Zmaga na 16. mednarodni olimpijadi iz astronomije in astrofizike

Vid Kavčič

Med 10. in 20. avgustom 2023 je v Katowicah na Poljskem potekala mednarodna olimpijada iz astronomije in astrofizike. Na njej je slovenski tekmovalec posegel po najvišjem dosežku: Peter Andolšek je namreč postal absolutni zmagovalec 16. mednarodne olimpijade iz astronomije in astrofizike. Ta izjemni uspeh ni le izjemen na področju astronomskih tekmovanj, ampak predstavlja tudi zgodovinski dosežek za vse olimpijade iz znanja, na katerih sodeluje Slovenija.

SLIKA 1.
Astronomska posadka Slovenije s kapitani. Po vrsti z leve: Andrej Guštin, Vid Kavčič, Miha Brvar, Žan Arsov, Peter Andolšek, Marija Judež, Žan Ambrožič in Dunja Fabjan.

Peter Andolšek absolutni zmagovalec

Poleg tega, da je dosegel absolutno zmago na olimpijadi, se je **Peter Andolšek**, dijak Gimnazije Bežigrad, odlično odrezal tudi v obdelavi podatkov in astronomskih opazovanjih. Gre za drugi takšen dosežek slovenskega tekmovalca v zgodovini olimpijad iz znanja, saj je že leta 2017 Aleksej Jurca zmagal na astronomski olimpijadi na Tajskem.

Na letošnji olimpijadi so poleg Petra blesteli tudi drugi člani slovenske ekipe. **Miha Brvar** (Gimnazija Bežigrad) in **Žan Ambrožič** (Gimnazija Kranj) sta osvojila srebrni medalji, **Žan Arsov** (Gimnazija Bežigrad) bronasto medaljo, **Marija Judež** (Srednja elektro šola in tehniška gimnazija Novo mesto) pa je prejela pohvalo.

Ekipo so pripravljali in vodili **Andrej Guštin**, **Dunja Fabjan** in **Vid Kavčič.** Pri izbirnem postopku in dodatnih pripravah na olimpijado so sodelovali tudi Andreja Gomboc, Simon Bukovšek, Urban Razpotnik, Rok Kovač, Jon Judež, Ema Mlinar, Jakob Jurij Snoj in Ajda Erjavec.

V tem članku predstavljamo nekaj bolj ali manj zahtevnih in dolgih nalog iz teoretičnega dela tekmovanja, ki so bile letos resnično čudovite in pristno astronomske. Za pregled članka in grafično asistenco se zahvaljujem Simonu Bukovšku.

T 1: Neptun v opoziciji

Naloga

Neptun bo 21. septembra 2024 v opoziciji. Izračunaj, katerega leta je bil Neptun nazadnje v opoziciji v času spomladanskega enakonočja. Predpostavi, da sta orbiti Zemlje in Neptuna krožni. Velika polos Neptunove orbite je $a = 30{,}070$ a. e.

Rešitev

Podatki: $a = 30{,}070$ a. e.

S pomočjo tretjega Keplerjevega zakona in poznane velike polosi a orbite izračunamo obhodni čas Neptuna. Pri tem upoštevamo, da veliko polos izrazimo v astronomskih enotah, čas pa v letih:

- $t_1 = a^{3/2} = 164{,}89$ leta.

Ker je Neptun zunanji planet, njegovo sinodsko periodo t_2 (v letih) izračunamo kot

$$\frac{1}{t_2} = \frac{1}{t_0} - \frac{1}{t_1},$$
$$t_2 = 1{,}006102 \text{ leta},$$

kjer smo označili $t_0 = 1$ leto.
Ekliptična dolžina Neptuna se tako spreminja s hitrostjo $(360^\circ/163{,}89)$/leto. Zanima nas, koliko let traja, da se Neptun nahaja v opoziciji in se pri tem premakne za 180°. Od tod nastavimo

$$t \cdot \frac{360^\circ}{163{,}89} = 180^\circ,$$
$$t = \frac{163{,}89}{2} = 81{,}95 \text{ leta},$$

iz česar zaključimo, da je bil Neptun nazadnje v opoziciji leta 2024 – 82 = 1942.

T 5: Temna energija

Naloga

Opazovanja kažejo, da se vesolje širi pospešeno. Fluktuacije mikrovalovnega sevanja ozadja podpirajo ravno (evklidsko) geometrijo, kjer je skupna gostota (tj. vsota gostote snovi in ekvivalentne gostote vseh oblik energije) enaka tako imenovani *kritični gostoti*:

$$\rho_{\mathrm{cr}} = \frac{3H_0^2}{8\pi G},$$

kjer je H_0 vrednost Hubblove konstante danes. Toda skupna gostota snovi (svetle in temne) je ocenjena na $\rho_{m,0} \approx 2{,}8 \cdot 10^{-27}$ kg m^{-3}. To neskladje odpravimo, če predpostavimo, da standardni kozmološki model vključuje skrivnostno temno energijo s konstantno energijsko gostoto ε_Λ.

Določi vrednost ε_Λ in izračunaj, pri katerem rdečem premiku v preteklosti je bila energijska gostota snovi enaka gostoti temne energije.

Rešitev

Iz podane formule in vrednostma H_0 in G, ki ju najdemo v tabelah, lahko izračunamo vrednost kritične gostote:

$$\rho_{\mathrm{cr}} = 9{,}202 \cdot 10^{-27} \text{ kg/m}^3.$$

V modelu ravnega vesolja velja

$$\rho_{m,0} + \frac{\varepsilon_\Lambda}{c^2} = \rho_{\mathrm{cr}},$$

iz česar izrazimo in izračunamo

$$\varepsilon_\Lambda = [\rho_{\mathrm{cr}} - \rho_{m,0}]\, c^2 = 5{,}8 \cdot 10^{-10} \text{ J/m}^3.$$

Skalirni faktor je z rdečim premikom povezan kot

$$a(z) = \frac{a_0}{1+z},$$

kjer je $a_0 = 1$ skalirni faktor danes. Gostota snovi ρ_m pada s tretjo potenco skalirnega faktorja, zato jo lahko v povezavi z rdečim premikom izrazimo kot

$$\rho_m(z) = \rho_{m,0}(1+z)^3.$$

Z uporabo enačbe $E = mc^2$ izrazimo energijsko gostoto ε_m z gostoto snovi:

$$\varepsilon_m(z) = \rho_m(z)c^2 = \rho_{m,0}(1+z)^3c^2.$$

Iz zgornje enačbe izrazimo iskani rdeči premik in pri tem upoštevamo zahtevani pogoj $\varepsilon_m = \varepsilon_\Lambda$:

$$z = \left[\frac{\varepsilon_\Lambda}{\rho_{m,0}c^2}\right]^{1/3} - 1 = 0{,}32.$$

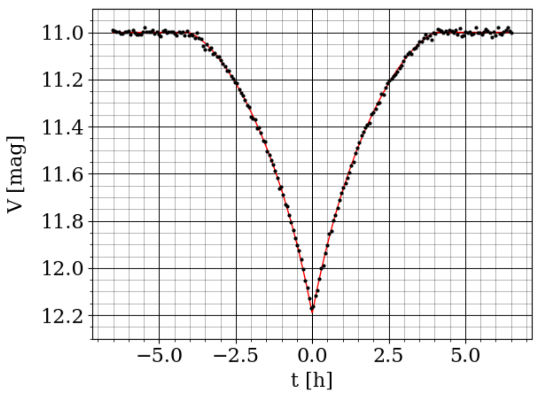
T 9: Sekundarni mrk

Naloga

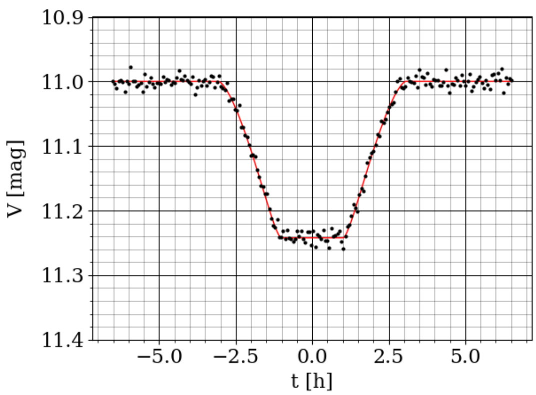
Na spodnjih svetlobnih krivuljah so opazovanja primarnih mrkov dveh prekrivalnih dvozvezdij, imenovanih Lolek in Bolek:

Na slikah je t čas (v urah) glede na trenutek minimuma in V navidezni sij v V (vidnem) območju (v magnitudah). Točke predstavljajo meritve, črta pa krivuljo, ki se jim najbolje prilega.

Predpostavi, da je mrk v obeh primerih centralen ($i = 90^\circ$) in da je trajanje mrka veliko krajše od obhodnega časa. Robna zatemnitev je zanemarljiva. Orbite imajo majhno ekscentričnost. Nariši predvideno obliko svetlobne krivulje za vsakega od sekundarnih mrkov. Zapiši vse enačbe in izračune, ki jih pri tem uporabiš.



SLIKA 2.
Opazovana svetlobna krivulja sistema Bolek.



SLIKA 3.
Opazovana svetlobna krivulja sistema Lolek.

Rešitev

Ker sta mrka v obeh primerih relativno kratka, lahko predpostavimo, da je kot, ki ga opišeta v orbiti, med mrkom zanemarljivo majhen. To pomeni, da je tangentna hitrost relativnega orbitalnega gibanja konstantna.

Sistem Bolek. Ker je minimum vrha oster in je mrk centralen, lahko sklepamo, da je $R_1 = R_2$. Zato bosta tako primarni kot sekundarni mrk popolna z minimalno navideznih sijev zaporedoma m_1 in m_2.

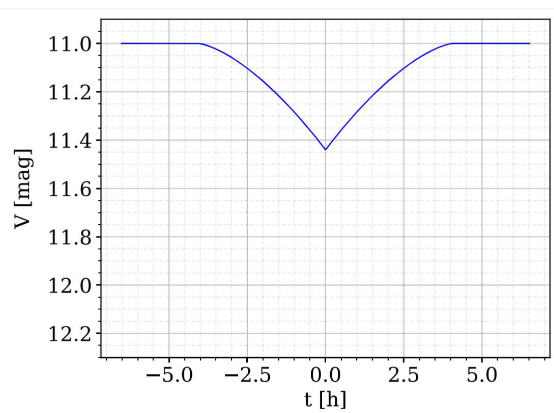
Definirajmo $m_{1,2}$ kot skupni navidezni sij sistema, ko ta ni v mrku, in označimo z L_1 in L_2 izseva zaporedoma prve in druge zvezde. Zapišimo Pogosonov zakon za oba primera:

- $$m_1 - m_{1,2} = -2{,}5 \log\left(\frac{L_1}{L_1 + L_2}\right),$$
  $$m_2 - m_1 = -2{,}5 \log\left(\frac{L_2}{L_1}\right).$$

Če iz prve enačbe izrazimo razmerje izsevov in ga vstavimo v drugo, dobimo

- $$m_2 = m_1 - 2{,}5 \log\left(10^{(m_1 - 0{,}4 m_{1,2})} - 1\right).$$

Ker sta orbiti skoraj krožni, sta časovni skali enaki za oba mrka. Zato je povsem zadovoljivo zgolj *prerisati* krivuljo primarnega mrka, pri čemer njegovo globino skaliramo na $|m_{1,2} - m_2|$. S svetlobne krivulje razberemo $m_{1,2}$ in m_{min} in dobimo razmerje izsevov $L_2/L_1 = 2$ in $m_2 = 11{,}44$. Za sekundarni mrk sistema Bolek izrišemo spodnjo svetlobno krivuljo:

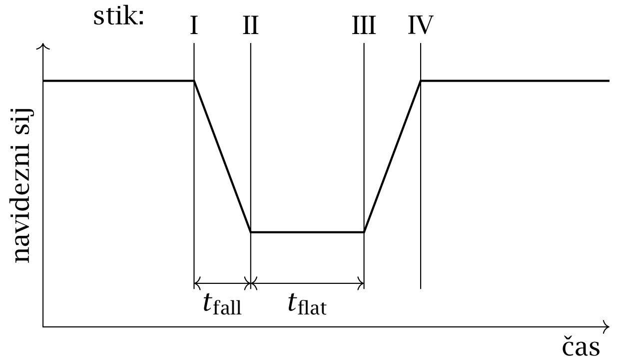


SLIKA 4.
Predvidena svetlobna krivulja sekundarnega mrka sistema Bolek.

Sistem Lolek. Za sistem Lolek razmišljamo podobno, vendar opazimo, da je minimum svetlobne krivulje raven. Naj bo t_{fall} čas med stikoma I in II in t_{flat} čas med stikoma II in III, med katerim svetlobna krivulja ostane na svoji najmanjši vrednosti:

S podane svetlobne krivulje določimo

- $$\frac{t_{\text{flat}}}{t_{\text{fall}}} = \frac{2(R_2 - R_1)}{2R_1},$$
  $$\frac{R_2}{R_1} = \frac{t_{\text{flat}}}{t_{\text{fall}}} + 1.$$



SLIKA 5.
Shema mrka za sistem Lolek.

V zgornjih enačbah je R_1 polmer manjše od zvezd. Zaradi tega sledi, da obstajata dve rešitvi – lahko bi šlo za delni mrk ali za popolni mrk.

Najprej predpostavimo, da gre za popolni mrk. Izmerimo $m_{\min}$ za mrk in skupni navidezni sij, ko mrka ni, $m_{1,2}$, (podobno kot v sistemu Bolek) in predpostavimo $m_{\min} = m_1$. S svetlobne krivulje razberemo vrednosti za $m_{1,2}$ in $m_{\min}$ in za razmerje izsevov dobimo

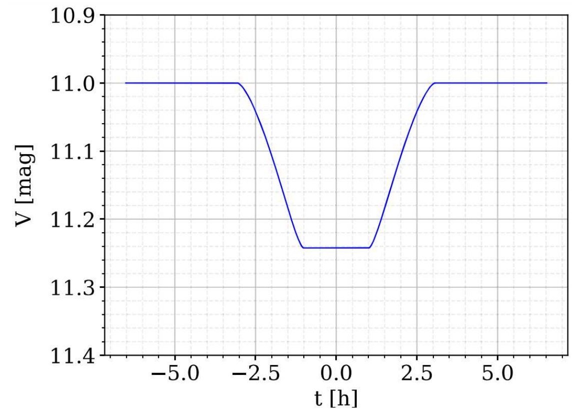
$$\frac{L_2}{L_1} = 10^{0{,}4(m_1 - m_{1,2})} - 1 = 4$$

ter

$$\frac{R_2}{R_1} = 2$$

za razmerje polmerov. Iz tega po Stefanovem zakonu sledi, da sta efektivni temperaturi obeh zvezd enaki. To pomeni, da v resnici sploh ni pomembno, ali zvezda 2 prekrije zvezdo 1 oziroma obratno. V času, ko mrka ni, opazujemo dva diska z enako svetlo površino in skupno ploščino $\pi(R_1^2 + R_2^2)$, medtem ko lahko med mrkom vidimo le disk s površino πR_2^2.

Na sliki 6 je oblika sekundarnega mrka sistema Lolek.



SLIKA 6.
Shema mrka za sistem Lolek.

T 12: DART

Naloga

Dvojni preizkus preusmeritve asteroida (DART – Double Asteroid Redirection Test) je bila Nasina misija za razvoj metode za planetarno obrambo pred telesi v Zemljini bližini. Sonda je zadela Dimorfos, luno asteroida Didymos, da bi proučila, kako je trk vplival na njegovo orbito.

(a) Izračunaj pričakovano spremembo obhodnega časa (v minutah). Predpostavi, da je bil trk čelen (frontalen), centralen in popolnoma neprožen.

Pred tem je Dimorfos krožil okoli Didymosa po krožni orbiti z obhodnim časom $P = 11{,}92$ h. Masi Dimorfosa in Didymosa sta zaporedoma $m = 4{,}3 \cdot 10^9$ kg in $M = 5{,}6 \cdot 10^{11}$ kg. Masa in hitrost sonde DART glede na Dimorfos v trenutku trka sta bili $m_s = 580$ kg in $v_s = 6{,}1$ km s^{-1}. Zanemari gravitacijske vplive preostalih teles.

(b) V resnici so izmerili, da se je obhodni čas Dimorfosa spremenil za $\Delta P_0 = -33$ min. To je posledica tega, da je del gibalne količine odnesel izvrženi material: sonda se je zlepila z asteroidom, zaradi trka se je od asteroida odkrušil material in zletel v vesolje. Izračunaj gibalno količino izvrženega materiala in jo izrazi kot delež gibalne količine Dimorfosa pred trkom. Predpostavi, da je bila masa izvrženega materiala veliko manjša od mase Dimorfosa.

(c) Izračunaj spremembo hitrosti (v mm s^{-1}) Dimorfosa ob trku, tako da upoštevaš učinek izvrženih okruškov.

Rešitev

(a) Masa Didymosa je veliko večja od mase Dimorfosa. Zato je lahko polmer a orbite Dimorfosa določimo z uporabo tretjega Keplerjevega zakona:

$$\frac{GM}{4\pi^2} = \frac{a^3}{P^2},$$
$$a = \left(\frac{GMP^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = 1{,}2\ \mathrm{km}.$$

Odtod lahko izračunamo tudi hitrost kroženja Dimorfosa pred trkom:

$$v_0 = \frac{2\pi a}{P} = 0{,}176\ \mathrm{m/s}.$$

Naj bo v' hitrost Dimorfosa malo po trku. Ohranitev gibalne količine nam da

$$mv_0 - m_s v_s = (m + m_s)v',$$
$$v' = \frac{mv_0 - m_s v_s}{m + m_s} \approx v_0 - \frac{m_s}{m} v_s,$$

pri čemer smo upoštevali, da je masa vesoljskega plovila veliko manjša od mase Dimorfosa.

Nato s pomočjo enačbe vis-viva določimo veliko polos a' orbite po trku:

$$(v')^2 = GM\left(\frac{2}{a} - \frac{1}{a'}\right) = \frac{GM}{a}\left(2 - \frac{a}{a'}\right)$$
$$= v_0^2\left(2 - \frac{a}{a'}\right),$$
$$2 - \frac{a}{a'} = \left(\frac{v'}{v_0}\right)^2 = \left(1 - \frac{m_s}{m}\frac{v_s}{v_0}\right)^2$$
$$\approx 1 - \frac{2m_s}{m}\frac{v_s}{v_0}.$$

Velika polos se je tako spremenila za

$$\frac{\Delta a}{a} = \frac{a' - a}{a} = -\frac{2m_s}{m}\frac{v_s}{v_0}.$$

Če se je velika polos spremenila iz a v $a + \Delta a$, potem se je obhodni čas spremenil iz P v $P + \Delta P$, maso vesoljskega plovila pa lahko zanemarimo. Potem je:

$$\frac{a^3}{P^2} = \frac{(a + \Delta a)^3}{(P + \Delta P)^2} = \frac{a^3(1 + \Delta a/a)^3}{P^2(1 + \Delta P/P)^2}$$
$$= \frac{a^3}{P^2}\left(1 + \frac{3\Delta a}{a} - \frac{2\Delta P}{P}\right),$$

iz česar sledi

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{3}{2}\frac{\Delta a}{a}.$$

Obhodni čas se je tako spremenil za

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{3}{2}\frac{\Delta a}{a} = -\frac{3m_s}{m}\frac{v_s}{v_0}.$$

Obhodni čas Dimorfosa bi se tako moral zmanjšati za 1,4 % oziroma 10 minut.

(b) Naj bo Δp gibalna količina odkrušenega materiala. Ohranitev gibalne količine potem zapišemo kot:

$$mv_0 - m_s v_s = (m + m_s)v' + \Delta p,$$
$$v' = \frac{mv_0 - m_s v_s - \Delta p}{m + m_s}$$
$$\approx v_0 - \frac{m_s}{m}v_s - \frac{\Delta p}{m}.$$

S podobnimi izračuni kot pri delu (a) dobimo

$$\frac{\Delta a}{a} = -2\left(\frac{m_s}{m}\frac{v_s}{v_0} + \frac{\Delta p}{mv_0}\right)$$

in s tem

$$\frac{\Delta P_0}{P} = \frac{3}{2}\frac{\Delta a}{a} = -3\left(\frac{m_s}{m}\frac{v_s}{v_0} + \frac{\Delta p}{mv_0}\right).$$

Iskani rezultat je tako

$$\frac{\Delta p}{mv_0} = -\frac{\Delta P_0}{3P} - \frac{m_s}{m}\frac{v_s}{v_0} = 0{,}011.$$

(c) Sprememba hitrosti je enaka

$$\Delta v = v' - v_0 = -\frac{m_s}{m} - \frac{\Delta p}{m}$$
$$= -\frac{m_s}{m}v_s + \frac{\Delta P_0}{3P}v_0 + \frac{m_s}{m}v_s$$
$$= \frac{\Delta P_0}{3P}v_0 = -2{,}7\ \mathrm{mm/s}.$$

× × ×