PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **10** (1982/1983)
Številka 2
Strani 72–74

Tomaž Pisanski:

IZBERI SI SVOJ TRIKOTNIK

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/10/10-2-Pisanski.pdf

Kajti kot tudi sami dobro veste, je zapletenost marsikaterega takega problema odvisna tudi od tega, do kod ga namerava reševalec - glede na svoje izkušnje in znanje - raziskovati.

Dedomir Klinc

IZBERI SI SVOJ TRIKOTNIK

Znani matematiki so svoje ime vtisnili v najrazličnejše dele matematike. Govorimo o Eratostenovem rešetu, Evklidovem algoritmu, Pitagorovem izreku, Fermatovem problemu, Hilbertovem prostoru, Riemannovi geometriji in podobno. Sloviti francoski filozof in matematik Blaise Pascal (1623-1662) je med drugim znan po svojem *trikotniku*. Trikotnik ni tak, kakršne si običajno zamišljamo. Ne gre namreč za geometrijski, ampak za številski trikotnik.

Začnemo tako, da napišemo enico:

$$1$$

Pod njo pa dve enici. Dobimo:

$$\begin{array}{ccc} & 1 & \\ 1 & & 1 \end{array}$$

V naslednjo vrsto postavimo tri števila. Prvo in zadnje bosta enici. Srednje število pa dobimo tako, da *seštejemo* števili, ki sta nad njim v prejšnji vrstici: 1 + 1 = 2. Dobimo:

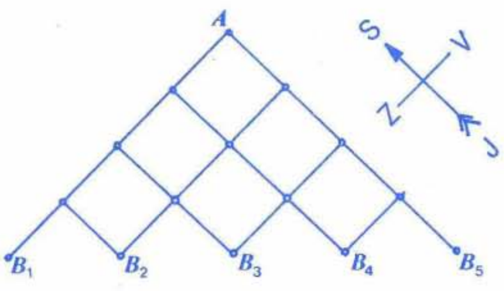
$$\begin{array}{ccccc} & & 1 & & \\ & 1 & & 1 & \\ 1 & & 2 & & 1 \end{array}$$

Naslednje vrstice sestavljamo na enak način. Na prvo in na zadnje mesto postavimo enici. Števila na preostalih mestih pa dobimo s seštevanjem dveh najbližjih števil v prejšnji vrstici. Še en primer: denimo, da smo po tem pravilu že sestavili pet vrstic. Zdaj pa nas zanima število, ki bo na tretjem mestu (od leve) v šesti vrstici.

1. vrstica	1
2. vrstica	1 1
3. vrstica	1 2 1
4. vrstica	1 3 3 1
5. vrstica	1 4 6 4 1
6. vrstica	1 5 10 10 5 1

Na tretjem mestu v šesti vrstici bo vsota števil 4 in 6: 4 + 6 = 10

1. naloga: nadaljuje Pascalov trikotnik za 7., 8. in 9. vrstico.
2. naloga: seštej števila v vsaki vrstici od prve do šeste! Ali lahko napoveš, kakšna bo vsota števil v deveti vrstici?
3. naloga: katero število bo na drugem mestu od leve v 1982. vrstici?
4. naloga: koliko števil je v 1982. vrstici?
5. naloga: kolikokrat se pojavi enica v prvih 1982 vrsticah Pascalovega trikotnika?
6. naloga: v čem se dvojka loči od vseh ostalih števil, ki nastopajo v velikih Pascalovih trikotnikih?
7. naloga: na koliko načinov lahko prideš iz točke A v točko B_1, B_2, B_3, B_4 oziroma B_5, če se giblješ le proti jugu in zahodu (glej sliko 1)



Slika 1

Ali te kaj spominja na Pascalov trikotnik?

Tako, zdaj pa poskusimo sestaviti vsak svoj trikotnik.

Moj bo na primer tale:

1				
2	3			
3	5	8		
4	7	12	20	
5	9	16	28	48

....

V prvo vrstico sem postavil enico. Na začetek druge vrstice sem postavil dvojko, na začetek tretje trojko in tako naprej. Ostala števila pa sem dobil po temle pravilu: m-to število v n-ti vrstici dobimo kot vsoto (m-1). števila v n-ti vrstici in (m-1). števila v (n-1). vrstici. Tako je na primer tretje število v peti vrstici (16) vsota drugega števila v tej vrstici (9) in drugega števila v četrti vrstici (7).

Poskusite tudi vi sestaviti take trikotnike. Pošljite jih v Presek! Zraven natančno opišite pravilo, po katerem jih je treba sestaviti in opišite tudi čimveč lastnosti takih trikotnikov.

Pa še tole: namesto trikotnikov lahko sestavljamo tudi drugačne strukture. Prvih pet vodoravnih presekov *štiristrane Pascalove piramide* izgleda takole:

1	1	1	1	2	1	1	3	3	1	1	3	6	4	1
	1	1	2	4	2	3	9	9	3	4	16	24	16	4
			1	2	1	3	9	9	3	6	24	36	24	6
						1	3	3	1	4	16	24	16	4
										1	4	6	4	1

Tomaž Pisanski