# Očala na koncu nosu

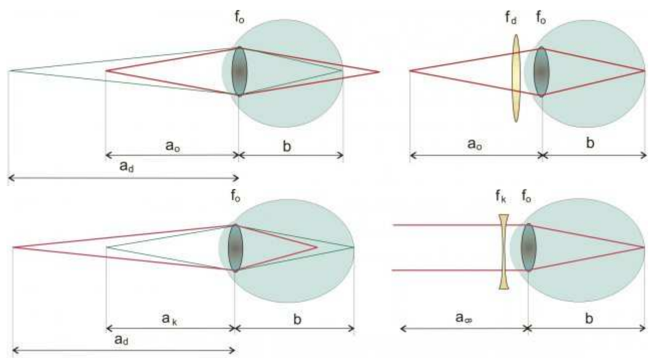
Jože Rakovec

→ **Predvsem daljnovidne (tiste, ki na daleč vidijo dobro, na blizu pa ne) pogosto vidimo, da nosijo očala na koncu nosu. Glavni razlog je, da imajo nad očali nemoten pogled na oddaljene predmete, saj za daleč korekcijskih leč ne potrebujejo. Ob tem pa se spremeni tudi lomna učinkovitost leč. O tem v nadaljevanju.**

**SLIKA 1.**
Daljnovidnež pogosto gleda na daleč preko očal, na blizu pa gleda navzdol skozi leče. Na sliki bivši ameriški predsednik Bill Clinton (www.concordmonitor.com/Archive/2016/01/BillClintonConcord-cm-012116).

Leče so pri pomiku na konec nosu tudi precej nagnjene, a pri pogledu navzdol k časopisu ali k delu na mizi je pogled vseeno približno vzdolž osi leč.

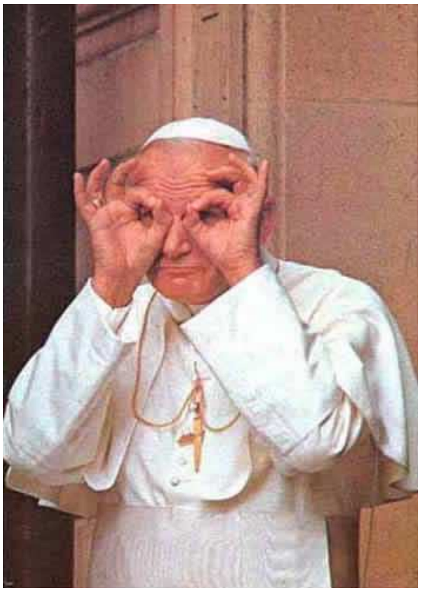
Za dober vid mora slika v očesu nastajati na zadnji steni očesa, na mrežnici, kjer so čutnice za vid. Daljnovidnim slika v očesu nastaja za očesno mrežnico: ali zato, ker imajo oko nekaj krajše od običajnega, ali pa zato, ker njihova očesna leča premalo močno zbira žarke. Ta drugi vzrok se pojavi pri skoraj vseh starejših ljudeh, ko njihove očesne mišice ne morejo več dovolj močno od strani pritisniti leče, ki je zato preveč ploska, premalo izbočena (premalo »napihnjena«), torej premalo zbiralna. Zato imajo v očalih dodatne zbiralne (izbočene, konveksne) leče. Kratkovidni imajo ravno obratno napako; pri njih slika nastaja pred očesno mrežnico: ali zato, ker je njihovo oko predolgo, ali pa zato, ker njihova očesna leča premočno zbira žarke (je preveč izbočena). Zato potrebujejo v očalih dodatne razpršilne (vbočene, konkavne) leče.




**SLIKA 2.**
Daljnovidno oko je prekratko (ali pa leča v njem prešibka), zato slika ne nastane na mrežnici, ampak za njo. Kratkovidno oko pa je predolgo (ali pa leča v njem premočna), zato slika nastaja pred mrežnico (iz spletnega učbenika fizike si.openprof.com/wb/opti\%C4\%8Dne_naprave?ch=206#Kratkovidno_oko).

Pri ljudeh, ki nimajo očal, a bi jih v resnici potrebovali, pogosto vidimo nekatere tipične načine, s katerimi si pomagajo, da bi bolje videli. Daljnovidni odmikajo knjigo ali časopis, saj na daleč vidijo bolje. To gre, dokler »roke ne postanejo prekratke« – takrat je pač treba po očala. Kratkovidni brez očal pogosto gledajo skozi priprte veke. S tem zmanjšajo →

odprtino, skozi katero svetloba vstopa v oko (efektivno zmanjšajo odprtino zenice – to je »zaslonko«). Pri majhni odprtini je slika namreč ostrejša. Manjšo »zaslonko« lahko dobimo tudi pri gledanju skozi majhno luknjico kot na sliki 3.

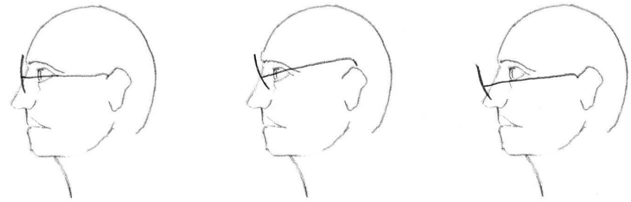


**SLIKA 3.**
Pokojnega papeža Janeza Pavla II. je moč na kar nekaj fotografijah ali TV posnetkih videti, da si je zožil »zaslonko« tako, da je gledal skozi majhno luknjico, ki si jo je ustvaril tako, da je kazalec tesno zvil ob palec (`www.evangelicaloutreach.org/images/Pope-John-Paul-II-Eyes.jpg`).

Pri kratkovidnih z očali včasih opazimo, da repke očal zadaj dvignejo nad ušesa, redkeje pa, da bi očala spustili do konca nosu. Na oba načina gledajo skozi leče postrani, ne pa vzdolž osi leče pravokotno na lečo skozi njeno sredino (kar bi bilo sicer najbolje). Zakaj? Kaj se zgodi, če skozi lečo gledamo »postrani?

## Kje na nosu morajo biti očala?

Oftalmologi in optiki priredijo očala tako, da jih nosimo na grebenu nosu, tako da so leče na razdalji $d_0$ od vrha punčice očesa[1]; običajno je ta razdalja



**SLIKA 4.**
Z očali je najbolje gledati »naravnost«, torej vzdolž osi leč v očalih (levo). Včasih pa kratkovidneži dvignejo repke očal nad ušesa in gledajo poševno skozi očala (sredina) – žarki od oddaljenih predmetov pridejo takrat glede na os leče »od zgoraj«; to jim očitno pomaga bolje videti. Pogled poševno skozi leče bi imeli tudi, če bi spustili očala na konec nosu – toda tedaj se ne bi leče le nagnile, ampak bi se hkrati povečala tudi razdalja od leč do oči, to pa bi kratkovidnežem zmanjšalo lomno učinkovitost očal.

14 mm. Pravimo, da sta dve leči lomno enako učinkoviti, če obe dajeta enako dobro sliko na mrežnici očesa. Vzemimo za primer gledanje zelo oddaljenih objektov, od katerih prihajajo k očesu vzporedni žarki. Ti se lomijo proti gorišču na mrežnici očesa. Goriščna razdalja $f$ od leče[2] do mrežnice je vsota razdalje od leče do vrha roženice $d_o$, potem pa še razdalja $d$ skozi oko od tam do mrežnice: $f = d_0 + d$. Dolžina človeškega očesa[3] je okrog 24 mm, torej je $f$ za očala na grebenu nosu okrog 38 mm. Naj bo torej ena zbiralna leča na tej običajni razdalji $f$ od mrežnice. Leča, ki naj na mrežnici daje enako dobro sliko, a je za $x$ dlje od mrežnice, pa ima večjo goriščno razdaljo: $f' = f + x$. Leča dlje od očesa je za enako dober vid torej lomno šibkejša. Oftalmologi

[1] Tej razdalji rečejo verteks (latinsko vertex: vrh, maksimum; torej je verteks razdalja od vrha izbokline roženice do leče, glej npr. `en.wikipedia.org/wiki/Vertex_distance`). Ker smo ljudje različni, skrbni oftalmologi in optiki to razdaljo posebej izmerijo, kar je pomembno predvsem pri močnejših lečah.

[2] Pri tem zanemarimo dejstvo, da gre pri človeku z očali pravzaprav za sestav treh »leč« – tiste v očalih, pa potem roženice, ki prispeva približno tri četrtine lomne učinkovitosti očesa, ter še očesne leče, ki prispeva še četrtino. Kako pridemo do efektivne učinkovitosti sestava več leč, razloži Gullstrandova enačba (glej npr. `instrukcije.net/wp-content/uploads/2013/08/lece.pdf.`). Razlaga enačbe za učinkovistost leč je npr. na `drdrbill.com/downloads/optics/ophth-optics/Lens_Effectivity.pdf`

[3] Po `en.wikipedia.org/wiki/Human_eye#Size`.

in optiki večinoma ne govorijo o goriščnih razdaljah, ampak o dioptrijah, ki so obratne vrednosti goriščnih razdalj.

Torej je za prvo lečo $D = 1/f$, za drugo, šibkejšo, za $x$ dlje od očesa, ki pa daje na mrežnici enako dobro sliko: $D' = 1/(f + x)$. Ko obe enačbi povežemo, dobimo

$$D' = \frac{D}{1 + xD}.$$

Na večji razdalji od oči bi daljnovidnežem ($D > 0$) za dober vid torej zadostovala tudi šibkejša leča (delimo z več kot ena, torej je $D'$ manjši kot $D$). Če pa očala z dioptrijo $D$ pomaknemo na konec nosu, je ta dioptrija pretirana – lomna učinkovitost očal je prevelika.

Dlje od očesa je zbiralna leča, tem bolj učinkovita je njena lomnost. Zato si daljnovidneži s pomikom očal na konec nosu lahko povečajo lomno učinkovitost. Pri kratkovidnežih (z razpršilnimi lečami pa je obratno – učinkovitost leč na koncu nosu se zmanjša (negativna dioptrija $D < 0$, števec manjši kot ena).

Predvsem kratkovidneži uporabljajo tudi kontaktne leče, ki pa so na samem očesu in je zato $x$ negativen: $x = -d_0$. Negativna dioptrija $D$ in negativni $x$ – števec večji od ena: zato so za kratkovidneže dioptrije kontaktnih leč praviloma šibkejše od dioptrij očal.

Še kratka pripomba: večinoma ljudje rečejo »dioptrija plus tri« ali pa »dioptrija minus pet«. V resnici bi bilo treba reči »plus tri na meter« ali pa »minus pet na meter«, saj ti vrednosti $-3$ ali pa $-5$ veljata za enote $m^{-1}$. (Ob uporabi col ali jardov ali pa centimetrov bi bile številke drugačne!)

## Kratkovidnost in razpršilna leča

Najprej povejmo nekaj o normalnem gledanju kratkovidnežev vzdolž osi skozi razpršilno lečo. Vzemimo za primer človeka, ki ima dioptrijo $D = -5/\text{m} = 1/f$. Goriščna razdalja $f = -1/5$ m $= -20$ cm. Človek s tako dioptrijo zelo dobro vidi na razdalji 20 cm – torej brez težav bere brez očal. Tisti s šibkejšo dioptrijo, npr. $-4/$ m, dobro vidi na razdalji 25 cm, z dioptrijo $-3$ /m na razdalji 33 cm.

Tu bomo preskočili vse razlage v zvezi z lečami, njihovimi gorišči in dioptrijami. V Preseku je bil namreč prak kratkim objavljen prispevek o fotografskih objektivih in o pravokotnem ter nagnjenem prehodu svetlobe skoznje [2]. Tam je razloženo marsikaj, kar je v zvezi tudi s temle prispevkom, poleg tega pa so leče obravnavane tudi v šoli. Zato se bomo tukaj zadovoljili kar z risbami, pri katerih za vsak prehod iz zraka v lečo ali obratno upoštevamo lomni zakon. Ta zakon je ena od zgolj dveh stvari, ki jih potrebujemo za obravnavo. Z lomnim količnikom pomnoženi sinus vpadnega kota je glede na pravokotnico na mejno ploskev konstanten: $n \sin\alpha =$konst. Za zrak je lomni količnik skoraj enak ena, za steklo pa je njegova vrednost 1,5. Tako velja

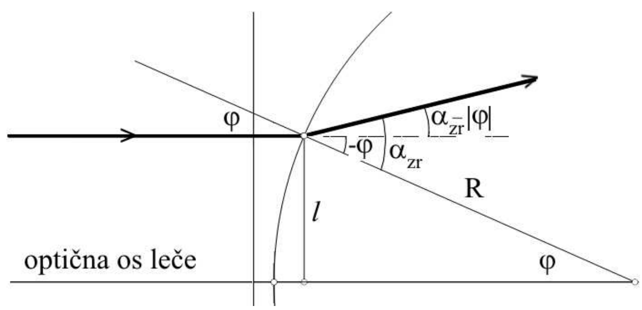
$$n_{zr} \sin\alpha_{zr} = n_{st} \sin\alpha_{st} \rightarrow \sin\alpha_{zr} = 1{,}5 \sin\alpha_{st}.$$

Sinus kota glede na pravokotnico je v zraku torej 1,5-krat tolikšen kot v steklu in zato je tudi kot $\alpha_{zr}$ vedno večji od kota $\alpha_{st}$.

Poznati moramo tudi smer pravokotnice na ploskve leče. Pravkoten na kroglo ali krog je polmer $R$. Za polmer, ki seka krog na razdalji $l$ od osi leče, velja (slika 5)

$$\sin\varphi = l/R.$$

Zgolj ti dve enačbi zadoščata in že lahko se lotimo risanja žarkov.

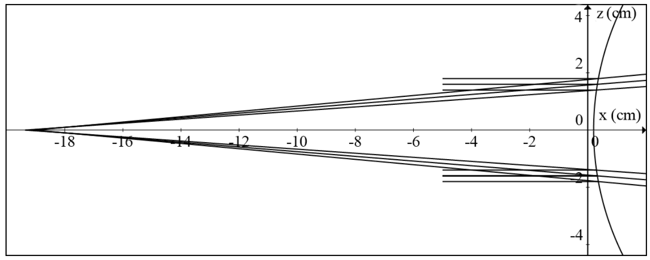



**SLIKA 5.**
Polmer $R$ ima glede na os leče smer $\varphi$, ki je za vsako razdaljo $l$ od osi leče drugačna: $\sin\varphi = l/R$. Na zadnji strani plan-konveksne leče je za žarek, ki tja pride na razdalji $l$ od osi pravokotno na lečo, kot $\varphi$ obenem tudi vpadni kot med smerjo žarka in smerjo polmera, ki je pravokoten na ukrivljeno ploskev. Narisana sta tudi vpadni in lomljeni žarek; zaradi obravnave smernega koeficienta lomljenega žarka so označeni še koti $-\varphi$, $\alpha_{zr}$ in $\alpha_{zr} - |\varphi|$.

Vzemimo torej plan-konkavno lečo, to je tako, ki ima eno stran ravno, drugo pa vbočeno (latinsko planus – izravnan, raven, cavea – votlina; če bi bila zadnja stran izbočena, bi bila leča plan-konveksna latinsko convexus – ukrivljen, zaokrožen). Ker je krogelna leča simetrična, lahko namesto krogle obravnavamo kar krog. Krog vbočenosti naj ima polmer $R$. Izbočena okrogla površina je del površine krogle s polmerom $R$. Za vbočeno površino pa je njena oblika odtis krogle, ki bi bila obnjo pritisnjena – ploskev leče torej ni del površine krogle, ampak »obrnjene« krogle. Zato rečemo, da je radij vbočene površine negativen. Mi izberimo vrednosti $R = -10$ cm. Iz slike 5 je tudi razvidno, da je pri leči, katere prednja stran je ravna, za žarke, ki vpadajo na lečo vzporedno z osjo leče, kot $\varphi$ tudi vpadni kot v steklu na zadnjo plosklev leče. Če sprednja stran leče ni ravna ali če žarki ne vpadajo pravokotno, to ne velja več.

Na tako lečo pošljimo žarke, ki vpadajo pravokotno na prednjo stran leče na različnih oddaljenostih od sredine leče. Na sprednji strani leče se zaradi pravokotnega vpada smer žarkom nič ne spremeni. Na zadnjo stran pridejo torej vzporedno z osjo $x$, toda pod kotom $\varphi$ glede na smer pravokotnice na krog, to je na smer polmera. Zato se jim tam smer spremeni po lomnem zakonu $1{,}5 \sin \alpha_{st} = 1{,}5 \sin \varphi = \sin \alpha_{zr}$. Kot $\alpha_{zr}$ velja glede na smer polmera, kot glede na smer osi leče pa po sliki $\alpha_{zr} - |\varphi|$. Znak za absolutno vrednost $||$ smo zapisali zato, ker je za negativni $R$ in pozitivni $l$ kot $\varphi$ negativen, saj ga izračunamo iz $R = l \sin \varphi$. Splošno torej velja, da tangens kota $\alpha_{zr} + \varphi$ pove, kakšen je naklonski kot izhajajočega žarka. Tako žarke in njihove podaljšek na prednjo stran leče lahko narišemo. Za naš primer so prikazani na sliki 6 žarki za $l \pm 1{,}6$ cm ter zato, da lepo vidimo presečišča podaljškov lomljenih žarkov, še po dva pri $l = +1{,}4$ cm in $\pm 1{,}8$ cm.

Podaljški žarkov na sprednjo stran se vsi sekajo v skoraj isti točki – v navideznem gorišču pri približno $-19$ cm. Zakaj ne pri $-20$ cm, kjer je gorišče po enačbah za tanke leče in za žarke skozi lečo blizu središča leče? Zato, ker naša leča ni zelo tanka in ker žarki ne gredo skoznjo zelo blizu središča leče. Zakaj pa se ne sekajo točno v isti točki? Spet zato, ker ne prehajajo skozi lečo blizu njenega središča, ampak na nekaj večji oddaljenosti od središča leče. Ta pojav se imenuje sferična aberacija (krogelni odklon; sl.wikipedia.org/wiki/Sferna_aberacija)[4]. Razlike medsebojne oddaljenosti navideznih gorišč pa so v našem primeru majhne: presečišča so pri $-19{,}2$ cm, pri $-19{,}3$ cm in pri $-19{,}4$ cm. Aberacija je torej za pravokotni vpad žarkov skoraj zanemarljiva. Jo je pa pri očalih mogoče popraviti, denimo tako, da prednja stran leče ni ravna, temveč primerno izbočeno oblikovana, ravno toliko, da aberacijo odpravi. Tudi zato (pa ne samo zato!) so leče v očalih konveksno-konkavne (izbočeno-vbočene).




**SLIKA 6.**
Vzporedno vpadajoči žarki se na plan-konkavni leči razhajajo. Njihovi podaljški na prednjo stran leče se pri stekleni leči s konkavnim polmerom $R = -10$ cm sekajo pri približno $-19$ cm, vendar pa ne vsi točno v isti točki. (Zato, da vstopni žarki ne motijo slike tam, kjer se podaljški lomljenih žarkov sekajo, so njihove smeri nakazane samo s kratkimi daljicami.)

## Nagnjena očala

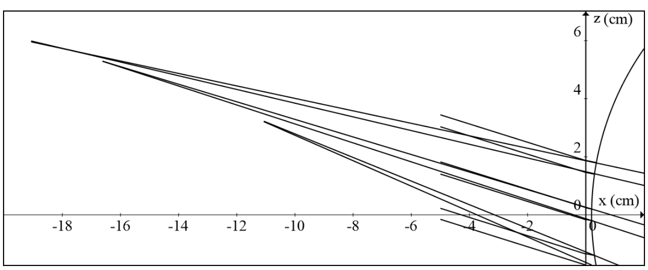
Na srednji sliki 4 smo prikazali, kako včasih kratkovidneži nagnejo svoja očala, če se jim zdi, da vidijo oddaljene predmete premalo ostro. Podobno kot pri pravokotnem vpadu obravnavajmo še ta primer. Ob nagibu leče okrog horizontalne osi skozi središče leče ne velja več simetrija glede na os leče, ampak se lomnost leče spremeni vzdolž smeri gor-dol, lomnost vzdolž smeri levo-desno pa ostane (če pa bi lečo zavrteli okrog vertikalne osi, pa bi bilo obratno). Za obravnavo pa je vseeno, ali vzamemo, da je leča nagnjena in so vpadajoči žarki vzporedni osi leče, ali pa, da je leča navpična in so vpadajoči žarki nagnjeni glede na os $x$. Mi izberemo ta način.

[4] sferična aberacija; grško sphaira, latinsko sphaera – krogla, latinsko aberratio – odklon

Sedaj je treba tudi za prehode v steklo in skozenj steklo nekaj več poračunati, a vsaj na ravni prednji strani leče so vpadni in lomni koti za vse žarke na kateremkoli delu leče enaki. Spet zadoščajo samo lomni zakon ter podatka o lomnem količniku za steklo $n_{st}$ in o polmeru vbočene strani leče $R$. Seveda moramo ves čas paziti na to, da upoštevamo prave vpadne in lomne kote – ti se sem in tja po leči razlikujejo.

Ker ni več simetrije glede na os leče, velja nadaljnja obravnava samo za ozek pas vzdolž vertikalne osi. Izberemo si vpadne žarke pod takim kotom $\alpha_{zr_1}$, da je $\sin\alpha_{zr_1} = 0{,}3$ in potem $\sin\alpha_{st_1} = \sin\alpha_{zr_1}/1{,}5 = 0{,}2$ (torej sta $\alpha_{zr_1} = 17{,}46°$ in $\alpha_{st_1} = 11{,}54°$ glede na os $x$). Na zadnjo stran leče pridejo skozi steklo žarki pod vpadnim kotom $\alpha_{st_2} = \alpha_{st_1} + \varphi$, (spet upoštevamo, da je za negativni $R$ in pozitivni $l$ kot $\varphi$ negativen), lomni kot $\alpha_{zr_2}$ pa dobimo iz lomnega zakona $\sin\alpha_{zr_2} = 1{,}5\sin\alpha_{st_2}$. Smerni koeficienti izstopnih žarkov so $-\operatorname{tg}(\alpha_{zr_2} + \varphi)$. Poiščemo presečišča in narišemo premice in daljice žarkov. Izberemo po dva bližnja žarka okrog $l = 1{,}6$ cm, okrog $l = 0$ in okrog $l = -1{,}4$ cm, torej žarke, ki iz leče skozi ukrivljeno zadnjo ploskev izstopajo pri $l = +1{,}8$ cm in $+1{,}4$ cm, pri $l = +0{,}2$ cm in $-0{,}2$ cm, ter še dva, ki izstopata pri skozi ukrivljeno zadnjo ploskev leče pri $l = -1{,}4$ cm in $-1{,}8$ cm. Rezultat je prikazan na sliki 7.

Pari podaljškov žarkov na sprednjo stran leče se sekajo na precej različnih razdaljah od leče – goriščne razdalje $f$ in dioptrije so za različne dele leče




**SLIKA 7.**
Podaljška žarkov, ki prehajata skozi lečo zgoraj, se sekata najdlje od leče, tista dva skozi spodnji del leče pa najbliže leči. Zato, da se presečišča dobro vidijo, so podaljški žarkov levo na sprednji strani leče narisani samo do presečišč, vpadni žarki pa samo kot daljice blizu leče.

različne. Za gornji par žarkov je navidezno gorišče $f = -20{,}0$ cm, dioptrija torej $D = -5$ /m, za srednji par žarkov je navidezno gorišče pri $f = -17{,}5$ cm, dioptrija torej $D = -5{,}7$ /m, za spodnji par žarkov pa velja $f = -12{,}0$ cm, dioptrija pa $D = -8{,}3$ /m. Torej nagibanje leče pomeni okrepitev lomnosti po večini površine leče, toda hkrati tudi močno različne goriščne razdalje – torej močno sferno aberacijo.

Nagibanje leče spremeni samo dioptrijo v vertikalni smeri, nič pa dioptrije za horizontalno smer – ta bi se spremenila, če bi lečo zasukali levo-desno. Dioptrija za vertikalno smer je tem bolj povečana, čim bolj spodaj prehajajo žarki skozi lečo – v našem primeru celo močno povečana, do $D = -8{,}3$ /m. Dioptrija za horizontalno smer pa ostane enaka prejšnji $D = -5$ /m. Leče s tako različnimi dioptrijami za eno ali drugo smer so torej s cilindričnim (valjastim) popravkom dopolnjene sferične (krogelne) leče. Taka očala z delno cilindričnimi lečami nosijo ljudje z astigmatizmom – to so tisti, katerih oko, roženica ali pa očesna leča niso v vse smri enako ukrivljeni[5].

## Ali nagib očal ali morda očala na koncu nosu?

Okulisti kratkovidnežem ponavadi ne predpišejo točno tiste dioptrije, za katero se pri pregledu izkaže, da ob njej na daljavo najbolje vidijo, ampak raje leče z malo šibkejšo lomnostjo. Po klasični razlagi naj bi jih to ščitilo pred napredovanjem kratkovidnosti oziroma pred potuho očem glede prilagajanja leče gledanju na različne daljave – oči naj bi se na boljšo sliko prehitro navadile[6]. Zato si nekateri občasno zaželijo nekaj ostrejši vid; za kratek čas tako daljnovidneži pomaknejo očala na konec nosu, kratkovidneži pa očala malce nagnejo – za kakih 10° ali 15° (kot na srednji sliki 4). Razložili smo, zakaj je pri nagibu del slike potem lahko tudi ostrejši, pa tudi, da vsa slika ni enako dobra – predvsem zaradi aberacije, pa tudi zaradi premočne dioptrije na spodnjem delu leč.

[5] Glej npr. `sl.wikipedia.org/wiki/Astigmatizem_(oko)`.

[6] So pa tudi oftalmologi, ki pravijo, da za te argumente ni prepričljivih podatkov – npr. `doctorbase.com/forum/post/28263/view`.

18 nadaljevanje na strani →

→ 15 nadaljevanje s strani

Kaj pa, če bi tudi kratkovidneži očala nagnili tako, da bi jih spustili na konec nosu (kot na desni sliki 4)? S tem bi jih tudi nagnili, a obenem bi bile leče tudi dlje od očesa. Kot smo povedali že v poglavju o tem, kje na nosu naj bodo očala, to za kratkovidneže ni kaj koristno – lomna učinkovitost se za razpršilne leče pri večji oddaljenosti od očesa zmanjša.

### Za konec

To, da imajo daljnovidneži pogosto očala na koncu nosu je razumljivo: na daleč tako ali tako dobro vidijo tudi preko očal, skoznja gledajo samo na blizu (ponavadi malce navzdol) in na koncu nosu imajo njihova očala tudi večjo lomno učinkovitost.

Nagibanje očal z dviganjem repkov kratkovidnežem pri izostritvi pogleda morda malce pomaga, a vseeno je bolje, da nam okulist določi tako dioptrijo, da bomo skozi očala videli dovolj dobro tudi brez nagibanja. Nagibanje namreč povzroči močno sferno aberacijo in zato tudi neenakomerno kvaliteto slike. No, če že, potem je vseeno bolje malo dvigniti repke očal, kot pa očala spustiti na konec nosu.

Nagibanje leč pa je kdaj lahko tudi zelo koristno. V že omenjenem Preseku je profesor Legiša [2] pojasnil tudi t. i. Scheimpflugovo načelo, ki pove, da z nagibanjem objektiva glede na ravnino slike (po starem ravnino filma, danes pa tipala fotoaparata) lahko dosežemo, da so vsi predeli ravne ploskve, ki jo fotografiramo, na film ali na tipalo enako ostro preslikani.

### Literatura


[1] Več internetnih virov, zajetih med 20. in 25. januarjem 2017.

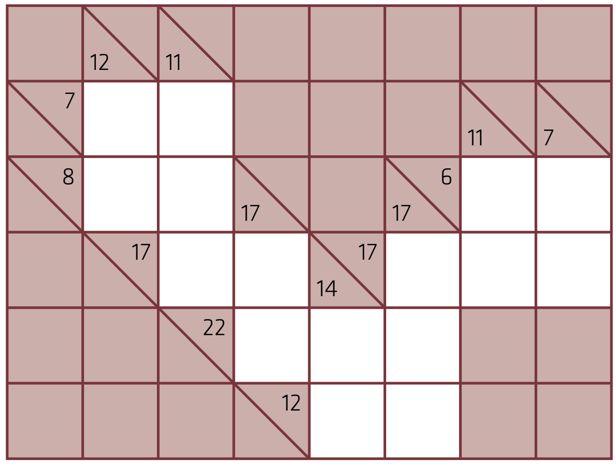
[2] P. Legiša, *Fotografski objektivi in Scheimpflugovo načelo*, Presek 43, 2015/2016, 13–18.


× × ×

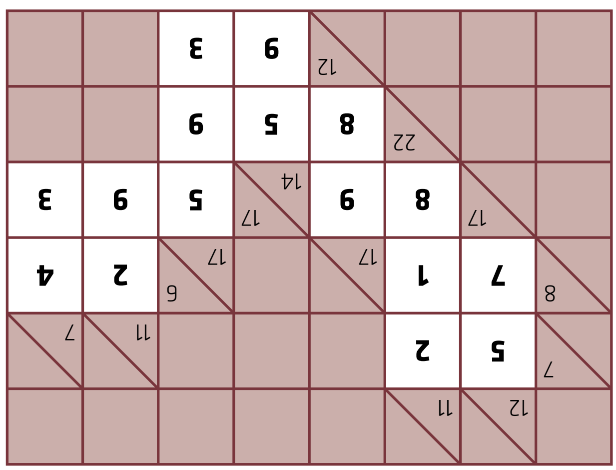


# Križne vsote

Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9 tako, da bo vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in po stolpcih enaka številu, ki je zapisano v sivem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.



## REŠITEV KRIŽNE VSOTE



× × ×