

# **PRESEK**

**List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje**

ISSN 0351-6652

Letnik **24** (1996/1997)

Številka 6

Strani 328–333

Janez Strnad:

## **PRVA ŠOLA PLAVANJA**

Ključne besede: fizika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/24/1320-Strnad.pdf>

© 1997 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

## PRVA ŠOLA PLAVANJA

Bliža se čas počitnic in z njim poletno kopanje. V mislih na prijetno rekreacijo kolikor mogoče preprosto obdelajmo plavanje. Fizik pojav opazuje, razčleni in njegove člene pojasni z osnovnimi zakoni. Tako okvirno razume tudi zapletene pojave v naravi in v vsakdanjem življenju, čeprav ima premalo podatkov, da bi jih opisal v podrobnostih. To je stvar specialistov, ki se posebej zanimajo za te pojave, na primer strokovnjakov, ki svetujejo vrhunskim plavalcem.

Po fizikovi navadi spremljamo opis pojavov s preprostimi računi. Plavanje na vodni gladini obravnavamo v dveh korakih. Najprej se lotimo primera, pri katerem telo in voda mirujeta in ki sodi v *hidrostatiko*, nato pa primera, pri katerem se deli telesa in deli vode gibljejo in ki sodi v *hidrodinamiko*.

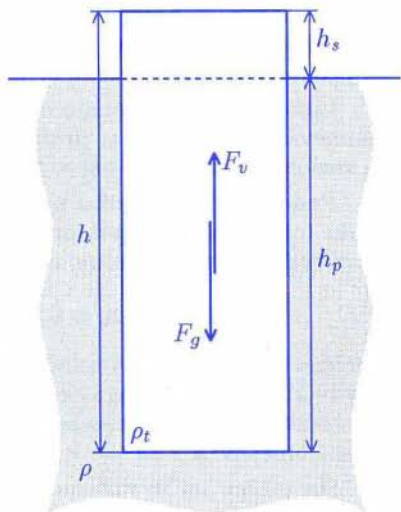
Za telo, ki miruje na vodni gladini, uporabimo izrek o ravnovesju. Po njem sila Zemlje na telo navpično navzdol, to je teža, uravnovesi silo vode na telo navpično navzgor, to je vzgon. Po Arhimedovem zakonu je vzgon enak teži izpodrinjene vode. Telo naj ima obliko pokončne prizme z višino  $h$ , osnovno ploskvijo  $S$  in gostoto  $\rho_t$ . Prostornina telesa je  $Sh$ , masa  $\rho_t Sh$  in teža  $g\rho_t Sh$  s težnim pospeškom  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Težo izpodrinjene vode  $g\rho Sh_p$  določata tudi višina potopljenega dela prizme  $h_p$  in gostota vode  $\rho$ . Z enačbo

$$g\rho_t Sh = g\rho Sh_p \quad (1)$$

izračunamo višino dela prizme, ki gleda iz vode (slika 1):

$$h_s = h - h_p = h \frac{\rho - \rho_t}{\rho}.$$

Gostota telesa mora biti manjša od gostote vode. Ni treba, da bi bilo telo homogeno, se pravi, da bi vsi njegovi deli imeli enako gostoto. Za  $\rho_t$  vzamemo povprečno gostoto, ki jo dobimo, ko maso telesa delimo z njegovo prostornino.



Slika 1. Težo ( $F_g$ ) mirujočega telesa na gladini vode uravnovesi statični vzgon ( $F_v$ ).

Gostota vode v jezerih, rekah in bazenih je  $1000 \text{ kg/m}^3$ , za gostoto človeškega telesa pa vzamemo  $960 \text{ kg/m}^3$ . V tem primeru gleda iz vode petindvajsetina višine telesa, pri višini 1,7 m je to 7 cm. V pokončni legi je to premalo, da bi bila usta nad gladino in bi nemoteno dihali. Plavalec si pomaga tako, da glavo nagne nazaj, ali se uleže na hrbet in "plava mrtvaka". Vsi ljudje nimajo enake gostote. Povprečna gostota telesa je tudi nekoliko manjša, če globoko vdihnemo in zrak zadržimo. Gostota morske vode je zaradi raztopljenih soli večja,  $1030 \text{ kg/m}^3$ . Zato se ob sicer nespremenjenih podatkih del višine nad vodo poveča na 12 cm. V morju je precej lažje plavati.

S takim plavanjem se ne moremo zadovoljiti. Še vedno naj se telo na gladini vode ne premika. Vendar naj zdaj roke in noge potiskajo dele vode navzdol. Ne da bi se zanimali za podrobnosti, mislimo na del vode z maso  $m$ , ki spočetka miruje, pa ga zajame roka ali noga in ga odrine navzdol s hitrostjo  $v$ . Tako plavalec poganja navzdol curek vode. Sila  $F$  roke ali noge pospeši del vode od hitrosti 0 na hitrost  $v$  v času  $t$ . Po Newtonovem zakonu je  $F = m(v - 0)/t$  in  $F = v \cdot m/t = v\phi$ , če vpeljemo masni tok vode  $\phi = m/t$ . To je sila roke ali noge na del vode, a po zakonu o vzajemnem učinku deluje curek vode na roko ali nogo z nasprotno enako silo, *nasprotno silo curka*. To silo  $F_d = v\phi$ , ki v našem primeru deluje navpično navzgor, imenujemo *dinamični vzgon* za razliko od prejšnjega *statičnega vzgona* z enako smerjo. Deli vode v curku nimajo vsi enake hitrosti, vrhu tega se med zamahom rok in nog razmere spreminjajo s časom. Upoštevamo pač povprečni tok vode  $\phi$  in povprečno hitrost  $v$ .

Da bo račun preglednejši, vzemimo, da je učinkovita površina rok in nog enaka preseku telesa  $S$ . Pri tem upoštevamo, da ne odrivajo vode samo dlani in podplati, ampak – čeprav manj učinkovito – tudi podlahti, goleni, nadlahti in stegna. V tem primeru je masni tok  $\phi = \rho v S$  in meri nasprotna sila curka  $F_d = \rho v^2 S$ . Zaradi tega pogleda več telesa iz vode. Težo telesa uravnovesita namreč statični vzgon, ki še naprej deluje, in nasprotna sila curka ali dinamični vzgon:  $g\rho_t Sh = g\rho Sh_1 + \rho v^2 S$ . Zdaj je višina potopljenega dela telesa  $h_1 = h\rho_t/\rho - v^2/g$  in gleda iz vode del z višino (slika 2)

$$h - h_1 = h \frac{\rho - \rho_t}{\rho} + \frac{v^2}{g} = h_s + h_d.$$

Pri tem je  $h_d = v^2/g$  višina, ki bi gledala iz vode, če ne bi bilo statičnega vzgona.

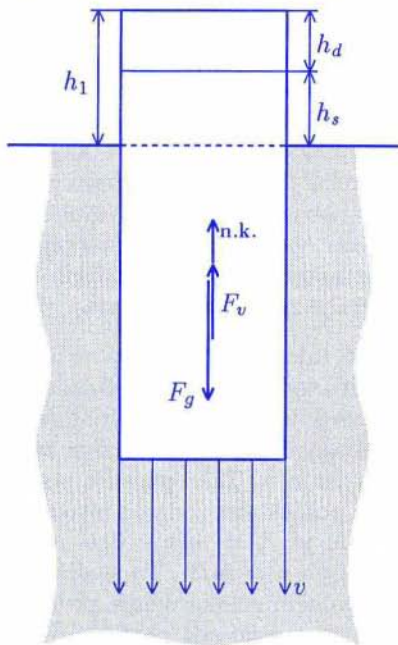
Vzemimo, da sta oba prispevka enaka:  $h_s = h_d$ . V tem primeru gleda iz vode nekaj manj kot 14 cm, kar omogoči nemoteno dihanje. Za hitrost delov vode dobimo  $v = \sqrt{gh_d} = \sqrt{gh/25} = 0,85$  m/s. Če bi zahtevali  $h_d = \frac{1}{2}h_s$ , bi bila hitrost delov vode 0,60 m/s in bi gledal iz vode del telesa z višino 10 cm, kar bi tudi še omogočilo nemoteno dihanje.

Za nasprotno silo curka mora plavalec delati, kar za statični vzgon ni potrebno. Moč dobimo z izrekom o kinetični energiji. Sila rok in nog mora opraviti pri pospeševanju mase vode  $m$  od hitrosti 0 do hitrosti  $v$  delo, ki je enako kinetični energiji vode:  $A = \frac{1}{2}mv^2$ . Enačbo delimo s časom in dobimo za moč  $P = \frac{1}{2}vF = \frac{1}{2}\rho vS \cdot v^2 = \frac{1}{2}\rho v^3S$ .

Kdo bi utegnil ugovarjati, da dobimo moč  $Fv = \phi v^2 = \rho v^3S$ , ko silo  $F$  pomnožimo s hitrostjo roke ali noge  $v$ . Vendar bi to veljalo le, če bi se prijemališče sile, to je roka ali noga, ves čas oddaljevalo s hitrostjo  $v$ . Toda roka in noga se v povprečju ne oddaljita in vselej znova zajameta vodo s hitrostjo nič in jo pospešita do hitrosti  $v$ . Zato moramo moč izračunati s povprečno hitrostjo  $(0 + v)/2 = \frac{1}{2}v$ .

Moč je izrazito odvisna od hitrosti. Pri hitrosti 0,85 m/s dobimo zanjo 12 W, pri hitrosti 0,6 m/s pa nekaj več kot 4 W. Roke in noge odpravljajo dele vode z gibanjem v levo in desno in jo pospešujejo tudi v vodoravni smeri, tako da nastajajo vrtinci. Najbrž ne zgrešimo dosti, če ocenimo moč plavalca, ki se ne premika in skrbi za to, da nemoteno diha z ustni nad vodo, na nekaj manj kot deset wattov.

Doslej smo se omejili na primere, pri katerih se plavalec ni premikal. Težo telesa uravnovesita sila mirujoče vode na telo, to je statični vzgon, in sila delov gibajoče se vode na telo, to je nasprotna sila curka. Razmere

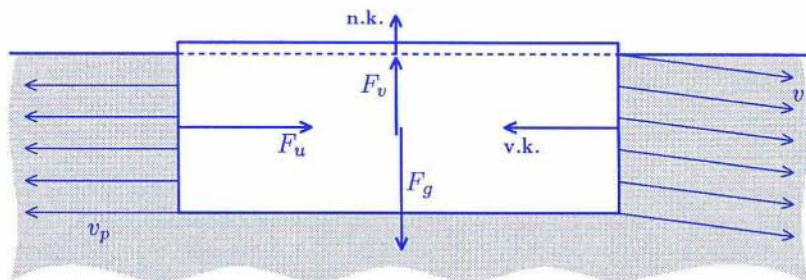


Slika 2. Težo ( $F_g$ ) telesa uravnovesita statični vzgon ( $F_v$ ) in dinamični vzgon (n.k.). Dinamični vzgon nastane zaradi toka vode, ki ga odpravljajo navzdol deli telesa.

so okvirno dokaj pregledne. Gibajoči se deli telesa, to je roke in noge, odrivajo navzdol tok vode, ki je v povprečju konstanten, tako da so razmere v povprečju stacionarne.

Curek vode navzdol zaradi sil med deli vode postaja vse počasnejši in vse manj izdaten in nazadnje nedaleč proč od plavalca deli vode obmirujejo. Delo, ki ga oddaja plavalec, se nazadnje porabi za povečanje notranje energije vode: voda se segreje. Plavalec odda vsako sekundo okoli deset joulov. Če upoštevamo, da se kilogram vode segreje za stopinjo Celzija, ko prejme 4200 joulov in je masa vode okoli plavalca velika, nismo presenečeni, da temperaturne razlike ne moremo opaziti. John Prescott Joule se je moral v štiridesetih letih prejšnjega stoletja precej potruditi, da je izmeril povišanje temperature majhne mase vode ali druge kapljavine v toplotno izolirani posodi, ko ji je dovajal delo z mešalom.

Čeprav z besedo plavanje večkrat opišemo telo na gladini vode, ki se ne premika, navadno z njo mislimo na telo, ki se premika. Prav zaradi tega premikanja je kopanje zanimivo: Kar pomislite na tekmovalce, kdo bo hitreje plaval, in na lovljenje v vodi. Načelno je zadeva preprosta. Plavalec s tem, da spremeni lego telesa in kretnje rok in nog, preusmeri curek vode iz navpične smeri (slika 3). Če plava enakomerno v vodoravni smeri, so v ravnovesju vse sile: težo uravnovesita statični vzgon in navpična komponenta nasprotne sile curka, ki ji še naprej lahko rečemo dinamični vzgon, vodoravno komponento nasprotne sile curka pa uravnovesi upor.



Slika 3. Plavalec se premika zaradi vodoravne komponente nasprotne sile curka (v.k.), ki jo uravnovesi upor ( $F_u$ ). Navpična komponenta nasprotne sile curka (n.k.) skupaj s statičnim vzgonom ( $F_v$ ) uravnovesi težo ( $F_g$ ). Plavalec se giblje s hitrostjo  $v_p$  proti levi.

Mislimo si, da plavalca, ki drži roke in noge pri miru, vlečemo po vodi s konstantno hitrostjo  $v_p$ . Pri tem uravnovesi silo vrvi upor:  $F_u = \frac{1}{2} c_u \rho v_p^2 S$ . Koeficient upora  $c_u$  je za kroglo 0,4 in za telo ribje oblike 0,04. Vnaprej ne vemo, kolikšen je koeficient upora za plavalca, pa še s časom

se spreminja zaradi gibanja rok, nog in trupa. Povprečna vrednost je odvisna od načina plavanja. Poznamo simetrična načina prsno in delfin ter nesimetrična hrbtno in prosto (kravl). Če razmišljamo povprek, ocenimo, da dosežejo tekmovalci hitrost okoli  $100 \text{ m}/60 \text{ s} = 1,7 \text{ m/s}$  in več, zelo počasni plavalci pa hitrost  $2 \text{ km/h} = 0,6 \text{ m/s}$  in manj.

| proga         | moški   | hitrost  | ženske  | hitrost  |
|---------------|---------|----------|---------|----------|
| 100 m prsno   | 60,60 s | 1,65 m/s | 67,02 s | 1,49 m/s |
| 100 m delfin  | 52,27   | 1,91     | 57,93   | 1,73     |
| 100 m hrbtno  | 53,86   | 1,86     | 60,16   | 1,66     |
| 100 m prosto  | 48,21   | 2,07     | 54,01   | 1,85     |
| 800 m prosto  |         |          | 496,22  | 1,61     |
| 1500 m prosto | 881,66  | 1,70     |         |          |

Tabela 1. Svetovni rekordi v plavanju za moške in ženske.

Izenačimo vodoravno komponento nasprotne sile curka  $\rho v^2 S$  z uporabo  $\frac{1}{2} c_u \rho v_p^2 S$ , pa dobimo za hitrost delov vode, ki jih odriva plavalec v nasprotni smeri premikanja:  $v = \sqrt{\frac{1}{2} c_u} v_p$ .

Moč plavalca izračunamo zopet tako, da masni tok pomnožimo s polovično hitrostjo delov vode. Upoštevati moramo dele vode, ki se gibljejo v smeri gibanja plavalca, in dele, ki se gibljejo v nasprotni smeri:

$$\rho S c_u v_p^2 \cdot \frac{1}{2} v_p + \rho S v^2 \cdot \frac{1}{2} v = \frac{1}{2} c_u \rho v_p^3 (1 + \sqrt{c_u/8}).$$

Pri tem smo uporabili zvezo med hitrostma.

S to zvezo lahko moč plavalca prepišemo tudi v obliko  $\rho S v^2 (v_p + \frac{1}{2} v)$ . To enačbo pojasnimo s stališča plavalca, medtem ko smo doslej stali na stališču opazovalca, ki je miroval glede na nemoteno vodo. Za plavalca se namreč del nemotene vode giblje s hitrostjo  $v_p$ , potem ko ga odrine, pa s hitrostjo  $v + v_p$ . Nasprotno silo curka izračunamo z razliko hitrosti, to je  $v$ , za hitrost prijemališča sile rok in nog pa moramo upoštevati povprečno hitrost  $\frac{1}{2}(v_p + v + v_p) = v_p + \frac{1}{2}v$ . Za plavalca sila upora ne opravlja dela, ker njeno prijemališče miruje. Na navpično komponento nasprotne sile curka, ki je precej manjša, se pri računanju sploh nismo ozirali.

Tekmovalec doseže za kratek čas moč, ki ni dosti manjša od kilowatta. Zaradi vrtincev v vodi gre nekaj te moči v izgubo. Vzemimo za učinkovito moč 600 wattov in jo izenačimo z izračunano močjo plavalca. S to zelo površno oceno pridemo do povprečnega koeficienta upora nekaj manj kot 0,3, kar se zdi dokaj smiselno. S tem koeficientom dobimo za zelo počasnega plavalca moč nekaj več kot 30 wattov, kar se tudi zdi smiselno.

Nazadnje obdelajmo še nihanje plavalca. Najprej se vrnimo na začetek in na znani način opazujemo plavalca, ki v navpični legi miruje na gladini. Kako bi se gibal, če bi ga kdo malo potunkal in spustil? Še naprej ga opišemo s pokončno prizmo. V ravnovesju bi se plavalec zaradi dodatne majhne sile  $F'$  navpično navzdol dodatno potopil za višino  $h'$ , za katero velja enačba  $g\rho_t Sh + F' = g\rho S(h' + h_p)$ . Zaradi zveze (1) preostane za dodatno silo zveza  $F' = g\rho Sh'$ . Na plavalca, ki je potopljen dodatno za višino  $h'$ , voda deluje z dodatno silo  $F' = g\rho Sh'$  navpično navzgor. Dodatni odmik navzdol povzroči dodatno silo navzgor. To je značilno za nihalo. Iz Newtonovega zakona ni težko razbrati, da sorazmernosti koeficient med silo  $F'$  in premikom  $h'$ , deljen z maso telesa, da  $(2\pi/t_0)^2$ , če je  $t_0$  nihajni čas. Maso telesa izrazimo kot  $\rho_t Sh$ , pa dobimo za sorazmernostni koeficient  $g\rho S/\rho_t Sh = g\rho/\rho h_p = g/h_p$ , če upoštevamo enačbo (1). Plavajoče telo niha potemtakem z nihajnim časom  $t_0 = 2\pi\sqrt{h_p/g}$ , ki se ujema z nihajnim časom nitnega nihala z dolžino  $h_p$ . Za plavalca v navpični legi s prejšnjim podatkom  $h_p = 24h/25 = 1,63$  m dobimo nazadnje  $t_0 = 2,5$  s. V vodoravni legi, ko je višina potopljenega dela okoli 10 cm ali več, pa bi dobili krajši nihajni čas 0,6 s.

Nihanje je zaradi upora močno dušeno, tako da ga komaj lahko zasledujemo. Zanesemo pa se lahko na ugotovitev, da se plavalec v ravnovesno lego vrne po času z velikostno stopnjo sekunde. Iz tega izhaja, da plavalec s sunki rok in nog v pravem časovnem razmiku lahko izkoristi nihanje, da pridejo usta v pravem trenutku dovolj visoko nad vodo in nemoteno vdihne.

Človek ni prizma. Roke in noge nimajo enake ploščine kot presek telesa. Pri podrobnejšem računanju bi bilo treba ugotoviti razmerje med čelnim presekom telesa  $S$  in učinkovitim presekom rok in nog  $S'$ . Pri nasprotni sili curka bi kazalo upoštevati efektivni presek  $c'_u S'$ , podobno kot smo upoštevali efektivni presek  $c_u S$  pri računanju upora. Naše privzetke spremljajo še druge pomanjkljivosti. Vendar je preprosta slika, ki smo si jo ustvarili, dokaj uporabna in pripravna za izpopolnitve. Bralci Preseka jo lahko v naslednjem poletju preskusijo v okviru kake srednješolske raziskovalne naloge. Ob tem lahko raziščejo, kako je pri različnih načinih plavanja, če plavamo samo z rokami ali samo z nogami, pri plavanju pod vodo in še veliko drugega. Primerjali bi lahko tudi gibanje človeka na meji med vodo in zrakom z gibanjem živali, ki živijo v vodi in katerih povprečna gostota je enaka gostoti vode.