UDK: 72.013

Pregledni znanstveni članek (A Review)

Zlati rez

The Golden Mean

avtor **Domen KUŠAR**, asist. univ. dipl. inž. arh., Fakulteta za arhitekturo, 1000 Ljubljana, Zoisova 12.

Izvleček/Abstract

Zlati rez je pojem, ki že tisočletja zaposluje znanstvenike različnih področij. Johannes Kepler piše, da ima geometrija dva velika bisera. Prvi je Pitagorov izrek in drugi je zlati rez. Prvega lahko primerjamo s čistim zlatom, drugega pa z draguljem neprecenljive vrednosti.

Kljub temu da se da vrednost zlatega reza numerično izraziti le v približkih, podobno kot velja za število Π je vsestransko zaznaven na vseh področjih človeškega ustvarjanja. V umetnosti je simbol urejenosti ter pomeni skladnost merske kompozicije likovne stvaritve. Zlati rez pomeni proporcijski ključ zasnove kompozicije v arhitekturi od antike naprej in je aktualen še danes. Matematiki se z njim ukvarjajo že tisočletja in je osrednji problem ustvarjanja v geometriji.

V današnjem času imamo na razpolago ogromno znanja, ki pa je razpršeno po različnih področjih človekovega ustvarjanja in po različnih znanstvenih disciplinah. To onemogoča vpogled v celoto, znanstvene ugotovitve in informacije pa ostajajo znotraj ozko določenih strokovnih krogov. K tej zaprtosti prispevajo še različni izrazni pomeni v znanstveni oziroma umetniški terminologiji. V sklop prizadevanj po skupnem povezovanju znanja in po sodelovanju med različnimi, na prvi pogled zelo oddaljenimi strokovnimi področji, sodi tudi razprava o zlatem rezu. S to razpravo se udejanja pretekanje znanj in sodelovanje med umetniki, arhitekti in inženirji lesarji.

The golden mean (or golden section) is a concept, which has occupied scientists in different fields for thousands of years. Johannes Kepler claims that geometry has two big pearls. The first one is the Pythagoras' theorem and the other one is the golden mean. The former may be compared to pure gold and the latter to an invaluable precious stone.

In spite of this the value of the golden mean may be numerically expressed only in approximations, similar to those for the number pi (Π, and yet it is universally present in all areas of human creativeness. In art it is the symbol of order and it represents the harmony of composition of measurement in fine arts. The golden mean is the proportional key of compositional design in architecture since ancient times and is a timely topic even today. Mathematicians dealt with it for thousands of years and it is the dominant problem of creativeness in geometry.

Today we have available enormous knowledge, however it is dissipated over various areas of human creativeness and over various scientific disciplines. This way it makes it impossible to achieve an insight into the whole, and scientific discoveries and information remain inside narrow determined professional circles. Different meanings of expression in scientific and art terminology, respectively contribute to this unavailability. Discussion on the golden mean is also associated with the efforts to the mutual interconnection of knowledge and cooperation between various professional areas that seem very distant at first sight. With this discussion, the flow or the knowledge and cooperation between artists-architect and lumber engineers is realised.

Ključne besede: **matematika, lesen nosilec, narava, umetnost**

Keywords: **art, mathematics, nature, wooden girder**

$AB/AS = AS/SB = \Phi$

$a / M = M / m = \Phi$ $\quad$ $(a = m + M)$

$(m + M)\, m = M^2 \quad /: m^2$

$M/m + 1 = (M/m)^2$

$(M/m)^2 - M/m - 1 = 0$

$M/m = (1 \pm \sqrt{5})/2$ $\quad$ (M in m sta pozitivni vrednosti)

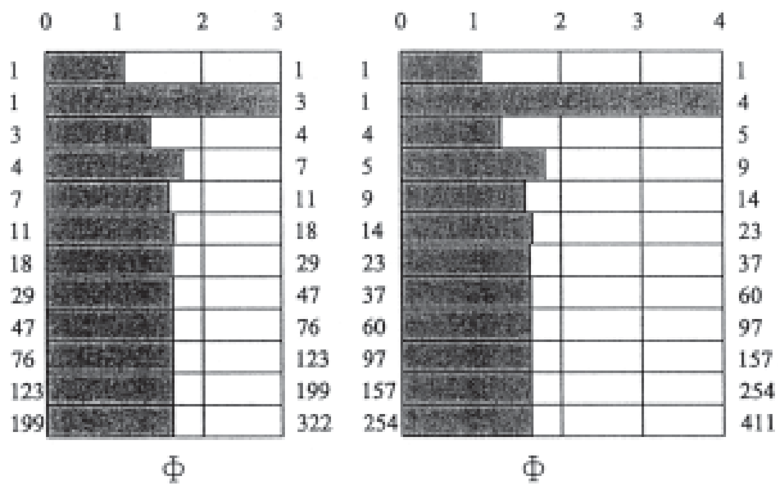
$M/m = (1 + \sqrt{5})/2$

$M/m = \Phi$

$a/M = \Phi$

$a/m = \Phi + 1$

☐ **Slika 1.** Matematični izračun enačbe zlatega reza



☐ **Slika 2.** Razmerje sosednjih števil drugega in tretjega Fibonaccijevega zaporedja

1. Zlati rez v matematiki

Matematično vzeto je zlati rez razmerje med delom in celoto. Označujemo ga na čast grškemu matematiku Fidiji z grško črko phi (Φ), četudi nekateri matematiki še vedno uporabljajo črko tau (T). Razmerje zlatega reza (Φ) bi najlažje ponazorili z daljico a = AB, na kateri sta odseka M = AS in m = SB. Če predpostavimo, da je razmeje med AB : AS enako razmerju AS : SB, nastane razmerje zlatega reza, katerega vrednosti dobimo, ko rešimo kvadratno enačbo (slika 1).

Število Φ je iracionalno in ga tudi z veliko decimalk ne moremo v popolnosti izraziti, ampak se njegovi vrednosti lahko le približujemo. Tako je tudi za število Φ izračunan približek. Za ilustracijo naj bo naveden le na prvih 20 decimalk (Φ = 1□61803 39887 49894 84820...).

Racionalno aproksimacijo zlatega reza (Φ) dobimo po drugi poti. Namreč z aditivnim zaporedjem, ki ga poznamo pod imenom Fibonaccijevo zaporedje. Lastnost aditivnih zaporedij je, da vsota dveh sosednjih členov tvori naslednjega. Tako se prvo Fibonaccijevo zaporedje začne z naslednjimi števili:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,...

(1 + 1 = 2, 1 + 2 = 3, 2 + 3 = 5,...),

drugo Fibonaccijevo zaporedje z:

1, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47,...,

in tretje z:

1, 1, 4, 5, 9, 14, 23, 37,...

Če primerjamo razmerje med sosednjimi števili prvega Fibonaccijevega zaporedja, vidimo, da se vrednosti čedalje bolj približujejo vrednostim zlatega reza (Φ).

1/1= 1, 2/1 = 2, 3/2 = 1.5, 8/5 = 1.6, 13/8 = 1.625, 21/13 = 1.6153846

Tudi pri drugem in tretjem Fibonaccijevem zaporedju se vrednosti razmerja sosednjih števil približujejo vrednostim (Φ), kar kaže preglednica (slika 2).

2. ZLATI REZ V GEOMETRIJI

Zlati rez ima v geometriji morda celo večjo veljavo kot v numerični matematiki (algebri). Prvenstveno gre za delitev določenega odseka na del, ki je v razmerju zlatega reza. Zlati rez pa se skriva še v mnogih drugih geometričnih konstrukcijah. Nekatere si bomo ogledali.

2.1. Osnovna konstrukcija zlatega reza

Delitev daljice AB v razmerju zlatega reza. Spodnja konstrukcija (slika 3) prikazuje delitev odseka AB na odsek AS in SB v razmerju zlatega reza. Naj bo AB = a. Iz točke B narišemo pravokotnico dolžine a/2 (BC). Dobimo pravokotnik ABC s hipotenuzo AC. Dolžina hipotenuze je $a\sqrt{5}/2$.

$AS = AD = AC - CD = a\sqrt{5}/2 - a/2 = a(\sqrt{5}-1)/2 = a/\Phi$

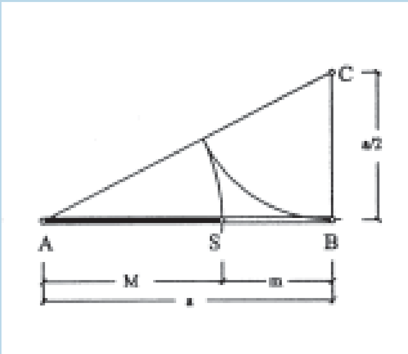
$AB/AS = a/(a/\Phi) = \Phi$

Dolžini AB in AS ter AS in SB so v razmerju zlatega reza.

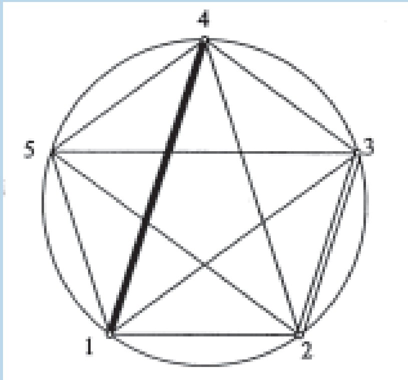
Tej konstrukciji je podobna naslednja (slika 4). Prav tako gre za trikotnik ABC. Narišemo krog s središčem v točki C ter radijem CB. Daljico CA podaljšamo, da seka krožnico (dobimo točko D). Če nato narišemo krožnico z radijem AD, ta krožnica seka daljico AB v točki S. Dolžini AB/AS sta v razmerju zlatega reza. Prav tako pa tudi AS in SB.

2.2. Zlati rez v pravilnem petin desetkotniku

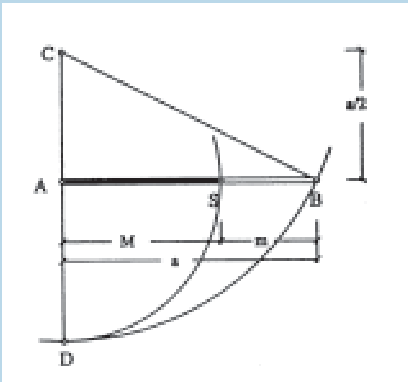
Pravilni petkotnik je eden zahtevnejših pravilnih geometrijskih likov, ki se jih da narisati samo z ravnilom in šestilom. Je prava zakladnica zlatega reza oziroma je najpomembnejši geometrijski lik zlatega reza. Prikazani primeri kažejo konstrukcije zlatega reza. V razmerju zlatega reza se sekata diagonali, ki nimata skupnega oglišča. Če namreč povežemo točki 1 in 3 (diagonala 1-3) ter točki 2 in 5 (diagonala 2-5), se obe diagonali



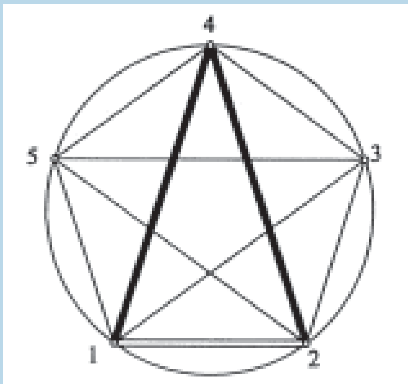
☐ **Slika 3.** Klasična konstrukcija zlatega reza (1. način)



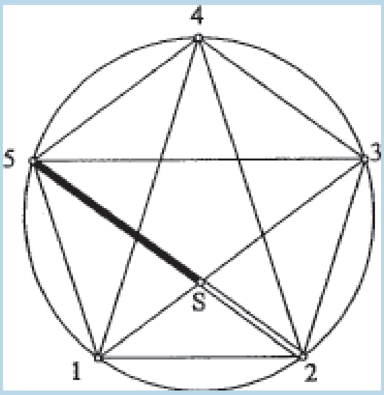
☐ **Slika 6.** Konstrukcija zlatega reza (4. način)



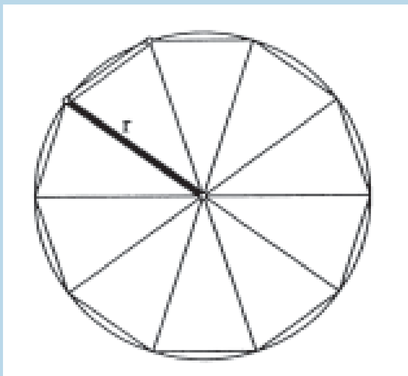
☐ **Slika 4.** Konstrukcija zlatega reza (2. način)



☐ **Slika 7.** Konstrukcija zlatega trikotnika

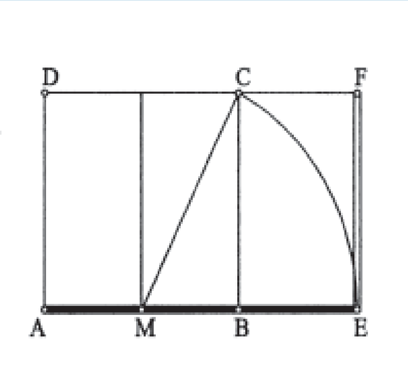


☐ **Slika 5.** Konstrukcija zlatega reza (3. način)

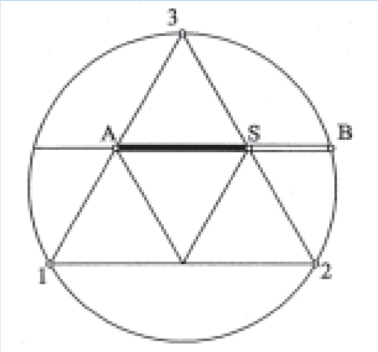


☐ **Slika 8.** Konstrukcija zlatega reza v pravilnem 10-kotniku sekata v točki S. Točka S razpolavlja diagonalo v razmerju zlatega reza (slika 5). V razmerju zlatega reza sta tudi dolžina diagonale in stranice pravilnega petkotnika (slika 6). Ta rešitev pomaga pri konstrukciji zlatega trikotnika. To je v bistvu enakokrak trikotnik, ki je včrtan petkotniku, tako da je krajša stranica enaka stranici petkotnika, daljši dve pa sta enake dolžine kot diagonali. Vrh trikotnika je v oglišču petkotnika nad krajšo stranico (slika 7).

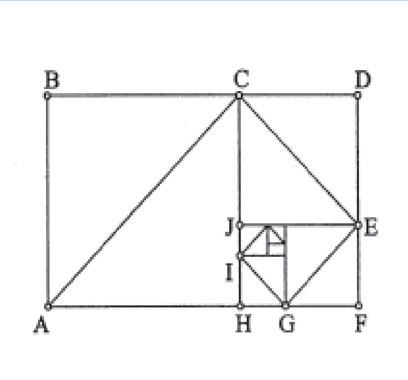
Podobno kot v pravilnem petkotniku lahko tudi v njemu bližnjem pravilnem desetkotniku dobimo razmerja zlatega reza. Ena od definicij zlatega reza pravi, da je zlati rez odnos med stranico pravilnega desetkotnika in radijem temu liku očrtanega kroga (Bonča, 2000;152) (slika 8).



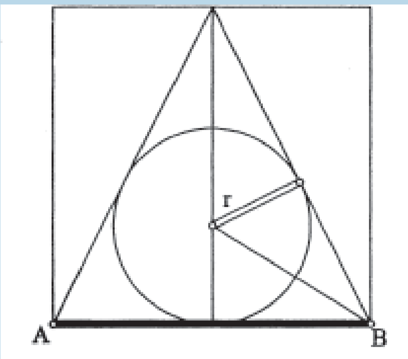
Slika 9. Konstrukcija zlatega pravokotnika



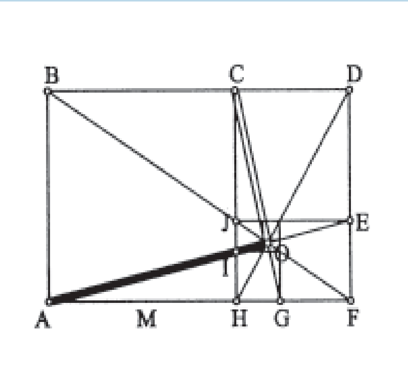
Slika 12. Konstrukcija zlatega reza z enakostraničnim trikotnikom in krogom



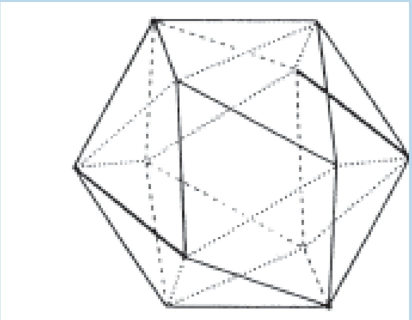
Slika 10. Delitev zlatega pravokotnika



Slika 13. Konstrukcija zlatega reza v kompoziciji kvadrata, enakokrakega trikotnika in kroga



Slika 11. Zlati rez sekajočih se daljic zlatega pravokotnika



Slika 14. Razmerje zlatega reza pri ikozaedru

Vir: Beutelspracher, A., Petri, B., 1996: Der Goldene Schnitt. Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg str. 52

2.3. Zlati pravokotnik

Konstrukcijo pravokotnika, ki ima dolžine stranic v razmerju zlatega reza, lahko narišemo na več načinov. Prvi je že večkrat omenjena delitev daljice v razmerju zlatega reza z različnimi postopki. Tako dobimo dva dela, ki sta si v želenem razmeju in tvorita stranice pravokotnika. Druga možnost je izhajanje iz kvadrata ABCD. Temu razpolovimo stranico AB (dobimo točko M). Nato s šestilom narišemo lok s središčem v točki M ter radijem MC. Kjer lok seka podaljšek stranice AB, dobimo točko E. Pravokotno nad njo je na razdalji AD točka F. Točki E in F sta novi oglišči zlatega pravokotnika AEFD (slika 9).

Vendar to še ni vse. Zlati pravokotnik skriva še nekaj zanimivih geometrijskih konstrukcij. Namreč, če zlatemu pravokotniku vrišemo kvadrat, dobimo ostanek, ki je podoben osnovnemu pravokotniku - torej so njegove stranice v razmeju zlatega reza. Ta postopek lahko ponavljamo do neskončnosti, a vedno bomo dobili kvadrat ter zlati pravokotnik (slika 10). Če povežemo oglišča teh novih manjših zlatih pravokotnikov, vidimo, da se daljice sekajo v natančno določeni točki O. Pri tem so si daljice paroma pravokotne (AE(CG in BF(DH) (slika 11). Naslednji zanimiv odnos je med sekajočima se daljicama AE in CG. Kot je bilo že povedano, se obe daljici sekata v točki O. Pri tem sta si dela daljic v naslednjem odnosu:

$CO = \Phi^1 AO$

in

$DO = \Phi^1 BO.$

2.3. Druge konstrukcije zlatega reza

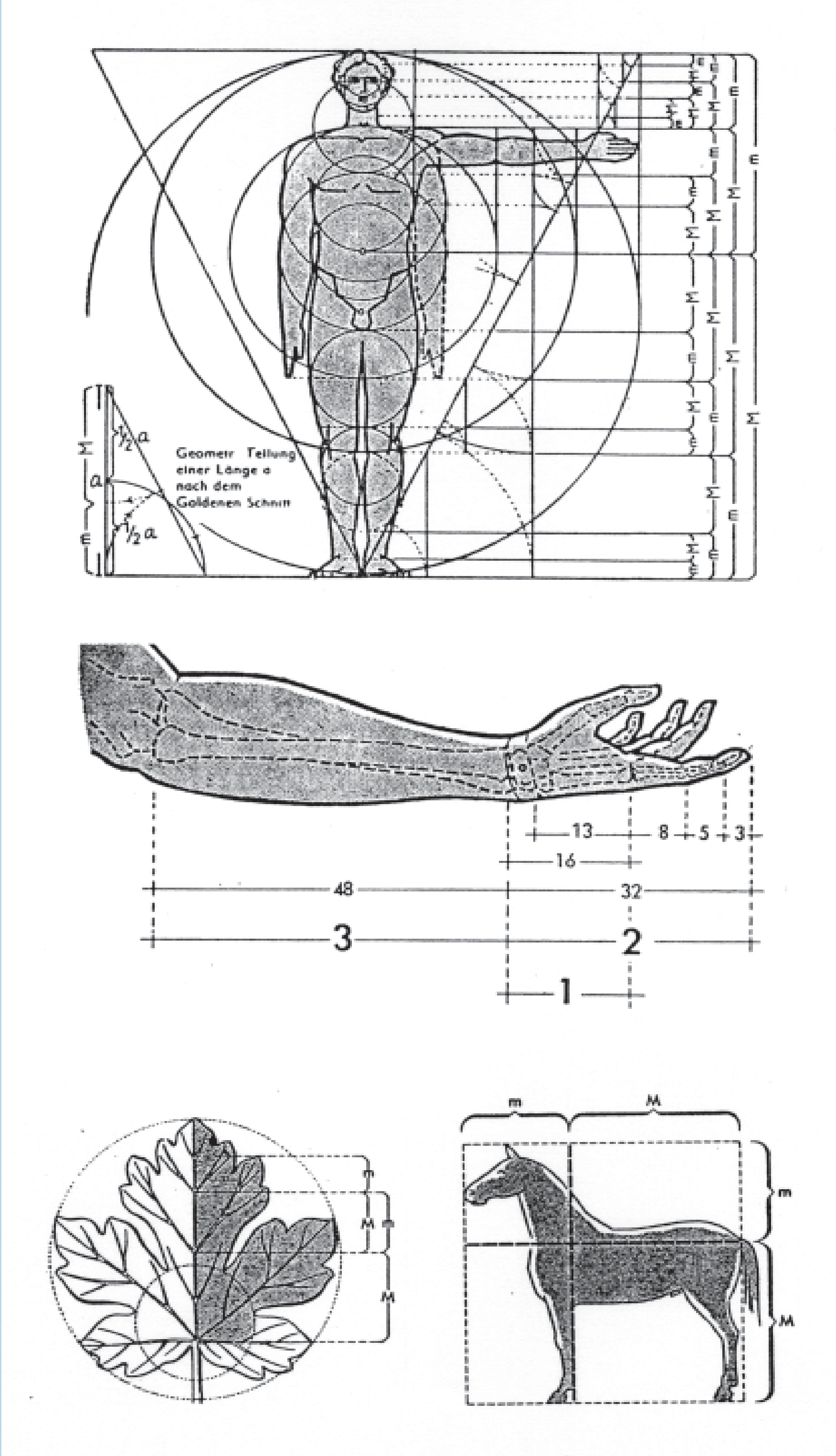
Poleg že omenjenega zlatega trikotnika, včrtanega pravilnemu petkotniku, najdemo razmerje zlatega reza tudi v kompoziciji enakostraničnega trikotnika ter njemu očrtanega kroga. Če namreč stranici trikotnika 1,2,3 razpolovimo, dobimo točki A in S, tako da je 1A = A3 = 2S = S3. Nato daljico AS podaljšamo do krožnice in dobimo točko B. Primerjava daljic AS in SB pokaže, da sta dolžini daljic v razmerju zlatega reza (slika 12).

Geometrijsko konstrukcijo zlatega reza lahko narišemo tudi v kompoziciji, sestavljeni iz kvadrata, ki mu je včrtan enakokrak trikotnik, trikotniku pa je včrtan krog. Razmerje zlatega reza je med stranico BC (kvadrata oziroma trikotnika) in radijem trikotniku včrtanega kroga (slika 13).

Razmerje zlatega reza je moč najti pri ikozaedru. Ikozaeder je eden od petih, tako imenovanih platonskih teles. Dvanajst oglišč telesa tvori dvanajst točk treh enakih zlatih pravokotnikov, ki so si medsebojno pravokotni in se sekajo v eni točki (slika 14).

3. ZLATI REZ V NARAVI

Narava nas s svojo pestrostjo nenehno preseneča. Raznovrstnost oblik in barv bi nas lahko napeljala na misel, da tu ne moremo najti nič urejenega. Vendar to ni res. S podrobnim preučevanjem lahko hitro najdemo red in razmerja, ki vladajo v naravi. Verjetno najbolj znana podoba urejenosti je čebelji sat, kjer imajo celice obliko pravilnega šestkotnika. Še več pravilnih oblik bi našli v neživi naravi, kjer jih v kristalih kar mrgoli. Kristali so večinoma pravilnih geo-



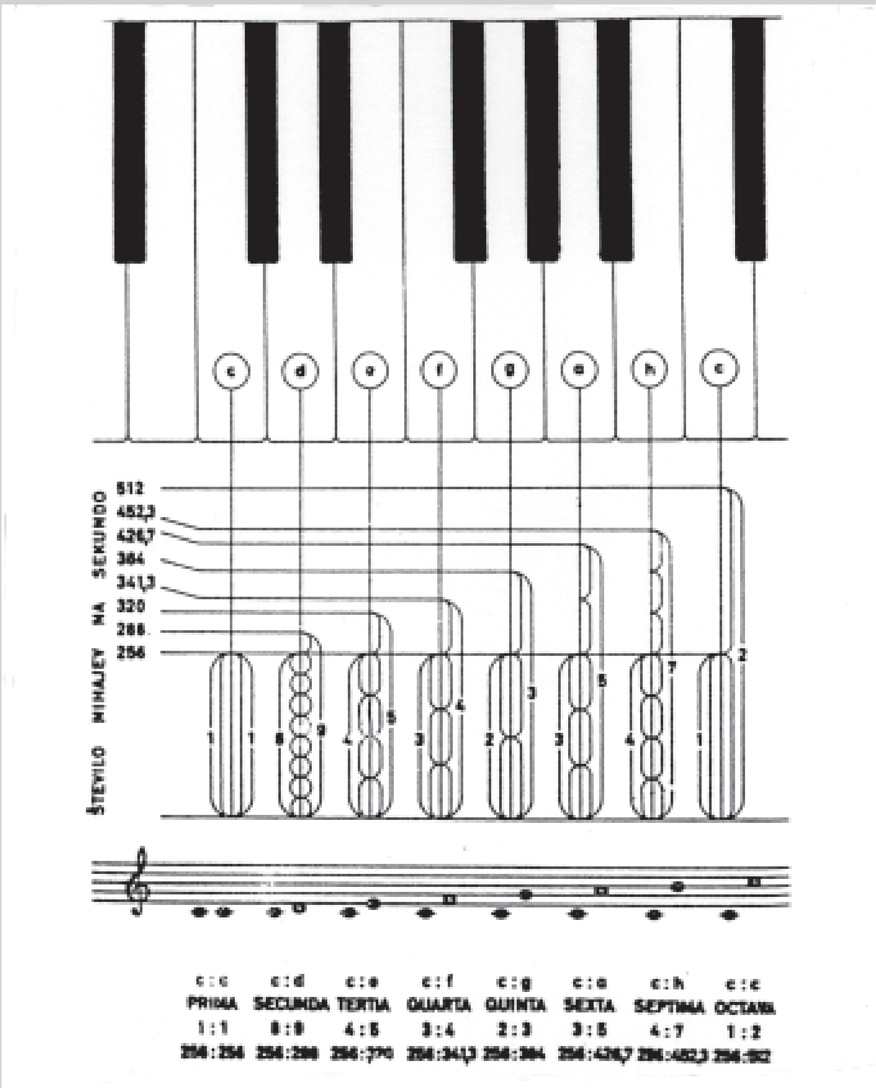
Slika 15. Neufertova utemeljitev zlatega reza
Vir: Neufert, E., 1943: Bauordnungslehre. Bauverlag GmbH, Berlin, str. 41

metrijskih oblik. Poznamo kristale, v obliki kocke, oktaedra in še bi jih lahko naštevali.

Tudi v živi naravi najdemo pravilne geometrijske like, ki kažejo urejenost v naravi. Najbolj razširjen je krog. Krožnih oblik v naravi kar mrgoli. Razlog za to je morda prav v dejstvu, da je prav krog tisti lik, ki ima ob enakem obsegu največjo površino. Ta lastnost pa je marsikateri vrsti omogočala preživeti boj za obstanek. Vendar najdemo v naravi tudi druge like, ki jih ne bi pričakovali, recimo trikotnik in petkotnik. Oba se velikokrat pojavljata pri cvetovih in sadežih. Izmed sadežev naj navedem kot primer žir (trikotnik), jabolko, eksotična karambola (petkotnik). Še več petkotnih oblik je med živalmi, zlasti med morskimi zvezdami.

Zlati rez slovi kot najlepše proporcijsko razmerje. Neufert navaja naslednje utemeljitve za to trditev. Proporcijska analiza človeškega telesa kaže, da posamezni deli človeškega telesa nastopajo v razmerju zlatega reza. Proporcijske analize rastlinskega in živalskega sveta kažejo, da strukture sestavnih delov nastopajo v razmerju zlatega reza (slika 15). Fechnerjeve psihološke raziskave za ugotovitev "najlepšega pravokotnika" so pokazale, da se dobra tretjina anketirancev odloči za pravokotnik v razmerju zlatega reza.

Poleg neposrednega razmerja zlatega reza ga v naravi dostikrat najdemo tudi posredno. Če opazujemo steblo ali vejico rastline, lahko opazimo, da pri nekaterih vrstah listi rastejo v spirali okoli stebla. Če sledimo listom, vidimo, da po nekaj obratih spirale list raste natančno nad spodnjim. Vmes pa je na spirali določeno število drugih. Primerjava števila obratov okoli osi s številom listov, ki rastejo vmes, da vrednosti 1,2,3,5,8... Ta števila pa so enaka številom Fibonaccijevega zaporedja. Zanj pa vemo, da se razmerja med dvema sosednjima številoma približuje vrednostim zlatega reza.



□ **Slika 16.** Lestvica tonov z razmerji

Vir: Kurent, T., 1967: Osnovni zakon modularne kompozicije. Univerza v Ljubljani, FAGG, Ljubljana, str. 10

4. ZLATI REZ V GLASBI

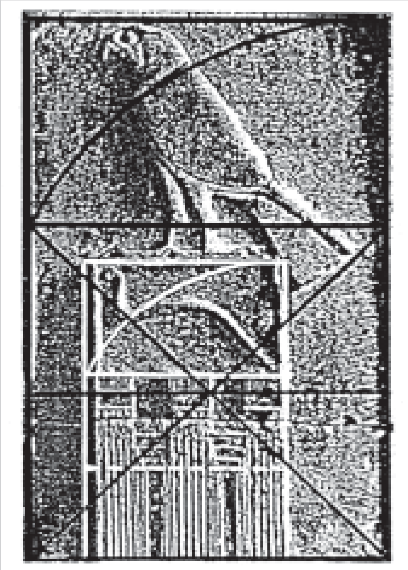
Zlati rez ima v glasbi dve vlogi. Prva pomeni razmerje med različnimi toni oziroma njihovimi frekvencami. Razmerje tonov se da namreč izraziti z razmerjem med malimi celimi števili. Tako so številčna razmerja oktavi naslednja: prima 1:1, sekunda 8:9, terca 4:5 (mala terca 5:6), kvarta 3:4, kvinta 2:3, seksta 3:5 (mala seksta 5:8), septima 4:7 in oktava 1:2. Razmerju zlatega reza se najbolj približa mala seksta (5:8 = 0.625) (slika 16). Razpored tonov v glasbeni kompoziciji se ravna po zakonitostih glasbene kompozicije. Ta je izrazljiva tudi v matematičnem jeziku.

Drugo področje zlatega reza v glasbi je odnos dela kompozicije do celote. V času po renesansi zasledimo zlati rez v kompoziciji zgolj naključno.

Sicer se večkrat zgodi, da odkrijejo zlati rez v skladbah Bacha, Haydna, Bethovna ali Mozarta. Tako je moč najti zlati rez v delitvi Mozartove Sonate št. 1 v C duru. Ta se deli na del z 38 in del z 62 enotami. Med števili do 100 pa se prav razmerje 38 : 62 (0,6129032) najbolj približuje vrednostim zlatega reza (0,61803). Kljub vsemu pa moramo razna odkritja zlatega reza v različnih skladbah jemati z dobršno mero previdnosti. Pogosto namreč velike aproksimacije zlatega reza enostavno kar razglasijo za zlati rez. Kljub temu pa tudi iz tistega časa določene skladbe vsebujejo zlati rez v čisti obliki, na primer: Johan Josef Fux (1660-1741) v svojem delu Te Deum K 270 (Beutelspacher, 1996; 169).

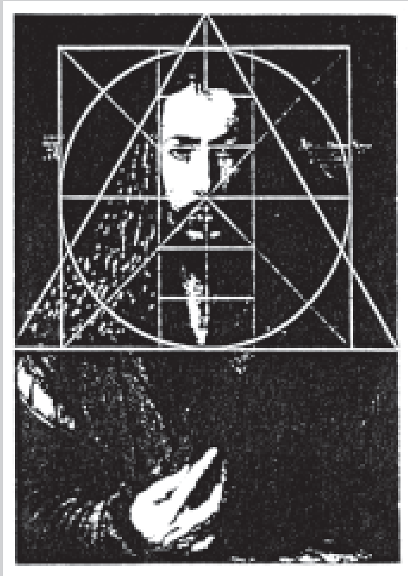
5. ZLATI REZ V LIKOVNI UMETNOSTI

Zlati rez velja po estetskih merilih za pojem lepega. Na to je morda vplivalo tudi dejstvo, da naj bi imelo vidno polje našega očesa razmerje zlatega reza (Rozman, 1981; 69). Analiza proporcij likovnih del kaže, da razporeditev elementov na sliki ali reliefu navadno ni naključna. Pozicija je odvisna od vloge oziroma vrednosti, ki jo ima del do celote. Kako pojasniti vlogo ter podrejenost ali nadrejenost posameznega dela proti celoti? Umetniki poznajo več sredstev za dosego tega cilja. Pomembnost elementa je poudarjena z drugačno barvo, tonom, velikostjo ali pa s pozicijo, ki jo ima na sliki. Z geometrijsko analizo lahko pridemo do proporcijskega ključa, po katerem so razporejeni elementi v umetnini in kakšno vlogo imajo. Proporcijski ključ zlatega reza da določene točke ali linije. Pomen teh točk in črt dobimo, če jih projiciramo na sliko ali relief. Vidimo, da so pomembnejše osebe ali detajli pogosto narisani prav na teh



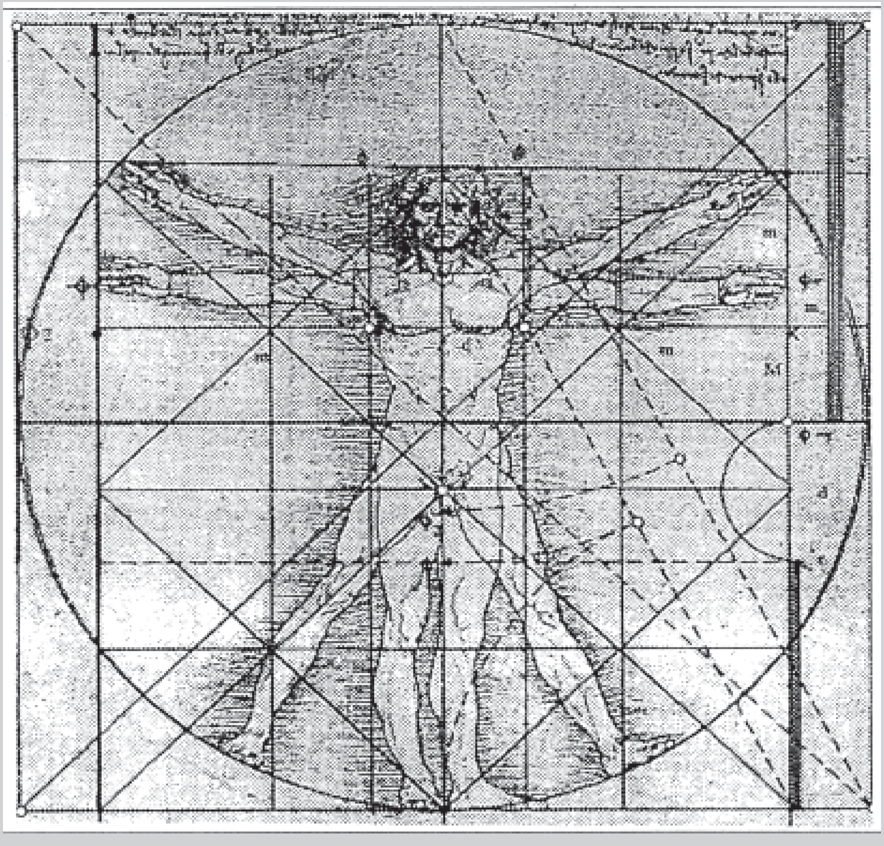
Slika 17. Proporcija zlatega reza Stele kralja kače

Vir: Pejaković, M., 1998: Zlatni rez (V: KoG, Znanstveno-stručno-informativni časopis Hrvatskog društva za konstruktivnu geometriju i kompjutersku grafiku, str. 60



Slika 19. Proporcijska analiza Dürerjevega avtoportreta

Vir: Beutelspracher, A., Petri, B., 1996: Der Goldene Schnitt. Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg, str. 158



Slika 18. Proporcijska analiza zlatega reza študije človeškega telesa Leonarda da Vincija

Vir: Pejaković, M., 1998: Zlatni rez. KoG, Znanstveno-stručno-informativni časopis Hrvatskog društva za konstruktivnu geometriju i kompjutersku grafiku, Zagreb, str. 62

črtah oziroma točkah oziroma je celotna umetnina narejena v tej proporciji.

Kompozicijo zlatega reza srečamo že zelo zgodaj v reliefih Starega vzhoda. Relief Stele kralja kače (*stele of the king serpent*), ki ga hranijo v Louvru, je narejen po proporciji zlatega reza. Poleg glavnega reliefa se delitev v zlatem rezu kaže tudi v delu, kjer je prikazana kača ter utrdba (slika 17).

V srednjem veku je najbolj poznana proporcijska študija delov človeškega telesa v zlatem rezu, ki jo je napravil vodilni um renesanse Leonardo da Vinci (slika 18).

Analizo zlatega reza lahko naredimo tudi za Dürerjev münchenski avtoportret iz leta 1500 (slika 19). Za Dürerja je sploh značilno, da se je zanimal tudi za matematiko. Z njo, zlasti pa z geometrijo, se je začel ukvarjati okoli leta 1500. Temu je bilo namenjeno tudi njegovo drugo potovanje v Italijo. Bolj kot študij umetnosti v Italiji je želel spoznati skrivnosti matematike in geometrije ter njune vloge v umetnosti. Tudi kasnejša leta se je veliko predajal matematiki. Svoje študije je objavil v štirih knjigah z naslovom Unterweisung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheit, ki so izšle leta 1525 in so bile prve matematične knjige, napisane v nemščini.

6. ZLATI REZ V ARHITEKTURI

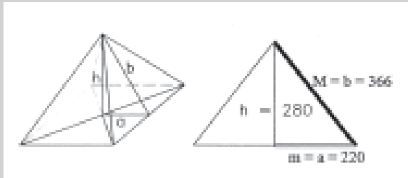
Dimenzije in razmerja med dolžino, širino in višino ter med posameznimi deli-elementi pomenijo enega od bistvenih vprašanj arhitekture, ki se je pojavilo že zelo zgodaj in je še danes aktualno.

Prvotno je morala zgradba zadostiti predvsem naslednjima kriterijema: trdnosti in varnosti. Hiša (zgradba) je morala biti dovolj trdna, da se ni porušila. Hkrati pa je morala ščititi prebivalce pred raznimi, predvsem vremenskimi nevšečnostmi. Velikost zgradbe je bila odvisna od potrebe in zmožnosti investitorja, še bolj pa od spretnosti graditeljev, razvitosti tehnologije ter razpoložljivega gradbenega materiala. Z razvojem tehnologije so lahko nastajale vedno večje zgradbe. Namesto spretnosti graditeljev in razvitosti tehnologije je igrala čedalje večjo vlogo moč investitorja. Doseči veliko, zlasti pa visoko zgradbo (vsekakor pa večjo od predhodnika ali soseda), je bila želja investitorja, ki je s tem želel pokazati svojo moč in veljavo.

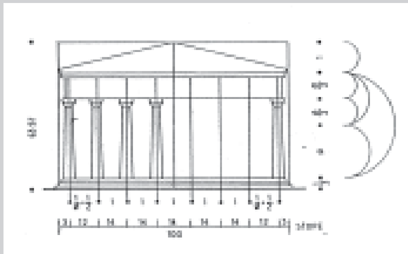
Kakšen je bil odnos med dolžino, širino in višino take stavbe? Geometrijske analize kažejo, da so se graditelji vedno držali določenih vzorcev, po katerih so gradili. Osnova so jim bili manjši gradniki ter človeško telo. Slednje je bilo pomembno kot merilo za dimenzije (velikot dlani, stopala, koraka...), kot gradbeni "stroj" (doseg rok, moč za prenašanje bremen...) ali kot uporabnik (velikost prostorov, višina stropa, sedežev...). Arhitekturni elementi so bili izdelani v principih velikosti človeškega telesa. Med gradnjo so se ti elementi ponavljali, oziroma so z njimi gradili do želene dimenzije. Pri tem pa že lahko govorimo o razmerju med merami zgradbe in njenih delov, torej o proporciji.

Matematično oziroma geometrijsko analizo proporcij je smiselno delati pri arhitekturi, ki je nastala v obdobju, ko sta bili matematika in geometrija že tako razvita, da sta omogočili ljudem, da so se zavestno odločali za določene proporcijske ključe. Že stari Grki so bili namreč prepričani, da lepota sloni na matematičnih odnosih, racionalnih in iracionalnih, in da so simetrija in ritem osnovni merili za lepoto in idealna razmerja (Petrović, 1972; 57).

Egiptovske piramide so grajene v tlorisni proporciji 1:1. Bolj zanimiva je primerjava med osnovnico in višino. Osnovnica Keopsove piramide meri 440 komolcev, višina piramide je 280 komolcev. Razmerje med višino in osnovnico je 11:7, kar je aproksimacija zlatega reza (slika 20) (Kurent, 1962-63; 532).

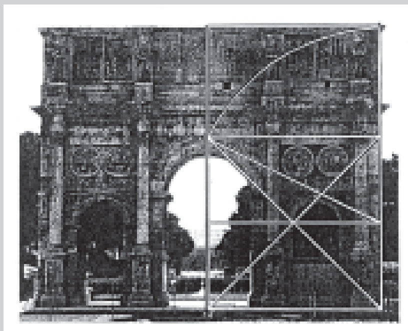


☐ **Slika 20.** Merska analiza Keopsove piramide



☐ **Slika 21.** Proporcija zlatega reza Partenona

Vir: Petrović, \., 1972: Kompozicija arhitektonskih oblika. Naučna knjiga, Beograd, str. 65



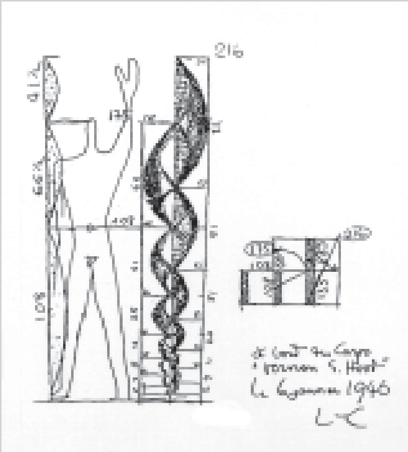
☐ **Slika 22.** Proporcija zlatega reza Konstantinovega slavoloka v Rimu

Če pogledamo antično arhitekturo, vidimo, da je med proporcijami le nekaj takih, ki ustvarjajo razmerje celih števil. Taka razmerja so na primer 1:1 ali 1:2. Večina arhitekturnih proporcij nastane iz razmerji med racionalnimi števili. Taka razmerja so na primer razmerje Π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ in druga. Nastala so lahko zaradi razvoja geometrije, ki je že doseglo tako stopnjo, da je omogočalo konstrukcije takih vrednosti oziroma njihovih približkov. Med temi vrednostmi je večkrat uporabljena konstrukcija zlatega reza (slika 21-22).

Za projektiranje v zlatem rezu so poznali tako imenovana proporcijska šestila. To je bilo dvokrako šestilo. Razdalje med konicami enega in drugega kraka so bila v razmerju zlatega reza. Poleg šestil z razmerjem zlatega reza so poznali tudi šestila z drugimi proporcijami (1:2, 9:5).

Proporcije romanskih in gotskih katedral niso v razmerjih zlatega reza. Bolj se uveljavijo proporcije 1:1, 1:2, 1:3, $\sqrt{2}$ in $\sqrt{3}$. Te proporcije prevladujejo tudi kasneje. Zanimanje za zlati rez in človeško merilo je budil Leonardo da Vinci s študijo človeškega telesa. V novejšem času sta na področju človeških mer v arhitekturi bolj znana Neufert in Le Corbusier. Prvi zaradi svoje študije človeških mer v odnosu do arhitekture in notranje opreme, kar pomeni "biblijo" mladih arhitektov na začetku njihove ustvarjalne poti in tudi med njo.

Produkt večletnih proporcijskih študij Le Corbusiera je tako imenovani Modulor (slika 23). Gre za merski sistem dveh krivulj, ki je nastal s proporcijami zlatega reza. Ena krivulja (rdeča linija) se vije od višine temena pokončnega moža (183 cm), druga (modra linija) pa izhaja iz stoječe



□ **Slika 23.** Le Corbusierova študija proporcij človeškega telesa (Modulor)
Vir: Boesiger, Girsberger, 1960: Le Corbusier 1910 - 60. Editions Girsberger, Zurich, str. 265

postave z dvignjenimi rokami (226 cm), prekrižana pa je s polovično vrednostjo večje enote (113 cm). Po Corbusierju je namreč osnovna enota vsega, kar se gradi, človeško telo. Za enote rabijo mere človeškega telesa in njegovi gibi (Mušič III, 309).

Današnji metrski merski sistem ni naklonjen zlatemu rezu. Za projektiranje namreč niso ugodne proporcije, ki dajo dimenzije, ki niso cela števila. Tudi pri projektnih mrežah raje uporabljamo večkratnike števila 10, 60 ali 80. Zato se tudi druge podobne proporcije, kot so Π, $\sqrt{2}$ in $\sqrt{3}$, ne uporabljajo mnogo.

7. ZLATI REZ V PREREZIH LESENIH TRAMOV

Teza o konstrukcijskem pravzroku proporcije zlatega reza zveni nenavadno, saj v zvezi z umetnostjo, v kateri dominira pojem zlatega reza, nismo vajeni uporabljati besednjaka logike, fizike in matematike. Postane pa veliko bolj razumljiva in sprejemljiva, ker jo potrjujejo inženirski pogledi, izpeljani iz temeljnih tehnoloških in statičnih prvin.

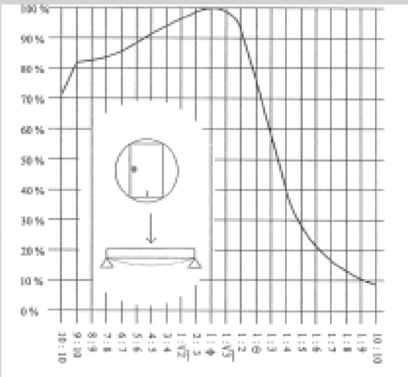
V prispevku "Konstrukcijski vidik izbire optimalnega prereza lesenega nosilca - verjetni izvor v arhitekturi ("zlati rez")", podanem na 21. Zborovanju gradbenih konstrukterjev na Bledu (oktober 1999) je bila postavljena teza, da so antični graditelji svoje eksperimentalno dobljene ugotovitve o določenih najugodnejših prerezih lesenih tesanih tramov prevedli v enostavne geometrijske modele proporcijskega razmerja. Z naslonitvijo na zgodovinske in tehnološke ugotovitve o obdelavi, dimenzioniranju, transportu in vgrajevanju lesenih tramov ter z uporabo modernih statičnih formul in matematičnih postopkov se prikazuje nov, doslej v likovni teoriji nepoznan statično konstrukcijski vidik uporabnosti, in s tem pokaže na pravzrok uporabe proporcije zlatega reza. Pomembnost teh trditev je predvsem v statično matematični dokazljivosti.

Pri teh trditvah izhajamo iz splošno opredeljene zahteve, da se mora iz debla iztesati tak prerez trama, ki bo optimalno zadovoljil posamezne posebne obremenitvene pogoje.

Največjo upogibno nosilnost in najmanjši poves pravokotnega trama se izrazi na naslednji način:

- največjo nosilnost pravokotnega prereza trama dobimo, kadar ima izrezan pravokotni izrez največji W,
- najmanjši poves pravokotnega prereza trama pa dobimo, kadar imamo največji I.

Z izpeljavo programa vrednotenja posameznih specifičnih statičnih količin prerezov tramov se potrjuje veljavnost teze, hkrati pa se z diagramskimi shemami produkta izko-



Slika 24. Diagram produkta izkoristkov (W, J) v odstotkih
Vir: Kušar, J., 1999: Konstrukcijski vidik izbire optimalnega prereza lesenega nosilca - verjetni izvor nastanka proporcij v arhitekturi ("zlati rez") (v: Zbornik 21. Zborovanja gradbenih konstruktorjev Slovenije; 75-86). Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev, Bled, str. 82

ristkov maksimalne upogibne nosilnosti in minimalnega povesa pokaže, da obema kriterijema najbolj ustreza izrez trama v proporciji zlatega reza (slika 24).

Dobljeni rezultat je bil preverjen tudi s funkcijo ekstrema, ki od prave vrednosti razmerja proporcije φ odstopa za 2,33 %. Razliko med vrednostjo funkcije ekstrema in produkta izkoristkov nosilnosti in povesa je mogoče pripisati razlikam med dejanskimi napetostnimi diagrami pri dopustnih upogibnih napetostih in pri porušnih napetostih, kjer se skriva zaradi reoloških lastnosti lesa. Ta razlika je dodatna minimalna rezerva, ki jo je nekdanji graditelj (raziskovalec) ugotovil in upošteval pri določitvi proporcije zlatega reza.

8. SKLEP

Iz arheoloških izkopavanj in zgodovinskih raziskav vemo, da je bilo znanje matematike in geometrije ter poznavanje eksperimentiranja v antiki že tako razvito, da so izvedbe enostavnih obremenilnih poizkusov, merjenja in primerjanja rezultatov ter formuliranje teh spoznanj bile popolnoma mogoče. Enako lahko predvidevamo, da so znali tehnična spoznanja, pridobljena s poizkusi, strniti v praktično uporabnost proporcij pravokotnih geometrijskih likov.

Zato domneva, da izhaja izraz "zlati rez" iz spoznanj o optimalni dimenziji lesenega nosilca, pridobljenega s tesanjem (rezanjem), zveni popolnoma mogoče. Statično konstrukcijski vidik razlaganja izvora proporcij je utemeljen predvsem v matematični dokazljivosti takega razmišljanja.

Najboljši rez - zlati rez- so kot tehnološki "know how" oblikovali v enostavne matematične formule, ki pa so se v tisočletjih iz čisto tehničnega pomena prekrile s plastjo različnih drugih razlag.

Literatura

1. **Beutelspracher, A., Petri, B.,** 1996: Der Goldene Schnitt. Spektrum Akademischer Verlag GmbH, Heidelberg
2. **Boesiger, Girsberger,** 1960: Le Corbusier 1910 - 60. Editions Girsberger, Zurich
3. **Bonča, J.,** 2000: Zlati rez (v: Kaj je likovna teorija, Zbornik referatov simpozija v počastitev spomina na profesorja Milana Butino; 149-154). Visoka strokovna šola slikarstva v Ljubljani, Ljubljana
4. **Kurent, T.,** 1967: Osnovni zakon modularne kompozicije. Univerza v Ljubljani, FAGG, Ljubljana
5. **Kušar, J.,** 1999: Konstrukcijski vidik izbire optimalnega prereza lesenega nosilca - verjetni izvor nastanka proporcij v arhitekturi ("zlati rez") (v: Zbornik 21. Zborovanja gradbenih konstruktorjev Slovenije; 75-86). Slovensko društvo gradbenih konstruktorjev, Bled
6. **Kušar, J.,** 2000: Statično-konstrukcijski vidik izvora proporcij v arhitekturi (v: Kaj je likovna teorija, Zbornik referatov simpozija v počastitev spomina na profesorja Milana Butino; 138-148). Visoka strokovna šola slikarstva v Ljubljani, Ljubljana
7. **Mušič, M,** 1968: Veliki arhitekti III. Založba Obzorja Maribor
8. **Neufert, E.,** 1943: Bauordnungslehre. Bauverlag GmbH, Berlin
9. **Pejaković, M.,** 1998: Zlatni rez (V: KoG, Znanstveno-stručno-informativni časopis Hrvatskog društva za konstruktivnu geometriju i kompjutersku grafiku, str. 60-62), Zagreb
10. **Petrović, D.,** 1972: Kompozicija arhitektonskih oblika. Naučna knjiga, Beograd
11. **Rozman, V.,** 1981: Osnove oblikovanja. Srednja lesarska šola v Ljubljani, Ljubljana