PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **19** (1991/1992)
Številka 6
Strani 352–353

Vilko Domajnko:

BELE LUKNJE ALI LIMITE PO TANGRAMSKO

Ključne besede: razvedrilo, naloge.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/19/1101-Domajnko.pdf

BELE LUKNJE ALI LIMITE PO TANGRAMSKO

Sestavljanje tangramskih likov z "luknjami" odpira precej zanimivih novih problemov. Ogledali si bomo zgolj enega izmed njih, najbrž kar najzanimivejšega.

Naloga pravi:

Sestavi tangramski lik z največjo možno luknjo.

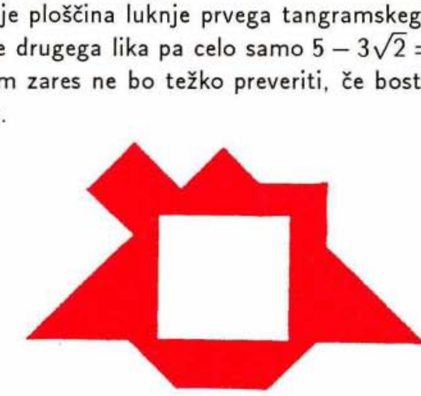
Pri tem nas zanimajo samo "prave" luknje, torej takšne, ki se v nobeni svoji točki ne dotikajo zunanjega roba tangramskega lika.

Za pojasnilo si oglejmo sliko 1 s tangramskimi liki na temo "ladja". Prva dva lika v njej imata pravo luknjo, naslednja dva pa ne.

Slika 1.

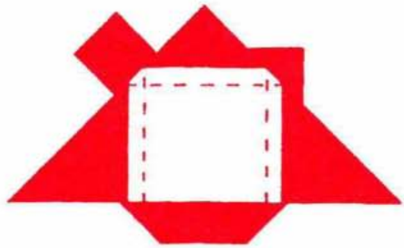
Seveda sta oba "ladijska" predloga precej daleč od rešitve naše naloge, saj sta ploščini njunih lukenj sorazmerno majhni. Pri računanju ploščin lukenj v tangramskih likih je umestno privzeti, da ima tangramska ploščica v obliki kvadrata stranico z dolžino 1. Tedaj je ploščina luknje prvega tangramskega lika na sliki 1 enaka 1, ploščina luknje drugega lika pa celo samo $5 - 3\sqrt{2} = 0,7574\ldots$ Vsaj prvega podatka vam zares ne bo težko preveriti, če boste le tudi sami sestavili ladjice s te risbe.

Poskusimo sedaj poiskati kakšno boljšo rešitev naloge. Začnimo kar z likom, ki ga vidimo na sliki 2. Luknja v njem se utegne zazdeti bralcu na prvi pogled že kar velika. In res – njena ploščina je 4. Vendar je očitno, da se jo da še razširiti. Poglejmo!



Slika 2.

Pomaknimo vsakega izmed obeh velikih trikotnikov za dolžino d proti levi oziroma desni. Pri tem je treba tudi zgornji trikotnik pomakniti nekoliko navzgor – toliko pač, da oba "zamaška" (kvadrat in mali trikotnik) lepo sedeta na robove trikotnikov. Očitno je pri tem treba zgornji trikotnik pomakniti navzgor za natanko d (slika 3).



Slika 3.

Pomik dolžine d pa seveda ne sme biti prevelik, saj sicer z njim uničimo luknjo v tangramskem liku. Če upoštevamo dogovorjene dimenzije tangramskih ploščic, se lahko prepričamo, da mora veljati

$$0 \leq d < \sqrt{2} - 1.$$

To pomeni, da bi pomik za $d = \sqrt{2} - 1$ že ustvaril nepravo luknjo v liku.

Vemo, da je število $\sqrt{2}-1$ iracionalno (ni ulomek). Namesto njega lahko sicer uporabimo racionalni desetiški približek (ulomek), ki mu je tako blizu, kakor le želimo, v nobenem primeru pa mu ne bo povsem enak. Recimo: desetiški približek $\frac{41421}{100000}$ se od števila $\sqrt{2} - 1$ ne razlikuje več kakor eno samo stotisočinko.

Iz povedanega sledi, da se lahko maksimalni luknji v tangramskem liku predlagane oblike približamo tako zelo, kakor le želimo, doseči pa je nikdar ni moč.

Ker je ploščina luknje, ki nastane pri odmiku za d, enaka

$$p(d) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 \cdot d + 2 \cdot \frac{d^2}{2} = 4 + 6d + d^2,$$

je zgornja meja za ploščino luknje v tem liku število

$$p(\sqrt{2} - 1) = 4\sqrt{2} + 1 = 6,6569\ldots$$

Izdajmo za konec, da ta tangramska luknja nikakor ni največja med doslej znanimi. Vabimo torej Presekove bralce, da poskusijo sami konstruirati tangramski lik, ki bi vseboval luknjo s še večjo ploščino in da nam pošljejo svoje rešitve. Najboljšo bomo nagradili. Sicer pa problem tangramskega lika z največjo luknjo, kolikor je avtorju članka znano, v matematičnih krogih še vedno ni dokončno rešen.

Vilko Domajnko