PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **18** (1990/1991)
Številka 6
Strani 328–330

Boris Lavrič:

GIBLJIVI ROMB

Ključne besede: matematika, geometrija.

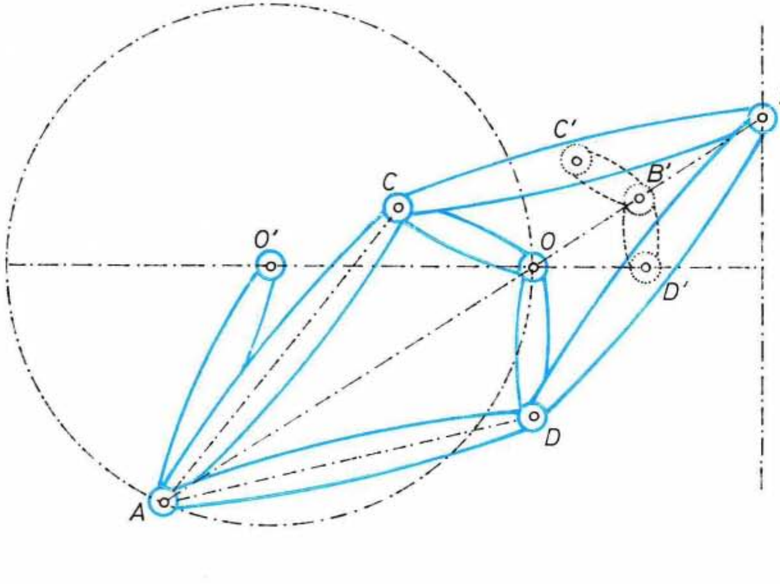
Elektronska verzija: http://www.presek.si/18/1068-Lavric.pdf

GIBLJIVI ROMB

Dandanes kar mrgoli revij, celo naravoslovnih, včasih pa ni bilo tako. Med redkimi revijami iz fizike, ki so izhajale že v prejšnjem stoletju, sta nemški list *Fortschritte der Physik* in francoska revija *Journal de Physique*. V sedemdesetih letih 19. stoletja sta obe reviji pisali o mehanski napravi, ki pretvarja krožno gibanje v premo. Poglejmo, kaj je o tem napisal avtor *Peaucellier* v članku, ki ga je objavil Journal de Physique leta 1973. Pri tem se bomo oprli na prevod tega članka iz knjige D.E. Smitha *A source book in mathematics*. Takole piše:

Znano je, da je v praktični mehaniki pogosto treba krožno gibanje pretvoriti v nepretrgano premo gibanje. Watt (1) je to dosegel z veliko stopnjo popolnosti. Prenos, ki ga je izumil, omogoča zelo tekoče gibanje brez znatnih sunkov in trenja. Zaradi določenih okoliščin pa ima Wattov izum resne pomanjkljivosti. ....(2)

Rešitev, ki jo predlagamo, je posledica geometrijskega načela, dobljenega pri iskanju rešitve problema, ki si ga je Watt postavil pri snovanju svojega paralelograma. To načelo daje eksaktno rešitev problema. Leta 1867 je bilo posredovano društvu *Société Philomatique* v Parizu. Neodvisno, a kasneje, ga je odkril tudi ruski matematik *Lipkin*. (3) Sledi opis rešitve problema:



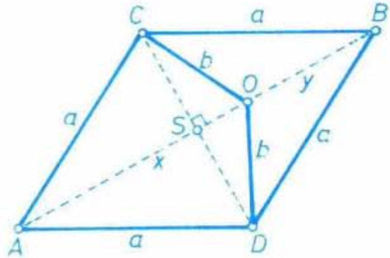
Zamislimo si napravo, sestavljeno iz šestih spojenih premičnih prečk $AC = CB = BD = AD, OC = OD$, s fiksiranim središčem vrtenja O. Če krajišče A opiše krožnico, ki gre skozi O (kar lahko dosežemo s tem, da ga spojimo s prečko $O'A$) in ima polmer OO', potem nasprotno krajišče B opiše daljico, pravokotno na OO' in lahko vodi drog bata.

Med drugim lahko opazimo, da velja naslednje: Če na členih BC, BD izberemo enaki dolžini BC', BD' in spojimo C', D' s členoma $C'B', D'B'$, potem točka B' opiše daljico, ki je vzporedna tisti, ki jo opiše B, saj velja $BC' : B'C' = BC : OC$.(4)

Peaucellierjev članek se s tem konča, naš pa šele zares začne. Opis obravnavane naprave nam skupaj z risbo da točno sliko o njej, vendar ne pojasni ne osnovnega geometrijskega načela njenega delovanja ne lege središča O' krožnice, po kateri se giblje krajišče A. Premostimo zdaj obe težavi:

Označimo z a dolžino prečk romba $ADBC$, z b pa dolžino ročic OC in OD, predpostavimo, da je $a > b$, in poiščimo zvezo med dolžinama $x = \mid OA \mid$ in $y = \mid OB \mid$.

Diagonali AB in CD se sekata pod pravim kotom v točki S. Točka O očitno leži na AB. Po Pitagorovem izreku je tedaj



$$a^2 = \mid SC \mid^2 + \mid SB \mid^2$$
$$b^2 = \mid SC \mid^2 + \mid SO \mid^2$$

in od tod

$a^2 - b^2 = \mid SB \mid^2 - \mid SO \mid^2 = (\mid SB \mid + \mid SO \mid)(\mid SB \mid - \mid SO \mid) = xy$.
Če sta torej konca A in B oddaljena od središča vrtenja O za x, oziroma y, potem velja

$$xy = a^2 - b^2 \tag{1}$$

Izberimo zdaj točko O' na razdalji $(a + b)/2$ od O, načrtajmo krožnico k s središčem O' in polmerom $O'O$ in nanjo postavimo krajišče A gibljivega paralelograma $ADBC$. Nato skozi točko B položimo pravokotnico p na

---

(1) *James Watt* (1736 - 1819) je britanski fizik in izumitelj, znan po izboljšavi in uporabi parnega stroja. Po njem se imenuje merska enota za moč 1 **W**.

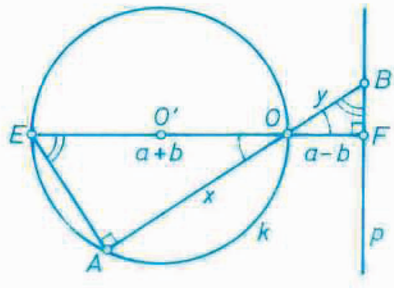
(2) Izpuščen je odstavek, ki pojasnjuje pomanjkljivosti Wattovega izuma.

(3) Opis naprave je Lipkin (1846 - 1876) objavil v Fortschritte der Physik, 1871.

(4) Avtor tu privzame z risbe podatek $B'C' \parallel OC, B'D' \parallel OD$.

premico $O'O$. Slednja naj seka k še v točki E, p pa v točki F.

Iz slike vidimo, da sta pravokotna trikotnika OAE in OFB podobna, zato velja



$$|OE| : |OA| = |OB| : |OF|$$

To prepišemo v obliki

$$(a+b) : x = y : |OF|$$

in s pomočjo relacije (1) dobimo razdaljo

$$|OF| = xy/(a+b) = (a^2 - b^2)/(a+b) = a - b$$

Premica p torej ni odvisna od lege točke A na krožnici k. To pomeni, da pri drsenju točke A po krožnici k točka B drsi po premici p, prav to pa smo želeli dokazati.

Potrpežljivega bralca vabimo, da določi možne lege točke A na krožnici k in točke B na premici p. Ogleda naj si še možnost $a < b$. Premislek lahko preveri na strani 383.

Opomba. O Peaucellierjevem rombu je pisal tudi I. Pucelj v članku Inverzor, Presek IX/3.

Boris Lavrič