Lehre

von den

vier Rechnungsarten.

Von

Dr. Franz Seraphin Mozhnik.

In Commission bei Leopold Paternolli.

Lehre
von den
vier Rechnungsarten,
aus
deren Begriffe und dem Wesen unseres Zahlensystems entwickelt,
und als
Hilfsbuch beim Rechnungsunterrichte
Lehrern und Lernenden
gewidmet
von

Dr. Franz Seraphin Mozhnik,

Lehrer der vierten Klasse an der k. k. Normal-Hauptschule zu Görz, und wirkl. Mitgliede der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaft daselbst.

Laibach 1840.
Gedruckt bei Joseph Blasnik.

In Commission bei Leopold Paternolli.

Vorrede.

Es gibt wohl keinen Zweig der menschlichen Erkenntnisse, der von so vielseitiger Anwendung im bürgerlichen Leben wäre, und zugleich so wohlthätig auf die gesammte Geistesbildung wirken würde, als die Arithmetik. Dort mit der Fertigkeit in der Ausführung der verschiedensten Berechnungen auszurüsten, hier richtiges Denken, Scharfsinn und schnelles Auffassen zu begründen, ist das diesem Gegenstande vorgesteckte Ziel.

Zur Erreichung dieses schönen Zieles muß man offenbar schon in dem ersten Rechnungsunterrichte den Grund legen, welcher aber eben darum nicht mechanisch, sondern gründlich und mit steter Hinsicht auf den natürlichen Entwicklungsgang der Geisteskräfte betrieben werden soll.

Die Elemente alles Rechnens sollen dem Anfänger nicht als bloßes Ergebniß fremden Nachdenkens mitgetheilt werden; sondern aus dessen eigenem Innern soll man sie hervorholen, damit sie, aus eigener Ueberzeugung entsprungen, nach dem Spruche der Alten, in Saft und Blut übergehen. Sind doch die Rechnungskenntnisse ein unmittelbarer Ausfluß der Verstandesgesetze, und finden sich somit, wenn gleich noch im Keime, doch im jugendlichen Geiste schon vor; dem Unterrichte kann es also nur obliegen, diesen herrlichen Keim zweckmäßig zu pflegen und zu entwickeln, damit er allgemach erblühe und Früchte trage.

Die guten Folgen, die ein solcher auf Selbstdenken und geistige Entwicklung berechneter Rechnungsunterricht nach sich zieht, sind nicht zu verkennen. Vergessenheit ist das gewöhnliche Loos alles bloß mechanisch Erlernten; hier aber findet das Gedächtniß an dem Verstande eine mächtige Stütze, und wenn auch das Selbstaufgefundene von der immer schwellenden Masse der nachfolgenden Vorstellungen verdrängt werden sollte, so trägt man ja das Werkzeug mit sich, und hat es handhaben gelernt, um das Verdrängte von Neuem zu schaffen. Während sich ferner der Schüler nur mit Widerwillen fremde, nur halb oder gar nicht verstandene Formeln aneignet, und ihm dadurch frühe Abneigung gegen alles Lernen eingeflößt wird; wird er hier, durch das Selbstfinden ermuthiget, von lebhaftem Lerneifer und edler Wißbegierde erglühen. Die zweckmäßigen Uebungen eines solchen Unterrichtes begründen nicht nur Geläufigkeit im Rechnen, sondern auch allseitig einen tiefern Blick, und daher Empfänglichkeit für jeden Unterricht; die formelle Bildung, die der Schüler dadurch gewinnt, bleibt ihm und nützt ihm überall, was immer für einem Berufszweige er sich auch widmen möge.

Von so unnennbar guten Folgen ist ein gründlicher Elementarunterricht im Rechnen. Und doch, mit Bedauern muß man es gestehen, gibt es Pädagogen, welche die Grundlehren alles Rechnens geradeweg ohne alle Begründung dem Anfänger überliefern, welche ihm das Zahlensystem als einen künstlichen von den Vorfahren an uns vererbten Mechanismus vorführen, in den er wie eine Maschine gedankenlos eingreifen soll, den aber näher zergliedern und untersuchen zu wollen für ein Vergehen gehalten werden könnte. Die Tabellen und Regeln für die Hauptrechnungsarten muß er als eben so viele unantastbare Formeln, von denen er weder den Geist noch den Zweck wissen soll, ins Gedächtniß aufnehmen.

Die Hauptursache dieser traurigen Erscheinung dürfte wohl großentheils in dem Mangel eines zweckmäßigen Leitfadens für den Elementarunterricht im Rechnen zu suchen seyn. Zwar fehlt es keineswegs an Schriften, welche unter den verschiedensten Formen den Rechnungsunterricht zu fördern bestimmt sind; auch sind mehrere darunter, wie nicht zu verkennen ist, recht verdienstvoll und von sehr ausgebreitetem Nutzen, allein man vermißt in ihnen durchaus jenen naturgemäßen Zusammenhang, jene wohlbegründete Entwicklung, durch welche allein der Rechnungsunterricht das wird, was er vermöge seiner natürlichen Beschaffenheit werden kann und werden soll, — Anleitung zu einem geläufigen Rechnen, und Geistesgymnastik. Seien daher jene Schriften reiche Magazine von Regeln, Vortheilen und Beispielen; — ein zweckmäßiger Leitfaden für den genannten Unterricht sind sie nicht.

In den hier ausgesprochenen Ansichten und Bemerkungen nun liegt die Veranlassung zu dem Erscheinen vorliegender Schrift. Meine Absicht war, darin dem Lehrer und Lernenden bei dem ersten Rechnungsunterrichte einen Wegweiser mitzugeben, damit sie an dessen Seite jene Klippen, an denen bereits so Viele gescheitert sind und noch immer scheitern, so glücklich als möglich vermeiden.

Zu diesem Ende war ich bemühet, vor Allem das Wesen unseres Zahlensystems und den innigen Zusammenhang der Zahlen nicht minder gründlich als faßlich auseinander zu setzen. Bei den einzelnen Rechnungsarten glaubte ich der Entwicklung der betreffenden Tabellen und Regeln eine besondere Aufmerksamkeit widmen zu müssen; zugleich sind für jede Rechnungsart die gewöhnlich vorkommenden Fälle von deren Anwendung angeführt und durch Beispiele beleuchtet worden. Um den Nutzen dieser Schrift zu erhöhen, habe ich im Anhange auch die wichtigsten Vortheile entwickelt, deren man sich bei den vier Rechnungsarten mit unbenannten wie auch benannten Zahlen bedienen kann.

Ich bin nun weit entfernt zu glauben, daß ich in diesen Blättern meine Aufgabe vollkommen gelöset habe; derselbe Grund, welcher mich zu deren Herausgabe veranlaßte, der Mangel nämlich an zweckmäßigen Schriften dieser Art, wird auch die Unvollkommenheiten der gegenwärtigen entschuldigen. Es würde mich übrigens freuen, wenn eben durch diese Mängel Andere, die mehr Beruf und Geschick haben, sich aufgefordert fänden, meinen Ansichten beipflichtend, diesen wichtigen Gegenstand der Vollkommenheit näher zu führen.

Gott segne diese kleine Arbeit, daß sie als Anleitung, sowohl tüchtige Rechner auszubilden, als auch schon den jugendlichen Geist für das Höchste, was uns angehet, für Wahrheit und Recht zu wecken, den beabsichtigten Nutzen stifte.

Görz am 19. März 1840.

Der Verfasser.

Inhalt.

Erster Abschnitt.

Von den Zahlen überhaupt.

Erstes Hauptstück.

Unbenannte Zahlen und ihr Zusammenhang.

Zweites Hauptstück.

Benannte Zahlen und ihr Zusammenhang.

Zweiter Abschnitt.

Von den vier Haupt-Rechnungsarten mit unbenannten und einnamigen Zahlen.

Erstes Hauptstück.

Addition.

Zweites Hauptstück.

Subtraction.

Drittes Hauptstück.

Multiplication.

Viertes Hauptstück.

Division.

Dritter Abschnitt.

Von den vier Haupt-Rechnungsarten mit mehrnamigen Zahlen.

Anhang.

Rechnungsvortheile.

Erster Abschnitt.

Von den Zahlen überhaupt.

Vorbegriffe.

§. 1.

Einheit. Zahl.

Jedes Ding, für sich betrachtet, ist eine Einheit seiner Art; z. B. ein Gulden, ein Pfund. Eine Menge gleichartiger Einheiten nennet man eine Zahl; z. B. vier Gulden, acht Pfunde.

Bei jeder Zahl muß daher eine Einheit gedacht werden, welche öfters darin vorkommt.

Jede Einheit kann in Bezug auf ihre Theile als Zahl betrachtet werden; so ist z. B. ein Kreuzer eine Einheit von Kreuzern, aber eine Zahl von Pfennigen, weil er mehrere, nämlich vier Pfennige enthält.

Umgekehrt läßt sich jede Zahl, für sich betrachtet, als Einheit annehmen, wo sie sodann einen eigenen Namen bekommt. Z. B. vier Pfennige sind eine Zahl von Pfennigen, sie lassen sich aber für sich als eine Einheit betrachten, und erhalten den Namen ein Kreuzer.

§. 2.

Benannte und unbenannte Zahlen.

Eine Zahl, welche den Namen ihrer Einheit mit sich führt, heißt eine benannte Zahl; sie kann nur eine Art von Einheiten vorstellen. Z. B. vier Gulden ist eine benannte Zahl, und kann nur Gulden vorstellen.

Eine Zahl, bei welcher der Name ihrer Einheit nicht vorkommt, heißt eine unbenannte Zahl; sie kann jede Art von Einheiten vorstellen. So z. B. ist vier eine unbenannte Zahl, und kann Gulden, Pfunde oder was immer für Einheiten vorstellen.

§. 3.

Bezeichnung der Zahlen im Allgemeinen.

Bei der doppelten Bezeichnungsweise unserer Gedanken, nämlich durch das hörbare Wort und durch sichtbare Schriftzeichen muß auch bei der Bezeichnung der Zahlen darauf Rücksicht genommen, und gelehret werden, wie man die Zahlen auszusprechen und wie man sie zu schreiben habe.

Die auf einander folgenden Zahlen mit Worten ausdrücken, heißt zählen.

Die Schriftzeichen der Zahlen nennet man Ziffern.

Erstes Hauptstück.

Unbenannte Zahlen und ihr Zusammenhang.

§. 4.

Die ersten Zahlen und ihre Bezeichnung.

Wenn man mit der Einheit anfängt, und immer eine Einheit dazusetzt, so heißen die dadurch entstehenden Zahlen:

eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun.

Sie werden folgeweise durch nachstehende Ziffern bezeichnet, die wir zur bessern Anschaulichkeit auch durch darunter gesetzte Puncte versinnlichen wollen:

1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8,	9.
•	••	••	••	•••	•••	••••	••••	•••••
		•	••	••	•••	•••	••••	••••

Ehe man die weitern Zahlen vornimmt, ist es nothwendig, von den neun ersten und deren Zusammenhange eine recht klare Uebersicht zu bekommen. Zu diesem Ende werden nachstehende Uebungen empfohlen.

§. 5.

Zusammenzählen der ersten Zahlen.

Es sollen je zwei der genannten Zahlen, welche zusammengenommen nicht mehr als neun ausmachen, zusammengezählt werden. Hierbei beobachte man folgenden Stufengang:

1. Man zähle zu 1 nach der Reihe 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, und gebe jedesmal die Zahl an, welche man durch das Zusammenzählen bekommt.

   Diese und die folgenden Uebungen sollen durch wirkliches Zusammenzählen der Puncte vorgenommen werden. Daß übrigens bei Anfängern hier zur Versinnlichung der Zahlen statt der Puncte auch andere Gegenstände, als: Finger an den Händen, Kreuzer, Groschen, Aepfel, Nüsse u. dgl. angewendet werden können, bedarf kaum einer Bemerkung.

2. Ferner zähle man
zu 2 nach und nach alle Zahlen von 1 bis 7,
„ 3 „ „ „ „ „ „ 1 „ 6,
„ 4 „ „ „ „ „ „ 1 „ 5,
„ 5 „ „ „ „ „ „ 1 „ 4,
„ 6 „ „ „ „ „ „ 1 „ 3,
„ 7 „ die Zahlen 1, 2,
„ 8 „ die Zahl 1,
und gebe jedesmal die durch das Hinzusetzen neu entstandene Zahl an.

3. Wenn man zu einer Zahl nach der Ordnung, wie es bisher geschehen ist, geläufig zu zählen weiß, so übe man sich dann im Zusammenzählen jener Zahlen auch ausser der Ordnung.

Durch öftere Wiederholung dieser Uebungen und gehörige Versinnlichung wird nachstehende Tabelle bleibendes Eigenthum des Verstandes und des Gedächtnißes werden.

1. Tabelle.

1 und 1 ist 2	2 und 6 ist 8	5 und 1 ist 6
1 " 2 " 3	2 " 7 " 9	5 " 2 " 7
1 " 3 " 4	3 und 1 ist 4	5 " 3 " 8
1 " 4 " 5	3 " 2 " 5	5 " 4 " 9
1 " 5 " 6	3 " 3 " 6	6 und 1 ist 7
1 " 6 " 7	3 " 4 " 7	6 " 2 " 8
1 " 7 " 8	3 " 5 " 8	6 " 3 " 9
1 " 8 " 9	3 " 6 " 9	7 und 1 " 8
2 und 1 ist 3	4 und 1 ist 5	7 " 2 " 9
2 " 2 " 4	4 " 2 " 6	8 und 1 " 9
2 " 3 " 5	4 " 3 " 7	
2 " 4 " 6	4 " 4 " 8	
2 " 5 " 7	4 " 5 " 9	

§. 6.

Zerlegen der ersten Zahlen.

Nun übergehe man zu der gerade entgegengesetzten Uebung, indem man nämlich jede der ersten Zahlen nach und nach von allen größern wegnimmt. Dabei soll folgende Stufenfolge beobachtet werden:

1. Man nehme 1 nach und nach von allen größern Zahlen, nämlich 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 weg, und gebe an, wie viel jedesmal noch übrig bleibt.

   Auch hier ziehe man die Versinnlichung durch Puncte, Finger, Aepfel, Nüsse, Kreuzer, u. dgl. zu Hilfe. Bei den Puncten sollen die wegzunehmenden ausgelöscht oder mit einem Blatte Papier bedeckt, bei Fingern zusammengebogen, bei den übrigen Versinnlichungsmitteln wirklich weggenommen werden.

2. Man nehme eben so

2	nach	und	nach	von	allen	Zahlen	von	3	bis	9,
3	„	„	„	„	„	„	„	4	„	9,
4	„	„	„	„	„	„	„	5	„	9,
5	„	„	„	„	„	„	„	6	„	9,
6	„	„	„	„	„	„	„	7	„	9,
7	„	„	„	„	den	Zahlen	8, 9,			

   8 von der Zahl 9 weg, und gebe das jedesmal Uebriggebliebene an.

3. Nachdem man früher jede Zahl von den größern, wie sie in der Ordnung auf einander folgen, hinweggenommen hat, weiche man nun von dieser Ordnung ab, und bestimme, wie viel übrig bleibt, wenn man eine beliebige jener Zahlen von einer beliebigen größern wegnimmt.

Auf diese Weise wird man zur gründlichen Kenntniß folgender Tabelle gelangen.

2. Tabelle.

1 von 2 bleibt 1	2 von 8 bleibt 6	5 von 6 bleibt 1
1 „ 3 „ 2	2 „ 9 „ 7	5 „ 7 „ 2
1 „ 4 „ 3	3 von 4 bleibt 1	5 „ 8 „ 3
1 „ 5 „ 4	3 „ 5 „ 2	5 „ 9 „ 4
1 „ 6 „ 5	3 „ 6 „ 3	6 von 7 bleibt 1
1 „ 7 „ 6	3 „ 7 „ 4	6 „ 8 „ 2
1 „ 8 „ 7	3 „ 8 „ 5	6 „ 9 „ 3
1 „ 9 „ 8	3 „ 9 „ 6	7 von 8 bleibt 1
2 von 3 bleibt 1	4 von 5 bleibt 1	7 „ 9 „ 2
2 „ 4 „ 2	4 „ 6 „ 2	8 von 9 bleibt 1
2 „ 5 „ 3	4 „ 7 „ 3	
2 „ 6 „ 4	4 „ 8 „ 4	
2 „ 7 „ 5	4 „ 9 „ 5	

§. 7.

Ergänzen der ersten Zahlen.

Es soll bestimmt werden, wie viel man zu irgend einer der erstern Zahlen hinzuzählen müsse, um eine gegebene größere zu erhalten.

1. Man gebe an, wie viel zu 1 noch gezählt werden muß, um nach und nach die größern Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 zu erhalten.

   Wie bei den frühern Uebungen, sollen auch hier die Zahlen versinnlichet werden.

2. Eben so bestimme man, wie viel noch

   zu 2 hinzukommen muß, um die Zahlen 3 bis 9,
   ,, 3 ,, ,, ,, ,, ,, 4 ,, 9,
   ,, 4 ,, ,, ,, ,, ,, 5 ,, 9,
   ,, 5 ,, ,, ,, ,, ,, 6 ,, 9,
   ,, 6 ,, ,, ,, ,, ,, 7 ,, 9,
   ,, 7 ,, ,, ,, ,, ,, 8, 9,
   ,, 8 ,, ,, ,, ,, Zahl 9

   zu erhalten.

3. Diese Uebungen sind recht oft zu wiederholen, und dann auch außer der früher angeführten Ordnung vorzunehmen.

Die Tabelle, welche die Ergebnisse dieser Uebungen enthält, stimmt mit der 1. Tabelle vollkommen überein. Nur ist zu merken, daß beim Zusammenzählen jene Zahl, welche auf das Wörtchen i st folgt, gesucht wurde; hier aber, beim Ergänzen, dieselbe bekannt, und dagegen die Zahl, welche nach dem Wörtchen u n d stehet, anzugeben ist. Während es z. B. dort heißt: 3 und 5 ist ?, sucht man hier: 3 und ? ist 8, wo das Fragezeichen die in Frage stehende Zahl ausdrückt.

Es wird nicht viel Aufmerksamkeit erfordert, um zu finden, daß hier dieselben Zahlen gesucht wurden, wie oben beim Zerlegen der Zahlen. In der That auch ist die Frage:

wie viel bleibt übrig, wenn man 1 von 4 wegnimmt? gleichbedeutend mit der Frage:

wie viel muß man zu 1 hinzuzählen, um 4 zu erhalten? In beiden Fällen erhält man zur Antwort: 3.

Die Behandlung derselben Aufgabe unter verschiedenen Formen ist schon an sich ein sehr zweckmäßiges Mittel, den Scharfsinn des Anfängers zu wecken; hier aber liegt dieser Behandlung noch ein anderer Zweck zu Grunde, welcher erst später ins helle Licht gestellt wird.

§. 8.

Dekadisches Zahlensystem.

Wir haben uns bisher mit neun Zahlen und deren Zusammenhange bekannt gemacht; allein es gibt, wie Jedermann weiß, außer denselben noch mehrere Zahlen, ja es sind ihrer u n e n d l i c h v i e l e denkbar. Wenn man nämlich zu einer beliebigen Zahl eine Einheit setzt, zu der dadurch entstandenen wieder eine Einheit u. s. w., so erhält man jedesmal eine größere Zahl als die vorhergehende, somit eine neue Zahl; da nun aber das Hinzuzählen einer Einheit zu der jedesmal erhaltenen Zahl ohne Ende fortgesetzt werden kann, so sind unendlich viele Zahlen möglich.

Wollte man jede Zahl mit einem eigenen Namen und einer eigenen Ziffer ausdrücken, so müßte man unendlich viele Namen und Ziffern haben. Da aber das Auffassen einer solchen Anzahl von Zeichen für unsern beschränkten Geist unmöglich ist, so sind wir genöthiget, ein Mittel aufzusuchen, wodurch mehr Einfachheit in die Bezeichnung der Zahlen eingeführt wird. Dabei wollen wir so zu Werke gehen.

Neun und eins nennen wir zehn.

Wenn wir beim Zählen der ursprünglichen Einheiten, welche auch schlechthin Einheiten heißen, bis zehn kommen, so betrachten wir diese Zahl als die nächst höhere Einheit, und nennen sie einen Zehner.

Wir zählen sodann:

ein Zehner,	oder	kürzer	zehn,
zwei Zehner,	„	„	zwanzig,
drei Zehner,	„	„	dreißig,
vier Zehner,	„	„	vierzig,
fünf Zehner,	„	„	fünfzig,
sechs Zehner,	„	„	sechszig,
sieben Zehner,	„	„	siebenzig,
acht Zehner,	„	„	achtzig,
neun Zehner,	„	„	neunzig.

Kommen wir beim Zählen der Zehner bis zehn, so nennen wir diese Zahl, nämlich zehn Zehner, ein Hundert, und nehmen wieder das Hundert als Einheit an, welche nächst höher ist, als der Zehner.

Wir zählen weiter:
ein Hundert, zwei Hunderte, ..., neun Hunderte.

Zehn Hunderte werden wieder als die nächst höhere Einheit gedacht, und erhalten den Namen Tausend.

Auf die nämliche Art wird dann das Zählen weiter fortgesetzt.

Eine solche Zusammenstellung der Zahlen, daß immer eine bestimmte Zahl niedrigerer Einheiten für eine Einheit der nächst höhern Ordnung angenommen wird, nennet man ein Zahlengebäude oder Zahlensystem.

Jene Zahl, welche anzeigt, wie viele niedrigere Einheiten eine nächst höhere Einheit ausmachen, heißt die Grundzahl des Zahlengebäudes.

Unser Zahlengebäude, in welchem immer zehn niedrigere Einheiten als die nächst höhere Einheit angenommen werden, hat also zehn zur Grundzahl, und wird darum das dekadische Zahlensystem genannt (vom griechischen deka, welches zehn heißt).

§. 9.

Benennung der verschiedenen Ordnungen von Zahleneinheiten.

Um das Benennen der verschiedenen Ordnungen von Zahleneinheiten zu erleichtern, gibt man, von der niedrigsten angefangen, je drei unmittelbar auf einander folgenden Ordnungen denselben Namen, nämlich Einheiten, Zehner, Hunderte; nur erhalten sie zum Unterschiede noch besondere Beisätze. Es heißen nämlich die drei niedrigsten Ordnungen

Einheiten,
Zehner,
Hunderte.

Die nächstfolgenden

<table>
<tr><td>Einheiten</td><td rowspan="3">von Tausenden.</td></tr>
<tr><td>Zehner</td></tr>
<tr><td>Hunderte</td></tr>
</table>

Die nächsthöhern sechs Ordnungen von Zahleneinheiten unterscheiden sich von den ersten durch den Beisatz der Millionen. Man nennet sie

<table>
<tr><td>Einheiten</td><td></td><td rowspan="6">der Millionen</td></tr>
<tr><td>Zehner</td><td></td></tr>
<tr><td>Hunderte</td><td></td></tr>
<tr><td>Einheiten</td><td rowspan="3">von Tausenden</td></tr>
<tr><td>Zehner</td></tr>
<tr><td>Hunderte</td></tr>
</table>

Die Reihe der folgenden sechs Ordnungen erhält den Beisatz der Billionen, die noch weitere der Trillionen, u. s. w.

§. 10.

Darstellung beliebig großer Zahlen.

Das dekadische Zahlensystem setzt uns in den Stand, alle noch so großen Zahlen mit einigen wenigen Namen, und mit noch wenigern Ziffern darzustellen.

Jede Zahl nämlich, wie groß sie auch seyn mag, ist aus mehrern Einheiten, Zehnern, Hunderten u. s. w. zusammengesetzt; sie läßt sich daher in Bestandtheile zerlegen, deren jeder eine bestimmte Zahl von Einheiten einer bestimmten Ordnung erhält. Eine Zahl ist sodann vollkommen bestimmt, wenn man alle ihre Bestandtheile angibt. Dazu aber werden zwei Sachen erfordert; man muß wissen, wie viele und was für Einheiten in jedem Bestandtheile vorkommen; oder was dasselbe ist, es muß erstens die Anzahl und zweitens die Ordnung der in jedem Bestandtheile enthaltenen Einheiten ausgedrückt werden.

Dieses im Auge, wollen wir zuerst zeigen, wie sich jede noch so große Zahl mit Hilfe einiger wenigen Namen aussprechen läßt.

Die Anzahl der Einheiten irgend einer Ordnung kann nicht größer als neun seyn, da zehn Einheiten einer Ordnung schon eine nächst höhere Einheit geben, und daher zu der folgenden Ordnung der Einheiten gehören; zur Angabe der Anzahl der Einheiten sind also die Namen der ersten neun Zahlen hinreichend. Um die Ordnung der verschiedenen Einheiten anzuzeigen, dienen die oben angeführten Benennungen: Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. w.

Mit diesen Benennungen also und den Namen der ersten neun Zahlen läßt sich jede beliebige Zahl ausdrücken. So z. B. ist eine Zahl vollkommen bestimmt, wenn ich sage, daß sie fünf Einheiten, vier Zehner, drei Hunderte, zwei Einheiten von Tausenden und sieben Zehner von Tausenden enthält.

§. 11.

Fortsetzung.

Noch einfacher und an weniger Zeichen gebunden ist die schriftliche Darstellung der Zahlen.

Die Anzahl Einheiten einer jeden Ordnung kann, wie früher gezeigt wurde, nicht größer seyn als neun, und läßt sich somit durch die bereits angeführten neun Ziffern ausdrücken. Um anzuzeigen, daß eine Ordnung von Einheiten in einer Zahl gar nicht vorkommt, dient das Zeichen 0, welches man die Nulle nennt. Mit dieser haben wir zehn Ziffern. Die Nulle nennt man eine unbedeutliche Ziffer, die übrigen neun heißen bedeutliche.

Die sichtbare Darstellung der Ordnungen von Zahleneinheiten aber geschieht durch die Folge, in welcher jene zehn Ziffern hingeschrieben werden. Man setzt nämlich, wenn man von der Rechten gegen die Linke ausgehet,

die	Ziffer	der	Einheiten	in	die	erste	Stelle,
„	„	„	Zehner	„	„	zweite	„
„	„	„	Hunderte	„	„	dritte	„
„	„	„	Einheiten	von		vierte	„
„	„	„	Zehner	Tausen=		fünfte	„
„	„	„	Hunderte	den		sechste	„

u. s. w.

So z. B. wird die Zahl, die wir oben mit Worten ausgedrückt haben, durch Ziffern so dargestellt

72345.

Die Aufeinanderfolge der verschiedenen Ordnungen von Einheiten ersieht man aus folgender Tafel:

	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1
u. s. w.	Hunderte	Zehner	Einheiten	Hunderte	Zehner	Einheiten	Hunderte	Zehner	Einheiten	Hunderte	Zehner	Einheiten	Hunderte	Zehner	Einheiten
				von Tausenden						von Tausenden					
der Billionen				der Millionen											

§. 12.
Stufenfolge für das Aussprechen der Zahlen.

Eine mit Ziffern angeschriebene Zahl ist eigentlich als ausgesprochen zu betrachten, wenn man die einzelnen Ziffern ausspricht, und bei jeder zugleich die Ordnung von Einheiten benennt, die an derselben Stelle vorkommt. So z. B. wird 3172 gelesen: zwei Einheiten, sieben Zehner, ein Hundert und drei Tausende.

Da jedoch der Sprachgebrauch von dieser Art, eine Zahl zu benennen, abweicht; so wollen wir die Regeln auseinandersetzen, eine mit Ziffern geschriebene Zahl so zu lesen, wie sie im gewöhnlichen Leben ausgesprochen wird.

1. Das Lesen einziffriger Zahlen besteht darin, daß man die Ziffer selbst ausspricht.

2. Bei den zweiziffrigen Zahlen merke man sich erstlich Folgendes:

11	benennt	man	durch	eilf,
12	„	„	„	zwölf,
13	„	„	„	dreizehn,
14	„	„	„	vierzehn,
15	„	„	„	fünfzehn,
16	„	„	„	sechszehn,
17	„	„	„	siebenzehn,
18	„	„	„	achtzehn,
19	„	„	„	neunzehn.

Die übrigen zweiziffrigen Zahlen werden ausgesprochen, wenn man zuerst die Einheiten, dann die Zehner benennt, und beide durch das Wörtchen **und** verbindet. Steht an der Stelle der Einheiten eine Nulle, so werden nur die Zehner ausgesprochen. So heißt

35 . . . fünf und dreißig,
91 . . . ein und neunzig,
40 . . . vierzig.

3. Um eine dreiziffrige Zahl auszusprechen, werden zuerst die Hunderte genannt, und zu diesen die Zehner und Einheiten, wie früher gesagt wurde, ausgesprochen, oder, wenn an ihrer Stelle eine Nulle stehet, übergangen.

Z. B. 354 heißt dreihundert vier und fünfzig,
712 „ siebenhundert zwölf,
830 „ achthundert dreißig,
902 „ neunhundert zwei,
700 „ siebenhundert.

4. Kann man einmal jede dreiziffrige Zahl fertig aussprechen, so sind alle andern mit beliebig viel Ziffern geschriebenen Zahlen leicht zu lesen und zwar auf folgende Art: Man theile die Zahl, von der Rechten angefangen, in Klassen zu drei Ziffern ab; die letzte Klasse kann auch weniger als drei Ziffern haben. Hinter der ersten Klasse setze man einen Punct, hinter der zweiten einen Strich, hinter der dritten einen Punct, hinter der vierten zwei Striche u. s. w. Sodann lese man, von der Linken angefangen, jede Klasse für sich, als wenn sie allein da wäre, und setze beim Puncte das Wort Tausend, beim Striche das Wort Million, bei zwei Strichen Billion u. s. w. dazu, so ist die Zahl richtig ausgesprochen.

So z. B. wird 39.043′673.402 gelesen: neun und dreißig Tausend, drei und vierzig Millionen, sechshundert drei und siebenzig Tausend, vierhundert zwei.

Man spreche folgende Zahlen aus:

7503000476321003,
1224032103050001310,
50008760,
700001,

u. s. w.

5. Hat man sich auf diese Art schon einige Fertigkeit im Aussprechen mehrziffriger Zahlen erworben, so gehe man noch einen Schritt weiter, indem man nämlich die Zahl nicht wirklich, sondern nur in Gedanken in Klassen eintheilt, und auch nur in Gedanken mit den betreffenden Puncten und Strichen versiehet; was bei kleinern in der Ausübung gewöhnlich vorkommenden Zahlen ohnehin sehr leicht ist.

§. 13.

Stufenfolge für das Anschreiben der Zahlen.

1. Die ersten neun Zahlen werden angeschrieben, wenn man die ihnen entsprechende Ziffer hinsetzt.

2. Werden bloß Zehner ausgesprochen, so schreibt man sie in die zweite Stelle, in die erste kommt die Nulle zu stehen. Die neun auf einander folgenden Zehner werden demnach durch

10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90

bezeichnet.

Wenn nebst den Zehnern auch Einheiten benannt werden, so schreibt man die Zehner in die zweite, die Einheiten aber in die erste Stelle. So z. B. wird fünf und vierzig durch 45, sieben und achtzig durch 87 ausgedrückt.

Wer die Bedeutung der Zahlen eilf, zwölf, dreizehn, vierzehn, fünfzehn, sechszehn, siebenzehn, achtzehn, neunzehn vor Augen hat, wird sogleich einsehen, daß sie folgeweise mit den Zeichen

11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

angeschrieben werden müssen.

3. Wenn eine Zahl anzuschreiben ist, in welcher Hunderte genannt werden, so schreibt man diese in die dritte Stelle, die zweite und erste werden, wenn

man keine Zehner und Einheiten ausspricht, mit Nullen ausgefüllt. Man schreibt daher die auf einander folgenden Hunderte so an:

100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900.

Kommen in der Zahl nebst den Hunderten auch Zehner, oder Einheiten, oder Zehner und Einheiten vor, so werden die Zehner an die Stelle der zweiten, und die Einheiten an die Stelle der ersten Nulle gesetzt. Es wird daher

sechshundert dreißig	durch	630,
dreihundert sieben	„	307,
hundert fünf und zwanzig	„	125,
zweihundert dreizehn	„	213,

ausgedrückt.

Man übe sich recht fleißig in dem Anschreiben von Zahlen, die aus Hunderten, Zehnern und Einheiten bestehen, weil sich darauf das Anschreiben aller übrigen gründet.

4. Um größere Zahlen, welche auch Tausende, Millionen, u. s. w. enthalten, zu bezeichnen, schreibe man, von der Linken angefangen, zuerst jene Zahl an, nach welcher das erste Mal der Beisatz Tausend, Million, . . . gehört wird. Die übrigen Zahlen müssen dann, wie man sie in Abtheilungen zu drei ausspricht, eben so auch in Klassen zu drei Ziffern, nämlich als Hunderte, Zehner und Einheiten, angeschrieben werden. Auf das Wort Million müssen noch zwei Klassen, auf Tausend eine folgen. Werden in einer Klasse nicht alle drei Ordnungen, d. i. Hunderte, Zehner und Einheiten angegeben, so wird das Fehlende durch Nullen ergänzt. Wenn beim Aussprechen der Zahl eine ganze Klasse nicht vorkommt, so werden alle drei Stellen derselben mit Nullen ausgefüllt.

Nach dieser Regel schreibt man neun und vierzig Tausend, vierhundert zwölf so an: 49412. Hier wurde zuerst die Zahl bis zum ersten Beisatze Tausend, nämlich 49 angeschrieben, und dann die folgende Klasse, als wenn sie für sich vorhanden wäre.

Eilf Tausend, fünf Millionen, dreihundert vier und zwanzig wird angeschrieben: 11005000324. Hier wurde die Klasse der Tausende, welche nach den Millionen vorkommen muß, nicht ausgesprochen, daher sind ihre drei Stellen mit Nullen besetzt worden; eben so kommen an der Stelle der Hunderte und Zehner der Millionen, welche mit Stillschweigen übergangen wurden, Nullen vor.

§. 14.

Ueberblick und Zusammenhang der ein- und zweiziffrigen Zahlen.

Es ist für das ganze Rechnen höchst vortheilhaft, wenn man besonders die ein- und zweiziffrigen Zahlen leicht zu überblicken im Stande ist, und eine recht klare Einsicht in deren wechselseitigen Zusammenhang gewonnen hat.

Hierzu wird folgende Tafel gute Dienste leisten.

3. Tabelle.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

In dieser Tafel erscheint jede ein= und zweiziffrige Zahl in ihrem eigenen Fache. Gleichwie nun bei einem Kasten um so schneller und sicherer das Fach, worin ein verlangter Gegenstand sich befindet, getroffen wird, je öfters und aufmerksamer man die einzelnen Fächer und deren Anordnung untersucht; eben so muß man auch, um die jedesmal in Frage stehende Zahl obiger Tafel sogleich und mit Leichtigkeit angeben zu können, mit jenem Zahlenkasten sich recht vertraut machen, und ihn zu diesem Ende oft, von verschiedenen Seiten, und mit steter Rücksicht auf den Zusammenhang der einzelnen Zahlen anblicken. Die Anleitung dazu wird in nachstehenden Uebungen gegeben.

Wir wollen der Betrachtung jener Zahlentafel zuerst eine Uebersichtsweise abgewinnen, mittelst welcher sich für jede ein- oder zweiziffrige Zahl sogleich der Platz angeben läßt, den sie in jener Tafel einnimmt.

1. Eine von der Linken gegen die Rechte gehende Reihe, als

10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19

heißt eine Horizontalreihe. Wir wollen die genannte Reihe die erste, die folgende, nämlich

20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29

die zweite u. s. w. Horizontalreihe nennen.

Die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 8, 9 sollen nicht als Horizontalreihe betrachtet werden; schon darum, weil sie keine vollkommene Reihe bilden, wie auch, weil durch ihre Weglassung die Uebersicht des in den Reihen obwaltenden Gesetzes begünstiget wird.

Ein einfacher Blick lehret, daß in allen Zahlen derselben Horizontalreihe dieselbe Zahl der Zehner vorkommt, nämlich in der ersten Reihe ein Zehner, in der zweiten zwei, in der dritten drei, u. s. w., und daß je zwei auf einander folgende Zahlen um eine Einheit von einander verschieden sind.

Man nenne nun die Zahlen der dritten, fünften, sechsten, neunten Horizontalreihe.

Ebenso soll umgekehrt angegeben werden, in welcher Horizontalreihe die Zahlen 17, 38, 45, 77, 85 liegen.

2. Eine von oben nach unten gehende Reihe, als

1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91

heißt eine Vertikalreihe. Wir wollen die genannte Reihe die erste, die nachfolgende

2, 12, 22, 32, 42, 52, 62, 72, 82, 92

die zweite, u. s. w. Vertikalreihe nennen.

Auch hier werden die Zahlen 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 nicht als Vertikalreihe angesehen, und zwar aus denselben Gründen, aus denen 1, 2, 3, .. 8, 9 nicht als Horizontalreihe betrachtet wurden.

Man siehet sogleich, daß in allen Zahlen derselben Vertikalreihe dieselbe Zahl der Einheiten vorkommt, nämlich in der ersten Reihe eine Einheit, in der zweiten zwei, in der dritten drei, u. s. w., und daß je zwei auf einander folgende Zahlen um einen Zehner von einander verschieden sind.

Es sollen nun die Zahlen der dritten, vierten, siebenten, achten Vertikalreihe genannt werden.

Umgekehrt bestimme man die entsprechende Vertikalreihe von 27, 45, 83, 91.

3. Man verbinde diese zwei Uebungen indem man zuerst die Zahl angibt, welche in einer gegebenen Horizontal- und Vertikalreihe liegt; z. B. welche Zahl liegt in der 3ten Horizontal- und der 4ten Vertikalreihe? — Antwort: die Zahl 34. Die Horizontalreihe bestimmt die Zehner, die Vertikalreihe aber die Einheiten der gesuchten Zahl.

Umgekehrt benenne man die Horizontal- und Vertikalreihe, in welcher eine gegebene Zahl sich befindet. Die Ziffer der Zehner bestimmt hier die Horizontal-, die Ziffer der Einheiten aber die Vertikalreihe, in welcher jene Zahl zu suchen ist. So liegt 75 in der 7ten Horizontal- und in der 5ten Vertikalreihe.

Es sollen noch zu den Zahlen 19, 25, 49, 61, 88 die entsprechende Horizontal- und Vertikalreihe genannt werden.

Durch die hier angedeuteten Uebungen wird man in den Stand gesetzt, jeder gegebenen ein- oder zweiziffrigen Zahl sogleich in Gedanken ihre gehörige Stelle unter den übrigen Zahlen anzuweisen.

§. 15.

Uebungen im Zählen der ein= und zweiziffrigen Zahlen.

Hier wird zugleich der schicklichste Ort seyn, einige vortheilhafte Uebungen im Zählen vorzunehmen.

1. Man zähle in natürlicher Ordnung von 1 bis 99 vorwärts.

2. Man zähle in verkehrter Ordnung von 99 bis 1 rückwärts.

3. Man verbinde diese zwei Uebungen, indem man angibt, zwischen welchen Zahlen irgend eine genannte ein= oder zweiziffrige Zahl liege; z. B. 34 liegt zwischen 33 und 35.

Zwischen welchen Zahlen liegt 19, 31, 59, 70?

4. Nun soll zwischen 1 und 99 vor= und rückwärts so gezählt werden, daß man immer eine Zahl überspringt, also jede zweite Zahl ausspricht. Dadurch erhält man die Reihen

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, . . .
99, 97, 95, 93, 91, 89, 87, 85. . . .

5. Man übe sich ferner im Vor= und Rückwärtszählen, wo nur jede dritte, vierte, . . . neunte Zahl ausgesprochen wird.

Die Uebungen 4) und 5) geschehen zuerst an der obigen Zahlentafel. Später zähle der Anfänger ohne der Zahlentafel so, daß er die weggelassenen Zahlen nur leise, die verlangten aber laut ausspreche; endlich soll er die wegzulassenden Zahlen gar nicht aussprechen, sondern nur in Gedanken überspringen.

6. Insbesonders ist folgende Uebung sehr häufig vorzunehmen, und dahin zu arbeiten, daß die dabei erhaltenen Zahlenreihen dem Gedächtnisse so tief als möglich eingeprägt werden.

Man zähle

von	1	bis	10	in natürlicher Ordnung, dann	
„	2	„	20	so, daß man jede	2te,
„	3	„	30	„ „ „ „	3te,
„	4	„	40	„ „ „ „	4te,
„	5	„	50	„ „ „ „	5te,
„	6	„	60	„ „ „ „	6te,
„	7	„	70	„ „ „ „	7te,
„	8	„	80	„ „ „ „	8te,
„	9	„	90	„ „ „ „	9te

Zahl ausspricht, und bemerke zugleich für jede Reihe (Anfangs an den Fingern der Hände, später in Gedanken), die wievielte Stelle jede Zahl in ihr einnimmt. So z. B. wird man durch das Zählen von 5 bis 50 die Reihe 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 erhalten, worin 20 die 4te, 35 die 7te, 45 die 9te Stelle einnimmt.

Die Ergebnisse dieser sehr wichtigen Uebung enthält folgende Tabelle.

4. Tabelle.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Die einzelnen Reihen der genannten Uebung kommen hier von der Linken gegen die Rechte, somit als Horizontalreihen vor. Wenn man dann von einer beliebigen Zahl nach aufwärts gehet, so zeigt die zu oberst stehende Ziffer an, an der wievielten Stelle ihrer Reihe jene Zahl vorkommt. So z. B. enthält die letzte Horizontalreihe die Zahlen, welche durch das Zählen von 9 bis 90 zum Vorschein kommen; um zu sehen, die wievielte Zahl dieser Reihe 63 ist, fahre man von 63 in gerader Richtung nach aufwärts, bis man auf die oberste Ziffer 7 kommt, welche anzeigt, daß 63 die 7te Zahl jener Reihe ist.

Wir werden auf diese Tabelle, welche unter dem Namen des Pythagorischen Rechentisches bekannt ist, später wieder zurückkommen.

§. 16.

Runde Zahlen und Ergänzungen zu denselben.

Die Zahlen 10, 20, 30, . . . 80, 90, so wie überhaupt alle Zahlen, welche in der Stelle der Einheiten eine Nulle haben, heißen runde Zahlen.

Man übe sich zu jeder genannten Zahl sogleich die nächst folgende runde Zahl anzugeben; z. B. zu 43 ist 50, zu 76 ist 80, zu 81 ist 90 die nächst höhere runde Zahl.

Die Einheiten, welche irgend einer Zahl bis zur nächsten runden Zahl fehlen, wollen wir die Ergänzung derselben nennen. Man sieht sogleich aus der oben aufgestellten Zahlentafel, daß zu 1 noch 9 Einheiten bis zur nächsten runden Zahl 10 fehlen; 9 ist also die Ergänzung von 1.

Eben so findet man, daß

8 die Ergänzung von 2,
7 „ „ „ 3,
6 „ „ „ 4,
5 „ „ „ 5,
4 „ „ „ 6,
3 „ „ „ 7,
2 „ „ „ 8,
1 „ „ „ 9.

ist.

Es ist von großer Wichtigkeit, für jede willkührliche Zahl sogleich die Ergänzung angeben zu können.

Ein einfacher Blick auf die Zahlentafel genüget, um sich zu überzeugen, daß alle Zahlen einer Vertikalreihe dieselbe Ergänzung haben, weil allen gleich viele Einheiten bis zur nächsten runden Zahl fehlen. So ist z. B. 7 nicht nur die Ergänzung von 3, sondern auch von den übrigen Zahlen der 3ten Vertikalreihe, nämlich

13, 23, 33, 43, 53, 63, 73, 83, 93,

weil man auch zu diesen Zahlen 7 Einheiten dazu zählen muß, um folgenweise auf die nächsten runden Zahlen, nämlich

20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100

zu kommen.

Jede beliebige Zahl hat also dieselbe Ergänzung als ihre erste Ziffer zur Rechten, so daß man aus den Ergänzungen der neun ersten Zahlen auch jene aller übrigen Zahlen angeben kann. So z. B. hat 47 dieselbe Ergänzung als ihre erste Ziffer zur Rechten 7, nämlich die Ergänzung 3; wirklich ist 47 und 3 gleich 50.

Welche sind die Ergänzungen folgender Zahlen?

12, 33, 38, 73, 79, 88, 92, u. s. w.

Zweites Hauptstück.

Benannte Zahlen und ihr Zusammenhang.

§. 17.

Ein- und mehrnamige Zahlen.

Wie bei unbenannten Zahlen, wird auch bei benannten das Auffassen und Zählen dadurch erleichtert, daß man mehrere niedrigere Einheiten in eine nächst höhere Einheit zusammenfaßt. Man pflegt nämlich, wenn beim Zählen bestimmter Dinge eine Einheit zu Grunde gelegt wird, irgend eine Anzahl jener Einheiten als eine höhere Einheit zu betrachten, und mit einem besondern Namen zu bezeichnen; eine gewisse Anzahl dieser neuen Einheiten kann wieder als nächsthöhere Einheit angenommen und eigenthümlich benannt werden. So nimmt man beim Gelde z. B. den Pfennig als die niedrigste Einheit an, 4 Pfennige zusammen betrachtet man als eine höhere Einheit, und nennet sie einen Kreuzer; 60 Kreuzer machen wieder eine nächst höhere Einheit aus, welche den Namen Gulden erhält.

Wenn bei Dingen derselben Art verschiedene Einheiten angenommen werden, so heißen die größern Einheiten von höherer Benennung, und die kleinern Einheiten von niedrigerer Benennung.

Diejenige Zahl, welche anzeigt, wie viele Einheiten der niedrigern Benennung eine Einheit der höhern Benennung ausmachen, heißt der Verwandler zwischen jenen Benennungen. So ist zwischen Pfennigen und Kreuzern 4, zwischen Kreuzern und Gulden 60 der Verwandler.

Eine benannte Zahl, welche nur einen Namen führt, heißt einnamig, z. B. 5 Gulden, 27 Pfunde.

Eine benannte Zahl, deren Bestandtheile verschiedene Namen haben, heißt eine mehrnamige Zahl. 4 Gulden 25 Kreuzer ist eine mehrnamige Zahl; eben so 17 Pfunde 28 Loth.

Die Aehnlichkeit und der Unterschied zwischen mehrziffrigen und mehrnamigen Zahlen leuchtet von selbst hervor. Beide sind aus verschiedenen Einheiten zusammengesetzt, von denen mehrere niedrigere eine höhere ausmachen. Was bei einer mehrziffrigen Zahl Einheiten von verschiedener Ordnung sind, sind bei einer mehrnamigen Zahl Einheiten von verschiedener Benennung. Der Unterschied bestehet nur darin, daß dort je zwei unmittelbar auf einander folgende Ordnungen von Zahleneinheiten denselben Verwandler haben, nämlich die Grundzahl 10; hier sind die Verwandler sehr verschieden, und theils durch herkömmliche Gewohnheit, theils durch das Gesetz bestimmt.

§. 18.

Zusammenstellung der vorzüglichsten Verwandler.

Da bei Rechnungen mit mehrnamigen Zahlen die Kenntniß der Verwandler zwischen den verschiedenen Einheiten derselben Art unentbehrlich ist, so soll hier das Vorzüglichste darüber angeführt werden.

Alle Dinge, die wir uns vorstellen, und die wir daher der Rechnung unterziehen können, kommen in der Zeit oder im Raume vor; daher müssen sich auch alle im Rechnen angenommenen Einheiten auf die Bestimmung der Zeit oder des Raumes beziehen.

I. Bestimmung der Zeit.

Die Zeit wird nach Jahren, Monaten, Tagen u. s. w. und zwar nach folgender Tafel berechnet:

1 Jahr	hat	12	Monate,
1 Monat	„	30	Tage (in der Rechnung)
1 Tag	„	24	Stunden,
1 Stunde	„	60	Minuten,
1 Minute	„	60	Secunden.

In der Rechnung wird zwar gewöhnlich der Monat zu 30 Tagen, und somit das Jahr zu 12 mal 30 d. i. 360 Tagen angenommen; in der Wirklichkeit aber hat ein gemeines Jahr 365, ein Schaltjahr 366 Tage; eben so haben die Monate eine ungleiche Anzahl Tage, und zwar:

Jänner	31	Tage	Juli . . .	31	Tage
Februar. . . .	28	„	August . .	31	„
im Schaltjahr	29	„			
März	31	„	September	30	„
April	30	„	Oktober .	31	„
Mai	31	„	November	30	„
Juni	30	„	Dezember.	31	„

II. Bestimmung der räumlichen Dinge.

Räumliche Dinge, welche ein Gegenstand des Verkehres unter den Menschen sind, werden Waren genannt.

Das gewöhnliche Eintauschungsmittel von Waren ist das Geld. Die Waren selbst aber werden entweder gewogen, gemessen oder gezählt.

Bei der Bestimmung räumlicher Dinge muß man also auf Münzen, Gewichte, Maße und zählbare Dinge Rücksicht nehmen.

Hier werden nur die in den österreichischen Kaiserstaaten üblichen Rechnungs-Münzen, Gewichte u. s. w. angeführt.

1. Münzen.

Für die Rechnung merke man:

1 Gulden (fl.) gilt 60 Kreuzer (Kr.)
1 Kreuzer „ 4 Pfennige (dl.)

Im Lombardisch-Venetianischen Königreiche rechnet man nach Lire und Centesimi, und zwar:

1 Lira hat 100 Centesimi.

Der kaiserliche Dukaten wird zu 4 fl. 30 Kr., oder 270 Kr. gerechnet.

2. Gewichte.

Die meisten Waren werden nach dem Handelsgewichte gewogen. Nach diesem gilt

1 Centner (Ctr.) . . . 100 Pfunde (℔),
1 Pfund . . . . 32 Loth (Lth.),
1 Loth . . . . 4 Quentchen (Qtch.)

3. Maße.

a. Längenmaß.

Größere Längen werden nach Meilen, kleinere nach Klaftern (°), Schuh ('), Zoll ("), Linien (''') bestimmt, und zwar nach diesem Verhältnisse:

1 Meile enthält 4000 Klafter,
1 Klafter „ 6 Schuh,
1 Schuh „ 12 Zoll,
1 Zoll „ 12 Linien.

b. Flächenmaß.

Die Flächen, als Länder, Wiesen, Gärten u. dgl. mißt man mit Vierecken, welche gleich große und gegen einander gleich geneigte Seiten haben (□) und Quadrate heißen. Je nachdem eine jede Seite eines solchen Quadrates eine Meile, eine Klafter, ein Schuh, ... ist, wird es eine Quadratmeile, eine Quadratklafter, ein Quadratschuh, ... genannt, zwischen welchen folgende Eintheilung bestehet:

1 Quadratmeile (□ Meile) hat 1600000 Quadratklafter (□°),
1 Quadratklafter hat 36 Quadratschuh (□'),
1 Quadratschuh „ 144 Quadratzoll (□''),
1 Quadratzoll „ 144 Quadratlinien (□'''),
Ein Joch hat 1600 Quadratklafter.

c. Körpermaß.

Die Größe der Körper wird im Allgemeinen durch einen Würfel oder Kubus gemessen, welcher eine Kubikmeile, eine Kubikklafter, ein Kubikschuh, ... genannt wird, je nachdem eine Seite desselben eine Meile, eine Klafter, einen Schuh, ... beträgt.

Die Verwandler ersiehet man aus Folgendem:

1 Kubikmeile hat 64000000000 Kubikklafter,
1 Kubikklafter „ 216 Kubikschuh,
1 Kubikschuh „ 1728 Kubikzoll,
1 Kubikzoll „ 1728 Kubiklinien.

Zum Körpermaße gehöret auch das sogenannte Hohlmaß, womit das Getreide und die Flüßigkeiten gemessen werden.

Die Eintheilung des Getreidemaßes stellt folgende Tafel dar:

1	Muth	hat 30	Metzen,
1	Metzen	„ 8	Achtel,
1	Achtel	„ 4	große Maßel
1	großes Maßel	„ 2	kleine Maßel
1	kleines Maßel	„ 2	Becher.

Flüßigkeiten, als Wein, Bier, ... werden nach Faß, Eimer, Maß, u. s. w. gemessen, und zwar:

1 Eimer hat 40 Maß,
1 Maß „ 4 Seidel,
1 Seidel „ 2 Pfiffe.

Beim Weine enthält das Faß 10, beim Bier 2 Eimer.

4. Zählbare Dinge.

1 Schock	enthält	60	Stück
1 Schilling	„	30	„
1 Mandel	„	15	„
1 Dutzend	„	12	„
Ein Bund Federn	sind	25	„

1 Ballen Papier	hat	10	Rieß.
1 Rieß	„	20	Buch.
1 Buch Schreibpapier	„	24	Bogen.
„ Druckpapier	„	25	„

Zweiter Abschnitt.

Von den vier Haupt-Rechnungsarten mit unbenannten und einnamigen Zahlen.

§. 19.

Haupt-Rechnungsarten.

Rechnen heißt, aus bekannten Zahlen unbekannte finden. Dieses geschieht durch Zusammensetzung oder Trennung, durch Vervielfältigung oder Theilung der bekannten Zahlen, daher es vier Haupt-Rechnungsarten gibt, nämlich: die Addition, Subtraction, Multiplication und Division.

Erstes Hauptstück.

Addition.

§. 20.

Erklärungen und Zeichen.

Addiren heißt, gegebene Zahlen zusammenzählen. Die gegebenen Zahlen heißen Posten oder Addenden;

und die Zahl, welche beim Addiren herauskommt, die Summe. Die Summe zeigt also an, wie viel die Addenden zusammengenommen ausmachen. Z. B. 2 und 1 ist 3; hier sind 2 und 1 die Posten, 3 ist ihre Summe.

Das Zeichen der Addition ist ein aufrechtstehendes Kreuz, nämlich + (mehr), welches anzeigt, daß die Zahlen, zwischen denen es stehet, addirt werden sollen. Noch merke man hier das Gleichheitszeichen = (gleich), welches anzeigt, daß die Zahlen oder Zahlenverbindungen, zwischen denen es stehet, einander gleich sind. So wird $2 + 1 = 3$ gelesen: 2 mehr 1 ist gleich 3, oder: 2 und 1 ist 3.

§. 21.

Vorläufige Uebungen für das Addiren.

Bei Ausführung dieser Rechnungsart wird vorausgesetzt, daß man zu jeder ein- oder zweiziffrigen Zahl eine einziffrige geläufig zu addiren wisse. Diese Fertigkeit wird man durch folgende Uebungen erlangen.

I. Wenn zwei einziffrige Zahlen addirt werden sollen, so sind drei Fälle wohl zu unterscheiden: entweder ist die zweite Zahl kleiner als die Ergänzung der ersten, oder ist sie dieser Ergänzung gleich, oder ist sie größer.

1. Ist die zweite Zahl kleiner als die Ergänzung der ersten, so muß die Summe kleiner als 10 seyn, weil die zweite Zahl nicht so viele Einheiten enthält, als der ersten bis 10 fehlen.

Die Uebungen über das Zusammenzählen solcher einziffrigen Zahlen sind schon §. 5 vorgenommen worden; daher man hier nur die dort aufgestellte Tabelle recht gut zu wiederholen hat.

2. Ist die zweite Zahl die Ergänzung der ersten, so erhält man 10 zur Summe, weil die Ergänzung eben so viele Einheiten enthält, als der andern Zahl bis 10 fehlen. Man hat also:

5. Tabelle.

1	und	9	ist	10	4	und	6	ist	10	7	und	3	ist	10
2	"	8	"	10	5	"	5	"	10	8	"	2	"	10
3	"	7	"	10	6	"	4	"	10	9	"	1	"	10

3. Ist die zweite Zahl größer als die Ergänzung der ersten, so muß ihre Summe größer als 10 seyn, weil die zweite Zahl mehr Einheiten enthält, als der ersten bis 10 fehlen. Man findet hier am leichtesten die Summe, wenn man von der zweiten Zahl zuerst so viel wegnimmt, und zu der ersten addirt, als dieser bis 10 fehlt, d. i. ihre Ergänzung; und zu dieser Summe 10 noch das hinzuzählt, was von der zweiten Zahl übriggeblieben ist. Hier muß daher die 2. Tabelle ins Gedächniß zurückgerufen werden.

Es seyen z. B. 8 und 7 zu addiren. Ich nehme von 7 zuerst 2 (Ergänzung von 8) weg, welche zu 8 addirt 10 geben, und dazu setze ich noch das von 7 Uebriggebliebene, nämlich 5, wodurch ich 15 bekomme. Daß auf diese Art die wahre Summe erhalten wird, erhellet sogleich, wenn man bedenkt, daß es gleichviel ist, ob man zu 8 auf einmal 7 addirt, oder zuerst 2 und dann 5 dazuzählt; nur ist letzteres leichter.

Auf die hier angegebene Weise kann man von selbst nachstehende Tabelle entwickeln.

6. Tabelle.

2	und	9	ist	11	6	und	7	ist	13	8	und	6	ist	14
3	und	8	ist	11	6	„	8	„	14	8	„	7	„	15
3	„	9	„	12	6	„	9	„	15	8	„	8	„	16
4	und	7	ist	11	7	und	4	ist	11	8	„	9	„	17
4	„	8	„	12	7	„	5	„	12	9	und	2	ist	11
4	„	9	„	13	7	„	6	„	13	9	„	3	„	12
5	und	6	ist	11	7	„	7	„	14	9	„	4	„	13
5	„	7	„	12	7	„	8	„	15	9	„	5	„	14
5	„	8	„	13	7	„	9	„	16	9	„	6	„	15
5	„	9	„	14	8	und	3	ist	11	9	„	7	„	16
6	und	5	ist	11	8	„	4	„	12	9	„	8	„	17
6	„	6	„	12	8	„	5	„	13	9	„	9	„	18

§. 22.

Fortsetzung.

II. Durch die vorhergehenden Uebungen wird man in den Stand gesetzt, auch zu jeder zweiziffrigen Zahl eine einziffrige zu addiren. Auch hier sind drei Fälle zu unterscheiden.

1. Wenn die einziffrige Zahl kleiner ist als die Ergänzung der andern, so wird sie zu den Einheiten derselben addirt, während die Zehner ungeändert bleiben.

Z. B. 13 und 4 ist 17,
22 „ 6 „ 28,
51 „ 2 „ 53.

2. Ist die einziffrige Zahl die Ergänzung der zweiziffrigen, so erhält man die nächst höhere runde Zahl zur Summe.

Z. B. 12 und 8 ist 20,
35 „ 5 „ 40,
87 „ 3 „ 90.

3. Wenn endlich die einziffrige Zahl größer ist als die Ergänzung der andern, so wird die Summe größer seyn als die nächstfolgende runde Zahl, und zwar um eben so viel, als die einziffrige Zahl größer ist als die Ergänzung der andern. Man addire daher zu der zweiziffrigen Zahl ihre Ergänzung, wodurch die nächst höhere runde Zahl zum Vorschein kommt, und setze zu dieser noch die Einheiten, welche von der einziffrigen übrigbleiben, nachdem man jene Ergänzung weggenommen hat.

Es seyen z. B. 48 und 5 zu addiren. Man setze zu 48 zuerst die Ergänzung 2, wodurch man 50 erhält; es bleibt sodann von 5 noch 3 übrig, daher wird man zu 50 noch 3 hinzuzählen; die Summe wird also 53 seyn, Eben so findet man

14 und 8 ist 22,
59 „ 7 „ 66,
85 „ 8 „ 93.

Zu den angeführten Vorübungen ist noch hinzu zu fügen: Wenn ein Addend 0 ist, so muß die Summe dem andern Addende gleich seyn, z. B.

4 und 0 ist 4,
19 „ 0 „ 19,
0 „ 8 „ 8.

Die Nullen werden daher beim Addiren übersprungen.

§. 23.
Entwicklung der allgemeinen Regeln für das Addiren.

Die Summe zweier oder mehrerer Zahlen muß, wenn sie richtig ist, so viele Einheiten, Zehner, Hunderte, u. s. w. enthalten, als ihrer in den Addenden zusammengenommen vorkommen. Man wird also sicher die wahre Summe finden, wenn man in allen Addenden die Einheiten einer jeden Ordnung einzeln addirt, und sodann diese einzelnen Summen, deren jede Einheiten von der addirten Ordnung bedeutet, in eine Zahl zusammenziehet. Um leicht jedesmal Einheiten derselben Ordnung zusammenzuzählen, ist es am zweckmäßigsten, wenn man die Posten gleich beim Anschreiben so stellt, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen.

Enthält irgend eine Summe mehr als neun Einheiten, d. h. ist sie zweiziffrig; so bedeutet die Ziffer der Einheiten, Einheiten der addirten, die Ziffer der Zehner aber Einheiten der nächst höhern Ordnung, welche dann auch zu solchen gezählt werden müssen.

Weil auf diese Art die Summe der niedrigern Einheiten, wenn sie zweiziffrig ist, mittelst ihrer Zehner auf die Summe der nächst höhern Einheiten einwirkt, so daß man die letztere erst dann genau angeben kann, wenn schon die erstere bestimmt wurde; so ist es ganz natürlich, daß man mit der Addition der niedrigsten Ordnung d. i. der Einheiten den Anfang machen, und dann immer zu der nächst höhern Ordnung hinaufsteigen müsse.

§. 24.

Fortsetzung.

Beim Addiren der Zahlen sind daher folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe die Posten so unter einander, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, u. s. w. überhaupt Einheiten derselben Ordnung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man addire zuerst die Einheiten, dann die Zehner, Hunderte u. s. w. und schreibe die jedesmalige Summe unter die addirten Ziffern.

3. Ist eine Summe zweiziffrig, so setze man nur die Einheiten unter dieselbe Stelle, die Zehner aber werden zu der nächstfolgenden Stelle gezählt. Die letzte Summe wird ganz angeschrieben.

Beispiele.

1. Man addire die Zahlen 7521, 252, 1214. Man setzt

$$\begin{array}{r} 7521 \\ 252 \\ 1214 \\ \hline 8987 \end{array}$$

Dabei spricht man: 4 und 2 ist 6, und 1 ist 7; 1 und 5 ist 6, und 2 ist 8; 2 und 2 ist 4, und 5 ist 9; 1 und 7 ist 8.

2. Es sollen die Zahlen 3085, 1297, 706 addirt werden. Die Rechnung stehet

$$\begin{array}{r} 3085 \\ 1297 \\ 706 \\ \hline 5088 \end{array}$$

Man sagt hier: 6 und 7 ist 13, und 5 ist 18, 8 angeschrieben, bleibt 1; 1 und 9 ist 10, und 8 ist 18, 8 angeschrieben, bleibt 1; 1 und 7 ist 8, und 2 ist 10, 0 angeschrieben, bleibt 1; 1 und 1 ist 2, und 3 ist 5.

Wenn man schon geläufig zu addiren weiß, läßt man während des Addirens das Wörtchen und, so wie die einzelnen Posten weg, und spricht sogleich nur die jedesmalige Summe aus. So würde man im 2. Beispiele sprechen: 6, 13, 18; 1, 10, 18; 1, 8, 10; 1, 2, 5.

§. 25.

Probe für die Richtigkeit der Addition.

Um die Richtigkeit der Summe zu prüfen, ist es wohl am rathsamsten, wenn man die Addition noch einmal wiederholt, so jedoch, daß man das zweite Mal von oben hinunter addire, wenn man das erste Mal von unten hinauf addirt hat, und umgekehrt. Erhält man nun jedesmal dieselbe Summe, so kann man meistentheils über die Richtigkeit der Summe beruhiget seyn, da wegen der veränderten Reihenfolge der Zahlen nicht leicht in beiden Fällen derselbe Fehler möglich ist.

§. 26.

Anwendung der Addition.

Die Addition wird, wie schon aus ihrem Begriffe folgt, überhaupt angewendet, wenn man erfahren will, wie viel mehrere Zahlen zusammengenommen ausmachen.

Besonders häufig kommt die Anwendung dieser Rechnungsart in folgenden Fällen vor:

1. Beim Zusammenzählen der Einnahmen und Ausgaben.

Beispiel 1. Jemand nimmt in einem halben Jahre folgendes Geld ein: den ersten Monat 225 fl., den zweiten 194 fl., den dritten 170 fl., den vierten 209 fl., den fünften 310 fl., den sechsten 98 fl.; wie viel nahm er zusammen ein? — Antwort: 1206 fl.

Beispiel 2. Jemand gibt folgende Summen aus: an A 1580 fl., an B 792 fl., an C 2350 fl.; wie viel hat er im Ganzen herausgegeben? — Antwort: 4722 fl.

2. Bei der Bestimmung der Menge gekaufter, verkaufter oder vorräthiger Waren.

Beispiel 1. Ein Bäcker kauft in dem ersten Monate 25, in dem zweiten 29, in dem dritten 28 Metzen Mehl; wie viel Mehl hat er überhaupt gekauft? — Antwort: 82 Metzen.

Beispiel 2. Ein Eisenhändler verkauft nach und nach Folgendes an Eisenwaren: 37 Ctr., 12 Ctr., 25 Ctr., 57 Ctr.; wie viel hat er zusammen verkauft? — Antwort: 131 Ctr.

Beispiel 3. Ein Kaufmann hat an Leinwand noch vorräthig in seinem Gewölbe 25 Stück, auf der Bleiche 45 Stück, dazu kauft er noch 18 Stück; wie groß wird jetzt sein ganzer Vorrath seyn? — Antwort 88 Stück.

3. Um aus dem Einkaufspreise einer Ware, und dem Gewinne, den man beim Verkaufen machen will, den Verkaufspreis zu berechnen.

Beispiel. Jemand kauft mehrere Centner Zucker, das Pfund zu 19 kr.; wie theuer wird er das Pfund verkaufen, damit er bei jedem Pfunde 5 kr. gewinne? — Antwort: zu 24 kr.

4. Bei der Berechnung des gesammten Vermögens oder der gesammten Schuld aus den einzelnen Posten.

Beispiel 1. Jemand besitzt am barem Gelde 4580 fl., an Kapitalien 8785 fl., und an liegenden Gründen 5084 fl.; wie groß ist sein ganzes Vermögen? — Antwort: 18449 fl.

Beispiel 2. Jemand schuldet an A 584 fl., an B 1205 fl., an C 750 fl., und an D 1081 fl.; wie viel ist er Allen zusammen schuldig? — Antwort: 3620 fl.

5. Bei der Zeitrechnung, wenn aus dem Anfange und der Dauer eines Ereignisses dessen Ende gesucht wird; hier wird die Dauer zu der Zeit des Anfanges dazu addirt. Beispiel: Maria Theresia war im Jahre 1717 geboren, und lebte 63 Jahre; in welchem Jahre starb diese große Fürstin? — Antwort im Jahre 1780.

Zweites Hauptstück.

Subtraction.

§. 27.

Erklärungen und Zeichen.

Subtrahiren oder abziehen heißt eine Zahl von einer andern wegnehmen.

Die Zahl, von welcher abgezogen wird, heißt der Minuendus; die Zahl, welche abgezogen wird, der Subtrahendus; und die Zahl welche beim Subtrahiren herauskommt, der Rest. Der Rest zeigt also an, um wie viel der Minuendus größer ist als der Subtrahendus; darum wird er auch der Unterschied oder die Differenz genannt.

Z. B. 2 von 3 bleibt 1; hier ist 3 der Minuendus, 2 der Subtrahendus, und 1 der Rest, Unterschied oder die Differenz.

Das Zeichen der Subtraction ist ein liegender Strich, nämlich — (weniger), und zeigt an, daß die Zahl hinter dem Striche von der Zahl vor dem Striche abgezogen werden soll. 3 — 2 = 1 wird gelesen: 3 weniger 2 ist gleich 1.

§. 28.

Doppelte Art des Subtrahirens.

Um den Unterschied zweier Zahlen zu erhalten, wird man entweder die kleinere von der größern wegnehmen, und angeben wie viel noch übrigbleibt; oder man wird suchen, wie viel zu der kleinern Zahl hinzugesetzt werden müsse, um die größere zu erhalten. In beiden Fällen erhält man einerlei Zahl.

Es sey z. B. der Unterschied zwischen 8 und 3 zu bestimmen; entweder nehme ich 3 von 8 weg, wo mir sodann noch 5 bleibt; oder ich suche, wie viel noch zu 3 hinzukommen müsse, um 8 zu erhalten, und finde wieder 5. Auf beide Arten kommt also 5 als Unterschied heraus.

Diesem zu Folge kann das Subtrahiren auf eine doppelte Art verrichtet werden: entweder durch das wirkliche Wegnehmen des Subtrahendus vom Minuendus, oder durch Auffindung einer Zahl, welche zum Subtrahendus hinzugesetzt den Minuendus gibt.

§. 29.

Vorübungen für das Subtrahiren mittelst des Wegnehmens.

Beim Subtrahiren mittelst des Wegnehmens wird vorausgesetzt, daß man geläufig abzuziehen wisse, wenn der Subtrahendus einziffrig, und der Rest nicht größer als 9 ist. In Beziehung des Minuendus sind hier drei Fälle möglich: der Minuendus ist nämlich auch eine einziffrige Zahl, oder 10 selbst, oder größer als 10, jedoch nicht um so viele Einheiten, als ihrer der Subtrahend enthält.

1. Die Uebungen über das Wegnehmen einer einziffrigen Zahl von einer andern einziffrigen sind schon §. 6 vorgenommen worden; daher man hier nur die dort entwickelte Tabelle recht gut zu wiederholen hat.

2. Eine einziffrige Zahl von 10 weggenommen läßt ihre Ergänzung zurück. Daraus folgt

7. Tabelle.

1 von 10 bleibt 9	4 von 10 bleibt 6	7 von 10 bleibt 3
2 " 10 " 8	5 " 10 " 5	8 " 10 " 2
3 " 10 " 7	6 " 10 " 4	9 " 10 " 1

3. Wird eine einziffrige Zahl von einer zweiziffrigen, welche um einige Einheiten größer als 10 ist, weggenommen, so bleibt einmal bis 10 die Ergänzung der ersten Zahl, und von 10 bis zur zweiten Zahl bleiben noch die Einheiten dieser letztern. Man denke sich daher zuerst die Ergänzung der ersten Zahl, und zähle dazu die Einheiten der zweiten, so hat man den gesuchten Rest.

Es sey z. B. 8 von 14 abzuziehen. 8 von 10 bleibt 2, und 10 von 14 bleibt 4; 8 von 14 bleibt daher 2 und 4 d. i. 6. Der Rest ist also 2 d. i. die Ergänzung der ersten Zahl, vermehrt um 4 d. i. die Einheiten der zweiten Zahl.

Auf diese Weise wird man von selbst folgende Tabelle entwickeln können, welche recht gut dem Gedächnisse eingeprägt werden soll.

8. Tabelle.

2 von 11 bleibt 9	6 von 13 bleibt 7	8 von 14 bleibt 6
3 von 11 bleibt 8	6 „ 14 „ 8	8 „ 15 „ 7
3 „ 12 „ 9	6 „ 15 „ 9	8 „ 16 „ 8
4 von 11 bleibt 7	7 von 11 bleibt 4	8 „ 17 „ 9
4 „ 12 „ 8	7 „ 12 „ 5	9 von 11 bleibt 2
4 „ 13 „ 9	7 „ 13 „ 6	9 „ 12 „ 3
5 von 11 bleibt 6	7 „ 14 „ 7	9 „ 13 „ 4
5 „ 12 „ 7	7 „ 15 „ 8	9 „ 14 „ 5
5 „ 13 „ 8	7 „ 16 „ 9	9 „ 15 „ 6
5 „ 14 „ 9	8 von 11 bleibt 3	9 „ 16 „ 7
6 von 11 bleibt 5	8 „ 12 „ 4	9 „ 17 „ 8
6 „ 12 „ 6	8 „ 13 „ 5	9 „ 18 „ 9

Zu diesen Vorübungen sind noch folgende zwei Sätze zu bemerken, deren Wahrheit von selbst einleuchtend ist:

Wenn man von einer Zahl 0 (nichts) wegnimmt, so erscheint die Zahl selbst als Rest; z. B. 0 von 7 bleibt 7.

Wenn man eine Zahl von sich selbst wegnimmt, so bleibt 0 zum Reste; z. B. 7 von 7 bleibt 0.

§. 30.

Entwicklung der Regeln für das Subtrahiren mittelst des Wegnehmens.

Da nur Einheiten derselben Ordnung unmittelbar von einander weggenommen werden können, so wird man, um den wahren Rest zweier Zahlen zu erhalten, am sichersten verfahren, wenn man die Einheiten jeder Ordnung im Subtrahendus von den Einheiten derselben Ordnung im Minuendus einzeln abziehet, und dann diese einzelnen Reste, deren jeder Einheiten von der subtrahirten Ordnung bedeutet, in eine Zahl zusammenziehet. Um leicht jedesmal Einheiten derselben Ordnung von einander wegzunehmen, ist es am zweckmäßigsten, wenn man gleich beim Anschreiben den Subtrahendus so unter den Minuendus setzt, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen.

Wenn eine Ziffer des Subtrahendus größer ist als die darüber stehende des Minuendus, so kann die Subtraction nicht unmittelbar geschehen; man borge aber von der nächst höhern Ordnung im Minuendus eine Einheit, welche 10 Einheiten der zu subtrahirenden Ordnung gibt. Die Ziffer, von welcher man abziehen soll, wird daher um 10 Einheiten vermehrt, und dann davon die darunter stehende Ziffer des Subtrahendus abgezogen. Zum Zeichen, daß die Ziffer im Minuendus, von welcher man geborgt hat, um 1 weniger gilt, bemerkt man sie mit einem Puncte.

Wenn eine Ziffer des Subtrahendus größer ist als die darüber stehende des Minuendus, und wenn in den nächst höhern Stellen des letztern eine oder mehrere Nullen vorkommen, so kann man natürlich von diesen keine Einheit borgen. In diesem Falle übergehe man alle Nullen und borge von der nächsten bedeutlichen Ziffer eine Einheit; diese gibt 10 Einheiten von der Ordnung der nächst vorhergehenden Nulle, eine davon geborgt bleiben an der Stelle dieser Nulle noch 9 Einheiten; die geborgte Einheit gibt wieder 10 Einheiten von der Ordnung der vorhergehenden Nulle, und eine davon geborgt bleiben wieder an dieser Stelle noch 9 Einheiten u. s. w. Zu jener Ziffer endlich, von welcher man abziehen soll, werden 10 Einheiten addirt, und davon wird die darunter stehende Ziffer des Subtrahendus subtrahirt. Sowohl die bedeutliche Ziffer, von welcher man geborgt hat, als auch die übersprungenen Nullen werden mit Puncten bemerkt, zum Zeichen, daß die bedeutende Ziffer um 1 weniger gilt, die Nullen aber sämmtlich 9 bedeuten.

Weil auf diese Art das Abziehen der niedrigern Einheiten mittelst des Borgens die höhern Einheiten des Minuendus ändert, so daß der Rest in den Einheiten irgend einer Ordnung erst dann genau angegeben werden kann, wenn schon der Rest in der nächst niedrigern Ordnung bestimmt wurde; so ist es ganz natürlich, daß man mit der Subtraction der niedrigsten Ordnung d. i. der Einheiten den Anfang machen, und dann immer zu der nächst höhern Ordnung hinaufsteigen müsse.

§. 31.

Fortsetzung.

Beim Subtrahiren zweier Zahlen mittelst des Wegnehmens sind daher folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe den Subtrahendus so unter den Minuendus, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w., überhaupt Einheiten derselben Ordnung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man subtrahire zuerst die Einheiten, dann die Zehner, Hunderte u. s. w., und schreibe den Rest jedesmal unter die subtrahirten Ziffern.

3. Ist eine Ziffer des Subtrahendus größer als die darüber stehende des Minuendus, so borge man eine Einheit von der nächst höhern Ziffer, oder wenn sie eine Nulle ist, von der ersten bedeutlichen Ziffer im Minuendus, bemerke diese Ziffer so wie die etwa übersprungenen Nullen mit einem Puncte, und vermehre die Ziffer, von welcher man abziehen soll, um 10

Einheiten. Eine bedeutende Ziffer mit dem Puncte gilt um 1 weniger, eine Nulle mit dem Puncte aber bedeutet 9.

Beispiele.

1. Es soll die Zahl 2375 von 7498 abgezogen werden. Die Rechnung stehet

$$\begin{array}{r} 7498 \\ 2375 \\ \hline 5123 \end{array}$$

Man spricht dabei: 5 von 8 bleibt 3; 7 von 9 bleibt 2; 3 von 4 bleibt 1; 2 von 7 bleibt 5.

2. Es sey 183305 von 230165 zu subtrahiren. Man schreibe

$$\begin{array}{r} \dot{2}\dot{3}\dot{0}165 \\ 183305 \\ \hline 46860 \end{array}$$

Hier sagt man: 5 von 5 bleibt 0; 0 von 6 bleibt 6; 3 von 11 bleibt 8; 3 von 9 bleibt 6; 8 von 12 bleibt 4; 1 von 1 bleibt 0.

Die letzte Nulle zur Linken wird, da sie nichts bedeutet, und auch den Werth der übrigen Stellen nicht ändert, weggelassen.

§. 32.

Vorübungen für das Subtrahiren mittelst des Hinzusetzens.

Bei dieser Art des Subtrahirens wird vorausgesetzt, daß man sogleich anzugeben wisse, wie viel zu jeder einziffrigen Zahl addirt werden muß, um entweder eine andere einziffrige, oder 10, oder eine Zahl zu erhalten, welche um einige Einheiten größer ist als 10, jedoch nicht um so viele, als ihrer die einziffrige Zahl enthält.

1. Die Bestimmung der Zahl, welche zu jeder einziffrigen Zahl addirt werden muß, um eine größere ebenfalls einziffrige zu erhalten, ist bereits nach der Anleitung des §. 7 eingeübt worden.

2. Die Zahl, welche zu einer einziffrigen Zahl addirt werden muß, damit 10 herauskommt, ist immer deren Ergänzung; wie schon aus der Erklärung der Ergänzung hervorgehet. So z. B. muß zu 7 die Ergänzung 3 addirt werden, damit 10 heraus kommt.

3. Um zu bestimmen, wie viel zu einer einziffrigen Zahl addirt werden muß, um eine zweiziffrige zu erhalten, in welcher nebst einem Zehner auch noch Einheiten vorkommen, untersuche man zuerst, wie viel jener Zahl bis 10 fehlt, und dann wie viel noch von 10 bis zur zweiten Zahl abgehet. Das erste wird durch die Ergänzung der einziffrigen, das andere durch die Einheiten der zweiziffrigen Zahl angezeigt; man braucht also nur jene Ergänzung und diese Einheiten zu addiren, und man hat die gesuchte Zahl.

Z. B. Wollte man finden, wie viel zu 8 addirt werden muß, um 15 zu erhalten, so weiß man: von 8 bis 10 fehlt 2, von 10 bis 15 aber 5; also fehlt von 8 bis 15 die Zahl 7 d. i. die Summe aus der Ergänzung 2 der einziffrigen, und den Einheiten 5 der zweiziffrigen Zahl.

Die Tabellen, auf welche man im 2. und 3. Falle dieser Vorübungen geführt wird, stimmen vollkommen mit der bei der Addition entwickelten 5. und 6. Tabelle überein; nur wird hier immer die nach dem Wörtchen und stehende Zahl gesucht.

Bei diesen Vorübungen sind noch zwei Sätze zu bemerken, die sich von selbst ergeben:

Zu 0 muß, um irgend eine Zahl zu erhalten, immer diese Zahl selbst addirt werden. Z. B. 0 und ? ist 4; hier ist 4 die gesuchte Zahl.

Wenn die Zahl, welche man erhalten will, so groß ist als diejenige, zu der man zu addiren hat, so braucht man natürlich nichts dazu zu setzen, oder die zu addirende Zahl ist 0. Z. B. 8 und ? ist 8; hier ist 0 die gesuchte Zahl.

§. 33.

Entwicklung der Regeln für das Subtrahiren mittelst des Hinzusetzens.

Um mittelst des Hinzusetzens den Unterschied zweier Zahlen sicher zu erhalten, wird man einzeln bestimmen, wie viel zu den Einheiten einer jeden Ordnung im Subtrahendus addirt werden muß, um die Einheiten derselben Ordnung im Minuendus zu erhalten, und sodann diese einzelnen Zahlen, deren jede Einheiten von der ergänzten Ordnung bedeutet, in eine Zahl zusammenziehen. Zu diesem Ende wird es auch hier am zweckmäßigsten seyn, gleich beim Anschreiben den Subtrahendus so unter den Minuendus zu setzen, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen.

Ist eine Ziffer im Subtrahendus größer als die darüber stehende im Minuendus, so kann durch Hinzusetzen zu der untern unmöglich die obere herauskommen; wohl aber kann man dadurch diese obere Zahl um 10 vermehrt erhalten. Da man weiß, daß der Unterschied zweier Zahlen nicht geändert wird, wenn man beide um gleich viel vermehrt; so kann auch wirklich jene Stelle des Minuendus um 10 d. i. um eine Einheit der nächst höhern Ordnung vermehrt werden, nur muß man dann auch zu dem Subtrahendus eine solche Einheit dazusetzen, welches geschieht, wenn die nächst höhere Stelle des Subtrahendus um 1 vermehrt wird.

Weil auf diese Art das Subtrahiren der niedrigern Stellen auf die nächst höhere Stelle im Subtrahendus, mittelst der Vermehrung um eine Einheit einwirkt; so daß der Unterschied der Einheiten von irgend einer Ordnung erst dann genau angegeben werden kann, wenn schon der Unterschied in der nächst niedrigern Ordnung bestimmt wurde: so folgt, daß man auch hier mit der Subtraction der niedrigsten Ordnung d. i. der Einheiten den Anfang machen, und dann immer zu der nächst höhern Ordnung hinauf steigen müsse.

§. 34.

Fortsetzung.

Beim Subtrahiren zweier Zahlen mittelst des Hinzusetzens sind daher folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe den Subtrahendus so unter den Minuendus, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner u. s. w. zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man subtrahire nach und nach die Einheiten, Zehner, Hunderte u. s. w., indem man jedesmal die Zahl angibt, welche zu der Ziffer des Subtrahendus addirt werden muß, um die darüber stehende Ziffer des Minuendus zu erhalten; diese Zahl schreibt man unter jene Stelle, wo die Subtraction verrichtet wurde.

3. Ist eine Ziffer des Subtrahendus größer als die darüber stehende des Minuendus, so vermehre man diese letztere um 10, und zugleich die nächst höhere Stelle des Subtrahendus um 1; wo dann weiter subtrahirt werden kann.

Beispiele.

1. Es sey die Zahl 3182 von 7995 abzuziehen. Man schreibt

$$\begin{array}{r} 7995 \\ 3182 \\ \hline 4813 \end{array}$$

und spricht: 2 und 3 ist 5; 8 und 1 ist 9; 1 und 8 ist 9; 3 und 4 ist 7.

Die in Frage stehende Zahl, welche man nach dem Wörtchen und ausspricht, wird während des Aussprechens zugleich auch angeschrieben.

2. Man subtrahire 31247 von 52107. Man setzt

$$\begin{array}{r} 52107 \\ 31247 \\ \hline 20860 \end{array}$$

und spricht dabei: 7 und 0 ist 7; 4 und 6 ist 10; 3 und 8 ist 11; 2 und 0 ist 2; 3 und 2 ist 5.

§. 35.

Probe für die Richtigkeit der Subtraction.

Die beste Probe für die Richtigkeit des Restes bestehet darin, wenn man die Subtraction auf beide Arten, einmal mittelst des Wegnehmens und dann mittelst des Hinzusetzens verrichtet, und jedesmal dieselbe Zahl erhält.

Wer nur auf eine Art zu subtrahiren weiß, kann sich von der Richtigkeit des Restes dadurch überzeugen, daß er diesen von dem Minuendus abziehet, wo dann der Subtrahendus herauskommen muß.

§. 36.

Anwendung der Subtraction.

Die Subtraction wird, wie schon aus ihrem Begriffe folgt, überhaupt angewendet, wenn man erfahren will, um wie viel eine Zahl größer sei als eine andere.

Besonders häufig kommt ihre Anwendung in folgenden Fällen vor:

1. Um den Ueberschuß der Einnahme über die Auslage, oder umgekehrt zu berechnen.

Beispiel: Jemand beziehet in einem Jahre 1200 fl., und gibt davon nur 745 fl. aus; wie viel erspart er? — Antwort: 455 fl.

2. Um den Ueberschuß des Vorrathes über die Ausgabe zu berechnen.

Beispiel: Ein Getreidehändler hat 95 Metzen Weizen vorräthig, und verkauft 38 Metzen; wie viel wird ihm noch bleiben? Antwort: 57 Metzen.

3. Bei der Bestimmung des Schuldrestes nach einer geschehenen Abschlagszahlung.

Beispiel. Ich habe eine Schuld von 1470 fl. zu fordern; darauf zahlt man mir 785 fl.; wie viel bleibt man mir noch schuldig? — Antwort: 685 fl.

4. Um den Gewinn beim Kaufen und Verkaufen zu berechnen; hier wird der Einkaufspreis von dem Verkaufspreise abgezogen.

Beispiel. Ein Weinhändler kauft um 270 fl. Weine, die er dann um 353 fl. verkauft; wie viel hat er dabei gewonnen? — Antwort: 83 fl.

5. Bei der Zeitrechnung, wenn aus dem Anfange und dem Ende eines Ereignisses die Dauer desselben gesucht wird; hier subtrahirt man die Zeit des Anfanges von der Zeit des Endes.

Beispiel 1. Jemand ist geboren im Jahre 1814, und jetzt schreibt man 1840; wie alt ist er? — Antwort: 26 Jahre.

Beispiel 2. An einem alten Gebäude findet man die Aufschrift 1737; wie alt ist das Gebäude, wenn man gegenwärtig die Jahreszahl 1840 schreibt? — Antwort: 103 Jahre.

Drittes Hauptstück.

Multiplication.

§. 37.

Erklärungen und Zeichen.

Multipliciren heißt eine Zahl so oftmal nehmen, als eine andere Einheiten enthält.

Die Zahl, welche man mehrmal nimmt, heißt der Multiplicandus; die Zahl, welche anzeigt, wie oft der Multiplicandus genommen werden soll, der Multiplicator; beide zusammen nennet man Factoren. Die Zahl, welche bei der Multiplication herauskommt, heißt das Product.

Z. B. 8 mit 4 multipliciren heißt 8 4mal nehmen, wodurch man 32 erhält; hier sind 8 und 4 die Factoren, und zwar 8 der Multiplicandus, 4 der Multiplicator; 32 ist das Product.

Aus der Erklärung der Multiplication gehet hervor, daß sie nichts anderes ist, als eine wiederholte

Addition. Anstatt z. B. zu sagen: 8 und 8 ist 16, und 8 ist 24, und 8 ist 32; sagt man kürzer: 4 mal 8 ist 32.

Das Zeichen der Multiplication ist ein liegendes Kreuz, nämlich ×, welches zwischen die Factoren gesetzt wird; z. B. 8 × 4 = 32 wird gelesen: 8 multiplicirt mit 4 ist gleich 32.

§. 38.

Vorübungen für das Multipliciren.

Beim Multipliciren wird vorausgesetzt, daß man je zwei einziffrige Zahlen geläufig zu multipliciren wisse, was in der Kenntniß des sogenannten Ein mal Eins bestehet.

Um das Ein mal Eins gründlich und überzeugend zu erlernen, beobachte man folgenden Stufengang:

1. Man zähle zu 1 noch 1 dazu, so erhält man 2 zur Summe, 2 mal 1 ist also 2; addirt man zu 2 wieder 1, so ist die Summe 3, somit hat man: 3 mal 1 ist 3, addirt man zu 3 noch 1, zu dieser Summe wieder 1, u. s. w., so wird man dadurch offenbar 4 mal 1, 5 mal 1, u. s. w. erhalten. Die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sind also das 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9fache von 1.

Diese Vielfachen von 1 sind leicht zu merken, da jede einziffrige Zahl das Sovielfache von 1 ist, als ihre Ziffer es anzeigt.

2. Man addire zu 2 noch 2, so ist die Summe 4, 2 mal 2 ist also 4; wenn zu 4 wieder 2 addirt wird, so kommt 6 heraus, und man hat: 3 mal 2 ist 6; addirt man weiter zu 6 noch 2, zu dieser Summe wieder 2, u. s. w., so erhält man auch 4 mal 2, 5 mal 2, u. s. w. Man wird dadurch die Zahlen

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 als das 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9fache von 2 bekommen.

Um sich diese Vielfachen besser einzuprägen, gebe man sie auch in verkehrter Ordnung, und später außer aller Ordnung an.

Wer die im ersten Abschnitte §. 15 angeführten Uebungen gehörig vorgenommen hat, wird sich sogleich erinnern, daß er die Zahlen, welche die Vielfachen von 2 vorstellen, schon dort auf einem andern Wege erhalten habe. Die Zahl, welche dort angibt, die wievielte in der Reihe jede Zahl vorkommt, zeigt hier an, das Wievielfache von 2 jene Zahl sei. Diese Entwicklung derselben Zahlen auf verschiedenem Wege wird nicht wenig beitragen, daß sie sich um so tiefer ins Gedächtniß des Anfängers einprägen, und dann nach Willkühr in dessen Bewußtsein gebracht werden können.

Diese Bemerkung gilt auch für die Vielfachen der übrigen einziffrigen Zahlen, die gleichfalls schon bei den Uebungen im Zählen §. 15 entwickelt wurden.

3. Nach dem bei dem Vielfachen von 2 beobachteten Verfahren können auch die Vielfachen von 3, 4, 5, ... 9 abgeleitet, und zum bleibenden Eigenthume des Lernenden gemacht werden.

Hier habe man ja stets den Grundsatz vor Augen, daß zu den Vielfachen einer folgenden Zahl nicht eher der Uebergang geschehe, als bis man durch oftmaliges Wiederholen und verschiedenseitiges Auffassen die Vielfachen der vorhergehenden Zahlen sich recht gut eigen gemacht hat.

Durch Beobachtung dieses Stufenganges wird man in den Stand gesetzt, nachstehende Tafel nicht nur mechanisch herzusagen, sondern auch von deren Richtigkeit Rechenschaft abzulegen.

9. Tabelle.

Das Ein mal Eins.

1	mal	1	ist	1	1	mal	4	ist	4	1	mal	7	ist	7
2	„	1	„	2	2	„	4	„	8	2	„	7	„	14
3	„	1	„	3	3	„	4	„	12	3	„	7	„	21
4	„	1	„	4	4	„	4	„	16	4	„	7	„	28
5	„	1	„	5	5	„	4	„	20	5	„	7	„	35
6	„	1	„	6	6	„	4	„	24	6	„	7	„	42
7	„	1	„	7	7	„	4	„	28	7	„	7	„	49
8	„	1	„	8	8	„	4	„	32	8	„	7	„	56
9	„	1	„	9	9	„	4	„	36	9	„	7	„	63
1	mal	2	ist	2	1	mal	5	ist	5	1	mal	8	ist	8
2	„	2	„	4	2	„	5	„	10	2	„	8	„	16
3	„	2	„	6	3	„	5	„	15	3	„	8	„	24
4	„	2	„	8	4	„	5	„	20	4	„	8	„	32
5	„	2	„	10	5	„	5	„	25	5	„	8	„	40
6	„	2	„	12	6	„	5	„	30	6	„	8	„	48
7	„	2	„	14	7	„	5	„	35	7	„	8	„	56
8	„	2	„	16	8	„	5	„	40	8	„	8	„	64
9	„	2	„	18	9	„	5	„	45	9	„	8	„	72
1	mal	3	ist	3	1	mal	6	ist	6	1	mal	9	ist	9
2	„	3	„	6	2	„	6	„	12	2	„	9	„	18
3	„	3	„	9	3	„	6	„	18	3	„	9	„	27
4	„	3	„	12	4	„	6	„	24	4	„	9	„	36
5	„	3	„	15	5	„	6	„	30	5	„	9	„	45
6	„	3	„	18	6	„	6	„	36	6	„	9	„	54
7	„	3	„	21	7	„	6	„	42	7	„	9	„	63
8	„	3	„	24	8	„	6	„	48	8	„	9	„	72
9	„	3	„	27	9	„	6	„	54	9	„	9	„	81

Die Producte der einziffrigen Zahlen findet man kürzer aufgestellt in dem schon oben angeführten Pythagorischen Rechentische. Der Gebrauch ist folgender: man sucht den einen Factor in der ersten Reihe zur Linken, und den andern in der obersten Reihe; dann fahre man mit dem Finger von dem ersten Factor aus gegen die Rechte, und von dem andern nach unten; dort, wo beide zusammentreffen, findet man das Product.

Man präge diese Tabelle dem Gedächtnisse so ein, daß man zu jeder Zahl sogleich die ganze Reihe ihrer Vielfachen in Gedanken überblickt, und bei jedem derselben sich zugleich vorstellt, das Wievielfache von der angenommenen Zahl es ist.

Zu diesen Vorübungen ist noch der Satz hinzu zu fügen: Wenn ein Factor 0 ist, so ist auch das Product 0.

Die Richtigkeit dieses Satzes erhellet aus dem Begriffe der Multiplication. Denn, ist der Multiplicandus 0, so hat man 0 (nichts) öfters zu nehmen, wodurch gewiß auch 0 herauskommt; ist aber der Multiplicator 0, so hat man den Multiplicandus 0 Mal (kein Mal) zu nehmen, wodurch man sicher auch nichts d. i. 0 erhält.

Z. B. 3 mal 0 ist 0; 0 mal 5 ist 0.

§. 39.

Entwicklung der Regeln für das Multipliciren, wenn der Multiplicator einziffrig ist.

Bei der Multiplication sind überhaupt zwei Fälle zu unterscheiden: entweder ist der Multiplicator einziffrig, oder ist er mehrziffrig.

I. Ist der Multiplicator einziffrig, so sind dabei, da Multipliciren nichts als wiederholtes Addiren ist, dieselben Regeln wie beim Addiren zu beobachten.

Man nehme nämlich zuerst die Einheiten, dann die Zehner, Hunderte, u. s. w. so oftmal, als der Multiplicator Einheiten enthält, wodurch man wieder folgeweise Einheiten, Zehner, Hunderte, u. s. w. er=

hält; oder, was dasselbe ist, man multiplicire alle Ziffern des Multiplicandus, von der niedrigsten angefangen, mit dem einziffrigen Multiplicator, und setze das jedesmalige Product an diejenige Stelle, welche man multiplicirt hat.

Ist irgend ein Product zweiziffrig, so bedeutet die Ziffer der Einheiten Einheiten derjenigen Ordnung, welche man multiplicirt hat, die Ziffer der Zehner aber Einheiten der nächst höhern Ordnung, welche daher auch zu dem nächst folgenden Producte gezählt werden müssen.

§. 40.

Fortsetzung.

Wenn also der Multiplicator einziffrig ist, so sind beim Multipliciren folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe den Multiplicator unter die Einheiten des Multiplicandus, und ziehe darunter einen Querstrich. Gewöhnlich pflegt man den Multiplicator auch gar nicht anzuschreiben, sondern sogleich das Product hinzusetzen.

2. Man multiplicire mit dem einziffrigen Multiplicator nach und nach die Einheiten, Zehner, ... des Multiplicandus, und schreibe das jedesmalige Product, wenn es einziffrig ist, unter diejenige Stelle, welche man multiplicirt hat; ist aber das Product zweiziffrig, so werden nur die Einheiten davon an jene Stelle gesetzt, die Zehner aber zu dem Producte der nächst höhern Stelle hinzugezählt. Das letzte Product wird ganz angeschrieben.

Beispiele.

1. Man multiplicire die Zahl 8213 mit 3. Die Rechnung stehet

8213	oder	8213
3		24639
24639		

Man spricht dabei: 3 mal 3 ist 9, 3 mal 1 ist 3, 3 mal 2 ist 6, 3 mal 8 ist 24.

2. Es soll 370813 mit 7 multiplicirt werden. Man schreibt

370813	oder	370813
7		2595691
2595691		

und sagt: 7 mal 3 ist 21, 1 angeschrieben, bleibt 2; 7 mal 1 ist 7, und 2 ist 9; 7 mal 8 ist 56, 6 angeschrieben, bleibt 5; 7 mal 0 ist 0, und 5 ist 5; 7 mal 7 ist 49, 9 angeschrieben, bleibt 4; 7 mal 3 ist 21, und 4 ist 25.

§. 41.
Entwicklung der Regeln für das Multipliciren, wenn der Multiplicator mehrziffrig ist.

II. Ist der Multiplicator mehrziffrig, so muß man den Multiplicand so oftmal nehmen als in den einzelnen Bestandtheilen, d. i. Einheiten, Zehnern, Hunderten, ... des Multiplicators Einheiten vorkommen, und die dadurch erhaltenen Zahlen addiren.

Man wird also zuerst den Multiplicand so oftmal nehmen, als es die Ziffer der Einheiten im Multiplicator anzeigt, d. i. den Multiplicand mit der Ziffer der Einheiten multipliciren. — Dann muß man den Multiplicand so oft nehmen, als die Zehner des Multiplicators Einheiten enthalten; diese enthalten 10 mal so viel Einheiten, als die Ziffer der Zehner es anzeigt; also wird man den Multiplicand zuerst mit der Ziffer der Zehner multipliciren, und dieses Product noch 10 mal nehmen, welches geschieht, wenn man ihm rechts eine Nulle anhängt; denn dadurch werden alle Ziffern des Productes um eine Stelle weiter gegen die Linke gerückt, es erscheinen also die frühern Einheiten als Zehner, die frühern Zehner als Hunderte u. s. w., oder das neue Product ist wirklich 10 mal so groß als das frühere. — Ebenso muß man dann den Multiplicand so oftmal nehmen, als Einheiten in den Hunderten des Multiplicators vorkommen; diese aber enthalten 100 mal so viel Einheiten als die Ziffer der Hunderte es anzeigt; der Multiplicandus wird daher zuerst mit der Ziffer der Hunderte multiplicirt, und dieses Product 100mal genommen, indem man ihm rechts 2 Nullen anhängt; denn dadurch werden alle Ziffern um 2 Stellen weiter gegen die Linke gerückt, es erscheinen also die frühern Einheiten als Hunderte, die frühern Zehner als Tausende, u. s. w., oder das neue Product ist wirklich 100mal so groß als das frühere. — Auf dieselbe Art wird mit den weitern Ziffern des Multiplicators multiplicirt.

Diese einzelnen Producte sind dann Bestandtheile des Hauptproductes, und werden zusammenaddirt. Weil die in den einzelnen Producten rechts stehenden Nullen beim Addiren ohnehin keinen Einfluß ausüben, so können sie auch weggelassen werden, nur müssen die übrigen Ziffern an der gehörigen Stelle vorkommen, welches geschieht, wenn man den Multiplicator so unter den Multiplicand setzt, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, u. s. w. zu stehen kommen, und dann die einzelnen Producte immer unter diejenige

Stelle des Multiplicators zu schreiben anfängt, mit welcher man multiplicirt.

§. 42.

Fortsetzung.

Wenn also der Multiplicator mehrziffrig ist, so sind beim Multipliciren folgende Regeln zu beobachten:

1. Man schreibe den Multiplicator so unter den Multiplicandus, daß Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, u. s. w. zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man multiplicire nun den ganzen Multiplicand zuerst mit den Einheiten, dann mit den Zehnern, Hunderten, u. s. w. des Multiplicators, und fange das jedesmalige Product unter diejenige Ziffer des Multiplicators zu schreiben an, mit welcher man multiplicirt hat. Kommt im Multiplicator nach der ersten bedeutlichen Ziffer eine Nulle vor, so wird diese Stelle beim Multipliciren übergangen, da im Producte ohnehin lauter Nullen vorkämen.

3. Man addire die einzelnen Producte, so wie sie angeschrieben sind, so erhält man das gesuchte Product.

Beispiele.

1. Es sey 2385 mit 137 zu multipliciren. Man schreibt

	Vollständig stände es:
2385	2385
137	137
16695	16695
7155	71550
2385	238500
326745	326745

Hier wurde der Multiplicand zuerst mit 7, dann mit 3, und endlich mit 1 multiplicirt; das erste Product wurde unter 7, das zweite unter 3, das dritte unter 1 zu schreiben angefangen.

2. Man multiplicire 72183 mit 806. Die Rechnung stehet

72183	eigentlich	72183
806		806
433098		433098
577464		00000
58179498		577464
		58179498

§. 43.

Multiplication, wenn einer oder beide Factoren rechts Nullen haben.

1. Hat der Multiplicand rechts Nullen, so werden diese auch im Producte erscheinen, weil 0 mit was immer für einer Zahl multiplicirt 0 zum Producte gibt.

Z. B.	57230
	23
	171690
	114460
	1316290

2. Hat der Multiplicator rechts Nullen, so wird die erste bedeutliche Ziffer des Productes an jene Stelle zu stehen kommen, an welcher sich die erste bedeutliche Ziffer im Multiplicator befindet; d. h. es wird auch das Product rechts so viele Nullen erhalten, als ihrer der Multiplicator hat.

Z. B.

$$\begin{array}{r} 3712 \\ 300 \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 11136 \\ \hline 1113600 \end{array}$$

3. Haben endlich beide Factoren rechts Nullen, so werden im Producte außer den Nullen des Multiplicandus auch jene des Multiplicators vorkommen; d. h. im Producte werden so viele Nullen rechts erscheinen, als ihrer beide Factoren haben.

Z. B.

$$\begin{array}{r} 305200 \\ 180 \\ \hline 000000 \\ 2441600 \\ 305200 \\ \hline 54936000 \end{array}$$

Daraus ergibt sich folgende Regel:

Kommen in einem oder in beiden Factoren rechts Nullen vor, so wird die Multiplication verrichtet, wenn man jene Nullen wegläßt, die dann übriggebliebenen Zahlen mit einander multiplicirt, und dem Producte rechts so viele Nullen anhängt, als ihrer in beiden Factoren vorkommen.

In den vorigen Beispielen würde die Rechnung so stehen:

$$\begin{array}{r} 5723 \\ 23 \\ \hline 17169 \\ 11446 \\ \hline 1316290 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3712 \\ 3 \\ \hline 1113600 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3052 \\ 18 \\ \hline 24416 \\ 3052 \\ \hline 54936000 \end{array}$$

Wenn der Multiplicator eine runde Zahl ist, welche nur eine bedeutliche Ziffer hat, so pflegt man ihn gewöhnlich gar nicht anzuschreiben: es wird nämlich sogleich das Product aus dem Multiplicand und jener Ziffer hingesetzt, mit so vielen Nullen rechts, als ihrer die runde Zahl hat.

Beispiel.

30782 × 800

24625600

Die Probe für die Richtigkeit der Multiplication wird bei der Division vorgenommen werden.

§. 44.

Anwendung der Multiplication.

Die Multiplication wird überhaupt angewendet, wenn man wissen will, wie viel eine Zahl öfters genommen ausmacht. — Der Multiplicator wird während der Rechnung als unbenannt betrachtet, und das Product erhält gleichen Namen mit dem Multiplicandus. Besonders häufig aber kommt ihre Anwendung in folgenden Fällen vor:

1. Um aus dem Betrage, den eine Person bezieht oder zahlt, unter denselben Umständen die Einnahme oder Auslage mehrerer Personen zu berechnen; hier wird jener Betrag mit der Anzahl der Personen multiplicirt.

Beispiel. Von 24 Arbeitern bekommt jeder monatlich 15 fl., wie viel erhalten alle zusammen? — Antwort: 360 fl.

2. Um aus der Einnahme oder Ausgabe eines Tages, Monates, Jahres, unter denselben Umständen die Einnahme oder Ausgabe für mehrere Tage,

Monate, Jahre zu bestimmen; hier wird die tägliche, monatliche, jährliche Einnahme oder Ausgabe mit der Anzahl der Tage, Monate, Jahre multiplicirt.

Beispiel 1. Ein Beamte beziehet schon durch 6 Jahre den Gehalt von 800 fl.; wie viel hat er zusammen schon bezogen? — Antwort: 4800 fl.

Beispiel 2. Ein studierender Jüngling zahlt monatlich 18 fl. Kost- und Quartiergeld; wie viel beträgt dieses für 10 Monate? Antwort: 180 fl.

Beispiel 3. Ein Kapital gibt jährlich 257 fl. Interesse; wie groß ist das Interesse für 3 Jahre? — Antwort: 771 fl.

3. Um aus dem Werthe der Einheit den **Werth für eine Mehrheit** derselben Art zu berechnen; hier wird der Werth der Einheit mit der Mehrheit multiplicirt.

Beispiel 1. 1 ℔ kostet 16 kr.; wie viel kosten 3 ℔? — Antwort: 48 kr.

Beispiel 2. 1 Ctr. kostet 42 fl.; wie viel kosten 23 Ctr.? Antwort: 966 fl.

4. Beim **Resolviren**.

Resolviren oder **auflösen** heißt Einheiten einer höhern Benennung in Einheiten einer kleinern Benennung verwandeln, z. B. Gulden in Kreuzer, Monate in Tage.

Das Resolviren in eine niedrigere Benennung geschieht, wenn man die Einheiten der höhern Benennung mit dem betreffenden Verwandler multiplicirt.

Beispiel 1. Wie viel Kreuzer geben 4 Gulden?

Rechnung: 4 fl.
60
———
240 kr.

Beispiel 2. Wie viel Bogen enthalten 45 Buch Schreibpapier?

Rechnung: 45 Buch

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 180 \\ 90 \\ \hline 1080 \end{array}$$

Viertes Hauptstück.

Division.

§. 45.

Erklärungen.

Dividiren heißt eine Zahl in so viele gleiche Theile theilen, als eine andere Einheiten enthält.

Die Zahl welche getheilt wird, heißt Dividendus; die Zahl, welche anzeigt, in wie viele gleiche Theile der Dividendus getheilt werden soll, der Divisor; und die Zahl, welche beim Dividiren herauskommt, der Quotient. Der Quotient zeigt also an, wie groß ein Theil ist.

Z. B. 6 durch 2 dividiren heißt 6 in 2 gleiche Theile theilen, wodurch 3 als ein solcher Theil herauskommt; 6 ist der Dividendus, 2 der Divisor, und 3 der Quotient. Ist eine Zahl in mehrere gleiche Theile getheilt worden, und man nimmt wieder alle zusammen, oder was dasselbe ist, man nimmt einen Theil so oft, als Theile da sind, d. h. man multiplicirt einen Theil mit der Anzahl der Theile, so muß die getheilte Zahl herauskommen. Daraus folgt, daß der Quotient (ein

Theil) mit dem Divisor (der Anzahl der Theile) multiplicirt, den Dividend (die getheilte Zahl) geben muß.

Im obigen Beispiele ist wirklich $3 \times 2 = 6$.

§. 46.

Fortsetzung.

Nach dem früher Gesagten sind Divisor und Quotient Factoren, der Dividend aber ist ihr Product. Da bei der Multiplication jeder Factor anzeigt, wie oft der andere im Producte enthalten ist; so zeigt auch bei der Division der Quotient an, wie oft der Divisor im Dividende enthalten ist. Man kann daher auch sagen: Dividiren heißt untersuchen, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist.

Z. B. 6 durch 2 dividiren heißt untersuchen, wie oft 2 in 6 enthalten ist; 2 ist in 6 3 mal enthalten, 3 ist also der Quotient.

Dieser Erklärung zu Folge ist die Division nichts anders als eine wiederholte Subtraction. Denn um zu sehen, wie oft der Divisor im Dividendus enthalten ist, wird man den Divisor so oft von dem Dividendus abziehen, bis letzterer ganz erschöpft, oder doch der Rest kleiner wird, als der Divisor, so daß sich dieser nicht mehr abziehen läßt. Die Zahl, welche anzeigt, wie oft sich der Divisor vom Dividendus abziehen läßt, ist dann der Quotient.

Um z. B. 6 durch 2 zu dividiren, müßte man eigentlich 2 so oft von 6 abziehen, als dieses möglich ist; man hätte

$$\begin{array}{c} 6 \\ 2 \\ \hline 4 \\ 2 \\ \hline 2 \\ 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

Da sich 2 von 6 3 mal abziehen läßt, so ist 2 in 6 3 mal enthalten, oder 3 ist der Quotient.

§. 47.

Zeichen der Division.

Das Zeichen der Division bestehet in zwei über einander stehenden Puncten, nämlich :, und zeigt an, daß die Zahl vor den Puncten durch die Zahl hinter den Puncten zu dividiren ist. Z. B. $6 : 2 = 3$ wird gelesen: 6 dividirt durch 2 ist gleich 3.

In der Ausübung schreibt man gewöhnlich den Dividendus zwischen zwei Strichen, und setzt links den Divisor; der Quotient kommt rechts vom Dividendus zu stehen. So würde man obiges Beispiel schreiben: 2 | 6 | 3.

Oft wird die Division bloß angezeigt, besonders dann, wenn der Dividend kleiner ist als der Divisor. Dieses geschieht, indem man den Divisor unter den Dividend, und zwischen beide einen Strich setzt. Ist z. B. 3 durch 4 zu dividiren, so wird man dieses so anzeigen: $\frac{3}{4}$, welches gelesen wird: 3 dividirt durch 4.

Ein so angezeigter Quotient wird ein Bruch genannt.

§. 48.

Vorbereitende Sätze und Uebungen.

Bei der Division wird vorausgesetzt, daß man den Quotienten sogleich anzugeben wisse, wenn der Dividend kleiner ist als das Zehnfache des Divisors. Diese Geläufigkeit bestehet in der Kenntniß des sogenannten Eins in Eins.

Ehe wir dieses ableiten, müssen noch einige Bemerkungen vorausgeschickt werden.

Wenn man Dividendus und Divisor mit einander vergleicht, so findet man, daß der Dividendus entweder ein Vielfaches des Divisors ist, oder nicht; im letzten Falle ist er wieder entweder kleiner oder größer als der Divisor. Diese drei Fälle sollen einzeln betrachtet werden:

1. Ist der Dividend ein Vielfaches des Divisors, so gilt der Schluß: das Sovielfache des Divisors der Dividend ist, so oft ist der erstere im letztern enthalten.

Z. B. 10 ist das 5fache von 2, also ist 2 in 10 5mal enthalten.

2. Ist der Dividend kleiner als der Divisor, so ist der Divisor im Dividende gar nicht oder 0mal enthalten.

Z. B. 5 in 2 ist 0mal enthalten. Man zeigt in diesem Falle, da man nicht wirklich dividiren kann, wie früher gesagt wurde, die Division nur an, indem man schreibt: $\frac{2}{5}$.

3. Ist der Dividend größer als der Divisor, aber kein Vielfaches von ihm; so denke man sich sogleich das nächst kleinere Vielfache, und es wird der Divisor so oft in dem Dividende enthalten seyn, als in dem nächst kleinern Vielfachen. Daß er

wenigstens so oft enthalten seyn müsse, folgt daraus, weil der Dividendus größer ist als jenes nächst kleinere Vielfache; daß aber der Divisor auch nicht öfters enthalten seyn könne, folgt daraus, weil der Dividend kleiner ist als das nächst folgende Vielfache des Divisors, in welchem erst, dieser 1mal mehr als in dem frühern enthalten ist.

Z. B. 6 in 46 ist 7mal enthalten; denkt man sich 46, so ist das nächst kleinere Vielfache von 7 die Zahl 42; aber 6 in 42 ist 7mal enthalten, daher ist auch 6 in 46 7mal enthalten.

§. 49.

Fortsetzung.

Auf die vorhergehenden Sätze gestützt kann der Anfänger das Eins in Eins von selbst entwickeln.

1. Da jede einziffrige Zahl so viele Einheiten enthält, als die Ziffer selbst es anzeigt, so hat man:

1 in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ist
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9mal enthalten.

Ferner ist 1 in 0 0mal enthalten.

2. Man bestimme, wie oft 2 in den Zahlen unter 20 enthalten ist.

Man wiederhole zuerst die Vielfachen von 2. Weil die Zahlen

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18 das
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9fache

von 2 sind, so ist

2 in 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9mal enthalten.

2 in 0 oder 1 ist 0mal enthalten.

Um endlich den Quotienten für jene Fälle anzugeben, wo der Dividend größer als 2, aber kein Viel=

faches davon ist, denke man sich zu jenem Dividende sogleich das nächst kleinere Vielfache von 2, und gebe an, wie oft 2 darin enthalten ist, so hat man den gesuchten Quotienten. So findet man:

2 in 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 ist
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9mal enthalten.

3. Eben so wird bestimmt, wie oft 3 in den verschiedenen Zahlen unter 30 enthalten ist.

Man erinnere sich an die Vielfachen von 3. Weil nun

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27 das
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9fache

von 3 ist, so folgt:

3 in 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 27 ist
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9mal enthalten.

Ferner ist klar, daß 3 in 0, 1 oder 2 0mal enthalten ist.

Um die übrigen Zahlen unter 30 durch 3 zu dividiren, denke man sich zu jeder sogleich das nächst kleinere Vielfache von 3, und gebe an, wie oft 3 darin enthalten ist; dieß ist der in Frage stehende Quotient. Auf diese Art überzeugt man sich, daß

$$3 \text{ in } \underbrace{4,5}_{1},\ \underbrace{7,8}_{2},\ \underbrace{10,11}_{3},\ \underbrace{13,14}_{4},\ \underbrace{16,17}_{5},\ \underbrace{19,20}_{6\text{mal}}$$

$$3 \text{ in } \underbrace{22,23}_{7},\ \underbrace{25,26}_{8},\ \underbrace{28,29}_{9\text{mal}}$$

enthalten ist.

4. Auf die nämliche Weise können die Quotienten bestimmt werden, wenn der Divisor 4, 5, 6, 7, 8, 9, und der Dividend kleiner als das Zehnfache des Divisors ist.

Die Ergebnisse aller dieser Uebungen findet man in nachstehender Tafel zusammengefaßt.

10. Tabelle.

Das Eins in Eins.

1 in 0 ist 0	mal enthalten	4 in 0 bis 3 ist 0	mal enthalten
1 „ 1 „ 1		4 „ 4 „ 7 „ 1	
1 „ 2 „ 2		4 „ 8 „ 11 „ 2	
1 „ 3 „ 3		4 „ 12 „ 15 „ 3	
1 „ 4 „ 4		4 „ 16 „ 19 „ 4	
1 „ 5 „ 5		4 „ 20 „ 23 „ 5	
1 „ 6 „ 6		4 „ 24 „ 27 „ 6	
1 „ 7 „ 7		4 „ 28 „ 31 „ 7	
1 „ 8 „ 8		4 „ 32 „ 35 „ 8	
1 „ 9 „ 9		4 „ 36 „ 39 „ 9	
2 in 0 od. 1 ist 0	mal enthalten	5 in 0 bis 4 ist 0	mal enthalten
2 „ 2 „ 3 „ 1		5 „ 5 „ 9 „ 1	
2 „ 4 „ 5 „ 2		5 „ 10 „ 14 „ 2	
2 „ 6 „ 7 „ 3		5 „ 15 „ 19 „ 3	
2 „ 8 „ 9 „ 4		5 „ 20 „ 24 „ 4	
2 „ 10 „ 11 „ 5		5 „ 25 „ 29 „ 5	
2 „ 12 „ 13 „ 6		5 „ 30 „ 34 „ 6	
2 „ 14 „ 15 „ 7		5 „ 35 „ 39 „ 7	
2 „ 16 „ 17 „ 8		5 „ 40 „ 44 „ 8	
2 „ 18 „ 19 „ 9		5 „ 45 „ 49 „ 9	
3 in 0 bis 2 ist 0	mal enthalten	6 in 0 bis 5 ist 0	mal enthalten
3 „ 3 „ 5 „ 1		6 „ 6 „ 11 „ 1	
3 „ 6 „ 8 „ 2		6 „ 12 „ 17 „ 2	
3 „ 9 „ 11 „ 3		6 „ 18 „ 23 „ 3	
3 „ 12 „ 14 „ 4		6 „ 24 „ 29 „ 4	
3 „ 15 „ 17 „ 5		6 „ 30 „ 35 „ 5	
3 „ 18 „ 20 „ 6		6 „ 36 „ 41 „ 6	
3 „ 21 „ 23 „ 7		6 „ 42 „ 47 „ 7	
3 „ 24 „ 26 „ 8		6 „ 48 „ 53 „ 8	
3 „ 27 „ 29 „ 9		6 „ 54 „ 59 „ 9	

7	in	0	bis	6	ist	0	mal enthalten	8	in	0	bis	7	ist	0	mal enthalten
7	„	7	„	13	„	1		8	„	8	„	15	„	1	
7	„	14	„	20	„	2		8	„	16	„	23	„	2	
7	„	21	„	27	„	3		8	„	24	„	31	„	3	
7	„	28	„	34	„	4		8	„	32	„	39	„	4	
7	„	35	„	41	„	5		8	„	40	„	47	„	5	
7	„	42	„	48	„	6		8	„	48	„	55	„	6	
7	„	49	„	55	„	7		8	„	56	„	63	„	7	
7	„	56	„	62	„	8		8	„	64	„	71	„	8	
7	„	63	„	69	„	9		8	„	72	„	79	„	9	

9	in	0	bis	8	ist	0	mal enthalten
9	„	9	„	17	„	1	
9	„	18	„	26	„	2	
9	„	27	„	35	„	3	
9	„	36	„	44	„	4	
9	„	45	„	53	„	5	
9	„	54	„	62	„	6	
9	„	63	„	71	„	7	
9	„	72	„	80	„	3	
9	„	81	„	89	„	9	

Wie man sieht, kommt es bei der Kenntniß des Eins in Eins hauptsächlich darauf an, sogleich anzugeben, ob der Dividendus ein Vielfaches des Divisors ist, und zwar das Wievielfache; oder wenn dieß nicht ist, das nächst kleinere Vielfache zu bestimmen. Darum sollen sich Anfänger hierin recht viel Geläufigkeit zu verschaffen suchen.

Auch hier kann der oben angeführte Pythagorische Rechentisch mit Vortheil gebraucht werden. Wenn man mit einer Zahl zu dividiren hat, so suche man diese in der ersten Reihe zur Linken, gehe von da gegen die Rechte hin, bis man auf den Dividend, oder wenn er nicht zu finden ist, auf die nächst kleinere Zahl kommt, und fahre dann von dieser nach aufwärts bis zur obersten Ziffer; diese ist dann der Quotient.

§. 50.

Entwicklung der Regeln für das Dividiren.

Um eine Zahl durch eine andere zu dividiren, wird man am sichersten verfahren, wenn man untersucht, wie oft der Divisor in den einzelnen Bestandtheilen d. i. Einheiten, Zehnern, Hunderten, ... des Dividendus enthalten ist.

Man zerlege also den Dividend in so viele Theile, Theildividende, als er Ziffern hat, und dividire sie alle durch den Divisor; so bekommt man eben so viele Theile im Quotienten, Theilquotienten, deren jeder Einheiten derselben Ordnung enthält, als der entsprechende Theildividend.

Häufig, ja meistens wird es geschehen, daß der Divisor in einem Theildividende nicht genau enthalten ist. Um dieses zu erfahren, so wie auch zu sehen, ob der angenommene Theilquotient richtig ist, wird man, da die Division eigentlich eine wiederholte Subtraction ist, den Divisor hinter einander so oft von dem Theildividende wegnehmen, als der Theilquotient es anzeigt; oder, was dasselbe ist, man wird, das Gesagte auf einmal verrichtend, den Divisor so oft nehmen, als der Quotient es anzeigt, d. i. den Divisor mit dem Theilquotienten multipliciren, und dieses Product von dem Theildividende abziehen.

Läßt sich dieses Product gar nicht abziehen, so ist dieß ein Beweis, daß sich der Divisor nicht so oft abziehen läßt, als der Theilquotient es anzeigt, daß also dieser zu groß genommen wurde. Bleibt ein Rest, welcher gleich oder größer als der Divisor ist, so läßt sich letzterer öfters abziehen, als der Theilquotient es anzeigt; der Quotient ist also zu klein genommen worden.

Bleibt aber gar kein Rest, oder bleibt zwar ein Rest, der jedoch kleiner ist als der Divisor, so hat man den Quotienten richtig genommen. Im ersten Falle ist der Divisor in dem Theildividende genau enthalten, und man schreitet sogleich zur Division des folgenden Theildividendes. Im zweiten Falle aber ist der Divisor nicht genau enthalten, da wird der Rest in die Einheiten der nächst niedrigern Ordnung aufgelöset, wenn man ihn mit 10 multiplicirt, d. i. ihm rechts eine Nulle anhängt; dazu werden die im Dividende bereits vorhandenen Einheiten dieser Ordnung addirt, welches geschieht, wenn man sie an die Stelle jener Nulle schreibt, oder kürzer: es wird zu dem vorigen Reste die nächst niedrigere Stelle des Dividendus hinzugesetzt, und dieß ist der nächst niedrigere Theildividend.

Ist der Divisor 0mal enthalten, so setzt man zu dem Theildividende sogleich die folgende Stelle des Dividendes hinzu, um den nächst niedrigern Theildividend zu erhalten; denn der Divisor mit dem Theilquotienten 0 multiplicirt gibt 0 zum Producte; und 0 vom Theildividende abgezogen gibt diesen selbst zum Reste, wozu dann die nächst folgende Ziffer des Dividendus hinzukommen muß.

Aus dem Umstande, daß sich erst, nachdem die höhern Einheiten dividirt wurden, aus dem übriggebliebenen Reste der nächst niedrigere Theildividend bestimmen läßt, folgt, daß man die Division von der höchsten Stelle an beginnen muß.

Wenn man dann die einzelnen Theilquotienten nach einander hinschreibt, so wird durch dieses Anschreiben selbst nach vollendeter Division jede Ziffer des Quotienten so gestellt erscheinen, daß sie Einheiten derselben Ordnung bedeutet, als ihr zugehöriger Theildividend. Denn da jedesmal, wenn zu dem Reste eine neue Ziffer des Dividendus hinzugesetzt wird, auch in den Quotienten eine Ziffer hinzukommt, so werden auf jeden Theilquotienten so viele Ziffern folgen, als Ziffern des Dividendus nach und nach zu den übriggebliebenen Resten hinzugesetzt werden; also so viele Ziffern, als auf den entsprechenden Theildividend folgen. Jeder Theilquotient wird daher auf der sovielten Stelle, von der Rechten an, erscheinen, als der dazu gehörige Theildividend, oder, was dasselbe ist, er wird mit letzterem Einheiten derselben Ordnung bedeuten.

Wenn der Divisor in der höchsten oder in einigen höchsten Stellen nicht enthalten ist, so wird so lange jeder Theilquotient Null seyn, und somit so lange zu dem jedesmaligen Theildividende die folgende Ziffer des Dividendus hinzugesetzt werden müssen, bis man einen Theildividend erhält, in welchem der Divisor enthalten ist; welches eintreten wird, wenn der Theildividend so viele Ziffern oder eine mehr hat, als der Divisor. Da erhält man den ersten bedeutlichen Theilquotienten, welcher Einheiten derselben Ordnung ausdrückt, als die niedrigste vom Dividende genommene Ziffer. Da die Nullen links im Quotienten nichts bedeuten und so auch den Werth der folgenden Stellen nicht ändern, so kann man, um alle unnütze Arbeit zu beseitigen, die Division damit anfangen, daß man gleich als den ersten Theildividend so viele höchste Stellen des Dividendus annimmt, als ihrer nöthig sind, damit der Divisor wenigstens 1mal enthalten ist.

§. 51.

Fortsetzung.

Beim Dividiren sind also folgende Regeln zu beobachten:

1. Man setze den Dividend zwischen zwei aufrechten Strichen, links schreibt man den Divisor, rechts kommt nach und nach der Quotient zu stehen.

2. Die Division wird von der höchsten Stelle des Dividendus angefangen. Man schneide nämlich im Dividende so viele höchste Ziffern ab, als im Divisor Ziffern vorkommen, oder um eine mehr, wenn jene Ziffern kleiner sind, als der Divisor. Dieß ist der erste Theildividend.

Man pflegt, besonders wenn der Divisor mehrziffrig ist, die im Dividende abgeschnittenen Ziffern von den folgenden durch einen Punct abzusondern.

3. Man untersucht, wie oft der Divisor in dem ersten Theildividende enthalten ist, und schreibt die Zahl, welche dieses anzeigt, in den Quotienten.

Wenn der Divisor mehrziffrig ist, so erleichtert man sich die Arbeit, wenn man versucht, wie oft die höchste Stelle des Divisors in der höchsten oder in den zwei höchsten Stellen des Theildividends enthalten ist.

3. Man multiplicire den Divisor mit der gefundenen Ziffer des Quotienten, schreibe das Product unter den Theildividend, und ziehe es von diesem ab.

Ist jenes Product größer als der Theildividend, so daß es sich nicht abziehen läßt; so ist der Quotient zu groß genommen worden, man muß ihn also kleiner nehmen. Bleibt aber ein Rest, der gleich oder größer ist als der Divisor, so ist der Quotient zu klein genommen worden, man muß ihn größer nehmen.

4. Zum Reste wird die nächste Ziffer des Dividendus herabgesetzt und dieß als der neue Theildividend angesehen. Man untersucht wieder, wie oft der Divisor in dem neuen Theildividende enthalten ist; die Zahl, welche dieses anzeigt, ist die zweite Ziffer des Quotienten.

5. Mit dieser neuen Ziffer des Quotienten wird nun der Divisor multiplicirt, und das Product von dem letzten Theildividende abgezogen. Zu dem Reste wird wieder die nächste Stelle des Dividendus herabgesetzt, und dieser neue Theildividend durch den Divisor dividirt, um die dritte Ziffer des Quotienten zu erhalten.

6. Diese Arbeit wird so lange fortgesetzt, bis man nach und nach alle Ziffern des Dividendus herabgesetzt hat.

Wenn der Divisor größer ist als irgend ein Theildividend, so schreibt man in den Quotienten eine Nulle, und setzt sogleich die nächstfolgende Ziffer des Dividendus herab.

7. Bleibt zuletzt kein Rest übrig, so ist der Divisor im Dividende genau enthalten; man schreibt hier das Zeichen = an die Stelle des letzten Restes. Bleibt aber ein Rest, so ist dieser noch durch den Divisor zu dividiren, was man dadurch anzeigt, daß unter den Rest der Divisor, und zwischen beide ein Strich gesetzt wird; dieser Bruch wird mit etwas kleinern Ziffern an den Quotienten angehängt, zum Zeichen, daß der Quotient noch um etwas, was aber kleiner als 1 ist, vermehrt werden muß.

Beispiele.

1. Es sey 14070 durch 6 zu dividiren. Man schreibt

```
6 | 14.070 | 2345
    12
    ──
     20
     18
     ──
      27
      24
      ──
       30
       30
       ──
        =
```

und sagt: 6 in 14, 2mal; 2mal 6 ist 12, von 14 bleibt 2; 0 herab, 6 in 20, 3mal; 3mal 6 ist 18, von 20 bleibt 2; 7 herab, 6 in 27, 4mal; 4mal 6 ist 24, von 27 bleibt 3; 0 herab, 6 in 30, 5mal; 5mal 6 ist 30, von 30 bleibt 0.

2. Man dividire 1650366 durch 8051. Die Rechnung stehet

$$
\begin{array}{r|l|l}
8051 & 16504.66 & 205\frac{11}{8051} \\
 & \underline{16102} & \\
 & \quad 40266 & \\
 & \quad \underline{40255} & \\
 & \qquad\quad 11 &
\end{array}
$$

§. 52.

Division, wenn der Divisor rechts Nullen hat.

Wenn der Divisor rechts Nullen hat, so wird auch das Product aus ihm und dem jedesmaligen Theilquotienten rechts so viele Nullen haben, und daher von dem betreffenden Theildividende abgezogen, eben so viele letzte Ziffern desselben ungeändert lassen. Der jedesmalige Theilquotient würde daher eben so richtig herauskommen, wenn man im Divisor die Nullen, und in jedem Theildividende eben so viele Ziffern rechts unberücksichtiget lassen würde; nur in dem letzten Reste, der nicht mehr dividirt werden kann, müssen auch die letzten Ziffern nothwendig vorkommen. Daraus folgt:

Wenn im Divisor rechts Nullen vorkommen, so lasse man während der Division diese Nullen, und zugleich auch im Dividendus eben so viele Stellen zur Rechten außer Acht, zum letzten Reste setze man dann diese Ziffern herab, und schreibe den ganzen Divisor darunter.

Es sey z. B. 37834789 durch 5700 zu dividiren. Die Rechnung steht

5700 | 37834.789 | $6637\frac{3889}{5700}$
34200
36347
34200
21478
17100
43789
39900
3889

oder kürzer

57(00 | 378.347(89 | $6637\frac{3889}{5700}$
342
363
342
214
171
437
399
38(89

§. 53.

Bequemere und kürzere Art des Dividirens.

1. Ist der Divisor einziffrig, so pflegt man die Division gewöhnlich so zu verrichten, daß man das Product aus jedem Theilquotienten und dem Divisor gleich in Gedanken von dem entsprechenden Theildividende abziehet, auch den Rest nur im Kopfe behält und den Quotienten gehörig unter den Dividendus schreibt, nachdem man einen Querstrich darunter gezogen hat.

Beispiel. Man dividire 4576 durch 8. Dabei schreibt man

$$\frac{4576}{572}$$

und spricht: 8 in 45, 5mal, bleibt 5; 8 in 57, 7mal, bleibt 1; 8 in 16, 2mal.

2. Aehnliches gilt auch, wenn der Divisor eine runde Zahl ist, welche bloß eine bedeutliche Ziffer hat. Man schneidet zuerst rechts so viele Ziffern ab, als der Divisor Nullen hat, ziehe unter den übrigen einen Querstrich, dividire sie durch die bedeutliche Ziffer des Divisors, und schreibe den Quotienten darunter. Zu dem letzten Reste setze man die abgeschnittenen Ziffern herab, schreibe darunter den Divisor, und hänge diesen Bruch dem erhaltenen Quotienten an.

Beispiel. Es sey 57823 durch 700 zu dividiren.

Rechnung: $\underline{578}(23$

$82\frac{423}{700}$

4. Ist der Divisor mehrziffrig, so pflegt man auch da die Arbeit zu vereinfachen, wenn man das Product aus jedem Theilquotienten und dem Divisor gleich während der Multiplication mittelst des Hinzusetzens abziehet, und bloß den Rest anschreibt. — Es werden nämlich zu jedem Producte so viele Einheiten hinzugesetzt, und dann als Rest angeschrieben, daß man die nächste Zahl erhält, welche in der Stelle der Einheiten die entsprechende Ziffer des Theildividendes hat. Enthält diese Zahl auch Zehner, so ist die Ziffer des Theildividendes, als Minuend, um diese Zehner vermehrt worden; man muß daher, um den wahren Rest zu erhalten, auch den Subtrahend um eben so viele Zehner, oder was einerlei ist, die nächst höhere Stelle desselben um so viele Einheiten vermehren, d. i. man muß diese Einheiten zu dem Producte mit der nächst folgenden Ziffer des Divisors dazu zählen, und dann auf die nämliche Art weiter subtrahiren.

Beispiel. Es soll 378523 durch 7928 dividirt werden. Man schreibt

$$
\begin{array}{r|l|l}
7928 & 37852.3 & 47\frac{5907}{7928} \\
 & 61403 & \\
 & 5907 &
\end{array}
$$

und sagt dabei: 7 in 37, 4mal; 4mal 8 ist 32, und 0 ist 32, bleibt 3; 2mal 4 ist 8 und 3 ist 11, und 4 ist 15, bleibt 1; 4mal 9 ist 36 und 1 ist 37, und 1 ist 38, bleibt 3; 4mal 7 ist 28 und 3 ist 31, und 6 ist 37. — 7 in 59, 7mal; 7mal 8 ist 56, und 7 ist 63, bleibt 6; 2mal 7 ist 14 und 6 ist 20, und 0 ist 20, bleibt 2; 7mal 9 ist 63 und 2 ist 65, und 9 ist 74, bleibt 7; 7mal 7 ist 49 und 7 ist 56, und 5 ist 61.

§. 54.

Probe für die Richtigkeit der Division, wie auch der Multiplication.

Da der Quotient und der Divisor Factoren, der Dividend aber ihr Product ist; so bestehet die beste Probe für die Richtigkeit der Division darin, daß man den Quotienten mit dem Divisor multiplicirt, und den etwa gebliebenen Rest zum Producte addirt; erhält man dadurch den Dividend, so ist richtig dividirt worden.

Eben so kann man die Richtigkeit der Multiplication durch das Dividiren prüfen. Wenn man nämlich das Product durch den einen Factor dividirt, so muß, wenn richtig multiplicirt worden ist, der andere Factor als Quotient herauskommen.

§. 55.

Anwendung der Division.

Die Division wird, wie schon aus ihrem Begriffe hervorgehet, überhaupt angewendet:

I. Als Theilung, wenn man eine Zahl in mehrere gleiche Theile zu theilen hat. In diesem Falle wird der Divisor als unbenannt betrachtet, und der Quotient bekommt denselben Namen, welchen der Dividend hat. Besondere Fälle davon sind:

1. Wenn eine Einnahme oder Auslage unter mehrere Personen zu gleichen Theilen zu vertheilen ist; hier wird die gesammte Einnahme oder Auslage durch die Anzahl der Personen dividirt.

Beispiel 1. 5 Kinder theilen sich um die väterliche Erbschaft von 2560 fl.; wie viel bekommt jedes Kind? — Antwort: 512 fl.

Beispiel 2. Eine Steuer von 228 fl. ist unter 19 Häuser zu gleichen Theilen zu vertheilen; wie viel muß jedes Haus bezahlen? — Antwort: 12 fl.

2. Um aus der Einnahme oder Ausgabe für mehrere Tage, Monate, Jahre, die tägliche, monatliche, jährliche Einnahme oder Ausgabe zu berechnen; hier wird die erstere Einnahme oder Ausgabe durch die Anzahl Tage, Monate, Jahre dividirt.

Beispiel 1. Ein Beamte hat eine jährliche (12 monatliche) Besoldung von 600 fl.; wie viel bezieht er monatlich? — Antwort: 50 fl.

Beispiel 2. Jemand gibt in 24 Tagen 72 fl. aus; wie viel kommt auf einen Tag? — Antwort: 3 fl.

Beispiel 3. Das jährliche Interesse eines Kapitals beläuft sich auf 420 fl.; wie groß ist das monatliche Interesse? — Antwort: 35 fl.

3. Wenn aus dem Werthe einer Mehrheit der Werth für die gleichnamige Einheit zu berechnen ist; hier wird der Werth der Mehrheit durch die Mehrheit dividirt.

Beispiel 1. 65 Eimer Wein kosten 325 fl.; wie hoch kommt davon 1 Eimer? — Antwort: 5. fl.

Beispiel 2. Jemand verkauft 1 Ct. (100 ℔) Honig um 25 fl. (1500 kr.); wie hoch rechnet er 1 ℔. an? — Antwort: 15 kr.

4. Das Reduciren.

Reduciren heißt Einheiten einer niedrigern Benennung in Einheiten einer höhern Benennung verwandeln, z. B. Kreuzer in Gulden, Tage in Monate.

Das Reduciren auf eine höhere Benennung geschieht, wenn man die Einheiten der niedrigern Benennung durch den betreffenden Verwandler dividirt.

Beispiel 1. Wie viel Gulden geben 720 Kreuzer?

Rechnung: 6(0 | 72(0 | 12 Gulden.
6
———
12
12
———
0

Beispiel 2. Wie viel ℔ geben 2080 Loth?

Rechnung: 32 | 2080 | 65 ℔.
192
———
160
160
———
0

II. Als Vergleichung, wenn man untersuchen will, wie oft eine Zahl in einer anderen enthal=

ten ist. In diesem Falle müssen Dividend und Divisor, wenn sie nicht schon gleichnamig sind, auf gleiche Benennung gebracht werden. Der Quotient erscheint durch die Rechnung selbst als unbenannt, erhält aber dann den Namen nach den Umständen der Aufgabe. Besondere Fälle davon sind:

1. Um aus der Einnahme oder Auslage mehrerer Personen und jener einer einzigen Person die Anzahl der Personen zu berechnen; hier wird erstere Einnahme oder Auslage durch letztere dividirt.

Beispiel 1. Eine Handlungsgesellschaft gewinnt 8000 fl.; wenn nun davon auf jeden Theilnehmer 500 fl. entfallen, wie viele Personen waren wohl in der Gesellschaft? — Antwort: 16 Personen.

Beispiel 2. Für ein Unternehmen müssen 1204 fl. ausgelegt werden; wie viel Personen müssen daran Theil nehmen, damit auf eine Person die Auslage von 14 fl. kommt? — Antwort: 86 Personen.

2. Um aus der Einnahme oder Auslage für mehrere Tage, Monate, Jahre und aus der täglichen, monatlichen, jährlichen Einnahme oder Auslage die Anzahl der Tage, Monate, Jahre zu bestimmen; auch hier wird erstere Einnahme oder Auslage durch letztere dividirt.

Beispiel 1. Ein Taglöhner, welcher täglich 35 Kreuzer verdient, bezieht am Ende der Arbeit 7 Gulden (420 kr.); wie viele Tage hat er wohl gearbeitet? — Antwort: 12 Tage.

Beispiel 2. Ein Studirender zahlt monatlich 18 fl. für Kost und Quartier; durch wie viele Monate wird er mit 144 fl. ausreichen? — Antwort: 8 Monate.

3. Wenn man aus dem Werthe der Mehrheit und jenem der gleichnamigen Einheit die Mehrheit

selbst finden will; hier wird der Werth der Mehrheit durch den Werth der Einheit dividirt.

Beispiel 1. Wie viele Ellen Tuch bekommt man um 84 fl., wenn eine Elle derselben Gattung 6 fl. kostet? — Antwort: 14 Ellen.

Beispiel 2. Wie viel ℔. Zucker bekommt man um 6 fl. (360 kr.), wenn man ein ℔. mit 24 kr. bezahlen muß? — Antwort: 15 ℔.

Dritter Abschnitt.

Von den vier Haupt-Rechnungsarten mit mehrnamigen Zahlen.

§. 56.

Resolviren und Reduciren mehrnamiger Zahlen.

Vor allem ist nothwendig, über das Resolviren und Reduciren mehrnamiger Zahlen das Nöthige vorauszuschicken.

I. Ist eine mehrnamige Zahl in die niedrigste Benennung zu resolviren, so multiplicire man die Einheiten der höchsten Benennung mit dem Verwandler für die nächst niedrigere, und addire zu dem Producte die bereits vorhandenen Einheiten jener Ordnung, welches meistens gleich während des Multiplicirens geschieht. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man auf die niedrigste Benennung kommt.

Beispiel 1. Wie viel Kreuzer betragen 15. fl. 32 kr.

Rechnung:	kürzer:
15 fl. 32 kr.	15 fl. 32 kr.
60	60
900	932
32	
932	

Man sagt bei der zweiten Art: 0 und 2 ist 2; 5mal 6 ist 30, und 3 ist 33, bleibt 3; 1mal 6 ist 6, und 3 ist 9.

Beispiel 2. Man verwandle 23 Jahre 4 Monate 25 Tage in Tage.

Rechnung:

23 J. 4 M. 25 T.
12
―――
46
23
―――
280 M.
30
―――
8425 Tage.

II. Sind die Einheiten einer niedrigern Benennung in eine mehrnamige Zahl, worin auch höhere Benennungen vorkommen, zu reduciren, so dividire man die gegebenen Einheiten mit dem Verwandler für die nächst höhere Benennung. Der Quotient bedeutet Einheiten der nächst höheren, der Rest aber die übriggebliebenen Einheiten der niedrigern Benennung. Der Quotient wird, wenn es angehet, auf die nämliche Art auf die nächst höhere Benennung reducirt.

Beispiel 1. Man reducire 2325 dl. auf die höhern Benennungen.

Rechnung:

```
4 | 2325 | 581 kr. 1 dl.      6(0 | 58(1 | 9 fl. 41 kr.
    20                               54
    --                               --
    32                               41 kr.
    32
    --
     5
     4
    --
     1 dl.
```

2325 dl. betragen also 9 fl. 41 kr. 1. dl.

Beispiel 2. Wie viel Klafter, Fuß, Zoll, Lienen machen 45233 Linien aus?

Rechnung:

```
12 | 45233 | 3769″5‴
     36
     --
      92
      84
      --
       83
       72
       --
       113
       108
       ---
         5‴

12 | 3769 | 314′1″          6 | 314 | 52°2′
     36                         30
     --                         --
      16                         14
      12                         12
      --                         --
       49                         2′
       48
       --
        1″
```

Antwort: 52° 2′ 1″ 5‴

Das Resolviren und Reduciren dienen sich gegenseitig zur Probe.

§. 57.

Allgemeine Bemerkungen über das Rechnen mit mehrnamigen Zahlen.

Für das Rechnen mit mehrnamigen Zahlen brauchte man eigentlich gar keine besondern Regeln aufzustellen, da es sich auf jenes mit einnamigen zurückführen läßt. Man braucht nämlich nur die mehrnamigen Zahlen auf die niedrigste Benennung zu bringen, und sie als einnamige zu behandeln; dann aber das, was herauskommt, wenn es eine benannte Zahl ist, wieder auf die höheren Benennungen zu reduciren.

Es lassen sich jedoch Regeln aufstellen, durch deren Beobachtung man schneller zum Zwecke kommt, als durch das eben angezeigte Verfahren. Diese Regeln sind ein unmittelbares Ergebniß des bereits bei den einzelnen Rechnungsarten mit mehrziffrigen Zahlen entwickelten Verfahrens.

Man erinnere sich hier an das, was §. 17 über die Aehnlichkeit und den Unterschied zwischen mehrziffrigen und mehrnamigen Zahlen gesagt wurde; und wiederhole zugleich die für die verschiedenen Rechnungsarten mit unbenannten oder einnamigen Zahlen in 2. Abschnitte aufgestellten Regeln.

Es kann dem Anfänger als eine sehr nützliche Uebung angerathen werden, ganz selbstständig durch eigenes Nachdenken die Regeln für die Rechnungsarten mit mehrnamigen Zahlen aus denen für einnamige und mehrziffrige abzuleiten. Damit er sich aber von der Richtigkeit seiner Entwicklung überzeugen könne, so wollen wir auch hier die Ableitung der Regeln für jede Rechnungsart mit mehrnamigen Zahlen einzeln vornehmen, und diese Regeln durch Beispiele beleuchten.

Es wird nicht unzweckmäßig seyn, selbst das Wesentliche von dem im vorigen Abschnitte entwickelten, für jede Rechnungsart zu beobachtenden Verfahren hier noch einmal zu wiederholen. Denn dort war man darauf bedacht, die Regeln so aufzustellen, wie sie am leichtesten verstanden und angewendet werden können. Hier aber sollen sie unter jener Form erscheinen, welche in den Zusammenhang zwischen dem Verfahren, welches beim Rechnen mit mehrziffrigen Zahlen beobachtet werden soll, und jenem, das beim Rechnen mit mehrnamigen Zahlen in Anwendung kommt, am meisten Einsicht gewähret.

§. 58.

Addition.

Für das Addiren mehrziffriger Zahlen sind folgende Regeln abgeleitet worden:

Man schreibe die Einheiten derselben Ordnung unter einander. — Man fange bei der niedrigsten Ordnung zu addiren an, und addire Ordnung für Ordnung, bis man zur höchsten kommt, die jedesmalige Summe wird unter die addirten Einheiten geschrieben. — Ist diese Summe zweiziffrig d. h. enthält sie auch Einheiten der nächst höheren Ordnung, so werden die Zehner als nächst höhere Einheiten zu diesen weiter gezählt, die Einheiten aber als übriggebliebene Einheiten derselben Ordnung an die gehörige Stelle geschrieben; die letzte Summe schreibt man ganz an.

Daraus folgen für die Addition mehrnamiger Zahlen folgende Regeln:

1. Man schreibe die Addenden so untereinander, daß Zahlen derselben Benennung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu addiren an, addire Benennung für Benennung, bis man zur höchsten kommt, und schreibe die jedesmalige Summe unter die addirten Zahlen.

3. Ist die erhaltene Summe so groß, daß sie Einheiten der nächst höhern Benennung enthält, so reducirt man sie auf diese höhere Benennung; die übriggebliebenen Einheiten werden an die gehörige Stelle geschrieben, die erhaltenen höhern Einheiten aber zu ihrer Benennung weiter gezählt. Die letzte Summe wird ganz angeschrieben.

In die Stelle, wo eine Benennung fehlt, kommt ein Querstrich.

Beispiele.

1. Man addire folgende Zahlen:

523	fl. 15	kr.	1	dl.	
87	„ 48	„	3	„	
120	„ 3	„	—	„	
14	„ 21	„	2	„	
745	„ 28	„	2	„	

4 | 6 | 1 kr. 6(0 | 8(8 | 1 fl.
4 — 2 dl.
6 — 2(8 kr.

In diesem Beispiele erhält man bei den Pfennigen 6 zur Summe; diese wird, da sie auch Kreuzer enthält, auf Kreuzer reducirt, indem man sie durch 4 dividirt; der Rest 2 dl. wird angeschrieben, der Quotient 1 kr. aber zu den Kreuzern weiter gezählt. Die gefundene Summe von 88 kr. dividirt man, da sie Gulden enthält, durch 60; schreibt den Rest 28 kr. unter die Kreuzer, der Quotient 1 fl. aber wird zu den Gulden weiter gezählt.

2. Man addire folgende Zahlen:

25 Ct.	27 ℔.	21 Lth.	3 Qtl.
17 „	85 „	15 „	— „
91 „	7 „	— „	2 „
9 „	93 „	28 „	1 „
144 „	14 „	1 „	2 „

4 | 6 | 1 Lth. 32 | 65 | 2 ℔. 1(00 | 2(14 | 2 Ct.
4 64 2
2 Qtl. 1 Lth. 14 ℔.

§. 59.

Aufgaben über die Addition.

1. Ein Kaufmann gewann in der ersten Woche 35 fl. 38 kr., in der zweiten 24 fl. 4 kr., in der dritten 27 fl. und in der vierten 32 fl. 20 kr.; wie viel beträgt dieses zusammen? — Antwort 119 fl. 2 kr.

Jemand leihet folgendes Geld aus: an A 420 fl., an B 234 fl. 30 kr. und an C 745 fl. 20 kr.; wie viel hat er zusammen ausgeliehen? Antwort: 1399 fl. 50 kr.

2. Ein Wirth kauft von A 5 Eimer 25 Maß, von B 6 Eimer 15 Maß, von C 15 Eimer 10 Maß Wein; wie viel Wein hat er überhaupt gekauft? — Antwort: 27 Eimer 10 Maß.

Ein Tabakverleger verschleißt im ersten Monate 35 Ct. 72 ℔., im zweiten 29 Ct. 54 ℔. 17 Lth., im dritten 36 Ct. 27 ℔. 23 Lth. Tabak; wie hoch ist der Verschleiß des ganzen Quartals? — Antwort: 101 Ct. 54 ℔. 8 Lth.

3. Jemand kauft das Rieß Papier zu 4 fl. 46 kr.; wie theuer wird er ein Rieß verkaufen müssen, um

bei jedem Rieß 32 kr. zu gewinnen? — Antwort: 5 fl. 18 kr.

4. Ein Landwirth besitzt drei Grundstücke, das erste schätzt er auf 840 fl., das zweite auf 545 fl. 25 kr., das dritte auf 782 fl. 30 kr.; wie viel sind alle drei Grundstücke werth? — Antwort: 2167 fl. 55 kr.

Ein Wirth hat einem Kaufmanne für Zucker 8 fl. 24 kr., für Kaffee 5 fl. 20 kr., für Oel 4 fl. 25 kr. und für andere kleine Artikel 1 fl. 47 kr. zu bezahlen; wie viel schuldet er ihm im Ganzen? — Antwort: 19 fl. 56 kr.

5. Jemand wurde am 5. August 1795 geboren, und starb 44 Jahre 3 Monate 15 Tage alt, wann ist er gestorben? — Antwort: am 20 November 1839.

Rechnung:	1795 J.	8 M.	5 T.
	44 „	3 „	15 „
	1839 „	11 „	20 „

In der Zeitrechnung wird immer die Jahreszahl als Anzahl Jahre, die Zahl, welche anzeigt, der wievielte im Jahre der gegebene Monat ist, als Anzahl Monate, und der Monatstag als Anzahl Tage betrachtet.

Bei diesen Aufgaben wurde die bei der Anwendung der Addition §. 26 beobachtete Ordnung berücksichtiget. Eine ähnliche Bemerkung gilt auch für die Aufgaben der folgenden Rechnungsarten.

§. 60.

Subtraction.

Die Regeln, die für das Subtrahiren mehrziffriger Zahlen sowohl mittelst des Wegnehmens als mittelst des Hinzusetzens abgeleitet wurden, lassen sich so ausdrücken.

Man schreibe die Einheiten derselben Ordnung unter einander. — Man fange bei der niedrigsten Ordnung zu subtrahiren an, und subtrahire Ordnung für Ordnung, bis man zur höchsten kommt; der jedesmalige Rest wird unter die subtrahirten Einheiten geschrieben. — Wenn eine Ziffer des Subtrahendus größer ist, als die darüber stehende des Minuendus, so wird letztere um 10 d. i. um eine nächst höhere Einheit vermehrt, und deßwegen die nächst höhere Stelle im Minuendus um 1 vermindert, oder die nächst höhere Stelle im Subtrahendus um 1 vermehrt.

Daraus folgen für die Subtraction mehrnamiger Zahlen folgende Regeln:

1. Man schreibe den Subtrahend so unter den Minuend, daß Zahlen derselben Benennung unter einander zu stehen kommen, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu subtrahiren an, subtrahire Benennung für Benennung, bis man zur höchsten kommt, und schreibe den jedesmaligen Rest unter die subtrahirten Zahlen.

Die Subtraction der einzelnen Zahlen geschieht entweder mittelst des Wegnehmens oder Hinzusetzens.

3. Ist bei einer Benennung die Zahl des Subtrahendus größer als jene des Minuendus, so wird letztere um so viele Einheiten vermehrt, als ihrer eine nächst höhere Einheit enthält, und dann die Subtraction verrichtet. Dafür wird dann in der nächst höhern Benennung entweder der Minuendus um 1 vermindert, oder der Subtrahendus um 1 vermehrt.

Beispiele.

1. Man ziehe 385 fl. 12 kr. 2 dl. von 573 fl. 31 kr. 2 dl. ab.

Rechnung:			
	573 fl.	31 kr.	2 dl.
	385 „	12 „	2 „
	188 „	19 „	— „

2. Man subtrahire 5 Ct. 27 ℔. 12 Lth. von 12 Ct. 17 ℔. 4 Lth.

Rechnung:			
	12 Ct.	17 ℔.	4 Lth.
	5 „	27 „	12 „
	6 „	89 „	24 „

32	100
4	16
36	116
12	27
24 Lth.	89 ℔

Hier können 12 Loth von 4 Loth nicht abgezogen werden, man muß daher letztere um 32 Lth. d. i. um 1 ℔. vermehren, wodurch man 36 Lth. erhält, 12 davon bleiben 24 Lth. Die 17 ℔. im Minuend müssen um 1 vermindert werden; nun kann man 27 ℔. von 16 ℔. wieder nicht abziehen, daher muß man letztere um 1 Ct. oder 100 ℔. vermehren, wodurch 116 ℔. herauskommen, 27 davon abgezogen bleiben 89 ℔. Dafür müssen die 12 Ct. um 1 vermindert werden, man hat also 11 Ct., und 5 von 11 bleiben 6 Ct.

3. Man subtrahire 4 Jahre 7 Monate 25 Tage von 8 Jahren.

Rechnung:			
	8 J.	$\underline{11}$ M.	$\underline{30}$ T.
	4 „	7 „	25 „
	3 „	4 „	5 „

Hier wurden die Tage um 30, die Monate um 12 vermehrt, und dafür sowohl die Monate als Jahre um 1 vermindert.

Dasselbe würde man erhalten, wenn man in den letzten zwei Beispielen, statt die Einheiten des Minuendus um 1 zu vermindern, jene des Subtrahendus um 1 vermehrt hätte.

§. 60.
Aufgaben über die Subtraction.

1. Ein Beamte bezieht durch ein Quartal 237 fl. 36 kr.; wie viel bleibt ihm davon übrig, wenn er 185 fl. 52 kr. ausgegeben hat? — Antwort; 51 fl. 44 kr.

2. Ein Kaufmann hatte 1 Ballen und 8 Rieß Papier vorräthig, wovon er bereits 8 Rieß 17 Buch verkauft hat; wie groß ist noch sein Papiervorrath? — Antwort: 9 Rieß 3 Buch.

3. Jemand zahlt an Hauszins jährlich 75 fl. 30 kr.; wie viel bleibt er noch schuldig, wenn er auf die diesjährige Rechnung schon 35 fl. 45 kr. berichtiget hat? — Antwort: 39 fl. 45 kr.

4. Ein Kaufmann kauft die Elle Tuch zu 3 fl. 45 kr., wenn er sie dann zu 4 fl. 20 kr. verkauft; wie viel gewinnt er dabei? — Antwort: 35 kr.

5. Jemand ist am 2. April 1787 geboren, und starb am 3. October 1835; wie alt ist er geworden? — Antwort: 48 Jahre 6 Monate 1 Tag.

Jemand ist am 25. Jänner 1823 geboren; wie alt ist er, wenn man heute den 19. März 1840 schreibt? — Antwort: 17 Jahre 1 Monat 24 Tage.

§. 61.
Multiplication.

Bei der Anwendung der Multiplication §. 44 ist gesagt worden, daß der Multiplicator während der

Rechnung als unbenannt angesehen wird; ist er also in der Aufgabe als benannte Zahl angegeben, so muß diese als einnamig vorausgesetzt, und dann der Name weggelassen werden. Daher brauchen wir uns hier nur auf jenen Fall der Multiplication zurück zu beziehen, wo der Multiplicand mehrziffrig, der Multiplicator aber einziffrig ist.

Wenn eine mehrziffrige Zahl mit einer einziffrigen zu multipliciren ist, so hat man, wie §. §. 39 40 entwickelt wurde, folgende Regeln zu beobachten:

Man schreibe den einziffrigen Multiplicator unter die Einheiten des Multiplicandus. — Man fange bei der niedrigsten Ordnung zu multipliciren an, und multiplicire Ordnung für Ordnung bis man zur höchsten kommt; das jedesmalige Product wird unter die multiplicirte Stelle geschrieben. — Ist dieses Product zweiziffrig, d. h. enthält es auch Einheiten der nächst höhern Ordnung, so werden die Zehner als nächst höhere Einheiten zu dem Producte dieser letztern weiter gezählt, die Einheiten aber als übriggebliebene Einheiten derselben Ordnung an die gehörige Stelle geschrieben; das letzte Product schreibt man ganz an.

Ist also eine mehrnamige Zahl mit einer unbenannten zu multipliciren, so hat man Folgendes zu beobachten:

1. Man schreibe den Multiplicator unter die niedrigste Benennung des Multiplicandus, und ziehe darunter einen Querstrich.

2. Man fange bei der niedrigsten Benennung zu multipliciren an, multiplicire Benennung für Benennung, bis man zur höchsten kommt, und schreibe das jedesmalige Product unter die multiplicirte Benennung.

3. Ist das erhaltene Product so groß, daß es Einheiten der nächst höhern Benennung enthält, so reducirt man es auf diese höhere Benennung; die übriggebliebenen Einheiten werden an die gehörige Stelle geschrieben, die erhaltenen höhern Einheiten aber zu dem Producte dieser letztern und zwar sogleich während des Multiplicirens weiter gezählt. Das letzte Product wird ganz angeschrieben.

Beispiele.

1. Man multiplicire 5 fl. 24 kr. 3 dl. mit 7.

Rechnung: 5 fl. 24 kr. 3 dl. | 3
7 | 7
37 „ 53 „ 1 „ | 4|21|5 kr.
20
1 dl.

24
7
6(0|17(3|2 fl.
12
5(3 kr.

Hier erhält man: 3 mal 7 sind 21 dl., welche auf Kreuzer reducirt 5 kr. 1 dl. geben; man setzt 1 dl. an die Stelle der Pfennige, die 5 kr. werden weiter gezählt; ferner 4mal 7 ist 28 und 5 ist 33, 3 angeschrieben, bleibt 3, 2mal 7 ist 14 und 3 ist 17, die 173 kr. geben 2 fl. 53 kr.; man setzt die 53 kr. an die Stelle der Kreuzer, die 2 fl. werden weiter gezählt; 5mal 7 ist 35 und 2 ist 37.

2. Man multiplicire $14^{\circ}\ 4'\ 9''\ 5'''$ mit 27. Die Rechnung stehet:

$$\begin{array}{r} 14^{\circ}\ 4'\ 9''\ 5''' \\ 27 \\ \hline 399^{\circ}\ 3'\ 2''\ 3''' \end{array}$$

27	27	27	27
5	9	4	14
12 | 135 | 11''	12 | 254 | 21'	6 | 129 | 21°	129
12	24	12	27
15	14	9	399°
12	12	6	
3'''	2''	3'	

§. 63.

Aufgaben über die Multiplication.

1. Bei einem Mittagmale waren 14 Personen; wie groß war wohl die Rechnung, wenn jede Person 1 fl. 36 kr. zahlen muß? — Antwort: 22 fl. 24 kr.

2. Ein Taglöhner verdient täglich 48 kr.; wie viel macht dieses in 27 Tagen? — Antwort: 21 fl. 36 kr.

In einer Haushaltung gibt man im Durchschnitte monatlich 88 fl. 45 kr. aus; wie hoch beläuft sich die Ausgabe für 11 Monate? — Antwort: 976 fl. 15 kr.

3. Wenn ein Ct. Eisen 27 fl. 24 kr. kostet, wie hoch kommen 14 Ct.? — Antwort: 383 fl. 36 kr.

1 Ct. Heu wird mit 1 fl. 12 kr. bezahlt; wie hoch kommen davon 92 Ct.? — Antwort: 110 fl. 24 kr.

Wie viel kosten 25 Metzen Weizen, wenn der Metzen auf 1 fl. 35 kr. zu stehen kommt? — Antwort: 39 fl. 35 kr.

§. 64.

Division.

I. Als Theilung.

Die Division wird, wie §. 55 gesagt wurde, entweder als Theilung oder als Vergleichung angewendet.

Im ersten Falle ist der Dividend in so viele gleiche Theile zu theilen, als der Divisor Einheiten enthält; dabei wird der Divisor als unbenannt angesehen.

Für die Division einer mehrziffrigen Zahl durch was immer für eine andere Zahl haben wir nun im Wesentlichen folgende Regeln aufgestellt:

Man fange bei den Einheiten der höchsten Ordnung zu dividiren an, dividire Ordnung für Ordnung, bis man zur niedrigsten kommt; der jedesmalige Quotient bedeutet Einheiten derselben Ordnung als die dividirte Zahl. — Bleibt bei der Division einer Ordnung von Einheiten ein Rest, so verwandle man denselben in Einheiten der nächst niedrigern Ordnung, und addire dazu die im Dividend bereits vorhandenen Einheiten dieser Ordnung; dieses wird als der neue Theildividend betrachtet, und dann weiter dividirt.

Ist also eine mehrnamige Zahl durch eine unbenannte zu dividiren, so beobachte man folgende Regeln:

1. Man schreibe den Dividendus zwischen zwei aufrechten Strichen, und links vor denselben den Divisor; der Quotient kommt nach und nach rechts nach dem Dividende zu stehen.

2. Man fange bei der höchsten Benennung zu dividiren an, dividire Benennung für Benennung, bis man zur niedrigsten kommt, und gebe dem jedesmaligen Quotienten jenen Namen, den die dividirte Zahl hat.

3. Bleibt bei der Division einer Benennung ein Rest, so verwandle man ihn in die nächst niedrigere Benennung, und addire dazu die im Dividend bereits vorhandenen Einheiten dieser Benennung. Dann wird weiter dividirt.

Beispiele.

1. Man dividire 38 fl. 45 kr. 3 dl. durch 7.

Rechnung: 7 | 38 fl. 45 kr. 3 dl. | 5 fl. 32 kr. 1 dl.

```
   35
   ---
    3
   60
   ---
  225 kr.
   21
   ---
   15
   14
   ---
    1
    4
   ---
    7 dl.
    7
   ---
    "
```

Man hat hier: 7 in 38 ist 5mal enthalten, bleiben noch 3 fl.; diese zu Kreuzern gemacht, und die vorhandenen 45 kr. dazu addirt, hat man 225 kr., welche durch 7 dividirt 32 kr. zum Quotienten und 1 kr. zum Reste geben; 1 kr. zu Pfennigen gemacht, und die 3 dl. dazu addirt, hat man 7 dl.; 7 in 7 ist 1mal enthalten.

2. Es seien 228 Ct. durch 25 zu dividiren.

Rechnung: 25 | 228 Ct. | 9 Ct. 12 ℔.

```
  225
  ---
    3
  100
  ---
  300 ℔.
   25
  ---
   50
   50
  ---
    "
```

§. 65.

II. Als Vergleichung.

Wird die Division als Vergleichung angewendet, so wird vorausgesetzt, daß Divisor und Dividend gleichnamig sind. Man verwandle daher die beiden mehrnamigen Zahlen in eine gleiche, und zwar die niedrigste Benennung; dann hat man es mit der Division zweier einnamiger Zahlen zu thun, wofür die Regeln schon im 2. Abschnitte entwickelt wurden.

Beispiele.

1. Wie oft sind 12 fl. 23 kr. in 185 fl. 45 kr. enthalten?

Rechnung: 12 fl. 23 kr. 185 fl. 45 kr.
60 60
743 kr. 11145 kr.

743 | 11145 | 15
743
3715
3715
0

2. Wie oft sind 15 Stunden 16 Minuten in 22 Tagen 21 Stunden 36 Minuten enthalten?

Rechnung: 15 St. 16 M. 22 T. 21 St. 36 M.
60 24
916 M. 88
44
549 St.
60
32976

916 | 3297.6 | 36
2748
――――
5496
5496
――――
"

§. 66.

Aufgaben über die Division.

I.

1. Unter 52 durch Feuer verunglückte Einwohner sind 925 fl. 36 kr. zu gleichen Theilen vertheilt worden; wie viel bekam ein jeder? — Antwort: 17 fl. 48 kr.

2. Ein Beamte bezieht monatlich 37 fl. 30 kr.; wie viel kommt auf einen Tag? — Antwort: 1 fl. 15 kr.

Ein Student zahlt monatlich für Kost und Quartier 14 fl. 30 kr.; wie viel kommt auf einen Tag? — Antwort: 29 kr.

3. Jemand kauft 27 ℔. Wolle um 10 fl. 48 kr.; wie theuer bezahlte er das Pfund davon? — Antwort: zu 24 kr.

Ein Gärtner gibt 65 Stück junger Bäumchen um 19 fl. 30 kr.; wie theuer hat er das Stück verkauft? — Antwort: um 18 kr.

II.

1. Die Kosten einer Unterhaltung belaufen sich auf 51 fl. 50 kr.; wenn nun auf jede Person 3 fl. 26 kr. zu bezahlen kommt; wie viel Personen waren wohl bei der Unterhaltung? — Antwort 15 Personen.

2. Ein Knecht hat monatlich 2 fl. 30 kr.; wie viele Monate wird er dienen müssen, um 22 fl. 30 kr. zu verdienen? — Antwort: 9 Monate.

Ein Kapital gibt jährlich 125 fl. 20 kr. Interesse; durch wie viele Jahre wird wohl das Kapital anliegen müssen, damit das Interesse auf 752 fl. anwachse? — Antwort: durch 6 Jahre.

3. 1 ℔. Kerzen kostet 16 kr.; wie viel ℔. bekommt man um 4 fl. 48. kr.? — Antwort: 18 ℔.

Ein Kaufmann verkauft um 90 fl. Tuch, die Elle zu 3 fl. 20 kr.; wie viel Ellen hat er verkauft? — Antwort: 27 Ellen.

Anhang

einiger Vortheile bei den vier Rechnungsarten.

I. Rechnungsvortheile bei unbenannten Zahlen.

Da man bei der Addition die Summe, und bei der Subtraction den Unterschied unmittelbar aus dem Kopfe hinsetzt, somit schon nach den allgemeinen Regeln nur die nothwendigen Ziffern anschreibt, so kann bei diesen beiden Rechnungsarten von keinem eigentlichen Vortheile die Rede sein.

§. 1.

Vortheile bei der Multiplication.

Wenn der Multiplicator aus zwei Ziffern besteht, deren eine 1 ist, so läßt man den Multiplicand als einen Theil des Productes stehen, und setzt das Product mit der andern Ziffer des Multiplicators gehörig darunter, d. i. um eine Stelle weiter gegen die Rechte, oder gegen die Linke, je nachdem diese zweite Ziffer rechts oder links vor 1 stehet; diese zwei Zahlen werden addirt. — Man kann noch kürzer verfahren, wenn man das zweite Product gleich während des Multiplicirens zu dem Multiplicand ge=

hörig addirt, und so unmittelbar das Hauptproduct hinschreibt.

Beispiel 1. 827 X 17 oder 827 X 17

827 X 17	827 X 17
5789	14059
14059	

Man spricht bei der zweiten Art: 7mal 7 ist 49, bleibt 4; 2mal 7 ist 14 und 4 ist 18 und 7 ist 25, bleibt 2; 7mal 8 ist 56 und 2 ist 58 und 2 ist 60, bleibt 6; 6 und 8 ist 14.

Beispiel 2.

57823 X 91	57823 X 91
52407	581893
581893	

2. Wenn eine Zahl mit 11 zu multipliciren ist, so schreibt man sie noch einmal darunter, aber um eine Stelle weiter gegen die Linke, und addirt beides zusammen; oder kürzer, man verrichtet diese Addition unmittelbar an dem gegebenen Multiplicand, indem man die erste Ziffer rechts unverändert hinschreibt, und dann nach und nach zu jeder Stelle die nächst höhere dazu addirt.

Beispiel:

7813 X 11	oder 7813 X 11
7813	85943
85943	

Bei der zweiten Art sagt man: 3 ist 3; 3 und 1 ist 4; 1 und 8 ist 9; 8 und 7 ist 15, bleibt 1; 1 und 7 ist 8.

3. Ist der Multiplicator ein Product zweier Factoren, mit denen leicht zu multipliciren ist, so multiplicire man zuerst mit dem einen, und dann das Product mit dem anderen Factor:

Beispiel 1. 57368 × 35

× 5

286840

× 7

2007880

Da 35 = 3 × 5 ist, so wurde zuerst der Multiplicand mit 5, und dieses Product noch mit 7 multiplicirt; wenn man nämlich das 5fache einer Zahl noch 7mal nimmt, so erhält man gewiß das 35fache jener Zahl.

Beispiel 2. 9715 × 480

6 × 80

58290

4663200

Beispiel 3. 3789 × 33

3 × 11

11367

125037

Beispiel 4. 71305 × 7700

7 × 1100

499135

549048500

4. **Mit 25 wird multiplicirt**, wenn man dem Multiplicand 2 Nullen anhängt, und dieses dann durch 4 dividirt. Denn durch Anhängung von 2 Nullen wird die Zahl mit 100 multiplicirt, und weil 100 = 4 × 25 ist, so wird dieses Product 4mal zu groß seyn; um daher das wahre Product zu erhalten, wird man jenes noch durch 4 dividiren. — Weil 1000 = 8 × 125 ist, so folgt ebenso, daß mit 125 multiplicirt wird, wenn man den Multiplicand 3 Nullen anhängt, und dieses dann durch 8 dividirt.

Beispiel 1. 3728_{00} × 25

: 4

93200

Beispiel 2. $\dfrac{13423_{000} \times 125}{:8}$

1677875

5. Ist der Multiplicator um einige Einheiten größer als 100, 1000, 10000, ... so multiplicirt man zuerst mit 100, 1000, 10000, ... indem man dem Multiplicand 2, 3, 4 ... Nullen anhängt; dann multiplicirt man den Multiplicand noch mit dem Ueberschuße, und addirt diese zwei Zahlen zusammen. — Man verfährt kürzer, wenn man das zweite Product gleich während des Multiplicirens zu dem ersten addirt.

Beispiel. $9172_{00} \times 103$ oder $9172_{00} \times 103$

$$\begin{array}{r} 27516 \\ \hline 944716 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \hline 944716 \end{array}$$

Man sagt bei der zweiten Art; 2mal 3 ist 6; 3mal 7 ist 21, bleibt 2; 1mal 3 ist 3 und 2 ist 5 und 2 ist 7; 3mal 9 ist 27 und 7 ist 34, bleibt 3; 3 und 1 ist 4; 9 ist 9.

6. Ist der Multiplicator um einige Einheiten kleiner als 100, 1000, 10000, ... also eine Zahl, welche mit Ausnahme der ersten Ziffer rechts aus lauter Neunern besteht; so hänge man dem Multiplicand so viele Nullen an, als der Multiplicator Ziffern hat, multiplicire dann den Multiplicand mit der Ergänzung des Multiplicators und ziehe die zweite Zahl von der ersten ab, was mittelst des Hinzusetzens sogleich während der Multiplication geschehen kann. — Durch das Anhängen von 2, 3, 4 ... Nullen erhält man das 100, 1000, 10000 ... fache des Multiplicandus, also das Sovielfache zu viel, als die Ergänzung des Multiplicators es anzeigt; dieses Vielfache muß daher noch abgezogen werden.

Beispiel. $3715_{000} \times 993$ oder $3715_{000} \times 993$

$$\begin{array}{r} 3715000 \times \frac{993}{1000-7} \\ 26005 \\ \hline 3688995 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3715000 \times 993 \\ \hline {}^{\times 7} \quad 3688995 \end{array}$$

Hier sagt man: 5mal 7 ist 35, und 5 ist 40, bleibt 4; 1mal 7 ist 7 und 4 ist 11, und 9 ist 20, bleibt 2; 7mal 7 ist 49 und 2 ist 51, und 9 ist 60, bleibt 6; 3mal 7 ist 21 und 6 ist 27, und 8 ist 35, bleibt 3; 3 und 8 ist 11, bleibt 1; 1 und 6 ist 7; 3 ist 3.

§. 2.

Vortheile bei der Division.

1. Ist der Divisor ein Product zweier Factoren, so dividire man zuerst den Dividendus durch den einen, und dann den Quotienten durch den andern Factor.

Beispiel. 3305790 : 45

$$\begin{array}{r} 3305790 \\ \hline 661158 \\ \hline 73462 \end{array} \begin{array}{l} :5 \\ \\ :9 \end{array} \qquad \frac{45}{5 \times 9}$$

Dieser und der folgende Vortheil sind besonders anwendbar, wenn bei der Division nicht nach dem Reste gefragt wird, sondern wenn man nur den Quotient wissen will.

2. Durch 25 wird eine Zahl dividirt, wenn man sie zuerst mit 4 multiplicirt, und dann das Product durch 100 dividirt, indem man rechts 2 Ziffern abschneidet; denn dadurch wird sowohl der Dividendus als der Divisor 4mal größer genommen, und folglich der Quotient derselbe bleiben. — Eben so folgt, daß eine Zahl durch 125 dividirt wird, wenn man sie mit 8 multiplicirt, und dann das Pro-

duct durch 1000 dividirt, indem man rechts 3 Ziffern abschneidet.

Beispiel 1. 7842375 : 25
×4
313695(00

Beispiel 2. 43728 : 25
×4
1749(12

Beispiel 3. 23456786 : 125
×8
187654(288

II. Rechnungsvortheile bei benannten Zahlen.

Unter den vielen Vortheilen, deren man sich beim Rechnen mit benannten Zahlen bedienen kann, sollen hier nur die wichtigsten und am häufigsten anwendbaren angeführt werden.

§. 3.

Vortheile beim Resolviren und Reduciren.

a. Verwandlung der Centner in Pfunde und umgekehrt.

1. Um Centner in Pfunde zu resolviren, multiplicirt man sie durch 100, indem man ihnen 2 Nullen anhängt, und addirt dazu die bereits vorhandenen Pfunde, welche eben an die Stelle jener 2 Nullen zu stehen kommen.

Man verfährt also kürzer, wenn man die angegebenen Pfunde als Einheiten und Zehner stehen läßt, und die Centner als Hunderte vorausschreibt. Ist die Zahl der Pfunde einziffrig, so wird an die Stelle der Zehner eine Nulle gesetzt.

Beispiele. 3 Ct. 62 ℔. = 362 ℔.
27 Ct. 8 ℔. = 2708 ℔.

Dieser Vortheil findet Anwendung beim Subtrahiren und Dividiren der Centner und Pfunde.

Wenn beim Subtrahiren der Pfunde 1 Ct. geborgt werden soll, so denke man sich den Pfunden im Minuendus an der Stelle der Hunderte 1 vorausgesetzt, und subtrahire.

Beispiel. 34 Ct. 28 ℔.
18 „ 47 „
15 „ 81 „

Man sagt: 7 und 1 ist 8; 4 und 8 ist 12, bleibt 1; 1 und 8 ist 9, und 5 ist 14, bleibt 1; 1 und 1 ist 2, und 1 ist 3.

Wenn beim Dividiren der Centner ein Rest bleibt, so denkt man sich denselben als Hunderte den vorhandenen Pfunden vorangesetzt, und dividirt.

Beispiel. Man dividire 58 Ct. 75 ℔. durch 5. Man schreibt:

58 Ct. 75 ℔. : 5
11 „ 75 „

und sagt: 5 in 5, 1mal; 5 in 8, 1mal, bleibt 3; 5 in 37, 7mal, bleibt 2; 5 in 25, 5mal.

2. Um Pfunde in Centner zu verwandeln, dividirt man sie durch 100, indem man rechts 2 Ziffern abschneidet; der Quotient, d. i. die links bleibende Zahl, bedeutet Centner; der Rest aber, d. i. die aus den rechts abgeschnittenen 2 Ziffern bestehende Zahl bedeutet Pfunde.

Beispiele. 5(72 ℔. = 5 Ct. 72 ℔.
17(09 ℔. = 17 Ct. 9 ℔.

Dieser Vortheil findet Anwendung beim Addiren und Multipliciren der Centner und Pfunde. — Man wird nämlich in der Summe oder im Producte die Einheiten und Zehner der Pfunde sogleich anschreiben, die Hunderte aber als Centner weiter zählen.

Die nämlichen Vortheile gelten auch bei der Verwandlung der Lire in Centesime, und umgekehrt.

§. 4.

b. Verwandlung der Gulden in Kreuzer und umgekehrt.

1. Um Gulden in Kreuzer zu verwandeln, multiplicirt man sie mit 60, zu welchem Producte dann die schon vorhandenen Kreuzer addirt werden. Eine Zahl wird mit 60 multiplicirt, wenn man sie mit 6 multiplicirt, und diesem Producte eine Nulle anhängt. Werden nun die Kreuzer dazu gezählt, so kommen die Einheiten derselben an die Stelle der Nulle, die Zehner aber werden zu dem Producte der Gulden mit 6 addirt. — Man erhält daher sogleich die Kreuzer, wenn man die Gulden mit 6 multiplicirt, dazu die Zehner der Kreuzer addirt, und die Einheiten der letztern als solche stehen läßt.

Beispiel. 4 fl. 32 kr. = 272 kr.

Man sagt: 4mal 6 ist 24 und 3 sind 27 Zehner, und 2 sind 272.

Wenn daher beim Subtrahiren der Kreuzer 1 fl. geborgt werden soll, so subtrahire man, wie sonst, die Einheiten der Kreuzer, die Zehner aber im Minuendus denkt man sich um 6 vermehrt, wo dann subtrahirt werden kann.

Beispiel.	27 fl.	28 kr.	
	18 „	45 „	
	8 „	43 „	

Dabei sagt man: 5 und 3 ist 8; 4 und 4 ist 8, bleibt 1 fl.; 1 und 8 ist 9, und 8 ist 17, bleibt 1; 1 und 1 ist 2, und 0 ist 2.

Wenn ferner beim Dividiren der Gulden ein Rest bleibt, so multiplicirt man ihn mit 6, und denkt sich dieses Product zu den Zehnern der Kreuzer addirt.

Beispiel 1. Man dividire 15 fl. 48 kr. durch 12.

Rechnung: 15 fl. 48 kr.
:12
1 „ 19 „

Hier spricht man: 12 in 15, 1mal, bleibt 3; 3mal 6 ist 18 und 4 ist 22, 12 in 22, 1mal, bleibt 10; 12 in 108, 9mal.

Beispiel 2. Es seien 392 fl. in 5 Theile zu theilen. Man schreibt: 392 fl.
:5
78 fl. 24 kr.

und sagt: 5 in 39, 7mal, bleibt 4; 5 in 42, 8mal, bleibt 2; 2mal 6 ist 12 (folglich 120 kr.), 5 in 12, 2mal, bleibt 2; 5 in 20, 4mal.

2. Um Kreuzer in Gulden zu verwandeln, dividirt man sie durch 60, indem man eine Ziffer zur Rechten abschneidet, und die übrigen durch 6 dividirt; der erhaltene Quotient bedeutet Gulden. Zu dem letzten Reste wird dann die abgeschnittene Ziffer hinzugesetzt, und diese Zahl bedeutet Kreuzer. Die Einheiten der Kreuzer erscheinen auf diese Art auch nach der Verwandlung noch an ihrer Stelle. — Man kann daher Kreuzer in Gulden verwandeln, wenn man die Einheiten derselben als solche beibehält, die Zehner aber durch 6 dividirt, und den dabei gebliebenen Rest als Zehner der Kreuzer annimmt, den Quotienten aber als Gulden betrachtet.

Beispiel. 37(5 kr. = 6 fl. 15 kr.

Beim Addiren und Multipliciren mehrnamiger Zahlen, worin Kreuzer vorkommen, wird man daher die Einheiten der Kreuzer gleich anschreiben, und nur die Zehner durch 6 dividiren, den Rest als Zehner bei den Kreuzern ansetzen, den Quotienten aber als Gulden weiter zählen.

Die nämlichen Vortheile gelten auch bei der Verwandlung der Stunden in Minuten, der Minuten in Secunden, und umgekehrt.

§. 5.

Besondere Vortheile bei der Multiplication von Gulden und Kreuzern.

Sehr häufig ist die Anwendung der Multiplication, wann aus dem Werthe der Einheit, welcher in Kreuzern, oder Gulden und Kreuzern gegeben ist, der Werth einer gleichnamigen Mehrheit berechnet werden soll; daher sie hier eine ausführlichere Behandlung verdient.

Wenn eine Zahl in einer andern ohne Rest enthalten ist, so heißt sie ein aliquoter Theil der andern. Z. B. 3 ist ein aliquoter Theil von 12, und zwar der 4te Theil, weil 3 in 12 4mal enthalten ist, und kein Rest übrig bleibt; so sind 12 Kreuzer ein aliquoter Theil von 60 Kreuzern oder einem Gulden, und zwar der 5te Theil, weil sie darin 5mal enthalten sind, und auch kein Rest übrig bleibt.

Ein Gulden hat folgende aliquote Theile:

30 kr. sind die Hälfte von einem Gulden,
20 „ „ der 3te Theil „ „ „
15 „ „ „ 4te „ „ „ „
12 „ „ „ 5te „ „ „ „

10 kr. sind der 6te Theil von einem Gulden.
6 „ „ „ 10te „ „ „ „
5 „ „ „ 12te „ „ „ „
4 „ „ „ 15te „ „ „ „
3 „ „ „ 20ste „ „ „ „
2 „ „ „ 30ste „ „ „ „
1 „ ist „ 60ste „ „ „ „

Aus dem Begriffe der Division folgt, daß man, um aus einer Zahl die Hälfte, den dritten, vierten, ... Theil herauszuziehen, diese Zahl durch 2, 3, 4, ... dividiren muß.

§. 6.

Fortsetzung.

Ist der Werth der Einheit in Kreuzern, oder in Gulden und Kreuzern gegeben, so sind drei Hauptfälle zu unterscheiden: entweder sind die Kreuzer im Preise der Einheit ein aliquoter Theil von einem Gulden, oder fehlt ihnen ein aliquoter Theil des Guldens bis zu diesem, oder findet keines von beiden Statt.

1. Wenn die Kreuzer im Preise der Einheit ein aliquoter Theil von einem Gulden sind, so betrachtet man die Mehrheit, deren Werth zu berechnen ist, als Gulden, und ziehet den betreffenden aliquoten Theil heraus. — Denn würde die Einheit 1 fl. kosten, so wäre die Mehrheit selbst als Gulden betrachtet, der Werth der Mehrheit; wenn aber die Einheit nur einen aliquoten Theil von einem Gulden kostet, so wird man, um den Werth der Mehrheit zu erhalten, auch nur denselben aliquoten Theil von der als Gulden betrachteten Mehrheit nehmen.

Beispiel. 1 ℔. Käse kostet 15 kr.; wie viel kosten 72 ℔.

Rechnung: 1 ℔. = 15 kr.; 72 ℔.
:4
18 fl.

Weil nämlich 15 kr. der 4te Theil eines Guldens sind, so betrachtet man die Mehrheit 72 als Gulden, und ziehet daraus den 4ten Theil d. i. dividirt sie durch 4, wodurch man 18 fl. erhält.

Kommen in diesem Falle außer den Kreuzern auch Gulden im Preise der Einheit vor, so wird der Werth für die Gulden durch die Multiplication, und der Werth für die Kreuzer auf die vorige Art berechnet, und beides zusammen addirt.

Beispiel. 1 Ct. Eisen kostet 30 fl. 12 kr.; was kosten 65 Ct.?

Rechnung: 1 Ct. = 30 fl. 12 kr.; 65 Ct.
1950 fl.
13 „
1963 fl.

Hier wurde 65 zuerst mit 30 multiplicirt, und dann durch 5 dividirt, weil 12 kr. der 5te Theil eines Guldens sind; beides hat man dann addirt.

2. Wenn den Kreuzern im Preise der Einheit ein aliquoter Theil des Guldens bis zu diesem fehlt, so betrachte man die Mehrheit als Gulden, und ziehet davon den Werth für den fehlenden aliquoten Theil ab. — Denkt man sich 1 fl. als Preis der Einheit, so wäre der Werth für die Mehrheit, diese Mehrheit selbst als Gulden betrachtet; da nun aber der Preis der Einheit um einen aliquoten Theil des Guldens kleiner ist als 1 fl., so muß auch der Werth der Mehrheit um den eben sovielten Theil vermindert werden.

Beispiel. 1 Metzen Erdäpfel kostet 48 kr.; wie viel kosten 25 Metzen?

Rechnung: 1 Metz. = 48 kr.; 25 Metz.

5

20 fl.

Da dem Preise der Einheit noch 12 kr. d. i. der 5te Theil des Guldens bis zu diesem fehlen, so wird die Mehrheit 25 als Gulden betrachtet, daraus der 5te Theil genommen, und davon abgezogen.

Kommen in diesem Falle im Preise der Einheit außer den Kreuzern auch Gulden vor, so wird die Anzahl Gulden um 1 vermehrt, der Werth dafür durch die Multiplication berechnet, und davon der Werth für den fehlenden aliquoten Theil abgezogen. — Denn vermehrt man die Anzahl Gulden um 1, und berechnet dafür den Werth der Mehrheit, so fällt dieser zu groß aus, und zwar um den Werth des fehlenden aliquoten Theiles, welcher Werth daher noch zu subtrahiren ist.

Beispiel. 1 Elle Tuch kostet 4 fl. 50 kr.; was kosten 24 Ellen?

Rechnung: 1 Elle = 4 fl. 50 kr; 24 Ellen

120 fl.

4 „

116 fl.

Hier wurde zuerst der Werth zu 5 fl. berechnet, indem man 24 mit 5 multiplicirte, dann der Werth für die fehlenden 10 kr. oder den 6. Theil des Guldens, indem man 24 durch 6 dividirte; und der letztere Werth von dem erstern abgezogen.

3. Wenn keiner von jenen Fällen Statt findet, so zerlege man die Kreuzer in lauter aliquote

Theile des Guldens, berechne die Werthe dafür einzeln, und addire sie zusammen. Man zerlege, wenn es möglich ist, die Kreuzer in solche aliquote Theile, daß die nachfolgenden wieder aliquote Theile von den vorhergehenden sind, weil dadurch die Division erleichtert wird.

Beispiel 1. 1 ℔. Zucker kostet 24 kr., was kosten 84 ℔.?

Rechnung: 1 ℔. =	24 kr. ;	84 ℔.
	20 „ . .	28 fl.
	4 „ . .	5 „ 36 kr.
		33 „ 36 „

Hier ist 4 kr. der 15te Theil von einem Gulden, oder der 5te von 20 kr.; man wird also entweder den Werth zu 1 fl. d. i. 84 fl. durch 15, oder den Werth zu 20 kr., d. i. 28 fl. durch 5 dividiren; letzteres ist bequemer.

Beispiel 2. 1 Ct. Kaffee kostet 40 fl. 42 kr.; was kosten 90 Ct.

Rechnung: 1 Ct. =	40 fl. 42 kr. ;	90 Ct.
	40 „ . . .	3600 fl.
	30 „	45 „
	10 „	15 „
	2 „	3 „
		3663 fl.

Verbesserungen.

Seite 75	Zeile 11 von unten lasse man so weg.	
„ 81	„ 10 „ oben, statt 59 lese man 61.	
„ 83	Das Reduciren, welches aus Versehen auf diese Seite gesetzt wurde, hat am Schlusse der Seite 85 vorzukommen.	
„ 99	in der letzten Aufgabe lese man Hafer statt Weizen.	
„ 106	Beispiel 2. soll heißen:	

$$\begin{array}{l} 57823 \times 91 \\ 520407 \\ \hline 5261893 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 57823 \times 91 \\ \hline 5261893 \end{array}$$

Laibach.
Gedruckt bei Joseph Blasnik.
1840.