PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **2** (1974/1975)
Številka 4
Strani 186–187

Vladimir Batagelj:

KAKO DOKAŽEMO, DA JE VSAK TRIKOTNIK ENAKOSTRANIČEN

Ključne besede: matematično razvedrilo, matematika, rekreacijska matematika, geometrija, trikotnik, dokazovanje.

Elektronska verzija:
http://www.presek.si/2/2-4-Batagelj-trikotnik.pdf

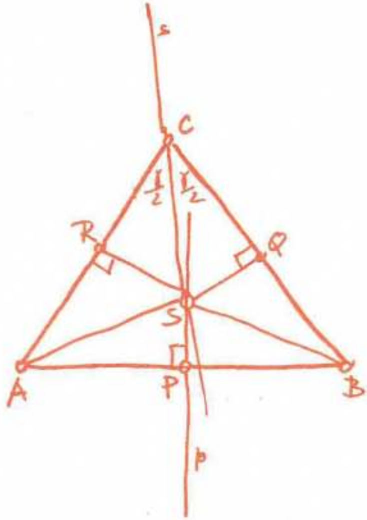
KAKO DOKAŽEMO, DA JE VSAK TRIKOTNIK ENAKOSTRANIČEN

Narišimo pomožno sliko! (sl.1) Dokažimo najprej trditev

$$\overline{AC} = \overline{BC}$$

V ta namen narišemo simetralo s kota pri C in simetralo p stranice AB. Če je $p \parallel s$, premici p in s sovpadata in je trikotnik ABC enakokrak. Torej trditev za ta primer velja. V nasprotnem primeru ($p \parallel s$) pa se premici sekata. Presečišče označimo z S. Iz S potegnemo pravokotnici na stranici AC in BC. Tako dobimo točki R in Q. Ker se trikotnika RSC in QSC ujemata v dveh kotih in eni stranici, sta skladna. Zato veljata enakosti

$$\overline{CR} = \overline{CQ} \quad \text{in} \quad \overline{SR} = \overline{SQ}$$



Sl.1

Podobno pokažemo tudi, da je $\overline{RA} = \overline{QB}$. Trikotnika RSA in QSB sta namreč pravokotna in se ujemata v dveh stranicah. Zato sta skladna. Potemtakem tudi ta enakost velja. Naredimo še končni sklep

$$\overline{AC} = \overline{AR} + \overline{RC} = \overline{BQ} + \overline{QC} = \overline{BC}$$

Na podoben način bi lahko pokazali tudi, da je $\overline{CB} = \overline{AB}$. Iz obojega sledi

$$\overline{AC} = \overline{CB} = \overline{BA}$$

in dokaz je končan.

Kje je napaka? Morda bo kdo rekel, da se premici p in s sekata zunaj trikotnika. Vendar tudi v tem primeru lahko trditev dokažemo podobno kot prej. Opišimo na kratko potek dokazovanja:

Iz skladnosti trikotnikov RSC in SQC dobimo enakost $\overline{RC} = \overline{QC}$, iz skladnosti trikotnikov RSA in SQB pa enakost $\overline{RA} = \overline{BQ}$. Od tu sledi

$$\overline{AC} = \overline{RC} - \overline{RA} = \overline{QC} - \overline{QB} = \overline{BC} \quad ,$$

kar je bilo treba dokazati.

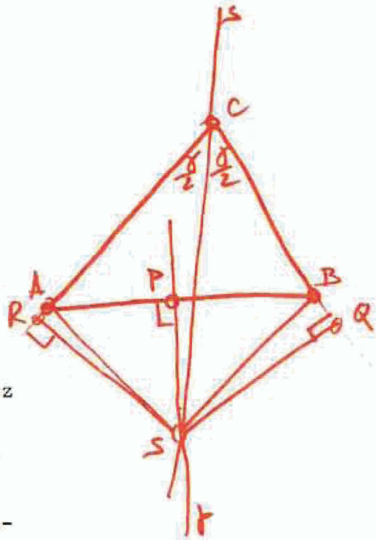
Kaj sedaj? Ali je kaj narobe z geometrijo?

Pri podrobnejši analizi "dokaza" bi ugotovili, da smo napako napravili zato, ker smo se pri sklepanju opirali na nemogoče slike. Izkaže se namreč, da je presečišče S vedno zunaj trikotnika in da je točka $Q(R)$ med točkama $B(A)$ in C, če je $BC(AC)$ daljša od stranic AC in BC

No, kljub temu naš "dokaz" ni brez vsake vrednosti, kajti spoznali smo:

- pri dokazovanju s pomočjo slik moramo biti pazljivi,
- profesorji imajo le prav, ko zahtevajo natančno narisane pomožne slike.

Vladimir Batagelj



Sl.2