

POLARNI SIJ IN ZEMLJINO MAGNETNO POLJE

ALEŠ MOHORIČ

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani
Odsek za fiziko trdne snovi, Institut Jožef Stefan, Ljubljana

PACS: 92.60.hw, 94.20.Ac, 94.30.Aa

Polarni sij je pojav interakcije Sončevega vetra in Zemljine magnetosfere. Nastane, ko delci Sončevega vetra zaidejo v termosfero in vzbujajo zračne molekule. Opisane so lastnosti polarne sija in mehanizem nastanka.

AURORA AND EARTH'S MAGNETIC FIELD

Aurora is caused by interaction of solar wind and Earth's magnetosphere. It forms when particles of the solar wind enter the thermosphere and excite air molecules. The properties of aurora and its mechanism are described in the article.

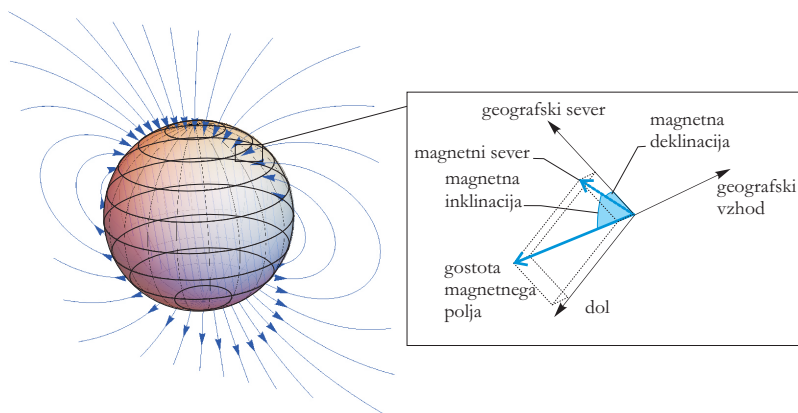
Uvod

Polarni sij, na severni polobli imenovan Aurora Borealis na južni pa Aurora Australis, je svetlobna zavesa, ki se občasno pojavi na nebu. Ima značilne barve, pogosto zeleno zaradi značilnih atomskih prehodov kisika, včasih se obarva tudi rdeče, in se s časom spreminja. Vidnost je geografsko omejena na skrajna poseljena območja (Aljaska, Kanada, Islandija, Norveška). Občasno pa ga je mogoče zaznati tudi bližje ekvatorju, predvsem na dolgo osvetljenih fotografijah svetlobno neonesnaženega neba. Najpogosteje se pojavlja v obdobju povečane Sončeve aktivnosti, seveda pa je viden le v dolgih temnih nočeh. Sij povzročajo delci Sončevega vetra, ki v Zemljinem magnetnem polju zavijejo proti polom in na poti s trki vzbujajo molekule v ozračju.

Avrora ljudje poznajo že iz davnine in so jo zaradi rdečega sija imeli za znanilko vojn in težav. Pojav je z Zemljinim magnetizmom prvi povezal A. Celsius. Kot vsak optični pojav v atmosferi jo je težko opazovati v kontroliranih razmerah. Višino plasti, iz katerih izvira sij, je prvi določil J. Dalton s tem, da je uporabil triangulacijo pri primerjavi opazovanj sija več opazovalcev na različnih mestih. A. J. Ångström je prvi izmeril svetlobni spekter avrore in pokazal, da ni posledica sipanja sončne svetlobe na ledenih kristalih v atmosferi. Seveda je pri raziskavah prihajalo tudi do zmot, tako je npr. J. B. Biot mislil, da povzročajo avrora delci, ki jih izbruhaajo ognjeniki.

Zemljino magnetno polje

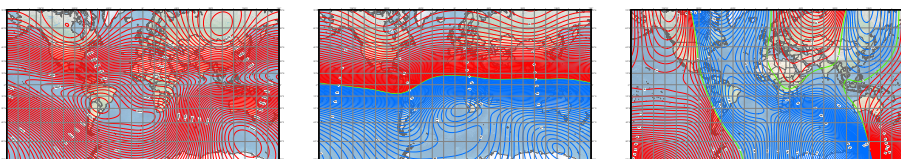
Zemljino magnetno polje izvira iz njene notranjosti in se razteza daleč v prostor. Največ izkušenj imamo seveda z bližnjim poljem, s poljem ob površju



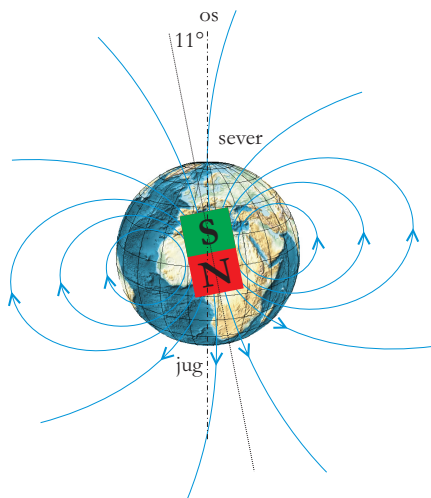
Slika 1. Komponente Zemljinega magnetnega polja.

Zemlje. Silnice polja tečejo ob ekvatorju približno vzporedno s površjem v smeri od juga proti severu, navpična komponenta pa je tem večja, čim bližje pola smo. To lastnost magnetnega polja že dolgo izkoriščamo pri navigaciji. Namagnetena igla, prosto vrtljivo vpeta v težišču, se usmeri vzdolž silnice magnetnega polja in kaže, kje je sever. V magnetnem polu na severni polobli je gostota magnetnega polja usmerjena navpično navzdol, na južni pa navzgor. Magnetno polje na površini Zemlje opišemo s tremi podatki: z velikostjo gostote magnetnega polja, z odklonom silnice od smeri jug-sever (magnetna deklinacija) in odklonom od vodoravne ravnine (magnetna inklinacija), kakor kaže slika 1.

Lastnosti magnetnega polja na Zemljini površini se najbolj spreminjajo z geografsko širino. Poleg geografske lege na polje vpliva tudi sestava tal,



Slika 2. Lastnosti Zemljinega magnetnega polja na Zemljinem površju: velikost gostote (levo, interval med krivuljami 1000 nT), magnetna inklinacija (sredina, interval med krivuljami 2° , rdeče – pozitivno (dol); modro – negativno (gor); zeleno – nič) in magnetna deklinacija (desno, interval med krivuljami 2° , rdeče – pozitivno (vzhod); modro – negativno (zahod); zeleno – nič). Vir: NOAA/NGDC & CIRES, ngdc.noaa.gov/geomag/WMM, pregled NGA in BGS, objavljeno december 2014.

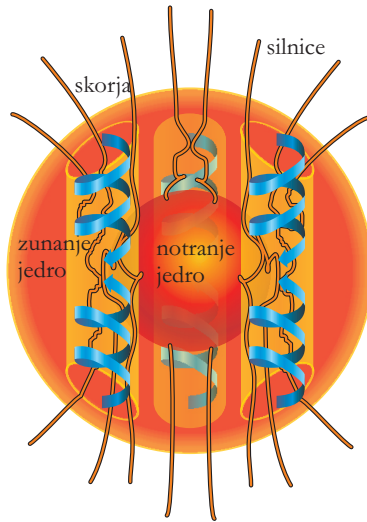


Slika 3. Magnetno polje Zemlje je podobno polju paličastega magneta. Ker silnice vstopajo v Zemljo blizu severnega geografskega pola, to pomeni, da je tam južni pol tega magneta. Magnetni dipol je usmerjen približno nasprotno vzporedno vrtilni osi Zemlje.

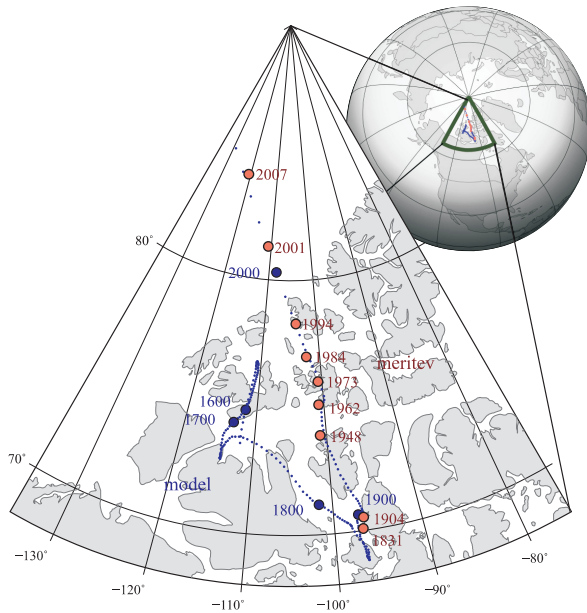
spreminjajo pa ga tudi drugi vplivi npr. Sončev veter in procesi v Zemljini notranjosti. Velikost gostote magnetnega polja je med 25 mikrotlesa blizu ekvatorja in 65 mikrotlesa blizu pola. Tri glavne značilnosti magnetnega polja na Zemljinem površju kaže slika 2.

Zemljino magnetno polje je približno takšno, kot da bi v njenem središču tičal dipolni magnet z dipolnim momentom $8 \cdot 10^{22} \text{ Am}^2$ in osjo nagnjeno pod kotom 11° glede na geografsko os (slika 3). Severni pol magnetnega dipola leži bliže južnega geografskega pola. Magnetno polje ustvarja v magnetohidrodinamskem dinamiku inducirani električni tok, ki ga poganjajo tokovi staljenih zlitin železa na robu Zemljine sredice, kakor demonstrira slika 4.

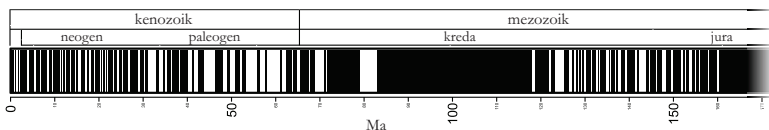
Zemljino magnetno polje se s časom spreminja, kar je verjetno posledica kompleksnega sodelovanja masnega in električnega toka v magnetohidrodinamskem dinamiku Zemlje. Spremembe polja na krajši časovni skali povzroča tudi Sončev veter. Spreminjanje magnetnega polja lahko opazujemo lokalno po spreminjanju velikosti, inklinacije in deklinacije. Počasnejše spremembe polja preprosto opazimo po potovanju lege severnega magnetnega pola po Zemljinem površju. Severni magnetni pol je območje, proti kateremu kažejo magnetni kompasi. Magnetni pol ni na istem mestu kot severni geografski pol. Geografski pol je točka, ki jo na površju prebada vrtilna os Zemlje. Magnetni pol se premika po površju in je v zadnjih nekaj stoletjih prepotoval razdaljo, ki ustreza velikosti Grenlandije, kakor kaže slika 5. Premika se dovolj počasi, da so kompasi še vedno uporabni za navigacijo.



Slika 4. Model tokov magme v sredici Zemlje, ki povzročajo Zemljino magnetno polje.



Slika 5. Zemljino magnetno polje se s časom spreminja in zato se magnetni pol seli po površju. Krivulja kaže lego severnega magnetnega pola v zadnjih stoletjih.

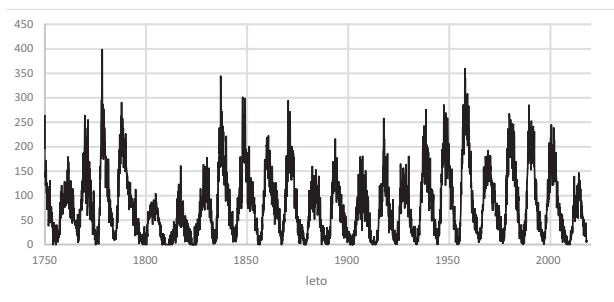


Slika 6. Smer magnetnega polja (proti geografskemu severu ali proti jugu) v Zemljini geološki zgodovini. Prikaz temelji na raziskavah orientacije magnetizacije kamnin, ki se strjujejo ob razpokah, kjer tektonske plošče ležejo narazen. Čas je označen v milijonih let (Ma).

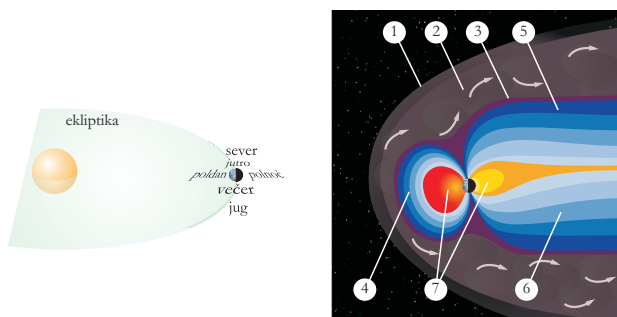
V prejšnjem odstavku je bilo govora o potovanju pola, kakor je bilo dejansko izmerjeno. Kaj pa lahko sklepamo o usmerjenosti magnetnega polja skozi zemeljsko zgodovino? V naključnih časovnih razmikih, ki so v povprečju dolgi več sto tisoč let, se magnetno polje popolnoma obrne (slika 6), tako da kaže v drugo smer. Če polje kaže danes proti severu, je prej kazalo proti jugu. Ta pojav opazimo na kamninah, ki nastajajo ob robovih razmikajočih se tektonskih plošč. Magnetni delci se v staljeni kamnini usmerijo v smeri silnic magnetnega polja. Ko se kamnina ohladi in strdi, ostane namagnetena v smeri gostote Zemljinega magnetnega polja iz časa svojega nastanka.

Sončev veter in magnetosfera

Zemljino magnetno polje interagira s Sončevim vetrom – tokom nabitih delcev s Sonca. Ti delci imajo visoko energijo in hitrosti v povprečju 400 km/s. Na leto odda Sonce v Osončje okoli milijon ton snovi. Sončev veter je električno nevtralen, a vsebuje nabite delce: približno enako število elektronov in ionov, v glavnem protonov. Številska gostota delcev blizu Zemlje je nekaj



Slika 7. Wolfovo število za zadnji dve stoletji in pol. Pege so različnih velikosti in se pojavljajo v gručah, zato število peg pravzaprav ni dobro definirana količina in Wolfovo število je indikator za povprečno število peg (povzeto po www.sidc.be/silso/datafiles).



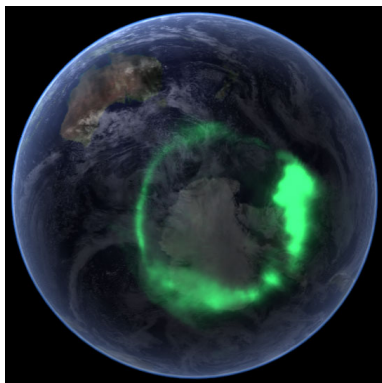
Slika 8. Levo: smeri okoli Zemlje glede na lego Sonca. Desno: daljno Zemljino magnetno polje – magnetosfera in njegovalna značilna območja: 1. udarni val, 2. magnetni ščit, 3. magnetopavza, 4. magnetosfera, 5. severna in 6. južna polovica magnetnega repa, 7. plazmosfera. Magnetno polje je na poldnevni strani stisnjeno proti Zemlji, na polnočni strani se raztegne v magnetni rep.

delcev na kubični centimeter. Številka gostota se znatno spreminja z aktivnostjo Sonca. Aktivnost Sonca lahko spremljamo po številu Sončevih peg. Število se s časom spreminja, kakor kaže slika 7. Že na prvi pogled je zelo očiten 11-letni cikel. Kadar je aktivnost Sonca zelo velika, lahko polarni sij opazujemo tudi pri zmernih geografskih širinah.

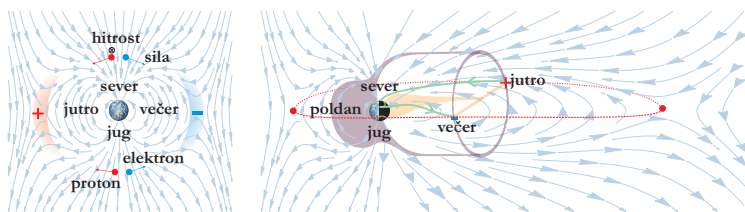
Delci na poti od Sonca naletijo na Zemljino magnetno polje približno na razdalji deset Zemljinih polmerov od središča Zemlje. Tam je gostota energije Zemljinega magnetnega polja približno enaka gostoti energije Sončevega vetra. Magnetno polje se zaradi vpliva Sončevega vetra nenehno spreminja. Zaradi učinka magnetnega polja pride do Zemlje le približno tisočina energije Sončevega vetra.

Magnetno polje Zemlje imenujemo magnetosfera in ga delimo na več območij, ki jih kaže slika 8. Magnetosfero od Sončevega vetra deli ozka mejna plast – magnetopavza. Območje nad magnetopavzo je udarni val, ker je tam hitrost Sončevega vetra večja od hitrosti zvoka in se Sončev veter zgosti ter odteče ob magnetopavzi naprej, podobno kot udarni val pred premcem ladje. V udarni fronti se delci upočasnijo in plazma se segreje. Magnetosfera ni okrogla. Na strani obrnjeni proti Soncu je sploščena, na nasprotni strani pa se raztegne v magnetni rep.

V vesolju sega proti Soncu le manjši del silnic Zemljinega magnetnega polja, na nočni strani pa jih Sončev veter ukrivi stran od Sonca. Silnice blizu ekvatorja se na poldnevni strani zaključijo same vase že blizu Zemlje. Nabiti delci Sončevega vetra se ujamejo v vijačnico okoli silnic, zaradi opisanega poteka magnetnega polja pa vodijo te vijačnice do Zemljine atmosfere le na omejenem območju. Zato je tudi polarni sij geografsko omejen na relativno ozek pas okoli polov. Tak pas je prikazan na satelitski sliki 9.



Slika 9. Satelitska slika južnega pola je sestavljena iz dveh slik, prve v vidnem in druge v ultravijoličnem delu spektra. Slika v ultravijoličnem delu spektra, ki jo je posnel NASIN satelit IMAGE, je tu predstavljena v zeleni barvi. Vir: NASA.



Slika 10. Skupno magnetno polje Sonca in Zemlje odklanja delce Sončevega vetra v magnetni rep na polnočni strani Zemlje tako, da se med jutranjo in večerno stranjo vzpostavi napetost kot pri magnetohidrodinamičnem generatorju (levo, pogled iz poldnevne strani). Ta napetost pospeši delce v plazmi proti območju v bližini Zemljinih polov. Z rdečima točkama sta označeni presečišči ravnine slike z elipso (črtkano), ki leži v ekliptiki in na kateri je skupna gostota magnetnega polja Sonca in Zemlje enaka nič. Silnice, ki izvirajo blizu te elipse, vodijo delce Sončevega vetra proti območjem s sijem.

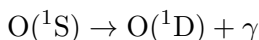
Silnice Sončevega magnetnega polja prebadajo ekliptiko v smeri od severa proti jugu in magnetni polji Zemlje in Sonca se seštejeta. Nekatere silnice Zemljinega magnetnega polja so sklopljene s Sončevim poljem, kakor kaže slika 10. V skupnem polju se plazma sončevega vetra odklanja. Na severnem delu se elektroni odklonijo v smeri urnega kazalca proti večernemu delu Zemlje (relativne smeri so opisane na sliki 8, levo), protoni pa v nasprotni smeri, proti jutranjemu delu, kakor kaže slika 10. Pojav generira napetost na tak način kot magnetohidrodinamični generator in deluje z električno močjo 10^{12} W. Električna napetost 50 kV požene skozi plazmosfero električne tokove velike $2 \cdot 10^7$ A. Manjši del, kaka desetina tega toka, se sklone skozi atmosfero na polarnem delu in teče vzdolž silnic, ki so posebej označene na sliki 10 desno. Ta tok imenujemo tudi Birkelandov

tok. Električni tok teče proti Zemlji na jutranjem delu, na večernem pa teče od Zemlje stran. To pomeni, da na večernem delu elektroni padajo proti Zemlji in se v električnem polju pospešijo do energij 10 keV. Na višinah 100 km povzročajo avrora. Večinoma vzbujaajo kisik, ki seva belkasto zeleno svetlobo z valovno dolžino 557,7 nm. Mehanizem nastanka polarnege sija pa še ni popolnoma pojasnjen in znan.

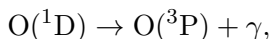
Barve polarnege sija so značilne za višino, na kateri sij nastane. Vidni del spektra barv kaže slika 11. V spektru prevladujejo zelena, vijolična in rdeča. Katere valovne dolžine sestavljajo spekter, je odvisno od plinov, ki sestavljajo ozračje. Le manjši del svetlobe se sprošča neposredno zaradi trkov z delci Sončevega vetra. Največkrat so vzbujene molekule ali atomi, ki nato sevajo, produkti kemijskih reakcij, ki jih vzbudijo ali na katere vplivajo delci Sončevega vetra. Najpogosteje opažena zelena svetloba je posledica reakcije:



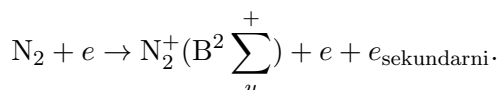
Kisik, ki nastane pri tej reakciji, je v vzbujenem stanju in med relaksacijo



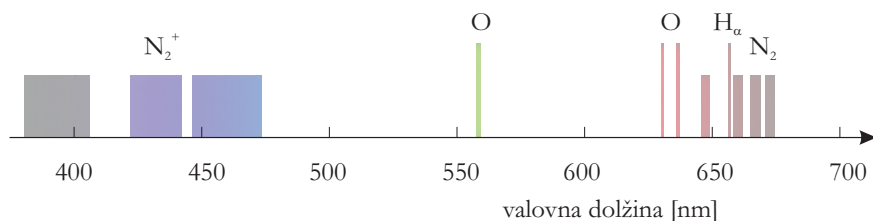
odda foton z valovno dolžino 555,7 nm. Ko se ta kisik vrne v osnovno stanje s procesom



odda še značilno rdečo svetlobo z valovno dolžino 630 nm. Dušik vzbudijo vpadni elektroni Sončevega vetra, reakcijo opiše



Po trku ostane dušikova molekula v vzbujenem vibracijskem stanju, ki lahko prehaja v druga vibracijska stanja, kar vzbudi fotone s trakastim modro-



Slika 11. Vidni spekter svetlobe polarnege sija. Izrazite so zelena, vijolična in rdeča. Trakaste spektre vibracijskih stanj dušika predstavljajo širši pasovi, kisik in vodik pa prispevata spektralne črte.



Slika 12. Rdeči in zeleni polarni sij nad Fairbanksom na Aljaski. Vir: Wikipedia.

vijoličnim spektrom. Emisijski spekter nevtralne dušikove molekule obsega ultravijoličen in rdeč interval valovnih dolžin.

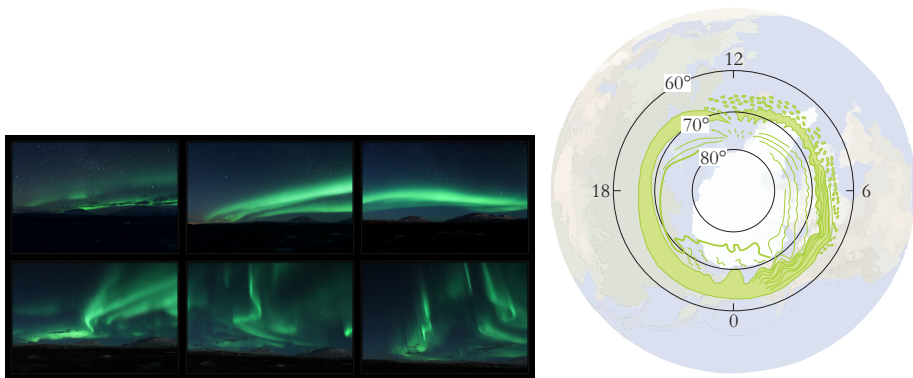
Zelena spektralna črta in rdeči dublet ustrezata relaksaciji kisika z relativno dolgim relaksacijskim časom – od 1 s do 110 s. Pri normalnem tlaku blizu Zemljinega površja taka vzbujena stanja hitro relaksirajo s trki z drugimi atomi in molekulami, saj je povprečna prosta pot in s tem čas med zaporednimi trki relativno kratek. Na višini nad 100 km pa je ozračje milijonkrat redkejše in taka vzbujena stanja lahko relaksirajo z izsevanjem svetlobe. Značilno rdečo in zeleno barvo polarnega sija kaže slika 12.

Do sedaj smo opisali strukture in barve sija, ki jih povzročajo elektroni. Protoni se v višjih plasteh ozračja s trki z molekulami plina M (npr. O_2 ali N_2) pretvorijo v vzbujen vodik $M + p \rightarrow M^+ + H^*$.

Vzbujeni vodik nato kaskadno relaksira proti osnovnemu stanju, pri čemer seva npr. L_α (ultravijolična svetloba z valovno dolžino 121,57 nm) in H_α (rdeča, 656,3 nm). Ta sij je na splošno difuzen. Te rdeče svetlobe z očmi ne moremo razločiti od svetlobe, ki jo oddaja kisik.

Polarni sij je dinamičen pojav in sčasoma spreminja obliko. Sončev veter ni stalen in hkrati tok nabitih delcev spreminja Zemljino magnetno polje. Polarni sij je lahko difuzen, pri njem svetlobo opazimo na večjem območju in območje nima izrazite oblike, ali diskreten. Pri diskretnem prepoznamo različne oblike, kot so loki, trakovi, zavese, stebri in otočki (slika 13 levo). Prevladujoča oblika je značilna za geografsko širino in del dneva, v katerem sij opazujemo, kakor kaže slika 13 (desno). Difuzni sij nastane, ko se delci z energijami pod 1 keV naključno sipajo na višinah nad 150 km. Tak sij nastane običajno popoldan in zvečer na južnem robu aktivnega območja.

Diskretni sij povzročijo delci z energijo nekaj keV. Energija teh delcev je večja, kot je energija delcev v plazmosferi, zato mora obstajati neki me-



Slika 13. Sij se s časom spreminja in opazimo lahko različne oblike (levo), ki so odvisne od geografske širine in dela dneva (desno). Krogi na shemi predstavljajo geografsko širino, na obodu je nanesen lokalni čas, 0 je polnoč. Obarvani trak v obliki loka predstavlja difuzni sij. Debelejša črta predstavlja stabilen lok, ki se po devetih zvečer začne zvijati in razpade na več posameznih lokov. Proti jutru se na južnem robu sija začnejo pojavljati svetlobni otočki. Vir fotografij na levi: Schnuffel2002, Wikipedia.

hanizem, ki te delce pospeši. Ta mehanizem še ni popolnoma znan, možna razlaga je pospeševanje v električnem polju magnetohidrodinamičnega generatorja, kot je opisano zgoraj [3]. Zaradi pospeševanja se točka magnetnega zrcaljenja teh delcev premakne nižje v ozračje in lahko dosežejo višine med 90 km in 150 km, kjer nastajajo diskretne strukture sija.

Oblika diskretnega sija je odvisna od porazdelitve tokov nabitih delcev, ki tečejo iz plazmosfere proti Zemlji, in oblike Zemljinega magnetnega polja. Predstavljamo si lahko, da magnetno polje plapolata podobno kot zastava v vetru. Kadar je Sončev veter stabilen, takrat so stabilne tudi diskretne strukture in sij se le počasi spreminja. Strukture se razpenjajo v smeri zahod-vzhod. Sunki v Sončevem vetru povzročajo, da se diskretne strukture spreminjajo, nagubajo in trgajo. Zavesa so običajno debele kak kilometer, dolge več tisoč kilometrov, segajo pa od višine 100 do 500 km. Polarni sij lahko opazimo preko celega dne, vendar podnevi običajno le v razmerah polarne noči.

Gibanje nabitega delca v magnetnem polju

Nastanek in dinamika sija sta posledica gibanja nabitih delcev v magnetnem polju. Dinamiko delcev z nabojem e in maso m v magnetnem polju $\mathbf{B}$ opiše Newtonov zakon $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, v katerem upoštevamo, da na delec deluje Lorentzova sila $\mathbf{F} = e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$. Pri obravnavi zanemarimo električna polja. V homogenem magnetnem polju se delec giblje po vijačnici. Komponenta hitrosti

delca vzporedna magnetnemu polju $v_{||}$ se s časom ne spreminja, komponenta pravokotna na polje $v_{\perp}$ pa se vrti s krožno frekvenco $\omega = \frac{eB}{m}$. Vijačnica, po kateri kroži delec, ima polmer $r = \frac{mv_{\perp}}{eB}$. Če obrnemo magnetno polje v smeri osi z , se prejšnje ugotovitve zapišejo s komponentami gibalne količine kot $\dot{p}_x = -\omega p_y$, $\dot{p}_y = \omega p_x$ in $\dot{p}_z = 0$. Ocenimo polmer vijačnic protonov in elektronov v Sončevem vetru na razdalji 10 Zemljinih polmerov $10r_Z$ od Zemlje. Za vsakega privzemimo hitrost 400 km/s. Gostoto magnetnega polja Zemlje ocenimo tako, da upoštevamo padanje gostote polja dipola s tretjo potenco razdalje. Na površju Zemlje, ob ekvatorju, je gostota magnetnega polja $30 \mu\text{T}$. Na mestu magnetopavze, ki je oddaljeno $10r_Z$, pa je gostota magnetnega polja enaka:

$$B_{mp} = \frac{r_Z^3}{10^3 r_Z^3} B_Z = 30 \text{ nT}.$$

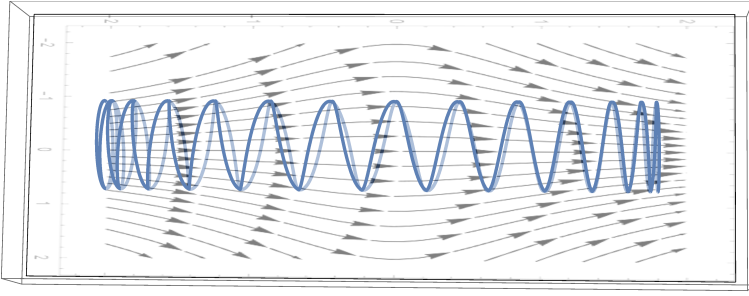
Polmer krožnega loka za proton je torej 140 km, za elektron pa 70 m.

Gibanje delca v nehomogenem magnetnem polju je težje opisati. Oglejmo si najbolj preprost primer, ko je magnetno polje parabolično in se v smeri osi z spreminja kot: $B_z = B_0 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right)$. Gibanje bomo obravnavali s teorijo perturbacij in Hamiltonovim formalizmom. Gibanje po vijačnici okoli silnice magnetnega polja razklopimo na gibanje po krožnici, ki ustreza homogenemu polju, in gibanje središča krožnice, ki ga povzroči motnja zaradi nehomogenosti polja. Hamiltonova funkcija, ki opiše nabit delec v magnetnem polju, je $H = \frac{1}{2m}(\mathbf{p} - e\mathbf{A})^2$. $\mathbf{A}$ je magnetni vektorski potencial, ki ustreza magnetnemu polju $\mathbf{B}$, in s katerim avtomatično upoštevamo, da je divergenca magnetnega polja enaka nič: $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$. S $\mathbf{p}$ označimo gibalno količino delca. Zahtevi za parabolično komponento z magnetnega polja ustreza potencialno polje $\mathbf{A} = \left(-\frac{1}{2}yB_z, \frac{1}{2}xB_z, 0\right)$, o čemer se zlahka prepričamo z računom: $\nabla \times \mathbf{A} = \left(-\frac{B_0xz}{z_0^2}, -\frac{B_0yz}{z_0^2}, B_0\left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right)\right)$ in $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$. Magnetno polje ima torej poleg komponente v smeri osi z tudi komponente vzdolž osi x in y , da zadosti divergenčnemu pogoju. Tako magnetno polje kaže slika 14.

Neperturbirana Hamiltonova funkcija ustreza polju $B_z = B_0$ in $\mathbf{A}_0 = \left(-\frac{1}{2}yB_0, \frac{1}{2}xB_0, 0\right)$:

$$H_0 = \frac{1}{2m} \left(-p_0^2 + \left(p_x + \frac{1}{2}eyB_0 \right)^2 + \left(p_y - \frac{1}{2}exB_0 \right)^2 + p_z^2 \right).$$

Časovni odvod spremenljivke v Hamiltonovem formalizmu izračunamo s Poissonovim oklepajem spremenljivke in Hamiltonove funkcije, če spremenljivka eksplicitno ni odvisna od časa. Hitro lahko pokažemo, da se gibalna



Slika 14. Parabolično magnetno polje (črne silnice) in tirnica v njem gibajočega se nabitega delca (modra krivulja). Os z je usmerjena proti desni. To polje imenujemo tudi polje magnetne steklenice, saj je v njem gibanje nabitih delcev omejeno z magnetnim zrcaljenjem – vijačnica ima v gostejšem polju čedalje krajši korak.

količina nabitega delca v smeri homogenega magnetnega polja ne spreminja:

$$\dot{p}_z = \{p_z, H_0\} = 0.$$

Enako velja za vrtilno količino delca v smeri osi z : $l_z = xp_y - yp_x$, saj je $\{l_z, H_0\} = 0$. Ohranja se tudi polmer vijačnice: $\{(x^2 + y^2), H_0\} = 0$. Oglejmo si odvod gibalne količine delca v smeri osi z v paraboličnem polju:

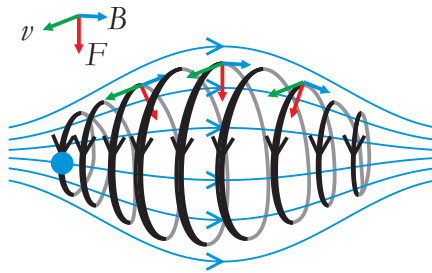
$$\dot{p}_z = \{p_z, H\} = -\frac{eB_0}{m}z \left(-\frac{l_z}{z_0^2} + \frac{eB_0}{2mz_0^2} (x^2 + y^2) \left(1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right) \right)$$

Upoštevajmo $p_z = m\dot{z}$, $e = -e_0$ (obravnavamo elektron), $\omega_0 = \frac{e_0 B_0}{m}$, $r^2 = x^2 + y^2$, $l_z = \omega_0 m r^2$ in zanemarimo člen $z \left(\frac{z}{z_0} \right)^2$. Tako dobimo:

$$\ddot{z} = -\frac{1}{2} \omega_0^2 \frac{r^2}{z_0^2} z.$$

To je enačba nihanja za središče krožnice, okoli katere elektron ciklotronsko kroži. Središče niha s frekvenco $\frac{\omega_0 r}{\sqrt{2} z_0}$ v smeri magnetnih silnic. Amplituda nihanja je odvisna od začetne hitrosti delca, njegove smeri in lastnosti magnetnega polja. V našem približku se polmer kroženja ne spreminja. Delec je ujet med grla steklenice – med območja z gostejšim poljem. Pojav, ko precesirajoči delec spremeni smer gibanja v gostejšem magnetnem polju, imenujemo magnetno zrcaljenje. Magnetno polje, ki lahko zadrži delec v omejenem prostoru, ustrezno imenujemo magnetna steklenica. Tirnica delca v takem polju je vijačnica s korakom, ki je čedalje krajši, dokler delec ne spremeni smeri gibanja.

Statično magnetno polje ne more povečevati energije delca, saj je magnetna sila vedno pravokotna na hitrost delca. Zato je kinetična energija delca $W_k = \frac{1}{2}m(v_{\parallel}^2 + v_{\perp}^2)$ konstanta gibanja. Ko se delec seli po vijačnici okoli silnice v območje z večjo gostoto magnetnega polja, se mu krožna frekvenca povečuje sorazmerno z gostoto polja B , polmer krožnice pa ustrezno manjša. Ali se pravokotna komponenta hitrosti spreminja, je odvisno od tega, katera od količin, frekvenca ali polmer, se hitreje spreminja, saj velja $v_{\perp} = \omega r$. Zanki vijačnice, ki jo med gibanjem opiše nabit delec, pripišemo magnetni moment $\mu = IS = \frac{e}{t_0} \pi r^2 = \frac{e \omega r^2}{2}$. Tudi ta moment je adiabatno ohranjena količina in od tu sledi, da polmer vijačnice pada s korenomo gostote magnetnega polja in torej pravokotna komponenta hitrosti narašča sorazmerno s korenomo gostote magnetnega polja. Ker se kinetična energija delca ohranja, se mora ustrezno zmanjševati komponenta hitrosti delca vzporedna silnici magnetnega polja, dokler ne pade na nič in potem se smer potovanja vzdolž osi vijačnice (silnice magnetnega polja) spremeni in pride do magnetnega zrcaljenja. Pojav oriše slika 15.



Slika 15. Delec se v nehomogenem polju, ki je gostejše na levi in desni strani, giblje po vijačnici s čedalje manjšim polmerom in večjo ciklotronsko frekvenco, dokler se njegovo gibanje vzdolž osi vijačnice ne ustavi in se magnetno zrcali v drugo smer. Ustavljanje je posledica vzdolžne komponente magnetne sile, ki se pojavi v nehomogenem magnetnem polju.

Zemljino magnetno polje opišemo v prvem približku z magnetnim poljem dipola $\mathbf{p}_m$ v izhodišču koordinatnega sistema. V točki, ki jo opišemo s krajevnim vektorjem $\mathbf{r}$, polje poda izraz:

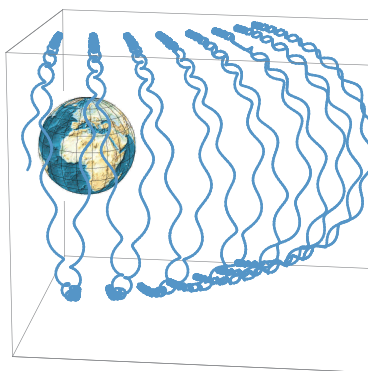
$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left(\frac{3\mathbf{r}(\mathbf{p}_m \cdot \mathbf{r})}{r^5} - \frac{\mathbf{p}_m}{r^3} \right).$$

Usmerimo os z v smeri dipola, upoštevajmo cilindrično simetrijo polja in s polarnim kotom ϑ izrazimo polje v sferičnih koordinatah

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{p_m}{r^3} (2 \cos \vartheta \mathbf{e}_r + \sin \vartheta \mathbf{e}_{\vartheta}).$$

Magnetno silnico za dano gostoto magnetnega polja B opiše torej v polarnih koordinatah izraz $r = \left(\frac{\mu_0 p}{4\pi B}\right)^{1/3} \sin^2 \vartheta$.

Gibanja delca v dipolnem polju ni enostavno analitično opisati, ni pa težko poiskati numerične rešitve dinamične enačbe. Za tipičen primer kaže gibanje delca slika 16. Nabit delec se torej na svoji poti proti Zemljinemu polu, kjer je gostota polja večja, ustavlja, dokler se na koncu ne začne gibati v drugo smer (npr. najprej se je delec gibal proti severnemu polu, nato pa se vrača proti jugu, k ekvatorju). Poleg tega gibanja od severa proti jugu in nazaj, se zaradi spreminjanja velikosti in smeri magnetnega polja elektron počasi giblje še proti vzhodu. Elektrone ujame Zemljino magnetno polje na višini 12.000 do 60.000 km, protone pa na 400 do 12.000 km. Tu je gostota plazme povišana in območje imenujemo tudi van Allenovi pasovi.



Slika 16. Gibanje delca v dipolnem magnetnem polju Zemlje. Prepoznamo ciklotronsko vijačnico, ki se ovija vzdolž dipolne silnice. Opazimo tudi magnetno zrcaljenje v območju blizu pola, kjer se magnetno polje zgosti, opazimo pa tudi lezenje delca proti vzhodu.

LITERATURA

- [1] K. Schlegel, Polarlicht, K.-H. Lotze, W. B. Schneider (ur.), *Wege in der Physikdidaktik*, Band 5, ISBN 3-7896-0666-9, Palm & Enke, Erlangen in Jena 2002.
- [2] S. Chapman, *The Earth's magnetism*, Methuen & Co. Ltd. London, 1951.
- [3] S.-I. Akasofu, *The aurora*, The Physics Teacher **17** (1979), 228.
- [4] K.-H. Glassmeier, M. Scholer (ur.), *Plasmaphysik in Sonnensystem*, BI-Wissenschaftsverlag, Mannheim, 1991.
- [5] M. Kaan Öztürk, *Trajectories of charged particles trapped in Earth's magnetic field*, American Journal of Physics **80** (2012), 420.
- [6] G. C. McGuire, *Using computer algebra to investigate the motion of an electric charge in magnetic and electric dipole fields*, American Journal of Physics **71** (2003), 809.
- [7] www.s.u-tokyo.ac.jp/en/utrip/archive/2013/pdf/06NgYuting.pdf, ogled 8. 12. 2017.