225} =$

49) $\sqrt{13/8} =$

47) $\sqrt{676/1681} =$

50) $\sqrt{9^{13}/25} =$

Das Ausziehen der Quadratwurzel findet insbesondere in der Raumgrößenrechnung häufige Anwendung. Solche angewandte Aufgaben kommen im VIII. Abschnitte vor, und zwar:

Aufgaben 6) und 7) Seite 155,

Aufgaben 43) — 49) Seite 160 und 161,

Aufgaben 86) — 88) Seite 166, und

Aufgabe 82) Seite 185.

3. Cubieren.

1) Multipliciere jede der folgenden Zahlen mit sich selbst und das dadurch erhaltene Quadrat noch einmal mit der Zahl selbst:

$$7, 34, 280, 0.5, 2.36, 1.079, \frac{4}{5}, \frac{13}{32}.$$

Setzt man eine Zahl dreimal als Factor, so heißt das Product der Cubus dieser Zahl.

Eine Zahl cubieren oder zum Cubus erheben, heißt die Zahl dreimal als Factor setzen.

$7 \times 7 \times 7 = 343$; 343 ist der Cubus von 7. Statt $7 \times 7 \times 7$ schreibt man kürzer 7^3 (lies: 7 zum Cubus).

$1^3 = 1$

$4^3 = 64$

$7^3 = 343$

$2^3 = 8$

$5^3 = 125$

$8^3 = 512$

$3^3 = 27$

$6^3 = 216$

$9^3 = 729$

Der Cubus einer Zahl kann ohne unmittelbare zweimalige Multiplication noch auf eine andere Art bestimmt werden.

2) Zerlege die Zahl 64 in Zehner und Einer und multipliziere ihr Quadrat.

$$(60 + 4)^2 = 60 \times 60 + 2 \times 60 \times 4 + 4 \times 4$$

noch mit $60 + 4$; dann ist

$$60 \times 60 + 2 \times 60 \times 4 + 4 \times 4$$

$$60 + 4$$

$$60 \times 60 \times 60 + 2 \times 60 \times 60 \times 4 + 60 \times 4 \times 4$$

$$+ 60 \times 60 \times 4 + 2 \times 60 \times 4 \times 4 + 4 \times 4 \times 4$$

$$(60 + 4)^3 = 60^3 + 3 \times 60^2 \times 4 + 2 \times 60 \times 4^2 + 4^3.$$

Der Cubus einer in zwei Theile zerlegten Zahl besteht aus dem Cubus des ersten Theiles, dem Producte des dreifachen Quadrates des ersten Theiles mit dem zweiten, dem Producte des dreifachen ersten Theiles mit dem Quadrate des zweiten, und aus dem Cubus des zweiten Theiles.

3) Bestimme auf diese Art den Cubus von 47.

$$40^3 = 64000$$

$$3 \times 40^2 \times 7 = 33600$$

$$3 \times 40 \times 7^2 = 5880$$

$$7^3 = 343$$

$$103823$$

fürzer:

$$4^3 \dots\dots 64$$

$$3 \times 4^2 \times 7 \dots 336$$

$$3 \times 4 \times 7^2 \dots 588$$

$$7^3 \dots\dots 343$$

$$103823$$

4) Cubiere ebenso die Zahlen 15, 28, 52, 89.

5) Cubiere die Zahl 846, indem du sie in Zehner und Einer zerlegst.

$$(846)^3 = (840 + 6)^3 = 840^3 + 3 \times 840^2 \times 6 + 3 \times 840 \times 6^2 + 6^3;$$

nun ist

$$(840)^3 = (800 + 40)^3 = 800^3 + 3 \times 800^2 \times 40 + 3 \times 800 \times 40^2 + 40^3;$$

daher

$$846^3 =$$

$$800^3 \dots\dots 512000000$$

$$3 \times 800^2 \times 40 \dots 76800000$$

$$3 \times 800 \times 40^2 \dots 3840000$$

$$40^3 \dots\dots 64000$$

$$3 \times 840^2 \times 6 \dots 12700800$$

$$3 \times 840 \times 6^2 \dots 90720$$

$$6^3 \dots\dots 216$$

$$= 605495736$$

fürzer: $846^3 =$

$$8^3 \dots\dots 512$$

$$3 \times 8^2 \times 4 \dots 768$$

$$3 \times 8 \times 4^2 \dots 384$$

$$4^3 \dots\dots 64$$

$$3 \times 84^2 \times 6 \dots 127008$$

$$3 \times 84 \times 6^2 \dots 9072$$

$$6^3 \dots\dots 216$$

$$= 605495736$$

Der Cubus einer mehrziffrigen Zahl wird nach folgendem Verfahren gebildet:

1) Man erhebe die erste Ziffer links zum Cubus.

2) Aus jeder folgenden Ziffer bilde man drei Bestandtheile: das Product aus dem dreifachen Quadrate der ihr vorangehenden Zahl mit dieser Ziffer, das Product aus der dreifachen vorangehenden Zahl und dem Quadrate dieser Ziffer, endlich ihren eigenen Cubus.

3) Diese Bestandtheile werden so untereinander geschrieben, daß jeder folgende um eine Stelle weiter rechts erscheint, und dann, so wie sie stehen, addiert.

Cubiere nach diesem Verfahren folgende Zahlen:

$$\begin{array}{r} 6) \ 924 \\ 735 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7) \ 607 \\ 198 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8) \ 7654 \\ 9802 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9) \ 24679 \\ 35106 \end{array}$$

10) Wie viele Ziffern gibt im Cubus die erste Ziffer links in der Zahl? Wie viele Ziffern wachsen im Cubus aus jeder folgenden Ziffer der Zahl zu?

$\begin{array}{r} 247^3 = \\ \hline \begin{array}{r l} 2^3 & \dots\dots 8 \\ 3 \times 2^2 \times 4 & \dots\dots 48 \\ 3 \times 2 \times 4^2 & \dots\dots 96 \\ 4^3 & \dots\dots 64 \\ 3 \times 24^2 \times 7 & \dots\dots 12096 \\ 3 \times 24 \times 7^2 & \dots\dots 3528 \\ 7^3 & \dots\dots 343 \end{array} \\ \hline = 15069223 \end{array}$	$\begin{array}{r} 8605^3 = \\ \hline \begin{array}{r l l l} 8^3 & \dots\dots 512 \\ 3 \times 8^2 \times 6 & \dots\dots 1152 \\ 3 \times 8 \times 6^2 & \dots\dots 864 \\ 6^3 & \dots\dots 216 \\ 3 \times 860^2 \times 5 & \dots\dots 11094000 \\ 3 \times 860 \times 5^2 & \dots\dots 64500 \\ 5^3 & \dots\dots 125 \end{array} \\ \hline = 637166045125 \end{array}$
---	--

Der Cubus einer Zahl hat entweder dreimal so viele Ziffern als die Zahl, oder um zwei oder eine weniger. Theilt man daher den Cubus einer Zahl von den Einern angefangen in Abtheilungen zu je drei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur zwei oder eine Ziffer enthalten kann, so hat man so viele Abtheilungen, als die Zahl Ziffern enthält.

In der ersten Abtheilung links ist der Cubus der ersten Ziffer der Zahl enthalten. In den zwei ersten Abtheilungen kommt der Cubus der zwei ersten Ziffern der Zahl vor. Nimmt man daher von der ersten Abtheilung den Cubus der ersten Ziffer der Zahl weg und setzt zu dem Reste die zweite Abtheilung, so kommen darin die Bestandtheile vor, welche die zweite Ziffer der Zahl im Cubus

hervorbringt, nämlich: das Product aus ihr und dem dreifachen Quadrate der ersten Ziffer, das Product aus ihrem Quadrate und der dreifachen ersten Ziffer, und ihren Cubus, und zwar erstreckt sich der erste Bestandtheil nur bis auf die erste Ziffer der zweiten Abtheilung; u. s. w.

4. Das Ausziehen der Cubikwurzel.

1) Welche Zahl gibt dreimal als Factor gesetzt 125 zum Producte?

Die Zahl, welche dreimal als Factor gesetzt eine andere gegebene Zahl zum Producte gibt, heißt die Cubikwurzel dieser Zahl. Aus einer Zahl die Cubikwurzel ausziehen heißt, eine Zahl suchen, welche dreimal als Factor gesetzt die gegebene Zahl zum Producte gibt. Um die Cubikwurzel aus einer Zahl anzuzeigen, setzt man vor diese das Wurzelzeichen und in dessen Öffnung die Ziffer 3. Hiernach ist

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt[3]{343} = 7$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

$$\sqrt[3]{512} = 8$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{216} = 6$$

$$\sqrt[3]{729} = 9$$

Aus den Gesetzen, welche in den Aufgaben 2, 5 und 10 Seite 58 und 59 für die Bildung des Cubus entwickelt wurden, ergibt sich durch Umkehrung für das Ausziehen der Cubikwurzel folgendes Verfahren:

1) Man theile die gegebene Zahl von den Einern angefangen in Abtheilungen von je drei Ziffern, wobei die erste Abtheilung links auch nur zwei oder eine Ziffer enthalten kann.

2) Man suche die größte Zahl, deren Cubus in der ersten Abtheilung enthalten ist, und schreibe sie als die erste Ziffer der Wurzel an. Der Cubus dieser ersten Wurzelziffer wird von der ersten Abtheilung subtrahiert.

3) Zu dem Reste setze man die folgende Abtheilung herab, dividiere die dadurch entstehende Zahl mit Ausschluß der zwei letzten Ziffern durch das dreifache Quadrat des bereits gefundenen Theiles der Wurzel und schreibe den Quotienten als eine neue Ziffer in die Wurzel. Dann bilde man die Bestandtheile, welche diese neue Wurzelziffer im Cubus hervorbringt, nämlich

das Product aus dem dreifachen Quadrate des ihr vorangehenden Wurzeltheiles mit der neuen Ziffer, das Product aus dem dreifachen vorangehenden Wurzeltheile mit dem Quadrate dieser Ziffer, und den Cubus der neuen Ziffer, schreibe den ersten Bestandtheil unter den Dividend, jeden folgenden aber um eine Stelle weiter rechts darunter und subtrahiere die Summe der so angesetzten Bestandtheile von dem Dividende mit Zuziehung der früher weggelassenen zwei Ziffern.

4) Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man alle Abtheilungen der gegebenen Zahl in Rechnung gezogen hat.

$$\begin{array}{r}
 2) \quad \sqrt[3]{13|824} = 24 \\
 2^3 \dots\dots 8 \\
 \hline
 58,24 : 12 \dots 3 \times 2^2 \\
 3 \times 2^2 \times 4 \dots 48 \\
 3 \times 2 \times 4^2 \dots 96 \\
 4^3 \dots\dots 64 \\
 \hline
 = = = =
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3) \quad \sqrt[3]{154|854|153} = 537 \\
 125 \\
 \hline
 298,54 \quad : 75 \\
 225 \\
 135 \\
 27 \\
 \hline
 59771,53 : 8427 \\
 58989 \\
 7791 \\
 343 \\
 \hline
 = = = = =
 \end{array}$$

$$4) \sqrt[3]{592704} =$$

$$5) \sqrt[3]{5832} =$$

$$6) \sqrt[3]{97336} =$$

$$7) \sqrt[3]{54872} =$$

$$8) \sqrt[3]{614125} =$$

$$9) \sqrt[3]{205379} =$$

$$10) \sqrt[3]{704969} =$$

$$11) \sqrt[3]{474552} =$$

$$12) \sqrt[3]{7301384} =$$

$$13) \sqrt[3]{139798359} =$$

$$14) \sqrt[3]{223648543} =$$

$$15) \sqrt[3]{152273304} =$$

$$16) \sqrt[3]{34012224} =$$

$$17) \sqrt[3]{125751501} =$$

$$18) \sqrt[3]{12230590464} =$$

$$19) \sqrt[3]{1593413632} =$$

$$20) \sqrt[3]{60006085875} =$$

$$21) \sqrt[3]{9143677667816} =$$

$$22) \sqrt[3]{11.089|567} = 2.23$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 30,89 : 12 \\ 24 \\ 24 \\ 8 \\ \hline 4415,67 : 1452 \\ 4356 \\ 594 \\ 27 \\ \hline \end{array}$$

=====

$$23) \sqrt[3]{0.103823} =$$

$$25) \sqrt[3]{15.252992} =$$

$$27) \sqrt[3]{0.074246873427} =$$

$$29) \sqrt[3]{80} = \sqrt[3]{80.000000} \dots = 4.12 \dots \text{ oder } \sqrt[3]{80} = 4.12 \dots$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 6000 : 48 \\ 48 \\ 12 \\ 1 \\ \hline 1079000 : 5043 \\ 10086 \\ 492 \\ 8 \\ \hline 65472 \end{array}$$

$$24) \sqrt[3]{571.787} =$$

$$26) \sqrt[3]{796597.983} =$$

$$28) \sqrt[3]{12895.213625} =$$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 6000 \\ 48 \\ 12 \\ 1 \\ \hline 1079000 : 5043 \\ 10086 \\ 492 \\ 8 \\ \hline 65472 \end{array}$$

Bei Decimalzahlen geschieht die Eintheilung der Ganzen vom Decimalpunkte gegen die Linke, die Eintheilung der Decimalen gegen die Rechte; in der Cubikwurzel wird der Decimalpunkt gesetzt, bevor man die erste Abtheilung von Decimalen in Rechnung bringt.

Bleibt beim Ausziehen der Cubikwurzel am Ende ein Rest, so ist die Wurzel nicht genau; sie lässt sich aber mit jeder beliebigen Genauigkeit in Decimalen bestimmen, indem man dem zuletzt erhaltenen und jedem folgenden Reste eine Abtheilung von drei Nullen anhängt und übrigens wie vorhin verfährt.

Bestimme in 3 Decimalen:

$$30) \sqrt[3]{10};$$

$$31) \sqrt[3]{279};$$

$$32) \sqrt[3]{1133};$$

$$33) \sqrt[3]{0.815};$$

$$34) \sqrt[3]{0.72};$$

$$35) \sqrt[3]{7.1856}.$$

$$36) \sqrt[3]{\frac{64}{343}} = \frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{343}} = \frac{4}{7}.$$

$$37) \sqrt[3]{\frac{729}{2197}} =$$

$$38) \sqrt[3]{\frac{7}{8}} = \sqrt[3]{0.875} =$$

$$39) \sqrt[3]{5\frac{17}{25}} =$$

Das Ausziehen der Cubikwurzel wird insbesondere in der Raumgrößenrechnung angewendet. Solche angewandte Aufgaben kommen im VIII. Abschnitte vor, und zwar:

Aufgabe 6) Seite 171,

Aufgabe 11) Seite 173,

Aufgaben 83), 84) und 85) Seite 185.

Wiederholungsaufgaben.

1*) 187 + 98	2*) 156 — 99	3*) 4mal 96
325 + 196	438 — 197	7mal 192
512 + 391	813 — 495	5mal 298

4*) Ein Arbeiter verdient in $\frac{2}{3}$ Monaten $25\frac{3}{5}$ fl.; wie viel in 1 Monate?

5*) Eine Mutter ist 3mal so alt als ihre beiden Töchter zusammen; wie alt ist sie, wenn die eine Tochter $6\frac{1}{2}$ und die andere $2\frac{2}{3}$ Jahre alt ist?

6) In einem Vierecke betragen die Winkel einzeln $98^\circ 23' 42''$, $65^\circ 32' 17''$, $87^\circ 51' 40''$ und $108^\circ 12' 21''$; wie viel zusammen?

$$7) \sqrt{654481} =$$

$$8) \sqrt{404496} =$$

$$9) \sqrt{11943936} =$$

$$10) \sqrt{32524209} =$$

$$11) \sqrt{50083929} =$$

$$12) \sqrt{1655025124} =$$

$$13) \sqrt{299.6756} =$$

$$14) \sqrt{1.04101209} =$$

$$15) \sqrt{200} =$$

$$16) \sqrt{5.3} =$$

$$17) \sqrt{0.079} =$$

18) Die Erde legt bei ihrer Bewegung um die Sonne in 1 Stunde 14787.68 geogr. Meilen zurück; wie viel a) in 1 Minute, b) in 1 Secunde?

19) In einem Fasse waren $107\frac{1}{2}$ l Weingeist; es wurden $43\frac{3}{4}$ l herausgenommen, dann aber wieder $30\frac{2}{5}$ l zugegossen; wie viel l waren nun in dem Fasse?

20) Ein *ha* liefert im Durchschnitte 28 *hl* 45 *l* Hafer; welchen Wert hat die Ernte von 7 *ha* 62 *a*, wenn das *hl* Hafer 3 fl. 80 fr. kostet?

21) Mache folgende Brüche gleichnamig und gib dann an, welcher von ihnen einen größeren, welcher einen kleineren Wert hat:

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{11}{12}, \frac{13}{15}, \frac{23}{25}, \frac{47}{50}.$$

22) Ordne folgende Brüche nach ihrem Werte, und zwar vom kleinsten angefangen:

$$\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{13}{16}, \frac{19}{24}, \frac{31}{36}, \frac{37}{40}, \frac{69}{75}$$

$$23) \sqrt[3]{226981} =$$

$$24) \sqrt[3]{493039} =$$

$$25) \sqrt[3]{1906624} =$$

$$26) \sqrt[3]{29218112} =$$

$$27) \sqrt[3]{700 \cdot 227072} =$$

$$28) \sqrt[3]{961 \cdot 504803} =$$

$$29) \sqrt[3]{1767172329} =$$

$$30) \sqrt[3]{9 \cdot 1557005892911} =$$

$$31) \sqrt[3]{100} =$$

$$32) \sqrt[3]{0 \cdot 05} =$$

$$33) \sqrt[3]{2 \cdot 8613} =$$

34) Von vier Zahlen ist die erste 7·25, jede folgende um 1·3175 kleiner; wie groß ist a) die zweite, dritte, vierte Zahl, b) die Summe aller vier Zahlen?

35) Ein Sack mit Mehl wiegt $85\frac{1}{2}$ *kg*, der Sack allein wiegt $3\frac{3}{10}$ *kg*; wenn nun für das Mehl $16\frac{11}{25}$ fl. gezahlt wird, wie hoch kommt 1 *kg* desselben?

36) Drei Personen theilen eine Summe so unter einander, daß A $\frac{3}{8}$, B $\frac{5}{16}$ und C den Rest erhält; wenn nun A $3139\frac{1}{2}$ fl. erhält, wie groß ist die ganze Summe, wie viel erhält B, wie viel C?

Fünfter Abschnitt.

Verhältnisse und Proportionen nebst Anwendungen.

I. Verhältnisse.

a.

1) Vergleiche folgende Zahlenpaare und gib an, wie oft die zweite Zahl in der ersten enthalten ist:

a) 12 und 3		b) 18 und 3		c) 10 fl. und 5 fl.
20 „ 5		30 „ 5		16 m „ 8 m

Wenn man zwei Zahlen oder zwei gleichartige Größen vergleicht, um zu sehen, wie oft die eine in der andern enthalten ist, so heißt das Ergebnis dieser Vergleichung ein Verhältniß. Z. B. unter dem Verhältnisse 12 zu 3, welches $12 : 3$ geschrieben wird, versteht man die Angabe, wie oft 3 in 12 enthalten ist, also den angezeigten Quotienten $12 : 3$; 12 heißt das Vorderglied, 3 das Hinterglied. Wird das Vorderglied durch das Hinterglied wirklich dividiert, so heißt der Quotient 4 der Exponent des Verhältnisses $12 : 3$.

2) Gib den Exponenten in folgenden Verhältnissen an:

a) $6 : 3$		b) $35 : 7$		c) $10 : 4$		d) $10^{1/2} : 2^{1/2}$
$3 : 6$		$7 : 35$		$175 : 25$		$6^{1/4} : 9^{2/3}$
$10 : 3$		$5 : 12$		$22 : 120$		$2 \cdot 25 : 2 \cdot 5$

3) Wie findet man das Vorderglied eines Verhältnisses, dessen Hinterglied und Exponent gegeben sind?

4) Bestimme das Vorderglied nach folgenden Angaben:

Hinterglied, Exponent		Hinterglied, Exponent
a) 15 3		d) 24 $\frac{3}{5}$
b) 89 7		e) $16^{1/4}$ $\frac{5}{8}$
c) 124 $3^{1/2}$		f) $12 \cdot 4$ 0.5

5) Wie findet man das Hinterglied eines Verhältnisses, dessen Vorderglied und Exponent gegeben sind?

6) Bestimme das Hinterglied nach folgenden Angaben:

Vorderglied, Exponent		Vorderglied, Exponent
a) 28 4		d) 6 $\frac{1}{2}$
b) 25 3		e) 356 $12^{4/5}$
c) 169 14		f) $1024^{5/12}$ $6^{1/4}$

b.

7) Gib mehrere Verhältnisse an, welche mit dem Verhältnisse $6 : 2$ denselben Exponenten haben.

Zwei Verhältnisse, welche denselben Exponenten haben, heißen gleich, z. B. $6 : 2$ und $15 : 5$. Ein Verhältniß bleibt daher solange ungeändert, als es denselben Exponenten beibehält.

8) Multipliciere beide Glieder des Verhältnisses $12 : 3$ mit 2, mit 3, 6, 10 und gib dann den Exponenten aller Verhältnisse an.

Ein Verhältniß bleibt ungeändert, wenn man Vorder- und Hinterglied mit derselben Zahl multipliciert.

9) Drücke folgende Verhältnisse durch entsprechende Multiplication beider Glieder in ganzen Zahlen aus:

a) $\frac{3}{4} : 5$	b) $\frac{1}{4} : \frac{1}{5}$	c) $5\frac{2}{7} : 6\frac{4}{7}$	d) $0.5 : 3$
$2 : \frac{5}{7}$	$\frac{7}{10} : \frac{4}{9}$	$15\frac{3}{10} : 1\frac{4}{5}$	$6 : 2.3$
$5\frac{3}{5} : 6$	$\frac{19}{30} : \frac{3}{18}$	$128\frac{3}{8} : 45\frac{5}{16}$	$35.4 : 12.56$

10) Dividire beide Glieder des Verhältnisses $60 : 40$ durch 2, 4, 5, 10 und gib dann den Exponenten aller Verhältnisse an.

Ein Verhältniß bleibt ungeändert, wenn man Vorder- und Hinterglied durch dieselbe Zahl dividiert.

11) Drücke folgende Verhältnisse durch entsprechende Division beider Glieder in den kleinsten Zahlen aus.

a) $3 : 9$	b) $8 : 28$	c) $60 : 6$	d) $32 : 80$
$10 : 8$	$30 : 24$	$48 : 72$	$112 : 144$
$27 : 15$	$20 : 45$	$90 : 36$	$240 : 96$

12) Drücke folgende Verhältnisse in ganzen Zahlen aus und kürze sie dann, wenn es möglich ist, ab:

a) $8 : 5\frac{3}{4}$	b) $5 : \frac{5}{8}$	c) $3\frac{3}{4} : 4\frac{3}{8}$	d) $7.5 : 2.5$
$\frac{6}{25} : 9$	$3\frac{1}{2} : 21$	$6\frac{9}{16} : 15\frac{3}{4}$	$8.6 : 6.1$
$\frac{2}{3} : 6$	$5\frac{3}{4} : 6\frac{4}{7}$	$100\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2}$	$7.25 : 3.75$

c.

13) Wie verhält sich 1 m zu 1 dm?

14) Wie verhält sich ein Zwanziger zu 1 Gulden?

15) Ein Thurm ist 72 m hoch, ein anderer nur 48 m; wie verhält sich die Höhe des ersten Thurmes zu der des zweiten?

16) Ein Saal ist $12\frac{1}{2} m$ lang und $9\frac{3}{4} m$ breit; in welchem Verhältnisse steht die Länge zur Breite?

17) Wie verhalten sich die Flächen zweier Gärten, von denen der eine $840 m^2$, der andere $288 m^2$ enthält?

18) 1 kg Zucker kostet 50 fr., 1 kg Kaffee 1 fl. 80 fr.; wie verhält sich der Preis des Zuckers zu jenem des Kaffees?

19) A geht in einer Stunde $4\frac{1}{2}$, B $5\frac{3}{4} km$; in welchem Verhältnisse stehen ihre Geschwindigkeiten?

20) Der Schall legt in 1 Secunde $332 m$, das Licht $311170 km$ zurück; wie verhalten sich diese Geschwindigkeiten?

21) 1 kg Silber ist 90 fl., 1 kg Gold 1395 fl. wert; in welchem Verhältnisse steht der Wert des Silbers zu dem des Goldes?

22) A geht in 3 Stunden soweit als B in 4 Stunden; wie verhält sich die Geschwindigkeit des A zu jener des B?

A geht in 1 Stunde $\frac{1}{3}$ des Weges, B $\frac{1}{4}$; ihre Geschwindigkeiten verhalten sich also wie $\frac{1}{3} : \frac{1}{4}$ oder wie 4 : 3.

23) Eine Locomotive legt 8 km in 15 Minuten, ein Postwagen in 1 Stunde zurück; wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten?

24) Ein Mann vollendet eine Arbeit in 3, ein Knabe in 5 Stunden; wie verhalten sich ihre Arbeitskräfte?

d.

25) $6 m = 19$ Wiener Fuß; wie verhält sich demnach 1 m zu 1 Fuß?

$1 m = \frac{19}{6}$ W. Fuß, dagegen ein W. Fuß $= \frac{6}{19}$ m. Fuß; 1 m hat also 19 solche Theile, wie deren 1 W. Fuß 6 hat; es verhält sich daher 1 m zu 1 W. Fuß, wie 19 : 6. Wenn eine Gleichung zwischen zwei benannten Größen in ein Verhältniß verwandelt werden soll, so muß man die Zahlen der Gleichung so umstellen, daß sich die größere auf die mehrwertige Größe, die kleinere auf die geringere Größe bezieht.

26) 100 fl. Conv. Münze = 105 fl. österr. Währ.; wie verhält sich 1 fl. C. M. zu 1 fl. ö. W.?

27) 100 fl. ö. W. = 200 Mark; welches Verhältniß findet zwischen 1 fl. ö. W. und 1 Mark statt?

28) 100 kg Wiesenheu sind dem Futterwerte nach gleich 90 kg Kleen; wie sollen sich hiernach die Preise für 100 kg verhalten?

29) 5 kg Butter geben $3\frac{3}{4}$ kg Schmalz; welches ist das Wertverhältniß?

30) 1 Frank verhält sich zu 1 fl. ö. W. wie 2 : 5; stelle dieses Verhältniß in eine Gleichung um.

Auf 1 Frank kommen 2 Theile, wie 1 fl. ö. W. deren 5 hat; also ist $\frac{1}{2}$ Frank = $\frac{1}{5}$ fl. ö. W., oder 1 Frank = $\frac{2}{5}$ fl. ö. W. und 5 Frank = 2 fl. ö. W.

31) 1 ha verhält sich zu 1 W. Joch wie 61 : 45; verwandle dieses Verhältniß in eine Gleichung.

32) Der Preis des hl Weizen verhält sich zu jenem des Kornes wie 5 : 3; welches ist die Wertgleichung?

II. Proportionen.

Die Gleichstellung zweier gleicher Verhältnisse heißt eine Proportion. Z. B. $12 : 3 = 8 : 2$ ist eine Proportion; sie wird gelesen: 12 verhält sich zu 3, wie sich 8 zu 2 verhält, oder kürzer: 12 zu 3 wie 8 zu 2. Das erste und vierte Glied (12 und 2) werden äußere, das zweite und dritte (3 und 8) innere Glieder der Proportion genannt.

1) Suche fünf Verhältnisse, welche dem Verhältnisse 6 : 2 gleich sind, und bilde aus je zweien eine Proportion.

2) Löse die Proportion $x : 10 = 15 : 25$ auf, d. h. bestimme darin das noch unbekannte Glied x.

Das zweite Verhältniß 15 : 25 hat den Exponenten $\frac{3}{5}$, also muß auch das erste Verhältniß denselben Exponenten $\frac{3}{5}$ haben; das Hinterglied desselben ist 10, daher muß das Vorderglied $x = 10 \times \frac{3}{5} = 6$ sein.

3) Löse auf ähnliche Art folgende Proportionen auf:

a) $x : 6 = 6 : 9$

$x : 50 = 3\frac{1}{2} : 7$

$x : \frac{4}{5} = 5 : 3$

b) $50 : 10 = x : 8$

$8\frac{3}{4} : \frac{2}{3} = x : 1$

$0\cdot2 : 5 = x : 0\cdot5$

c) $21 : x = 7 : 11$

$8 : x = \frac{4}{9} : \frac{2}{3}$

$\frac{9}{4} : x = \frac{1}{2} : \frac{2}{5}$

d) $12 : 18 = 7 : x$

$2 : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} : x$

$0\cdot1 : 0\cdot3 = \frac{1}{3} : x$

4) Setze in der Proportion $18 : 7 = 27 : 9$ statt eines jeden Vordergliedes das Product aus seinem Hintergliede und dem Exponenten; aus welchen Factoren besteht dann das Product der äußeren, aus welchen das Product der inneren Glieder?

In jeder Proportion ist das Product der äußeren Glieder gleich dem Producte der inneren Glieder.

5) Löse hiernach die Proportion $12 : x = 9 : 3$ auf.

Das Product der äußeren Glieder ist $12 \times 3 = 36$; also muß auch das Product der inneren Glieder 36, und daher $x = \frac{36}{9} = 4$ sein.

6) Löse auf ähnliche Art folgende Proportionen auf:

a) $x : 21 = 18 : 7$

$x : 80 = \frac{4}{5} : 16$

$x : 6 = 1\frac{3}{4} : \frac{2}{5}$

b) $20 : 30 = 8 : x$

$3\frac{1}{2} : 10\frac{1}{2} = \frac{1}{2} : x$

$1\cdot5 : 0\cdot15 = 3\cdot4 : x$

c) $9 : x = 36 : 24$

$6\frac{2}{3} : x = 4 : 1\frac{5}{8}$

$\frac{7}{8} : x = 21\frac{1}{4} : 9\frac{1}{2}$

d) $3 : 35 = x : 14$

$1\frac{1}{3} : \frac{3}{4} = x : 4\frac{2}{7}$

$9\cdot6 : 8\cdot25 = x : 12\cdot45$

III. Anwendung der Proportionen mit besonderer Rücksichtnahme auf die Schlussrechnung.

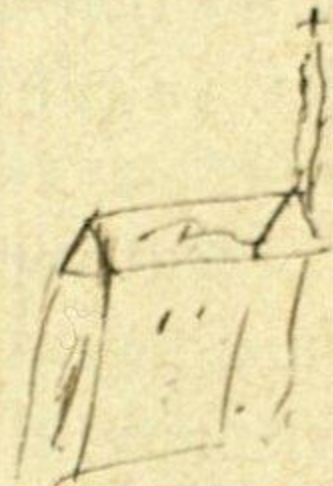
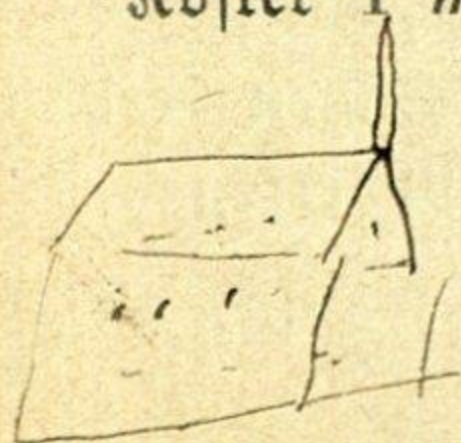
a) 1 m Tuch kostet 5 fl.; wie viel fl. kosten 2, 3, 4 m von gleichem Tuche?

Kostet 1 m 5 fl., so kosten

2 m 2mal 5, also 10 fl.

3 " 3mal 5, " 15 fl.

4 " 4mal 5, " 20 fl.



Es finden folgende Proportionen statt:

$$2m : 3m = 10 \text{ fl.} : 15 \text{ fl.}, \text{ oder } 2 : 3 = 10 : 15;$$

$$2m : 4m = 10 \text{ fl.} : 20 \text{ fl.}, \text{ „ } 2 : 4 = 10 : 20;$$

u. f. w.

Wenn zwei Arten von Zahlen so zusammenhängen, daß zu einer 2=, 3=, 4mal so großen Zahl der einen Art auch eine 2=, 3=, 4mal so große Zahl der anderen Art gehört, so sagt man: die beiden Arten von Zahlen sind gerade proportioniert, oder sie stehen in geradem Verhältnisse; z. B. Ware und Preis.

Sind zwei Arten von Zahlen gerade proportioniert, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der anderen Art, in derselben Ordnung genommen.

b) 1 Arbeiter braucht für eine bestimmte Arbeit 60 Tage; wie viel Tage brauchen dazu 2, 3, 4 Arbeiter?

Braucht 1 Arbeiter für eine Arbeit 60 Tage, so brauchen
2 „ nur die Hälfte von 60, also 30 Tage
3 „ „ den 3. Theil „ 60, „ 20 „
4 „ „ „ 4. „ „ 60, „ 15 „

Man hat die Proportionen:

$$2 \text{ Arb.} : 3 \text{ Arb.} = 20 \text{ T.} : 30 \text{ T.}, \text{ oder } 2 : 3 = 20 : 30;$$

$$1 \text{ „} : 4 \text{ „} = 15 \text{ „} : 60 \text{ „} \text{ „ } 1 : 4 = 15 : 60;$$

u. f. w.

Wenn zwei Arten von Zahlen von einander so abhängen, daß zu einer 2=, 3=, 4mal so großen Zahl der einen Art nur der 2., 3., 4. Theil von der Zahl der anderen Art gehört, so sagt man: die beiden Arten von Zahlen sind verkehrt proportioniert, oder sie stehen in verkehrtem Verhältnisse; z. B. die Zahl der Arbeiter und die Dauer der Arbeit.

Sind zwei Arten von Zahlen verkehrt proportioniert, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der anderen Art, jedoch in umgekehrter Ordnung genommen.

Auf den unter a) und b) angeführten zwei Sätzen beruht die Lösung der Dreisatzaufgaben nach der Proportion — die sogenannte Regeldetri.

Aufgaben.

(Nach der Proportion und nach der Schlussrechnung, und zwar nach der letzteren womöglich im Kopfe zu lösen.)

a.

- 1) 5 *m* Tuch kosten 18 fl.; wie viel fl. kosten 15 *m*?

Nach der Proportion:

$$\begin{array}{rcl} 5 \text{ m } 18 \text{ fl.} & x : 18 = 15 : 5 \\ 15 \text{ " } x \text{ " } & x = 54 \text{ fl.} \end{array}$$

Ware und Preis sind gerade proportioniert; man setzt daher das Verhältniß der Gulden $x : 18$ gleich dem Verhältnisse der *m* in derselben Ordnung genommen, also gleich $15 : 5$. Die Proportion $x : 18 = 15 : 5$ wird sodann aufgelöst.

Nach der Schlussrechnung:

15 *m* sind 3mal 5 *m*; also kosten 15 *m* 3mal 18 fl. = 54 fl.

- 2) 4 *l* kosten 84 fr.; wie viel kosten 24 *l*?

- 3) 3 *kg* kosten 5 fl.; ? kosten 12, 15, 27 *kg*?

- 4) Für 8 fl. kauft man 13 Stück; ? für 32, 56 fl.?

- 5) " 11 " " " 28 *l*; ? " 33, 88 " ?

- 6) In einer Haushaltung braucht man in 6 Tagen 20 *l* Milch; wie viel in 30 Tagen?

- 7) 15 Menschen reinigen in einem Tage einen Graben von 14 *m* Länge; wie viel Menschen werden in derselben Zeit mit der Reinigung eines Grabens von 42 *m* Länge fertig?

b.

- 8) 32 *a* kosten 524 fl.; wie viel kosten 8 *a*?

8 *a* sind der 4te Theil von 32 *a*; also kosten

8 *a* . . $\frac{1}{4}$ von 524 fl. = 131 fl.

- 9) 20 *l* kosten 12 fl.; ? kosten 10, 5, 4 *l*?

- 10) 48 *m* kosten 25 fl.; ? kosten 24, 12, 8 *m*?

- 11) 72 Stück kosten 144, 162, 182 fl.; ? kosten 9 Stück?

- 12) 56 *a* kosten 963 fl. 20 fr.; ? kosten 28, 8 *a*?

- 13) Für 75 fl. kauft man 36 *m*; ? für 15 fl.?

- 14) " 144 " " " 114 *kg*; ? " 12 " ?

c.

- 15) 30 *m* kosten 138 fl.; wie viel kosten 65 *m*?

60 *m* = 2mal 30 *m* . . . 276 fl.

5 " = $\frac{1}{6}$ von 30 " . . . 23 "

65 *m* 299 fl.

- 16) 24 *kg* kosten 15·6 fl.; ? kosten 51, 78 *kg* ?
 17) 20 *l* kosten 9·6 fl.; ? kosten 45, 84 *l* ?
 18) An 100 fl. gewinnt man beim Verkaufe 12·8 fl.;
 wie viel gewinnt man an 324 fl. ?

19) An 40 fl. gewinnt man 3·5 fl.; wie viel an 100 fl. ?

20) 1 *hl* kostet 28·2 fl.; wie viel kosten 40 *l* ?

21) 8 *hl* kosten 264 fl.; wie viel kosten $5\frac{5}{8}$ *hl* ?

$$4 \text{ hl} = \frac{1}{2} \text{ von } 8 \text{ hl} \quad . \quad . \quad . \quad 132 \quad \text{fl.}$$

$$1 \text{ " } = \frac{1}{4} \text{ von } 4 \text{ " } \quad . \quad . \quad . \quad 33 \quad \text{"}$$

$$\frac{1}{2} \text{ " } = \frac{1}{2} \text{ von } 1 \text{ " } \quad . \quad . \quad . \quad 16\cdot5 \quad \text{"}$$

$$\frac{1}{8} \text{ " } = \frac{1}{4} \text{ von } \frac{1}{2} \text{ " } \quad . \quad . \quad . \quad 4\cdot125 \quad \text{"}$$

$$185\cdot625 \text{ fl.}$$

22) 40 *l* kosten 17·2 fl.; wie viel kosten 18 *l* ?

$$20 \text{ l} = \frac{1}{2} \text{ von } 40 \text{ l} \quad . \quad . \quad . \quad 8\cdot6 \text{ fl.}$$

$$\text{ab } 2 \text{ " } = \frac{1}{10} \text{ von } 20 \text{ " } \quad . \quad . \quad . \quad 0\cdot86 \text{ "}$$

$$7\cdot74 \text{ fl.}$$

d.

23) 60 *m* kosten 255 fl.; wie viel kosten 24 *m* ?

$$60 \text{ m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 255 \text{ fl.}$$

$$12 \text{ " } = \frac{1}{5} \text{ von } 60 \text{ m} \quad . \quad . \quad . \quad 51 \text{ "}$$

$$24 \text{ " } = 2\text{mal } 12 \text{ m} \quad . \quad . \quad . \quad 102 \text{ "}$$

24) 45 *l* kosten 15·75 fl.; ? kosten 10 *l* ?

25) 63 *kg* " 22·68 " ? " 36 *kg* ?

26) In 54 Tagen verfüttert ein Landmann 10300 *kg* Heu;
 wie viel in 24 Tagen ?

27) Für 36 fl. kauft man 114 *l*; wie viel für 60 fl. ?

28) An 60 fl. gewinnt man $6\frac{3}{5}$ fl.; wie viel an 100 fl. ?

29) 7 *m*² Brennholz von 80 *cm* Länge kosten 38 fl.;
 wie hoch stellt sich verhältnismäßig der Preis für 1 *m*² Holz,
 das 64 *cm* lang ist ?

e.

30) 8 *hl* kosten 368 fl.; wie viel kosten 3 *hl* ?

Nach der Proportion:

$$8 \text{ hl } 368 \text{ fl.} \quad x : 368 = 3 : 8$$

$$3 \text{ " } x \text{ " } \quad x = 138 \text{ fl.}$$

Nach der Schlussrechnung:

$$8 \text{ hl kosten } . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 368 \text{ fl.}$$

$$1 \text{ " kostet den 8. Theil } 368 \text{ fl. : } 8 = 46 \text{ fl.}$$

$$3 \text{ " kosten 3mal soviel } 46 \text{ fl. } \times 3 = 138 \text{ fl.}$$

31) 10 l kosten 4 fl. — fr.; wie viel kosten 7 l?

32) 6 " " 2 " 88 " ; " " " 11 " ?

33) 7 m kosten 5 " 74 " ; wie viel kosten 12 m ?

34) 20 " " 23 " — " ; " " " 9 " ?

35) 29 hl " 505.47 " ; " " " 41 hl ?

36) 63 " " 2230¹/₅ " ; " " " 50 " ?

37) Für 18 fl. kauft man 45 l ; wie viel für 28 fl. ?

38) " 24 " " " 75 kg ; " " " 42 " ?

39) Zwei Frauen kaufen zusammen ein Stück Weinwand von 48 m. A nimmt davon 23 m und zahlt 31 fl. 62 fr.; wie viel muß B für den Rest bezahlen?

40) Eine Locomotive legt in 8 Minuten 4050 m zurück; wie viel in 1 Stunde?

41) Wenn ein Rad in 27 Minuten 2322 Umdrehungen macht, wie vielmal dreht es sich in 10 Minuten herum?

42) Eine 3 m lange, senkrecht aufgestellte Stange wirft einen Schatten von 4.5 m; wie hoch ist eine Pappel, welche zu derselben Zeit einen Schatten von 15.3 m wirft?

43) Aus einer Röhre fließen in 85 Minuten 1955 l Wasser; in wie viel Zeit 2760 l?

44) In einer Haushaltung gibt man alle 7 Tage 23 fl. 52 fr. aus; a) wie viel in 5 Tagen, b) wie lange reicht man mit 846 fl. 72 fr. aus?

45) Eine Magd erhält jährlich 66 fl. Lohn; wie viel erhält sie für 5 Monate?

46) Jemand verbraucht in 8 Wochen 1³/₄ kg Tabak; a) wie viel in 52 Wochen; b) wie viel Geld verbraucht er darauf, wenn das kg 1 fl. 84 fr. kostet?

47) Ein Mühlgang mahlt in 16 Stunden 5 hl Korn; wie viel in 36 Stunden?

48) 24 Arbeiter graben 2 a 64 m² um; a) wie viel graben in derselben Zeit 17 Arbeiter um; b) wie viele Arbeiter sind nöthig, um 4 a 18 m² umzugraben?

49) Von 150 l angebauten Weizen erntet man 17 hl; wie groß ist der Ertrag von 56 l?

50) Von einem Acker, der 12 a groß ist, werden 1 fl. 56 fr. Grundsteuer bezahlt; der Eigenthümer verkauft davon 4.5 a; wie viel Steuer hat er noch zu bezahlen?

51) Ein Bäcker will 142 kg Teig anmengen; wie viel Mehl muß er dazu verwenden, wenn 15 kg Mehl 24 kg Teig geben?

52) Beim Verkaufe einer Ware gewann ein Kaufmann 142 fl. 60 fr.; wie viel kg verkaufte er, wenn er an 25 kg immer 3 fl. 10 fr. gewann?

f.

53) $\frac{5}{8}$ ha kosten 720 fl.; wie viel kosten $3\frac{3}{4}$ ha?

$\frac{5}{8}$ ha kosten 720 fl.

$\frac{1}{8}$ „ kostet den 5ten Theil . . . 144 „

1 „ „ 8mal soviel . . . 1152 „

$\frac{1}{4}$ „ „ den 4. Theil . . . 288 „

$\frac{15}{4}$ „ kosten 15mal soviel . . . 4320 „

54) $\frac{3}{4}$ hl kosten 27 fl.; wie viel kosten $\frac{9}{10}$ hl?

55) $\frac{4}{5}$ „ „ 20 „ ; „ „ „ 9 „ ?

56) $8\frac{3}{4}$ m „ $52\frac{1}{2}$ „ ; „ „ „ $15\frac{2}{5}$ m ?

57) $9\frac{1}{2}$ „ „ $43\frac{7}{10}$ „ ; „ „ „ $48\frac{3}{10}$ „ ?

58) In $\frac{3}{4}$ Monaten sind für die Beleuchtung eines Gebäudes $38\frac{5}{8}$ l Petroleum nöthig, wie viel kommt auf 4 Monate?

59) Eine gleichmäßig ansteigende Straße steigt auf $29\frac{5}{8}$ km um $40\frac{1}{2}$ m; wie groß ist die Steigung auf $7\frac{1}{2}$ km?

60) Jemand kauft $45\frac{3}{4}$ m Weinwand für $29\frac{7}{25}$ fl. und überläßt davon einem Freunde $12\frac{1}{4}$ m zum Einkaufspreise; wie viel muß dieser dafür bezahlen?

g.

61) 8 Arbeiter können ein Werk in 30 Tagen vollenden; in wie viel Tagen werden 15 Arbeiter damit fertig?

Nach der Proportion :

8 Arb. 30 Tage

15 „ x „

$$x : 30 = 8 : 15$$

$$x = 16 \text{ Tage}$$

Die Zahl der Arbeiter und die Zahl der Arbeitstage sind verkehrt proportioniert; man setzt daher das Verhältniß der Tage $x : 30$ gleich dem Verhältnisse der Arbeiter in umgekehrter Ordnung, also gleich $8 : 15$.

Nach der Schlussrechnung:

8 Arb. brauchen	30 Tage
1 " braucht 8mal soviel Zeit	240 "
15 " brauchen den 15. Theil der Zeit	16 "

62) Eine Locomotive legt in jeder Stunde 30 km zurück und kommt von A nach B in 6 Stunden; wie viel km müsste dieselbe stündlich zurücklegen, um jene Strecke in 5 Stunden zu durchlaufen?

63) Für eine Eisenbahnstrecke braucht man 4000 Stück Schienen, wenn diese $3\frac{3}{4}m$ lang sind; wie lang würde jede sein müssen, wenn man mit 3200 Stück ausreichen wollte?

64) Zur Bedachung eines Hauses sind 7500 Stück Dachziegel nöthig, wenn jeder Ziegel 120 cm^2 deckt; wie viel Ziegel sind nöthig, wenn jeder nur 90 cm^2 deckt?

65) Zu einem Kleide braucht eine Frau $12\frac{1}{2}m$ Stoff, wenn dieser $1\frac{1}{8}m$ breit ist; wie viel m braucht sie, wenn der Stoff $1\frac{1}{4}m$ breit ist?

66) Mit einer Maschine, die in jeder Minute $2\frac{3}{5}hl$ auspumpt, leerte man einen Wasserbehälter in $2\frac{2}{3}$ Stunden; wie viel Stunden hätte man gebraucht, wenn die Maschine in 1 Minute 3 hl herausgebracht hätte?

IV. Zusammengesetzter Dreisatz.

1) 15 Arbeiter erhalten für 5 Tage 65 fl. Arbeitslohn; wie viel erhalten 10 Arbeiter für 6 Tage?

15 Arb. verdienen in 5 Tagen	65 fl.	
10 " " " 6 " "	?	"
1 Arb. verdient in 5 Tagen	den 15. Theil.	
10 " verdienen " 5 " "	10mal soviel.	
10 " " " 1 " "	den 5. Theil.	
10 " " " 6 " "	6mal soviel;	
also	$\frac{65\text{ fl.} \times 10 \times 6}{15 \times 5}$	$= 52\text{ fl.}$

2) 48 Arbeiter verdienen in 16 Tagen 672 fl.
 36 " " " ? " 567 " ?

3) 30 Arbeiter verdienen in 24 Tagen 660 fl.
 ? " " " 16 " 176 " ?

4) Wenn 12 Maurer in 10 Tagen 100 m^3 Mauerwerk aufführen, wie viel m^3 werden 8 Maurer in 3 Tagen aufführen?

5) 6 Arbeiter graben einen Garten bei täglich 9stündiger Arbeitszeit in 4 Tagen um; wie lange brauchen hierzu 8 Arbeiter, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten?

6) Für 16 Pferde sind 108 q Heu auf 45 Tage bestimmt; wie lange werden hiernach 72 q Heu für 12 Pferde ausreichen?

7) Wenn man für 10 Mann Soldaten auf 6 Tage 38 kg Brot rechnet, wie viel Mann werden auf 10 Tage mit 304 kg Brot auskommen?

8) Auf einer Eisenbahn werden 52 q Waren 175 km weit für $32\frac{1}{2}$ fl. verführt; wie viel wird man für 40 q auf 196 km zahlen müssen?

9) Ein Acker von 150 m Länge und 30 m Breite erfordert $2\frac{1}{2}$ hl Weizen Aussaat; wie viel Aussaat erfordert ein Acker, der 275 m lang und 40 m breit ist?

10) 35 Laternen brauchen in 24 Stunden 70 kg Öl; wie viel Öl ist für 60 Laternen in 84 Stunden erforderlich?

11) Für 3 Gasflammen, deren jede täglich 5 Stunden brennt, werden monatlich $6\frac{3}{10}$ fl. bezahlt; wie viel kosten hiernach in einem Monate 8 Flammen bei täglicher Brennzeit von 6 Stunden?

12) Wenn 15 m^2 Holz von 64 cm Scheitlänge $56\frac{1}{4}$ fl. kosten, wie viel sind hiernach 36 m^2 Holz derselben Art von 80 cm Länge wert?

13) Aus 25 kg Garn erhält man 160 m Leinwand, wenn dieselbe 125 cm breit wird; wie viel m von 110 cm Breite erhält man aus 44 kg Garn?

Wiederholungsaufgaben.

1*) 12 l à 28, 32, 48, 60, 72 fr.

2*) 9 kg à 32, 40, 52, 65, 75 fr.

3*) 16 m à 26, 48, 51, 62, 80 fr.

4*) $\frac{3}{4}$ m kosten $2\frac{7}{10}$ fl.; was kostet 1 m?

5*) 6 l kosten 3 fl. 84 fr.; was kosten 30 l?

6*) 48 Personen kommen mit einem Vorrathe Lebensmittel $4\frac{1}{2}$ Monate aus; wie lange kommen damit 12 Personen aus?

7) Ein Vater ist 44, sein Sohn 11 Jahre alt; a) wie verhält sich das Alter des Vaters zu jenem des Sohnes; b) in welchem Verhältnisse stand es vor 8 Jahren?

Berechne mit Anwendung von Vortheilen:

8) $39056 \times 31;$
 $79144 \times 901;$
 $87302 \times 54;$
 $29663 \times 298;$
 $41768 \times 125;$

9) $932640 : 48;$
 $784345 : 35;$
 $8872472 : 56;$
 $524625 : 25;$
 $579375 : 125.$

10) Ein Händler verkauft 1728 kg Hopfen à 1'45 fl.; wie theuer hat er das kg gekauft, wenn er im ganzen 345'6 fl. gewinnt?

11) 2 hl kosten 125 fl. 40 fr.; ? kosten 18, 40 hl?

12) 10 a kosten 172 fl. 40 fr.; ? kosten 40, 90 a?

13) $\frac{11}{15} + \frac{17}{24} =$
 $\frac{13}{18} + \frac{7}{45} =$
 $\frac{87}{10} + 15\frac{19}{35} =$

14) $17\frac{16}{21} : \frac{11}{12} =$
 $18\frac{3}{4} : 2\frac{1}{3} =$
 $7\frac{3}{8} : 32\frac{3}{10} =$

15) $3 : \frac{4}{5} = 5 : x$
 $x : \frac{5}{9} = 11 : 3\frac{1}{8}$
 $22\frac{1}{9} : x = 18 : 13$

16) $x : 15 = 4 : \frac{6}{7}$
 $1 : \frac{5}{8} = 1\frac{3}{4} : x$
 $4\frac{1}{5} : 2\frac{2}{3} = x : 3\frac{1}{2}$

17) In einer Fabrik braucht man jährlich 840 m² Holz von 80 cm Länge; wie viel Holz würde man brauchen, wenn dasselbe nur 65 cm lang wäre?

18) Man mischt 16 g Silber mit 26 g Kupfer; wie viel Silber ist in 28 g der Mischung enthalten?

19)	$54201 : 89 =$	20)	$265412 : 156 =$
	$59500 : 68 =$		$5639712 : 624 =$
	$233410 : 85 =$		$20857384 : 3004 =$
21)	$123 - 48\frac{5}{9} =$	22)	$73\frac{2}{9} \times 48 =$
	$57\frac{3}{10} - 19\frac{7}{12} =$		$536 \times 5\frac{3}{4} =$
	$481\frac{22}{125} - 399\frac{61}{75} =$		$95\frac{23}{25} \times 41\frac{9}{16} =$

23) A arbeitet in 4 Stunden soviel als B in 6 Stunden; wie muß sich hiernach der Arbeitslohn beider verhalten?

24) Das Triebrad einer Locomotive hat $3\frac{3}{10} m$ Umfang; welchen Weg hat die Maschine zurückgelegt, wenn das Rad 3204 Umdrehungen gemacht hat?

25) Wenn 100 fl. in Gold = 105 fl. Silbergeld sind:
a) wie viel fl. Silbergeld sind wert 25, 60, 255, 1018, 3215 fl. in Gold?

26*) 7 a kosten 126 fl.; wie viel kostet 1 a?

27*) 8 l kosten 2 fl. 88 fr.; was kostet 1 l?

28*) $\frac{7}{10} kg$ kosten 1 fl. 89 fr.; was kostet 1 kg?

29*) 32 a kosten 524 fl.; wie viel kosten 8 a?

30*) 20 l " 8 fl.; " " " 15 l?

31*) 100 m " 325 fl.; " " " 24 m?

32*) 15 Menschen reinigen in einem Tage einen Graben von 14 m Länge; wie viel Menschen werden in derselben Zeit mit der Reinigung eines Grabens von 42 m Länge fertig?

33) Ein Kaufmann erhält in 3 Säcken $75\frac{3}{4}$, $76\frac{1}{5}$ und $77\frac{1}{20} kg$ Reis für 64 fl. 12 fr.; wie hoch berechnen sich 100 kg?

34) Jemand hat eine Schuld von a) 200 fl. C. M., b) 335 fl. C. M., c) 556 fl. 36 fr. C. M. abzutragen; wie viel in ö. W.?

35) Ein Landmann besäet ein Feld von 34 a in 1 Stunde 40 Minuten mit Alee; wie viel Zeit braucht er dazu für ein Feld von 1 ha 43 a 72 m²?

36) Suche das größte gemeinschaftliche Maß von

a) 396 und 660; b) 3552 und 5143;

c) 3718 und 7774; d) 3565 und 7006.

37) $\sqrt{1920096} =$

38) $\sqrt{5452225} =$

39) $\sqrt{6461764} =$

40) $\sqrt{27973521} =$

41) $\sqrt{50296464} =$

42) $\sqrt{0.00178929} =$

43) $\sqrt[3]{8998912} =$

44) $\sqrt[3]{38958219} =$

45) $\sqrt[3]{136.590875} =$

46) $\sqrt[3]{295.408296} =$

47) $\sqrt[3]{746142643} =$

48) $\sqrt[3]{0.008615125} =$

49) 200 kg Gerstenstroh gleichen in ihrem Nahrungswerte 101 kg Heu; wie viel Gerstenstroh ist nöthig, um 115 kg Heu zu ersetzen?

50) Ein Gutsbesitzer hat für 24 Kühe einen Futtervorrath auf 5 Monate; um wie viel Kühe muß er seinen Viehstand vermindern, wenn das Futter 6 Monate ausreichen soll?

51) Für $\frac{3}{4}$ fl. kauft man 1 kg; wie viel für 12 fl.?

52) " $65\frac{4}{5}$ " " " 7 hl; " " " $319\frac{3}{5}$ " ?

Berechne abgekürzt auf 3 Decimalen:

$$\begin{array}{r} 53) \quad 37.5063 \times 5.278 \\ \quad 157.316 \times 0.3644 \\ \quad 9.3616 \times 12.798 \\ \quad 0.4578 \times 0.7436 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 54) \quad 386.734 : 13.571 \\ \quad 419.18 : 3.1416 \\ \quad 7.1264 : 12.77 \\ \quad 18.379 : 0.8815 \end{array}$$

55) Wie groß ist der Unterschied zwischen $387\frac{1}{75} + 783\frac{38}{125}$ und $431\frac{17}{25} + 581\frac{37}{100}$?

56) Für einen Brückenbau haben 4 Gemeinden 742 fl. 12 fr. zu gleichen Theilen beizutragen; die Gemeinde A zahlte auf Rechnung 120 fl., B 132.45 fl., C 98.5 fl., D 139.85 fl.; wie viel hat jede Gemeinde noch nachzuzahlen?

57) Ein Wasserbehälter kann durch eine Röhre in 4 Stunden, durch eine zweite in 3 Stunden angefüllt werden; a) welchen Theil des Behälters füllt jede Röhre in 1 Stunde, b) welchen Theil des Behälters füllen beide Röhren zusammen in 1 Stunde, c) in wie viel Stunden wird der Behälter voll, wenn das Wasser aus beiden Röhren fließt?

Sechster Abschnitt.

Besondere Verhältnissrechnungen.

I. Die Procentrechnung.

a.

1) Wie viel betragen 5 Procent von der Zahl 355?

Unter dem Procent ($\%$) versteht man den Ertrag von 100 Einheiten. Von der Zahl 355 5% nehmen heißt: von je 100, die in 355 enthalten sind, 5 nehmen, somit von 1 immer $\frac{5}{100}$, von 355 also $\frac{5}{100}$ dieser Zahl nehmen. Hiernach bedeutet 1% einer Zahl $\frac{1}{100}$ derselben, 2% , 3% , 4% einer Zahl bedeuten $\frac{2}{100}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{100}$ derselben u. s. w.

1% d. i. $\frac{1}{100}$ von 355 ist 3.55,

5% d. i. $\frac{5}{100}$ " " " $3.55 \times 5 = 17.75$.

Der Ertrag einer Summe nach Procenten wird daher berechnet, indem man den 100sten Theil dieser Summe mit dem Procent multipliciert.

2) Wie viel sind a) 6% , b) $5\frac{1}{2}\%$ von 3336?

$$\begin{array}{r} 3336 \times 6 \\ \hline 20016 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3336 \times 5\frac{1}{2} \\ \hline 16680 \\ 1668 \\ \hline 18348 \end{array}$$

3) Oberösterreich hat 759620 Einwohner; wie viel betragen 14% davon?

4) Niederösterreich hat 1885940 ha productive Bodenfläche, darunter $42\frac{1}{2}\%$ Acker; wie viel ha betragen die letzteren?

5) Jemand kauft 640 fl. in Gold, welches gegen Silber 18% Aufgeld (Agio) genießt; wie viel in Silbergeld muß er dafür zahlen?

6) Eine Eisenbahnstrecke von 4.9 km hat eine gleichförmige Steigung von $\frac{4}{5}\%$; wie viel m beträgt die Steigung?

7) Ein Land hat 24% Steuerumlage; wie viel kommt auf einen Besitzer, der jährlich 95 fl. Steuern zahlt?

8) Ein Hausherr bezieht an Mietzinsen 1550 fl.; wie viel hat er davon an Zinssteuer à 34% zu zahlen?

9) Eine Hausfrau mischt unter 20 kg Kornmehl 70 % Gerstenmehl; wie viel kg Gerstenmehl ist in der Mischung?

10) Das Fleisch hat durchschnittlich 26 % Nahrungsstoffe; wie viel kg Nahrungsstoffe enthalten demnach 45 kg Fleisch?

11) Wie viel kg Öl erhält man von 240 kg Mohnsamen, wenn dessen Ölgehalt $33\frac{1}{2}\%$ beträgt?

12) Zu einem Baue werden 64000 Ziegelsteine geliefert; auf wie viel Stück kann man rechnen, wenn $9\frac{1}{2}\%$ für den Bruch abgezogen werden?

13) Die Einrichtungstücke eines Hauses kosten 448 fl.; man rechnet für die Abnutzung derselben jährlich $8\frac{1}{2}\%$; wie viel fl. beträgt dieses?

14) Der Kaffee stieg um 5 % im Preise; wenn nun früher das kg 172 fr. kostete, wie viel wird es jetzt kosten?

15) Der Weizen ist um 6 % im Preise gefallen; wie viel kostet nun 1 hl, da es bisher 9 fl. 50 fr. galt?

b.

16) Von dem Monatsgehälter eines Beamten im Betrage von 125 fl. werden an Einkommensteuer 3 fl. abgezogen; wie viel % beträgt diese Steuer?

1 % von 125 fl. sind 1.25 fl.; 3 fl. sind daher soviel % von 125 fl., als wie oft 1.25 fl. in 3 fl. enthalten sind.

$$3 : 1.25 = 2.4.$$

Die Einkommensteuer beträgt also 2.4 %.

17) Ein Haus, das 18300 fl. gekostet hat, trägt jährlich 732 fl. reinen Zins; zu wie viel % verzinsset es sich?

18) In einer Silbermasse, welche $12\frac{1}{2}$ kg wiegt, sind 5 kg Kupfer; wie viel % Kupfer befindet sich in dieser Legierung?

19) Eine Baumschule verliert durch den Frost $\frac{3}{8}$ ihres Bestandes; wie viel % sind es?

Auf ein Ganzes kommen $\frac{3}{8}$; wie viel auf 100 Ganze?

20) Wie viel % sind $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$?

21) Unter 40 l gemischten Brotgetreides sind 18 l Gerste; wie viel $\frac{0}{100}$ ist dies?

22) Aus 25 kg Kaffee erhält man nach dem Brennen nur $21\frac{3}{4}$ kg; wie viel $\frac{0}{100}$ ist am Gewichte verloren gegangen?

23) Jemand zahlt 250 fl. Mietzins; er wird auf 300 fl. gesteigert; wie viel $\frac{0}{100}$ beträgt die Steigerung?

c.

24) In einer Stadt starben in einem Jahre 324 Personen es sind dies $2\frac{0}{100}$ von der ganzen Einwohnerzahl; wie groß ist diese?

$2\frac{0}{100}$ d. i. $\frac{2}{100}$ von der Einwohnerzahl = 324,

$1\frac{0}{100}$ d. i. $\frac{1}{100}$ " " " = 162;

daher die Einwohnerzahl selbst = $162 \times 100 = 16200$.

25) Jemand kauft ein Grundstück, das ihm durch Verpachtung jährlich $7\frac{1}{5}\frac{0}{100}$ der Kaufsumme abwirft; wie groß ist diese, wenn sich der jährliche Reinertrag auf 55 fl. 80 fr. beläuft?

26) Eine Ware ist um $10\frac{0}{100}$ billiger geworden und kostet jetzt $16\frac{1}{5}$ fl.; wie viel kostete sie früher?

27) Ein Haus trägt an Wohnzins jährlich 1152 fl.; wie groß ist dessen Wert, wenn es sich zu $4\frac{1}{2}\frac{0}{100}$ verzinsset?

d.

28) Eine Ware wiegt sammt dem Behältnisse 1275 kg, für das Gewicht des Behältnisses werden $8\frac{0}{100}$ abgezogen; wie viel kg beträgt dieser Gewichtsabzug?

Das Gewicht einer Ware und des Behältnisses, worin sie sich befindet, heißt das Bruttogewicht, das Gewicht des Behältnisses die Tara und das Gewicht der Ware allein das Nettogewicht.

29) Wie viel beträgt die Tara

a) von 638 kg Brutto à $2\frac{0}{100}$, $3\frac{1}{2}\frac{0}{100}$, $4\frac{0}{100}$, $5\frac{0}{100}$?

b) von 2940 kg Brutto à $2\frac{1}{2}\frac{0}{100}$, $4\frac{3}{4}\frac{0}{100}$, $6\frac{1}{2}\frac{0}{100}$, $10\frac{0}{100}$?

30) Ein Faß Butter wiegt 48 kg Brutto, die Tara beträgt $5\frac{0}{100}$; wie groß ist a) die Tara, b) das Nettogewicht?

31) Berechne das Nettogewicht nach folgenden Angaben:

	Brutto	Tara		Brutto	Tara
a)	225 kg	4 ‰	d)	1408 kg	2½ ‰
b)	728 "	5 ‰	e)	6245 "	8 ‰
c)	630 "	5½ ‰	f)	377 "	10 ‰

e.

32) Für eine Ware sind 645 fl. nach 3 Monaten zu zahlen; der Käufer leistet jedoch die Zahlung sogleich und erhält deshalb einen Nachlaß von 2 ‰; wie viel fl. beträgt der Nachlaß?

Wenn die Kaufsumme einer Ware vor dem festgesetzten Zahlungstermine bezahlt wird, so heißt der Abzug, welcher wegen der Vorausbezahlung bewilligt wird, Sconto.

33) Wie viel beträgt der Sconto à 2½ ‰ von 418 fl., 732 fl., 1840 fl., 2325 fl. 48 fr.?

34) Wie groß ist die Barzahlung für einen Betrag von 942 fl. nach Abzug von 2 ‰, 1½ ‰, 2¼ ‰ Sconto?

35) Ein Buchhändler gewährt seinen Kunden 25 ‰ Nachlaß (Rabatt); wie viel beträgt die Barzahlung, wenn sich die Rechnung auf 36 fl., 84 fl., 135 fl. beläuft?

f.

36) Ein Haus, dessen Wert auf 12800 fl. geschätzt wurde, wird bei einer Feuerversicherungs-Gesellschaft zu 1/10 ‰ versichert; wie viel beträgt die Assurance-Prämie?

37) Wie viel beträgt die Assurance-Prämie à 1/8 ‰ für versicherte 2000 fl., 3500 fl., 16400 fl.?

38) Jemand hat seine Möbel im Werte von 3800 fl. zu 1¼ ‰ Promille gegen Feuergefähr versichert; wie groß ist die Prämie?

Der 1000ste Theil einer Zahl heißt ein Promille (1‰) dieser Zahl; 2‰, 3‰ einer Zahl sind demnach 2/1000, 3/1000 derselben. Der Ertrag einer Summe nach Promille wird berechnet, indem man den 1000sten Theil der Summe mit dem Promille multipliciert.

39) Ein Landmann versichert seine Früchte auf dem Halme, veranschlagt auf 650 fl., gegen Hagelschlag zu 4 ‰; wie viel muß er bezahlen?

g.

40) Wie groß ist bei einer Einkaufssumme von 2856 fl. die Sensarie à $1\frac{1}{2}\%$?

Zur Abschließung von Kaufgeschäften desselben Ortes gibt es beeidete Personen, welche Sensale oder Mäkler heißen. Die Vergütung für ihre Mühe wird Sensarie genannt.

41) Wie groß ist die Sensarie

a) von 562 fl., 1316 fl., 3780 fl., 4056 fl. à $\frac{3}{8}\%$?

b) von 1050 fl., 6400 fl., 4360 fl., 3800 fl. à 1% ?

42) Jemand besorgt für einen Kaufmann einen Wareneinkauf von 2550 fl.; wie viel wird die Vergütung für seine Mühe zu 2% betragen?

Wenn jemand die Vollziehung eines Geschäftes, z. B. den Einkauf oder Verkauf von Waren, einem andern aufträgt, so heißt die Vergütung, welche dieser für seine Bemühung erhält, Provision.

43) Wie groß ist die Provision à $1\frac{1}{2}\%$ von 660 fl., 2837 fl., 3146 fl., 4900 fl.?

44) Eine Partie Baumwolle wird für 846 fl. 80 fr. gekauft, die Spesen sind 38 fl. 35 fr., Sensarie $1\frac{1}{2}\%$, Provision $2\frac{1}{2}\%$; wie groß ist der ganze Betrag?

h.

45) Ein Kaufmann kauft Ware für 750 fl. und gewinnt beim Verkaufe 12% ; wie viel beträgt a) der Gewinn, b) der Verkaufspreis?

46) Wie theuer muß man 100 kg verkaufen

a) bei 28 fl. Einkaufspreis mit 15% Gewinn?

b) " 45 " " " 12% "

c) " 56 " " " 20% "

d) " 106 " " " $8\frac{1}{2}\%$ "

47) Jemand verkauft eine goldene Taschenuhr, welche er für 75 fl. gekauft hatte, mit 16% Verlust; wie theuer verkauft er sie?

48) Ein Landmann kauft eine Wiese für 640 fl. und verkauft sie später mit 15% Gewinn; wie groß ist der Verkaufspreis?

49) An 40 fl. gewinnt man 6 fl.; wie viel $\%$ ist das?

50) Wie viel $\%$ gewinnt man an einer Ware

a) bei 33 fl. Einkaufspreis und $34\frac{8}{25}$ fl. Verkaufspreis?

b) " 774 " " " $870\frac{3}{4}$ " "

c) " 520 " " " 598 " "

d) " 1540 " " " 1694 " "

51) Wenn man das hl Wein zu 29 fl. einkauft und das l zu 36 fr. verkauft; wie viel $\%$ beträgt der Gewinn?

II. Die Zins- und Discout-Rechnung.

A. Einfache Zinsen.

Wenn A dem B Geld leihet, so ist A der Gläubiger, B der Schuldner; das geliehene Geld heißt Capital, und die Vergütung, welche der Schuldner dem Gläubiger für die Benützung des Capitals zahlen muß, Zins oder Interesse. Der Zins wird nach Procenten bestimmt, welche sich gewöhnlich auf 1 Jahr beziehen. In der Zinsrechnung rechnet man den Monat zu 30 Tagen.

1. Berechnung des Zinses.

a.

1) 533 fl. Capital sind zu 5 $\%$ angelegt, das ist: je 100 fl. Capital geben jährlich 5 fl. Zins; wie groß ist der jährliche Zins?

Soviele Gulden jährlichen Zins von 100 fl. Capital, ebenso viele Kreuzer erhält man von 1 fl. Capital. 500 fl. Capital geben 5mal 5 fl. d. i. 25 fl. Zins; 33 fl. Capital geben 33mal 5 fr. d. i. 1 fl. 65 fr. Zins; zusammen 26 fl. 65 fr.

Oder:

1 $\%$ d. i. $\frac{1}{100}$ von 533 fl. ist 5.33 fl.

5 $\%$ d. i. $\frac{5}{100}$ " " " " 5.33 fl. $\times 5 = 26.65$ fl.

Der Zins für ein Jahr wird daher berechnet, indem man den 100sten Theil des Capitals mit dem Procent multipliciert.

2) Wie viel beträgt der jährliche Zins von 450 fl. a) zu 4 $\frac{0}{0}$, b) zu 5 $\frac{0}{0}$, c) zu 6 $\frac{0}{0}$, d) zu 7 $\frac{0}{0}$?

3) Wie groß ist der jährliche Zins zu 6 $\frac{0}{0}$ a) von 64 fl., b) von 248 fl., c) von 820 fl., d) von 1445 fl.?

4) Auf einem Hause lasten 3 Schuldposten: 980 fl. à 5 $\frac{0}{0}$, 630 fl. à 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$ und 812 fl. à 6 $\frac{0}{0}$; wie viel Zinsen sind jährlich zu zahlen?

b.

5) Wie viel Zins geben 850 fl. zu 6 $\frac{0}{0}$ in 3 Jahren?

$$\begin{array}{r} 850 \times 6 \\ \hline 5100 \text{ fl. Zins für 1 Jahr,} \\ 153 \quad \text{ " " " 3 Jahre.} \end{array}$$

6) Wie groß ist der Zins von 2480 fl. à 5 $\frac{0}{0}$ a) in 1 Jahre, b) in 2 Jahren, c) in 3 Jahren?

7) Wie viel Zins geben

a) 675 fl. 80 fr. in 2 Jahren à 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$?

b) 619 " 35 " " 3 " à 6 $\frac{0}{0}$?

c) 1426 " 20 " " 4 " à 5 $\frac{3}{4}$ $\frac{0}{0}$?

8) Berechne den Zins von 4850 fl. a) zu 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$ in 1 J. 4 Mon., b) zu 5 $\frac{0}{0}$ in 2 J. 7 Mon.

a) $4850 \times 4\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r} 19400 \dots 4 \\ 2425 \dots \frac{1}{2} \\ \hline 21825 \text{ fl. für 1 J.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 21825 \text{ fl. für 1 J.} \\ 7275 \text{ " " 4 M.} = \frac{1}{3} \text{ J.} \\ \hline 29100 \text{ fl.} \end{array}$$

b) 4850×5

$$\begin{array}{r} 24250 \text{ fl. für 1 J.} \\ 24250 \text{ " " 1 " } \\ \hline 12125 \text{ " " 6 M.} = \frac{1}{2} \text{ J.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12125 \text{ " " 6 M.} = \frac{1}{2} \text{ J.} \\ 2021 \text{ " " 1 M.} = \frac{1}{6} \text{ v. 6 M.} \\ \hline 62646 \text{ fl.} \end{array}$$

9) Wie viel betragen die Zinsen

a) von 38525 fl. à 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$ in 5 Monaten?

b) " 9775 " à 6 $\frac{0}{0}$ " 1 J. 8 Mon.?

c) " 2556 " à 4 $\frac{3}{4}$ $\frac{0}{0}$ " 3 J. 9 Mon.?

10) Berechne den Gesamtzins folgender Capitalien à 5 $\frac{0}{0}$ für 7 Monate: 1528 fl. 28 fr., 970 fl. 60 fr., 2380 fl., 2129 fl. 65 fr.

11) Berechne die Zinsen

a) von 5650 fl. à 4 $\frac{0}{0}$ in 5 Mon. 10 Tagen,

b) " 2842 " à 5 $\frac{0}{0}$ " 2 J. 7 Mon. 18 Tagen,

c) " 3060 " à 5 $\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$ " 3 J. 2 Mon. 22 Tagen.

c.

12) Wie viel beträgt der Zins von 456 fl. zu 6 % in 73 Tagen?

100 fl. C.	geben	in	1 Jahr		6 fl. Zins
100	"	"	"	1 Mon.	$\frac{1}{2}$ " "
100	"	"	"	1 Tage	$\frac{1}{60}$ " "
1	"	"	gibt	" 1	$\frac{1}{6000}$ " "
456	"	"	geben	" 1	$\frac{456}{6000}$ " "
456	"	"	"	73 Tagen	$\frac{456 \times 73}{6000}$ fl. = 5.548 fl. Zins.

Der Zins für eine bestimmte Anzahl von Tagen zu 6 % wird also berechnet, indem man das Capital mit der Zahl der Tage multipliciert und das Product durch 6000 dividirt.

13) Berechne den Zins à 6 %

- a) von 980 fl. in 45 Tagen | c) von 441.24 fl. in 27 Tagen
 b) " 1775 " " 128 " | d) " 3215.72 " " 225 "

14) Wie viel Zinsen entfallen von 1638 fl. Capital zu 6 % vom 20. Jänner bis 15. September?

Vom 20. Jänner bis 20. September sind 8 Mon. = 240 Tage
 ab vom 15. Sept. " 20. " 5 "
 235 Tage

15) Wie viel Zins zu 6 % geben

- a) 2450 fl. vom 4. April bis 16. August?
 b) 3085 " " 26. Mai " 10. October?

16) Wie viel beträgt der Zins von 6560 fl. a) zu 7 % in 53 Tagen, b) zu $4\frac{1}{2}$ % in 139 Tagen?

a) 6560×53

$$\begin{array}{r} 19680 \\ 32800 \\ \hline 347680 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline : 6 \\ 57947 \text{ fl. à } 6\% \\ 9658 \text{ fl. à } 1\% \\ \hline 67605 \text{ fl. à } 7\% \end{array}$$

b) 6560×139

$$\begin{array}{r} 19680 \\ 59040 \\ \hline 911840 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline : 6 \\ 151973 \text{ fl. à } 6\% \\ \text{ab } 37993 \text{ fl. à } 1\frac{1}{2}\% = \frac{1}{4} \text{ v. } 6 \\ \hline 11398 \text{ fl. à } 4\frac{1}{2}\% \end{array}$$

17) Berechne die Zinsen von

- a) 3210 fl. à 3 % vom 5. Febr. bis 30. Juni,
 b) 2545 " à 4 % " 17. Mai " 28. Oct.
 c) 4080 " à $5\frac{1}{2}$ % " 26. März " 9. Juli.

2. Berechnung der Procente.

18) 500 fl. geben jährlich 30 fl. Zins; zu wie viel $\%$ ist das Capital angelegt?

500 fl. Cap. tragen 30 fl. Zins

100 " " " $\frac{30}{5} \%$ " = 6 fl. Zins.

19) Zu wie viel $\%$ muß man 1680 fl. Capital anlegen, um in 1 Jahre $75\frac{3}{5}$ fl. Zins zu erhalten?

1 $\%$ von 1680 fl. ist 16·8 fl.; $75\frac{3}{5}$ fl. sind also soviel $\%$ von 1680 fl., als wie oft 16·8 fl. in $75\frac{3}{5}$ fl. enthalten sind, somit $75\frac{3}{5} : 16\cdot8 = 4\cdot5 \%$.

20) Ein Haus kostet 36600 fl. und trägt jährlich 1464 fl. reinen Zins; zu wie viel $\%$ verzinset es sich?

21) a) 756 fl. Capital geben jährlich $37\frac{4}{5}$ fl. Zins,

b) 450 " " " " $31\frac{1}{2}$ " " ,

c) 5500 " " " " 330 " " ;

zu wie viel $\%$ sind diese Capitalien ausgeliehen?

22) Zu wie viel $\%$ geben 3560 fl. in $1\frac{1}{2}$ Jahren 267 fl. Zins?

1 $\%$ von 3560 fl. Cap. beträgt in 1 Jahre 35·6 fl., in $\frac{1}{2}$ Jahr 17·8 fl., also in $1\frac{1}{2}$ Jahren 53·4 fl. Zins; 267 fl. Zins sind daher

$$267 : 53\cdot4 = 5 \%$$

23) a) 805 fl. Cap. geben in 3 Jahren 144·9 fl. Zins,

b) 1440 " " " " 2 " 158·4 " " ,

c) 1307 " " " " $2\frac{1}{3}$ " 152·6 " " ;

zu wie viel $\%$ sind diese Capitalien angelegt?

3. Berechnung des Capitals.

24) Welches Capital gibt zu 6 $\%$ jährlich 135 fl. Zins?

6 $\%$ des Capitals = 135 fl.

1 $\%$ " " = 22·5 fl.

also das Capital selbst = 22·5 fl. $\times$ 100 = 2250 fl.

25) Welches Capital gibt zu 5 $\%$ in 1 Jahre a) 180 fl., b) 378 fl., c) 486 fl., d) $440\frac{3}{4}$ fl. Zins?

26) Wie groß muß das Capital sein, damit es zu 5 $\%$ in 3 Jahren 519 fl. Zins bringe?

$5 \frac{0}{100}$ des Capitals in 3 Jahren = 519 fl.
 $5 \frac{0}{100}$ " " " 1 Jahr = 173 fl.
 $1 \frac{0}{100}$ " " " 1 " = 34.6 fl.
 daher das Capital selbst = $34.6 \text{ fl.} \times 100 = 3460 \text{ fl.}$

27) Berechne die Capitalien, welche folgende Zinsen bringen:

- a) zu $4 \frac{0}{100}$ in 2 Jahren 70 fl. Zins,
 b) " $5 \frac{0}{100}$ " $1 \frac{1}{2}$ " $92 \frac{11}{20}$ " "
 c) " $6 \frac{0}{100}$ " $2 \frac{2}{3}$ " 692 " "

4. Berechnung der Zeit.

28) In wie viel Zeit bringt ein Capital von 5320 fl. zu $6 \frac{0}{100}$ $957 \frac{3}{5}$ fl. Zinsen?

5320 fl. Capital geben zu $6 \frac{0}{100}$ in 1 Jahre $53.2 \times 6 = 319.2$ fl. Zinsen; $957 \frac{3}{5}$ fl. Zinsen gibt also dasselbe Capital in soviel Jahren, als wie oft 319.2 fl. in $957 \frac{3}{5}$ fl. enthalten sind, somit in $957.6 : 319.2 = 3$ Jahren.

29) In welcher Zeit bringen

- a) 3124 fl. Capital zu $5 \frac{0}{100}$ 390.5 fl. Zins?
 b) 3680 " " " $5 \frac{1}{2} \frac{0}{100}$ 354.2 " "
 c) 1960 " " " $6 \frac{0}{100}$ 137.2 " "

30) Wie lange müssen 350 fl. anliegen, damit der Zins à $6 \frac{0}{100}$ dem Capitale gleich werde?

5. Wert einer Geldsumme nach einer bestimmten Zeit.

(Vereinigung des Capitals und des Zinses zu einer Summe.)

31) Jemand nimmt 2480 fl. zu $5 \frac{0}{100}$ auf 3 Jahre auf; wie viel wird er nach dieser Zeit an Capital und Zinsen zu zahlen haben?

24.80 fl. à $5 \frac{0}{100}$	Capital	2480 fl.
124.00 fl. für 1 Jahr	Zinsen für 3 Jahre . .	372 fl.
372 fl. für 3 Jahre	Betrag nach 3 Jahren .	2852 fl.

32) Jemand hat 750 fl. nach 6 Monaten sammt den Zinsen zu $4 \frac{0}{100}$ zu berichtigen; wie viel hat er zu zahlen?

33) Welchen Wert haben

- a) 380 fl. bei 5 $\frac{0}{0}$ Zins nach $2\frac{1}{2}$ Jahren?
 b) 1250 " " 6 $\frac{0}{0}$ " " 4 " ?
 c) 2800 " " $4\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$ " " $1\frac{3}{4}$ " ?

34) Jemand ist seit 6. März 1547 fl. schuldig, die er zu $5\frac{1}{2}$ $\frac{0}{0}$ verzinsset; wie viel beträgt seine Schuld am 30. Juni?

35) Für eine nach 3 Jahren fällige Schuld werden sogleich 360 fl. gezahlt; wie groß war dieselbe, wenn die Zinsen mit 5 $\frac{0}{0}$ in Abzug gebracht wurden?

Diese Aufgabe ist gleichbedeutend mit der: Welchen Wert haben 360 fl. bei 5 $\frac{0}{0}$ Zins nach 2 Jahren?

6. Wert einer Geldsumme vor einer bestimmten Zeit.

(Zerlegung einer Summe in Capital und Zins; Discout.)

36) Ein zu 6 $\frac{0}{0}$ angelegtes Capital beträgt nach 1 Jahre mit dem Zinse 689 fl.; wie groß ist a) der Zins, b) das Capital?

100 fl. Capital geben nach 1 Jahre mit dem Zinse 106 fl., in 106 fl. Capital und Zins sind daher 6 fl. Zins und 100 fl. Capital enthalten; man hat also:

a) 106 fl. Cap. und Zins enthalten 6 fl. Zins

1 " " " " enthält $\frac{6}{106}$ " "
 689 " " " " enthalten $\frac{689 \times 6}{106}$ fl. = 39 fl. Zins.

b) 106 fl. Cap. mit Zins enthalten 100 fl. Cap.

1 " " " " enthält $\frac{100}{106}$ " "
 689 " " " " enthalten $\frac{689 \times 100}{106}$ fl. = 650 fl. Cap.

Die 6 Procente werden hier nicht von 100, sondern von 106 gerechnet. Man nennt dies die Procentrechnung auf Hundert zum Unterschiede von der Procentrechnung von Hundert, welche in den bisher vorgekommenen Aufgaben angewendet wurde.

37) Ein zu 4 $\frac{0}{0}$ ausgeliehenes Capital betrug nach $2\frac{1}{2}$ Jahren mit dem Zinse 825 fl.; wie groß war das Capital?

100 fl. betragen nach $2\frac{1}{2}$ Jahren sammt Zins 110 fl.; folglich sind in 110 fl. Capital sammt Zins 100 fl. Capital enthalten.

38) Für 920 fl., welche A nach 3 Jahren zahlen sollte, verpflichtet er sich, jetzt eine Summe zu zahlen, die mit 5 0/0 jährlicher Zinsen nach 3 Jahren 920 fl. betragen würde; wie groß ist die Summe?

39) Wie viel muß man für eine nach 1 Jahr fällige Summe von 1200 fl. sogleich zahlen, wenn die Zinsen mit 4 0/0 abgerechnet werden?

Wenn eine später fällige Summe sogleich bezahlt wird, so heißt der Abzug, welcher wegen der Vorausbezahlung mit Rücksicht auf die Zinsen bewilligt wird, *Discont.* Er wird auf Hundert gerechnet.

40) Wie viel beträgt bei 5 0/0 *Discont* der gegenwärtige Wert

a) von 220 fl., zahlbar nach 2 Jahren?

b) " 1075 " " " 1 1/2 " ?

41) Ein Landmann kauft eine Wiese für 832 fl., zahlbar nach 2 Jahren; wie viel muß er bei 6 0/0 *Discont* sogleich bar bezahlen?

B. Zinsezinsen.

Wenn die Zinsen eines Capitals am Ende eines jeden ganzen oder halben Jahres zum Capital geschlagen und mit diesem weiter verzinst werden, so sagt man: das Capital ist auf Zins von Zins oder auf Zinsezinsen angelegt. Die Zinsezinsen heißen auch zusammengesetzte Zinsen, im Gegensatz zu den bisher berechneten einfachen Zinsen.

a.

1) Wie hoch werden 444 fl. Capital nach 3 Jahren anwachsen, wenn man die Zinsen zu 5 0/0 am Ende eines jeden Jahres zum Capitale schlägt und wieder verzinst?

		Anfangscapital		444	fl.
		Zins des 1. Jahres	22.2	"	
Capital am Ende	" 1.	"	466.2	fl.	
	Zins " 2.	"	23.31	"	
Capital am Ende	" 2.	"	489.51	fl.	
	Zins " 3.	"	24.4755	"	
Capital am Ende	" 3.	"	513.9855	fl.	

Nach den einfachen Zinsen wäre der Zins für 1 Jahr 22.2 fl., also für 3 Jahre 66.6 fl., während das Erträgnis nach Zinsezinsen 69.9855 fl. ist; der Unterschied von 3.3855 fl. geht somit aus den Zinsezinsen hervor.

Man könnte auch so rechnen: 1 fl. am Anfange des Jahres ist sammt Zinsen am Ende des Jahres 1.05 fl. wert; daher

Capital	am An- fange des	ist am Ende des	wert
444 fl.	1. Jahres		444×1.05 fl.
444×1.05 fl.	2. "		$444 \times 1.05 \times 1.05$ fl.
$444 \times 1.05 \times 1.05$ fl.	3. "		$444 \times 1.05 \times 1.05 \times 1.05$ fl.

Das Endcapital ist also $444 \times 1.05 \times 1.05 \times 1.05 = 444 \times 1.157625$ fl.
= 513.9855 fl.

Die Zahl $1.05 \times 1.05 \times 1.05 = 1.157625$, mit welcher das Anfangscapital multipliciert werden muß, um den nach Zinseßzins angewachsenen Endwert zu erhalten, soll die Zinseßzinßzahl (hier für 5 % und 3 Jahre) heißen.

- 2) Berechne ebenso auf doppelte Weise den Wert
- a) von 200 fl. nach 4 Jahren bei 4 % Zinseßzins,
 - b) " 1346 " " 5 " " 5 % "
 - c) " 2080 " " 6 " " 5 % "

Die folgende Tabelle enthält die bereits ausgerechneten Zinseßzinßzahlen für 2, 2½, 3, 4, 5 Procent und 1, 2, 3, . . . 19, 20 Zeitperioden:

Zeit- perioden	2 %	2½ %	3 %	4 %	5 %
1	1.02	1.025	1.03	1.04	1.05
2	1.0404	1.050625	1.0609	1.0816	1.2025
3	1.061208	1.076891	1.092727	1.124864	1.157625
4	1.082432	1.102813	1.125509	1.169859	1.215506
5	1.104081	1.131408	1.159274	1.216653	1.276282
6	1.126162	1.159693	1.194052	1.265319	1.340096
7	1.148686	1.188686	1.229874	1.315932	1.407100
8	1.171659	1.218403	1.266770	1.368569	1.477455
9	1.195093	1.248863	1.304773	1.423312	1.551328
10	1.218994	1.280085	1.343916	1.480244	1.628895
11	1.243374	1.312087	1.384234	1.539454	1.710339
12	1.268242	1.344889	1.425761	1.601032	1.795856
13	1.293607	1.378511	1.468534	1.665074	1.885649
14	1.319479	1.412974	1.512590	1.731676	1.979932
15	1.345868	1.448298	1.557967	1.800944	2.078928
16	1.372786	1.484506	1.604706	1.872981	2.182875
17	1.400241	1.521618	1.652848	1.947901	2.292018
18	1.428246	1.559659	1.702433	2.025817	2.406619
19	1.456811	1.598650	1.753506	2.106849	2.526950
20	1.485947	1.638616	1.806111	2.191123	2.653298

3) Welchen Wert haben bei gänzzähriger Capitalisierung 4000 fl. Capital nach 10 Jahren zu 5⁰/₀ Zinsezins?

$$4000 \text{ fl.} \times 1.628895 = 6515.58 \text{ fl.}$$

4) Berechne für ganzjährige Capitalisation den Wert

- | | | | | | | | |
|----|-----|---------|-----|----------|-----|-------------------------------|------------|
| a) | von | 500 fl. | in | 6 Jahren | zu | 5 ⁰ / ₀ | Zinsezins, |
| b) | " | 800 | " " | 8 | " " | 5 ⁰ / ₀ | " " |
| c) | " | 1260 | " " | 12 | " " | 4 ⁰ / ₀ | " " |
| d) | " | 4355 | " " | 20 | " " | 3 ⁰ / ₀ | " " |

5) Wie hoch wird ein zu 5⁰/₀ Zins von Zins angelegtes Capital von 3650 fl. in 8 Jahren anwachsen, wenn die Zinsen halbjährig zum Capital geschlagen werden?

Hier sind 16 Halbjahre, also 16 Zeitperioden, und das halbjährige Procent, nämlich 2¹/₂⁰/₀, in Rechnung zu bringen; die entsprechende Zinsezinszahl ist somit 1.484506.

6) Wie hoch wachsen bei halbjähriger Capitalisierung an

- | | | | | | | |
|----|---------|-----|----------|-----|-------------------------------|------------|
| a) | 460 fl. | in | 3 Jahren | bei | 5 ⁰ / ₀ | Zinsezins? |
| b) | 655 | " " | 6 | " " | 4 ⁰ / ₀ | " ? |
| c) | 1380 | " " | 10 | " " | 4 ⁰ / ₀ | " ? |

7) Jemand legt in eine Sparcasse, welche zu 4⁰/₀ verzinset und halbjährig capitalisirt, 340 fl.; wie viel wird er nach 9 Jahren aus der Sparcasse beziehen?

b.

8) Wie viel sind 3000 fl., zahlbar nach vier Jahren, bei ganzjähriger Capitalisierung zu 5⁰/₀ Zinsezins gegenwärtig, d. i. um 4 Jahre früher, wert?

100 fl. gegenwärtig sind nach 4 Jahren $100 \times 1.215506 \text{ fl.} = 121.5506 \text{ fl.}$ wert; folglich sind umgekehrt 121.5506 fl. zahlbar nach 4 Jahren, gegenwärtig $121.5506 \text{ fl.} : 1.215506 = 100 \text{ fl.}$ wert. Um daher den Wert einer künftig fälligen Geldsumme vor der Verfallszeit mit Rücksicht auf Zinsezinsen zu finden, dividirt man jene Summe durch die entsprechende Zinsezinszahl.

$$3000 \text{ fl.} : 1.215506 = 2468.108 \text{ fl.}$$

9) Ein Capital hat sich bei 4⁰/₀ Zinsezins in 15 Jahren auf 4312 fl. 27 fr. vergrößert; wie groß war das ursprüngliche Capital?

10) Welchen gegenwärtigen Wert haben

- a) 960 fl., zahlbar nach 3 Jahren, bei 3 $\frac{0}{100}$ Zinsszins?
 b) 1700 " " " 13 " " 4 $\frac{0}{100}$ " ?
 c) 4059 " " " 18 " " 5 $\frac{0}{100}$ " ?

11) Wie viel Capital muß man zu 4 $\frac{0}{100}$ Zins von Zins anlegen, damit es bei halbjähriger Capitalisierung in 9 Jahren auf 4000 fl. anwachse?

Hier sind 18 Zinsperioden und 2 $\frac{0}{100}$, daher 1.428246 als Zinsszinszahl zu nehmen.

12) Wie viel sind gegenwärtig bei halbjähriger Verzinsung wert

- a) 4285 fl., fällig nach 7 Jahren, bei 4 $\frac{0}{100}$ Zinsszins?
 b) 3366 " " " 4 " " 5 $\frac{0}{100}$ " ?

13) Jemand bietet für ein Haus 20000 fl. unter der Bedingung, daß dieser Kaufschilling erst nach 4 Jahren bezahlt werde; wie hoch ist dieses Anbot, 5 $\frac{0}{100}$ Zinsszins und ganzjährige Verzinsung vorausgesetzt, für den Augenblick anzuschlagen?

III. Die Terminrechnung.

Häufig werden unverzinsliche Geldsummen, die nach und nach in bestimmten Zeitfristen (Terminen) gezahlt werden sollen, auf einmal, oder unverzinsliche Geldsummen, die zu bestimmten Terminen zahlbar sind, zu andern als den festgesetzten Terminen abgetragen. Die Bestimmung der Zeitpunkte, zu denen dies ohne Nachtheil sowohl des Schuldners als des Gläubigers geschehen kann, lehrt die Terminrechnung.

a

1) Jemand hat 800 fl. zu gleichen Theilen in 4 Terminen zu zahlen, und zwar 200 fl. nach 3, 200 fl. nach 4, 200 fl. nach 7 und 200 fl. nach 10 Monaten; wann kann er die ganze Summe auf einmal entrichten, oder, welches ist der mittlere Zahlungstermin für die ganze Summe?

Da hier 4 gleiche Terminzahlungen vorhanden sind, so ist der mittlere Zahlungstermin die Durchschnittszahl aus den gegebenen Terminen, also

$$\text{gleich } \frac{3 + 4 + 7 + 10}{4} = \frac{24}{4} = 6 \text{ Monaten.}$$

2) 15000 fl. sollen in 5 gleichen Raten nach 2, 5, 6, 8, 9 Monaten gezahlt werden; welches ist der mittlere Zahlungs-termin?

3) A hat an B 400 fl. nach 4, und 800 fl. nach 8 Monaten zu zahlen; wenn nun die ganze Summe von 1200 fl. auf einmal abgetragen werden soll, wann muß dieses geschehen?

Bei der bedungenen Zahlungsweise genießt der Schuldner die Zinsen von 400 fl. durch 4, und von 800 fl. durch 8 Monate.

Der Schuldner erhält von	ebensoviel Zinsen als von
400 fl. in 4 Mon.	160 fl. in 1 Mon.
800 " " 8 "	6400 " " 1 "
1200 fl. in ? Mon.	8000 fl. in 1 Mon.
8000 fl. geben einen bestimmten Zins in	1 Mon.
1 " gibt denselben	" " 8000
1200 " geben "	" " $\frac{8000}{1200} = 6\frac{2}{3}$ Mon.

Die Gesamtzahlung wird also nach $6\frac{2}{3}$ Mon. zu erfolgen haben.

Man erhält daher den mittleren Zahlungstermin, indem man jede Theilzahlung mit der dazu gehörigen Zeit multipliciert und die Summe dieser Producte durch die Summe der Theilzahlungen dividirt.

4) A kauft für 36000 fl. ein Haus unter der Bedingung, daß ihm gestattet werde, 6000 fl. nach 1 Mon., 8000 fl. nach 3 Mon., 10000 fl. nach 6 Mon. und den Rest nach 8 Mon. zu zahlen; wann kann er seine Schuld auf einmal abtragen?

Führe hier auch die Probe aus, indem du die Zinsen z. B. zu 5 % berechnest.

5) A schuldet an B 300 fl. sogleich, 460 fl. nach 7 Mon. und 500 fl. nach 10 Monaten zahlbar; wann könnte A die Zahlung in einer einzigen Summe leisten?

6) Von 6000 fl., für die ein Bauerngut gekauft wurde, sollen 3000 fl. bar, 1500 fl. nach 2 Jahren, 1000 fl. nach 3 Jahren und der Rest nach 4 Jahren gezahlt werden; suche den mittleren Zahlungstermin für den ganzen Kaufschilling.

7) A soll an B am 1. April 450 fl., am 20. Mai 500 fl. und am 15. Juni 550 fl. zahlen; wann kann er alle drei Summen auf einmal zahlen?

Als Ausgangstermin wird der 1. April gewählt.

b.

8) A hat nach 9 Monaten 1200 fl. zu zahlen; nun zahlt er schon nach 3 Monaten 350 fl. und nach weiteren 2 Monaten 450 fl.; wann hat er dann den Rest zu zahlen?

A darf benutzen: 1200 fl. 9 Mon. = 10800 fl. 1 Mon.

er benutzt: 350 fl. 3 Mon. = 1050 fl. 1 Mon.

450 „ 5 „ = 3250 „ 1 „

800 fl. 3300 fl. 1 Mon.

hat noch zu benutzen: 400 fl. ? Mon. = 7500 fl. 1 Mon.

$7500 : 400 = 18\frac{3}{4}$ Monate.

Der Rest von 400 fl. wird also nach $18\frac{3}{4}$ Monaten, vom Beginn an gerechnet, zu zahlen sein.

9) Jemand kauft einen Garten für 800 fl., die aber erst nach 1 Jahre zahlbar sind; wenn er nun 500 fl. sogleich bezahlt, wann wird er den Rest zahlen müssen?

10) A hat nach drei Jahren 300 fl., nach 4 Jahren 500 fl. und nach 5 Jahren 600 fl. zu zahlen; er zahlt jedoch schon nach 2 Jahren 400 fl. und nach $2\frac{1}{2}$ Jahren 500 fl.; wann wird der Rest fällig sein?

IV. Die Theilregel oder Gesellschaftsrechnung.

a.

1) 768 fl. sollen unter A und B in dem Verhältnisse 3 : 5, d. h. so vertheilt werden, daß A 3, B 5 Theile von gleicher Größe erhalte; wie viel wird jeder bekommen?

Da A 3, B 5 Theile erhalten soll, so ist die zu theilende Summe in $3 + 5 = 8$ gleiche Theile zu zerlegen; $768 \text{ fl.} : 8 = 96 \text{ fl.}$; A bekommt dann 3 solche Theile, also 3mal $96 \text{ fl.} = 288 \text{ fl.}$, B bekommt 5mal $96 \text{ fl.} = 480 \text{ fl.}$ Die Rechnung steht

3	96 fl. $\times$ 3 = 288 fl. erhält A
5	96 fl. $\times$ 5 = 480 fl. „ B

$768 \text{ fl.} : 8 = 96 \text{ fl.}$

768 fl.

Die Rechnung, durch welche eine Zahl nach einem gegebenen Verhältnisse, d. h. so getheilt wird, daß sich die Theile wie gegebene Zahlen zu einander verhalten, heißt die Theilregel oder die Gesellschaftsrechnung. Die Zahlen, welche jenes Verhältniß ausdrücken, heißen Verhältniszahlen.

2) Zu einer gemeinsamen Unternehmung gibt A 1250 fl., B 1200 fl., C 1150 fl., der erzielte Gewinn beträgt 864 fl.; wie viel gebührt jedem davon?

Die Antheile am Gewinn müssen sich so wie die Einlagen verhalten, also wie die Zahlen 1250, 1200 und 1150, oder wie 125, 120 und 115, oder wie 25, 24 und 23; es muß also A 25, B 24, C 23 gleiche Theile erhalten.

A	1250		125		25	12 fl. $\times$	25	=	300 fl.
B	1200		120		24	12 fl. $\times$	24	=	288 fl.
C	1150		115		23	12 fl. $\times$	23	=	276 fl.
									864 fl.

$$864 \text{ fl.} : 72 = 12 \text{ fl.}$$

3) Theile 5720 in 3 Theile, welche sich verhalten wie die Zahlen 2, 3 und 6.

4) Drei Landleute kaufen gemeinschaftlich eine Wiese, zu deren Kaufsumme A 420 fl., B 540 fl., C 720 fl. beiträgt; wenn nun die Wiese im ersten Jahre 385 q Heu liefert, wie viel davon erhält jeder?

5) Drei Maurermeister übernehmen eine Maurerarbeit um den veranschlagten Betrag von 5348 fl.; wie viel erhält jeder Meister, wenn A 12, B 16, C 20 Arbeiter daran arbeiten läßt?

6) Ein Geschäftsmann falliert; sein Vermögen beträgt 12500 fl., seine Schuld an A 6000 fl., an B 8500 fl., an C 5500 fl.; wie viel verliert jeder Gläubiger?

7) Vier Gemeinden, von denen A 1568 fl., B 2371 fl., C 1043 fl., D 1018 fl. Steuer zahlt, sollen zu einem gemeinschaftlichen Zwecke 1200 fl. beitragen; wie viel wird jede Gemeinde im Verhältniß der Steuerquote zu entrichten haben?

8) Für die Versendung von 1056 kg Kaffee und 894 kg Zucker werden 45 fl. Fracht gezahlt; wie viel kommt auf jeden dieser Artikel?

9) Theile die Summe von 7347 fl. im Verhältnisse der Zahlen $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{2}{5}$.

Die Verhältniszahlen sind, wenn man die Brüche gleichnamig macht, $\frac{15}{20}$, $\frac{30}{20}$ und $\frac{48}{20}$, oder 15, 30 und 48, oder 5, 10 und 16.

10) Zu weißem Glas nimmt man 13 Theile Quarz, 4 Theile Pottasche und 1 Theil Kreide; wie viel muß man von jedem zu einer Glasmasse von 125 kg nehmen?

11) A und B legen zu einem Handlungsgeschäfte 18000 fl. zusammen; wie groß war die Einlage eines jeden, wenn von dem Gewinne, welcher 4500 fl. beträgt, A 2700 fl. erhält?

12) Zu einem gemeinschaftlichen Unternehmen gibt A 3300 fl., B 4950 fl., C 6600 fl. her; von dem Gewinne erhält A 1470 fl.; wie groß ist der ganze Gewinn?

13) 1000 fl. sind so zu theilen, daß A 1 Theil und 80 fl., B 2 Theile und 40 fl., C 3 Theile weniger 80 fl. erhält; wie groß sind die einzelnen Anthteile?

b.

14) Drei Fuhrleute übernehmen einen Gütertransport für 175 fl.; A stellt 6 Pferde auf 2 Tage, B 5 Pferde auf 4 Tage, C 3 Pferde auf 6 Tage; wie viel erhält jeder?

A	6	Pferde	auf	2	Tage	=	12	Pferde	auf	1	Tag
B	5	"	"	4	"	=	20	"	"	1	"
C	3	"	"	6	"	=	18	"	"	1	"
							zusammen 50 Pferde auf 1 Tag.				

Wenn 50 Pferde auf 1 Tag 175 fl. verdienen,
so verdient 1 Pferd „ 1 „ $3\frac{1}{2}$ fl.

Es erhält also A	.	.	$3\frac{1}{2}$ fl.	×	12	=	42 fl.
B	.	.	$3\frac{1}{2}$ „	×	20	=	70 „
C	.	.	$3\frac{1}{2}$ „	×	18	=	63 „
							175 fl.

15) Drei Arbeiter erhalten für die Umarbeitung eines Feldes $75\frac{3}{5}$ fl.; A hat 15 Tage zu 10 Stunden täglich, B 20 Tage à 9 Stunden, C 25 Tage à 12 Stunden gearbeitet; wie viel erhält jeder?

16) Zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte gibt A 200 fl. durch 8 Monate, B 400 fl. durch 6 Monate, C 800 fl. durch 5 Monate; der Gewinn beträgt 460 fl.; wie viel erhält jeder?

V. Die Alligationsrechnung.

1) Ein Kaufmann hat 2 Sorten Reis, das *kg* zu 35 fr. und zu 28 fr.; er will aus beiden eine dritte Sorte mischen, von welcher das *kg* 32 fr. kosten soll; in welchem Verhältnisse muß er die beiden Sorten mischen?

Bessere Sorte à <i>kg</i>	35 fr.
Mischung " "	32 "
Überschuß an 1 <i>kg</i>	3 fr.
Überschuß an 4 <i>kg</i>	12 fr.

Geringere Sorte à <i>kg</i>	28 fr.
Mischung " "	32 "
Abgang an 1 <i>kg</i>	4 fr.
Abgang an 3 <i>kg</i>	12 fr.

Damit sich der Überschuß und Abgang ausgleichen, muß man auf je 4 *kg* der besseren Sorte 3 *kg* der geringeren zur Mischung verwenden, d. h. die bessere und die geringere Sorte müssen in dem Verhältnisse 4 : 3 gemischt werden.

Es zeigt also der Überschuß oder Abgang bei der einen Sorte die Zahl der gleichen Theile an, welche von der andern Sorte zu nehmen sind.

Schriftliche Darstellung:

Bessere Sorte	35	3 Überschuß	4 Theile
Mischung	32—		
Geringere Sorte	28	4 Abgang	3 Theile

Die Rechnung, durch welche das Verhältniß gefunden wird, in welchem zwei oder mehrere gleichartige Dinge von verschiedenem Werte mit einander verbunden werden müssen, um eine Mittels-gattung von bestimmtem Werte zu erhalten, heißt *Alligations-* oder *Mischungsrechnung*.

2) In welchem Verhältnisse muß man Spiritus à 60 Grad und à 45 Grad mischen, um Spiritus à 50 Grad zu erhalten?

3) Ein Wirt will zweierlei Weine, das *l* zu 36 fr. und zu 50 fr. so mischen, daß 1 *l* der Mischung 42 fr. wert sei; wie viel Theile muß er von jeder Gattung nehmen?

4) Aus 800= und 600tausendtheiligem Silber soll 720= tausendtheiliges legiert werden; welches ist das Mischungs-verhältniß?

5) A will aus 2 Sorten Wein, das *hl* zu 36 fl. und zu 24 fl., eine Mittelsorte zu 34 fl. das *hl* mischen; wie viel hat er von jeder Sorte zu nehmen, um 15 *hl* Mischung zu erhalten?

Zuerst wird das Mischungsverhältniß gesucht

36	2 Überschuss	10 Theile	5
34 —			
24	10 Abgang	2 „	1

Die Menge von 15 hl ist also nach dem Verhältnisse 5 : 1 zu theilen; dieses geschieht nach der Gesellschaftsrechnung:

$$\begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ \hline 15 \text{ hl} : 6 = 2\frac{1}{2} \text{ hl} \end{array} \quad \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \text{ hl} \times 5 = 12\frac{1}{2} \text{ hl} \text{ à } 36 \text{ fl.} \\ 2\frac{1}{2} \text{ „} \times 1 = 2\frac{1}{2} \text{ „} \text{ à } 24 \text{ fl.} \end{array}$$

Die Probe wird nach der Durchschnittsrechnung verrichtet.

12 $\frac{1}{2}$ hl	à 36 fl.	kosten	450 fl.
2 $\frac{1}{2}$ „	à 24 „	„	60 „
15 hl Mischung		kosten	510 fl.
1 „		kostet	34 fl.

6) Ein Mehlhändler hat zweierlei Mehl, das l zu 8 fr. und zu 14 fr.; er will durch Mischung 75 l à 9 fr. erhalten; wie viel von jeder Sorte muß er dazu nehmen?

7) Wie viel l Spiritus à 65 Grad und wie viel à 80 Grad muß man mischen, um 48 l à 71 Grad zu erhalten?

8) Wie viel Wasser muß zu 8 l Essig à 18 fr. gegossen werden, damit 1 l der Mischung noch 16 fr. wert sei? (Gehalt des Wassers = 0.)

9) Wie viel Kupfer muß man zu 4 $\frac{3}{4}$ kg 900tausendtheiligem Silber setzen, um 750theiliges Silber zu erhalten?

VI. Die Kettenrechnung.

1) 40 Yards Wollstoffe kosten in London 5 Pfund 8 Schilling Sterling; wie hoch kommt 1 m in ö. W., wenn 35 Yards = 32 m und 10 Pfund Sterling = 110 fl. ö. W. sind?

? fl. ö. W. kostet	1 m
wenn 32 m	35 Yards sind, 7
wenn 40 Yards	5 $\frac{2}{5}$ Pfund Sterl. kosten, 27
und 10 Pfund Sterl.	110 fl. ö. W. sind?
5	

$$\frac{7 \times 27 \times 11}{32 \times 40} = 1.624 \text{ fl. ö. W.}$$

Das Rechnungsverfahren, mittels dessen man eine Aufgabe mit Hilfe mehrerer Zwischenbestimmungen, welche wie die Glieder einer Kette mit einander verbunden werden, auflösen kann, heißt die Kettenrechnung.

Man verfährt dabei auf folgende Art:

1) Man zieht einen senkrechten Strich und setzt links oben die gesuchte Zahl, rechts daneben aber die gegebene Größe, deren Wert gesucht wird.

2) Darunter setzt man alle Mittelbestimmungen, und zwar fängt man jedesmal links mit einer Größe an, welche mit der nächstvorhergehenden Größe rechts gleichnamig ist, und setzt rechts daneben diejenige Größe, welche mit ihr gleichen Wert hat. Das letzte Glied rechts in der Kette muß mit der Fragezahl links oben gleichnamig sein.

3) Die gemischten Zahlen werden zu unechten Brüchen eingerichtet, die Nenner auf die entgegengesetzte Seite als Factoren übertragen, und dann die Zahlen zu beiden Seiten, wenn es möglich ist, abgekürzt.

4) Wird das Product aller rechts stehenden Zahlen durch das Product der links stehenden dividirt, so gibt der Quotient die gesuchte Zahl.

2) Ein Silberbarren ? fl. $4\frac{1}{2}$ kg legiertes Silb. 9
 wiegt $4\frac{1}{2}$ kg und ent- 1 750 Tausendth. fein. Silb. 15
 hält 750tausendtheiliges 2 1000 90 fl.
 Silber; wie viel ist er 2
 wert, wenn 1 kg fein
 Silber mit 90 fl. bezahlt
 wird?

$$\frac{9 \times 15 \times 9}{2 \times 2} = 303\frac{3}{4} \text{ fl.}$$

3) Wie viel österr. Guldenstücke gehen auf 1 kg Silber-
 legierung von 900 Tausendtheilen Feingehalt, wenn aus 1 kg
 fein Silber 90 Guldenstücke geprägt werden?

4) 1000 kg Weizen kosten in Berlin 198 Mark; wie
 hoch stellt sich hiernach der Preis von 1 hl Weizen im Gewichte
 von 77 kg in ö. W., wenn 100 Mark = 54 fl. ö. W.
 gerechnet werden?

5) Wie viel Franks sind 748 russ. Silberrubel, wenn
 sich 1 Frank zu 1 fl. ö. W. wie 81 : 200, und 1 russ.
 Silberrubel zu 1 fl. ö. W. wie 81 : 50 verhält?

Die Verhältnisse müssen hier in Gleichungen umgestellt werden.

6) Ein Wirt kauft
18 *hl* Wein für 512 fl.
und verkauft 1 *l* für
32 fr.; wie viel $\frac{0}{100}$
gewinnt er dabei?

? fl. Einnahme	100 fl. Ausgabe
256 512	18 <i>hl</i> 9
8 1	100 <i>l</i>
1	32 fr. Einnahme
100	1 fl. Einnahme

$$\frac{9 \times 100}{8} = 112\frac{1}{2} \text{ fl. Einnahme,}$$

also $12\frac{1}{2} \frac{0}{100}$ Gewinn.

7) Aus Amsterdam erhält man 2314 *kg* Kaffee für $2198\frac{3}{10}$ fl. holländ.; wie theuer in ö. W. muß das *kg* verkauft werden, wenn 100 fl. holl. = 92 fl. ö. W. sind und wenn man $15 \frac{0}{100}$ gewinnen will?

8) Wie viel kosten 455 *kg* Brutto einer Ware, wenn nach Abzug von $10 \frac{0}{100}$ Tara das *kg* Netto mit 62 fr. bezahlt wird?

Wiederholungsaufgaben.

1*) 1 Meter kostet a) 30 fr., b) 52 fr., c) 1 fl. 24 fr., d) 3 fl. 96 fr.; wie viel kosten 8, 12, 15, 21 *m*?

2*) 600 fl. Cap. geben in 3 Jahren 72 fl. Zins; zu wie viel $\frac{0}{100}$ ist das Capital angelegt?

3*) In wie viel Jahren geben 150 fl. zu $6 \frac{0}{100}$ 45 fl. Zins?

4*) 198 fl. sollen so getheilt werden, daß A 2, B 3 und C 4 Theile erhält; wie viel erhält jeder?

5) Jemand mischt 9 *hl* Weizen mit 3 *hl* Korn; wie viel wiegen 5 *hl* dieser Mischung, wenn 1 *hl* Weizen 77 *kg* und 1 *hl* Korn 72 *kg* wiegt?

6) Berechne den Gesamtzins folgender Capitalien für 8 Monate: 486 fl. à $5 \frac{0}{100}$, 1370 fl. à $5\frac{1}{2} \frac{0}{100}$, 860 fl. à $5\frac{3}{4} \frac{0}{100}$, 2345 fl. à $6 \frac{0}{100}$.

7) Welches Capital bringt a) zu $4 \frac{0}{100}$, b) zu $5 \frac{0}{100}$, c) zu $5\frac{1}{2} \frac{0}{100}$, d) zu $6 \frac{0}{100}$ in 1 Jahre 660 fl. Zins?

8) Wie viel *l* Wein à 36 fr. und wie viel à 56 fr. muß man mischen, um 100 *l* à 42 fr. zu erhalten?

9) Drei Frauen kaufen zusammen 15 *hl* Erdäpfel für 48 fl. 75 fr.; A nimmt davon 6 *hl*, B 4 *hl*, C den Rest; wie viel hat jede Frau zu zahlen?

10) Dividiere 897030720 durch jede der Zahlen

a) 846, b) 2256, c) 3384, d) 19881.

11) 26 *a* kosten 598 fl.; wie viel kosten 37 *a*?

12) 38 „ „ 722 „; „ „ „ 15 „?

13) Ein Silberbarren wiegt 4 *kg* und ist 750 Tausendtheile fein; wie viel Silber und wie viel Kupfer enthält derselbe?

14) Ein Kasten, welcher 18 fl. gekostet hat, wird für 14 fl. 50 fr. verkauft; wie viel % verliert man dabei?

15) Ein Bauunternehmer verkauft einen Bauplatz für 7200 fl. und gewinnt dabei 20 %; wie theuer hat er ihn gekauft?

16) Vier Tagelöhner erhielten für das Anlegen eines Weinberges 54 fl.; A hat 8, B 10, C 12, D 15 Tage daran gearbeitet; wie viel gebührt jedem von dem gemeinschaftlichen Verdienste?

17) Suche das größte gemeinschaftliche Maß von

a) 56481, 86829; b) 13104, 16848;
c) 23625, 16875; d) 47871, 134748.

18) Jemand nimmt 800 fl. auf 45 Tage zu 6 % auf Zins; wie viel wird er nach dieser Zeit zurückzahlen müssen?

19) Welches Capital wächst in 3 Jahren bei $5\frac{1}{2}$ % Zins auf 1113 fl. 74 fr. an?

20) Jemand kauft $58\frac{1}{2}$ *hl* Weizen à $9\frac{1}{10}$ fl.; davon verkauft er $32\frac{3}{4}$ *hl* à $9\frac{3}{5}$ fl.; wie theuer muß er das *hl* des übrigen Weizens verkaufen, um im ganzen $35\frac{3}{5}$ fl. zu gewinnen?

21*) Wie viel beträgt

2 % von 290 fl.?

6 % von 915 fl.?

$\frac{3}{4}$ % von 760 fl.?

$12\frac{1}{2}$ % von 834 fl.?

22*) Berechne

21 l à 36 fr.

19 l à 48 fr.

18 m à 1 fl. 70 fr.

25 m à 3 fl. 96 fr.

23*) Wie viel Zins geben in 1 Jahre

a) 60, 105, 264, 535, 618, 972 fl. à 5 %?

b) 20, 85, 125, 340, 782, 836 fl. à 6 %?

24) Jemand hat 4 kg Kaffee à 1 fl. 12 fr.; wie viel kg à 1 fl. muß er dazusetzen, damit 1 kg 1 fl. 8 fr. koste?

25) Von 475 kg Brutto werden 458 kg Netto gerechnet; wie viel % beträgt die Tara?

26) Welches Capital muß angelegt werden, damit man davon zu $5\frac{1}{2}$ % monatlich 33 fl. Zinsen beziehe?

27) Wie viel Zins geben in 3 Jahren

a) 758·2 fl. à $4\frac{1}{2}$ %?

b) 904·5 „ à $5\frac{2}{5}$ %?

c) 258 fl. 45 fr. à 6 %?

d) 2350 „ 60 „ à $6\frac{1}{2}$ %?

Berechne abgekürzt auf 4 Decimalen

28) $5\cdot7796 \times 0\cdot17096 \times 0\cdot9865$;

29) $3\cdot43961 \times 2\cdot5654 \times 1\cdot7098$;

30) $1\cdot0256 \times 1\cdot0993 \times 1\cdot4875 \times 2\cdot0156$.

31) Ein Kaufmann hat von $42\frac{1}{10}$ hl Wein $14\frac{3}{5}$ hl verkauft; wie theuer hat er das hl verkauft, wenn der Rest noch 473 fl. wert ist?

32) Einem Gesellen wurde sein Wochenlohn von 4 fl. 20 fr. auf 4 fl. 80 fr. erhöht; wie viel % betrug die Erhöhung?

33) Jemand legt durch 6 Jahre zu Anfange eines jeden derselben 300 fl. auf Zins von Zins; wie hoch werden diese Capitalien zu 5 % in jener Zeit anwachsen?

34) Zum Ankaufe eines Waldes gibt A 1500 fl., B 3000 fl., C 4500 fl.; wie viel gewinnt jeder, wenn später der Wald für 11250 fl. verkauft wird?

35) Verwandle in Decimalbrüche:

a) $\frac{4}{5}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{79}{16}$, $\frac{31}{40}$, $26\frac{17}{25}$, $\frac{27}{32}$;

b) $\frac{3}{11}$, $4\frac{19}{27}$, $\frac{39}{41}$, $\frac{76}{7}$, $\frac{10}{13}$, $5\frac{33}{74}$, $\frac{113}{440}$.

36) Dividire 2149·09526 durch jede der Zahlen a) 599, b) 25·039, c) 364·13.

37) Ein Capital von 1120 fl. ist zu 6 % durch 3 Jahre 7 Monate 15 Tage angelegt; wie viel Zins wirft es in dieser Zeit ab?

38) Ein Tischler hat, um Bretter zu seinem Geschäfte einkaufen zu können, am 13. Juni 450 fl. zu 6 % ausborgt, welche er erst am 25. October zurückzahlen konnte; wie groß war die zurückzuzahlende Summe?

39*) 36 kg kosten 23 fl. 4 fr.; wie viel kosten 18, 12, 9, 6, 4 kg, wie viel 10, 16, 24 kg?

40*) Ein Wirt mischt 10 l Wein à 30 fr., mit 10 l à 52 fr.; wie theuer ist 1 l der Mischung?

41*) Ein Wucherer lieh einem Landmann 45 fl. und forderte als Zins $2\frac{1}{4}$ fl. für jedes Vierteljahr; wie viel % nahm er?

42) Wie viel Zins geben 2485 fl. 75 fr. a) zu 5 % in 144 Tagen, b) zu $6\frac{3}{4}$ % in 74 Tagen?

43) Wie lange muß ein Capital von 9110 fl. angelegt bleiben, damit es zu 5 % 206 fl. 24 fr. Zins gebe?

44) Bei einem Unternehmen beträgt die Dividende, d. i. der zu vertheilende Gewinn, 15 %; wie viel erhält derjenige, welcher dabei mit 4800 fl. betheilt ist?

45) Eine Dampfmaschine von 4 Pferdekraft vermag in 5 Secunden eine Last von 1500 kg 1 m hoch zu heben; wie viel kg wird eine Maschine von 7 Pferdekraft in 12 Secunden ebenso hoch heben?

Berechne abgekürzt auf 3 Decimalen:

$$\begin{array}{l} 46) \quad 2\cdot4495 : 0\cdot4626 \\ \quad 18\cdot5407 : 39\cdot725 \\ \quad 0\cdot4563 : 0\cdot1379 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 47) \quad 50 : 3\cdot9276 \\ \quad 13\cdot2804 : 4\cdot0281 \\ \quad 4\cdot8464 : 3\cdot1416 \end{array}$$

$$48) \quad \frac{125 \times 3402 \times 96}{5670 \times 35} =$$

$$49) \quad \frac{1001 \times 966 \times 126}{56 \times 99 \times 49} =$$

50) A hat 20 Schafe durch 10 Wochen, B 30 Schafe durch 8 Wochen auf die Weide getrieben; wie viel beträgt das Weidegeld für jeden, wenn im ganzen $8\frac{1}{4}$ fl. zu zahlen sind?

51) A soll 2000 fl. nach 2 Jahren und 1600 fl. nach 4 Jahren ohne Zinsen zahlen; er bezahlt 2400 fl. schon nach $1\frac{1}{6}$ Jahr; wann muß er dann den Rest bezahlen?

52) $\sqrt{746496} =$

53) $\sqrt{18258529} =$

54) $\sqrt{83\cdot7225} =$

55) $\sqrt{419\cdot4304} =$

56) $\sqrt{100020001} =$

57) $\sqrt{6449053636} =$

58) $\sqrt[3]{7077888} =$

59) $\sqrt[3]{35\cdot611289} =$

60) $\sqrt[3]{347428927} =$

61) $\sqrt[3]{281011\cdot375} =$

62) $\sqrt[3]{363230185375} =$

63) $\sqrt[3]{166920094216} =$

64) Eine Sendung Kaffee wiegt sammt den Kästen 1556 kg, die Tara beträgt $5\frac{1}{2}\%$; wie groß ist a) das Nettogewicht, b) der Wert à 108 fl. per 100 kg Netto?

65) Man will aus Weizen und Korn ein Gemenge von 27 hl machen, wovon das hl 76 kg wiegt; wie viel von jeder Getreideart ist dazu zu nehmen, wenn 1 hl Weizen 78, 1 hl Korn 72 kg wiegt?

66) Zu einem Geschäfte gibt A 12500 fl., B 10500 fl., C 14000 fl.; wenn nun der Gewinn von 7500 fl. so getheilt wird, daß A für seine besondere Mühe als Geschäftsleiter außer seinem verhältnismäßigen Antheile noch 15% des Gewinnes erhält, wie viel bekommt jeder?

Siebenter Abschnitt.

Rechnungen für besondere Berufszweige.

I. Haushalts-Rechnungen.

a.

1) Eine Frau hat an einen Kaufmann für Zucker 8 fl. 24 fr., für Kaffee 5 fl. 65 fr. und für andere Artikel 7 fl. 68 fr. zu bezahlen; wie viel bleibt sie noch schuldig, wenn sie für diese Rechnung schon 13 fl. 50 fr. gezahlt hat? 8 0 8

2) Ein Arbeiter verdient in 2 Wochen für 12 Arbeitstage 10 fl. 8 fr.; wenn er nun für die Wohnung jährlich 36 fl. zahlt und für seinen Unterhalt täglich 48 fr. braucht, wie viele Wochen wird er arbeiten müssen, um nebst diesen Bedürfnissen noch eine Schuld von 8 fl. bezahlen zu können?

3) Ein Herr versprach seinem Diener jährlich ein Kleid und 90 fl. Lohn; nach 2 Monaten wird der Diener entlassen und erhält das Kleid; wie theuer wurde ihm dieses angerechnet?

4) Ein Hausbesitzer vermietet dem Tagelöhner A eine Wohnung und fordert, daß ihm A dafür jährlich 36 Tage arbeite und 6 fl. zahle; A zieht nach 6 Monaten aus, nachdem er dem Hausherrn 26 Tage gearbeitet hatte, und braucht ihm nun kein Geld zu zahlen; a) wie hoch wird 1 Arbeitstag gerechnet, b) wie viel beträgt die jährliche Miete?

5) Jemand braucht jährlich: für Miete 120 fl., für die Haushaltung 400 fl., für Beheizung 48 fl., für Kleidung 75 fl. und für kleine Ausgaben 60 fl.; wie viel Vermögen ist erforderlich, um diese Auslagen mit den Zinsen à 5 % bestreiten zu können?

6) Ein Hausbesitzer versichert sein Haus im Schätzungswerte von 8600 fl. zu $\frac{1}{4}\%$ gegen Feuergefahr; wie viel hat er jährlich an Versicherungs-Prämie zu zahlen?

7) Jemand raucht seit zehn Jahren Tabak und verbraucht wöchentlich 2 Päckchen à 5 fr. und 4 Cigarren à 2 fr.; a) wie viel würde er jährlich erspart haben, wenn er nicht geraucht hätte, b) wie viel besäße er jetzt, wenn er am Ende eines jeden Jahres das an Tabak ersparte Geld in einer Sparcasse, welche zu 4% verzinst, angelegt hätte?

b.

8) Ein Mensch bedarf täglich an fester und flüssiger Nahrung ungefähr den 10. Theil seines Gewichtes, und zwar $\frac{1}{5}$ dieser Menge in festen, $\frac{4}{5}$ in flüssigen Nahrungsmitteln; wie viel kg fester und wie viel kg flüssiger Nahrungstoffe bedarf demnach ein Mensch a) von 60 kg, b) von 85 kg Gewicht?

9) Man nimmt gewöhnlich an, daß 3 kg Mehl 4 kg Brot geben; wie viel kg Mehl braucht eine Hausfrau, um 22 kg Brot zu backen?

10) Von 100 kg Korn erhält man beim Vermahlen 80 kg Mehl, 15 kg Kleie, und 5 kg gehen durch Verstaubung verloren; wie viel Mehl wird man von 1 hl Korn, das 72 kg wiegt, erhalten?

11) Eine Hausfrau will einem Bäcker Korn liefern und dafür Brot in Empfang nehmen; wenn 100 kg Korn 80 kg Mehl, 3 kg Mehl 5 kg Teig geben, und der Teig im Backofen $\frac{1}{5}$ seines ursprünglichen Gewichtes verliert, wie viel kg Brot kann die Frau für 60 kg Korn beanspruchen, da der Bäcker für Mühe und Auslagen 5% in Abzug bringt?

12) Eine Hausfrau läßt 1 hl Korn im Gewichte von 70 kg, das 7 fl. 20 fr. kostet, mahlen; sie erhält $\frac{4}{5}$ des Gewichtes an Mehl und zahlt 45 fr. Mahlgeld; die Kleie ist

50 fr. wert. Sie schickt das Mehl zum Bäcker; wenn nun 3 kg Mehl 4 kg Brot geben und für Backgeld 60 fr. gerechnet werden, wie hoch kommt ihr 1 kg Kornbrot?

13) Wie viel hl Korn sind jährlich für eine erwachsene Person, die täglich $\frac{3}{4}$ kg Brot benöthiget, als Brotbedarf anzuschlagen, wenn man auf 4 l Korn 3 kg Brot rechnet?

14) Ein Hausvater kauft sich gleich nach der Ernte seinen Kornbedarf für das ganze Jahr; wie viel hl wird er kaufen müssen, wenn seine Familie aus 6 Personen besteht, die durchschnittlich zusammen täglich 3 kg Brot brauchen, und wenn er aus 1 hl Korn 75 kg Brot erhält?

15) An nährenden Stoffen enthält Hammelfleisch 29 %, Hühnerfleisch 27 %, Rindfleisch 26 %, Kalbfleisch 25 % und Schweinefleisch 24 %; wie viel ist dem Nahrungswerte nach 1 kg von jeder der genannten Fleischarten wert, wenn 1 kg Rindfleisch 56 fr. kostet?

16) Rindfleisch verliert beim Sieden 15 %, beim Braten 19 % an Gewicht; wie schwer ist ein Stück a) gesottenes, b) gebratenes Rindfleisch, wenn es roh ein Gewicht von 4 kg hat?

17) Eine Frau kauft anfangs Juni 40 kg Butter, $\frac{3}{5}$ davon zu 65 fr., $\frac{2}{5}$ zu 70 fr. das kg, und bereitet daraus Schmalz, um es im Winter, wo höhere Preise sind, zu verbrauchen; wie viel erspart sie, wenn 5 kg Butter 4 kg Schmalz geben und im Winter 1 kg Schmalz 95 fr. kostet?

18) Der Wintervorrath an Kartoffeln reicht bei A nur bis Ende März, dieser muß daher für die Monate April, Mai und Juni noch $2\frac{3}{4}$ hl à 3 fl. 84 fr. zukaufen; wie viel Geld hätte er erspart, wenn er im Herbst, als das hl nur 2 fl. 50 fr. kostete, die hinreichende Menge eingekauft hätte?

19) Eine Hausfrau verkauft täglich im Durchschnitte 2 l Milch à 9 fr.; wenn sie nun davon die Ausgaben für Zucker

und Kaffee bestreitet und monatlich $3\frac{1}{2}$ *kg* Zucker à 50 fr. und $1\frac{1}{4}$ *kg* Kaffee à 1 fl. 72 fr. verbraucht, wie viel erübrigt sie jährlich von dem Milcherlös?

20) Eine Frau kommt mit einem Hut Zucker von $3\frac{2}{5}$ *kg* à 50 fr. 3 Wochen aus; a) wie viel verbraucht sie täglich, b) wie viel kostet der wöchentliche Bedarf an Zucker?

21) Frau A kauft 24 *kg* Kirschen à 10 fr.; aus 8 *kg* macht sie Kirschfleisch und erhält 7 *kg* davon, das sie pr. *kg* mit 35 *dek* Zucker, das *kg* zu 50 fr., einsiedet; die übrigen 16 *kg* preßt sie zu Saft aus und erhält 13 *kg*, zu deren jedem sie $\frac{1}{2}$ *kg* Zucker setzt; wie theuer kommt a) 1 *kg* Kirschfleisch, b) 1 *kg* Saft?

22) Um Johannisbeeren einzumachen, nimmt man auf 10 *kg* Johannisbeeren 9 *kg* Zucker; wie hoch kommt 1 *kg* von eingemachten Johannisbeeren, wenn 1 *kg* Johannisbeeren 18 fr. und 1 *kg* Zucker 50 fr. kostet und für die Feuerung 3 fr. für das *kg* Eingemachtes gerechnet wird?

23) Eine Hausfrau hat im Voranschlag für das Jahr 1884 zur Ausgabe für Kaffee 30 fl. 24 fr. bestimmt und dabei das *kg* zu 1 fl. 68 fr. gerechnet; mit Anfang Juli steigt aber der Preis auf 1 fl. 96 fr.; wie viel *kg* muß sie jetzt weniger brauchen, wenn sie die Ausgabe nicht vergrößern will?

24) Eine Hausfrau kauft für 13 fl. 95 fr. Kaffee, das *kg* zu 1 fl. 80 fr.; a) wie viel *kg* kauft sie ein, b) wie lange wird sie damit ausreichen, wenn sie täglich 5 *dek* gebrannten Kaffee braucht und 1 *kg* Kaffeebohnen nach dem Brennen nur $\frac{4}{5}$ *kg* wiegen?

25) In einer Familie braucht man täglich 4 *dek* gebrannten Kaffee; von ungebranntem Kaffee kostet das *kg* 1 fl. 88 fr.; von gebranntem 2 fl. 36 fr.; wie viel würde man jährlich ersparen, wenn der Kaffee im Hause selbst gebrannt würde, wobei sich jedoch ein Gewichtsverlust von 20 % ergibt?

26) Frau A hat bisher wöchentlich $\frac{3}{10}$ kg Kaffee à 1 fl. 80 fr. und $1\frac{1}{4}$ kg Zucker à 50 fr. verbraucht; sie will sich einschränken und bestimmt für diese Ausgabe jährlich 45 fl. und zwar $\frac{3}{10}$ davon für Kaffee, $\frac{7}{10}$ für Zucker; a) wie viel erspart sie dann in 1 Jahre, b) wie viel Kaffee und wie viel Zucker wird sie jetzt wöchentlich verbrauchen?

27) Eine Frau bäckt 20 Stück Faschingskrappen; sie braucht dazu $\frac{3}{5}$ kg Auszugmehl à 25 fr., $\frac{1}{16}$ kg Butter à 80 fr. per kg, 4 Eier à 3 fr., um 4 fr. Hefe, um 10 fr. Eingefottenes, $\frac{1}{2}$ kg Schmalz à 90 fr., $\frac{1}{12}$ kg Zucker à 50 fr.; wie hoch kommt ein Stück, wenn für das Brennholz 29 fr. gerechnet wird?

C.

28) Eine Mutter kauft für ihre beiden Töchter neue Kleider, für jede $13\frac{1}{2}$ m; das Kleid der älteren kostet 84 fr., das der jüngeren 76 fr. pr. m; das Unterfutter für jedes Kleid kostet 1 fl. 65 fr.; wie viel legt die Mutter für jede Tochter aus?

29) Das kg Baumwollgarn kostet 2 fl. 80 fr.; kauft man aber Wolle, das kg à 1 fl. 58 fr., so muß man dann 64 fr. Spinnerlohn bezahlen und erhält daraus 84 dkg Garn; wie viel % kommt das Garn im zweiten Falle billiger als im ersten?

30) Eine Frau schickt einer Strickerin $3\frac{3}{4}$ kg Baumwollgarn, daß sie ihr davon Strümpfe stricke; a) wie viel Paar Strümpfe erhält sie, wenn jedes Paar $\frac{1}{8}$ kg wiegt, b) wie hoch kommt 1 Paar Strümpfe, wenn das kg Garn 2 fl. kostet, und der Strickerlohn für 1 Paar zu 37 fr gerechnet wird?

31) Zu einer Schürze braucht ein Mädchen $1\frac{4}{5}$ m Zeug, 1 m Leinwand kostet 44 fr.; a) wie viel erspart das Mädchen an Barauslagen für den Augenblick, wenn es die Schürze statt aus Leinwand, aus Baumwoll-Druckzeug, wovon das m nur 24 fr. kostet, macht; b) wie stellt sich diese Ersparnis heraus, wenn eine Leinwandschürze 3 Baumwollschürzen aushält?



196 x 7
1372

196 x 6
1176

32) A schafft sich alle 4 Jahre 1 Duzend Hemden an; wie viel ist jährlich auf diese Auslage zu rechnen, wenn das Stück Leinwand von 35 m 22 fl. 40 fr. kostet, wenn zu 1 Hemde 4 m erforderlich sind und man an Näherlohn für jedes Hemd 80 fr. zahlt?

d.

33) Von Talglichtern, deren 16 auf 1 kg gehen, brennt 1 Stück $6\frac{1}{2}$ Stunde, von Talglichtern dagegen, deren 12 auf 1 kg gehen, 7 Stunden lang; a) welche Lichter sind im Verbräuche wohlfeiler, wenn das kg 70 fr. kostet, b) wie viel beträgt der Unterschied in 1 Monate, wenn man täglich 4 Stunden Brennzeit rechnet?

34) In einer Haushaltung werden im Winter 20 kg Öl verbrannt; kauft man dasselbe kleinweise, so kostet das kg 72 fr.; kauft man aber in größerer Menge, so erhält man $9\frac{3}{8}$ kg für 6 fl.; wie viel erspart man im letzteren Falle?

35) Eine Lampe brennt, mit $\frac{1}{8}$ kg Öl gefüllt, 10 Stunden; a) wie viel kg Öl sind jährlich für eine Lampe erforderlich, wenn man 1800 Stunden Brennzeit rechnet; b) wie hoch kommt die jährliche Beleuchtung, wenn das kg Brennöl 52 fr. kostet?

36) In einem Hause wurde strenge darauf gesehen, daß die Lampe des Abends nicht früher angezündet wurde, als bis man an die Arbeit gieng; nimmt man nun an, daß sie bei dieser Einrichtung in der Zeit vom 1. October bis 28. Februar täglich eine halbe Stunde weniger brannte, wie viel wurde dadurch erspart, wenn man bei täglich 4stündiger Brennzeit in der Woche $\frac{1}{2}$ kg Petroleum à 32 fr. verbrauchte?

37) Eine Gasflamme braucht in 1 Stunde 150 dm^3 Gas; wie theuer kommt die Erleuchtung derselben im Winterhalbjahre (vom 1. October bis 31. März), wenn die Flamme im Durchschnitt jeden Abend 4 Stunden brennt und das m^3 Gas 15 fr. kostet?

38) 100 kg Buchenholz erzeugen beim Verbrennen ebensoviel Wärme, als 81 kg Fichtenholz; wie viel m^3 Fichtenholz haben gleichen Heizeffect mit 100 m^3 Buchenholz, da 1 m^3 Buchenholz 740 und 1 m^3 Fichtenholz 470 kg wiegt?

39) 100 m^3 Buchenholz haben gleichen Heizeffect mit

118 m^3 Birkenholz,	114 m^3 Kiefernholz,
152 „ Erlenholz,	147 „ Lindenholz,
128 „ Fichtenholz,	143 „ Tannenholz;

a) wie viel m^2 jeder dieser Holzarten würden bei gleicher Scheitlänge 35 m^2 Buchen-Brennholz ersetzen? b) welchen Wert hätte bei gleicher Scheitlänge 1 m^2 jeder andern Holzart, wenn 1 m^2 Buchenholz 4 fl. 20 kr. kostet?

40) In einer Haushaltung, in welcher man jährlich mit 42 m^2 Buchenholz von 80 cm Scheitlänge ausreichte, soll fortan zur Hälfte mit Tannenholz, zur Hälfte mit Steinkohlen geheizt werden; wie viel m^2 Tannenholz und wie viel kg Steinkohlen sind nöthig, wenn an Heizkraft 1 m^2 Buchenholz von 80 cm Länge = 350 kg Steinkohlen ist?

e.

41) In jeder ordentlichen Haushaltung wird ein Haushaltungsbuch geführt, in welches man alle Ausgaben, die für die Wirtschaft gemacht werden, verzeichnet. Frau A führt ihr Rechnungsbuch in der Weise, daß sie die einzelnen Bedarfsartikel unter einander stellt, und für jeden Tag des Monats eine eigene Rubrik bestimmt. Sie trägt jeden Tag die Ausgaben in die betreffende Rubrik ein und setzt unten die Summe derselben an. Am Ende des Monats zählt sie auch die Ausgaben für jeden einzelnen Artikel zusammen und setzt die Summen rechts in die dafür bestimmte Rubrik. Werden nun sowohl die unten stehenden Summen der täglichen Ausgaben, als auch die rechts stehenden Summen der Auslagen für die einzelnen Artikel addiert, so muß man in beiden Fällen dieselbe Hauptsumme als Ausgabe des ganzen Monats erhalten. Ihr Buch ist, wie folgt, eingerichtet:

Haushaltsrechnung für den Monat März 1884.

Ausgaben im März	1.	2.	3.			31.	Zusammen
Rindfleisch	56	56	.			.	15 48
Kalbfleisch	60	.	.			.	5 73
Geflügel	.	.	.			.	2 45
Fische	.	.	52			56	2 68
Brot	18	18	18			20	5 90
Wein und Bier . .	20	10	20			.	5 8
Kaffee	.	.	98			.	3 52
Zucker	50	.	.			50	4 20
Milch und Rahm .	18	18	24			20	6 8
Butter und Schmalz	.	62	.			90	5 24
Öl und Essig . . .	.	16	.			.	1 40
Salz	17	.	.			.	1 2
Eier	.	24	.			28	1 25
Mehl	1·36	.	.			.	2 18
Gerste	.	.	16			.	. 48
Reis	.	28	.			.	. 56
Gemüse	15	.	14			18	3 82
Grünzeug	.	8	.			5	1 37
Obst	.	.	.			.	. .
Holz	.	.	.			.	12 50
Lichter	.	70	.			.	2 80
Wäsche und Seife .	.	.	1·24			.	5 62
Kleidung	.	.	8·36			2·8	12 31
Dienstlohn	.	.	.			6—	6 .
Summe	3·90	3·10	12·02			11·40	

(Wegen Mangels an Raum mußten hier die mittleren Monattage weggelassen werden.)

42) Nachweis über die **Tisch-** und **Bettwäsche** für das Jahr 1884.

Gegenstand	Bestand 1. Jänner	Abgang	Zuwachs	Bestand 31. Dec.
Tischtücher	7	2	3	. .
Servietten	40	5	6	. .
Betttücher	22	3	6	. .
Polsterüberzüge	18	4	.	. .

43) **Rechnungsabschluss** für das Jahr 1884.

Monat	Einnahme		Ausgabe	
Jänner	188	34	123	53
Februar	97	98	114	68
März	163	5	121	40
April	137	63	109	76
Mai	171	37	113	13
Juni	104	59	120	7
Juli	144	65	117	85
August	133	72	106	33
September	119	24	112	82
October	107	54	122	36
November	156	18	103	90
December	113	45	116	47
Summe .		..		..
ab Ausgabe .		..		
Überschuß .		..		

II. Landwirtschaftliche Rechnungen.

a.

1) A bekommt von 3 Kühen im Durchschnitte täglich 16 l Milch; wie viel l kann er jährlich verkaufen, wenn er für seinen Haushalt wöchentlich 32 l braucht?

2) Ein Landwirt schickt in die Stadt 42 kg Butter zum Verkaufe; 18 kg werden à 95 fr., der Rest à 90 fr. verkauft; die Frau, welche den Verkauf besorgt, erhält 4 fr. pr. kg; wie groß ist der reine Erlös?

3) Bei gutgeschichtetem Scheitholze betragen die leeren Zwischenräume 25 % des ganzen Rauminhaltes; wie viel dm^3 wirkliche Holzmasse hat 1 m^2 Brennholz von 64 cm Scheitlänge?

4) Ein mit Heu beladener Wagen wiegt 1052 kg, der leere Wagen 232 kg; wie viel wiegt das Heu, und wie viel ist es wert, 1 q zu 2 fl. 60 fr. gerechnet?

5) Eine Wiese lieferte 73 q Heu à 2 fl. 80 fr., eine andere 9 q à 2 fl. 65 fr. pr. 1 q; in welchem Verhältnisse steht der Ertrag der beiden Wiesen?

6) Es sind 14400 Rohlpflanzen zu setzen; a) in wie viel Tagen kann eine Person bei 10 Stunden Arbeitszeit damit fertig werden, wenn sie in der Minute 4 Stück pflanzt; b) wie viele Personen sind zu bestellen, um damit in 2 Tagen fertig zu werden?

7) Ein Landmann schickt in die Stadt 36 hl Erdäpfel, wo sie zu 3 fl. 60 fr. pr. hl abgesetzt werden; wie groß ist der reine Erlös, wenn für die Fracht 10 fl. 20 fr. und für sonstige Auslagen 3 fl. 12 fr. gezahlt wird?

8) Ein Landwirt verkauft auf einem Fruchtmarkte 24 hl Weizen à 9 fl. 80 fr., 21 hl Korn à 7 fl. 12 fr. und 25 hl Gerste à 4 fl. 80 fr.; von dem Erlöse bezahlt er die Steuer mit 104 fl., den Schmiedconto mit 85 fl. 45 fr. und die Sattlerrechnung mit 76 fl. 72 fr.; wie viel Geld bleibt ihm übrig?

9) Wie hoch kommt 1 *kg* Kornbrot zu stehen, wenn 1 *hl* Korn im Gewichte von 71 *kg* 6 fl. 90 fr. kostet, wenn 100 *kg* Korn 80 *kg* Mehl geben, aus 3 *kg* Mehl 4 *kg* Brot gebacken und für die Feuerung zu dem Preise 10 % dazugerechnet werden?

10) Eine Hagelversicherungs-Gesellschaft nimmt für Prämie und Kosten $\frac{3}{4}$ % von der zu versichernden Summe; wie viel hat ein Landmann an Prämie und Kosten zu zahlen, wenn er den Weizen zu 680 fl., das Korn zu 560 fl., die Gerste zu 250 fl. versichert hat?

11) Ein Schafzüchter hat 1038 Schafe, er verkauft davon die Hälfte und zwar das Stück à 10 $\frac{1}{2}$ fl., unter der Bedingung, daß der Geldbetrag binnen Jahresfrist in vierteljährigen gleichen Raten bezahlt werde; wie viel erhält er vierteljährig?

12) Ein Landwirt läßt durch ein Geschäftshaus 350 *kg* Butter à 85 fr., 248 *kg* Talg à 46 fr. und 215 *kg* Schafwolle à 1 fl. 50 fr. verkaufen und zahlt dafür 1 $\frac{1}{2}$ % Provision; wie groß ist der Reinertrag?

13) Ein Landmann kann seinen Weizenvorrath von 56 *hl* zu Hause à 9 fl. verkaufen; liefert er ihn aber nach dem Wohnorte des Käufers, so erhält er für das *hl* 9 fl. 40 fr.; welcher Handel ist für ihn vortheilhafter, wenn er auf eine zweispännige Fuhr, welche 4 fl. 16 fr. kostet, 14 *hl* laden kann und wenn die Zehrungskosten 2 fl. 72 fr. betragen?

14) A pachtet 12 *ha* Ackergrund gegen 93 $\frac{3}{8}$ fl. Pachtzins von jedem *ha*; wenn er nun von dem Ertrage 29 *hl* Weizen à 9 fl. 45 fr. und 24 *hl* Korn à 6 fl. 80 fr. verkauft; wie viel Geld fehlt ihm noch zur Bezahlung des Pachtzinses?

15) Wie groß ist der Wert eines Landgutes, das 42.36 *ha* Acker, 14.75 *ha* Wiesen, 32.88 *ha* Waldungen und 3.26 *ha* Hutweiden hat, wenn die Gebäude 10845 fl. wert sind, wenn ferner der jährliche Reinertrag von 1 *ha* Ackergrund mit 41 fl. 20 fr., von 1 *ha* Wiesen mit 28 fl. 75 fr., von 1 *ha* Waldung

mit 19 fl. 50 fr. und von 1 ha Hutweiden mit 3 fl. 40 fr. angenommen und wenn dieser Reinertrag zu 5% capitalisirt wird?

16) Ein Besitzer kauft einen Weingarten von 4.48 ha zu 14½ fl. das a; 1 ha liefert jährlich im Durchschnitte 13 hl Wein, den man à 16 fl. verkaufen kann; wie groß ist das jährliche Weinerträgnis, und mit wie viel % verzinset sich die Kaufsumme, wenn die Bearbeitungskosten 45% von dem Werte des jährlich erzeugten Weines betragen?

b.

17) Die Nahrhaftigkeit eines Futterstoffes im Verhältnis zur Nahrhaftigkeit des Wiesenheues heißt der Heuwert des erstern. Wenn nun 100 kg gutes Wiesenheu dem Nahrungswerte nach gleich sind:

150 kg Erbsen= oder	90 kg Kleeheu
Wickenstroh,	40 „ Hafer,
200 „ Gersten= oder	200 „ Kartoffeln,
Haferstroh,	300 „ Runkelrüben,
250 „ Weizenstroh,	450 „ Wasserrüben,
300 „ Roggenstroh,	450 „ Grünfutter;

wie groß ist der Heuwert jedes dieser Futterstoffe?

Der Heuwert des Erbsenstrohes ist $\frac{100}{150} = \frac{2}{3}$,
 „ „ „ Kleeheues „ $\frac{100}{90} = 1\frac{1}{9}$.

18) 1 q Heu kostet 3 fl.; wie hoch müsste der Preis für 1 q jedes der oben angeführten Futterstoffe mit Rücksicht auf dessen Heuwert angenommen werden?

19) Das Rind braucht täglich soviel Heu oder Heuwert als $\frac{1}{30}$ seines Lebendgewichtes beträgt, also auf je 100 kg Lebendgewicht $3\frac{1}{3}$ kg Heu; wie groß ist hiernach der jährliche Futterbedarf für 10 Kühe und 4 Ochsen, wenn jede Kuh im Durchschnitte 400 kg und jeder Ochse 500 kg Lebendgewicht hat?

20) Ein Landwirt braucht für seinen Viehstand jährlich 824 q Heu; wie viel ha Wiesen benöthigt er zur Deckung

dieses Heubedarfes, wenn das *ha* durchschnittlich 32 *q* Heu liefert?

21) Eine Wiese von $15\frac{2}{5}$ *ha* liefert pr. *ha* $33\frac{1}{2}$ *q* Heu; wie viele Fuhren à 10 *q* sind dies, und welchen Raum nimmt das Heu auf dem Heuboden ein, wenn 1 *q* Heu $\frac{25}{26}$ *m*³ Raum einnimmt?

22) Frisch eingebrachtes Heu verliert in den ersten 5 Monaten $11\frac{1}{2}$ % seines Gewichtes; a) auf wie viel werden sich 324 *q* frisches Heu nach 5 Monaten vermindert haben, b) was ist vortheilhafter, frisches Heu pr. *q* für 2 fl. 50 fr. oder nach fünfmonatlicher Lagerung für 3 fl. zu verkaufen?

23) 10 Rinder verzehren täglich 70 *kg* Heu, 40 *kg* Futterstroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert) und 200 *kg* Stoppelrüben ($\frac{1}{5}$ Heuwert); wie viel *kg* Heuwert bekommt 1 Rind täglich?

24) Folgende Salzportionen haben sich als der Gesundheit und dem Gedeihen der Thiere am zuträglichsten erwiesen: für ein Pferd wöchentlich 7 *dek*, für ein Rind 12 *dek*, für ein Schaf 3 *dek*; wie groß ist hiernach der jährliche Salzbedarf für 8 Pferde, 18 Rinder und 125 Schafe?

c.

25) Jede Kuh braucht täglich auf 100 *kg* Lebendgewicht $3\frac{1}{3}$ *kg* Heuwert; wenn nun eine 400 *kg* schwere Kuh täglich 18 *kg* Runkelrüben ($\frac{1}{3}$ Heuwert) und 4 *kg* Haferstroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert) bekommt, wie viel muß man ihr noch Heu geben?

26) Eine andere Kuh hat 500 *kg* Lebendgewicht und bekommt täglich 6 *kg* Heu, 14 *kg* Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Heuwert) und 10 *kg* Futterstroh ($\frac{2}{5}$ Heuwert); erhält sie die genügende Nahrung?

27) Ein Landwirt hat 5 Kühe, deren Lebendgewicht 350, 400, 450, 480 und 500 *kg* beträgt; wie theuer kommt der monatliche Unterhalt derselben, wenn von der erforderlichen

Futtermenge $\frac{2}{5}$ in Heu, $\frac{2}{5}$ in Gersten- oder Haferstroh und $\frac{1}{5}$ in Kartoffeln verabreicht wird und wenn 1 *q* Heu 3 fl., 1 *q* Stroh 2 fl. 40 fr. und 1 *hl* Kartoffeln im Gewichte von 85 *kg* 3 fl. 50 fr. kostet?

28) Eine Kuh verbraucht die Hälfte des Gesamtfutters zu ihrer Erhaltung, $\frac{5}{12}$ zur Erzeugung von Milch und $\frac{1}{12}$ zur Bildung des Kalbes; wenn nun eine Kuh 350 *kg* wiegt, wie viel *kg* Heuwert verbraucht sie jährlich und wie viel *kg* davon erzeugen Milch?

29) Man nimmt an, daß jedes *kg* Heuwert von dem zur Milcherzeugung verwendeten Futter 1 *kg* Milch gibt; wie viel *l* Milch kommen auf 100 *kg* des Gesamtfutters, wenn 25 *l* Milch 26 *kg* wiegen?

Auf 1 *kg* Gesamtfutter kommen $\frac{5}{12}$ *kg* Futter zur Milcherzeugung, also $\frac{5}{12}$ *kg* Milch; auf 100 *kg* Gesamtfutter kommen daher $\frac{5}{12} \times 100 = 41\frac{2}{3}$ *kg* Milch $= 41\frac{2}{3} \times \frac{25}{26}$ *l* Milch, somit nahe 40 *l*.

30) Wenn man auf 100 *kg* verfüttertes Heu 40 *l* Milch rechnet, wie viel Milch gibt bei guter Fütterung jährlich eine Kuh, welche 450 *kg* Lebendgewicht hat?

31) Wenn der *q* Heu 3 fl. kostet, wie hoch berechnet sich der Preis für 1 *l* Milch unter der Voraussetzung, daß die Wart- und Pflegekosten durch den von der Kuh erhaltenen Dünger gedeckt werden?

32) 10 *l* warme Süßmilch geben im Durchschnitte nach 30 Stunden 1 *l* Rahm und 9 *l* abgerahmte Milch; wie viel ist 1 *l* Süßmilch wert, wenn 1 *l* Rahm 34 fr. und 1 *l* abgerahmte Milch 9 fr. kostet?

33) 30 *l* Milch geben 1 *kg* Butter und 27 *l* abgerahmte Milch; wenn nun eine Kuh in 1 Jahre 1800 *l* Milch gab, wie viel beträgt a) der Erlös, das *kg* Butter zu 95 fr. und das *l* abgerahmte Milch zu 9 fr. gerechnet; b) wie groß wäre die Einnahme beim Verkaufe der Süßmilch à 12 fr. pr. *l*?

34) A berechnet die jährlichen Unterhaltskosten einer Kuh, die er für 106 fl. kaufte, folgendermaßen:

Zins aus dem Ankaufswerte à 5 0/0	fl. . . fr.
Abnutzung am Wert der Kuh à 8 0/0	
Futter: 45 q Heuwert à 2 fl. 80 fr.	
Wartkosten für je 100 verfütterte kg Heum. 21 fr.	
10 kg Salz à 18 fr.	
Unterhaltung des Inventars	1 „ 45 „

Streu, Stallzins u. dgl. deckt der Wert des Düngers.

a) Wie viel betragen sämtliche Auslagen?

b) Wenn die Einnahme 1900 l Milch à 12 fr. liefert, wie groß ist der Gewinn?

35) Ein Kalb braucht zu seiner Erhaltung täglich $1\frac{2}{3}$ kg Futter auf je 100 kg Lebendgewicht; der übrige Theil des Gesamtfutters wird als Nutzfutter zur Gewichtszunahme des Körpers verwendet, und zwar erzeugen je 10 kg Nutzfutter im Durchschnitte 1 kg Körper-Gewichtszunahme. Wenn nun ein Kalb mit durchschnittlich 75 kg Lebendgewicht durch 20 Tage täglich 14 kg Heuwert erhielt, um wie viel kg hat es in dieser Zeit an Gewicht zugenommen?

Erhaltungsfutter $1\frac{2}{3}$ kg $\times \frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}$ kg; Nutzfutter $14 - 1\frac{1}{4} = 12\frac{3}{4}$ kg, in 20 Tagen $12\frac{3}{4} \times 20 = 255$ kg; Gewichtszunahme $255 \text{ kg} : 10 = 25\frac{1}{2}$ kg.

36) A rechnet auf seine 600 kg schweren Ochsen im Durchschnitt täglich 3 kg Heuwert auf je 100 kg des Lebendgewichtes während der Arbeitszeit, im Winter aber und an Tagen, wo sie nicht zur Arbeit verwendet werden, nur $2\frac{1}{2}$ kg; wie groß ist der jährliche Futterverbrauch für einen Ochsen, wenn man im Jahre 200 Arbeitstage annimmt?

37) A will 1 Paar Ochsen, deren jeder 500 kg Lebendgewicht hat, mästen; er gibt ihnen täglich 50 kg Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Heuwert), 11 kg Heu, 4 kg Stroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert) und 1 kg Ölkuchen = 2 kg Heuwert; a) wie viel kg Heuwert erhält 1 Ochse täglich; b) wie viel beträgt dessen Gewichtszunahme nach 105 Tagen Mastzeit, wenn man annimmt, daß je 100 verfütterte kg Heuwert einen Zuwachs von 4 kg Fleisch und Fett erzeugen?

d.

38) Das tägliche Futter eines Pferdes kann auf je 100 *kg* Lebendgewicht mit $3\frac{1}{2}$ *kg* (etwas mehr als beim Kinde) angenommen werden; wie viel kostet das jährliche Futter zweier Pferde à 500 *kg* Lebendgewicht, wenn 100 *kg* Heuwert in guter Mischung auf 3 fl. zu stehen kommen?

39) Ein Pferd erhält täglich 6 *kg* Heu, 2 *kg* Hafer ($2\frac{1}{2}$ Heuwert) und 6 *kg* Stroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert); a) wie viel *kg* Heuwert erhält es täglich, b) wie viel kostet das jährliche Futter, wenn 100 *kg* Heu mit 3 fl., 1 *hl* Hafer im Gewichte von 46 *kg* mit 3 fl. 50 fr. und 100 *kg* Stroh mit 1 fl. 40 fr. bezahlt werden?

40) Die jährlichen Unterhaltskosten zweier Ackerpferde betragen:

Bon 300 fl. Wertscapital 5 0/0 Zinsen und			
10 0/0 Abnutzung	fl.	.	fr.
Bon 250 fl. Stall-, Fuhr- und Ackergeräthen			
5 0/0 Zinsen und 20 0/0 Abnutzung . .			
Hufbeschlag	15	"	— "
Zinsen und Kosten der Stallung	18	"	— "
Futter: 60 <i>hl</i> Hafer à 3 fl. 50 fr. . . .			
40 <i>q</i> Heu à 3 fl.			
18 <i>q</i> Stroh à 1 fl. 50 fr.			
Salz und Stallbeleuchtungs-Antheil . . .	5	"	— "
Wartung	40	"	— "
	Summe		
Hievon der Düngewert von 150 <i>q</i>			
à 20 fr.	fl.	.	fr.
abgezogen, bleiben als Pferdehaltungskosten . .	fl.	.	fr.

41) Jemand hat 4 Pferde, mit denen er an jedem Werk-tage 10 fl. verdient; das Futter kostet täglich 3 fl. 60 fr., Stallzins, Unterhaltung des Knechtes und Fuhrwerkes erfordern $\frac{2}{5}$ des Verdienstes nach Abzug der Fütterungskosten; wie viel reinen Verdienst hat er in einer Woche?

42) Bei der Schweinezucht wird der Nahrungswert der Futterstoffe als Milchwert dargestellt; wie viel kostet das monatliche Futter eines halbjährigen Schweines, das täglich 4 kg Kartoffeln = 2 kg Milchwert, und $\frac{1}{4}$ kg Kleie = $\frac{1}{2}$ kg Milchwert erhält, wenn 1 kg Milchwert zu 5 fr. gerechnet wird?

43) Ein Mastschwein mit 50 kg erhielt täglich 8 kg gekochte Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Milchwert) und $1\frac{1}{2}$ kg Schrot (2 Milchwert); wenn nun 12 kg Milchwert 1 kg Gewichtszunahme im Werte von 50 fr. erzeugen, a) wie viel beträgt das nach 100 Fütterungstagen erreichte Lebendgewicht, b) wie groß ist sodann der Wert des Schweines?

44) Ein Schwein wog lebend 125 kg und lieferte geschlachtet 95 kg Fleisch und Fett; a) wie viel % des Lebendgewichtes beträgt das Schlächtergewicht, b) wie theuer wurde das Schwein verkauft, wenn das kg Schlächtergewicht à 64 fr. gerechnet wird?

45) Bei einem gemästeten Schweine wiegen die beiden Schinken durchschnittlich $\frac{1}{5}$ des Schlächtergewichtes; wenn nun ein Schwein 110 kg Lebendgewicht hat und 100 kg Lebendgewicht 75 kg Schlächtergewicht geben, a) wie viel wiegen die beiden Schinken, b) wie groß wird ihr Gewicht nach dem Räuchern, wenn sie dadurch 20% am Gewichte verlieren, c) wie viel sind sie sodann wert, das kg zu 80 fr.?

46) 150 Schafe, auf jedes $1\frac{1}{2}$ kg Heuwert täglich gerechnet, erhalten ihr Futter in folgender Mischung: 100 kg Sommerstroh ($1\frac{1}{2}$ Heuw.), 10 kg Hafer (2 Heuw.) und das übrige in Heu; wie viel Heu erhalten sie täglich?

47) Ein Ort hat 12 ha natürliche Schafweide à 800 kg Heuwert; wie lange können darauf 50 Schafe ernährt werden, wenn man auf 1 Schaf täglich $1\frac{1}{2}$ kg Heuwert rechnet?

48) Der Bedarf an Streustroh wird mit $\frac{1}{5}$ von dem Gewichte des verfütterten Heuwertes angenommen; wie viel Streu ist täglich für 4 Kühe erforderlich, wenn diese zusammen 26 kg Heu, 12 kg Gerstenstroh ($\frac{1}{2}$ Heuwert) und 60 kg Zuckerrüben ($\frac{2}{5}$ Heuw.) bekommen?

49) Die Menge des erzeugten Düngers ist doppelt so groß als die Summe aus dem Gewichte des verfütterten Heuwertes und der Streu; wenn nun ein Ökonom für sein Vieh bei der Stallfütterung in 1 Jahr 225 q Heuwert verbrauchte, a) wie viel kg Streustroh waren erforderlich, b) wie viel Fuhren Dünger à 7 q bekam er?

50) Wie viel Dünger kann man bei der Stallfütterung erzeugen, wenn 250 q Heu, 35 q Kartoffeln ($\frac{1}{2}$ Heuw.), 45 q Kleeheu ($1\frac{1}{9}$ Heuw.) und 14 q Hafer (2 Heuwert) verfüttert werden?

51) A gibt im Durchschnitt einem Pferd täglich 3 kg Hafer ($2\frac{1}{2}$ Heuw.) und 11 kg Heuwert in andern Futterstoffen nebst 4 kg Streu; wie viel beträgt der jährliche Stalldünger von einem Pferd, wenn man bei 240 Arbeitstagen $\frac{1}{3}$ Düngerverlust in Abrechnung bringt?

52) Ein Landmann bedüngt zwei Stück Äcker à 50 a von gleicher Güte, das eine mit 80 q Dünger à 20 fr., das andere mit 24 q Jauche à 50 fr.; von dem ersten erntet er $10\frac{1}{2}$ q Roggenkörner und 25 q Stroh, von dem zweiten $13\frac{1}{2}$ q Roggen und 30 q Stroh; wenn man nun 100 kg Roggen zu 10 fl. und 100 kg Stroh zu 1 fl. 60 fr. rechnet, wie groß ist in jedem Falle der Ertrag von 1 a Ackerland?

53) Zum bessern Wachsthum des Kleeß überstreut man die aufgegangene Saat mit Gips und benützt dazu auf 1 a $3\frac{1}{4}$ kg; a) wie hoch kommt diese Gipsdüngung für ein Feld von 2 ha Aussaat, wenn 100 kg Gips 1 fl. 20 fr. gilt und man zum Gipsen einen Tagelöhner à 70 fr. 3 Tage lang braucht; b) wie viel Kleeheu wird man erzeugen, wenn die Gipsdüngung den Ertrag um 15 % steigert und wenn ohne dieselbe 6500 kg veranschlagt wurden?

f.

54) Drei Landwirte besitzen $5\frac{3}{5}$ ha nebeneinanderliegende sehr nasse Wiesen, die sie mittels Thonröhrenleitungen (Drainage) entwässern wollen. Sie lassen 30, je 10 m von einander entfernte Gräben ziehen, jeden 180 m lang, 1 m tief, unten 3 dm, oben $4\frac{1}{2}$ dm breit, und brauchen für die ganze Abzugsleitung 18000 Thonröhren von 3 dm Länge, das Tausend zu 20 fl.; das Aufwerfen der Gräben, das Legen der Röhren, das Bedecken und das Zuwerfen derselben kostet 15 fr. für das laufende m. Wenn nun 1 ha, von dem man früher 30 q Heu à 2 fl. 60 fr. bekam, jetzt 35 q, und zwar besseres Heu à 2 fl. 80 fr. liefert, a) mit wie viel % verzinset sich das Anlagecapital, b) nach wie viel Jahren wird dasselbe durch den Mehrertrag der Wiesen gedeckt sein, c) wie viel ist jetzt 1 ha mehr wert, wenn man den Mehrertrag als 5 % Zinsen betrachtet?

55) 3 gute Mäher können in 1 Tag 1 ha Wiesenland abmähen; zum Zerstreuen der Schwaden genügt 1 Person auf 3 Mäher, was zusammen auf 1 ha 4 Arbeitstage gibt. Zu den übrigen Arbeiten, als: Wenden, Schobern, Wiederzerstreuen und Bildung der Ladungshaufen sind auf 1 ha 12 Arbeitstage erforderlich. Wenn nun 1 Arbeitstag (Manns- und Weibertag durchschnittlich) 62 fr. kostet, a) wie hoch belaufen sich die Kosten des Mähens und Heumachens für $8\frac{1}{2}$ ha Wiesenland, b) wie hoch kommen die Kosten für 1 q Heu, wenn der Ertrag pr. ha 35 q ist?

56) Wie groß ist der Reinertrag eines a Wiesenland, wenn eine Wiese von $3\frac{3}{5}$ ha 108 q Heu à 2 fl. 60 fr. liefert und außer den Arbeitskosten bei der Heuernte im Betrage von 35 fl. 92 fr. noch die Ausgaben für Reinigung der Abzugsgräben mit 4 fl. 28 fr. und der Zins des Wertcapitals von 2400 fl. à 5 % in Abrechnung kommen?

57) Das Pflügen eines Ackers von 1 ha erfordert 7 zweispännige Zugtage, 7 Manns- und ebensovielen Weibertagelöhne;

wie viel kostet das Pflügen eines *ha*, wenn 1 Pferdearbeitstag auf 1 fl. 60 fr., 1 Mannstag auf 75 fr. und 1 Weibertag auf 45 fr. zu stehen kommt?

58) Ein Landwirt erntet von 8 *ha* Landes, mit Gerste bepflanzt, pr. *ha* 19 *hl* Gerste, und lagert die Frucht 6 Monate lang; wie viel beträgt der Verlust an Gewicht, wenn die Gerste innerhalb dieser Zeit um 2 % schwindet und wenn 1 *hl* Gerste 64 *kg* wiegt?

59) 100 *kg* Weizen enthalten an Nahrungstoff 83.4 *kg* und 100 *kg* Kartoffeln 16.7 *kg*; 1 *hl* Weizen wiegt 76 *kg*, 1 *hl* Kartoffeln 84 *kg*; welches der beiden Producte kommt mit Rücksicht auf seinen Nahrungsgehalt theurer zu stehen, wenn 1 *hl* Weizen 9 fl. 20 fr. und 1 *hl* Kartoffeln 3 fl. 50 fr. kostet?

60) A kauft $2\frac{3}{10}$ *ha* Korn auf dem Halme für 350 fl. Er hat zum Schneiden 14 Schnitterinnen durch 2 Tage à 45 fr. täglich; für das Einfahren bezahlt er 14 fl. 50 fr. und zum Dreschen nimmt er 8 Tage lang 6 Arbeiter, à 75 fr. täglich. Wenn er nun im ganzen 40 *hl* Korn und 72 *q* Stroh erhält, wie theuer kommt ihm 1 *hl* Korn, da das Stroh zu 1 fl. 40 fr. pr. *q* verkauft werden kann?

61) Ein *ha* Landes mit Weizen bebaut, erfordert folgenden Aufwand: $2\frac{1}{2}$ *hl* Saatfrucht à 9 fl. 20 fr., 22 Zugviehtage à 2 fl. 50 fr. und 60 Handarbeitstage à 60 fr.; wie groß ist der Reinertrag, wenn man davon 15 *hl* Körner à 9 fl. und 20 *q* Stroh à 1 fl. 40 fr. erntet und die 5 % Zinsen des Wertcapitals von 800 fl. in Abrechnung bringt?

g.

62) **Inventar** *) eines Bauerngutes am 1. Jänner 1884.

A. Activ-Vermögen.		fl.	fr.
I. An barem Gelde		85	50
II. An liegenden Gründen:			
12 ha 84 a Ackerland			
4 " 75 " Wiesen			
5 " 30 " Waldungen			
1 " 56 " Hutweiden und			
— " 18 " Bau-Area			
zusammen . . ha . . a,			
welche sammt den Wohn- und Wirt-			
schaftsgebäuden geschätzt sind auf . . .	8500		
III. Hausgeräthe im Werte von	348		
IV. Landwirtschaftliche Geräthe im Werte v.	450		
V. Nutzvieh im Werte von	1542		
VI. Vorräthe an landwirtschaftlichen Erzeug-			
nissen im Werte von	664		
VII. Ausstehende Forderungen	955		
Summe des Activ-Vermögens			
B. Passiv-Vermögen.			
I. Ein Capital von	1845		
II. Laufende Schulden	280		50
Summe des Passiv-Vermögens			
C. Reines-Vermögen			

*) Was jemand an Geld oder andern Gegenständen, die Geldeswert haben, besitzt oder von andern zu fordern hat, heißt sein **Activ-Vermögen** (Activa); was er andern schuldig ist, heißt sein **Passiv-Vermögen** (Passiva). Zieht man von dem **Activ-Vermögen** das **Passiv-Vermögen** ab, so heißt der Rest das **reine Vermögen**.

Die Verzeichnung und Wertbestimmung sämtlicher Bestandtheile des **Activ-** und **Passiv-Vermögens**, wie dieselben zu einer bestimmten Zeit vorgefunden wurden, heißt **Inventar** oder **Inventur**.

63) Nachweis über den **Rohertrag** des Bauerngutes im Jahre 1884.

I. Ertrag aus dem Ackerland.				fl.	fr.
1. Weizen,	32 <i>hl</i>	à	9 fl.	.	.
2. Korn,	86 "	à	7 fl.	.	.
3. Gerste,	44 "	à	5 fl.	.	.
4. Hafer,	45 "	à	3 fl.	50 fr.	.
5. Erbsen,	2 "	à	20 fl.	.	.
6. Linen,	3 "	à	14 fl.	.	.
7. Kartoffeln,	186 "	à	3 fl.	.	.
8. Rüben,	68 "	à	3 fl.	.	.
9. Kraut,	55 "	à	3 fl.	.	.
10. Flachs,	350 <i>kg</i>	à	36 fl.	pr. <i>q</i> .	.
11. Stroh,	350 <i>q</i>	à	1 fl.	40 fr.	.
12. Kleeheu,	320 <i>q</i>	à	2 fl.	80 fr.	.
II. Ertrag aus dem Wiesenland.					
Heu,	420 <i>q</i>	à	2 fl.	60 fr.	.
III. Ertrag aus den Waldungen.					
Brennholz,	57 <i>m</i> ³	à	4 fl.	20 fr.	.
IV. Ertrag aus dem Stalle.					
1. Milch,	9000 <i>l</i>	à	12 fr.	.	.
2. Kälber,	4 Stück	à	32 fl.	.	.
3. Dünger,	840 <i>q</i>	à	20 fr.	.	.
Summe					

64) Nachweis über den **Verkauf** *) der landwirtschaftlichen Erzeugnisse im Jahre 1884.

I. Aus dem Ertrage des Ackerlandes.				fl.	fr.
20	hl	Weizen	à 9 fl.	fl.	
46	"	Korn	à 7 "	"	
26	"	Gerste	à 5 "	"	
56	"	Kartoffeln	à 3 "	"	
					..
II. Aus dem Ertrage des Wiesenlandes.					
84	q	Heu	à 2 fl. 60 fr.		..
III. Aus dem Ertrage der Waldungen.					
20	m ³	Brennholz	à 4 fl. 20 fr.		..
V. Aus dem Ertrage des Stalles.					
125	kg	Butter	à 90 fr.	fl. . .	fr.
4	Kälber	à 32 fl.	" . . . "		..
Summe					..

*) Da von den landwirtschaftlichen Erzeugnissen der größere Theil für die Wirtschaft selbst verwendet werden muß, damit diese in ungeschwächtem Stande erhalten und womöglich verbessert werde, so kann man nur das verkaufen, was nach der Deckung jener Bedürfnisse übrig bleibt.

65) **Rechnungsabschluss** des Bauerngutes für das Jahr 1884.

I. Einnahmen.		fl.	fr.
1. Erlös aus dem Ertrage des Ackerlandes .	800	..	
2. " " " " des Wiesenlandes	218	40	
3. " " " " der Waldungen .	84	..	
4. " " " " des Stalles . .	240	50	
5. Für rückgezahlte Forderungen	318	45	
6. Verschiedene kleinere Einnahmen	20	..	
Summe der Einnahmen		..	
II. Ausgaben.			
1. Aufwand auf Verbesserung der Grundstücke	55	..	
2. Auf landwirtschaftliche Geräthe	61	40	
3. Für Dienstboten und Tagelöhner	318	50	
4. Auf Steuern und Zuschläge	92	37	
5. Für die Hauswirtschaft	87	75	
6. Für berichtigte Schulden	260	..	
7. Verschiedene kleinere Ausgaben	25	..	
Summe der Ausgaben		..	
Die Einnahmen sind größer als die Ausgaben			
um		..	
Werden hievon die 5 % Zinsen des anfäng-			
lichen Inventarcapitals pr. 10419 fl. mit.		..	
abgezogen, so ergibt sich als Jahresgewinn von			
der Wirtschaft		..	

III. Gewerbliche Rechnungen.

a.

1) Ein Meister hat 18 Gesellen; von diesen bekommen 6 wöchentlich jeder 6 fl., 3 jeder 5 fl. 50 fr., die übrigen jeder 4 fl. 50 fr.; wie viel Lohn hat der Meister jede Woche an alle Gesellen auszusahlen?

2) Nach einem Überschlage wird A mit 4 Gehilfen eine Arbeit in 15 Tagen vollenden; nachdem sie 6 Tage thätig gewesen sind, erhalten sie den Auftrag, die Arbeit in 3 Tagen zustande zu bringen; wie viele Gehilfen müssen noch aufgenommen werden?

3) Jemand versäumt täglich $1\frac{1}{2}$ Arbeitsstunde; a) wie viel Tage zu 10 Arbeitsstunden beträgt die Versäumnis in 5 Jahren à 300 Arbeitstage, b) wie viel hätte er in dieser Zeit verdienen können, wenn die Arbeitsstunde zu 10 fr. veranschlagt wird?

4) Ein Gewerbsmann erhält Rohstoffe im Betrage von 520 fl., zahlbar nach 6 Monaten; er trägt aber am Verfalltage nur 200 fl. ab und zahlt den Rest 4 Monate später, sammt den 5 % Verzugszinsen; wie viel beträgt diese letztere Zahlung?

5) Die Erzeugungskosten eines Fabrikates betragen 75 fl.; welchen Preis wird der Fabrikant dafür ansetzen, wenn er 16 % gewinnen will?

6) Der Reinertrag eines Geschäftes in 1 Jahre betrug 2500 fl.; davon wurden verwendet: auf Miete 400 fl., für die Haushaltung monatlich $62\frac{1}{2}$ fl., für die Feuerung 125 fl., für Kleidung 275 fl., für Verschiedenes 350 fl.; der Rest wurde als Ersparnis hinterlegt. Wie viel % des Reinertrages ist jeder dieser Posten?

b.

7) Ein Müller kauft 84 hl Weizen à 10 fl. 50 fr., das hl im Gewichte von 78 kg; er mahlt daraus 80 % Mehl à 18 fl. 80 fr. pr. 100 kg, und erhält außerdem 15 % Kleie, wovon er je 100 kg zu 5 fl. 50 fr. verkauft; wie viel gewinnt er?

8) Eine Mühle im Werte von 9500 fl. trägt im Durchschnitt jeden Monat 418 fl. ein, die jährlichen Auslagen betragen 656 fl.; wie viel $\%$ reinen Ertrag wirft diese Mühle ab?

9) Wenn 3 kg Mehl 5 kg Teig, und diese 4 kg Brot geben, a) wie viel Mehl braucht der Bäcker, um 100 kg Teig zu machen, b) wie viel, um 100 kg Brot zu erhalten?

10) Ein Bäcker bäckt aus 100 kg Mehl 135 Laib Brot à 1 kg; wie theuer wird er 1 Laib verkaufen, wenn 100 kg Mehl 18 fl. 75 fr. kosten und für Mühe und Feuerung 5 fl. 55 fr. gerechnet wird?

11) Zu 100 kg weiße Zeltchen braucht der Zuckerbäcker 100 kg Zucker für 48 fl. und für 1 fl. 80 fr. Kohlen; wenn er nun 4 Tage Arbeit à 1 fl. 60 fr., ferner für die Abnutzung des Geschirrs 44 fr. und von dem ganzen Betrage 5 $\%$ Zinsen rechnet, wie hoch stellen sich die Erzeugungskosten für 1 kg Zeltchen?

12) Ein Brantweinbrenner hat Spiritus von 46 und 36 Grad; wie viel von jeder Sorte muß er nehmen, um 1 hl von 40 Grad zu erhalten?

13) Einem Wirte kommt das hl Wein sammt Fuhrlohn und Maut auf 32 fl.; wie theuer muß er das l verkaufen, um 25 $\%$ zu gewinnen?

14) Ein Wirt kauft 12 hl neuen Wein à 18 fl. 80 fr., für die Fracht und das Abladen zahlt er 30 fl. 96 fr., an Verzehrungssteuer vom hl 4 fl. 45 fr., die übrigen Auslagen während des Ausschankes betragen 25 fl. 40 fr.; wenn er auf das hl 14 l Abgang rechnet und das l zu 40 fr. ausschänkt, wie viel verdient er an diesem Weine?

c.

15) Ein Metzger kauft einen Mastochsen, dessen Schlächtergewicht (das Gewicht des Fleisches und des Talges) 450 kg ist; davon sind 351 kg Fleisch; wie viel $\%$ des Schlächtergewichtes beträgt a) das Fleisch, b) der Talg?

16) Ein Fleischhauer kauft einen Ochsen für 184 fl.; er erhält von demselben 312 kg Fleisch à 58 fr., 81 kg Talg à 45 fr., 34 kg Haut à 68 fr., aus den Eingeweiden löst er 10 fl. 58 fr.; wie viel % gewinnt er?

17) Ein Fleischhauer schlachtet ein Schwein von 112 kg Lebendgewicht, das er à 60 fr. pr. kg kaufte; er verkauft von demselben 28 kg Speck à 75 fr., die Schinken für 8 fl. 40 fr.; die Würste, wozu er um 48 fr. Salz und Gewürz verwendete, für 12 fl. 20 fr., das übrige Fleisch beträgt 52 kg; wie theuer muß er 1 kg davon verkaufen, um im ganzen 18 fl. 78 fr. zu gewinnen?

18) Wie hoch stellt sich der Preis für 100 kg zerlassenen Talg, wenn 100 kg roher Talg 45 fl. kosten und beim Zerlassen 25 % verloren gehen?

19) Ein Seifensieder braucht zu 100 kg Talglichter 97 kg reines Unschlitt à 56 fr., $3\frac{1}{2}$ kg baumwollenes Dochtgarn à 70 fr. und für 91 fr. Holz; wie hoch kommt ihm 1 kg Talglichter, wenn er 2 fl. Arbeitslohn und 6 % Zinsen von den Ausgaben rechnet?

20) Ein Gerber bezieht 144 Stück Ochsenhäute à 18 fl. 25 fr., die Fracht und Auslagen betragen 58 fl. 68 fr.; wenn nun diese Häute 1450 kg Schmalleder geben und sich die Kosten beim Gerben auf 358 fl. 32 fr. belaufen, wie hoch kommt ihm 1 kg Schmalleder zu stehen?

21) Die Schuhmacher einer Stadt haben wegen der höheren Lederpreise die Preise ihrer Arbeiten um 15 % gesteigert; wenn nun früher ein Paar Stiefel 7 fl. 80 fr. kosteten, welchen Preis werden sie jetzt haben?

22) Zu 12 Paar Damenzeugstiefel braucht der Schuhmacher 3 m Castings à 86 fr., 3 m Leinwand à 78 fr., 1 Haut Sohlleder 14 fl. 74 fr., 2 Schaffelle à 95 fr., 2 Stück Einsaßband à 60 fr., 12 Paar Schnürriemen à 22 fr., für 2 fl. 25 fr. Seide, Zwirn, Wachs, Pech und Hanf, 9 Arbeitstage à 1 fl. 40 fr.; er rechnet für die Abnutzung des Handwerkszeuges 45 fr. und von der sich ergebenden

Summe 10 % Zinsen. Wie hoch kommen die 12 Paar Damenstiefel, wie hoch kommt 1 Paar?

23) Rechnung für Herrn Karl Haas.

1884		fl.	fr.
14. Jänner	für Herrn Haas 1 Paar neue Stiefel	8	40
22. "	" den Sohn 1 Paar Vorschuh .	3	10
22. Febr.	" die Frau 1 Paar Pelzstiefel .	6	50
8. April	1 Paar Stiefel besohlt	1	85
18. Mai	1 Paar neue Zugstiefeletten . .	5	75
25. "	für die Frau 1 Paar Commodschuhe	3	20
20. Juni	" den Sohn 1 Paar neue Stiefel	7	20
	Summe	..	..

24) Ein Handschuhmacher hat bei 1 Duzend Handschuhe folgende Auslagen: 8 Stück zugerichtete gefärbte Ziegenfelle à 1 fl. 20 fr., Nähseide und Knöpfe 60 fr., dem Gesellen 1 fl., Abnutzung an Werkzeug 20 fr.; wie hoch kommt ihm 1 Paar, wenn er zu den Auslagen noch 10 % Zinsen dazurechnet?

25) Ein Bürstenmacher braucht zu 12 Stück Kleiderbürsten 1 kg Borsten à 4 fl., 8 dkg Messingdraht à 15 fr., für 1 fl. 60 fr. Holz und Fourniere, $\frac{1}{8}$ kg Leim à 88 fr., für 12 fr. Lack; ferner rechnet er für die Werkzeuge 35 fr., für Arbeitslohn 1 fl. 60 fr., und 10 % Zinsen und Geschäftskosten; wie hoch stellt sich 1 Stück?

26) Ein Hutmacher macht 12 Stück feine graue Filzhüte; er braucht dazu $1\frac{3}{4}$ kg Kaninchenhaare à 8 fl. 40 fr., für 1 fl. 50 fr. Holz zum Walzen und Bügeln, Leder und Futter für 3 fl. 64 fr., 18 m Band zum Einfassen à 18 fr. und 18 m Band zum Umknüpfen à 30 fr.; als Arbeitslohn rechnet er 14 fl. 80 fr., für die Abnutzung der Werkzeuge 1 fl. und von dem ganzen Betrage 10 % Zinsen; wie hoch kommt 1 Filzhut?

d.

27) Ein Tuchmacher kann 100 *kg* Wolle für 202 fl., zahlbar nach 6 Monaten, oder gegen bare Bezahlung für 199 fl. 35 fr. bekommen; was ist für ihn vortheilhafter, wenn er aus seinem Capital 6 % Zinsen rechnet?

28) Ein Tuchmacher braucht zu 35 *m* Tuch 24 *kg* gewaschene Wolle; wie viel kostet die zu 1 *m* erforderliche Wolle, wenn der *q* ungewaschene Wolle mit 110 fl. bezahlt wird, und durch das Waschen 16 % verloren gehen?

29) Zu einem Beinkleid braucht der Schneider $1\frac{1}{5}$ *m* Tuch à 5 fl. 80 fr., 1 *m* Futter für 36 fr., ferner für 85 fr. Seide, Faden und Knöpfe; wie hoch kommt das Beinkleid, wenn für die Arbeit 1 fl. 50 fr. gerechnet wird?

30) Rechnung über die Erzeugungskosten eines Herrenrockes: $2\frac{1}{2}$ *m* schwarzes Tuch à 5 fl. 60 fr., 1 *m* Wattierleinwand 28 fr., 2 *m* Futter à 36 fr., 2 *m* Orleans à 1 fl. 16 fr., 12 Knöpfe à 6 fr., 4 Knöpfe à 4 fr., für Seide, Faden und Watta 1 fl. 20 fr., Arbeitslohn 4 fl. 50 fr., dazu 10 % Zinsen.

31) Stelle folgenden Conto über gelieferte Näh- und Strickarbeiten zusammen: 1 Duzend Sacktücher gemerkt à 80 fr. pr. Stück; $\frac{1}{4}$ Duzend Nachthemden genäht à 40 fr. pr. Stück; 2 Polsterüberzüge genäht à 12 fr.; verschiedene Wäsche ausgebessert 85 fr.; 1 Unterrock gestickt 3 fl. 20 fr.; ein neues Kleid zugeschnitten und genäht 4 fl. 80 fr.; ein Kleid umgeändert 1 fl. 15 fr.

e.

32) Ein Buchbinder erhält 240 *kg* Pappdeckel à 13 fl. 30 fr. pr. 100 *kg*, die Fracht kostet 2 fl. 70 fr.; wie hoch kommt ihm 1 *kg* zu stehen?

33) Ein Buchbinder bezieht von einem Kaufmanne 4 Ries Papier à $5\frac{1}{2}$ fl. und 50 *kg* Pappdeckel à 34 fr.; er liefert ihm dafür 200 Schreibhefte à 6 fr.; wie viel hat er noch zu zahlen?

34) **Calculation eines Buchbinders** über gefertigte
5 Duzend **Briestaschen** :

	fl.	fr.
6 Felle braunes Schafleder à 1 fl. 10 fr. .		
7 m Futter à 42 fr.		
4 $\frac{1}{2}$ Hefte weißes Papier à 18 fr. . . .		
12 m schmale Rizen à 2 fr.		
5 Duzend Bleistifte à 24 fr.		
Leim und Kohlen		60
Arbeitslohn zu 2 fl. 20 fr. pr. Duzend .		
Verschiedene kleine Zuthaten	1	68
Abnützung der Werkzeuge		40
	..	..
10 % Zinsen aus dem Betriebscapital . .	..	..
5 Duzend Briestaschen kosten	..	..
1 Duzend kommt daher auf . . fl.		
1 Stück " " " " fr.		

35) Ein Buchbinder hat 32 Stück Gebetbücher zu binden; er bedarf dazu 4 Bogen Pappendeckel à 35 fr., für 2 fl. 20 fr. englische Leinwand zum Überziehen, 4 Büchlein Gold à 34 fr. zum Vergolden des Schnittes und zum Titel auf der Rückseite; für verschiedene andere Zuthaten rechnet er nur 24 fr., für die Abnützung der Werkzeuge 28 fr., für 8 Arbeitstage 1 fl. 25 fr. pr. Tag, und für Zinsen, Steuern und Geschäftskosten 9 %. Wie hoch kommt der Einband für die 32 Gebetbücher und wie hoch für 1 Stück?

f.

36) Zu einem Regenschirme kostet dem Fabrikanten das Gestell 92 fr., der Überzug 2 fl. 5 fr., das Überziehen 26 fr.; er liefert ein em Großhändler das Duzend für 46 fl.; wie viel verdient er?

37) Ein Tischler liefert einen Kleiderschrank von Eichenholz; dazu braucht er: 8 m² Eichenholz à 1 fl. 80 fr., 8 $\frac{3}{5}$ m² Tannenholz à 75 fr., hartes Holz zum Rechen für 55 fr., $\frac{1}{2}$ kg Leim à 84 fr., $\frac{1}{2}$ kg Firnis à 1 fl. 4 fr., Nägel und

Schrauben 32 fr., Schloss und Band 2 fl. 50 fr., 14 Arbeitstage à 1 fl. 36 fr. Wie hoch kommt der Schrank, wenn noch 10 % Zinsen dazugerechnet werden?

38) **Conto über Tischlerarbeiten für Herrn Josef Stahl.**

1884		fl.	fr.
3. Jänner	1 Duzend Sessel à 4 fl. 48 fr. .	48	96
8. Febr.	1 neuer Schreibtisch	38	45
20. März	1 Commodekasten	23	80
16. April	1 Waschständer	3	
7. Mai	2 polierte Tische à 8 fl. 24 fr. .	16	48
25. Juni	1 Sofa	95	
	Summe	183	269

39) Ein Glaser erhält 10 Bund à 6 Tafeln Fensterglas, die Tafel 48 dm^2 groß; wie hoch stellt sich 1 dm^2 Fensterglas, wenn das Bund 4 fl. 60 fr., die Fracht und Verpackung 1 fl. 20 fr. kostet?

40) 2 m^3 gelöschter Kalk und 3 m^3 Sand geben 4 m^3 Mörtel; wie viel Kalk und wie viel Sand ist für ein Gebäude in Anschlag zu bringen, das 208 m^3 Mauerwerk enthalten soll, wenn man auf 5 m^3 Mauerwerk 1 m^3 Mörtel rechnet?

41) Um 10 m^3 Mauerwerk in Kalk ohne Verputz aufzuführen, sind für das erste Stockwerk erforderlich: 10 Maurerstage à 1 fl. 45 fr., 26 Handlangertage à 76 fr., 2640 Ziegel à 22 fl. pr. 1000 Stück, 1 m^3 Kalk 6 fl. 50 fr., $1\frac{1}{5} \text{ m}^3$ Sand à 1 fl. 30 fr. und 1 Aufsichtstag 2 fl. 10 fr.; wie hoch belaufen sich die Gesamtkosten für 1 m^3 Mauerwerk?

42) Ein Steinmetz besorgt die Aufstellung von Distanzsteinen auf 10 km in Zwischenräumen von 100 m; wie viel erhält er dafür, wenn er 1 Stein zu 10 fl. 18 fr., für die Beschreibung der Steine mit fortlaufenden Zahlen 18 fl. 60 fr. und für Transport und Aufstellen 38 fl. rechnet?

9.

43) Ein Schmied hat ein Pferd zu beschlagen und braucht dazu 4 Hufeisen, $3\frac{1}{2}$ kg schwer, à 18 fr. pr. kg, 32 Nägel zu 8 fr. das Duzend, und für 16 fr. Kohlen; wie hoch kommt das Beschlagen, wenn für die Arbeit 65 fr. gerechnet wird?

44) Ein Schmied hat 6 Stück Radschuhe zu liefern; für jedes Stück braucht er 7 kg Radschuheisen à 30 fr., wovon durch das Schmieden $\frac{3}{8}$ kg verloren gehen; wie viel verdient er, wenn er für 40 fr. Kohlen verbraucht, für die Abnutzung der Werkzeuge 26 fr. rechnet und das kg fertigen Radschuh zu 40 fr. abgibt?

45) Ein Kupferschmied verkauft 12 Stück Backformen, wovon jedes $\frac{7}{10}$ kg wiegt; wie theuer wird er das Stück abgeben, wenn ihm das kg auf 2 fl. 30 fr. Erzeugungskosten kommt und wenn er auf diese Kosten 15 % aufschlägt?

46) Ein Messerschmied verkauft die Scheren zu 96 fr. das Stück; wie viel % trägt ihm dabei sein Betriebscapital, wenn er zu 1 Duzend Scheren 2 kg Stahl à 50 fr., für 56 fr. Kohlen, für 16 fr. Draht und Schmergel, ferner 6 Tage Arbeit à 1 fl. 50 fr. braucht und für die Abnutzung der Werkzeuge 24 fr. rechnet?

47) Ein Dach soll mit Zinkplatten gedeckt werden, deren jede 1.5 m^2 Fläche einnimmt, von der jedoch bei der Eindeckung für Verschnitt und Falze $\frac{1}{6}$ in Abrechnung zu bringen ist. Das m^2 Rohmaterial kostet 2 fl. 80 fr.; zu jeder Platte braucht der Klempner für 18 fr. Löthzinn, für 7 fr. Kohle, für 6 fr. Nägel und für 9 fr. Haftblech. Wie hoch kommt 1 m^2 fertiges Zinkdach, wenn davon an Arbeitslohn 1 fl. 20 fr. gerechnet wird?

48) Zu 1 Duzend Gießkannen braucht man 60 Tafeln Blech à 14 fr., $\frac{1}{2}$ kg Draht à 42 fr., 1 kg Zinn 1 fl. 84 fr., 4 kg Zügeisen à 20 fr., für 18 fr. Salzsäure und Löthfett und 75 fr. für Kohlen; für die Abnutzung der Werkzeuge rechnet man 40 fr., für 8 Tage Arbeit à 1 fl. 40 fr., für Geschäftsauslagen 10 %. Wie hoch kommt 1 Stück zu stehen?

h.

49) **Voranschlag** zur Errichtung und zum Betriebe eines Tischlergewerbes.

Anlagefonds:		fl.	fr.
1.	Zur Herrichtung der Werkstätte	350	..
2.	An Mobilien zur Errichtung für den Betrieb	400	..
3.	Für Werkzeuge	280	..
Summe			..
Betriebsfonds:			
1.	Mietzins für Wohnung, Werkstätte und Magazin	600	..
2.	Jährliche Steuern und Zuschläge	50	..
3.	Reparaturen an der Wohnung und Werkstätte, 5 % des Mietzinses		..
4.	Reparaturen und Nachschaffungen der Werkzeuge, 25 % der ersten Anschaffung		..
5.	Briefporto und kleinere Auslagen	50	..
6.	Löhnungen für 6 Gesellen à 380 fl.		..
7.	Für die Haushaltung	1200	..
8.	An Materialien	1500	..
Summe			..
Anlage- und Betriebsfonds zusammen			..

Welchen Verkaufswert müssen die in einem Jahre gelieferten Arbeiten haben, damit das Geschäftscapital 10 % trage? Wie viel davon entfällt durchschnittlich auf 1 Monat, wie viel auf 1 Woche?

50) Aus dem Kundenbuche eines Tapezierers.

Conto des Herrn Franz Döles.

1884.		fl.	fr.
10. Juli	Ein Ruhebett sammt Kopf- und Rundpolster, dann 3 Lehnpolster abgebrochen und neu gepolstert, für die Arbeit	7	80
17. "	1 Fauteuil sammt Polster, für die Arbeit	5	45
" "	16 Sessel gepolstert à 1 fl. 10 fr. .		
20. "	Für Putzen der Vorhänge, Reparatur und Aufmachen	5	20
24. "	Zu einem Rohrsessel einen Sitz- und Lehnpolster gemacht	2	36
29. "	Zu den Möbeln: 22 m Leinwand à 48 fr. 18 Gurten à 22 fr. 10 kg Rosshaar à 1 fl. 92 fr. 6 " Berg à 1 fl. 20 fr. Nägel und Spagat	1	80
		S u m m e	
			
Bezahlt mit .. fl. .. fr.			

Salzburg, am 15. August 1884.

Johann Fink,
bürgl. Tapezierer.

51) Nachweis des Vermögensstandes eines Tischlers.

Inventur,

aufgenommen am 31. December 1884.

Activa.

	fl.	fr.
1. An barem Gelde	342	48
2. Einrichtung der Werkstätte	1030	..
3. Vorräthe:		
an Materialien laut Ausweis	780	50
an Möbeln laut Ausweis	450	..
4. Forderungen:		
von Franz Koch, Möbelhändler fl.	95	50
„ Friedrich Pollak, Gastgeber		
in Mödling	128	75
„ Ferdinand Schuller, Möbel-		
händler hier	109	32
Summe der Activa		..

Passiva.**Schulden:**

an Wenzel Gall hier	fl.	204
„ Ignaz Maly in Hieging	„	64·80
„ Josef Schmidt, Kaufmann		
hier	„	117·58
Summe der Passiva		

Activa	fl.	..	fr.
Passiva	„	..	„
reines Vermögen	fl.	..	fr.

IV. Kaufmännische Rechnungen.

a.

1) Ein Kaufmann verkauft das *kg* gebrannten Kaffee für 2 fl. 26 fr.; wie viel nimmt er für 1 *kg* ungebrannten Kaffee ein, wenn durch das Brennen $\frac{1}{6}$ am Gewichte verloren geht und für das Brennen 10 fr. pr. *kg* gerechnet wird?

2) Rechnung über gelieferte Spezereiwaren.

1884		fl.	fr.
3. März	5 <i>kg</i> Kaffee à 1 fl. 80 fr. . . .	..	..
" "	10 " Zucker à 50 fr.	..	..
11. "	2 " Öl à 84 fr.	..	..
" "	6 " Reis à 35 fr.	..	..
24. "	6 " Zucker à 50 fr.	..	..
27. "	10 " Seife à 42 fr.	..	..
	Summe	..	..

3) Ein Kaufmann sieht sich infolge unglücklicher Speculationen genöthigt, seine Zahlungen einzustellen. Seine Passiva belaufen sich auf 38960 fl., seine Activa auf 30675 fl.; a) wie viel $\frac{0}{100}$ der Forderungen erhalten die Gläubiger, b) wie viel erhält A, der 4650 fl. zu fordern hat?

b.

4) Von 4 Ballen Pfeffer ist das Bruttogewicht 312 *kg*, die Tara 2 *kg* pr. Ballen; wie viel beträgt a) das Nettogewicht, b) der Wert à 96 fl. pr. *q*?

5) Wie viel muß man für 480 *kg* Brutto einer Ware bezahlen, wenn 5 $\frac{0}{100}$ Tara und das *kg* Netto à 56 fr. gerechnet wird?

6) A bezieht 3 Fässer Petroleum, Brutto 240 *kg*, Tara 46 *kg*, Gutgewicht $\frac{1}{2} \frac{0}{100}$; wie groß ist der Betrag à 36 fl. pr. *q* Netto?

Gutgewicht ist der Gewichtsabzug, welcher dem Kleinhändler als Entschädigung für den Gewichtsverlust beim Kleinverkauf bewilligt wird.

7) 4 Kisten Dalmatiner-Feigen wiegen Brutto 312 kg, die Tara ist 10 %; wie groß ist der Wert à 24 fl. pr. q?

8) Jemand kauft 84 Gallon Jamaica-Rum à 3 fl. 40 fr. auf 5 Monate Zeit; wie viel wird er dafür contant zahlen, wenn für diese Zeit $2\frac{1}{2}$ % Sconto gerechnet wird?

9) Ein Faß gelbes Wachs, gewogen Brutto 672 kg, Tara 15 %, wird zu 230 fl. pr. q Netto mit 2 % Sconto gekauft; wie viel beträgt die contante Zahlung?

10) Ein Buchhändler hat für 928 fl. 50 fr. Bücher erhalten; wie viel beträgt die Zahlung bei $33\frac{1}{3}$ % Rabatt?

11) 12 Ball. Baumwolle Brutto 2105 kg

Tara 4 % . . . "

. . . . kg

Gutgewicht $\frac{1}{2}$ % . . . "

Netto kg

à 154 fl. pr. 100 Kg fl. . . fr.

Sconto $1\frac{1}{4}$ % " . . "

12) A versichert eine Sendung Waren im Betrage von 16800 fl. von Triest nach Alexandrien à $1\frac{3}{8}$ %? wie groß ist die Affecuranz-Prämie?

13) Wie groß ist die Prämie für versicherte Waren im Werte von 25500 fl. von Smyrna nach Triest à $1\frac{1}{2}$ %?

14) A besorgt den Einkauf von 649 kg Kaffee à 104 fl. pr. q, die Spesen betragen 8 fl. 40 fr., Provision 2 %; wie groß ist der ganze Betrag?

15) Bei einem Warenbetrage von 4082 fl. zahlt der Käufer $\frac{1}{2}$ % Sensarie, und ebenso der Verkäufer; a) wie viel bekommt der Sensal, b) wie hoch kommt die Ware dem Käufer, c) wie viel nimmt der Verkäufer dafür ein?

C.

16) Das kg Kaffee kommt im Einkaufe auf 1 fl. 63 Kr. und wird zu 1 fl. 88 fr. verkauft; wie viel gewinnt man an 340 kg, wenn die Spesen 5 fl. 20 fr. betragen?

17) Ein Krämer erhält 165 *kg* Kaffee à 168 fl. pr. *q* und 86 *kg* à 165 fl.; bei dem ersten Kaffee hat er 2 fl. 84 fr., bei dem zweiten 1 fl. 56 fr. Auslagen; wie viel gewinnt er im ganzen, wenn er das *kg* der einen und der andern Sorte zu 1 fl. 80 fr. verkauft?

18) Ein Getreidehändler kauft 188 *hl* Weizen à 9 fl. 25 fr. und gewinnt beim Verkaufe 12 %; wie viel fl. beträgt der Gewinn?

19) Bei einer Ware, wofür man 260 fl. ausgab, sind 39 fl. gewonnen worden; wie viel % ist der Gewinn?

20) Bei dem Verkaufe einer Ware um 82 fl. werden 6 % gewonnen; wie theuer muß sie verkauft werden, um 10 % zu gewinnen?

21) An einer für 80 fl. pr. *q* eingekauften Ware werden beim Verkaufe 12 % gewonnen; wie viel % werden bei demselben Verkaufspreise gewonnen, wenn der *q* für 85 fl. eingekauft wird?

22) Ein Kaufmann erhält eine Sendung von 250 Weinflaschen, wovon ihm 12 Stück auf 6 fl. 48 fr. zu stehen kommen; beim Auspacken findet es sich, daß 6 Stück gebrochen sind; wie viel % wird er gewinnen, wenn er beim Verkaufe das Stück für 64 fr. abgibt?

23) Ein Kaufmann erhält 18 *q* Kaffee von drei Sorten, wovon ihm der *q* durchschnittlich auf 162 fl. 50 fr. zu stehen kommt; vom besseren Kaffee sind 460 *kg*, vom mittleren 630 *kg*, der Rest ist schlechterer Kaffee. Wenn er nun von dem besseren das *kg* zu 1 fl. 90 fr., von dem mittleren zu 1 fl. 80 fr. und von dem schlechteren zu 1 fl. 72 fr. verkauft; wie viel % gewinnt er?

24) A bezieht aus einer Porzellanfabrik 12 Duzend Teller für 27 fl., und bezahlt außerdem an Fracht 1 fl. 50 fr. und für die Kiste 1 fl. 50 fr.; letztere verkauft er für 1 fl. 20 fr.; wie theuer muß er das Duzend verkaufen, wenn er $\frac{1}{4}$ des Kostenpreises gewinnen will?

25) Von einer Ware werden 57 *g* à 21 fl. 68 fr. gekauft, der Käufer hat 127 fl. 66 fr. Spesen und will an der Ware 159 fl. 60 fr. gewinnen; wie theuer muß er den *g* verkaufen?

26) Ein Tuchhändler kauft 250 *m* Tuch für 900 fl. und hat dabei 5 % Spesen; wie theuer muß er das *m* verkaufen, um einen Gewinn von 12 % zu erzielen?

27) 100 *kg* Ware kosten im Einkaufe 48 fl., die Fracht beträgt 3 fl. 60 fr., an andern Spesen zahlt man 5 % vom Einkaufspreis; wie theuer muß man das *kg* verkaufen, um a) 10 %, b) 15 %, c) 18 % zu gewinnen?

28) Das *kg* einer Ware kann für 48 fr. verkauft werden; wie viel darf man beim Einkaufe für den *g* geben, wenn man 16 % gewinnen will?

29) Bei einer für 799 fl. verkauften Ware mußten 6 % verloren werden; wie viel betrug der Einkaufspreis?

30) In einer Handlung zeigte sich beim Abschlusse der Bücher am Ende des Jahres ein Verlust von 3 %, das schließliche Vermögen belief sich auf 12125 fl.; wie groß war das Vermögen am Anfange des Jahres?

d.

31) Jemand kauft 68 Stück Ducaten à 5 fl. 58 fr. und 26 Achtguldenstücke à 9 fl. 36 fr.; wie viel hat er dafür zu bezahlen?

32) A kauft alte Goldmünzen im Gewichte von 105 *g*, 875 Tausendtheile fein; wie groß ist der Betrag, wenn das *kg* fein Gold zu 1592 fl. gerechnet wird?

33) Wenn Gold gegen Silber 18 % Agio hat, wie viel betragen a) 2340 fl. Silber in Gold b) 3080 Gold in Silber?

34) Am 15. Juni wird ein Wechsel von 1500 fl., zahlbar am 31. August, mit 6 % Discout verkauft; wie viel beträgt a) der Discout, b) der discountierte Wert?

35) Ein am 8. März auf 3 Monate ausgestellter Wechsel pr. 875 fl. wird am 18. April mit $6\frac{1}{2}\%$ discountiert; welchen Wert hat der Wechsel am Kaufstage?

36) Jemand kauft am 5. October einen Wechsel von 1280 fl., zahlbar am 15. November, à $5\frac{1}{2}\%$ Discont; wie viel hat er dafür zu bezahlen?

37) Ein Wechsel auf Amsterdam pr. 2356 fl. holl. Curr. wird zum Kurse von 100 fl. holl. = 99 fl. ö. W. verkauft; wie groß ist der Betrag in ö. W.?

38) Ein Wiener kauft einen Pariser Wechsel von 2386 Franken, Kurs 100 Franken = 48 fl. ö. W.; wie viel hat er dafür zu zahlen?

39) Jemand bezieht aus Mailand 82 kg Seide à 23 Lire und übermacht den Betrag in einem Wechsel, den er zum Kurse 100 Lire = 48 fl. ö. W. kauft; wie viel muß er für den Wechsel bei 1 ‰ Sensarie bezahlen?

40) Wie viel betragen 4 Stück Lose vom Jahre 1864 à 175 fl. und 6 Stück Creditlose à 162 fl.?

41) A verkauft am 23. November 6000 fl. Silberrente zum Kurse von 76% und 4500 fl. Papierrente à 74% ; wie viel erhält er dafür, wenn die Zinsen mit $4\frac{1}{5}\%$ bei der ersteren seit 1. October, bei der letzteren seit 1. August zu vergüten sind?

e.

42) Ein Kaufmann erhält 350 kg Kaffee, 780 kg Zucker und 70 kg Indigo, und zahlt für Fracht 42 fl.; wie viel fl. Frachtkosten kommen auf jeden Artikel?

43) A, B und C legen zu einem Geschäfte 40000 fl. zusammen, und zwar A 20000 fl., B 8000 fl., C den Rest; sie gewinnen 3200 fl.; wie viel erhält jeder davon?

44) Drei Kaufleute haben ein gemeinschaftliches Geschäft unternommen und zusammen 2300 fl. gewonnen; wenn nun A 2000 fl. durch 8 Monate, B 4000 fl. durch 6 Monate und C 8000 fl. durch 5 Monate in dem Gesellschaftsfonde liegen ließ, wie viel von dem Gewinne wird jeder von ihnen erhalten?

45) Ein Mehllhändler vermischt drei Sorten Mehl, nämlich 23 *kg* à 24 fr., 19 *kg* à 21 fr. und 13 *kg* à 18 fr.; er verkauft dann das *kg* zu 22 fr.; wie viel gewinnt er daran?

46) Ein Schnittwarenhändler soll 76 *m* Leinwand von zwei Sorten zu dem Durchschnittspreis von 54 fr. pr. *m* liefern; wenn nun 1 *m* der ersten Sorte 60 fr., der zweiten 50 fr. kostet, wie viel werden von jeder Sorte zuzumessen sein?

47) Wie viel *kg* Kaffee à 1 fl. 80 fr. muß man zu 24 *kg* à 1 fl. 92 fr. mischen, damit man eine Sorte à 1 fl. 88 fr. pr. *kg* erhalte?

48) Wie viel fr. kostet das *kg* einer Ware in Wien (ohne Spesen), wovon das Pfund in Hamburg $1\frac{1}{5}$ Mark kostet, wenn 2 Pfund in Hamburg = 1 *kg* und 100 Mark = 58 fl. ö. W. sind?

49) Den Weizen findet man an verschiedenen Handelsplätzen, wie folgt, notiert: a) in Berlin zu 198 Reichsmark für 1000 *kg*, b) in Paris zu 30 Franken für 100 *kg*, c) in London zu 44 Schilling für 1 Quarter; wie hoch stellt sich hiernach verhältnismäßig in jedem Falle der Preis für 1 *hl* Weizen in fl. ö. W.? (1 *hl* Weizen wiegt 78 *kg*, 100 Reichsmark = 58 fl. ö. W., 100 Franken = 48 fl. ö. W., 10 Pfund Sterling à 20 Schilling = 120 fl. ö. W., 1 Quarter = $2\frac{9}{10}$ *hl*.)

f.

50) Berechne folgende Einkaufsrechnung oder Factura, welche ein Wiener Kaufmann von seinem Commissionär in Triest erhält:

Factura.

Triest am . . .

12 Säcke Mailänder Reis

Brutto 2110 *kg*

Tara 15 "

Netto *kg* à 23 fl. pr. 100 *kg* . . . fl. . . fr.

Spesen:

Säcke, Verpacken . . . 9 fl. 58 fr.

Sensarie $1\frac{1}{2}$ 0/0 . . .	<u> " "</u>	<u> " "</u>
		... fl. . . fr.

Provision 2 0/0 . . .	<u> " "</u>	<u> " "</u>
		... fl. . . fr.

51) Hamburg gibt folgende Factura über 30 Ballen Ingwer:

Factura.

Hamburg am . . .

30 Ballen Ingwer

Brutto 2560 Pfd., Tara . . Pfd. à 2 Pfd. pr. Ballen

.. " Gutgem. . . " à $1\frac{1}{2}\%$

Netto Pfd. à 45 Reichspfennig .. Mark .. Pfenn.

Wiegen, Verpackung, Zeichen 10 " 12 "
.. Mark .. Pfenn.

Provision $1\frac{1}{2}\%$.. " .. "
... Mark .. Pfenn.

52) Der Einkaufspreis einer Ware beträgt 95 fl.; wie hoch berechnet sich der Verkaufspreis derselben, wenn 15% gewonnen, dem Käufer 2% Sconto bewilligt werden sollen und die Verkaufsspesen sich auf 3% belaufen?

53) Ein Prager Getreidehändler lässt in Magdeburg eine Sendung Weizen verkaufen; der Commissionär übersendet ihm hierüber folgende

Verkaufsrechnung:

7560 kg Weizen à 19 Mark pr. 100 kg ... Mark .. Pf.

Fracht 90 Pf. pr. 100 kg .. Mark .. Pfenn.

Messgeld, Trinkgeld zc. 10 " 28 "

Sensarie $1\frac{1}{2}\%$.. " .. "

Provision $2\frac{1}{4}\%$.. " .. "

Reinertrag ... Mark .. Pf.

54) Ein Kaufmann in Lyon gibt über eine Kiste Seidenwaren folgende

Verkaufsrechnung:

8 Stück Satin im Werte von 1826 Franken 46 Cent.

ab 3% Sconto .. " .. "

... Franken .. Cent.

Spesen in Lyon .. 54 " 86 "

Reinertrag ... Franken .. Cent.

g.

55) Aus dem Journal eines Kaufmannes.
März 1884.

Tag		fl.	fr.
1.	Kaufte bar von Heinrich Braun hier 25 Stück Baumwollzeuge à 24 fl. . .	..	..
2.	Josef Kern in Bruck Soll Verkaufte auf 2 Mon. Zeit und sandte ihm 1 Faß Kaffee, 242 kg à 168 .. fl. . . fr. 1 „ Zucker, 235 „ à 46 .. „ . . „	..	..
3.	Johann Parente in Triest Haben Kaufte auf 2 Mon. Zeit und erhielt von ihm 4 Fässer Kaffee, 955 kg à 162	..	..
4.	Verkaufte bar an Friedrich Groß hier 30 kg Blauholz à 15 . . . fl. . . fr. 12 „ Alaun à 22 . . . „ . . „	..	..
5.	Zahlte den heute fälligen Wechsel Ordre Wilhelm Hahn mit	650	—

Das Journal (Tagebuch), auch Prima-Note, enthält die erste Aufschreibung der Geschäftsvorfälle in der Ordnung, in welcher sie stattfinden. Einige tragen in das Journal alle Geschäftsfälle ein, andere nur diejenigen, welche nicht gegen bares Geld abgeschlossen werden, während sie die Bargeschäfte unmittelbar in das Cassabuch, welches als zweites Tagebuch betrachtet wird, aufnehmen.

In Bezug auf die Schuld- und Forderungsposten gilt der Grundsatz: Jeder, der etwas empfängt, ohne einen Gegenwert zu leisten, wird Schuldner oder Debitor; jeder, der etwas gibt, ohne einen Gegenwert zu empfangen, wird Gläubiger oder Creditor genannt. Bei solchen Posten wird im Journal dem Namen des Geschäftsfreundes die Angabe beigefügt, ob er gegen uns Schuldner oder Gläubiger geworden ist, und zwar ersteres durch den Beisatz „Soll“, letzteres durch „Haben“.

3 Soll

März 1884.

Tag		fl.	fr.
1.	Für den Saldo vom Mon. Februar	836	71
3.	" Barzahlung von Friedrich Groß hier	392	96
7.	" Losungsgelder des Gewölbes . .	518	—
9.	" Barsendung von J. Sendtner in Gloggnitz	400	—
14.	" Losungsgelder des Gewölbes . .	365	38
18.	" die Rimesse auf Karl Glanz . .	308	—
19.	" Zahlung von D. Moser hier . .	205	73
21.	" Losungsgelder des Gewölbes . .	422	48
25.	" Barsendung von F. Elsner in Döbling	96	50
28.	" Losungsgelder des Gewölbes . .	460	28
			..
April 1884.			
1.	Für den Saldo vom Monate März	...	..

In das Cassabuch werden alle Geldeinnahmen und Geldausgaben eingetragen.

Das Cassabuch wird auf zwei Seiten unter demselben Folium geführt, d. h. die beiden sich gegenüberstehenden Seiten erhalten die gleiche Seitenzahl. Auf die linke Seite, welche die Überschrift „Soll“ erhält, werden die eingegangenen Gelder als Einnahmen, auf die rechte, mit „Haben“ überschriebene Seite die ausgegebenen Gelder als Ausgaben verzeichnet. Wenn eine Blattseite vollgeschrieben ist, so werden die Summen der Ausgaben gebildet und als „Transport“ auf die nächsten zwei Blattseiten übertragen.

eines Kaufmannes.

März 1884.

Haben 3

Tag		fl.	fr.
1.	Für Barzahlung an H. Braun hier .	600	—
"	" Zins für das Geschäftslocale .	145	—
5.	" die Tratte Ordre W. Hahn .	650	—
10.	" die Wirtschaft	62	—
12.	" gekauften Kaffee	712	35
15.	" Fracht auf Waren aus Triest .	43	66
"	" Steuer	13	78
19.	" Barzahlung an J. Sachs hier .	230	—
20.	" Maculaturpapier	16	—
25.	" Waren von J. Parente in Triest	561	20
27.	" die Wirtschaft	35	—
29.	" Barsendung an J. Heine in Linz	165	—
31.	" Gehalt an den Gehilfen Hess .	50	—
"	" den Saldo	...	—
			..

Das Cassabuch wird am Ende eines jeden Monates abgeschlossen, indem man die Einnahmen und die Ausgaben addiert, die Summe der letzteren von der Summe der ersteren subtrahiert und den Rest, welcher „Saldo“ heißt, als Cassabestand in das Haben einstellt, wodurch sich beiderseits gleiche Summen ergeben. Zuletzt wird, um den wahren Cassastand wieder darzustellen, der Saldo unter dem ersten des nächsten Monates in das Soll auf weitere Rechnung vorgetragen.

2 Soll

Herr Johann Parente

1883		Journ. Pag.		fl.	fr.
Juli	18.	.	Für meine Barzahlung . . .	800	—
Nov.	23.	.	„ seine Tratte Ordre Verch .	1052	45
Dec.	31.	.	„ Saldo auf neue Rechnung .		..
					..

5 Soll

Herr Franz Elsner

1883		Journ. Pag.		fl.	fr.
Juli	14.	.	Für ihm verkaufte Waren . . .	506	82
Aug.	25.	.	„ ihm verkaufte Waren . . .	378	53
				...	..
1884					
Jänn.	1.		Für den Saldo v. vorig. Rechnung	205	35

Das Hauptbuch soll ersichtlich machen, was uns jeder Geschäftsfreund schuldig ist und was er an uns zu fordern hat. Jedem Geschäftsfreunde wird auf zwei gegenüberstehenden Blattseiten ein besonderer Conto eröffnet. Die Posten werden aus dem Journal in bündiger Angabe, welche nur eine Zeile einnehmen soll, und unter Beziehung auf die betreffende Seite des Journals übertragen. Auf die linke mit Soll überschriebene Seite bringt man alle Posten, für welche der Geschäftsfreund unser Schuldner wird; auf die rechte mit Haben überschriebene Seite dagegen die Posten, für welche er unser Gläubiger wird.

eines Kaufmannes.

in Triest.

Haben 2

1883		Journ. Pag.		fl.	fr.
Juli	1.	.	Für den Saldo v. vorig. Rechnung	809	83
Aug.	2.	.	„ von ihm gekauften Kaffee .	847	3
Oct.	18.	.	„ gesendete Farbwaren . . .	59	64
Nov.	23.	.	„ von ihm gekaufte Waren .	573	52
Dec.	11.	.	„ gesendeten Zucker	726	50
					..
884					
Jänn.	1.		Für den Saldo v. vorig. Rechnung	1164	7

in Döbling.

Haben 5

1883		Journ. Pag.		fl.	fr.
Oct.	4.		Für seine Bezahlung	680	..
Dec.	31.		„ Saldo auf neue Rechnung .	...	..
				...	..

Um das Hauptbuch am Ende eines bestimmten Zeitraumes abzuschließen, addiert man in jedem Conto die Beträge im Soll und im Haben und subtrahiert die kleinere Summe von der größeren. Der Unterschied heißt Saldo und wird auf diejenige Seite, wo man die kleinere Summe bekam, eingestellt. Dann werden die Summen auf beiden Seiten gleich.

Kommt der Saldo in das Soll, so zeigt er an, wie viel der betreffende Geschäftsfreund von uns zu fordern hat; der Saldo im Haben dagegen gibt an, was uns der Geschäftsfreund schuldig ist.

Zulezt wird der Saldo, um den frühern Stand der Rechnung wieder herzustellen, auf der entgegengesetzten Seite auf weitere Rechnung vorgetragen.

58) Inventur über das sämmtliche Handelsvermögen eines Kaufmannes, aufgenommen am 31. December 1883.

Activa.		fl.	fr.
1.	Bares Geld	1208	24
2.	Staatspapiere:		
	2500 fl. Papierrente à 66	fl.	fr.
	Rückständige Zinsen	22	75
3.	Warenvorräthe:		
	Laut Waren-Inventur	1856	53
4.	Mobilien im Werte von	580	—
5.	Activ-Forderungen:		
	Von Franz Elsner in Döbling 205 fl. 35 fr.		
	„ Josef Kern in Bruck . 341 „ 72 „		
	„ Karl Streiter hier . 658 „ 40 „		
	Summe des Activ-Vermögens		..
Passiva.			
	Passiv-Schulden:		
	An Johann Parente in Triest 1153 fl. 87 fr.		
	„ Heinrich Braun hier . 492 „ 5 „		
	„ J. Felling in Hamburg. 880 „ 46 „		
	Summe des Passiv-Vermögens		..
	Activa	fl.	fr.
	ab Passiva	„	„
	bleibt reines Vermögen	fl.	fr.

Dritter Abschnitt.

Die Raumgrößenrechnung.

(Rechnungsaufgaben zur geometrischen Formenlehre.)

I. Flächenberechnungen.

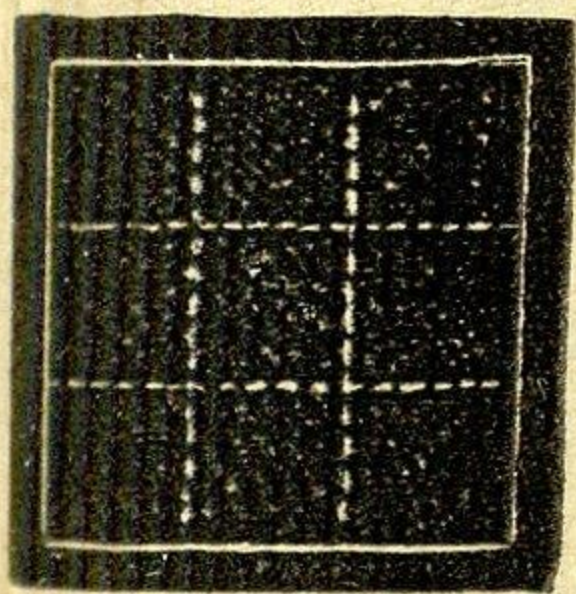
Bei den Flächen handelt es sich um die Berechnung des Umfangs und des Inhaltes.

Der Umfang ist eine Linie und wird durch das Längenmaß gemessen.

Zur Bestimmung des Flächeninhaltes dient das Quadratmaß.

1. Das Quadrat.

1) Die Seite eines Quadrates beträgt 3 dm ; wie groß ist a) der Umfang, b) der Flächeninhalt desselben?



a) Der Umfang beträgt $4\text{ mal } 3\text{ dm} = 12\text{ dm}$.

b) Die Fläche des Quadrates besteht aus 3 Streifen, deren jeder 3 dm^2 enthält; der Inhalt ist also gleich $3\text{ mal } 3\text{ dm}^2 = 9\text{ dm}^2$.

2) Zeichne ein Quadrat, dessen Seite 8 cm beträgt, theile es, wie das obige Quadrat, in cm^2 ; wie viel cm^2 hat es?

Den Flächeninhalt eines Quadrates findet man also, indem man die Maßzahl einer Seite mit sich selbst multipliciert.

3) Die Seite eines Quadrates ist a) 4 m , b) $2\cdot6\text{ m}$, c) $4\cdot35\text{ dm}$, d) $1\text{ m } 5\text{ dm } 37\text{ mm}$, e) $28\frac{3}{4}\text{ cm}$; wie groß ist in jedem Falle der Umfang, wie groß der Inhalt?

4) Der Umfang eines Quadrates ist $18\cdot4\text{ dm}$; wie groß ist a) eine Seite, b) der Inhalt des Quadrates?

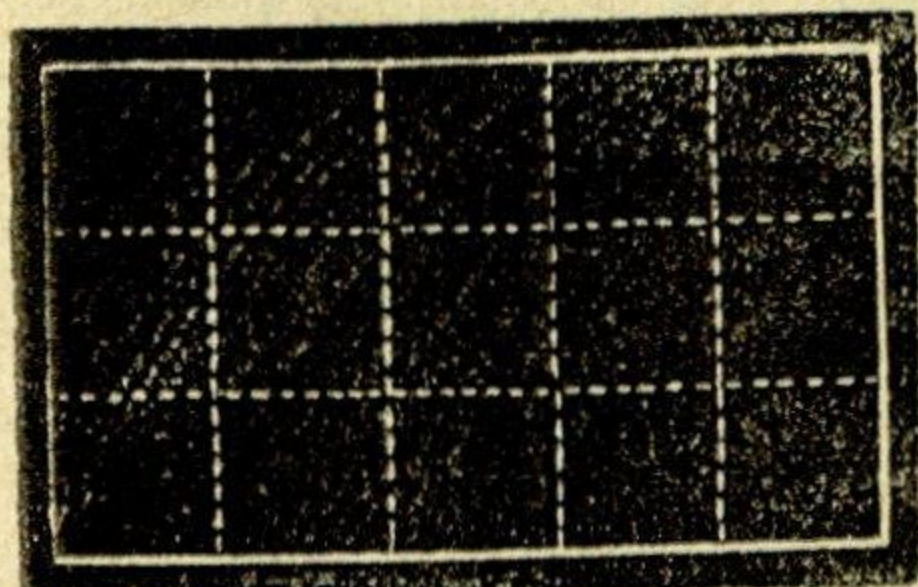
5) An der Fläche eines Quadrates, dessen Seite 48 cm ist, wird der Rand 3 cm breit vergoldet; wie viel cm^2 beträgt die Vergoldung?

6) Der Flächeninhalt eines Quadrates ist 7569 m^2 ; wie groß ist eine Seite desselben?

7) Ein quadratförmiger Acker mißt $1567\text{ m}^2\ 9\text{ dm}^2$; wie lang ist eine Seite desselben?

2. Das Rechteck.

8) Die Grundlinie eines Rechtecks ist 5 m , die Höhe 3 m ; wie groß ist a) der Umfang, b) der Inhalt desselben?



a) Umfang $= 2 \times 5\text{ m} + 2 \times 3\text{ m} = 16\text{ m}$.

b) Theile die Grundlinie in 5, die Höhe in 3 gleiche Theile, so daß jeder Theil 1 m vorstellt. Ziehe dann durch jeden Theilungspunkt eine mit der anstoßenden Seite gleichlaufende Linie, so zerfällt das Rechteck in lauter Quadrate, deren jedes 1 m^2 vorstellt. Wie viele m^2 befinden sich längs der Grundlinie? Wie viele solche Querstreifen von je 5 m^2 kommen längs der Höhe vor? Der Flächeninhalt des Rechtecks ist also $= 3\text{ mal } 5\text{ m}^2 = 15\text{ m}^2$.

9) Zeichne folgende Rechtecke, theile jedes derselben, wie das obige Rechteck, und bestimme den Flächeninhalt:

- a) Grundlinie 6 m , Höhe 2 m ;
 b) " 4 dm " 3 dm ;
 c) " 8 cm " 5 cm .

Den Flächeninhalt eines Rechtecks findet man also, indem man die Maßzahl der Grundlinie (Länge) mit der Maßzahl der Höhe (Breite) multipliciert.

10) Bestimme den Inhalt folgender Rechtecke:

- | | |
|--|--|
| a) Grdl. 12 m , H. 7 m | d) Grdl. $7\cdot2\text{ m}$ H. $4\cdot5\text{ m}$ |
| b) " 35 m , " 23 m | e) " $25\text{ m } 3\text{ dm}$, " $9\text{ m } 8\text{ dm}$ |
| c) " 73 dm , " 48 dm | f) " $1\text{ m } 4\text{ dm } 6\text{ cm}$, " $7\text{ dm } 5\text{ cm}$ |

11) Ein Rechteck ist

- | | | | | |
|-------------------------------|-------|-----------------------------|--------|---|
| a) 126 m | lang, | 78 m | breit; | } wie groß ist der Umfang, wie groß der Inhalt? |
| b) $17\cdot24\text{ m}$ | " | $12\cdot56\text{ m}$ | " | |
| c) $38\text{ m } 7\text{ dm}$ | " | $18\text{ m } 64\text{ cm}$ | " | |
| d) $19\frac{1}{2}\text{ dm}$ | " | $7\frac{3}{5}\text{ dm}$ | " | |

X 12) Der Umfang eines Rechtecks beträgt $43\cdot8\text{ m}$, die längere Seite $12\cdot4\text{ m}$; wie groß ist der Inhalt?

X 13) Der Inhalt eines Rechtecks ist $17\cdot1\text{ m}^2$, die Grundlinie $4\cdot5\text{ m}$; wie groß ist die Höhe?

X 14) Ein Rechteck enthält 8 m^2 45 dm^2 60 cm^2 und ist $1\text{ m } 4\text{ dm}$ breit; wie lang ist es?

$$8\frac{45}{100} / 6\frac{00}{100} \text{ cm}^2$$

$$\begin{array}{r} 4\cdot5 \\ 7\cdot5 \\ \hline 9\cdot2 \end{array}$$

$$1\cdot4 \times 2\cdot8 = 4\cdot8$$

15) Eine Tischplatte ist $1\text{ m } 6\text{ dm } 5\text{ cm}$ lang und $1\text{ m } 3\text{ dm } 8\text{ cm}$ breit; wie groß ist a) ihr Umfang, b) ihr Inhalt?

16) Ein Spiegel mit Rahmen ist $5\text{ dm } 8\text{ cm}$ breit und $8\text{ dm } 2\text{ cm}$ hoch; wie groß ist a) der Umfang, b) der Inhalt der sichtbaren Spiegelfläche, wenn der Rahmen 6 cm breit ist?

17) Wie viel kosten 16 Stück Fourniere von 72 cm Länge und 25 cm Breite, das m^2 zu $3\frac{1}{2}$ fl.?

18) Wie viel a hat eine rechteckige Wiese, welche 158 m lang und 72 m breit ist?

X 19) Ein Landwirt verpachtet ein Stück Land von 126 m Länge und 85 m Breite, das a zu $2\text{ fl. } 12\text{ fr.}$; wie viel Pachtzins erhält er?

20) Ein Hof von 24 m Länge und 18 m Breite soll mit Steinplatten belegt werden, welche 3 dm lang und ebenso breit sind; a) wie viel Platten sind erforderlich, b) wie hoch kommt die Pflasterung, das m^2 zu $7\frac{1}{4}$ fl.?

X 21) Ein Fußboden, welcher $7\cdot 2\text{ m}$ lang und $6\cdot 5\text{ m}$ breit ist, kostet $53\text{ fl. } 88\text{ fr.}$; wie hoch kommt 1 m^2 ?

22) Ein Zimmer ist $8\text{ m } 2\text{ dm}$ lang und $6\text{ m } 5\text{ dm}$ breit, ein anderes $7\text{ m } 4\text{ dm}$ lang und 6 m breit; a) wie groß ist die Bodenfläche beider Zimmer, b) wie viel Bretter sind zur Bedielung derselben erforderlich, wenn jedes Brett $4\cdot 5\text{ m}$ Länge und $2\cdot 4\text{ dm}$ Breite hat und wenn für den Verschnitt 4% hinzugerechnet werden?

23) Ein Zimmer, das $7\cdot 8\text{ m}$ lang, $5\cdot 75\text{ m}$ breit und $3\cdot 6\text{ m}$ hoch ist, soll tapeziert werden; es hat 3 Fenster, jedes 2 m hoch und $1\cdot 2\text{ m}$ breit, und eine Thür von $2\cdot 2\text{ m}$ Höhe und $1\cdot 3\text{ m}$ Breite. Der Tapezierer verwendet dazu 42 cm breite Tapeten, von denen die Rolle (Bahn) von 8 m Länge $1\text{ fl. } 40\text{ fr.}$ kostet, und rechnet für das Ankleben 80 fr. pr. Rolle ; wie hoch kommt die Tapezierung dieses Zimmers?

24) Eine Dachseite, welche ein $16\cdot 8\text{ m}$ langes und $6\cdot 5\text{ m}$ breites Rechteck bildet, soll belattet und dann mit Ziegeln bedeckt werden; a) wie viel Latten von $4\cdot 5\text{ m}$ Länge braucht man dazu, wenn dieselben 2 dm weit von einander aufgenagelt werden; b) wie viel Dachziegel sind erforderlich, wenn jeder Ziegel $1\cdot 4\text{ dm}$ in der Breite deckt?

Handwritten calculations:

$$5 \cdot 12 \times 4 \cdot 5 = 2560$$

$$4 \cdot 5 \times 4 \cdot 5 = 225$$

$$10 \cdot 25 : 2 = 125$$

$$180$$

$$10 \cdot 25$$

25) Durch einen rechtwinkligen Garten von 42 m Länge und 30 m Breite geht mitten nach der ganzen Länge und Breite ein Kreuzweg, der 1.2 m breit ist; wie viel Gartenland bleibt zur Benutzung übrig?

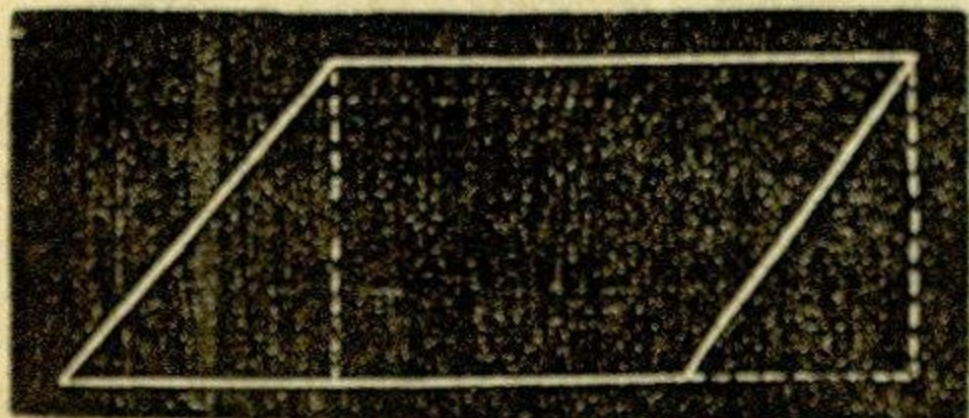
26) Jemand hat zwei gleiche Ackerstücke, jedes 84 m lang und 20 m breit, das eine mit Korn, das andere mit Hafer zu besäen; wie viel von jeder Getreideart braucht er zur Aussaat, wenn man auf 1 ha vom Korn $2\frac{1}{2}\text{ hl}$, vom Hafer aber $3\frac{1}{5}\text{ hl}$ Aussaat rechnet?

27) Zwei Äcker, der eine 36.4 m lang und 30 m breit, der andere 58.8 m lang und 46.4 m breit werden gegen einen dritten Acker, welcher so groß ist als diese beiden und eine Länge von 72 m hat, umgetauscht; wie groß ist die Breite desselben?

28) A hat zwei gleich große Gärten, den einen in Gestalt eines Quadrates von 48 m Seitenlänge, den andern in Gestalt eines Rechteckes, das 36 m breit ist; um jeden dieser Gärten will er eine Hecke anpflanzen; wie viel m wird die Hecke um den rechtwinkligen Garten länger sein als die um den quadratischen?

3. Die schiefwinkligen Parallelogramme. (Rhombus und Rhomboid.)

29) In einem schiefwinkligen Parallelogramme beträgt die Grundlinie 6 m , die Höhe (d. i. die auf die Grundlinie von einem Punkte der gegenüberstehenden Seite gezogene Senkrechte) 3 m ; wie groß ist der Flächeninhalt desselben?



Der Inhalt eines schiefwinkligen Parallelogramms ist ebenso groß als der Inhalt eines Rechteckes, welches mit ihm gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

Man findet daher auch den Flächeninhalt eines schiefwinkligen Parallelogramms, indem man die Maßzahl der Grundlinie mit der Maßzahl der Höhe multipliziert.

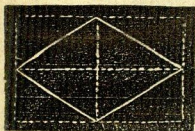
$$\text{Inhalt} = 6 \times 3 = 18\text{ m}^2.$$

30) Berechne den Inhalt folgender schiefwinkliger Parallelogramme (Rauten oder Rhomboide):

- a) Grundl. 35 m, Höhe 28 m | c) Grundl. 5 m 6 dm, H. 3 m 8 dm
 b) " 96.5 m, " 56.2 m | d) " 1 m 26 cm, " 1 m 5 cm

31) Ein Acker von der Gestalt eines schiefwinkligen Parallelogramms hat 4 ha 32 a Inhalt und 450 m zur Grundlinie; wie groß ist seine Höhe?

32) Im Rhombus stehen die beiden Diagonalen senkrecht aufeinander. Wie groß ist der Flächeninhalt eines Rhombus, dessen Diagonalen 6 m und 4 m lang sind?



Der Inhalt eines Rhombus ist die Hälfte von dem Inhalte eines Rechtecks, dessen Grundlinie und Höhe den Diagonalen des Rhombus gleich sind.

Man findet daher den Inhalt eines Rhombus auch, indem man die Maßzahlen der beiden Diagonalen desselben mit einander multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

Derselbe Satz gilt auch von dem Inhalte eines Quadrates; nur sind in diesem die beiden Diagonalen gleich lang.

$$\text{Inhalt des Rhombus} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 m^2$$

33) Wie groß ist der Inhalt eines Quadrates, dessen Diagonalen 3.4 dm und 3.4 dm sind?

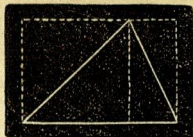
$$\text{Inhalt} = \frac{3.4 \times 3.4}{2} = 5.78 dm^2.$$

34) Eine Tischplatte von 12 dm Länge und 9 dm Breite enthält in der Mitte als Verzierung einen Rhombus, dessen Diagonalen 4 dm und 3 dm sind; um wie viel ist die Tischfläche größer als der Inhalt dieses Rhombus?

4. Das Dreieck.

35) Die Seiten eines Dreiecks sind 35 m 3 dm, 48 m 8 dm und 29 m 5 dm; wie groß ist der Umfang?

36) In einem Dreiecke beträgt die Grundlinie 6 m und die Höhe (d. i. die auf die Grundlinie von dem gegenüberliegenden Scheitel gezogene Senkrechte) 4 m; wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks?



Der Inhalt eines Dreieckes ist die Hälfte von dem Inhalte eines Rechteckes, welches mit ihm gleiche Grundlinie und gleiche Höhe hat.

Den Inhalt eines Dreieckes findet man also, indem man die Maßzahl der Grundlinie mit der Maßzahl der Höhe multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Inhalt des Dreieckes} = \frac{6 \times 4}{2} = 12 \text{ m}^2.$$

37) Berechne den Inhalt folgender Dreiecke:

- a) Grundl. 79m, Höhe 56m | c) G. 43 m 7 dm, H. 35 m 5 cm
 b) " 38'4m, " 27'5m | d) " 8m 4dm 6cm, " 5m 2dm 9cm

38) Wie viel beträgt die Höhe eines Dreieckes, das $28\frac{1}{8} \text{ m}^2$ Inhalt und eine $7\frac{1}{2} \text{ m}$ lange Grundlinie hat?

39) In einem rechtwinkligen Dreiecke stellt die eine Kathete die Grundlinie, die andere die Höhe vor. Bestimme den Inhalt der rechtwinkligen Dreiecke, deren Katheten folgende Länge haben:

- a) 27 m und 16 m | c) 35'6 m und 48'5 m
 b) 39 m " 28 m | d) 9m 7dm 4cm " 7m 2dm 7cm

40) Ein rechtwinkliges Dreieck, dessen eine Kathete 35 m ist, hat 721 m^2 Inhalt; wie groß ist die andere Kathete?

41) Ein Hofraum hat die Form eines Dreieckes, dessen Grundlinie 24'8 m und dessen Höhe 17'5 m beträgt; wie groß ist der Flächenraum des Hofes?

42) Zwei dreieckige Dachflächen (Walme), deren jede 10'5 m zur Grundlinie und 8'2 m zur Höhe hat, sollen mit Schiefer gedeckt werden; wie viel kostet die Schiefereindeckung, wenn man das m^2 zu 2 fl. 35 fr. rechnet?

43) Wie groß ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreieckes, dessen Katheten 1'44 m und 6'4 m sind?

44) Bestimme die Diagonale eines Quadrates, dessen Seite 4'8 dm ist.

45) In einem rechtwinkligen Dreiecke ist

- a) die Hypot. 2997 cm, " eine Kathete 972 cm;
 b) " " 0'2448 m, " " 0'1152 m;
 c) " " 134'749 dm, " " 24'209 dm;
 wie groß ist die zweite Kathete, wie groß ist der Flächeninhalt?

46) Wie lang muß eine Leiter sein, damit sie an einem Gebäude $4\text{ m } 5\text{ dm}$ hoch reiche, wenn sie unten $1\text{ m } 8\text{ dm}$ weit vom Gebäude aufgestellt werden soll?

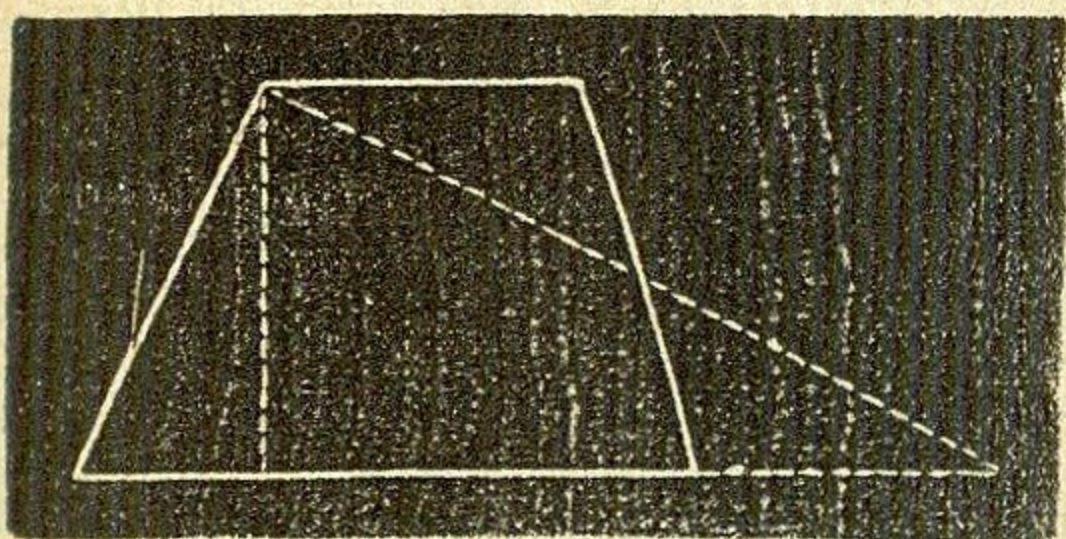
47) Die Seite eines gleichseitigen Dreieckes beträgt a) 3 m , b) 0.74 m , c) $1\text{ m } 4\text{ dm } 5\text{ cm}$; wie groß ist die Höhe, wie groß der Flächeninhalt?

48) In einem gleichschenkligen Dreiecke beträgt die Grundlinie 1.2 m , ein Schenkel 0.61 m ; wie groß ist a) die Höhe, b) der Flächeninhalt?

49) In einem gleichschenkligen Dreiecke ist ein Schenkel 324 cm , die Höhe 215 cm ; wie groß ist a) die Grundlinie, b) der Flächeninhalt?

5. Das Trapez.

50) Die beiden parallelen Seiten eines Trapezes sind 12 m und 6 m lang, die Höhe beträgt 8 m ; wie groß ist der Flächeninhalt?



Der Inhalt eines Trapezes ist ebenso groß als der Inhalt eines Dreieckes, dessen Grundlinie gleich ist der Summe der beiden Parallelsseiten des Trapezes, und welches mit dem Trapeze gleiche Höhe hat.

Den Flächeninhalt eines Trapezes findet man also, indem man die Summe der Maßzahlen der beiden parallelen Seiten mit der Maßzahl der Höhe multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Inhalt des Trapezes} = \frac{(12 + 6) \times 8}{2} = 72\text{ m}^2.$$

51) Berechne den Inhalt folgender Trapeze:

- a) Parallelsseiten 37 m und 30 m , Höhe 18 m ;
 b) " 51.2 m " 68.8 m " 37.5 m ;
 c) " $18\text{ m } 24\text{ cm}$ " $11\text{ m } 72\text{ cm}$, " $10\text{ m } 75\text{ cm}$.

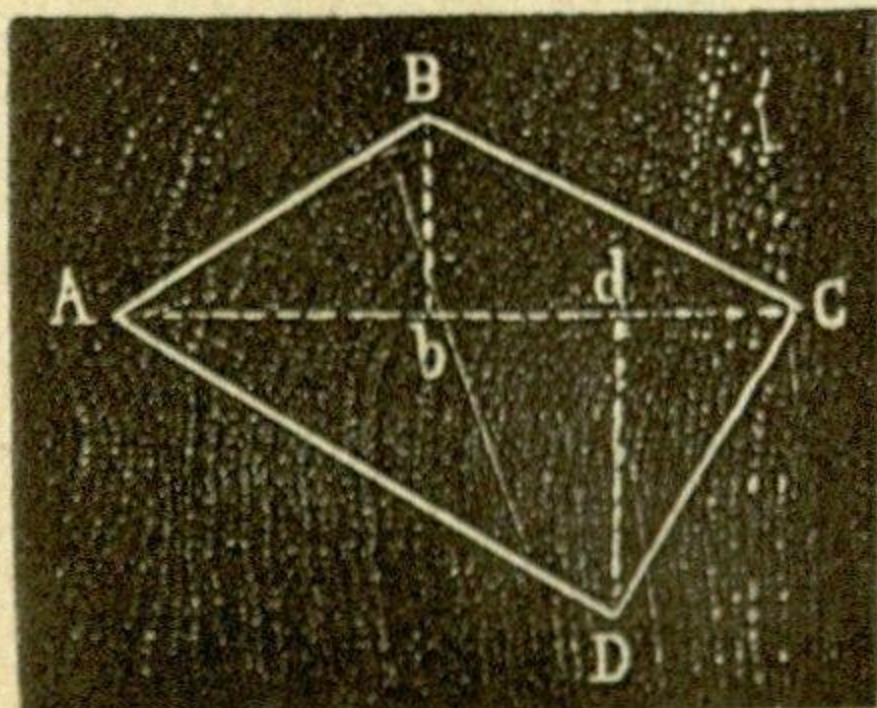
52) Wie viel m^2 enthält ein Fußboden von der Form eines Trapezes, dessen Parallelsseiten 7.4 m und 6.2 m sind, und dessen Höhe 7.5 m beträgt?

53) Wie viel kostet die Pflasterung eines Hofes von der Form eines Trapezes mit den Parallelsseiten 28.5 m und 23.7 m , die 12.4 m von einander abstehen, wenn 1 m^2 Pflaster mit 2 fl. 15 fr. bezahlt wird?

54) Ein Walmdach, dessen Außenflächen zwei Trapeze und zwei Dreiecke sind, soll mit Ziegeln gedeckt werden; die Paralleseiten eines jeden Trapezes sind 34.2 m und 30.4 m , die Höhe 8.5 m ; die Grundlinie eines jeden Dreieckes ist 8.8 m , die Höhe 8.5 m ; wie viele Ziegel sind zur Bedeckung dieser Flächen erforderlich, wenn jeder Ziegel 28 cm lang und 18 cm breit ist und wenn die Ziegel mit $\frac{1}{4}$ ihrer Fläche übereinander liegen?

6. Das Trapezoid.

55) Es sei in dem Trapezoid $ABCD$ die Diagonale $AC = 16\text{ m}$, die darauf Senkrechte $Bb = 4\text{ m}$, und die ebenfalls darauf Senkrechte $Dd = 6\text{ m}$; wie groß ist der Flächeninhalt des Trapezoids?



$$\text{Dreieck } ABC = \frac{16 \times 4}{2} = 32\text{ m}^2$$

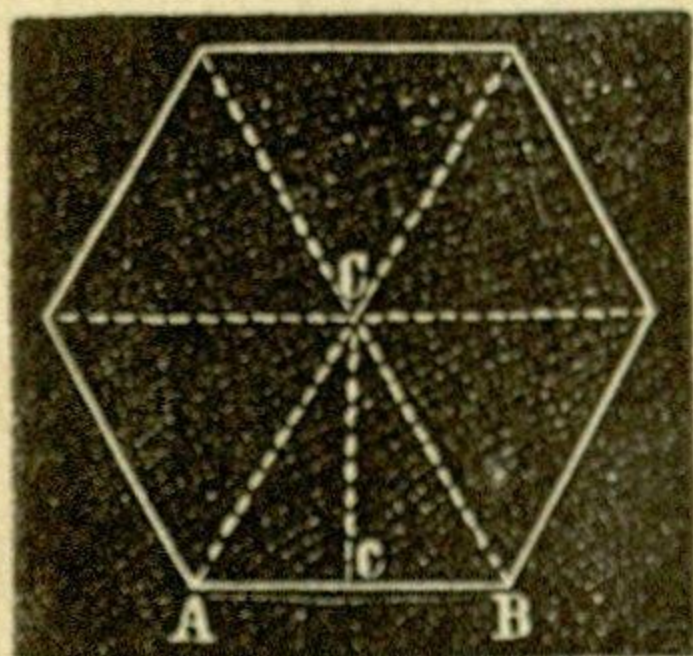
$$\text{„ } ACD = \frac{16 \times 6}{2} = 48\text{ m}^2$$

$$\text{Trapezoid } ABCD = 80\text{ m}^2.$$

56) Zeichne vier verschiedene Trapezoide, ziehe in jedem eine Diagonale und senkrecht darauf die Höhen der entstehenden Dreiecke und suche dann den Inhalt der Trapezoide.

7. Das Vieleck.

57) In einem regelmäßigen Sechseck beträgt eine Seite 5 m , der Abstand des Mittelpunktes von einer Seite 4.33 m ; wie groß ist a) der Umfang, b) der Flächeninhalt?



$$\text{a) Umfang} = 6\text{mal } 5\text{ m} = 30\text{ m}$$

$$\text{b) Inhalt} = 6\text{mal Dreieck } ABC$$

$$= 6\text{mal } 5 \times \frac{4.33}{2}\text{ m}^2$$

$$= 30 \times \frac{4.33}{2} = 64.95\text{ m}^2.$$

Den Flächeninhalt eines regelmäßigen Vieleckes findet man also, indem man die Maßzahl des Umfanges mit der halben Maßzahl des Abstandes des Mittelpunktes von einer Seite multipliziert.

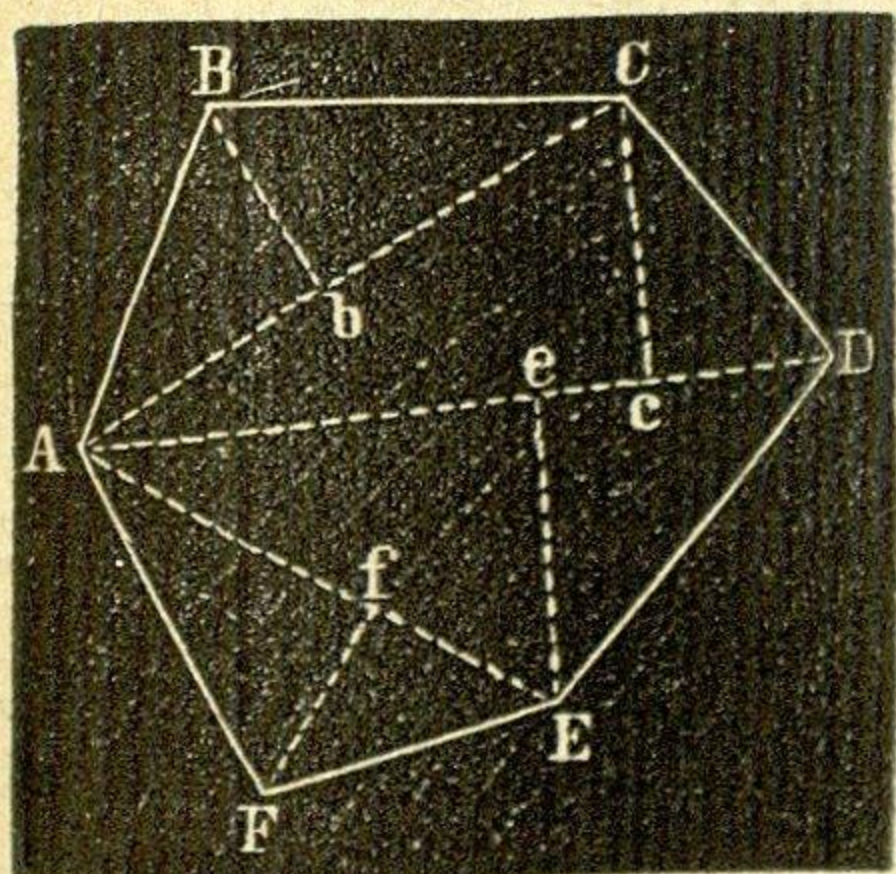
Der Abstand des Mittelpunktes von einer Seite kann nicht willkürlich angenommen werden, er hängt auf eine ganz bestimmte Weise von der Länge der Seite ab. Um nämlich den Abstand des Mittelpunktes von einer Seite zu finden, muß man die gegebene Seite in einem gleichseitigen Dreiecke mit 0.28868.

"	"	Quadrate	"	0.50000,
"	"	regelmäßigen Fünfecke	"	0.68819,
"	"	"	"	0.86603,
"	"	"	"	1.20711,
"	"	"	"	1.53884,
"	"	"	"	1.86603 multiplizieren.

58) Wie groß ist in jedem der eben angeführten regelmäßigen Vielecke der Flächeninhalt, wenn eine Seite 12.5 m beträgt?

59) Es soll eine regelmäßig achtseitige Laube, deren Seite 2 m lang ist, ausgesteckt werden; wie groß ist der dazu erforderliche Flächenraum?

60) Das unten stehende unregelmäßige Sechseck ABCDEF wird durch Diagonalen in 4 Dreiecke zerlegt, in denen man durch Messung für die Grundlinien und Höhen folgende Längen findet: $AC = 12.2 \text{ m}$, $AD = 14.5 \text{ m}$, $AE = 10.6 \text{ m}$, $Bb = 4 \text{ m}$, $Cc = 5.6 \text{ m}$, $Ee = 5.8 \text{ m}$, $Ff = 3.9 \text{ m}$; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Sechsecks?



$$\text{Dreieck } ABC = \frac{12.2 \times 4}{2} = 24.4 \text{ m}^2.$$

$$\text{" } ACD = \frac{14.5 \times 5.6}{2} = 40.6 \text{ "}$$

$$\text{" } ADE = \frac{14.5 \times 5.8}{2} = 42.05 \text{ "}$$

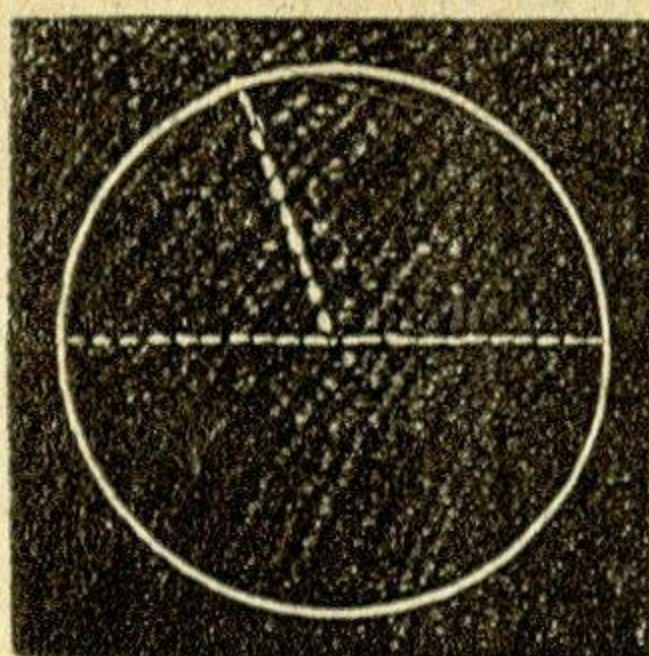
$$\text{" } AEF = \frac{10.6 \times 3.9}{2} = 20.67 \text{ "}$$

$$\text{Sechseck } ABCDEF = 127.72 \text{ m}^2.$$

61) Zeichne ein unregelmäßiges Fünfeck (Siebeneck, Achteck), ziehe darin Diagonalen, miß diese und die Höhen der entstehenden Dreiecke und berechne dann den Inhalt des ganzen Vielecks.

8. Der Kreis.

62) Der Durchmesser eines Kreises ist 18 m; wie groß ist dessen Umfang?



Den Umfang eines Kreises findet man, indem man den Durchmesser mit $3\frac{1}{7}$, oder mit $3\cdot 14$, oder genauer mit $3\cdot 14159$ multipliciert.

$$\begin{array}{r} 18 \times 3\frac{1}{7} \\ \hline 54 \\ 2\frac{4}{7} \\ \hline 56\frac{4}{7} \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \times 3\cdot 14 \\ \hline 2512 \\ \hline 56\cdot 52 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 18 \times 3\cdot 14159 \\ \hline 2513272 \\ \hline 56\cdot 54862 \text{ m} \end{array}$$

Die Multiplication mit $3\frac{1}{7}$ ist bequemer und auch genauer als die Multiplication mit $3\cdot 14$. Für sehr genaue Rechnungen, insbesondere dann, wenn die Maßzahl des Durchmessers 4 oder mehrere Ziffern hat, ist die Zahl $3\cdot 14159$ als Factor anzuwenden.

63) Der Halbmesser eines Kreises ist:

- a) 3 m | c) $2\frac{1}{2} \text{ m}$ | e) $15\cdot 9 \text{ m}$ | g) $9\cdot 753 \text{ m}$
 b) 5 cm | d) $7\frac{3}{4} \text{ dm}$ | f) $6 \text{ m } 28 \text{ cm}$ | h) $14 \text{ dm } 1 \text{ cm } 6 \text{ mm}$;
 wie groß ist 1) der Durchmesser, 2) der Umfang?

64) Der Umfang eines Kreises beträgt 10 m ; wie groß ist der Durchmesser?

Dividiere den Umfang durch $3\frac{1}{7}$.

65) Der Umfang eines Kreises ist

- a) 6 m | c) $18\frac{2}{5} \text{ m}$ | e) $8\cdot 17 \text{ m}$ | g) $38\cdot 327 \text{ m}$
 b) 44 cm | d) $53\frac{4}{10} \text{ dm}$ | f) $1 \text{ m } 508 \text{ mm}$ | h) $4 \text{ m } 3 \text{ dm } 14 \text{ mm}$;
 wie groß ist 1) der Durchmesser, 2) der Halbmesser?

66) Der Stundenzeiger einer Uhr ist 12 cm lang; welche Länge hat der Weg, den seine Spitze in 12 Stunden beschreibt?

67) Wie groß muß der Drechsler den Durchmesser eines Haspels annehmen, dessen Umfang $2 \text{ m } 4 \text{ dm}$ betragen soll?

68) Wie viele Personen haben an einem kreisrunden Tische von $2\cdot 1 \text{ m}$ Durchmesser Platz, wenn man für jede Person $8\frac{1}{4} \text{ dm}$ des Umfanges rechnet?

69) Wie lang ist das Band, welches um einen Hut von $1\cdot 9 \text{ dm}$ Durchmesser gelegt wird, wenn man auf die Schleife 2 dm rechnet?

70) Der Äquator der Erde wird, wie jeder Kreis, in 360 Grade eingetheilt; jeder Grad ist 15 geographische Meilen lang; wie viel geogr. Meilen beträgt der Halbmesser des Erdäquators?

71) Wie viel Zähne gehen auf den Umfang eines Rades von 8.16 dm Durchmesser, wenn sie von Mitte zu Mitte 5.3 mm entfernt sein sollen?

72) Wie lang muß ein Seil sein, damit es um eine Welle von 2.75 dm Halbmesser 18mal umgewickelt werden könne?

73) Ein Mühlstein von 1.5 m Durchmesser macht in jeder Minute 100 Umdrehungen; welche Geschwindigkeit hat dabei ein Punkt des Umfanges, d. h. wie lang ist der Weg, den ein Punkt des Umfanges in 1 Secunde durchläuft?

74) Die Vorderräder eines Wagens haben 1 m , die Hinterräder 1.3 m im Durchmesser; wie oft drehen sich a) die Vorderräder, b) die Hinterräder auf einer Strecke von 1 km ?

75) Welchen Durchmesser hat ein Locomotivrad, das sich auf einem Schienenwege von 1980 m 630mal umdreht?

76) Der Umfang eines Kreises ist 15.9 m ; wie lang ist in diesem Kreise ein Bogen von 48° ?

1	360° des Kreises haben eine Länge von 15.9 m					
2	1°	"	"	hat	"	$\frac{15.9 \text{ m}}{360}$
3	48°	"	"	haben	"	$\frac{15.9 \text{ m} \times 48}{360} = 2.12 \text{ m.}$

77) Ein Kreis hat 5.8 m im Durchmesser; wie groß ist darin a) der Umfang, b) ein Bogen von $18^\circ 30'$?

78) Der Halbmesser eines Kreises ist 7.18 dm ; wie lang ist in diesem Kreise ein Bogen von a) 20° , b) $55^\circ 40'$, c) $78^\circ 5' 20''$?

79) Der Durchmesser eines Kreises ist a) 1 m , b) 2 m , c) 3 m ; welche Länge hat in jedem dieser Kreise ein Bogen von 75° ?

80) Wie groß ist der Flächeninhalt eines Kreises, dessen Halbmesser 6 m beträgt?

Der Kreis kann als regelmäßiges Vieleck von unendlich vielen und unendlich kleinen Seiten angesehen werden.

Den Flächeninhalt eines Kreises findet man daher, indem man die Maßzahl des Umfanges mit der halben Maßzahl des Halbmessers multipliciert, oder auch unmittelbar aus dem Halbmesser, indem man die Maßzahl des Halbmessers mit sich selbst, und das Product mit $3\frac{1}{7}$ multipliciert.

$$\text{Umfang} = 12 \times 3\frac{1}{7} = 37\frac{5}{7} m \text{ oder Inhalt} = 6 \times 6 \times 3\frac{1}{7}$$

$$\text{Inhalt} = 37\frac{5}{7} \times 3 = 113\frac{1}{7} m^2; \quad = 113\frac{1}{7} m^2.$$

81) Der Halbmesser eines Kreises beträgt a) $35 m$, b) $8.12 m$, c) $25.4 dm$, d) $3 m \ 4 dm \ 5 cm$; wie groß ist der Flächeninhalt?

82) Der Durchmesser eines Kreises ist a) $18 m$, b) $5\frac{2}{5} dm$, c) $1.56 m$, d) $10 m \ 26 cm$; wie groß ist 1) der Umfang, 2) der Inhalt?

83) Eine Scheibe hat $1 m \ 57 cm$ Umfang; wie groß ist a) ihr Durchmesser, b) ihr Flächeninhalt?

84) Der Umfang eines Baumes beträgt $6 m \ 6 dm$; wie groß ist der Flächeninhalt eines Querschnittes?

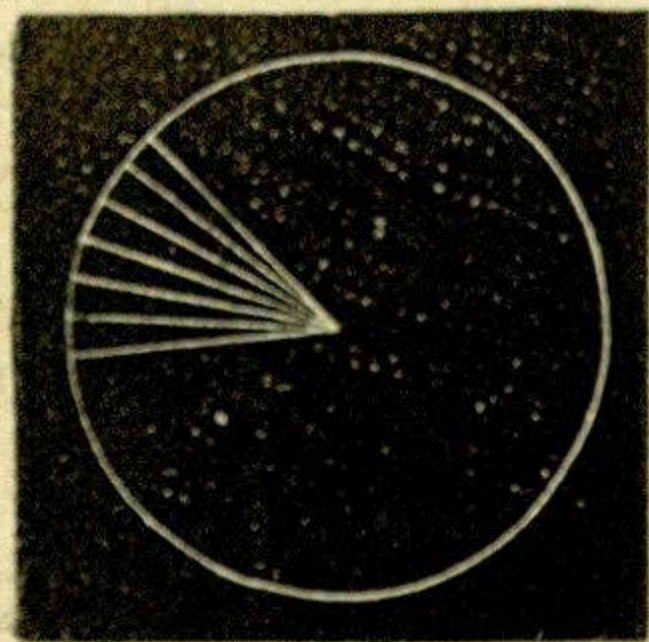
85) Auf einem Ager ist eine Kuh mit einem $2.8 m$ langen Stricke angebunden; wie viel m^2 Weide sind ihr zugemessen?

86) Der Flächeninhalt eines Kreises ist a) $5 m^2$, b) $0.375 m^2$, c) $62 dm^2 \ 85 cm^2$; wie groß ist der Halbmesser?

87) Ein kreisrunder Tisch soll $1 m^2$ Fläche haben; wie groß muß der Halbmesser genommen werden?

88) Die Seite eines Quadrates ist $3.85 dm$; wie groß ist der Durchmesser eines flächengleichen Kreises?

89) Wie groß ist der Inhalt eines Kreisabschnittes von 54° , wenn der Halbmesser des Kreises $2 m$ ist?



$$\text{Inhalt des Kreises} = 2 \times 2 \times 3\frac{1}{7} = 12\frac{2}{7} m^2$$

$$\text{Zu } 360^\circ \text{ gehört eine Kreisfläche von } 12.571 m^2$$

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & & & 12.571 m^2 \\ & & & & & & \hline & & & & & & 360 \end{array}$$

$$\text{Zu } 54^\circ \text{ gehört eine Kreisfläche von}$$

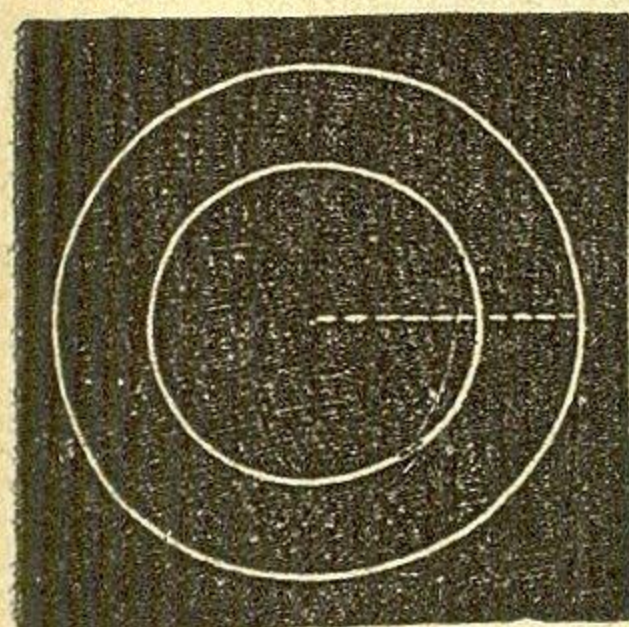
$$\frac{12.571 m^2 \times 54}{360} = 1.886 m^2$$

90) Wie groß ist ein Kreisabschnitt, dessen Bogen 1 m lang ist, wenn der Halbmesser des Kreises 3 m beträgt?

Um den Inhalt eines Kreisabschnittes aus der Länge seines Bogens zu finden, multipliziert man die Maßzahl der Bogenlänge mit der halben Maßzahl des Halbmessers.

$$\text{Inhalt des Kreisabschnittes} = 1 \times \frac{3}{2} = 1.5 \text{ m}^2.$$

91) Ein Kreisabschnitt von 2.45 dm Halbmesser hat a) 18° , b) 60° , c) $85^\circ 30'$; wie groß ist die Länge des Bogens, der Inhalt des Abschnittes?



92) Der äußere Kreis eines Kreisrings hat 12 m, der innere 8 m Halbmesser; wie groß ist der Inhalt des Ringes?

$$\text{Inh. des äußeren Kreises} = 12 \times 12 \times 3\frac{1}{7} = 452\frac{4}{7} \text{ m}^2$$

$$\text{„ „ inneren „} = 8 \times 8 \times 3\frac{1}{7} = 201\frac{1}{7} \text{ „}$$

$$\text{Inhalt des Kreisrings} = 251\frac{3}{7} \text{ m}^2$$

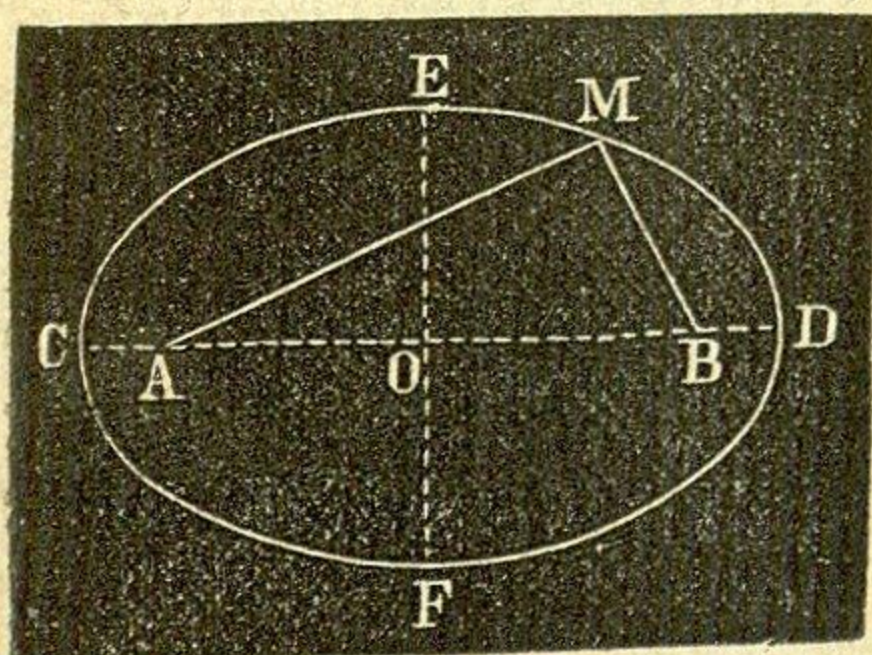
93) Der größere Durchmesser eines Kreisrings ist 5.42 dm, der kleinere 3.05 dm; wie groß ist der Inhalt des Ringes?

94) Die Umfänge eines Kreisrings sind 8.34 m und 5.21 m; wie groß sind a) ihre Halbmesser, b) die Ringfläche?

95) Auf einer Schießscheibe beträgt der Durchmesser des inneren schwarzen Ringes 0.25 m und die Breite des weißen Ringes 0.3 m; wie groß ist der weiße Ring?

9. Die Ellipse.

96) Wie groß ist der Flächeninhalt einer Ellipse, deren Achsen 20 m und 12.6 m sind?



Den Flächeninhalt einer Ellipse findet man, indem man das Product aus den Maßzahlen der beiden halben Achsen mit $3\frac{1}{7}$ multipliziert.

$$\begin{aligned} \text{Inhalt der Ellipse} \\ = 10 \times 6.3 \times 3\frac{1}{7} = 198 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

97) Die Achsen einer Ellipse sind 3.52 m und 2.68 m ; wie groß ist der Inhalt?

98) Um ein ellipsenförmiges Gartenbeet, das 6.4 m lang und 4.6 m breit ist, geht ein Weg von 1.3 m Breite; wie groß ist die Fläche, welche dieser Weg einnimmt?

Wiederholungsaufgaben.

1) Berechne den Inhalt folgender Rechtecke:

Grundlinie: a) 237 m , b) $68\text{ m } 2\text{ dm}$, c) 0.572 m ;

Höhe: a) 109 m , b) $31\text{ m } 7\text{ dm}$, c) 0.195 m .

2) Eine kreisrunde Tischplatte hat 8.4 dm Durchmesser; wie groß ist ihre Fläche?

3) Eine trapezförmige Wiese ist $2\text{ ha } 85\text{ a}$ groß; die Paralleelseiten betragen 266 m und 190 m ; wie groß ist ihre Entfernung von einander?

4) Welche Fläche kann man mit einem Stücke Tuch, das 38 m von 9 dm Breite enthält, bedecken?

5) Von zwei Rollen, welche durch dieselbe Schnur in Umlauf gesetzt werden, hat die eine 2.4 dm im Durchmesser und dreht sich 8mal, während die andere nur 3 Umdrehungen macht; welchen Durchmesser hat die zweite Rolle?

6) Ein Glaser hat folgende Fensterscheiben eingesetzt:

4 Stück, jedes 30 cm hoch und 25 cm breit,

4 " " 32 cm " " 30 cm "

6 " " 33 cm " " 33 cm " und

8 " " 34 cm " " 32 cm "

wie hoch beläuft sich die Rechnung, wenn 1 m^2 1 fl. 30 fr. kostet?

7) Wie groß ist der Inhalt eines rautenförmigen Platzes, dessen Grundlinie (Länge) $38\text{ m } 8\text{ dm}$ und dessen Höhe $27\text{ m } 5\text{ dm}$ beträgt?

8) Ein Stück Land hat $3\text{ ha } 78\text{ a}$ Inhalt und bildet ein Dreieck, dessen Grundlinie 336 m beträgt; a) wie groß ist die Höhe dieses Ackerstückes; b) wie viel ist es wert, wenn das ha 956 fl. kostet?

9) Eine Hausflur von 9.6 m Länge und 5.2 m Breite soll mit Mauersteinen, die 3 dm lang und 2 dm breit sind, belegt werden; wie hoch kommen die dazu erforderlichen Steine, wenn 100 Stück 24 fl. kosten?

10) Um einen Garten von 33 m Länge und 21 m Breite legt man 1 m breiten Weg, und längs der Hecke ringsum eine Rasenfläche von 2.5 m Breite an; in der Hecke pflanzt man Maulbeerbäume, welche 3 m von einander abstehen; a) wie groß ist die Fläche, die als Garten benützt wird; b) wie viel Maulbeerbäume befinden sich in der Hecke?

11) 4 größere Thüren, jede 2.4 m hoch und 1.3 m breit und 5 kleinere Thüren, jede 1.9 m hoch und 1 m breit, sollen von innen und außen mit Ölfarbe angestrichen werden; wie theuer kommt der Anstrich, wenn das m^2 85 fr. kostet?

12) Von einer Wiese, welche die Form eines Rhomboids hat, worin die Grundlinie 72.4 m und die Höhe 49.6 m beträgt, wird ein Stück von 12 m Höhe parallel mit der Grundlinie abgeschnitten und zu Ackerland gemacht; a) wie groß war die Wiese, b) wie groß ist das übrigbleibende Stück derselben?

13) Berechne den Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser ist:

a) 5 m	c) 2.5 m	e) $12\text{ m } 4\text{ dm}$	g) 25.316 m
b) 13 dm	d) 7.3 dm	f) $8\text{ dm } 7\text{ cm}$	h) $6\text{ m } 62\text{ cm } 5\text{ mm}$

14) Wie viel m Franzen braucht man zum Besetzen eines Fußteppiches von 3 m Länge und $2\text{ m } 5\text{ dm}$ Breite?

15) Eine Tafel von 2.4 m Länge und 1.5 m Breite soll mit Wachstuch überzogen werden; a) wie viel m^2 Wachstuch sind erforderlich, b) wie viel gelbe Nägel braucht man, um dasselbe am Rande zu befestigen, wenn die Nägel 5 cm auseinander stehen sollen?

16) In einem trapezförmigen Garten ist die eine der parallelen Seiten 63.8 m , die andere 54.4 m lang, der Abstand beider beträgt 37.5 m ; wie theuer ist der Garten, wenn das a zu 24 fl. verkauft wird?

17) Ein Schmied soll 4 Wagenräder beschlagen, von denen 2 einen Durchmesser von 9.5 dm , die anderen 2 einen Durchmesser von 11.2 dm haben; wie viel laufende m Eisen sind dazu erforderlich, wenn für jedes Rad wegen des Aufnietens 3 cm zugegeben werden?

18) Für ein dreieckiges Stück Land von 68 m Grundlinie und 45 m Höhe soll ein rechteckiges eingetauscht werden; welche Höhe muß dieses bekommen, wenn die Grundlinie 54 m ist, und beide Flächen gleich sein sollen?

19) In eine kreisrunde Büchse von 3.6 cm Durchmesser gehen 100 Stück Zündhölzchen; wie viel Zündhölzchen von derselben Dicke gehen in eine Büchse von 5 cm Durchmesser?

20) Ein Vergolder soll 6 Gemälde, jedes 0.64 m hoch und 0.48 m breit, mit Goldleisten einrahmen; a) wie viel m Goldleisten braucht er dazu, wenn jedes Rahmenstück 5 cm länger sein muß als die entsprechende Seite des Gemäldes; b) wie viel erhält er dafür, das laufende m zu 92 fr. gerechnet?

21) Ein ebenes Dach von 6.2 m Länge und 5.6 m Breite ist mit Zinkplatten zu belegen; a) wie viel Platten von 1.5 m Länge und 0.8 m Breite sind dazu erforderlich, wenn an jeder Seite der Platte 3 cm durch die Fäße verloren gehen; b) wie viel kosten dieselben, wenn jede Platte 6 kg wiegt und 1 kg Zinkplatte mit 48 fr. bezahlt wird?

22) Einem Landwirte werden für eine rechtwinklige Wiese, welche 122.5 m lang und 88 m breit ist, 900 fl. geboten. Ehe er auf das Anbot eingeht, berechnet er den bisherigen Ertrag der Wiese. Das *ha* Wiesenland hat ihm durchschnittlich 2800 kg Heu à $2\frac{1}{5}$ fl. pr. 100 kg geliefert; dabei hatte er im ganzen 22 fl. Kosten. Würde er nun Gewinn oder Verlust haben, wenn er die Wiese für 900 fl. verkaufte und diese Summe zu 5% Zins anlegte?

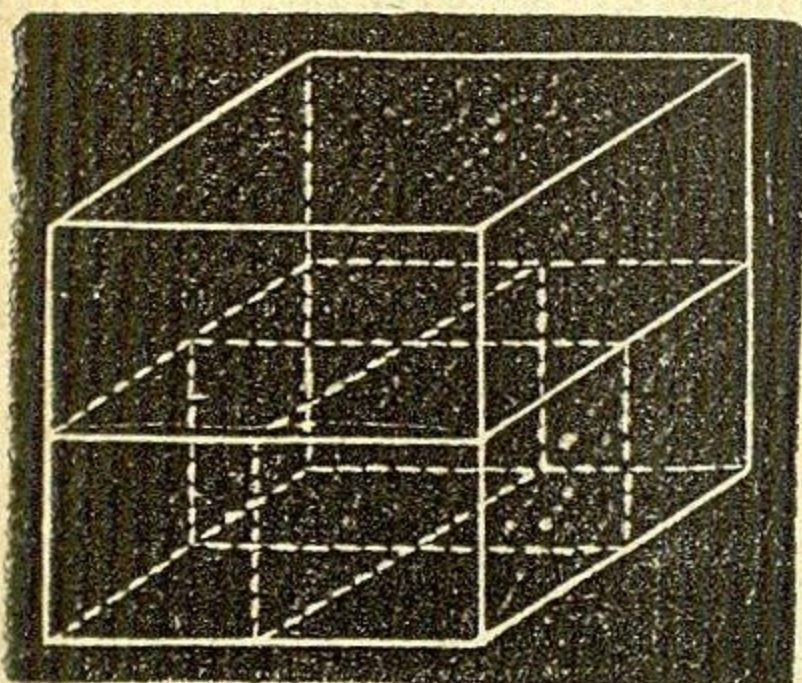
II. Körperberechnungen.

Die Oberfläche eines Körpers ist die Summe aller seiner Grenzflächen; sie wird durch das Quadratmaß gemessen.

Der Cubikinhalt eines Körpers ist die Größe des von seinen Grenzflächen eingeschlossenen Raumes; er wird durch das Cubikmaß bestimmt.

1. Der Cubus oder Würfel.

- 1) Die Kante eines Würfels beträgt 2 m ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalt desselben?



a) Eine Grenzfläche ist als Quadrat $= 2 \times 2 = 4\text{ m}^2$, daher die Oberfläche $= 6\text{mal } 4\text{ m}^2 = 24\text{ m}^2$.

b) Da die Grundfläche $= 2 \times 2 = 4\text{ m}^2$, so lassen sich auf derselben 4 m^3 auflegen, und zwar bis 1 m Höhe; zu dem zweiten m der Höhe gehört eine gleiche Querschichte von 4 m^3 ; der Cubikinhalt ist also gleich $2\text{mal } 4\text{ m}^3$ oder $2 \times 2 \times 2 = 8\text{ m}^3$.

Den Cubikinhalt eines Würfels findet man also, indem man die Maßzahl seiner Kante dreimal als Factor setzt.

- 2) Berechne ebenso die Oberfläche und den Cubikinhalt eines Würfels, dessen Kante a) 3 dm , b) $2\text{ m } 8\text{ dm}$, c) 0.574 m ist.

- 3) Die Seite eines würfelförmig behauenen Steines ist $4\text{ dm } 2\text{ mm}$; wie groß ist dessen Cubikinhalt?

- 4) Ein würfelförmiges Gefäß hat $5\text{ dm } 7\text{ cm}$ innere Weite; wie viel l faßt es?

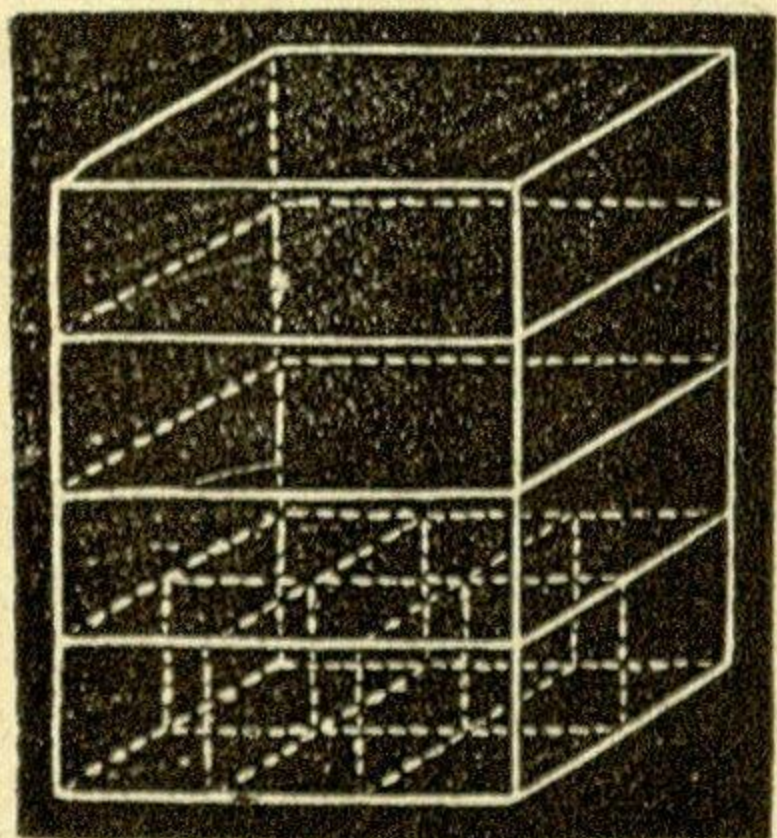
- 5) Wie viel wiegt ein gußeiserner Würfel von 2.75 dm Kantenlänge, wenn 1 dm^3 Gußeisen 7.21 kg wiegt?

- 6) Der Cubikinhalt eines Würfels ist a) 19.683 m^3 , b) 314 dm^3 432 cm^3 ; wie groß ist eine Seite desselben?

2. Das Prisma oder die Ecksäule.

7) In einem rechtwinkligen Prisma ist die Grundfläche 3 m lang und 2 m breit, die Höhe beträgt 4 m ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalt des Prisma?

a) Die Grundfläche ist $= 3 \times 2 = 6\text{ m}^2$; ebenso groß ist die obere Grundfläche.



Jede Seitenfläche ist gleich der entsprechenden Seite der Grundfläche multipliziert mit der Höhe, folglich die Summe aller Seitenflächen, d. i. die Seitenoberfläche, gleich dem Umfange der Grundfläche multipliziert mit der Höhe des Prisma, somit $= 10 \times 4 = 40\text{ m}^2$. Man hat also

$$\text{doppelte Grundfläche} = 12\text{ m}^2$$

$$\text{Seitenoberfläche} = 40\text{ „}$$

$$\text{ganze Oberfläche} = 52\text{ m}^2.$$

b) Da die Grundfläche $3 \times 2 = 6\text{ m}^2$ beträgt, so lassen sich auf derselben 6 m^3 aufstellen, und zwar bis zu einer Höhe von 1 m ; so vielmals 1 m das Prisma hoch ist, so viele solche Querschichten von je 6 m^3 enthält dasselbe; der Cubikinhalt ist also gleich $6 \times 4\text{ m}^3$ oder $3 \times 2 \times 4 = 24\text{ m}^3$.

Den Cubikinhalt eines rechtwinkligen Prisma findet man daher, indem man die Maßzahlen der Grundfläche und der Höhe (oder, was gleichviel ist, die Maßzahlen der Länge, Breite und Höhe) mit einander multipliziert.

Ebenso findet man auch den Cubikinhalt eines jeden andern Prisma, indem man die Maßzahl seiner Grundfläche mit der Maßzahl der Höhe multipliziert.

8) Berechne die Oberfläche und den Cubikinhalt folgender rechtwinkliger Prismen:

- | | | |
|--|--|--|
| a) Länge 25 dm , | Breite 18 dm , | Höhe 36 dm ; |
| b) „ $1\text{ m } 56\text{ cm}$, | „ $1\text{ m } 05\text{ cm}$, | „ $0\text{ m } 84\text{ cm}$; |
| c) „ $12\text{ m } 1\text{ dm } 4\text{ cm}$, | „ $1\text{ m } 7\text{ dm } 5\text{ cm}$, | „ $7\text{ m } 6\text{ dm } 8\text{ cm}$. |

9) Wie groß ist der Cubikinhalt folgender Prismen:

- | | |
|--|--------------------------------|
| a) Grundfläche 128 dm^2 , | Höhe 17 dm ? |
| b) „ $2\text{ m } 376\text{ cm}^2$, | „ $13\text{ m } 4\text{ dm}$? |
| c) „ $31\text{ dm}^2\text{ } 56\text{ cm}^2$, | „ $5\text{ dm } 5\text{ cm}$? |

10) Wie lang ist die 7 m breite Grundfläche eines rechtwinkligen Prisma, das bei 6 m Höhe 546 m^3 enthält?

11) Ein Prisma ist 7.2 m lang, 5.4 m breit und 1.2 m hoch; wie groß ist die Seite eines Würfels, der mit jenem Prisma gleichen Inhalt hat?

12) Ein Papparbeiter soll eine Schachtel von 6 dm Länge, 3.5 dm Breite und 3.2 dm Höhe machen; wie viel dm^2 Pappdeckel braucht er dazu, wenn der Deckel mit einem 3 cm^2 breiten Schlusse versehen wird?

13) Ein Schulzimmer ist 11 m 4 dm lang, 8 m 5 dm breit und 4 m hoch; wie groß ist a) der Fußboden, b) der Rauminhalt des Schulzimmers?

14) Wie viel kostet eine Quadermauer von 32 m Länge, 2 m 2 dm Höhe und 8 dm Dicke, das m^3 zu 8 fl. 20 fr. gerechnet?

15) Wie lang ist ein Kasten, welcher bei 1.5 m Breite und 1.6 m Höhe einen Raum von 4.32 m^3 einnimmt?

16) Wie viel hl Getreide kann ein Kasten von 2.4 m Länge, 1.2 m Breite und 0.7 m Tiefe aufnehmen?

17) Wie tief muß ein Gefäß von 0.5 m Länge und 0.36 m Breite werden, damit es 60 l Wasser fasse?

18) Ein Tischler zahlt für 16 eichene Dielen, deren jede 5 m lang, 48 cm breit und 5 cm dick ist, 58 fl.; wie hoch kommt ihm das m^3 ?

19) Ein Balken ist 4 m lang und hat zu Grundflächen gleiche Trapeze, deren Paralleelseiten 4 dm und 3 dm sind, und deren Höhe 1.5 dm beträgt; wie groß ist der Inhalt?

20) 1 cm^3 Wasser wiegt 1 g; wie viel wiegt ein mit Wasser gefülltes Blechkästchen von 1.5 dm Länge, 1.2 dm Breite und 8 cm Höhe, wenn das leere Blechkästchen 155 g wiegt?

21) Wie viel Hufeisen à $\frac{1}{2} \text{ kg}$ Gewicht können aus einer Eisenstange von 2.8 m Länge, 4 cm Breite und 2 cm Dicke geschmiedet werden, wenn 1 dm^3 Schmiedeeisen 7.79 kg wiegt?

22) 1 m^2 Buchen-Brennholz hat 80 cm Scheitlänge; a) wie viel dm^3 nimmt es ein, b) wie viel wiegt es, wenn für die leeren Räume 30 % in Abzug gebracht werden, und 1 dm^3 solides Buchenholz $\frac{3}{4}$ kg wiegt?

23) Ein rechteckiger Kasten von 2 m Länge, 1.5 m Breite und 1.2 m Höhe wird mit Steinkohlen gefüllt; wie groß ist das Gewicht dieser Steinkohlen, wenn man für die Zwischenräume 10 % in Abrechnung bringt und wenn 1 m^3 Steinkohlen 1275 kg wiegt?

24) Aus 29 m^3 gebrannten Kalk erhält man 100 m^3 gelöschten Kalk; wie viel m^3 gebrannten Kalk braucht man, um eine Grube von 3.2 m Länge, 2.2 m Breite und 1.5 m Tiefe mit gelöschtem Kalk zu füllen?

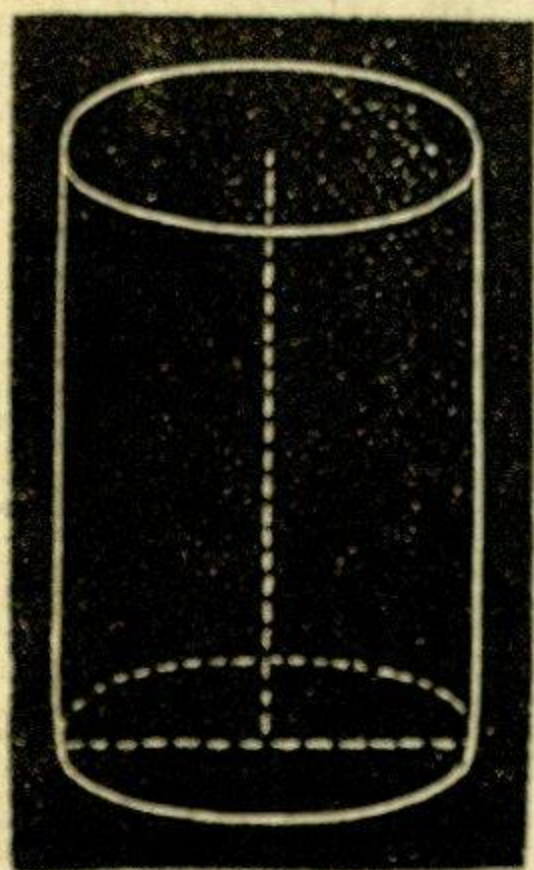
25) Der Dachraum einer Scheune bildet ein dreiseitiges Prisma, dessen Grundfläche 5.6 m zur Grundlinie und 5 m zur Höhe hat, und dessen Höhe (Länge des Daches) 8.4 m beträgt; wie viel kg Heu kann dieser Raum aufnehmen, wenn 1 m^3 Heu 114 kg wiegt?

26) Wie viel m^3 Erde müssen ausgegraben werden, um einen Graben zu erhalten, welcher 54 m lang, 1.6 m tief, und oben 2 m, unten 1.6 m breit ist?

Der Graben bildet ein liegendes Prisma, dessen Grundflächen Trapeze sind.

3. Der Cylinder oder die Rundsäule.

27) Die Höhe eines senkrechten Cylinders ist 12 dm, der Durchmesser der Grundfläche 8 dm; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalt des Cylinders?



a) Umfang der Grundfläche = $8 \times 3\frac{1}{7} = 25.14$ dm,

Inhalt " " = $25.14 \times 12 = 301.68$ dm^3 .

Denkt man sich den Mantel des Cylinders auf eine Ebene abgewickelt, so stellt er ein Rechteck vor, welches mit dem Cylinder gleiche Höhe hat, und dessen Grundlinie dem Umfange der Grundfläche des Cylinders gleich ist.

Die Mantelfläche eines senkrechten Cylinders findet man also, indem man die Maßzahl des Umfanges der Grundfläche mit der Maßzahl der Höhe multipliziert.

$$\begin{array}{lcl}
 \text{Mantelfläche des Cylinders} & = & 25 \cdot 14 \times 12 = 301 \cdot 68 \text{ dm}^2. \\
 \text{Doppelte Grundfläche des Cylinders} & \cdot & = 100 \cdot 56 \text{ " } \\
 \text{Oberfläche des Cylinders} & \cdot & = 402 \cdot 24 \text{ dm}^2.
 \end{array}$$

b) Der Cylinder kann als ein Prisma betrachtet werden, dessen Grundflächen Kreise sind.

Den Cubikinhalt eines Cylinders findet man daher, indem man die Maßzahl der Grundfläche mit der Maßzahl der Höhe multipliciert.

$$\text{Inhalt} = 50 \cdot 28 \times 12 = 603 \cdot 36 \text{ dm}^3.$$

✧ 28) Berechne 1. die Mantelfläche, 2. die ganze Oberfläche, 3. den Cubikinhalt folgender senkrechter Cylinder:

- | | | | | |
|----|-----------------------------|------|------|------|
| a) | Durchmesser der Grundfläche | 2 m, | Höhe | 7 m; |
| b) | " | " | " | " |
| c) | " | " | " | " |
| d) | " | " | " | " |

29) Wie hoch ist ein Cylinder von $235 \cdot 7 \text{ dm}^3$ Inhalt, wenn der Halbmesser der Grundfläche $2 \cdot 5 \text{ dm}$ beträgt?

30) Die Mantelfläche eines senkrechten Cylinders beträgt $7 \text{ m}^2 \ 4 \text{ dm}^2$; der Umfang der Grundfläche $1 \cdot 76 \text{ m}$; wie groß ist a) die Höhe, b) die Grundfläche, c) der Cubikinhalt des Cylinders?

31) Wie viel dm^2 Eisenblech braucht man für eine Ofenröhre, welche 5 m lang ist und 2 dm im Durchmesser hat?

32) Wie viel kostet eine Mühlwelle aus Eichenholz von 4 m Länge und $5 \cdot 2 \text{ dm}$ Durchmesser, wenn das m^3 mit 26 fl. bezahlt wird?

33) Wie viel l hält ein cylindrisches Gefäß von 34 cm Durchmesser und 28 cm Höhe?

34) Ein Klempner soll ein cylindrisches Gefäß, das 1 l hält, fertigen; wie hoch wird er dasselbe machen müssen, wenn der innere Durchmesser $8 \cdot 6 \text{ cm}$ beträgt?

35) Welche Höhe wird ein Gefäß erhalten, das 2 hl fassen und $6 \cdot 35 \text{ dm}$ im Durchmesser haben soll?

36) Welchen Druck übt eine Wassersäule von $1 \cdot 8 \text{ m}$ Höhe auf den Boden eines cylindrischen Gefäßes von 6 dm Durchmesser, wenn 1 dm^3 Wasser 1 kg wiegt?

37) Welchen Wert hat ein Messingcylinder von 1 dm Durchmesser und 3.5 dm Höhe, wenn 1 dm^3 8.4 kg wiegt und das kg Messing 1 fl. 20 fr. kostet?

38) Ein cylindrischer Wasserbehälter von 1.6 m Höhe und 2.1 m Durchmesser soll mittelst eines Gefäßes, das 28 l hält, gefüllt werden; wie oft muß das letztere in den Behälter entleert werden?

39) Der Inhalt eines mit Wasser angefüllten cylindrischen Gefäßes von 4.2 dm Durchmesser und 3.6 dm Höhe wird in ein anderes cylindrisches Gefäß von 5 dm Durchmesser gegossen; wie hoch wird das Wasser in diesem Gefäße stehen?

40) Ein kreisrundes Bassin von 4.8 m Durchmesser und 1.4 m Tiefe soll durch eine Röhrenleitung, welche in der Secunde 0.7 l Wasser liefert, gefüllt werden; in welcher Zeit wird das ganze Bassin gefüllt sein?

41) In einem cylindrischen Gefäße von 3 dm Durchmesser, worin sich 2.7 dm hoch Wasser befand, war, nachdem man einen unregelmäßig geformten Stein hineingelegt hatte, das Wasser, das den Stein ganz bedeckte, bis zur Höhe 3.4 dm gestiegen; wie groß ist der Inhalt dieses Steines?

42) Ein runder Block hat 4.2 m Länge und 0.8 m Durchmesser; wie groß ist a) der Inhalt dieses Blockes, b) der Inhalt des daraus quadratisch behauenen Balkens?

Die Grundfläche des quadratischen Balkens findet man, wie Seite 84 (Aufg. 29) angegeben wurde.

43) Wie viel m^2 Brennholz von 64 cm Scheitlänge gibt ein Baumstamm, dessen mittlerer Umfang 2.6 m und dessen Länge 6.2 m ist, wenn 7 m^3 Holzmasse 10 m^3 geschichtetes Brennholz geben?

44) Wie viel wiegt eine cylindrische Röhre aus Guss Eisen, wenn die Länge 1.4 m , die Weite im Richten 3 dm , die Stärke der Röhre 2 cm beträgt und wenn das dm^3 Guss Eisen 7.2 kg wiegt?

Die Röhre wird als der Unterschied der Inhalte zweier Cylinder berechnet.

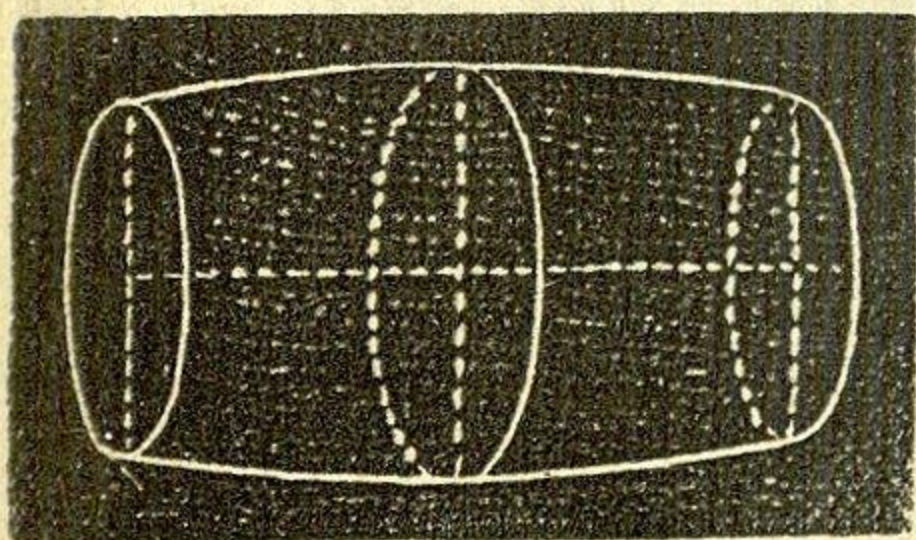
45) Eine gußeiserne Walze von 1.2 m Länge und 11 cm Durchmesser wird soweit abgedreht, daß der Durchmesser nur 9.5 cm beträgt; um wie viel ist die abgedrehte Walze kleiner als die frühere?

46) Wie viel m^3 Mauerwerk sind an einem Brunnen von 10.25 m Tiefe, wenn die lichte Weite desselben 1.3 m und die Dicke der Umfangsmauer 0.5 m beträgt?

Ein Faß unterscheidet sich von einem Cylinder dadurch, daß sein Durchmesser am Spunde größer ist als jener der beiden Bodenflächen. Der Inhalt eines Fasses wird übrigens der Wahrheit sehr nahe kommend gefunden, indem man das Faß als einen Cylinder berechnet, dessen Höhe gleich ist der Länge des Fasses und dessen Durchmesser der dritte Theil aus der Summe des Boden- und des doppelten Spunddurchmessers ist.

Bei dieser Berechnung sind selbstverständlich die inneren Maßlängen des Fasses zu nehmen.

47) Wie groß ist der Inhalt eines Weinfasses von 9 dm Länge, wenn der Durchmesser seiner Bodenfläche 4.8 dm und die Spundtiefe 5.7 dm beträgt?



$$\begin{array}{rcl}
 \text{Bodendurchmesser} & \cdot & = 4.8\text{ dm} \\
 \text{Doppelte Spundtiefe} & \cdot & = 11.4\text{ dm} \\
 & & \hline
 & & 16.2 : 3 \\
 \text{Durchmesser des Cylinders} & = & 5.4\text{ dm} \\
 \text{Grundfl.} & = & 2.7 \times 2.7 \times 3\frac{1}{7} = 22.91\text{ dm}^2 \\
 \text{Inhalt} & = & 22.91 \times 9 = 206.19\text{ dm}^3
 \end{array}$$

48) Wie viel l kann ein Faß von 1.26 m Länge aufnehmen, wenn die Spundtiefe 84 cm , die Bodenweite 72 cm beträgt?

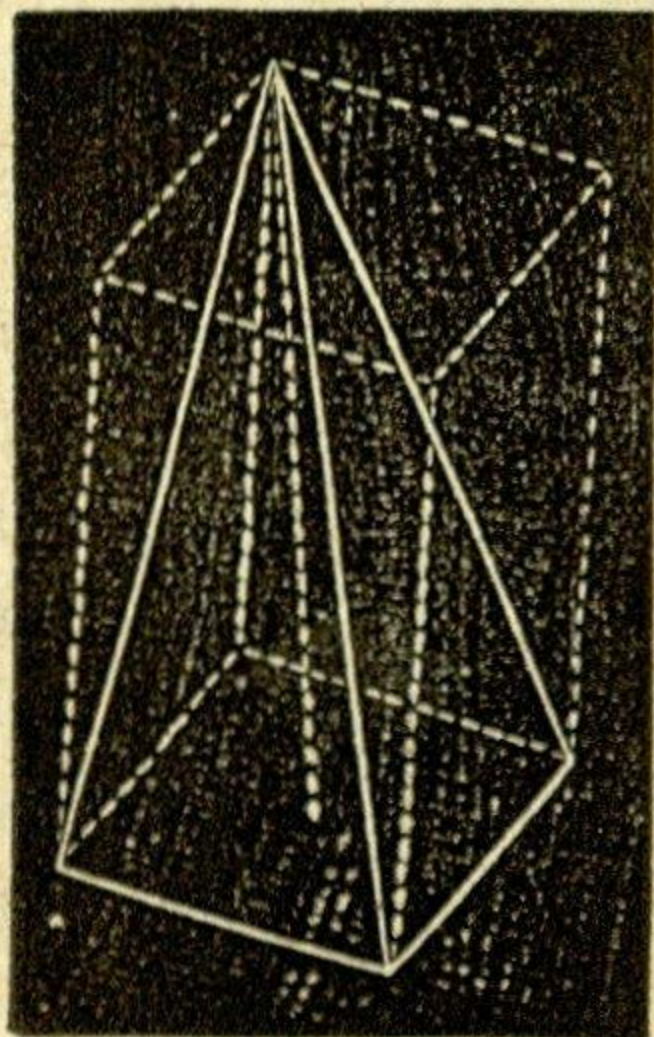
49) Wie viel l hält jedes der folgenden Fässer:

- a) 1.08 m Länge, 86 cm Spundtiefe, 62 cm Bodenweite?
 b) 1 m " 7.6 dm " 6.6 dm "
 c) 1.3 m " 9.5 dm " 8 dm "

50) Ein Faß von 6 dm Spund- und 4.5 dm Bodenweite soll 2 hl fassen; welche innere Länge wird man ihm geben?

4. Die Pyramide oder Spikssäule.

51) Die Grundfläche einer 12 dm hohen Pyramide ist ein Quadrat von 6 dm Seitenlänge, die Seitenhöhe beträgt 12·37 dm; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalt der Pyramide?



$$a) \text{ Umfang der Grundfläche. } = 24 \text{ dm}$$

$$\text{Inhalt " " " } = 36 \text{ dm}^2$$

Die Seitenoberfläche besteht aus 4 gleichen Dreiecken, deren Grundlinien den Umfang der Grundfläche der Pyramide bilden, und deren gemeinschaftliche Höhe die Seitenhöhe der Pyramide ist. Die Seitenoberfläche einer senkrechten Pyramide findet man daher, indem man die Maßzahl des Umfanges der Grundfläche mit der Maßzahl der Seitenhöhe multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Seitenoberfläche} = \frac{24 \times 12\cdot37}{2} = 148\cdot44 \text{ dm}^2$$

$$\text{Grundfläche} = 36 \text{ "}$$

$$\text{ganze Oberfläche} = 184\cdot44 \text{ dm}^2$$

b) Der Inhalt einer Pyramide ist der dritte Theil von dem Inhalte eines Prisma, welches mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat. Den Cubikinhalt einer Pyramide findet man also, indem man die Maßzahl der Grundfläche mit dem dritten Theile der Maßzahl der Höhe multipliziert.

$$\text{Inhalt} = 36 \times \frac{12}{3} = 144 \text{ dm}^3$$

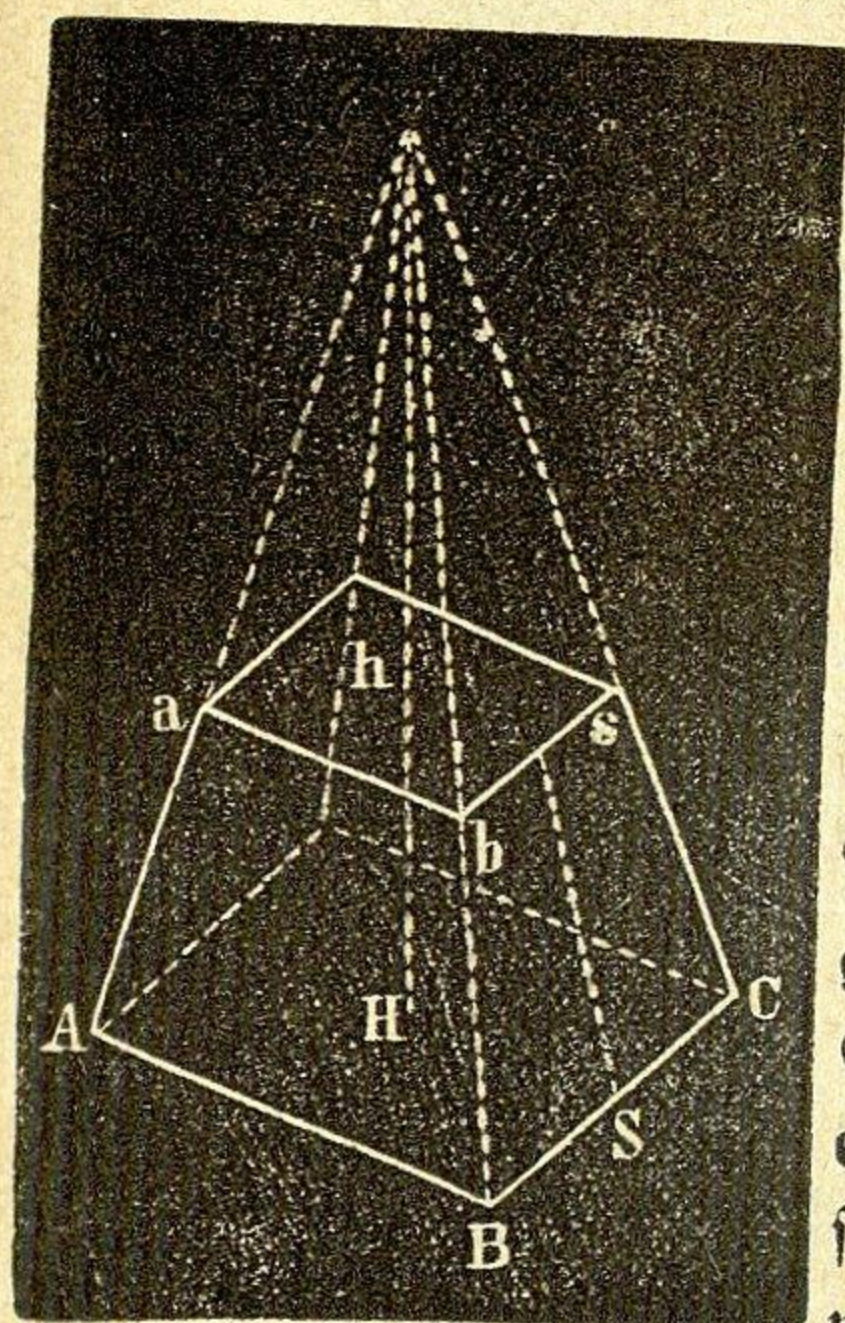
52) Berechne den Cubikinhalt folgender Pyramiden:

- | | | |
|----|--|------------------|
| a) | Grundfläche 3 m ² , | Höhe 3 m; |
| b) | " 0·35 m ² , | " 0·48 m; |
| c) | " 1 m ² 56 dm ² 24 cm ² , | " 1 m 7 dm 4 cm. |

53) Wie hoch ist eine Pyramide, deren Cubikinhalt 30·8 dm³ und deren Grundfläche 7·2 dm² beträgt?

54) Es seien 9 dm und 6 dm zwei parallele Ranten der beiden Grundflächen, 7 dm die Höhe eines senkrechten vierseitigen

Pyramidenstumpfes, und 7.16 dm die Seitenhöhe desselben;
a) wie groß ist die Oberfläche, b) der Cubikinhalt des Stumpfes?



a) Die Grundflächen des Stumpfes sind Quadrate.

Umfang der unteren Grundfl. $= 36 \text{ dm}$,

" " oberen " $= 24 \text{ dm}$,

Inhalt " unteren " $= 81 \text{ dm}^2$,

" " oberen " $= 36 \text{ dm}^2$.

Die Seitenoberfläche besteht aus 4 gleichen Trapezen, deren Parallelseiten zusammen die Umfänge der beiden Grundflächen des Pyramidenstumpfes bilden, und deren gemeinschaftliche Höhe die Seitenhöhe des Stumpfes ist. Die Seitenoberfläche eines senkrechten Pyramidenstumpfes findet man also, indem man die Summe aus den Maßzahlen

der Umfänge der beiden Grundflächen mit der Maßzahl der Seitenhöhe multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Seitenoberfläche} = \frac{60 \times 7.16}{2} = 214.8 \text{ dm}^2$$

$$\begin{array}{r} \text{beide Grundflächen} = 117 \text{ "} \\ \hline \text{ganze Oberfläche} = 331.8 \text{ dm}^2 \end{array}$$

b) Den Cubikinhalt eines Pyramidenstumpfes findet man, indem man von dem Inhalte der vollständigen Pyramide den Inhalt der Ergänzungspyramide subtrahiert.

Zuerst muß die Höhe der ganzen Pyramide gesucht werden.

Die Kanten Aa und Bb haben sich bei einer Höhe von 7 dm um $9 \text{ dm} - 6 \text{ dm} = 3 \text{ dm}$ genähert; damit sie zusammentreffen, d. i. sich um 9 dm nähern, muß die Höhe so oftmal 7 dm betragen, als 3 dm in 9 dm enthalten sind, also $3 \text{ mal } 7 \text{ dm} = 21 \text{ dm}$. Die Höhe der vollständigen Pyramide ist demnach 21 dm , die Höhe der Ergänzungspyramide $21 \text{ dm} - 7 \text{ dm} = 14 \text{ dm}$.

$$\text{Inhalt der vollständigen Pyramide} = 81 \times \frac{21}{3} = 567 \text{ dm}^3,$$

$$\text{" " Ergänzungspyramide} = 36 \times \frac{14}{3} = 168 \text{ "}$$

$$\text{Inhalt der abgekürzten Pyramide} = 567 - 168 = 399 \text{ dm}^3.$$

Annäherungsweise findet man den Cubikinhalt einer abgekürzten Pyramide, indem man die beiden Grundflächen addiert und die halbe Summe mit der Höhe multipliciert.

55) In einem senkrechten dreiseitigen Pyramidenstumpfe von 0.3 m Höhe beträgt jede Seite der unteren Grundfläche 0.45 m , jede Seite der oberen Grundfläche 0.3 m , und die Seitenhöhe 0.303 m ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalt?

Die beiden Grundflächen werden als gleichseitige Dreiecke, entweder wie Aufgabe 47 Seite 161 oder wie Aufgabe 58 Seite 163, berechnet.

Der Cubikinhalt des Pyramidenstumpfes ist 1) genau, 2) annähernd zu bestimmen.

56) Ein Thurmdach hat die Form einer senkrechten vierseitigen Pyramide von 9.6 m Umfang der Grundfläche und 10.2 m Seitenhöhe; wie viel m^2 Blech sind zur Eindeckung erforderlich, wenn für Verschnitt und Falze 6% hinzugerechnet werden?

57) Es soll eine senkrechte quadratische Pyramide von 2.61 m Höhe aus Eisen gegossen werden; wie groß wird das Gewicht derselben, wenn eine Seite der Grundfläche 0.6 m beträgt und 1 dm^3 Guss-eisen 7.2 kg wiegt?

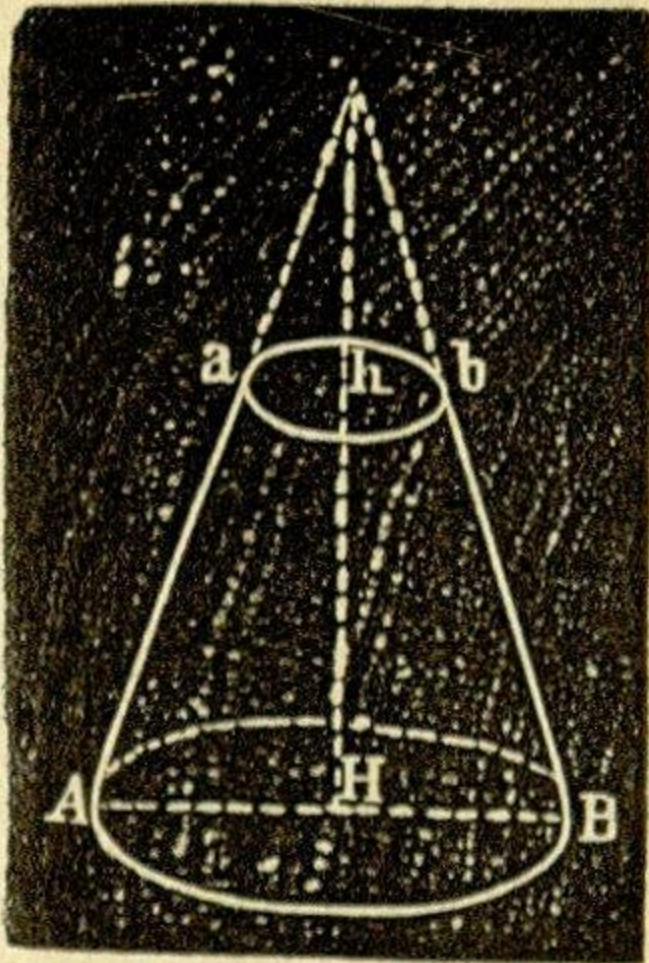
58) Eine 2.2 m tiefe Grube ist oben 4 m lang und 3.5 m breit, unten 3 m lang und 2.6 m breit; wie viel m^3 Erde sind erforderlich, um die Grube zuzuschütten? (Genau und annäherungsweise zu berechnen.)

59) Wie viel l faßt ein 6.4 dm tiefes Gefäß von der Form einer abgekürzten Pyramide, deren Grundflächen Quadrate von 4.8 dm und 3.2 dm Seitenlänge sind?

60) Ein vierkantig behauener Baumstamm von 5 m Länge ist an der einen Grundfläche 28 cm breit und 22 cm hoch, an der anderen 24 cm breit und 19 cm hoch; wie viel m^3 Holz enthält er?

5. Der Kegel.

61) In einem senkrechten Kegel beträgt der Durchmesser der Grundfläche 7 dm , die Höhe 12 dm und eine Seite 12.5 dm ; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Cubikinhalt des Kegels?



Wird der Mantel des Kegelstumpfes auf eine Ebene abgewickelt, so stellt er ein Kreisringstück vor; dieses aber kann man sich in sehr viele kleine Trapeze zerlegt denken, deren Parallelseiten zusammen die Umfänge der beiden Grundflächen des Stumpfes bilden, und deren gemeinschaftliche Höhe die Seite des Stumpfes ist. Die Mantelfläche eines senkrechten Kegelstumpfes findet man also, indem man die Summe aus den Maßzahlen der Umfänge der beiden Grundflächen mit der Maßzahl der Seite multipliziert und das Product durch 2 dividirt.

$$\text{Mantelfläche} = \frac{31.43 \times 6.76}{2} = 106.23 \text{ dm}^2$$

$$\text{beide Grundflächen} = 45.57 \text{ „}$$

$$\text{ganze Oberfläche} = 151.8 \text{ dm}^2.$$

b) Den Cubikinhalt eines Kegelstumpfes findet man, indem man von dem Inhalte des vollständigen Kegels den Inhalt des Ergänzungskegels subtrahiert.

Vor allem muß die Höhe des vollständigen Kegels gesucht werden. Die Seiten Aa und Bb haben sich bei einer Höhe von 6.4 dm um $7 \text{ dm} - 3 \text{ dm} = 4 \text{ dm}$ genähert; damit sie zusammentreffen, d. i. sich um 7 dm nähern, muß die Höhe so oftmal 6.4 dm enthalten, als 4 dm in 7 dm enthalten sind, also 1.75 mal $6.4 \text{ dm} = 11.2 \text{ dm}$. Die Höhe des ganzen Kegels ist demnach 11.2 dm , die Höhe des Ergänzungskegels $11.2 \text{ dm} - 6.4 \text{ dm} = 4.8 \text{ dm}$.

$$\text{Inhalt des vollständigen Kegels} = 38.5 \times \frac{11.2}{3} = 143.73 \text{ dm}^3$$

$$\text{„ „ Ergänzungskegels} = 7.07 \times \frac{4.8}{3} = 11.31 \text{ „}$$

$$\text{Inhalt des Kegelstumpfes} = 132.42 \text{ dm}^3.$$

In der Praxis begnügt man sich gewöhnlich mit einer angenäherten Bestimmung des Inhaltes eines Kegelstumpfes, indem man diesen als einen Cylinder berechnet, dessen Grundfläche gleich ist der halben Summe aus den beiden Grundflächen des Stumpfes, und dessen Höhe die Höhe des Stumpfes ist.

65) Die Durchmesser der Grundflächen eines senkrechten abgekürzten Kegels sind 2.4 dm und 1.8 dm , die Höhe beträgt 3 dm , eine Seite 3.02 dm ; wie groß ist a) die Mantelfläche, b) der Cubikinhalt des Kegelstumpfes? (Letzterer genau und angenähert zu berechnen.)

66) Die Mantelfläche eines senkrechten Kegels ist 20.24 dm^2 , die Seite 4.6 dm ; wie groß ist der Halbmesser der Grundfläche?

67) Ein kegelförmiges Thurmdach soll mit Blech gedeckt werden; wie viel m^2 Blech sind erforderlich, wenn die Grundfläche 3.2 m im Durchmesser hat und die Seitenlänge 10.8 m beträgt, und wenn für Abfall und Falze 5% hinzugerechnet wird?

68) Wie viel m^2 Rinde hat ein Fichtenbaum von 9.2 m Seitenhöhe, dessen Umfang am Stammende 2 m beträgt?

69) Welchen Wert hat eine Tanne, welche 12.6 m hoch ist und unten 2.2 m im Umfange hat, wenn das m^3 Holz mit 6 fl. 40 fr. bezahlt wird?

70) Ein kegelförmiger Filtriertrichter soll 6 l fassen und oben 25 cm weit sein; wie viel muß dessen Tiefe betragen?

71) Wie viel wiegt ein Kegel aus Alabaster, welcher 2.7 dm hoch ist und unten 0.6 dm Durchmesser hat, wenn 1 dm^3 Alabaster 2.7 kg wiegt?

72) Aus einem kegelförmigen, mit Wasser gefüllten Gefäße von 21 cm Durchmesser und 15 cm Höhe wird das Wasser in ein cylindrisches Gefäß von 12 cm Durchmesser gegossen; wie hoch wird das Wasser in diesem Gefäße stehen?

73) Ein 2.7 dm hohes Gefäß hat die Form eines abgekürzten Kegels, dessen Durchmesser an der Bodenfläche 2.4 dm und an der oberen offenen Fläche 2.7 dm ist; wie viel l faßt es?

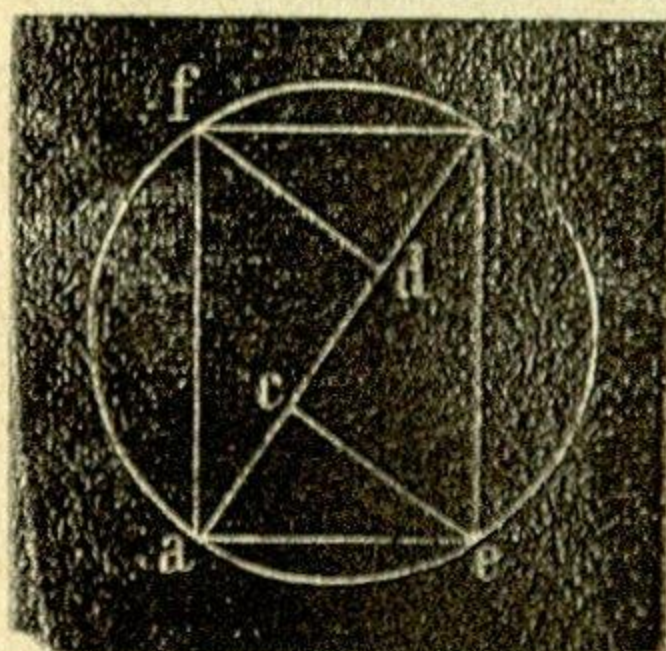
74) Ein in Form eines Kegelstumpfes anzufertigendes Gefäß soll unten 0.72 m und oben 0.84 m Umfang haben und 15 l fassen; wie hoch muß es gemacht werden?

75) Ein Baumstamm hat an dem einen Ende 92 cm , an dem andern 74 cm Umfang, die Länge beträgt 12 m ; wie groß ist dessen Cubikinhalt?

76) Berechne den Inhalt folgender Baumstämme:

- | | | | | | | |
|----|-----------------|------------------|------------------|------------------|-------|--------------------------------------|
| a) | unterer Durchm. | 40 cm , | oberer Durchm. | 27 cm , | Länge | 12.6 m ; |
| b) | " | " | 36 cm , | " | " | 28 cm , " 11.5 m ; |
| c) | " | " | 43 cm , | " | " | 25 cm , " 8.9 m . |

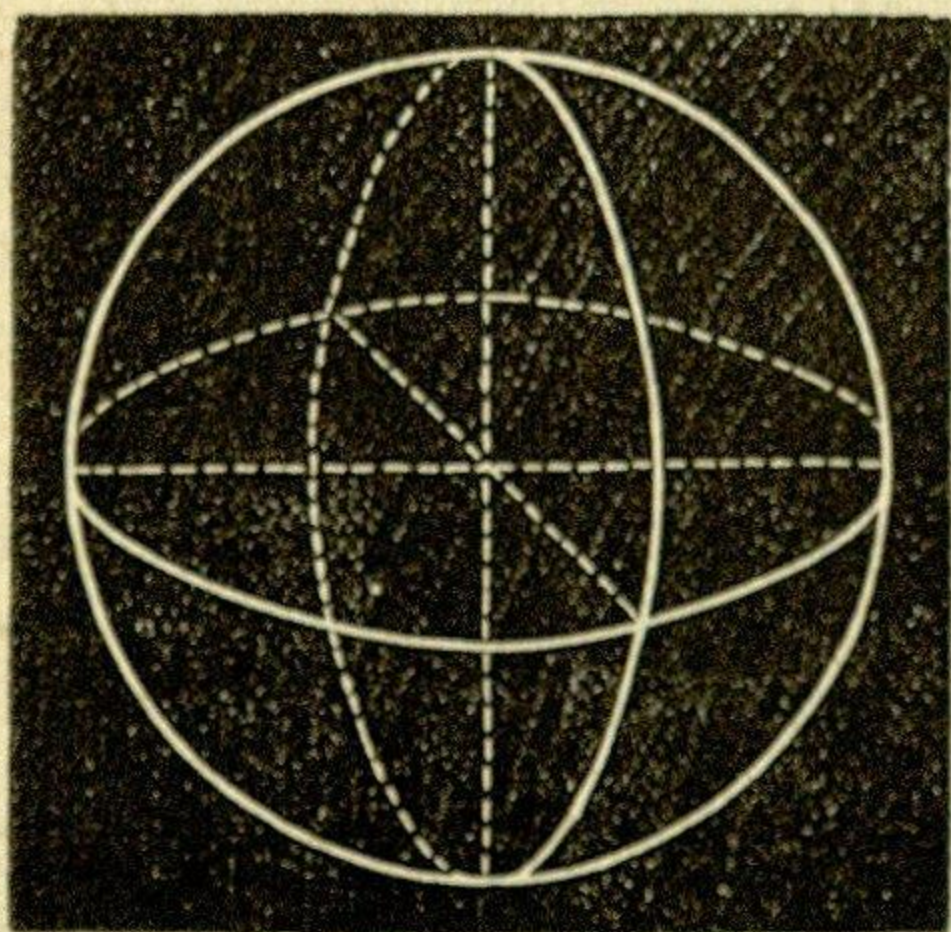
77) Ein Balken von rechteckigen Grundflächen, worin sich die Breite zur Höhe wie 5 : 7 verhält, hat, wenn er auf die schmale Seite gelegt wird, die größte Tragfähigkeit. Ein solcher Balken soll aus einem Rundholze von 5 m Länge, 42 cm unterem und 36 cm oberem Durchmesser gehauen werden; wie groß wird dessen Inhalt sein?



Um die Grundflächen des stärksten Balkens auf der Durchschnittsfläche des Rundholzes zu erhalten, theile man den Durchmesser ab in 3 gleiche Theile, errichte in den Theilungspunkten c und d die Senkrechten ce und df, und bilde das Rechteck aebf. Man findet die Breite ae dieses Rechteckes, indem man den Durchmesser mit 0,577, und die Höhe af, indem man die Breite mit $\frac{7}{5}$ multipliziert.

6. Die Kugel.

78) Der Durchmesser einer Kugel ist 8 dm; wie groß a) ist die Oberfläche, b) der Cubikinhalte derselben?



a) Man hat gefunden, daß die Oberfläche einer Kugel 4mal so groß ist als eine größte Kreisfläche derselben.

Größte Kreisfläche $= 4 \times 4 \times 3\frac{1}{7} = 50,285 \text{ dm}^2$, Oberfläche der Kugel $= 50,285 \times 4 = 201,14 \text{ dm}^2$.

b) Wenn man durch den Mittelpunkt der Kugel sehr viele Ebenen legt, so zerfällt dadurch die Kugel in sehr viele kleine Pyramiden, die ihre Spitze im Mittelpunkte und daher zur gemeinschaftlichen Höhe den Halbmesser der Kugel haben, und deren Grundflächen zusammen die Oberfläche der Kugel bilden. Den Cubikinhalte einer Kugel findet man also, indem man die Maßzahl der Oberfläche mit dem dritten Theile der Maßzahl des Halbmessers multipliziert.

$$\text{Inhalt der Kugel} = 201,14 \times \frac{4}{3} = 268,19 \text{ dm}^3.$$

79) Wie groß ist 1) die Oberfläche, 2) der Cubikinhalte einer Kugel, deren Durchmesser a) 2 m, b) 1.25 m, c) 4 dm 3 cm 6 mm beträgt?

80) Der Halbmesser einer Kugel ist a) 0.28 m, b) 1 m 7 dm 24 mm; wie groß ist 1) die Oberfläche, 2) der Inhalt?

81) Der größte Kreis einer Kugel hat 9.6 dm im Umfange; wie groß ist a) die Oberfläche, b) der Inhalt der Kugel?

82) Die Oberfläche einer Kugel beträgt 373.2526 cm^2 ; wie groß ist der Halbmesser?

83) Wie groß ist der Halbmesser einer Kugel, deren Cubikinhalte a) 33510.4 cm^3 , b) 6.370641 dm^3 beträgt?

84) Wie groß ist die Kante eines Würfels, der mit einer Kugel von 1.5 m Durchmesser gleichen Inhalt hat?

85) Wie groß ist der Halbmesser einer Kugel, welche denselben Inhalt hat als a) ein Würfel von 2.1 dm Kantenlänge, b) ein Cylinder von 0.12 m Höhe und 0.08 m Durchmesser?

86) Ein kugelförmiger Thurmknopf von 1 m Durchmesser soll vergoldet werden; wie viel kostet die Vergoldung, wenn das m^2 mit 32 fl. 80 fr. bezahlt wird?

87) Der Umfang des Erdäquators beträgt 5400 geogr. Meilen; wie groß ist die Oberfläche unserer Erde, wenn man diese als eine vollkommene Kugel betrachtet, von welcher der Äquator einen größten Kreis vorstellt?

(Statt $3\frac{1}{7}$ ist hier die Zahl 3.14159 anzuwenden.)

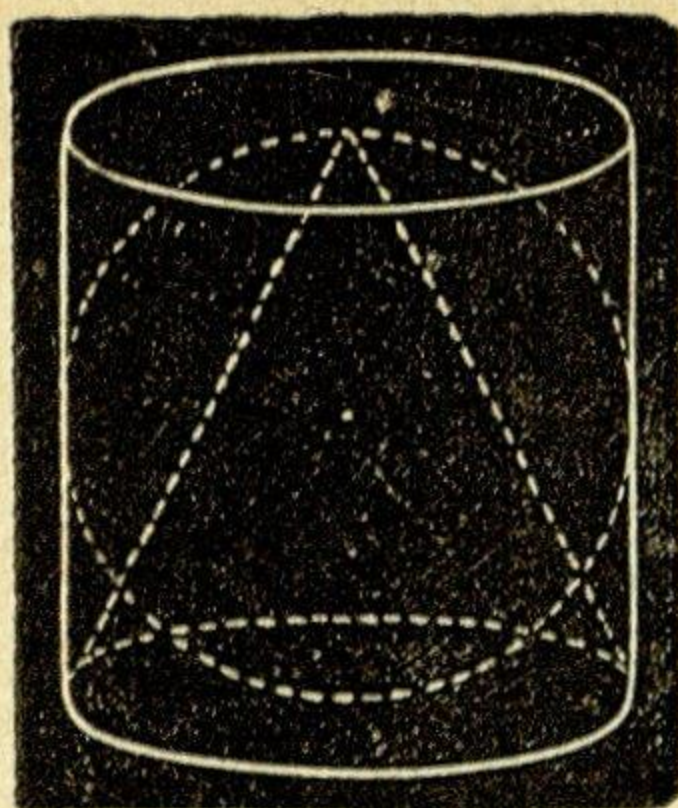
88) Der Durchmesser eines Erdglobus ist 32 cm; wie verhält sich dessen Oberfläche zu der Oberfläche der Erde?

89) Wie groß ist das Gewicht einer Kugel aus Gußeisen von 3.2 dm Halbmesser, wenn 1 dm^3 7.2 kg wiegt?

90) Wie viele Kugeln von 1.2 cm Durchmesser lassen sich aus einem prismatischen Stücke Blei von 18 cm Länge, 8 cm Breite und 3 cm Dicke gießen?

91) Der Umfang des äußeren größten Kreises einer Hohlkugel ist 1.2 m, die Wandstärke 2 cm; wie groß ist der Inhalt der Kugelschale?

92) In einem Cylinder von 12 cm Durchmesser und 12 cm Höhe beschreibt man eine Kugel und einen senkrechten Kegel; a) wie groß ist der Cubikinhalte jedes dieser drei Körper, b) wie verhalten sich die Inhalte des Kegels, der Kugel und des Cylinders zu einander?



$$\text{Cylinder: Grundfl.} = 6 \times 6 \times 3\frac{1}{7} = 113\frac{1}{7} \text{ dm}^2,$$

$$\text{Inhalt} = 113\frac{1}{7} \times 12 = 1357\frac{5}{7} \text{ dm}^3,$$

$$\text{Kugel: Oberfl.} = 6 \times 6 \times 3\frac{1}{7} \times 4 = 452\frac{4}{7} \text{ dm}^2,$$

$$\text{Inhalt} = 452\frac{4}{7} \times \frac{6}{8} = 905\frac{1}{7} \text{ dm}^3,$$

$$\text{Kegel: Grundfl.} = 6 \times 6 \times 3\frac{1}{7} = 113\frac{1}{7} \text{ dm}^2,$$

$$\text{Inhalt} = 113\frac{1}{7} \times \frac{12}{8} = 452\frac{4}{7} \text{ dm}^3,$$

$$\text{Kegel: Kugel: Cylinder} =$$

$$452\frac{4}{7} : 905\frac{1}{7} : 1357\frac{5}{7} = 1 : 2 : 3.$$

7. Bestimmung des Cubikinhaltes eines Körpers aus dessen Gewichte.

Die Größe des Druckes, den ein Körper auf seine Unterlage ausübt, heißt das Gewicht des Körpers. Das Gewicht, das einem Körper ohne Rücksicht auf seine Größe (auf seinen Cubikinhalt) zukommt, ist das absolute Gewicht desselben. Das Gewicht, welches eine Cubikeinheit, z. B. ein Cubik-Decimeter, des Körpers hat, nennt man dessen specifisches Gewicht. Z. B. 1 dm³ Gold wiegt 19.36 kg; diese sind das specifische Gewicht des Goldes für 1 dm³ als Raumeinheit.

Da 1 dm³ reines Wasser 1 kg wiegt, so enthält das specifische Gewicht eines Körpers für 1 dm³ auch die Angabe, wie vielmal so groß als das Gewicht eines bestimmten Raumtheiles reinen Wassers das Gewicht eines ebenso großen Raumtheiles des betreffenden Körpers ist.

Specifische Gewichte einiger Körper: 1 Cub. dm

Alabaster	wiegt 2.70 kg	Korkholz	wiegt 0.24 kg
Bernstein	" 1.08 "	Kupfer, gehämmert	" 8.88 "
Blei	" 11.35 "	" gegossen	" 8.79 "
Buchenholz	" 0.74 "	Marmor	" 2.72 "
Eichenholz	" 0.86 "	Messing (im Mittel)	" 8.40 "
Eisen, geschmiedet	" 7.79 "	Platin	" 21.45 "
" gegossen	" 7.21 "	Quecksilber	" 13.60 "
Elfenbein	" 1.83 "	Silber	" 10.51 "
Fichtenholz	" 0.47 "	Steinkohle(im Mitt.)	" 1.30 "
Gold	" 19.36 "	Stahl	" 7.82 "
Granit (im Mittel)	" 2.70 "	Tannenholz	" 0.48 "
Kalkstein	" 0.46 "	Zinn	" 7.19 "
Kiefernholz	" 0.52 "	Zinn	" 7.29 "

93) Welchen Cubikinhalt nehmen 1800 *kg* Steinkohlen ein?

Da 1 *dm*³ Steinkohle 1·3 *kg* wiegt, so nehmen 1800 *kg* Steinkohlen soviel *dm*³ Raum ein, als wie oft 1·3 *kg* in 1800 *kg* enthalten sind.

$$1800 : 1·3 = 1384·6 \text{ } dm^3.$$

Den Cubikinhalt eines Körpers in Cubik-Decimeter findet man also, indem man das absolute Gewicht desselben in Kilogrammen durch das spezifische Gewicht dividirt.

94) Welchen Cubikinhalt hat ein Stück

a) Blei	von	60 <i>kg</i> ?	g) Messing	von	38 <i>kg</i> ?
b) Schmiedeeisen	"	150 " ?	h) Platin	"	75 " ?
c) Guss-eisen	"	178 " ?	i) Silber	"	203 " ?
d) Gold	"	87 " ?	k) Stahl	"	64 " ?
e) geh. Kupfer	"	106 " ?	l) Zink	"	82 " ?
f) gegoss. Kupfer	"	138 " ?	m) Zinn	"	197 " ?

95) Welchen Cubikinhalt hat im lufttrockenen Zustande ein Balken

a) Buchenholz	von	325 <i>kg</i> ?	c) Kiefernholz	von	957 <i>kg</i> ?
b) Eichenholz	"	860 " ?	d) Tannenholz	"	609 " ?

96) Ein Schlauch faßt 18 *dm*³; wie viel wiegt das darin enthaltene Quecksilber?

1 *dm*³ Quecksilber wiegt 13·6 *kg*; 18 *dm*³ wiegen also

$$13·6 \times 18 = 244·8 \text{ } kg.$$

Das absolute Gewicht eines Körpers in Kilogrammen findet man also, indem man dessen spezifisches Gewicht mit der Maßzahl des in *dm*³ ausgedrückten Cubikinhaltes multipliciert.

97) Berechne das absolute Gewicht folgender Körper:

a) 45 <i>dm</i> ³ Malabaster	g) 69·4 <i>dm</i> ³ Guss-eisen
b) 16 " Bernstein	h) 4·5 " Gold
c) 18 " Elfenbein	i) 17·83 " Silber
d) 86 " Granit	k) 93·26 " Buchenholz
e) 40 " Korkholz	l) 163·725 " Eichenholz
f) 112 " Marmor	m) 204·516 " Fichtenholz

Wiederholungsaufgaben.

1) Eine Rundsäule, welche 3.2 m hoch ist und 2.5 m im Umfange hat, soll mit Ölfarbe angestrichen werden; wie hoch kommt der Anstrich, wenn man für das m^2 75 fr. bezahlt?

2) Ein aufgeschütteter Kornhaufen hat die Form eines Kegels, dessen Höhe 1.4 m , und dessen Umfang am Boden 3.8 m beträgt; wie viel hl enthält der Haufen?

3) Eine Kiste mit Deckel ist von außen gemessen 1.3 m lang, 1 m breit und 0.8 m hoch; wie viel beträgt der innere Raum, wenn die Bretter 2 cm dick sind?

4) Ein rautenförmiger Garten enthält 6 a ; wie groß ist darin die kürzere Diagonale, wenn die längere 48 m beträgt?

5) Wenn man den Durchmesser der Erde $= 1719\frac{1}{2}$ Meilen und die Höhe ihrer Luftschichte $= 11$ Meilen setzt, wie groß ist der Inhalt der Luftschichte?

6) Ein Ziegelstein ist 3 dm lang, 1.5 dm breit und 0.6 dm dick; a) wie viel solcher Ziegelsteine braucht man zu einer Mauer, welche 10 m lang, 3 m hoch und 9 dm dick ist, wenn wegen der Ralfugen 20% Ziegel in Abzug gebracht werden; b) wie viel kosten diese Ziegel, das Tausend zu 34 fl. 20 fr. gerechnet?

7) Wie viel wiegt eine Rundsäule aus Marmor von 6.5 dm Durchmesser und 5.2 m Höhe, wenn 1 m^3 Marmor 2.7 kg wiegt?

8) Wie viel ist ein Balken von quadratischem Querschnitt wert, wenn er 3.2 m lang, an dem einen Ende 0.41 m , an dem andern 0.31 m stark ist, und wenn das m^3 mit 28 fl. bezahlt wird?

9) Es soll ein kreisrunder Teich mit einem Durchmesser von 36 m und einer Tiefe von 2.5 m gegraben werden; wie viel kostet das Ausgraben, wenn dabei 30 Arbeiter mit einem Taglohn à 96 fr. beschäftigt sind, und 1 Arbeiter täglich 3 m^3 ausgräbt?

10) Das Schwungrad an einer Maschine hat $2\text{ m } 8\text{ dm}$ Durchmesser; wie groß ist sein Umfang?

11) Die Grundfläche einer senkrechten, 3 m hohen Säule ist ein regelmäßiges Achteck von $4\cdot2\text{ dm}$ Seitenlänge; wie groß ist a) die Seitenoberfläche, b) die Grundfläche, c) der Inhalt dieser Säule?

12) Ein 4 dm hoher Zuckerhut hat an der Grundfläche einen Umfang von 6 dm ; wie viel ist er wert, wenn 1 dm^3 $1\cdot6\text{ kg}$ wiegt und das kg 60 fr. kostet?

13) Jeder Körper verliert, im Wasser gewogen, soviel von seinem Gewichte, als eine gleich große Wassermasse wiegt; wie viel wiegt im Wasser ein Körper von 2 dm Länge, $1\cdot2\text{ dm}$ Breite und 1 dm Dicke, welcher in der Luft $4\frac{4}{5}\text{ kg}$ Gewicht hat?

14) Wie viel Bogen Papier von 48 cm Länge und 40 cm Breite sind zum Überkleben von 5 Kugeln erforderlich, deren jede 24 cm im Durchmesser hat, wenn für Verschnitt 5% dazugerechnet werden?

15) Ein Schlosser hat ein Fenstergitter von 8 mm starken Eisenstäben zu fertigen; dasselbe soll 5 verticale Stäbe zu $2\cdot2\text{ m}$ Länge und 9 Querstäbe zu $1\cdot1\text{ m}$ Länge haben; wie hoch berechnet sich das Gitter, wenn das dm^3 Eisen $7\cdot8\text{ kg}$ wiegt und das kg mit 28 fr. bezahlt wird?

16) Ein Gefäß von 5 dm Länge und 4 dm Breite ist zum Theile mit Wasser gefüllt; in dasselbe legt man einen Stein von unregelmäßiger Form, der vom Wasser ganz bedeckt wird; wie groß ist der Stein, wenn das Wasser dadurch um $1\cdot2\text{ dm}$ gestiegen ist?

17) Das Dach eines Thurmes wird von 8 Dreiecken gebildet, in deren jedem die Grundlinie 2 m und die Höhe $5\cdot2\text{ m}$ beträgt; wie hoch kommt die Eindeckung desselben mit Blechtafeln, wenn das m^2 5 kg wiegt, 1 kg Blechtafel 46 fr. kostet, für die Arbeit 90 fr. pr. m^2 gezahlt und für Verschnitt und Falze 6% hinzugerechnet werden?

18) Welchen Durchmesser hat ein Kreis, in welchem ein Bogen von 5° a) 1 dm , b) 2.5 dm , c) 8.4 dm , d) 1.5 m lang ist?

19) Die Seitenoberfläche einer 4.5 m hohen senkrechten Säule, deren Basis ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge 0.5 m ist, soll einen Anstrich erhalten; wie viel kostet derselbe, wenn für das m^2 72 fr. gezahlt werden?

20) In ein cylindrisches Gefäß von 0.6 Durchmesser, das zum Theil mit Wasser gefüllt ist, werden 10 Kugeln, jede von 0.12 m Durchmesser, geworfen; um wie viel steigt dadurch das Wasser in dem Gefäße?

21) Ein Schmied hat auf die Räder eines Wagens neue Reife von 4 mm Dicke und 8 cm Breite zu machen; die zwei Vorderräder haben 0.8 m , die Hinterräder 1.2 m im Durchmesser; wie viel kostet das Beschlagen dieser Räder, wenn 1 dm^3 Schmiedeeisen 7.8 kg wiegt und das kg mit 36 fr. bezahlt wird?

22) Aus einem Rundholze, welches 4.8 m lang ist, unten 52 cm , oben 40 cm im Durchmesser hat, soll der größte quadratische Balken bearbeitet werden; wie groß wird der Inhalt desselben sein?

Die Berechnung der quadratischen Endflächen des Balkens geschieht, wie in der Aufg. 32 Seite 159 angegeben wurde.

23) Es wird ein Keller von 9.8 m Länge, 7.5 m Breite und 2.8 m Tiefe gegraben und das dabei gewonnene lockere Erdreich auf Pferdefarren, von denen jeder 0.52 m^3 faßt, fortgeschafft; 10 m^3 feste Erdmasse geben beim Ausgraben 18 m^3 lockeres Erdreich. a) Wie viel m^3 fester Boden wird ausgegraben; b) wie viel kostet das Ausgraben, wenn für das m^3 65 fr. gezahlt werden; c) wie viel m^3 lockeres Erdreich erhält man; d) wie viel kostet das Fortschaffen desselben, wenn eine Fuhr 36 fr. kostet?



Anhang.

Übersicht der wichtigsten Maße, Gewichte und Münzen.

I. Metrisches Maß- und Gewichtssystem.

In dem metrischen Maß- und Gewichtssysteme, das zuerst in Frankreich eingeführt wurde, bildet die Grundeinheit für alle Maße und Gewichte das Meter, welches französische Gelehrte als den zehnmillionsten Theil der Länge eines Erdmeridian-Quadranten annahmen.

Das Meter (m) ist die Einheit des Längenmaßes. Die Einheit für das allgemeine Flächenmaß ist das Quadratmeter (m^2), für das Bodenflächenmaß das Ar (a) = 100 Quadratmeter. Die Einheit für das allgemeine Körpermaß ist das Cubikmeter (m^3) und für das Hohlmaß das Liter (l) = $\frac{1}{1000}$ Cubikmeter. Die Einheit des Gewichtes ist das Gramm (g), d. i. das Gewicht des in $\frac{1}{1000}$ Liter enthaltenen destillierten Wassers bei 4 Grad des 100theiligen Thermometers. Die Vielfachen und Untertheilungen sowohl der Längen-, als der Flächen-, Körper- und Gewichtsmaße werden nach dem Decimalsysteme gebildet, indem man vor den Namen der Einheit bei den Vielfachen griechische, bei den Untertheilungen lateinische Zahlwörter setzt. Es wird demnach das 10fache der Einheit durch das vorgesetzte Wort Deka, das 100fache durch Hekto, das 1000fache durch Kilo und das 10000fache durch Myria, dagegen der 10te Theil der Einheit durch das vorgesetzte Wort Deci, der 100ste Theil durch Centi, der 1000ste Theil durch Milli ausgedrückt. Hiernach ergibt sich für das metrische Maßsystem, übereinstimmend mit unserem Zahlensysteme, folgender Bau:

Vielfache				Einheit	Untertheilungen		
Myria	Kilo	Hekto	Deka		Deci	Centi	Milli
10000	1000	100	10	Meter, Ar, Liter, Gramm	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$

Aus dieser allgemeinen Zusammenstellung folgt für die einzelnen französischen Maße nachstehende Gliederung:

Längenmaß.

1 Myriameter	= 10000 m	1 Meter (Einheit)	= 1 m
1 Kilometer (km)	= 1000 "	1 Decimeter (dm)	= $\frac{1}{10}$ "
1 Hektometer	= 100 "	1 Centimeter (cm)	= $\frac{1}{100}$ "
1 Dekameter	= 10 "	1 Millimeter (mm)	= $\frac{1}{1000}$ "

Allgemeines Flächenmaß.

1 Quadrat-Myriameter	= 100000000 m ²		
1 Quadrat-Kilometer (km ²)	= 1000000 "		
1 Quadrat-Hektometer	= 10000 m ²	1 dm ²	= $\frac{1}{100}$ m ²
1 Quadrat-Dekameter	= 100 "	1 cm ²	= $\frac{1}{10000}$ "
1 Quadratmeter (Einheit)	= 1 "	1 mm ²	= $\frac{1}{1000000}$ "

Bodenflächenmaß.

1 Hektar (ha)	= 100 a = 10000 m ²	
1 Ar (a) (Einheit)	= 1 " = 100 "	<i>Einheit</i>

Allgemeines Körpermaß.

1 Cubik-Myriameter	= 1000000000000 m ³		
1 Cubik-Kilometer (km ³)	= 1000000000 "		
1 Cubik-Hektometer	= 1000000 m ³	1 dm ³	= $\frac{1}{1000}$ m ³
1 Cubik-Dekameter	= 1000 "	1 cm ³	= $\frac{1}{1000000}$ "
1 Cubikmeter (Einheit)	= 1 "	1 mm ³	= $\frac{1}{1000000000}$ "

Hohlmaß.

1 Kiloliter	= 1000 l	1 Liter (Einheit)	= 1 l
1 Hektoliter (hl)	= 100 "	1 Deciliter (dl)	= $\frac{1}{10}$ "
1 Dekaliter	= 10 "	1 Centiliter (cl)	= $\frac{1}{100}$ "

Gewichtsmaß.

1 Myriagramm	= 10000 g	1 Gramm (Einheit)	= 1 g
1 Kilogramm (kg)	= 1000 "	1 Decigramm (dg)	= $\frac{1}{10}$ "
1 Hektogramm	= 100 "	1 Centigramm (cg)	= $\frac{1}{100}$ "
1 Dekagramm (dkg)	= 10 "	1 Milligramm (mg)	= $\frac{1}{1000}$ "

X

II. Maße, Gewichte und Münzen der österreichisch-ungarischen Monarchie.

Die neuen österreichischen Maße und Gewichte sind die metrischen, nur mit dem Unterschiede, daß jene Maßglieder des französischen Systems, welche für das praktische Leben und für die Wissenschaft entbehrlich erscheinen, in die österreichische Maß- und Gewichtsordnung nicht aufgenommen wurden, und daß nicht das Gramm, sondern das Kilogramm die Einheit des Gewichtes bildet.

a. Längenmaße.

1. Neue Längenmaße.

Die Einheit des Längenmaßes ist das Meter (m).
 Untertheilungen: das Decimeter (dm) = $\frac{1}{10} m$, das Centimeter (cm) = $\frac{1}{100} m$ und das Millimeter (mm) = $\frac{1}{1000} m$.
 Vielfache: das Kilometer (km) = $1000 m$ und das Myriameter = $10000 m$.

2. Frühere Längenmaße.

Die Einheit war der Wiener Fuß, welcher in 12 Zoll à 12 Linien eingetheilt wurde; 6 Fuß = 1 Klafter, 4000 W. Klafter = 1 österreichische Postmeile.

Eine geographische Meile, d. i. der 15te Theil eines Grades des Erdäquators, beträgt 3912·735 W. Klafter = 0·978184 österr. Meilen.

Die Wiener Elle = 2·46 W. Fuß wurde in halbe Ellen, Viertel, Achtel, auch in Drittel und Sechstel getheilt.

3. Verhältniß zwischen den neuen und den früheren Längenmaßen.

1 m	= 3·16375 W. Fuß,	angenähert $3\frac{1}{6}$ Fuß;
1 m	= 1·28608 W. Ellen,	" $1\frac{2}{7}$ Ellen;
1 km	= 0·13182 österr. Meilen,	" $\frac{2}{15}$ Meilen.

1 Fuß	= 0·31608 m ,	angenähert $\frac{6}{19} m$;
1 Elle	= 0·77756 m ,	" $\frac{7}{9} m$;
1 öst. Meile	= 7·58594 km ,	" $7\frac{1}{2} km$.

b. Flächenmaße.

1. Neue Flächenmaße.

Die allgemeinen Flächenmaße sind die Quadrate der Längenmaße. Die Einheit ist das Quadratmeter (m^2). Untertheilungen: das Quadrat-Decimeter (dm^2) = $\frac{1}{100} m^2$, das Quadrat-Centimeter (cm^2) = $\frac{1}{100} dm^2$ und das Quadrat-Millimeter (mm^2) = $\frac{1}{100} cm^2$. Vielfache: das Quadrat-Kilometer (km^2) = 1000000 m^2 und das Quadrat-Myriameter = 100 km^2 .

Die Einheit des Bodenflächenmaßes ist das Ar (a) = 100 m^2 . Vielfaches: das Hektar (ha) = 100 a .

2. Frühere Flächenmaße.

1 Quadratflaster = 36 Quadratfuß à 144 Quadratzoll à 144 Quadratlinien.

Als Bodenflächenmaß diente das Joch = 1600 Quadratflaster; 1 österr. Quadratmeile = 10000 Joch.

3. Verhältniß zwischen den neuen und den früheren Flächenmaßen.

1 m^2	= 10·00931 Quadratfuß,	angenähert 10 Quadratfuß;
1 ha	= 1·73773 Joch,	" $1\frac{3}{4}$ Joch;
1 km^2	= 0·01738 ö. Quadratmeilen,	" $\frac{7}{400}$ Quadratmeilen.

1 Quadratfuß	= 0·09991 m^2 ,	angenähert $\frac{1}{10} m^2$;
1 Joch	= 0·57546 ha ,	" $\frac{4}{7} ha$;
1 ö. Quadratmeile	= 75·54642 km^2 ,	" $57\frac{27}{53} km^2$.

c. Körpermaße.

1. Neue Körpermaße.

Die allgemeinen Körpermaße sind die Würfel der Längenmaße. Die Einheit ist das Cubikmeter (m^3). Untertheilungen: das Cubik-Decimeter (dm^3) = $\frac{1}{1000} m^3$, das Cubik-Centimeter (cm^3) = $\frac{1}{1000} dm^3$ und das Cubik-Millimeter (mm^3) = $\frac{1}{1000} cm^3$. Vielfache: das Cubik-Kilometer (km^3) = 1000000000 m^3 und das Cubik-Myriameter = 1000 km^3 .

Die Einheit des Hohlmaßes ist das Liter (l) = 1 dm^3 . Untertheilungen: das Deciliter (dl) = $\frac{1}{10} l$ und das Centiliter (cl) = $\frac{1}{100} l$. Vielfaches: das Hektoliter (hl) = 100 l .

2. Frühere Körpermaße.

1 Cubikflaster = 216 Cubikfuß à 1728 Cubikzoll à 1728 Cubiklinien.

Für das Getreidemaß war: 1 Wiener M e ß e n = 1.9471 W. Cubikfuß.

Für das Flüssigkeitsmaß war: 1 Wiener Eimer = 40 Maß = 1.792 W. Cubikfuß.

3. Verhältniß zwischen den neuen und den früheren Körpermaßen.

1 m^3	= 31.66695 Cubikfuß,	angenähert 32 Cubikfuß;
1 hl	= 1.62637 M e ß e n,	" $1\frac{5}{8}$ M e ß e n;
1 hl	= 1.76713 Eimer,	" $1\frac{7}{9}$ Eimer;
1 l	= 0.70685 Maß,	" $\frac{5}{7}$ Maß.

1 Cubikfuß	= 0.03158 m^3 ,	angenähert $\frac{1}{32} m^3$;
1 M e ß e n	= 0.61487 hl	" $\frac{8}{13} hl$;
1 Eimer	= 0.56589 hl	" $\frac{9}{16} hl$;
1 Maß	= 1.41472 l	" $1\frac{2}{5} l$.

d. Gewichte.

1. Neue Gewichte.

Die Einheit des Gewichtes ist das Kilogramm (kg), gleich dem Gewichte eines Cubikdecimeters (l) destillierten Wassers im luftleeren Raume bei der Temperatur von 4 Grad des 100theiligen Thermometers. Untertheilungen: das Dekagramm (dkg) = $\frac{1}{100} kg$, das Gramm (g) = $\frac{1}{1000} kg$, das Decigramm (dg) = $\frac{1}{10} g$, das Centigramm (cg) = $\frac{1}{100} g$ und das Milligramm (mg) = $\frac{1}{1000} g$. Vielfache: die Tonne (t) = 1000 kg ; der metrische Centner (q) = 100 kg .

Der Feingehalt sowohl der Münzen als des ungemünzten Goldes und Silbers wird in Tausendtheilen ausgedrückt. Z. B. Der Feingehalt des Goldes oder Silbers ist 900 Tausendtheile ($\frac{900}{1000}$ oder $\frac{9}{10}$), heißt: unter 1000 Gewichtstheilen des legierten Metalls sind 900 Theile Gold oder Silber und 100 Theile Zusatz (Kupfer). Feines Gold oder Silber ist 1000 tausendhältig.

2. Frühere Gewichte.

Das Handelsgewicht. 1 Wiener Centner hatte 100 Wiener Pfund à 32 Loth à 4 Quentchen.

Das Münz- und Silbergewicht. Die Einheit war die Wiener Mark; sie hatte 16 Loth à 16 Pfennige. — Als Münzgewicht diente in Oesterreich, wie auch in Deutschland, meistens die kölnische Mark, welche in Wien = 233.87 Gramm angenommen

wurde. Seit 1858 wurde bei der Ausmünzung das Zollpfund oder Münzpfund = 500 Gramm zugrunde gelegt.

Das Apothekergewicht. Das Apothekerpfund hatte 12 Unzen à 8 Drachmen à 3 Scrupel à 20 Apothekergran; 1 Unze = 2 Loth W. Handelsgewicht.

Außerdem bestand noch ein besonderes Ducatengewicht und ein Juwelengewicht.

Zur Prüfung des Feingehaltes des Goldes und des Silbers wurde beim Gold die Mark in 24 Karat à 12 Grän, beim Silber in 16 Loth à 18 Grän eingetheilt. Feines Gold ohne Zusatz hieß 24karatig; 18karatig war das legierte Gold, wenn es in einer Mark 18 Theile feines Gold und 6 Theile Zusatz enthielt. Feines Silber ohne Zusatz war 16löthig; 13löthig hieß solches Silber, welches 13 Theile feines Silber und 3 Theile Zusatz enthielt.

3. Verhältniß zwischen den neuen und den früheren Gewichten.

1 kg	=	1.78552 W. Pfund,	angenähert	$1\frac{4}{5}$ Pfund ;
1 dkg	=	0.57137 W. Loth,	"	$\frac{4}{7}$ Loth ;
1 kg	=	3.56293 W. Mark,	"	$3\frac{4}{7}$ Mark ;
1 kg	=	2.38070 Apoth. Pf.,	"	$2\frac{2}{5}$ Ap. Pfund.

1 W. Pfund	=	0.56006 kg,	angenähert	$\frac{5}{9}$ kg ;
1 W. Loth	=	1.75019 dkg,	"	$1\frac{3}{4}$ dkg ;
1 W. Mark	=	0.28067 kg,	"	$\frac{7}{25}$ kg ;
1 Apoth. Pf.	=	0.42005 kg,	"	$\frac{5}{12}$ kg.

e. Zeit-, Winkel- und Papiermaße.

1. Die Zeit wird nach Jahren, Monaten, Tagen, u. s. w. bestimmt. 1 Jahr hat 12 Monate. 1 Monat wird in der Zinsrechnung gewöhnlich zu 30 Tagen, somit das Jahr zu 360 Tagen angenommen. Nach dem Kalender hat der Monat Februar 28 oder 29 Tage, April, Juni, September und November haben je 30, die übrigen Monate je 31 Tage, so daß auf ein gemeines Jahr 365, auf ein Schaltjahr 366 Tage kommen. 1 Woche hat 7 Tage, 1 Tag hat 24 Stunden, 1 Stunde 60 Minuten, 1 Minute 60 Sekunden.

2. Der Umfang eines jeden Kreises wird in 360 Grade eingetheilt. Jedem Bogengrade entspricht am Mittelpunkte des

Kreises ein Winkel, welcher gleichfalls ein Grad genannt wird. 1 Grad ($^{\circ}$) hat 60 Minuten, 1 Minute ($'$) 60 Sekunden ($''$).

3. Ein Ries Papier hat 10 Buch, 1 Buch hat 10 Lagen, 1 Lage 10 Bogen.

f. Geld und Münzen.

1. Der gesetzliche Münz- und Rechnungsfuß der österreichisch-ungarischen Monarchie ist die österreichische Währung, wornach aus 500 g feinen Silbers 45 Gulden geprägt werden. 1 Gulden (fl.) hat 100 Kreuzer (kr.)

2. Vor dem Jahre 1858 rechnete man in Österreich nach Gulden Conventions-Münze, von denen 20 Stück eine kölnische Mark feinen Silbers enthielten; 1 Gulden C. M. hatte 60 kr. à 4 Pfennige. 100 fl. C. M. = 105 fl. österr. Währ.

3. Geprägte Münzen.

Goldmünzen: Achtguldenstücke und Vierguldenstücke; von den ersteren werden aus dem halben Kilogramm $\frac{9}{16}$ feinen Goldes $77\frac{1}{2}$, von den letzteren 155 Stück ausgeprägt. Auch werden noch die Ducaten, und zwar 67 Stück aus einer köln. Mark $23\frac{2}{3}$ Karat feinen Goldes geprägt.

Diese Goldmünzen sind bloß Handelsmünzen und haben keinen festen Wert.

Silbermünzen: Zweigulden-, Gulden- und Viertelguldenstücke in österr. Währ. als Landesmünze; dann Stücke zu 20, 10 und 5 kr. als Silber-Scheidemünze.

Kupfer-Scheidemünzen: Stücke zu 4, 1 und $\frac{1}{2}$ kr.

4. An Papiergeld hat man: Banknoten zu 10, 100 und 1000 fl. und Staatsnoten zu 1, 5 und 50 fl. ö. W.

III. Die wichtigsten ausländischen Maße, Gewichte und Rechnungsmünzen.

1. Belgien.

Maße, Gewichte und Münzen, wie in Frankreich.

2. Deutschland.

Längenmaße. 1 Stab (*m*) = 100 Neuzoll (*cm*)
à 10 Strich (*mm*). 10 Stab = 1 Rette, 1000 Stab = 1 *km*;
7500 *m* = 1 Meile.

Feldmaße. 1 *a* = 100 Quadratstab, 1 *ha* = 100 *a*.

Körpermaße. 1 Kubik-Stab = 1000 Rannen (*l*)
à 2 Schoppen. 50 Rannen = 1 Scheffel, 100 Rannen =
1 Faß (*hl*).

Gewichte. 1 *kg* = 2 Pfund = 1000 *g* à 10 *dg*
à 10 *cg* à 10 *mg*. 10 *g* = 1 Neuloth (*dkg*), 50 Neuloth =
1 Pfund. 50 *kg* = 100 Pfund = 1 Centner; 1000 *kg* =
20 Centner = 1 Tonne.

Rechnungsmünzen. Man rechnet in der Goldwährung
nach Reichsmark à 100 Pfennige. 1 Mark = 50 fr. ö. W.
in Silber.

3. England.

Längenmaße. 1 Fuß = 0.3048 *m*; 1 Yard = 3 Fuß
= 0.9144 *m*.

Feldmaß. 1 Acre = 0.4047 *ha*.

Getreidemaße. 1 Quarter hat 8 Bushels à 8 Gallons,
und ist = 2.9078 *hl*.

Flüssigkeitsmaß. 1 Gallon = 4.5435 *l*.

Gewichte. Das Troy-Pfund (für Münzen, Gold und
Silber) hat 12 Unzen und ist = 0.3733 *kg*. Das Handels-
pfund (Avoir-du-poids) ist = 0.4536 *kg* und wird in 16 Unzen
eingetheilt. 1 Centner hat 112 Pfund; 20 Centner = 1 Tonne.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Pfund oder Livres Sterling à 20 Schilling à 12 Pence oder Deniers. Der Sovereign (eine Goldmünze) gilt 1 Pfund Sterling und ist = 10.1051 fl. ö. W. in Silber.

4. Frankreich.

Die metrischen Maße und Gewichte, welche in Frankreich gesetzlich eingeführt sind, wurden schon oben unter I. erklärt.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Franken à 100 Centimes. 1 Frank = 0.405 fl. ö. W.

5. Holland.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Gulden à 100 Cents. 1 Gulden holl. = 0.8505 fl. ö. W.

6. Italien.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. 1 Lira à 100 Centesimi = 1 Frank = 0.405 fl. ö. W.

7. Russland.

Längenmaße. 1 Sassen = 7 Fuß, 1 Fuß = 0.3048 m; 1 Arschin (Elle) = 0.7112 m.

Feldmaß. 1 Dessetine = 1.0925 ha.

Getreidemaß. 1 Tschetwert = 2.099 hl.

Flüssigkeitsmaß. 1 Wedro hat 10 Krusche und ist = 12.299 l.

Gewichte. 1 Pud hat 40 Pfund à 96 Solotnik; 1 Pfund = 0.4095 kg.

Rechnungsmünzen. 1 Rubel à 100 Kopeken = 1.6192 fl. ö. W.

8. Schweiz.

Längenmaße. 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Klafter = 6 Fuß à 10 Zoll à 10 Linien; 1 Fuß = 0.3 m, 1 Elle = 2 Fuß = 0.6 m.

Feldmaß. 1 Tuchart von 400 Quadratruthen = 0.36 ha.

Getreidemaße. 1 Malter = 10 Viertel à 10 Immi oder à 16 Mäßlein; 1 Malter = 1·5 hl.

Flüssigkeitsmaße. 1 Ohm hat 100 Maß; 1 Maß = 1·5 l.

Gewichte. 1 Centner hat 100 Pfund à 32 Loth à 4 Quentchen; 1 Pfund = 0·5 kg.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Franken à 100 Rappen. 1 Frank = 0·405 fl. ö. W.

9. Türkei.

Seit 13. März 1871 ist gesetzlich das metrische System eingeführt; thatsächlich sind noch die alten Maße und Gewichte im Gebrauche.

Längenmaße. 1 Pic = 0·6831 m, 1 Endasch = 0·6528 m.

Getreidemaß. 1 kg = 0·3527 hl.

Flüssigkeitsmaß. 1 Almud = 5·2047 l.

Gewichte. 1 Kantar = 44 Oke = 100 Kottel; 1 Oke = 1·2809 kg.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Piafter à 40 Para. 1 Piafter = 0·0899 fl. ö. W. Größere Summen berechnet man nach Beuteln à 500 Piafter.



Inhalt.

Erster Abschnitt.

Wiederholungsaufgaben über das Rechnen mit ganzen und Decimalzahlen.

	Seite
1. Das Addieren	3
2. Das Subtrahieren	5
3. Das Multiplicieren. Rechnungsvorthelle und abgekürzte Multiplication der Decimalbrüche	7
4. Das Dividieren. Rechnungsvorthelle und abgekürzte Division der Decimalbrüche	11
Aufgaben über die Multiplication und Division als Schlussrechnungen	16

Zweiter Abschnitt.

Theilbarkeit der Zahlen.

1. Kennzeichen der Theilbarkeit	20
2. Größtes gemeinschaftliches Maß	22
3. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches	23
Wiederholungsaufgaben	24

Dritter Abschnitt.

Das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

1. Verwandlung ganzer oder gemischter Zahlen in unechte Brüche, und umgekehrt	28
2. Vergleichung des Wertes der Brüche	29
3. Erweitern der Brüche	31
4. Gleichnamigmachen der Brüche	—
5. Abkürzen der Brüche	33

	Seite
6. Verwandeln gemeiner Brüche in Decimalbrüche und umgekehrt .	34
7. Addieren	35
8. Subtrahieren	37
9. Multiplicieren	39
10. Dividieren	44
Wiederholungsaufgaben	49

Vierter Abschnitt.

Quadrieren und Cubieren, Ausziehen der Quadrat- wurzel und der Cubikwurzel.

1. Das Quadrieren	52
2. Das Ausziehen der Quadratwurzel	54
3. Das Cubieren	57
4. Das Ausziehen der Cubikwurzel	60
Wiederholungsaufgaben	63

Fünfter Abschnitt.

Verhältnisse und Proportionen.

I. Verhältnisse	65
II. Proportionen	68
III. Anwendung der Proportionen	69
IV. Zusammengesetzter Dreisatz	75
Wiederholungsaufgaben	77

Sechster Abschnitt.

Angewandte Verhältnissrechnungen.

I. Die Procentrechnung	80
II. Die Zinsrechnung	85
A. Einfache Zinsen und Discout	—
B. Zinseßzinsen	91
III. Die Terminrechnung	94
IV. Die Theilregel	96
V. Die Alligationsrechnung	99
VI. Die Kettenrechnung	100
Wiederholungsaufgaben	102

Siebenter Abschnitt.

Rechnungen für besondere Berufszweige.

	Seite
I. Haushaltungsrechnungen	107
II. Landwirtschaftliche Rechnungen	116
III. Gewerbliche Rechnungen	131
IV. Kaufmännische Rechnungen	142

Achter Abschnitt.

Die Raumgrößenrechnung.

I. Flächenberechnungen	155
Wiederholungsaufgaben	168
II. Körperberechnungen	171
Wiederholungsaufgaben	188

Anhang.

Übersicht der wichtigsten Maße, Gewichte und Münzen.

I. Metrisches Maß- und Gewichtssystem	191
II. Österreichisch-ungarische Maße, Gewichte und Münzen	193
III. Die wichtigsten ausländischen Maße, Gewichte und Rechnungsmünzen	198



Druck von Karl Gorišek in Wien.

26xxx

26000. 32- 873
256

400

9



A N N C
A N N C

