MATEMATIKA+FIZIKA+ASTRONOMIJA+RAČUNALNIŠTVO#

5

PRESEK LETNIK 40 (2012/2013) ŠTEVILKA 5

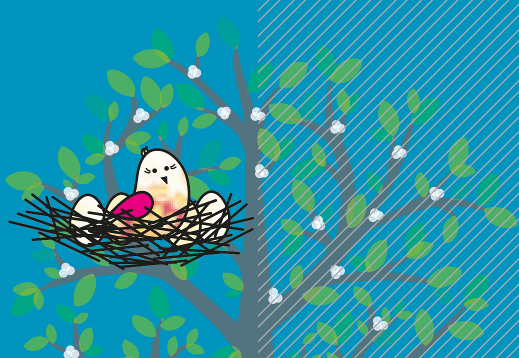
PRESEK

→RAČUNANJE TOČNIH VREDNOSTI TRIGONOMETRIČNIH FUNKCIJ

→PROSTO PADANJE – NEKDAJ

→POSTANI LOVEC NA GALAKSIJE TUDI TI

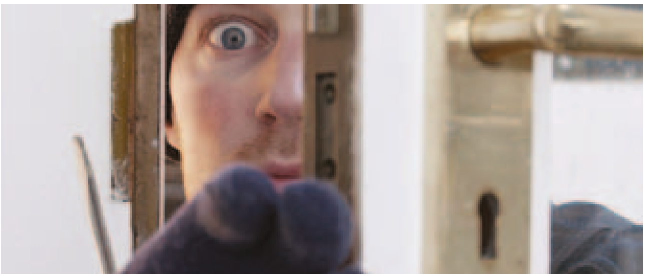
→JE VRAČANJE KOVANCEV RES PREPROSTO?



ISSN 0351-6652

9 770351 665050

Napovedovanje kriminalnih dejanj



→ Čeprav ni mogoče napovedati, kdo bo zagrešil kaznivo dejanje, si v nekaterih ameriških mestih z matematiko pomagajo določiti območja, kjer za pojavnost kriminalnih dejanj obstaja največja verjetnost. Policija nato na teh območjih poveča pogostnost patrulj in tako skuša preprečiti morebitne težave. Nova praksa predvidevanja neljubih dejanj temelji na veliki količini že zbranih podatkov o preteklih kaznivih dejanjih. Možna rizična območja določijo s pomočjo algoritmov, podobnim tistim, ki jih uporabljajo za predvidevanja popotresnih sunkov po večjih potresih. Tako kot se popotresni sunki bolj verjetno pojavijo v okolici epicentra, se tudi kriminalna dejanja zelo pogosto ponovno dogodijo na območjih, ki so blizu mest preteklih kaznivih dejanj.

V mestih, ki uporabljajo takšen način predvidevanja težav, so že opazili upad kriminalnih dejanj. Pravkar potekajo raziskave o tem, v kolikšni meri k temu pripomore opisana praksa. Raziskovalci so že ugotovili naravo rizičnih območij. S pomočjo diferencialnih enačb in teorije bifurkacij so uspeli določiti dva tipa območij, ki se različno odzoveta na povečano število patrulj. V enem primeru se kriminal preseli na druga območja mesta, v drugem primeru pa popolnoma izgine. Zaenkrat še ni mogoče vnaprej določiti, katerega tipa je posamezno območje, zato se matematiki in drugi znanstveniki trudijo pomagati policiji pri razločevanju območij in ji tako omogočiti, da razporedi svoje sile na najboljši možni način.

Več informacij o temi najdete v članku *The Santa Cruz Experiment*, ki ga je objavila Kalee Thompson v reviji *Popular Science* oktobra 2011. ×××

KOLOFON

→ **Presek**
list za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje
letnik 40, šolsko leto 2012/2013, številka 5

Dopisi in naročnine: DMFA–založništvo, Presek, Jadranska ulica 19, p. p. 2964, 1001 Ljubljana, telefon (01) 4766 553, 4232 460, telefaks (01) 4232 460, 2517 281.

Internet: www.presek.si
Elektronska pošta: presek@dmfa.si

Naročnina za šolsko leto 2012/2013 je za posamezne naročnike 16,69 EUR – posamezno naročilo velja do preklica, za skupinska naročila učencev šol 14,61 EUR, posamezna številka 3,76 EUR, dvojna številka 6,89 EUR, stara številka 2,71 EUR, letna naročnina za tujino pa znaša 25 EUR.

Transakcijski račun: 03100–1000018787.

Devizna nakazila: SKB banka d.d. Ljubljana, Ajdovščina 4, 1513 Ljubljana, SWIFT (BIC): SKBASI2X, IBAN: SI56 0310 0100 0018 787.

Založilo DMFA–založništvo

Tehnična urednica Tadeja Šekoranja

Oblikovanje in ilustracija Polona Šterk Košir

Tisk Tiskarna Pleško, Ljubljana

Naklada 1400 izvodov

Poštnina plačana pri pošti 1102 Ljubljana

NAVODILA SODELAVCEM PRESEKA ZA ODDAJO PRISPEVKOV

Presek objavlja poljudne in strokovne članke iz matematike, fizike, astronomije in računalništva. Poleg člankov objavlja prikaze novih knjig s teh področij in poročila z osnovnošolskih in srednješolskih tekmovanj v matematiki in fiziki. Prispevki naj bodo zanimivi in razumljivi širšemu krogu bralcev, učencem višjih razredov osnovnih šol in srednješolcem.

Članek naj vsebuje naslov, ime avtorja (oz. avtorjev) in sedež institucije, kjer avtor(ji) dela(jo). Slike in tabele, ki naj bodo oštevilčene, morajo imeti dovolj izčrpen opis, da jih lahko večinoma razumemo ločeno od besedila. Slike v elektronski obliki morajo biti visoke kakovosti (jpeg, tiff, eps, ...), velikosti vsaj 8 cm pri ločljivosti 300 dpi. V primeru slabše kakovosti se slika primerno pomanjša ali ne objavi. Avtorji člankov, ki želijo objaviti slike iz drugih virov, si morajo za to sami priskrbeti dovoljenje (copyright). Zaželena velikost črk je vsaj 12 pt, razmak med vrsticami pa vsaj 18 pt.

Prispevke pošljite odgovornemu uredniku na naslov uredništva DMFA–založništvo, Uredništvo revije **Presek, p. p. 2964, 1001 Ljubljana** ali na naslov elektronske pošte **presek@dmfa.si.**

Vsak članek se praviloma pošlje vsaj enemu anonimnemu recenzentu, ki oceni primernost članka za objavo. Če je prispevek sprejet v objavo in če je besedilo napisano z računalnikom, potem uredništvo prosi avtorja za izvorno datoteko. Le-te naj bodo praviloma napisane v eni od standardnih različic urejevalnikov TeX oziroma LaTeX, kar bo olajšalo uredniški postopek.

Avtor se z oddajo članka strinja tudi z njegovo kasnejšo objavo v elektronski obliki na internetu.

Kazalo

Slika na naslovnici: leto kometov Potem, ko je komet C/2011 L4 (PANSTARRS) 10. marca letel najbližje Soncu, je postal viden iz naših krajev. Na nebu se je nahajal nizko nad zahodnim obzorjem in je zahajal dobro uro za Soncem. Žal pa je v tem času nagajalo vreme in se je prva priložnost za njegov ogled ponudila šele 19. marca, ko tudi nad obzorjem ni bilo več oblakov. Komet ni bil zelo velik in svetel, zato ga je bilo brez daljnogleda skoraj nemogoče najti na nebu. Kljub majhnemu kontrastu z večerno zarjo neba, pa ga je bilo mogoče fotografirati. Komet PANSTARRS pa je bil le nekakšno astronomsko ogrevanje in vaja, saj bo konec leta viden še en velik komet C/2012 S1 ISON, ki naj bi po napovedih bil zelo svetel, nekaj dni celo kot polna Luna. Fotografija je bila posneta v Ljubljani, 19.3.2013, ob 19.24. (Foto: Andrej Guštin)

Računanje točnih vrednosti trigonometričnih funkcij

MARKO RAZPET

→ Iz znanih vrednosti

- $\sin 0° = 0,\ \sin 30° = \frac{1}{2},\ \sin 45° = \frac{\sqrt{2}}{2},$

  $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \sin 90° = 1\,,$

- $\cos 0° = 1,\ \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2},$

  $\cos 60° = \frac{1}{2},\ \cos 90° = 0$

lahko z **osnovnimi štirimi aritmetičnimi operacijami** in s **kvadratnimi korenjenji** izrazimo sinuse in kosinuse kotov, ki so celi mnogokratniki kota 15°. Z adicijskimi izreki dobimo, razen za zgoraj navedene kote, ki so sicer celi mnogokratniki kota 15°, še:

- $\sin 15° = \sin(45° - 30°) =$

  $\sin 45° \cos 30° - \cos 45° \sin 30° = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\,.$

Na enak način oz. s formulo $\sin x = \cos(90° - x)$ dobimo tudi

- $\cos 15° = \frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2}),\ \sin 75° = \frac{1}{4}(\sqrt{6} + \sqrt{2}),$

  $\cos 75° = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - \sqrt{2})\,.$

Ali lahko samo s prej omenjenimi računskimi operacijami izrazimo tudi vrednosti funkcij sinus in kosinus za cele mnogokratnike kakšnega manjšega kota, izraženega v stopinjah z naravnim številom? Izkaže se, da je najmanjši tak kot 3°.

Da bi lahko izrazili sin 3° in cos 3°, moramo najti vrednosti funkcij sinus in kosinus kakšnega naravnega mnogokratnika kota 18° ($18^\circ, 36^\circ, 54^\circ, 72^\circ$). Do rezultata bomo prišli po ovinku, s kvadratno enačbo. Najprej je očitno $36^\circ = 90^\circ - 54^\circ$ oz. $18^\circ + 18^\circ = 90^\circ - 18^\circ - 18^\circ - 18^\circ$. Zato je

- $\sin(18^\circ + 18^\circ) = \sin(90^\circ - (18^\circ + 18^\circ + 18^\circ)) =$

  $\cos((18^\circ + 18^\circ) + 18^\circ)\,.$

Po adicijskih izrekih lahko zapišemo:

- $2\sin 18^\circ \cos 18^\circ = \cos(18^\circ + 18^\circ)\cos 18^\circ -$

  $\sin(18^\circ + 18^\circ)\sin 18^\circ =$

- $(\cos^2 18^\circ - \sin^2 18^\circ)\cos 18^\circ -$

  $2\sin 18^\circ \cos 18^\circ \sin 18^\circ\,.$

Po krajšanju s faktorjem $\cos 18^\circ \neq 0$ in z upoštevanjem osnovne enakosti $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ dobimo

- $2\sin 18^\circ = 1 - 4\sin^2 18^\circ\,.$

Torej je $\sin 18^\circ$ pozitivna rešitev kvadratne enačbe $4x^2 + 2x - 1 = 0$:

- $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}\,.$

Iz tega rezultata ni težko izraziti

- $\cos 18^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 18^\circ} = \frac{1}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\,.$

Opazimo, da shajamo z osnovnimi štirimi aritmetičnimi operacijami in s kvadratnimi korenjenji. Sedaj pa takoj vidimo, da je

- $\sin 3^\circ = \sin(18^\circ - 15^\circ) =$

  $\sin 18^\circ \cos 15^\circ - \cos 18^\circ \sin 15^\circ\,.$

Z znanimi vrednostmi dobimo

- $\sin 3^\circ =$

  $\frac{1}{16}\left((\sqrt{5} - 1)(\sqrt{6} + \sqrt{2}) - (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\right)\,.$

V decimalni obliki pa je

- $\sin 3^\circ = 0.052\,335\,956\,242\,943\,83\ldots$

Tako bi lahko izrazili tudi $\cos 3^\circ$ in sestavili tabelo sinusov in kosinusov kotov $0^\circ, 3^\circ, 6^\circ, \ldots, 42^\circ, 45^\circ$. Več pa zaradi znanih zvez ni potrebno. Vse vrednosti izrazimo le z osnovnimi štirimi aritmetičnimi operacijami in s kvadratnimi koreni. Tako tabelo je sestavil in objavil že baron Jurij Vega (1754–1802).

Zakaj poleg štirih aritmetičnih operacij toliko poudarjamo kvadratne korene? Zato, ker daljico, katere dolžina se izraža s temi operacijami, lahko geometrijsko konstruiramo samo z ravnilom in šestilom. Pomagamo si s sorazmerji in podobnimi trikotniki ter s Pitagorovim izrekom, ki posledično v pravokotnem trikotniku eno stranico izraža s preostalima dvema ravno s kvadratnim korenom.

Kaj pa je s $\sin 1^\circ$? Kakorkoli obračamo znane enakosti in dobljene enačbe, nikoli ne pridemo do kvadratne enačbe, ampak do kubične. Korene kubične enačbe v splošnem primeru lahko natančno izrazimo s t. i. Cardanovimi formulami, ki pa so zapletene in poleg kvadratnega korena vsebujejo tudi tretji koren. Poleg tega Cardanove formule navadno vsebujejo ravno kote, katerih vrednosti trigonometričnih funkcij ne znamo točno izraziti. Dolžine daljice, ki se izraža s tretjim korenom, na splošno ne moremo konstruirati samo z ravnilom in šestilom. Kot 3° torej lahko konstruiramo le z ravnilom in šestilom, kota 1° pa ne.

Ker pa je načrtovanje kota enakovredno konstrukciji primernega pravokotnega trikotnika, to na splošno ne gre samo z ravnilom in šestilom, če se vrednost ene od kotnih funkcij tega kota izraža s kubičnim korenom.

Za $\sin 1^\circ$ so na tako voljo le še približni izračuni.

Podobno, kot smo računali prej, zlahka zapišemo:

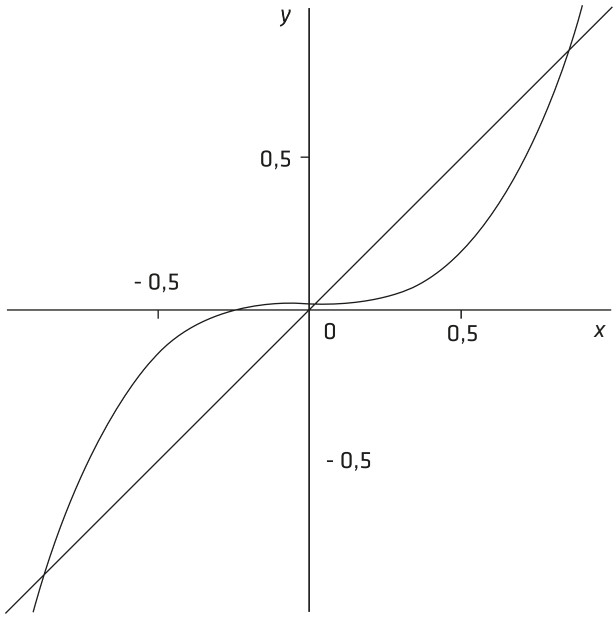
- $\sin 3^\circ = 3\sin 1^\circ - 4\sin^3 1^\circ\,.$

Število $s = \sin 1^\circ$ je torej pozitivna rešitev kubične enačbe

- $4x^3 - 3x + a = 0\,,$

pri čemer je $a = \sin 3^\circ$ znano število. Ker je kot 3° majhen, je $\sin 1^\circ$ približno enak $a/3$. V prvi polovici 15. stoletja je Al-Kaši že znal izračunati število s poljubno natančno z iteracijo. Zgornjo kubično enačbo prepišemo v obliko

- $x = (4x^3 + a)/3$.



SLIKA 1.
Najmanjša pozitivna abscica presečišč obeh krivulj je sin 1°

Tri rešitve dobimo kot presečišča krivulj $y = x$ in $y = f(x) = (4x^3 + a)/3$. Najmanjša pozitivna rešitev je ravno s. Za začetni približek s_0 števila s vzamemo kar $a/3$, nato pa izračunamo naslednji, boljši približek $s_1 = f(s_0)$. Iz tega dobimo še boljši približek $s_2 = f(s_1)$. Ta postopek nadaljujemo in števila $s_n = f(s_{n-1})$ se približajo številu s tako blizu, kakor želimo.

n	s_n
0	0.017 445 318 747 647 94
1	0.017 452 397 805 531 90
2	0.017 452 406 426 767 05
3	0.017 452 406 437 270 70
4	0.017 452 406 437 283 49
5	0.017 452 406 437 283 51

TABELA 1.
Računanje približkov

Torej je zaokroženo na 15 decimalk:

- $\sin 1^\circ = 0.017\,452\,406\,437\,284$.

Zanimivo bi bilo odgovoriti na vprašanje, zakaj vrednosti funkcij sinus in kosinus za nekatere kote lahko izrazimo le z osnovnimi štirimi aritmetičnimi operacijami in s kvadratni korenjenji, drugih pa ne. V prvem primeru lahko kot načrtamo samo z ravnilom in šestilom, v drugem pa ne. Izkaže se, da je problem enakovreden problemu, kdaj lahko krogu včrtamo pravilni n-kotnik samo z ravnilom in šestilom. To gre npr. za $n = 3, 4, 5, 6$, za $n = 7$ pa ne. Kdaj pravilni n-kotnik lahko načrtamo samo z ravnilom in šestilom? Odgovor na to vprašanje imamo, izrazimo pa ga s t. i. Fermatovimi števili (Pierre de Fermat, 1601–1665, francoski matematik). O tem je dosti napisanega v matematični literaturi, nekaj tudi v Preseku.

× × ×

Barvni sudoku

→ V 8 × 8 kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do 8, tako da bo v vsaki vrstici, v vsakem stolpcu in v kvadratkih iste barve (pravokotnikih 2 × 4) nastopalo vseh 8 števil.

	2						7
			7	6	4	8	
			6			3	8
5		7					
					3		4
	7	4		8			
	5	1				6	

× × ×

Prosto padanje – nekdaj

JANEZ STRNAD

Galileo Galilei je ugotovil, da je prosto padanje enakomerno pospešeno gibanje. Podrobno je raziskal tudi enakomerno pospešeno gibanje kroglic pri kotaljenju po položnem klancu. Ni mogel meriti kratkih časov, zato je pospešek zmanjšal približno v razmerju višine in dolžine klanca. Ne enega ne drugega pospeška ni izmeril, pospešek prostega padanja je le zelo površno ocenil (*Galilei in pospešek*, Presek 38 (2010/2011) (1) 12–15). Kdo je torej prvi izmeril pospešek prostega padanja? Na vprašanja o tem, kdo je kaj naredil prvi, je vedno potrebno odgovarjati previdno. Zato recimo, da je bil Giovanni Battista Riccioli med prvimi. Nekateri sicer trdijo, da je bil prvi prav on. Njegovo delo je tako zanimivo, da ga je vredno spoznati nekoliko pobliže.

Riccioli se je kot jezuit po navodilu reda začel ukvarjati z astronomijo. Njegovo najpomembnejše delo *Novi Almagest* z več kot tisoč petsto stranmi velikega formata je izšlo leta 1751 (*Almagest* je bilo najpomembnejše Ptolemajevo delo). V njem si je Riccioli prizadeval prenoviti astronomijo. Opustil je Ptolemajevo sliko, da se Sonce in planeti gibljejo okoli Zemlje, in ni sprejel Kopernikove, da se Zemlja kot planet z drugimi planeti giblje okoli Sonca. Odločil se je za vmesno sliko Tycha Braheja, da se Sonce giblje okoli Zemlje, planeti pa okoli Sonca. Tako razlago so sprejeli tudi jezuiti. Riccioli je navedel kar 77 razlogov proti gibanju Zemlje okoli Sonca, a tudi 49 razlogov za takšno gibanje.

Riccioli se je lotil tudi številnih fizikalnih vprašanj. Veliko dela je vložil v merjenje pospeška prostega padanja. Med pripravami je ugotovil, da je zvok, ki ga povzroči lesena kroglica, ko pade z višine dvajsetih metrov in udari na tla, veliko močnejši, kot če pade s polovične višine. Žogo, ki pade z višine treh metrov, ujamemo, ne da bi zabolelo, če pade s precej večje višine, pa zaboli. Ljudje, ki padejo z majhne višine, se ne poškodujejo, pri padcu z večje višine pa se. Lesena krogla, ki pade z velike višine v vodo, se pod gladino vode potopi veliko bolj, kot če pade z majhne višine. Žoga iz trdega usnja, ki pade z velike višine, se na trdih tleh odbije veliko bolj, kot če pade z majhne višine. Vse to ga je prepričalo, da hitrost padajočega telesa narašča z višino, s katere pade.

Leta 1640 se je v Bologni resno lotil merjenja. Pomagal mu je 18 let mlajši jezuit Francesco Maria Grimaldi, ki je pozneje odkril uklon svetlobe, in še jezuit Cassiani. Čas so merili s kratkim nitnim nihalom, katerega polovični nihaj je trajal 1/6 sekunde. S tako hitrim nihalom je zelo težko meriti. Kaže pa, da so merilci z vajo postali dokaj spretni. Zgledovali so se po merjenjih, ki jih je leta 1634 v Ferrari opravil jezuit Niccolo Cabeo z manj kot 30 m visokega zvonika. Riccioli le ni prvi meril pospeška prostega padanja, meril pa je temeljiteje kot Cabeo.

Približne dolžine smo navedli v metrih, merske podatke pa bomo navedli v čevljih. Za stari rimski čevelj, pes ali pedis, večinoma navajajo 0,296 m. Naletimo tudi na druge vrednosti, celo na 1/3 m. Nekaj podatkov govori za to, da je Ricciolijev čevelj meril 0,301 m. Negotovost otežkoča primerjavo.

Ricciolijevo kratko nihalo je bilo dolgo 1,15/12 čevlja. Temu po prvem podatku ustreza 2,84 cm, po zadnjem pa 2,88 cm. Galilei je ugotovil, da je nihajni čas sorazmeren s kvadratnim korenom iz dolžine. Enačbe za nihajni čas $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ pa še niso poznali. Z njo s pospeškom prostega padanja v Bologni 9,806 m/s^2 dobimo za nihalo z nihajnim časom 1/3 sekunde dolžino 2,76 cm.

Pri štetju nihajev so si pomagali s petjem glasbenih lestvic ali z glasnim ritmičnim štetjem. Krogle so spuščali z okna stavbe, v kateri so prebivali, in z različnih cerkvenih zvonikov v Bologni. Glavni del merjenj pa so opravili s stolpa, ki ga je v 12. stoletju začela graditi družina Asinelli in ki stoji sredi Bologne kot ena od njenih znamenitosti. Za njegovo današnjo višino navajajo 98,4 m. Po Ricciolijevem mnenju je bil stolp tako pripraven za merjenje, kot bi ga zgradili prav s tem namenom.

Iz različnih točk stolpa so spustili svinčnico in z njo izmerili višino. Pripravili so glinaste krogle z maso po 219 g in jih spuščali z različnih višin. Z večkratnim merjenjem so ugotovili, da v šest enojnih nihajih v eni sekundi, pade telo z višine 15 čevljev, v dveh sekundah z višine 60 čevljev, v treh sekundah z višine 135 čevljev, v štirih sekundah z višine 240 čevljev in nazadnje v 4,33 sekunde z višine 280 čevljev, to je z vrha stolpa. Višine, za katere je krogla padla v zaporednih sekundah $15, 60 - 15 = 45, 135 - 60 = 75$ in $240 - 135 = 105$, vse v čevljih, so v razmerju lihih števil 1:3:5:7. Prav to je napovedal Galilei. Riccioli spočetka tej napovedi ni verjel. Pričakoval je, da hitrost pri padanju v zaporednih sekundah narašča hitreje, v geometrijskem zaporedju 1:3:9:27, danes bi rekli eksponentno. (Tako bi bilo, če bi bila hitrost in pospešek sorazmerna s potjo.) Izposloval si je dovoljenje, da je prebral prepovedani Galilejev *Dialog*. Ricciolijevi naravoslovni poštenosti v prid govori dejstvo, da je dal v tem pogledu Galileiju prav, čeprav je prej v svojem delu celo ponatisnil Galileijevo obsodbo. Z Grimaldijem sta obiskala bolnega Galileijevega učenca jezuita Bonaventuro Cavallierija, ki ga je njuno obvestilo razveselilo.

Riccioli pospeška prostega padanja ni navedel. Iz dobljenih podatkov pa bi lahko izračunal 29,8 čevlja/s^2. Zagotovil je, da se za določeno točko merski izidi med seboj v nobenem primeru niso razlikovali za več kot za polovico nihaja. Če za stari rimski čevelj vzamemo 0,296 cm, da to pospešek 8,82 m/s^2; če vzamemo 0,301 m, pa 8,97 m/s^2. Riccioli je nekatere korake pri merjenju opisal podrobno, nekaterih pa sploh ni opisal. Tako ostaja nepojasnjeno kako so se med merjenjem sporazumevali, kako so uskladili nihanje nihala v spodnji točki s trenutkom, ko so v zgornji točki spustili kroglo.

Riccioli je posvetil veliko skrb merjenju časa z nitnim nihalom. Kaže, da je tako ravnal, še preden je opazoval prosto padanje. Omenil je umerjeno nihalo, kar najbrž pomeni, da je umeril daljše nihalo in za krajše nihalo uporabil sorazmernost s kvadra-

SLIKA 1.
Giovanni Battista Riccioli (1598-1671)

tnim korenom iz dolžine. Merjenj z nihali se je lotil zelo velikopotezno. Prizadeval si je narediti *sekundno nihalo*, katerega polovica nihaja bi trajala eno sekundo. Pri prvi vrsti poskusov so šteli nihaje šest ur in ugotovili, da je nihalo za $2{,}1 \cdot 10^{-3}$ odstopalo od sekundenega nihala. Pri tem so našteli več kot 20 000 nihajev. Nihalo je bilo treba od časa do časa pognali, ne da bi zmotili časovni potek nihanja, ker je zaradi zračnega upora nihalo dušeno.

Ob tem je Riccioli podvomil v sončno uro, s katero je izmeril šest ur. Zato so pri naslednjem merjenju leta 1642 šteli nihaje med zaporednima prehodoma Sonca čez krajevni poldnevnik. Odstopanje od sekundnega nihala je naneslo $1{,}5 \cdot 10^{-2}$. Pri poskusu je sodelovalo devet jezuitov. Pri naslednjem poskusu so šteli nihaje med zaporednima prehodoma zvezde čez krajevni poldnevnik. (Zvezdni dan je za 3,9 minut krajši od Sončevega.) Nihalo z dolžino 3,35 čevlja je od sekundnega nihala odstopalo za $6{,}9 \cdot 10^{-3}$. Poskusi, pri katerih so prešteli več kot 86 000 nihajev, so bili tako naporni, da so sodelavci odnehali. Poleg Grimaldija je odtlej pri merjenju sodeloval le še en pomočnik.

Leta 1645 so uporabili krajše nihalo z dolžino 3,23 čevlja. Izbrali so tudi krajši interval med prehodoma dveh različnih zvezd čez krajevni poldnevnik. Tako je bilo treba prešteti le nekaj več kot 3 000 nihajev. Merili pa so trikrat. To kaže, da so se zavedali napak pri merjenju. Nihalo je za $0{,}9 \cdot 10^{-3}$ odstopalo od sekundnega nihala. Za omenjeni nihali dobimo dolžino 0,992 m ali 1,01 metra in 0,956 m ali 0,972 m, medtem ko da enačba 0,993 m. Riccioli je menil, da nihalo ni popolna naprava za merjenje časa, a je veliko zanesljivejša kot druge. Pri vseh merjenjih je naštel preveč nihajev. Odstopanja niso naraščala z višino, kakor bi pričakovali, če bi šlo za vpliv zračnega upora. Zelo verjetno se je v merjenja prikradla sistematična napaka in je natančnost merjenj precenil.

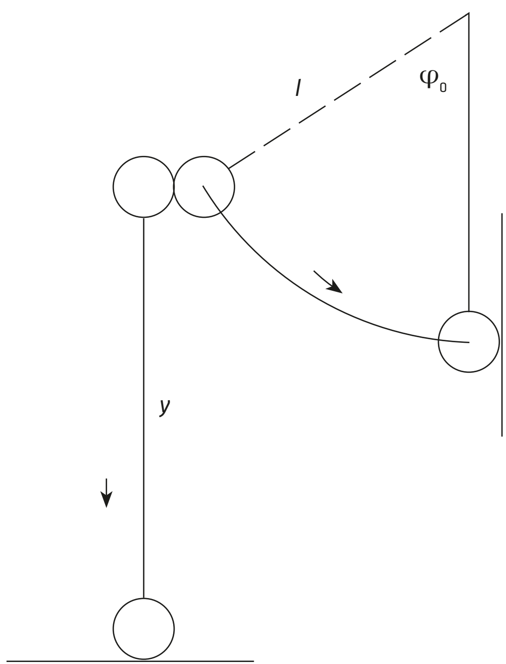
1	2	3	4	5	6
6	1	36	15	15	1
12	2	144	60	45	3
18	3	324	135	75	5
24	4	576	240	105	7
26	$4\frac{1}{3}$	676	280	40	$8\frac{1}{6}$

Ricciolijeva preglednica za enega od treh nizov merjenj vsebuje (1) število polovičnih nihajev nihala, (2) ustrezni čas v sekundah, (3) kvadrat števila nihajev, (4) višino, za katero so padle krogle, (5) pot krogel v zaporednih sekundah, (6) razmerje poti. Današnjemu fiziku se zdijo s kratkim nihalom dobljeni podatki kar preveč urejeni. Preglednici za druga dva niza sta samo malo manj urejeni.

SLIKA 2.
Stolp Asinelli v Bologni po risbi iz *Novega Almagesta* (levo) in na razglednici (desno). Razdalje med točkami H, β, K, L, M, N ustrezajo razdaljam med točkami O, C, Q, R, S, T, iz katerih so spuščali glinaste krogle. Če si mislimo vrvico in na njej v točkah N, M, L, K, β in N pritrjene drobne uteži, bi uteži zadevale tla v enakih časovnih razmikih, ko bi vrvico spustili. Tak poskus še danes včasih pokažejo v šoli.

Riccioli je spoznal, da telesa padajo s konstantnim pospeškom, pospešek pa se nekoliko spreminja z velikostjo in s težo teles. Težje telo z večjo ali enako gostoto pada nekoliko hitreje. Od enako velikih teles gostejše pada hitreje. Primerjal je padanje krogel z maso 70 g iz svinca in lesa. Medtem ko je prva padla za 280 čevljev, je druga padla za 240 čevljev. Navedel je podatke za 21 takih dvojic. Razliko je pripisal zračnemu uporu in zagotovil, da je treba upoštevati tudi gostoto zraka. Nasprotoval je Galileijevi trditvi, da telesa z enako težo padajo enako, a pripomnil, da je Galilei morda opazoval padanje enako velikih teles z različno gostoto, pri katerih so razlike majhne. Ovrgel je Galileijevo trditev, da pade 33 kg težka železna krogla z višine 44 m v 5 s, saj je glinasta krogla z večje višine 83 m padla v 4,33 s.

Riccioli je opazil, da nihajni čas z naraščajočo amplitudo narašča. Pri merjenju pospeška s kratkimi nihali so bile amplitude dokaj velike, kar je utegnilo poslabšati natančnost pri merjenju. Medtem je Galilei še mislil, da nihajni čas ni odvisen od amplitude. V opisane poskuse so Riccioli in njegovi sodelavci vložili ogromno truda. Današnji fizik njihovo ravnanje težko razume. Vsekakor ti poskusi tudi opozarjajo, kako pomemben je bil razvoj merilne tehnike. Merjenje časa so izrazito izboljšali po letu 1656, ko je Christiaan Huygens patentiral uro na nihalo.



SLIKA 3.
Duhovnik in redovnik Marin Mersenne (1588–1648), znan po tem, da je širil naravoslovna spoznanja, je tudi raziskoval prosto padanje in nihanje nitnih nihal. Pri poskusu je telo na vrvici spustil istočasno kot telo, ki je prosto padalo. Želel je doseči, da bi telo na vrvici navpično oviro zadelo sočasno kot padajoče telo tla in bi oba poka zaslišal hkrati. Ni navedel nedvoumnega rezultata. Mislil je, da nihajni čas ni odvisen od amplitude. Če ne bi upoštevali zračnega upora, bi dobili za razmerje med višino pada in dolžino nihala $y/l = \frac{1}{2}E^2\,(\sin^2 \frac{1}{2}\varphi_0)$ z amplitudo φ_0 in polnim eliptičnim integralom prve vrste $E(\sin^2\frac{1}{2}\varphi_0)$. Če bi vzeli, da nihajni čas ne bi bil odvisen od amplitude, bi za $\varphi_0 \to 0$ dobili $y/l = \frac{1}{8}\pi^2 = 1{,}2337$.

Riccioli in Grimaldi sta za *Novi Almagest* narisala zelo podroben zemljevid Luninega površja. Njun način poimenovanja je v rabi še danes. Veliko tvorb na Luninem površju nosi njuna imena.

Riccioli je mislil, da bi se izstrelki, ki bi jih izstrelili proti severu, odklonili proti vzhodu, če bi se Zemlja vrtela. Po tem, da tedaj odklona niso zaznali, je sklepal, da se Zemlja ne vrti. Danes vemo, da se izstrelki na vrteči se Zemlji odklonijo. To je *Coriolisov pojav*, ki je pomemben tudi za vreme. Ime ima po Gaspardu de Coriolisu, ki je leta 1835 raziskoval zakon gibanja v vrtečem se koordinatnem sistemu. Odkloni se tudi izstrelek, izstreljen proti vzhodu. Riccioli je zmotno mislil, da se v tem primeru izstrelek ne bi odklonil.

×××

↓↓↓

REŠITEV BARVNI SUDOKU S STRANI 6

4	2	**6**	**8**	**3**	**1**	**5**	7
3	**1**	**5**	7	6	4	8	**2**
7	**8**	**3**	**5**	**2**	**6**	**4**	**1**
1	**4**	**2**	6	**7**	**5**	3	8
5	**3**	7	**4**	**1**	**8**	**2**	**6**
2	**6**	**8**	**1**	**5**	3	**7**	4
6	7	4	**3**	8	**2**	**1**	**5**
8	5	1	**2**	**4**	**7**	6	**3**

×××

Razmisli in poskusi

MITJA ROSINA

52. Geometrijsko središče Slovenije

Preveri, ali je geometrijsko središče Slovenije res pri Slivni nad Vačami.

Prilepi zemljevid Slovenije na primeren karton in ga pazljivo izreži po mejni črti. Od spodaj ga podpri z bucko, tako da se ne prevrne. Táko podporno točko poiščeš s poskušanjem. Dobil si geometrijsko središče, ki je hkrati tudi težišče.

Pri ravni gladki ploskvi (ukrivljenost Zemlje, gore in podzemlje zanemarimo) lahko vpeljemo težišče (geometrijsko središče) na tri enakovredne načine.

(a) Kot točko, ki zagotavlja stabilno lego ploskve, če jo tam podpremo z bucko (naš poskus). Fizikalno to pomeni, da so v tem primeru navori, ki jih prispevajo posamezne točke na ploskvi, uravnovešeni. To lahko ponazorimo s konstrukcijo, v kateri nadomestimo vsoto sil teže iz posameznih enakomerno porazdeljenih točk na ploskvi z rezultanto, ki prijemlje v težišču. Ker prijemlje rezultanta v težišču, ima ročico nič in je navor nič, zemljevid se ne prekucne.

(b) Kot točko, katere koordinate (X, Y) so povprečje koordinat vseh točk:

- $$X = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x(i), \qquad Y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y(i).$$

(c) Kot točko, do katere je vsota kvadratov razdalj najmanjša:

- $$\sum_{i=1}^{N}[(x(i)-X)^2 + (y(i)-Y)^2] = \min.$$

Kje pa je težišče Evrope? To pa je že težji primer. Najprej se moramo dogovoriti, kje je meja med Evropo in Azijo. Recimo, da je na razvodju na Uralu in Kavkazu. Potem pa moramo še upoštevati, da je Zemlja okrogla in da za Evropo ne velja več približek ravne ploskve. Zato težišče ni na ploskvi, temveč nekje pod zemljo. Kljub temu pa lahko definiramo geometrijsko središče na sami ploskvi na vse tri načine. Vendar dobimo tri različna „središča“.

Mi se bomo držali prvega načina, izrezali bomo „Evropo“ iz globusa in jo podprli z bucko. Ker je globusa škoda, bomo raje zemljevid prerisali na staro žogo ali kroglo iz zlepljenega papirja. Laže je iskati ustrezno podporno točko od spodaj, tako da je „Evropa“ izbokla navzgor. V tem primeru dobimo célo področje podpornih točk, ki dajo stabilno ravnovesje. Vendar moramo izbrati točko tako, da je tangencialna ravnina v tako določenem geometrijskem središču vodoravna. Sicer nam „Evropa“ zdrsne, prekucne se pa ne. Ta točka je hkrati projekcija težišča naše lupine na lupino samo (ta točka, težišče izrezane lupine in središče Zemlje ležijo na isti premici). Razmisli!

Pri drugi definiciji poiščemo povprečje geografske dolžine in geografske širine množice enakomerno porazdeljenih točk.

Pri tretji definiciji pa poiščemo točko, ki ima najmanjši povprečni kvadrat oddaljenosti od množice točk. Oddaljenosti vpeljemo kot dolžine najkrajših poti po površini krogle, torej dolžine lokov velikih krogov. Ta dva pristopa sta primerna za računalniško obdelavo, če imamo numerične podatke o konturi Evrope.

×××

Futošiki

→ V $n \times n$ kvadratkov moraš vpisati začetna naravna števila od 1 do n, tako da bo v vsaki vrstici in v vsakem stolpcu nastopalo vseh n števil ter, da bodo izpolnjene vse relacije.

									>	
2			>		<		>		<	6
5			>		<		<			
6		3						4		
		1			>	2			<	
			<		<					

REŠITEV

3	6	4	1	5	2
2	5	3	4	1	6
5	2	1	3	6	4
6	3	2	5	4	1
4	1	6	2	3	5
1	4	5	6	2	3

Kakšne oblike so zajčki?

MOJCA ČEPIČ

→ **Ko so pomladni sončni dnevi tu, me vedno premaga želja po igranju s svetlobo.**

Gotovo ste se tudi vi že kdaj igrali z zajčki. Ste kdaj razjezili koga, ko ste mu z zrcalom odbili svetlobo v oči? Poigrajmo se danes z zajčki tudi mi!

Potrebujemo (slika):

- zrcalo,
- kos papirja,
- škarje,
- lepilni trak,
- kos tršega papirja za zaslon,
- sončen dan.

Kos papirja prilagodite velikosti zrcala. V papir izrežite nekaj odprtin s premerom od nekaj milimetrov do enega centimetra, kot kaže slika. Odprtine naj ne bodo okrogle, vendar naj bodo enake oblike. Če želite pogledati, kaj se dogaja z zajčki, nastalimi zaradi odboja na majhnih zrcalcih drugačnih oblik, si pripravite nov papir. Papir z odprtinami nalepite na zrcalo in pojdite na sonce.

SLIKA 1.
Potrebščine za izvedbo poskusa. Če želite opazovati zajčke različnih oblik zrcala, si pripravite več šablon za pokrivanje zrcala.

Na tla položite trši papir (zaslon) ali pa ga prislonite ob steno. Pri prvem poskusu ostanite na soncu. Z zrcalom naredite zajčka, ki skače po zaslonu. Zrcalo naj bo blizu zaslona. Kam morate postaviti zrcalo in kako ga morate obrniti, da na papirju vidite zajčka? Kakšno obliko ima zajček? Potem zrcalo oddaljujte od zaslona in opazujte, kako se z oddaljenostjo zrcala od zaslona spreminja oblika zajčka. Ko se oddaljenost zrcala od zaslona veča, postane enostavneje, če zaslon postavite v senco ali pa obliko zajčka opazujete na senčni steni. Kako se spreminja oblika zajčka?

Privoščite si še zadnji poskus. Z zrcala odstranite papir in naredite zajčka na oddaljeni steni, npr. na sosednjem bloku (in ne jezite ljudi). Kakšno obliko ima oddaljeni zajček?

× × ×

Zakaj se pločevinka stisne?

ODGOVOR NALOGE

MOJCA ČEPIČ

→ V pločevinko nalijemo malo vode, jo postavimo na grelnik in počakamo, da voda zavre. S krpo primemo pločevinko in iz nje izlijemo vrelo vodo. Pločevinko z odprtino navzdol postavimo v hladno vodo. Pločevinka se s pokom stisne (slika 1). Zakaj tako?

V pločevinki, na dnu katere je vrela voda, je vodna para skoraj v celoti izpodrinila zrak. Ko smo pločevinko postavili v hladno vodo, so se stene pločevinke, ki so tanke, skoraj v hipu ohladile. Ohladil se je tudi plin v pločevinki in para je v zelo kratkem času kondenzirala. Kondenzirana voda zavzema približno 1/1000 prostornine vodne pare. Zato se v pločevinki zgodi naslednje: del vode ob stiku s hladnejšimi stenami kondenzira in zavzame manjšo prostornino, kot jo je zavzemala para. Izven pločevinke je tlak približno 1 bar, v njej pa se v zelo kratkem času zniža za nekaj desetink bara. Zaradi razlike tlakov v pločevinko začne pritekati voda, hkrati pa na stene pločevinke zaradi istega razloga delujejo sile. Žal odprtina posode ni dovolj velika, da bi voda dotekala v zadostnih količinah in bi se tlak v pločevinki izenačeval z zunanjim. Sile, delujoče na steno pločevinke, tako pločevinko zverižijo.

Vsega tega seveda pri poskusu ne vidimo. Zato smo naredili še podoben poskus, le posoda, ki smo jo uporabili, je bila prozorna, da smo dogajanje v njej lahko opazovali. Posoda je bila tudi bolj trdna kot pločevinka, da je lahko obdržala svojo obliko. V prozorno, stekleničko podobno posodo, ki jo za poskuse uporabljajo kemiki, erlenmajerico, smo nalili za slab prst vode. Postavili smo jo na ploščo in počakali, da je voda zavrela (slika 2a). Vodo smo nato odlili v korito, stekleničko pa z vratom navzdol postavili v posodo z vodo (slika 2b). Voda se je v steklenički začela dvigati in je napolnila posodo skoraj v celoti (slika 2c). Vrat stekleničke je bil namreč dovolj širok, da je voda v notranjost dotekala dovolj hitro in so se tlačne razlike izenačevale. Stene so bile dovolj trdne, da posoda ni počila. Sedaj vidimo, da je bila razlaga poskusa, čeprav je temeljila zgolj na poznavanju fizikalnih zakonitosti, in dogajanja v pločevinki nismo mogli spremljati neposredno, smiselna.

SLIKA 1.
Slika zverižene pločevinke po poskusu.

SLIKA 2.
(a) Voda v steklenički vre. (b) Stekleničko potopimo z vratom navzdol v vodo, voda se v stekleničko dviguje, ko para kondenzira. (c) Ko je vsa para kondenzirana, je skoraj celotno prostornino stekleničke napolnila voda.

Snežene kepe pri nizkih temperaturah

ODGOVOR NALOGE

MOJCA ČEPIČ

→ Če bo letošnja zima snežena, se lahko poigramo s snegom. Verjetno ste si pozimi že večkrat oddahnili, ker so bile napovedane temperature nizke, vreme pa sončno, češ, sneg bo ostal. A glej ga zlomka, čeprav se čez dan ni sneg prav nič talil, so se ob tanki snežni odeji pojavile lise zemlje in snežna odeja se je kljub mrazu stanjšala. Sneg je hlapel.

To besedilo sem zapisala na začetku zime na podlagi izkušenj pri poskusu, ki sem ga naredila še kot otrok. Ko je padel zadnji pomladanski sneg, mi je bilo neskončno žal, da se zima končuje, zato sem v hladilnik, v zamrzovalno komoro hladilnika, spravila majhnega sneženega moža, postavljenega na krožnik. A ni pomagalo. Čez nekaj dni je mali sneženi mož dobesedno izhlapel. Za njim ni ostala niti luža; le stanjšal se je in po nekaj dneh izginil.

Včasih so vsi hladilniki imeli zaprt zamrzovalni predel (komoro) v zgornjem delu hladilnika. V njem so bile temperature pod ničlo (0 °C). V odprtih delih hladilnika voda ni zamrznila, temperature so bile nad ničlo. Danes marsikdo nima več takega hladilnika, temveč hladilnik, pri katerem je del s temperaturami malo nad ničlo, fizično ločen od dela, v katerem so temperature pod ničlo. No, vsaj pri nas je tako. In na tem mestu se začnejo težave z rezultati poskusa, ki sem vam ga želela pokazati. Vsaj malo mi je pomagala tudi narava.

SLIKA 1.
Zbirka kep na levi je „šla“ v zamrzovalnik, zbirka na desni pa v hladilnik in se je v enem dnevu stalila. Tretje zbirke, ki sem jo postavila na teraso, na sliki ni.

Torej, pripravila sem tri zbirke treh različno velikih kep (slika 1). Tri dodatne kepe sem zavila v živilsko folijo. Na sliki sta zgolj dve zbirki, a saj vemo, kako so videti kepe, kajne?

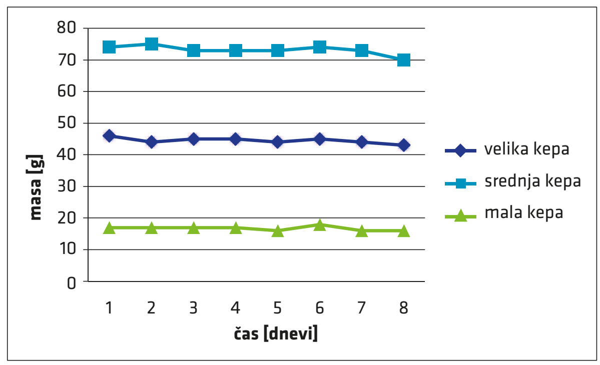
Vsako zbirko sem položila na krožnik (tri različno velike kepe in ena kepa v foliji) ter postavila krožnike v hladilnik, v zamrzovalnik in na teraso. Dnevi, v katerih je potekal poskus, so bile relativno hladni. Kepe sem vsako jutro in zvečer stehtala s kuhinjsko tehtnico, ki tehta na 1 g natančno.

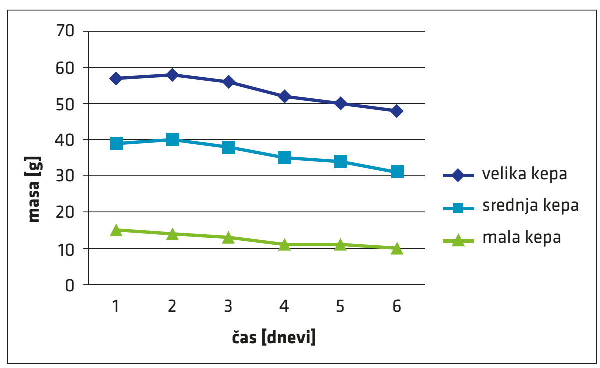
Rezultate vidite v grafih.

Kaj se je pravzaprav dogajalo? Kepe v hladilniku, kjer je temperatura nad tališčem, so se stalile; manjše kepe v celoti, večje delno. Seveda, temperatura v hladilniku je bila nad tališčem, snežne kepe so imele temperaturo tališča, toplotni tok je tekel iz zraka v hladilniku, ki je imel višjo temperaturo, v kepe, ki so imele nižjo temperaturo. Kepe so prejemale toploto, zato se jim je povečevala notranja energija, kar je pri temperaturi tališča imelo za posledico spreminjanje agregatnega stanja. Sneg se je talil.

Kaj se je dogajalo s kepami v zamrzovalniku? Tako rekoč nič, njihova masa se skorajda ni spreminjala (graf 1 zgoraj).

Kaj pa kepe na prostem? Čeprav so bile temperature pod tališčem, se je masa kep manjšala (graf 1 spodaj). Žal poskus ni trajal prav dolgo, ker so se po





GRAF 1.
Zgoraj: Masa kep v zamrzovalniku v odvisnosti od časa. Spodaj: Masa kep na prostem v odvisnosti od časa. Zunanje temperature so se gibale med -10 °C in -5 °C.

18 nadaljevanje na strani

Nagradna križanka

TRDA KOVINA

TRAVA Z ENOCVETNIMI KLASKI V LATIH | PRIPOVEDNO DELO V VERZIH | SEČNJA | NAJMANJŠE LIHO PRAŠTEVILO | ODKLON MAGNETNE IGLE OD VODORAVNE SMERI | VRTNA ROŽA Z BELIMI CVETOVI | JAPONSKO MESTO OB NOTRANJ. MORJU NA HONŠUJU

POLJSKI ASTRONOM (NIKOLAJ)

5

OPOMBA | NAREČNI IZRAZ ZA ŽENSKO KRILO | HEKTAR

PRIIMEK PEVKE NEISHE | SLADOKUSEC | POLJEDELEC | LIJAK | NAŠ JEDRSKI FIZIK (JANEZ)

8

AVTOR MARKO BOKALIČ | VEDA O POLETIH V VESOLJE | VEDA O STROJIH | SPAČEK | RAČUNSKI CENTER | TEMELJNA MATEMATIČNA RESNICA | dMFA | SREDIŠČE HERCEGOVINE | PANJ | PRITOK DONAVE V ROMUNIJI | NAJVEČJA TAJSKA REKA | ANGLEŠKI VOJVODA

SREDNJEVEŠKI TURŠKI SREBRNIK | 2 | DEBELA SALAMA | NEMŠKI PISATELJ (HERMANN) | 9 | ZDRAVILNA ROŽA | ESTETSKI UREJEVALEC

GLAVNO MESTO ŠVEDSKE | ITAL. GENERAL IN LETALEC (UMBERTO) | MAJHNA UTA | RAČUNALNIKAR ZAKRAJŠEK | PORTUGAL. POMORŠČAK (FERNANDO) | SPAJANJE S KISIKOM

ZADETJE DVEH GIBAJOČIH SE TELES | DOGOVORJENO SREČANJE SKUPINE LJUDI | 7 | KOLESAR. DIRKA PO ITALIJI | 16

CEVAST PODZEMNI PROSTOR | OTOK SEVEROZAHODNO OD ZADRA | HODILNE OKONČINE | VISOKO LISTNATO DREVO | IZBRIZG SPERME | ISTRSKI KRAJ SV. OD POREČA

VPREŽNI DROG PRI VOZU | BODEČA RASTLINA OB POLJSKIH POTEH | BERNARDA OMAN | OZKOTIRNI VOZIČEK, VAGONČEK | NASELJE V CELJSKI KOTLINI | DRŽAVA V ZDA

ITAL. PEVEC (FILIPPO NEVIANI) | 12 | FRANKOV. VLADARSKA RODBINA | PRERIJSKI INDIJANCI | 23 | BUKOV PLOD | MADŽAR. FILOZOF IN LITERARNI KRITIK (GYÖRGY)

SIRSKI DIKTATOR (BAŠAR AL) | KOS TKANINE ZA ZAVAROVANJE RANE | VSAKE ? IMAJO SVOJEGA MALARJA | TV PRENOSNI SISTEM | ZGODOVINAR (DUŠAN) | EDVARD ŠLAJMER | OPEČENA REZINA KRUHA | APARAT ZA PRIPRAVO LEDU

VATROSLAV LISINSKI | AKVARIJSKA RASTLINA | SEVERNI BRITANEC | 10 | SOLI SEČNE KISLINE | RIŽEVO ŽGANJE | 6

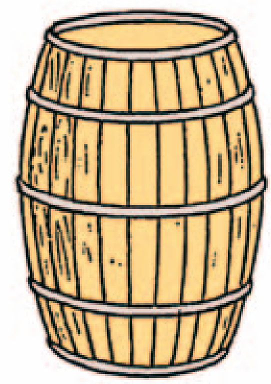
IZLETNIŠKA TOČKA ZAHODNO OD LJUBLJANE | 3 | VELIKAN | AMERIŠKI DRŽAVNIK EISENHOWER | VALJ

SRBSKI KOŠARKARSKI TRENER (DUŠAN) | AMERIŠKA REKA S SLAPOVI | DO, RE, MI, FA, SO, ? | SOSEDNJA DRŽAVA

JAPONSKO VELEMESTO | SRBSKO MESTO SEVERNO OD NIŠA | KUHARSKI IZDELEK

RIMSKI VOJSKOVODJA, KI JE PORAZIL ATILO | 13 | STRANICA V PRAVOKOTNEM TRIKOTNIKU | KRAJEVNA SKUPNOST | IGRALKA GARDNER

- GRAFIČNO OBLIKOVANJE MATEVŽ BOKALIČ
- DRUŽBOSLOVNA VEDA
- NAŠ KAJAKAŠ Z OLIMP. KOLAJNO (ANDRAŽ)
- MORSKA RIBA, KI JO TUDI GOJIJO
- ANTIČNO NASELJE PRED IZLIVOM NERETVE
- TRDA KAMNINA STEKLENEGA SIJAJA
- PREDLOG
- POLITIK ČERNAČ
- FRANC. IGRALEC (PHILIPPE)
- CHICAŠKO LETALIŠČE
- POKOJNI PIANIST BERTONCELJ
- GLAVNO MESTO TANZANIJE
- POŽIVILNI NAPITEK



- RUDOLF MAISTER
- NAKOVALO
- MAGNETNA, UDARNA, PLETILNA, INJEKCIJSKA ?
- NAŠA PEVKA (MAJA)
- TOVARNA OBUTVE V ŽIREH
- PROGRAM. JEZIK, KI GA JE RAZVIL PENTAGON
- JANEŽ PO LATINSKO
- DEL TELESNEGA OGRODJA
- PREDZADNJA GRŠKA ČRKA
- NAŠ STROJNIK (IGOR)
- PRIMESTNO NASELJE ZAHODNO OD MARIBORA
- PAPEŽ IZ 12. STOL., PROTIPAPEŽ INOCENCU II.
- NAŠ LITERAT IN TV UREDNIK (JANI)
- ŠAHIST PORTISCH
- NAJVEČJI PRITOK DRAVE
- PLOVILO ZA PREVOZ PREK REKE
- GRADBENI MATERIAL
- HRV. KRAJ JUŽNO OD PLITVIC
- VARUH ČLOVEKOVIH PRAVIC
- AMERIŠKO LETALO
- ORODJE ZA MERJENJE DEBELINE LESA
- UMIRITEV
- NESMISEL, NONSENS
- SOVJETSKA PESNICA (MARGARITA)
- RADIJSKA UREDNICA RAUH
- SORTA KROMPIRJA
- OSTANKI PRI MLETJU ŽITA
- TLA POD VODO
- PERUJSKI INDIJANEC
- JUNAK IZ GOTOVČEVE OPERE
- ENAKA SAMOGLASNIKA
- NEMŠKI SLIKAR (EMIL)
- NAŠ POET (GREGOR)
- IZVIRNO IME REKE ADIŽE
- IVAN LOTRIČ
- VEZNIK
- SEKTA UŽIVALCEV HAŠIŠA
- IGRALKA KALEZIĆ
- STAVBAR. SLOG PRED RENESANSO
- NALEZLJIVA OTROŠKA BOLEZEN Z IZPUŠČAJI, VODENE KOZE
- NAMESTO JEZUSA IZPUŠČENI MORILEC
- ODVZEM, ODKUP
- ORKESTRSKO TOLKALO
- PEVEC MARTIN
- BARONSKI NASLOV
- NAŠ IGRALEC (MIHA)
- NAŠ KARDINAL (FRANC)
- IGOR LUKŠIČ
- PREDMET, KI VPIJA VODO
- MITIČNI VELIKAN PRED ČLOVEŠKIM RODOM
- KRAJ PRI NOVIGRADU
- ENOTA JALOVE MOČI EL. TOKA
- MESTO ZAH. OD MADRIDA
- TOMAŽ ZWITTER
- KRAJ OB SAVI PRI LJUBLJANI
- ANGELA MERKEL
- PREPIR, KI GA POVZROČI TRETJA OSEBA

NAGRADNI RAZPIS

→ Črke iz označenih polj po vrsti zapišite na Preseku priloženo dopisnico, dodajte tudi svoje ime, priimek in naslov. Dopisnico pošljite na Presekov naslov (poštnina je že plačana) do **15. maja 2013**, ko bomo izžrebali tri nagrajence, ki bodo za nagrado prejeli **Presekov paket.**

×××

→ 15 nadaljevanje s strani

nekaj dneh temperature povzpele nad ničlo in kepe so se stalile.

Pa poglejmo, zakaj tako. Če so temperature pod tališčem, se sneg ne more taliti. A to še vedno ne pomeni, da se masa kep ne more spreminjati. Tudi trdne snovi namreč hlapijo. Kako intenziven je proces hlapenja, je odvisno od okoliščin. Hlapenje si lahko predstavljamo kot dvosmerni proces.

V zraku se nahajajo molekule vode. Če molekula vode v svojem naključnem gibanju slučajno zadene kos ledu, se nanj „prilepi“ oz. tvori z molekulo kristala kemijske vezi in postane del tega kosa. Masa kosa ledu se zaradi tega poveča. Ta proces lahko opazimo na rečeh, ki jih vzamemo iz zamrzovalnikov. Ker je njihova temperatura nižja od tališča, se kmalu na njih naberejo ledeni kristali. Vzrok je opisani proces.

Molekule, ki so že vezane v led, zaradi termičnega gibanja nihajo okoli svojega položaja v ledenem kristalu. Vanj ga vežejo privlačne sile sosednjih molekul. Molekule ledu na površini so vezane šibkeje kot molekule znotraj kristala, ker imajo manj sosednjih molekul. Zato molekule na površini nihajo z večjimi amplitudami kot tiste v notranjosti. Včasih se katera od njih od površine odtrga ter odleti v zrak. Zaradi tega se masa ledu zmanjša. Ta proces imenujemo hlapenje.

Spreminjanje mase kepe snega je posledica obeh procesov: odlaganja molekul vode iz zraka na površino ledu in naključnega trganja molekul vode iz kosa ledu. Kadar sta procesa v ravnovesju, pravimo, da je zrak nasičeno vlažen. Tedaj se v povprečju na led odloži prav toliko molekul vode iz zraka, kolikor jih vanj pobegne. Tako je v dobrih zamrzovalnikih, ki jih ne odpiramo prav pogosto. Saj vendar nočemo, da bi se hrana, ki je nekoliko slabše zaprta, posušila. V našem starem hladilniku z zamrzovalno komoro na vrhu hladilnega prostora so valovi toplega zraka ob pogostem odpiranju očitno naredili svoje in mali sneženi mož je izhlapel. Snežne kepe izven hiše so doživljale drugačno usodo. Vreme je bilo sončno, zrak suh, temperature pa pod tališčem. Zrak ni bil nasičeno vlažen, kar pomeni, da se je v povprečju manjše število molekul odlagalo na kepe snega, kot jih je z njih odletavalo. Posledično se je masa kep zmanjševala – so hlapele. In kaj se je zgodilo s kepami, zavitimi v živilsko folijo? Nič, folija je preprečila opisano izmenjavo molekul in masa snežene kepe je ostajala stalna. ×××

Postani lovec na galaksije tudi ti (in poišči tri najsvetlejše galaksije pomladnega neba)

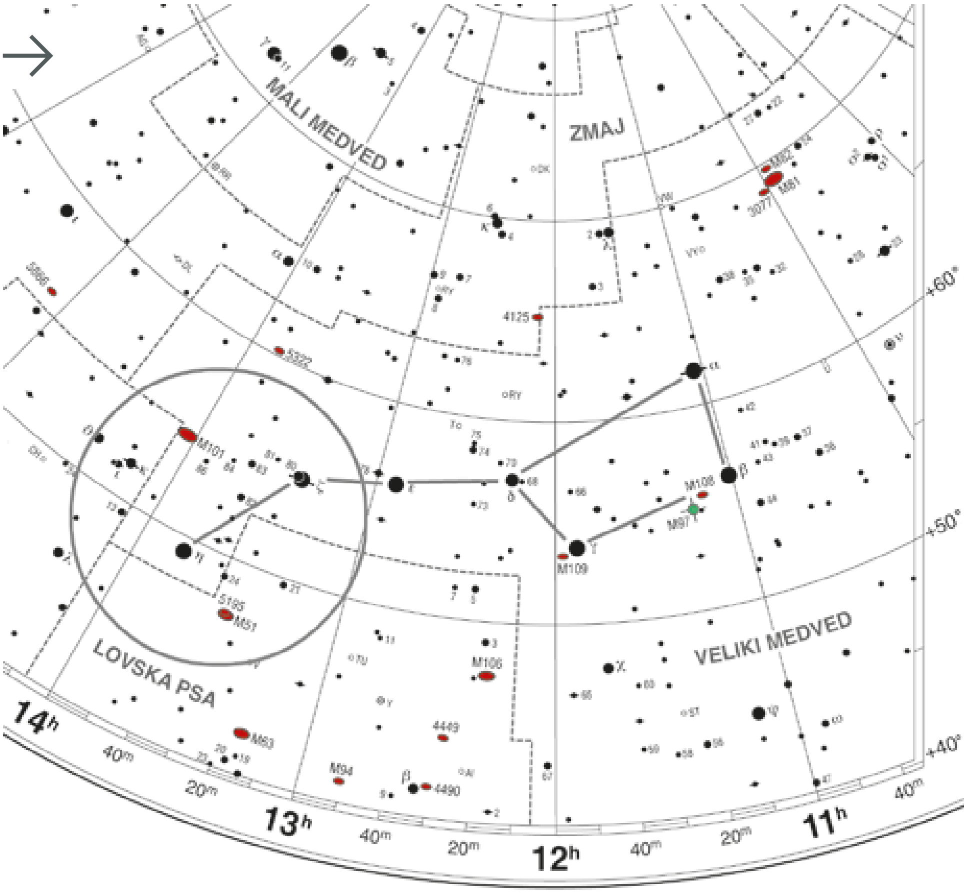
BOJAN KAMBIČ

→ Majsko večerno nebo je pravi raj za lovce na galaksije. Kljub temu, da lahko na Luni in planetih že z manjšimi teleskopi vidimo veliko fantastičnih podrobnosti, da lahko razsute in tudi številne kroglaste kopice vsaj na robu razdrobimo na posamezne zvezde in da lahko s pomočjo filtrov vidimo kar nekaj razgibanih plinskih in prašnih meglic, pa večina ljubiteljskih astronomov svoje teleskope raje obrača proti galaksijam, kjer – razen pri nekaj svetlih izjemah – tudi z velikimi amaterskimi teleskopi ne vidimo drugega kot večjo ali manjšo, bolj ali manj svetlo liso nežne svetlobe. Pa vendar nas galaksije vlečejo kot magnet. Verjetno zaradi večnega stremljenja po vesoljskih prostranstvih, želje, da bi videli čim globlje v vesolje. In v maju si lahko svojo radovednost dodobra potešimo. Od približno 8000 galaksij, kolikor jih je dosegljivih z ljubiteljskimi teleskopi, jih je maja na nebu kar 1400! Ogledali si bomo le nekaj najsvetlejših primerkov, takih, ki so vidni celo v „lovskem“ dvogledu 10×50, še bolje pa s teleskopom, kakršnega ima od leta 2009 marsikatera slovenska šola. Te galaksije so zanimive tudi za vse, ki jih veseli astronomska fotografija, zato bo članek poleg kart, ki vam bodo v pomoč pri iskanju, opremljen tudi s fantastičnimi fotografijami Jurija Stareta.

M 101 - Vetrnica (Ozvezdje Veliki medved)

Začnimo z galaksijo, ki je ni težko najti, jo je pa težje opaziti, če se naše opazovališče ne ponaša z dovolj temnim nebom. To fantastično spiralno galaksijo, ki je v Messierjevem katalogu dobila zaporedno oznako M 101 (7^m7/27'×26'), najdemo v ozvezdju Veliki medved (slika 1) približno 5,5 stopinje vzhodno od Mizarja (Zeta Velikega medveda). Mizar je slavna dvojno-dvojna zvezda v ojesu Velikega voza, asterizma v ozvezdju Veliki medved, ki ga mora poznati vsak amaterski astronom. Spoznamo jo po tem, da ima tik ob sebi šibkejšo zvezdico z oznako 80 Velikega medveda, ki jo vidimo že s prostim očesom, drugače pa je to srednja zvezda ojesa, če ne štejemo tiste, ki je del vozička. Če opazujemo z daljnogledom 10×50, sta Mizar in iskana galaksija v istem zornem polju, če le zvezdo pomaknemo na skrajni desni rob. Kdor pa se bo iskanja lotil s teleskopom z manjšim zornim poljem, naj pozorno pogleda iskalno karto (slika 2) in sledi šibkejšim zvezdam od Mizarja do galaksije.

Sij galaksije M 101 je kar 7,7 magnitude. A tu je še podatek, da je njena navidezna velikost na fotografijah kar pol stopinje (kot polna Luna)! Če nas prva številka navda z optimizmom, da bomo galaksijo brez težav videli, pa druga izkušenega opazovalca hitro strezni. Tako velika galaksija ima namreč izredno nizko površinsko svetlost, zato jo je v daljnogledu silno težko videti, veliko teže kot npr. kakšno majhno galaksijo 9. magnitude, ki pa se ponaša s svetlejšim jedrom. Za opazovanje M 101 si moramo zato izbrati mesto s čim bolj temnim nebom, galaksija pa naj bo visoko na nebu, najbolje v bližini →



SLIKA 1.
Najbolj znani asterizem na nebu je prav gotovo Veliki voz, ki ga imajo neizkušeni kar za samostojno ozvezdje. V resnici je to le del večjega ozvezdja Veliki medved. Pod ojesom Velikega voza leži manjše in slabše vidno ozvezdje Lovska psa (njegova najsvetlejša zvezda Alfa sije le s 3. magnitudo). Na karti vidimo, poleg v članku omenjenih galaksij M 101 in M 51, še veliko manjših, šibkejših galaksij. Karta, na kateri so prikazane zvezde, vidne s prostim očesom, je iz *Zvezdnega atlasa za epoho 2000.*

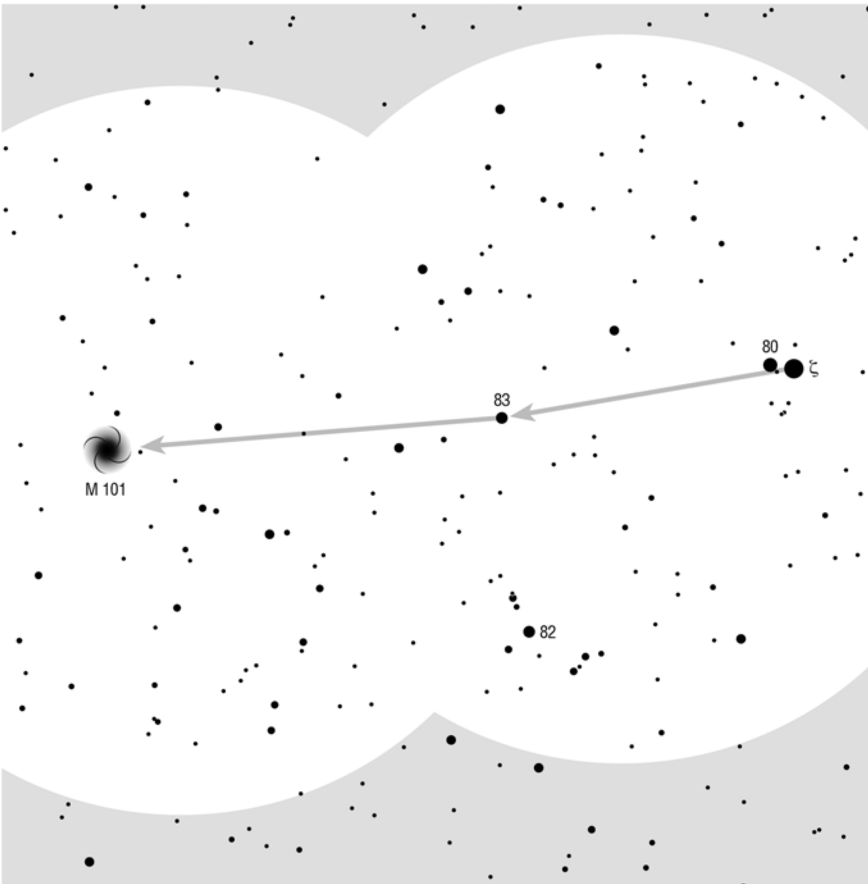
kulminacije (in majski večeri so za to prav primerni). V zornem polju bomo videli veliko, a nežno liso svetlobe z nekoliko svetlejšim središčnim delom. Kako velika bo in koliko podrobnosti bomo opazili, je odvisno predvsem od opazovalnih razmer (in kakovosti daljnogleda oz. teleskopa).

Galaksija je približno 27 milijonov svetlobnih let oddaljena od nas, njena resnična velikost pa je kar okrog 170.000 svetlobnih let. To jo uvršča med največje znane galaksije. Ko bomo galaksijo opazovali, se spomnimo, da so fotoni njene svetlobe, ki ta trenutek padajo v naše oko in na mrežnici ustvarjajo sliko, nastali v zvezdah v neki drugi, oddaljeni galaksiji in kar 27 milijonov let potovali po vesolju, da so prileteli do nas. Galaksijo torej vidimo takšno, kot je bila pred 27 milijoni leti in v nobenem primeru je ne moremo videti takšne, kot je danes! Ko so fotoni zapuščali M 101, so se na Zemlji predniki današnjih sesalcev šele začeli dobro razvijati po izumrtju dinozavrov. Človeka še ni bilo, tudi njegovih daljnih prednikov ne!

M 101 je z licem obrnjena proti nam in je nadvse primeren objekt za vse amaterske astrofotografe. Posnamemo jo lahko že z 200-milimetrskim teleobjektivom, na slikah pa se bo lepo pokazala njena spiralna struktura.

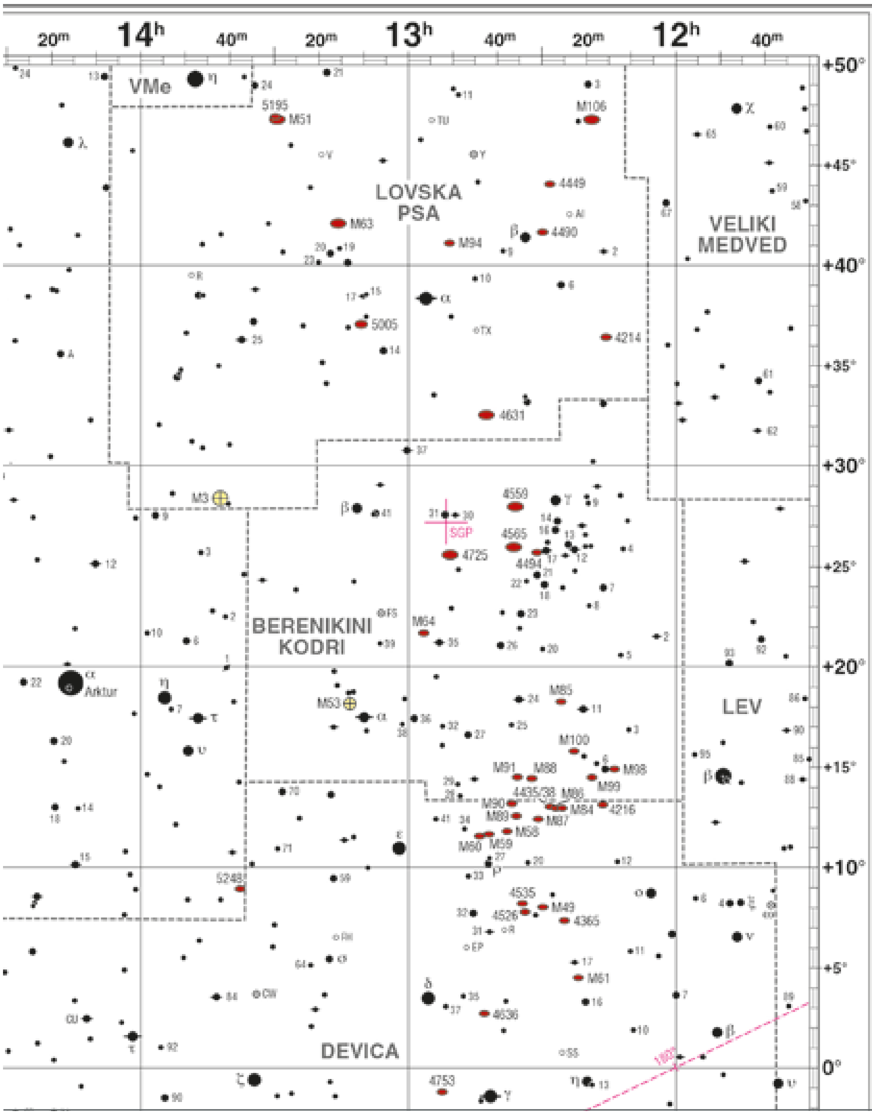
M 51 - Vrtinec (Ozvezdje Lovska psa)

Naslednja svetla pomladna galaksija leži v majhnem in šibkem ozvezdju Lovska psa, ki ga najdemo južno od Velikega medveda oz. južno od ojesa Velikega voza. To je spiralna galaksija M 51 ($8^m4/11'\times7'8$), imenovana Vrtinec. Leži maj kot 10 stopinj jugozahodno od prej omenjene M 101, med njima pa leži Eta Velikega medveda, ki je tudi vodnica do M 51. Eta je zadnja zvezda v ojesu Velikega voza in je na nebu ni težko poiskati. Če to zvezdo ujamemo v zorno polje daljnogleda in jo pomaknemo proti severovzhodnemu robu, se bo na jugozahodnem robu že pokazala galaksija. Za opazovanje si izberimo noč z dobrimi opazovalnimi razmerami, območje neba z



SLIKA 2.
Zvezdno polje okoli galaksije M 101 z zvezdo vodnico – Zeto Velikega medveda. Karta je iz knjige *Raziskujmo ozvezdja z daljnogledom 10x50*.

SLIKA 3.
Velika spiralna galaksija M 101 je primerna prav za vse resnejše astrofotografe. Seveda morate imeti za fotografiranje stojalo z možnostjo sledenja (foto: Jurij Stare).



SLIKA 4.
Ozvezdje Lovska psa in Berenikinih kodrov z zvezdami do 6,5. magnitude in galaksijami do 10. magnitude. Spiralna galaksija M 51 leži na severnem delu ozvezdja, tako da je najprimernejša vodnica do nje Eta Velikega medveda. Kdor je bolj pogumen, se lahko loti iskanja tudi spiralnih galaksij M 63 in M 94 v Lovskih psih. Vodnik do M 63 je trikotnik zvezd 5. in 6. magnitude severovzhodno od Alfe, ki so v temni noči vidne s prostim očesom. Vrh trikotnika kaže neposredni h galaksiji, ki je vidna že v daljnogledu 10x50. M 94 pa z Alfo in Beto Lovskih psov tvori enakokraki trikotnik z galaksijo ob vrhu. V daljnogledu 10x50 sta obe zvezdi in galaksija v istem zornem polju. Poskusite! Pod ozvezdjem Lovskih psov leži ozvezdje Berenikini kodri. Med številnimi galaksijami, ki krasijo to majhno in šibko ozvezdje, je najsvetlejša in najbolje vidna M 64. Karta je iz *Zvezdnega atlasa za epoho 2000*.

galaksijo pa naj bo visoko na nebu. M 51 je ena tistih galaksij, ki naj bi si jih začetnik ogledal najprej, da bi dobil občutek, kakšna je v daljnogledu oz. teleskopu videti „svetla in dobro vidna“ galaksija.

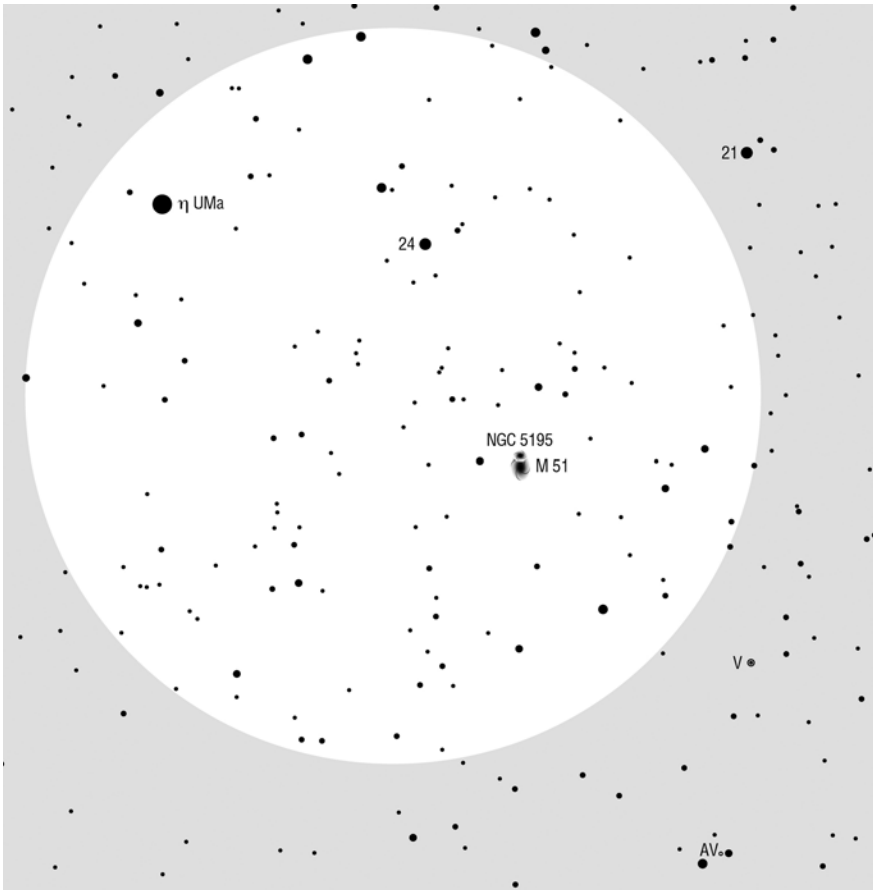
Res je, galaksija je v daljnogledu dobro vidna, a le kot svetla, približno pet ločnih minut velika lisa svetlobe, v odličnih opazovalnih razmerah morda malo večja in rahlo ovalne oblike. Vidimo le najsvetlejši, osrednji del galaksije s svetlim jedrom. Spiralnih rokavov v daljnogledu in manjših teleskopih seveda ne moremo videti, ker so prešibki, s srednjevelikimi amaterskimi teleskopi v odličnih opazovalnih razmerah pa se že utegnejo pokazati.

V resnici je M 51 čudovita spiralna galaksija, ki je od nas oddaljena približno 37 milijonov svetlobnih let in je k nam obrnjena z licem. Bila je prva galaksija, v kateri so opazili spiralno strukturo (Lord Rosse leta 1845). Galaksija ima bližnjo spremljevalko NGC 5195 ($9^m6/5'4\times4'3$), ki pa je več kot magnitudo šibkejša in v daljnogledih ni vidna, pokaže pa se v srednjevelikih amaterskih teleskopih.

Tudi M 51 je primeren objekt za amatersko astrofotografijo. Njena spiralna struktura se pokaže že na slikah, posnetih z 200-milimetrskim teleobjektivom.

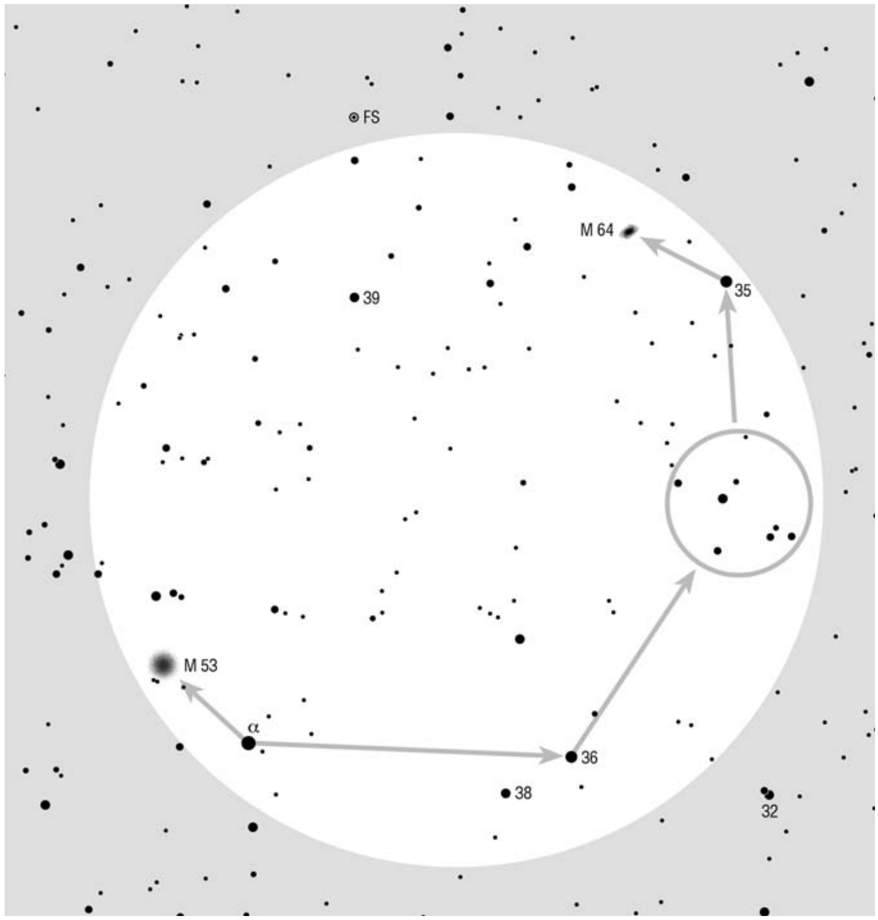
M 64 - Črnooka (Berenikini kodri)

Berenikini kodri so majhno in šibko ozvezdje, ki leži



SLIKA 5.
Zvezdno polje okoli galaksije M 51 v Lovskih psih s svetlo zvezdo vodnico Eto Velikega medveda v bližini. Karta je iz knjige *Raziskujmo ozvezdja z daljnogledom 10x50*.

SLIKA 6.
Fantastična spiralna galaksija M 51 s satelitsko NGC 5195 (foto: Jurij Stare).



SLIKA 7.
Lega kroglaste kopice M 53 in spiralne galaksije M 64. Medtem ko je kopica dobro vidna tudi v daljnogledu 10x50, pa je galaksija težji zalogaj. Iskanja se lotimo le ob odličnih opazovalnih razmerah na opazovališču s temnim nebom. Karta je iz knjige *Raziskujmo ozvezdja z daljnogledom 10x50*.

južno od Lovskih psov, med Beto Leva in svetlim Arkturjem v Volarju. To je sicer majhno območje neba, vendar bogato z galaksijami vseh vrst. Na nekaterih mestih jih je v zornem polju večjega teleskopa toliko, da jih je brez dobre zvezdne karte nemogoče prepoznati. Ena med njimi se ponaša z laskavim naslovom najsvetlejše na pomladnem nebu! To je M 64.

Spiralna galaksija M 64 (8^m5/9'3×5'4), imenovana Črnooka, leži 48 ločnih minut vzhodno in 26 ločnih minut severno od zvezde 5. magnitude z oznako 35 Berenikinih kodrov. Pri iskanju si pomagajte s priloženo karto (slika 7)! Vodnica do galaksije je kar Alfa. Če pomaknemo zvezdo na skrajni jugovzhodni rob zornega polja, lahko po vzorcu šibkejših zvezd prepoznamo 35 in tik ob njej poiščemo šibko, nekaj ločnih minut veliko liso svetlobe. Verjetno ni treba posebej poudariti, da se moramo iskanja galaksije lotiti le v odličnih opazovalnih razmerah, v nočeh brez Lune in daleč stran od svetlobno onesnaženega neba, sama galaksija pa mora biti v bližini kulminacije ali vsaj visoko na nebu.

Ko tako šibke objekte iščemo in prek svetlejših zvezd pomikamo daljnogled ali teleskop proti iskani galaksiji, moramo večkrat prižgati lučko in pogledati na iskalno karto. S tem si pokvarimo prilagoditev oči na nočno gledanje. Ko smo prepričani, da je mesto, kjer bi morala biti galaksija (ali kakšen drug šibek objekt na meji vidnosti), v središču zornega polja, počakajmo približno pol ure, da se nam oči znova prilagodijo na gledanje v temi in šele nato pozorno preglejmo zvezdno polje. Ne obupajmo, če galaksije ne vidimo. Morda razmere niso tako dobre, kot smo domnevali, morda imamo oči utrujene od iskanja... Vedno poskusimo tudi z gledanjem rahlo mimo iskanega objekta.

Galaksija M 64 je ena najsvetlejših galaksij na pomladnem večernem nebu. Na fotografijah je prava

SLIKA 8.
M 64, imenovana tudi Črnooka, je najsvetlejša galaksija pomladnega neba. Ko boste v zornem polju gledali nežno, belkasto liso svetlobe, si v mislih predstavljajte lepotico, kot jo vidimo na sliki Jurija Stareta.

lepotica. Danes, ko so se kamere CCD razširile tudi med amaterskimi astronomi, lahko ti s povsem povprečno opremo, veliko znanja, potrpežljivosti in izkušenj posnamejo kakovostne slike oddaljenih galaksij, kot so jih lahko profesionalni astronomi snemali pred 30-imi leti le z največjimi profesionalnimi teleskopi! In takšna je tudi ta, ki jo je posnel eden naših najboljših astrofotografov, Jurij Stare.

× × ×

Poišči mine

↓ ↓ ↓

→ Naloga reševalca je, da poišče vse skrite mine in z M označi ustrezne kvadratke in odkljuka kvadratke brez min. Pri tem veljata naslednji pravili: a) Vsako število v preglednici pove, koliko sosednih kvadratkov vsebuje mino. Kvadratek je soseden kvadratku, če imata skupno stranico. Kvadratki v spodnji vrsti so na enak način sosednji kvadratkom v zgornji vrsti in kvadratki v levem stolpcu so na enak način sosednji kvadratkom v desnem stolpcu. b) Kvadratki s številkami nimajo mine.

1		2		2
2				
	4		2	1
				1
0		0		0

× × ×

Je vračanje kovancev res preprosto?

ANDREJ TARANENKO

→ V vsakdanjem življenju se pogosto srečamo z vračanjem kovancev, pa naj bo to na avtomatu za kavo ali v trgovini. Običajno plačamo večji znesek, kot je potrebno, potem pa dobimo vrnjeno razliko. Vprašanje, ki si ga bomo zastavili je, kako dosežemo, da dobimo vrnjeno najmanjše možno število kovancev. Definirajmo problem bolj splošno.

Za podano množico vrednosti kovancev $K = \{k_1, \ldots, k_d\}$ želimo določiti, koliko kovancev potrebujemo, da izplačamo znesek, recimo znesek n. *Problem vračanja kovancev* zahteva, da za podani znesek izplačamo najmanjše možno število kovancev. V vseh situacijah v nadaljevanju predpostavimo, da imamo vedno na voljo dovolj kovancev vsake vrste.

Primer. Izplačati moramo znesek $n = 4$, na voljo imamo kovance naslednjih vrednosti $\{1, 2, 3\}$. Vse možne rešitve so naslednje: $\{1, 3\}$, $\{2, 2\}$, $\{1, 1, 2\}$ in $\{1, 1, 1, 1\}$. Vidimo lahko, da je najmanjše število kovancev, ki jih v tem primeru potrebujemo, enako 2.

Pri evrih imamo na voljo kovance naslednjih vrednosti (v centih): $\{1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200\}$. Kako bi s temi kovanci vrnili naslednje zneske? Koliko kovancev bi vrnili vi?

- [25 centov] (rešitev: 20 + 5, dva kovanca)
- [98 centov] ?

Prodajalčev algoritem

Kako ste se v prejšnjem primeru odločili, katere kovance boste izbrali? Verjetno ste razmišljali na enak način, kot razmišlja prodajalec, ko vrača denar: na vsakem koraku izberemo kovanec najvišje vrednosti, ki ga še smemo izbrati.

Postopek računa za 98 centov, bi bil torej naslednji:

- Izberi kovanec za 50 centov. Ostane še 48 centov.
- Izberi kovanec za 20 centov. Ostane še 28 centov.
- Izberi kovanec za 20 centov. Ostane še 8 centov.
- Izberi kovanec za 5 centov. Ostanejo še 3 centi.
- Izberi kovanec za 2 centa. Ostane še 1 cent.
- Izberi kovanec za 1 cent. Znesek smo izplačali.

Na ta način smo torej vrnili šest kovancev.

Metoda, ki smo jo uporabili, se v računalništvu imenuje *požrešna metoda*. Za to metodo je značilno, da rešitev gradimo korakoma iz množice kandidatov, na vsakem koraku pa izberemo kandidata, ki trenutno največ doprinese k optimalni rešitvi.

S požrešno metodo pa ne dobimo nujno najboljše rešitve (v našem primeru najmanjše število vrnjenih kovancev). Poglejmo si primer, ko se to zgodi.

Primer. Recimo, da imamo na voljo kovance vrednosti $\{1, 3, 4, 5\}$. Vrniti želimo znesek $n = 7$.

S požrešno metodo bi prišli do naslednje rešitve:

- Izberemo kovanec vrednosti 5. Ostane še 2.
- Izberemo kovanec vrednosti 1. Ostane še 1.
- Izberemo kovanec vrednosti 1. Znesek smo izplačali.

S požrešno metodo smo izplačali tri kovance. Vendar obstaja boljša rešitev: izplačamo samo dva kovanca (kovanca vrednosti 4 in 3).

Tudi v splošnem velja, da moramo pri uporabi požrešne metode biti previdni, saj lahko na prvi pogled mislimo, da bomo dobili najboljšo možno rešitev, potem pa se izkaže, da temu ni tako. Zaradi tega je potrebno za vsak problem dokazati, ali je pristop s požrešno metodo resnično najboljši.

V zgornjem primeru, ko s požrešno metodo ne dobimo najboljše rešitve, smo spremenili množico vrednosti kovancev, glede na te, ki jih uporabljamo mi. Izkaže pa se, da za vrednosti kovancev, kot jih poznamo pri evrih $(\{1, 2, 5, 10, 20, 50, 100, 200\})$, s požrešno metodo vedno vrnemo najmanjše možno število kovancev. Poskusimo sedaj to tudi dokazati. Dokaz bomo naredili za nekaj vrednosti kovancev, saj so za ostale vrednosti ideje in razmišljanja enaka.

Označimo znesek, ki ga želimo izplačati, z n. Naj bo najboljša rešitev (z najmanjšim možnim številom kovancev) oblike

- $n = 200a + 100b + 50c + 20d + 10e + 5f + 2g + h.$

Očitno je $b \leq 1$, saj bi sicer lahko b zmanjšali za 2 in a povečali za 1; tako bi zmanjšali število vrnjenih kovancev. Iz podobnih razlogov velja tudi, da je $c \leq 1$, $d \leq 2$, $e \leq 1$, $f \leq 1$, $g \leq 2$ in $h \leq 1$. Še več, velja, da je $2g + h \leq 4$, sicer bi lahko zmanjšali število kovancev tako, da bi znesek 5 izplačali s kovancem z vrednostjo 5.

Zapišimo rešitev, ki jo dobimo s požrešnim algoritmom, kot

- $n = 200a' + 100b' + 50c' + 20d' + 10e' + 5f' + 2g' + h'.$

Ponovno lahko sklepamo, da je $b' \leq 1$, saj požrešna metoda, če je mogoče, izbere kovanec z vrednostjo 200. Iz podobnih razlogov dobimo: $c' \leq 1$, $d' \leq 2$, $e' \leq 1$, $f' \leq 1$, $g' \leq 2$, $h' \leq 1$ in $2g' + h' \leq 4$.

Ker je $n = 5(40a + 20b + 10c + 4d + 2e + f) + 2g + h$ in velja $2g + h \leq 4$, $g \leq 2$ in $h \leq 1$, dobimo pri deljenju števil n in $2g + h$ s številom 5 isti ostanek. To v matematiki zapišemo kot

- $n \equiv 2g + h \pmod 5.$

Na podoben način dobimo

- $n \equiv 2g' + h' \pmod 5$.

Zaradi $2g + h \leq 4$ in $2g' + h' \leq 4$ velja $g = g'$ in $h = h'$.

Označimo z $n_1 = (n - (2g + h))/5$. Število n_1 je naravno število, saj je $(n - (2g + h))$ deljivo s 5. Ponovno lahko dobimo

- $n_1 \equiv f \pmod 2$ in $n_1 \equiv f' \pmod 2$.

Ker je $f \leq 1$ in $f' \leq 1$, velja $f = f'$.

S podobnimi razmisleki pokažemo, da je $a = a'$, $b = b'$, $c = c'$, $d = d'$ in $e = e'$. Torej s požrešno metodo za evrske kovance vrnemo vedno najmanjše možno število kovancev.

Pravilna rešitev v vsakem primeru

Kako bi izračunali optimalno rešitev za primer s poljubnimi vrednostmi kovancev? Eden od načinov je, da se problema lotimo s pristopom *deli in vladaj*. Ta pristop k reševanju problemov je bil v Preseku že opisan (Presek 4, 2009/2010). Bistvo pristopa je, da nalogo danega problema razdelimo na manjše naloge istega problema, ki jih običajno rešimo rekurzivno.

Primer. Recimo, da želimo s kovanci vrednosti $\{1, 2, 5, 10, 20\}$ (v centih) vrniti 30 centov. Seveda bi radi ponovno vrnili najmanjše možno število kovancev. Označimo z minKovancev(n) najmanjše število kovancev za izplačano vrednost n. Iščemo torej minKovancev(30). Najmanjše možno število kovancev izračunamo tako, da izberemo najmanjšo izmed naslednjih rešitev:

- 1 + minKovancev(29) (če je v rešitvi kovanec vrednosti 1),
- 1 + minKovancev(28) (če je v rešitvi kovanec vrednosti 2),
- 1 + minKovancev(25) (če je v rešitvi kovanec vrednosti 5),
- 1 + minKovancev(20) (če je v rešitvi kovanec vrednosti 10) in
- 1 + minKovancev(10) (če je v rešitvi kovanec vrednosti 20).

Vrednosti minKovancev(29), minKovancev(28), minKovancev(25), minKovancev(20) in minKovancev(10) izračunamo na enak način, torej rekurzivno. Ustavitveni pogoj rekurzivnega klica je znesek 0, saj zanj ne vrnemo nobenega kovanca.

Kako smo v prejšnjem primeru razmišljali? Naj bo n znesek, ki ga vračamo. Predpostavimo, da izberemo kovanec vrednosti k, torej smo vrnili en kovanec, moramo jih še vrniti toliko, kot jih vrnemo za znesek $n - k$. Za znesek 0 je rešitev, da ne vrnemo nobenega kovanca. Postopek bi lahko zapisali, kot je prikazano v algoritmu 1.

Algoritem 1: minKovancev(n)

Vhod: znesek n, vrednosti kovancev *kovanci*
Izhod: najmanjše število kovancev za izplačilo zneska n

if $n = 0$ **then**
  return 0
end
$v \leftarrow \infty$
for all k *iz množice kovanci, kjer je* $k \leq n$ **do**
  $v \leftarrow \min\{v, \text{minKovanci}(n - k) + 1\}$
end
return v

Rekurzivna rešitev seveda ni učinkovita, saj pogosto večkrat računa rešitev za iste vrednosti zneskov. Temu se lahko izognemo tako, da si rešitve za že izračunane vrednosti shranimo. Algoritem najprej preveri, če je želena rešitev že bila izračunana. Če je bila, uporabi shranjeno vrednost, sicer jo izračuna. Torej v algoritmu potrebujemo polje, v katero si za vse vrednosti od 0 do n shranimo rešitev, ko je le-ta znana. Na ta način dobimo učinkovitejši algoritem, ki je zapisan z algoritmom 2. V algoritmu 2 predpostavimo, da je vrednost shranjeneVrednosti[0] = 0.

Preverite sami, da za primer zneska 7 in vrednosti kovancev $\{1, 3, 4, 5\}$ dobimo optimalno rešitev, ki je pri požrešni metodi nismo dobili. Razmislite tudi, kako bi prilagodili predstavljeno rešitev, če bi že-

Algoritem 1: minKovancev(n)

Vhod: znesek n, vrednosti kovancev *kovanci*
Izhod: najmanjše število kovancev za izplačilo zneska n

```
if shranjeneVrednosti[n] ni prazno then
│   return shranjeneVrednosti[n]
end
v ← ∞
for all k iz množice kovanci, kjer je k ≤ n
│   v ← min{v, minKovanci(n − k) + 1}
end
shranjeneVrednosti[n] = v
return v
```

leli poleg števila vrnjenih kovancev vedeti še, katere kovance izberemo. Predstavljeni problem lahko še bolj zaostrimo, saj smo do sedaj predpostavljali, da imamo kovancev vsake vrednosti dovolj na zalogi. Razmislite, kako bi se spremenil algoritem, če imeli podatek, koliko kovancev posamezne vrednosti imamo na razpolago.

× × ×

↓↓↓

REŠITEV POIŠČI MINE S STRANI 25

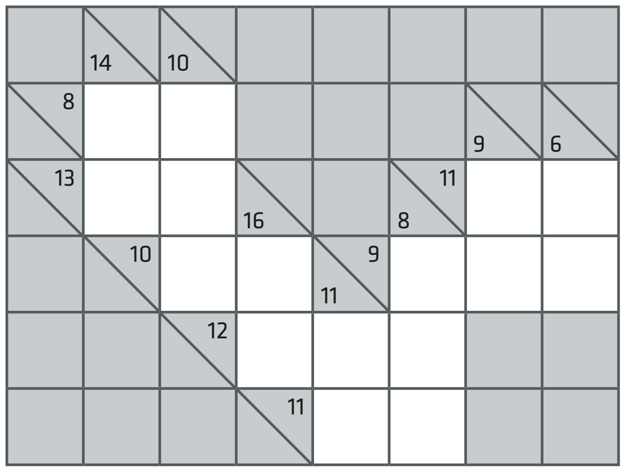
1	**M**	2	**M**	2
2	**M**			**M**
M	4	**M**	2	1
	M		**M**	1
0		0		0

× × ×

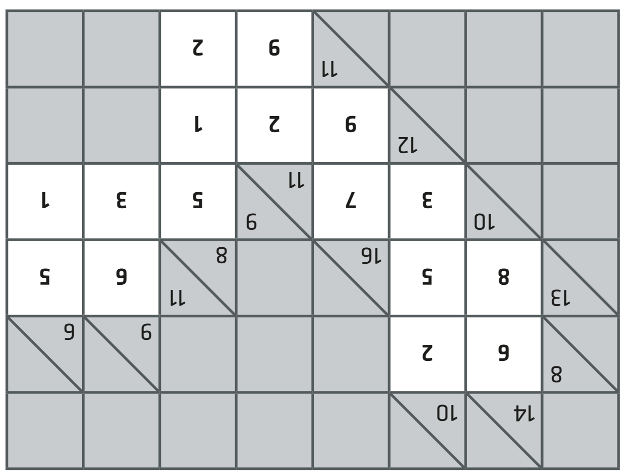
Križne vsote

↓↓↓

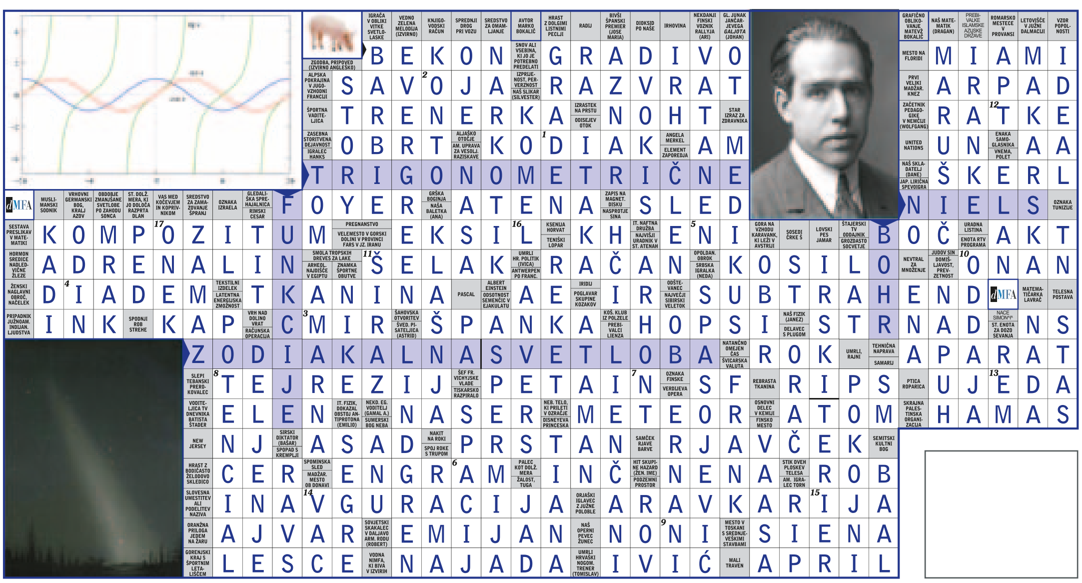
→ Naloga reševalca je, da izpolni bele kvadratke s števkami od 1 do 9, tako, da je vsota števk v zaporednih belih kvadratkih po vrsticah in stolpcih enaka številu, ki je zapisano v črnem kvadratku na začetku vrstice (stolpca) nad (pod) diagonalo. Pri tem pa morajo biti vse števke v posamezni vrstici (stolpcu) različne.



↓↓↓ REŠITEV



× × ×



REŠITEV NAGRADNE KRIŽANKE PRESEK 40/4

→ Pravilna rešitev nagradne križanke iz četrte številke 40. letnika Preseka je **Dominantno število.** Izmed pravilnih rešitev smo izžrebali Jožeta Pavlišiča iz Črnomlja, Majo Ciglar iz Petrovč in Veroniko Hafner iz Kranja, ki so razpisane nagrade prejeli po pošti.

× × ×

Venec

ALEŠ MOHORIČ

→ Slika prikazuje zanimiv pojav venca – korone okrog Sonca, ko se na oblačnih delcih vidijo raznobarvni krogi. Ta pojav imenujemo tudi iridescenca (beseda izhaja iz grške besede za mavrico – iris). Tako poimenujemo vsak pojav, ko telesa spreminjajo svojo barvo, odvisno od kota, pod katerim jih opazujemo. Slika je bila posneta na relativno jasen, sončen dan. Sonce je zastiral le tanek, koprenast oblak, najverjetneje iz drobnih kapljic. To, da so bile v oblaku kapljice in ne kristalčki, sodimo po tem, da je bil oblak sorazmerno nizko – zagotovo precej nižje od sledi letal na sliki. Pri oblaku so zanimivi tudi drobni pasovi na levi strani slike. Taka struktura nastane zaradi valovanja zraka v smeri gor-dol, pri čemer se ob dviganju zrak adiabatno ohlaja (oblak), pri spuščanju pa ogreva (ni oblaka).

Raznobarvne lise (iridescenca) nastanejo zaradi uklona svetlobe na kapljicah. Barve se najlepše vidijo, kadar je oblak tanek (pri debelih oblakih so zato obarvani samo njihovi robovi) in ko so kapljice, ki ga sestavljajo, približno enakih velikosti. Iridescenca lahko nastane tudi daleč stran od Sonca; kadar pa je v njegovi bližini, pojav imenujemo korona. Za nastanek mavričnih barv poskrbi uklon svetlobe na kapljicah, ki tvorijo oblak. Kako vemo, da gre za uklon in ne morda za lom kot pri mavrici ali haloju? Radij korone je majhen – mavrica ali halo nikakor ne moreta biti tako majhna (premer haloja npr. vidimo pod približno tolikšnim kotom, kot ga oklepata konec palca in mezinca, ki ju opazujemo na razširjeni dlani iztegnjene roke). Barvne lise so urejene v koronarne obroče okoli Sonca, kadar so kapljice približno enako velike. Korono najlažje in najbolj varno opazujemo, če neposredno sončevo svetlobo zastira kak predmet (v primeru na sliki je to žleb gorske koče).

Najsvetlejši pas svetlobe okoli Sonca, ki ima rdečkast rob, je avreola ali sij. Obkroža jo več mavričnih lokov korone. Korono lahko opazimo tudi ponoči okoli Lune. Včasih nastane korona tudi na kristalčkih, kadar so ti zelo majhni in po obliki dokaj okrogli, kar se lahko primeri ob hitrem zmrzovanju podhlajenih kapljic pri zelo nizkih temperaturah.

SLIKA 1.
(Foto: Tina Ogrinc)

Več pojasnil najde zainteresiran bralec v članku Coronas and Iridescence in Mountain Wave Clouds Over Northeastern Colorado, Paul J. Neiman in Joseph A. Shaw, American Meteorological Society, oktober 2003, 1373–1386.

×××

POPRAVEK IZ PREJŠNJE ŠTEVILKE PRESEKA

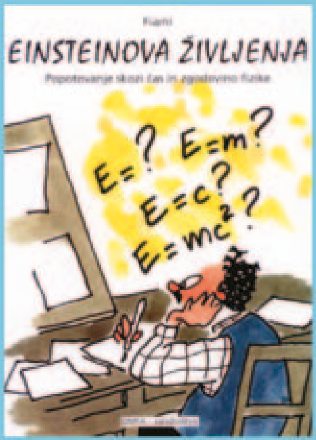
V prejšnji številki Preseka, je na strani 6 zapisano število π s 40 decimalkami. Tiskarski škrat je dve decimalki zamenjal. Bralci, poiščite kateri!

×××

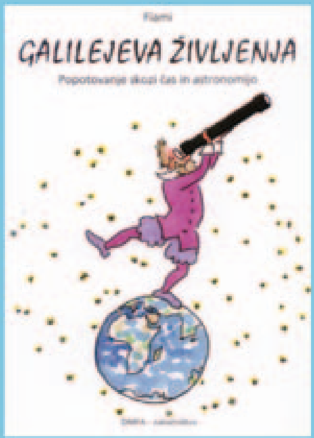
Zgodovina znanosti v stripu

Sredi lanskega decembra je Center za mladinsko književnost in knjižničarstvo pri Mestni knjižnici Ljubljana že tretjič podelil priznanja Zlata hruška. Z njimi so tokrat odlikovali kakovostno najboljših deset odstotkov otroške in mladinske književnosti, ki je izšla v letu 2011. DMFA-založništvo je priznanje prejelo za strip *Življenja Marie Curie*.

Švicarski avtor Raphaël Fiammingo, s kratkim umetniškim imenom Fiami, v tem stripu večjega formata duhovito predstavlja nekaj izsekov iz zgodovine kemije, od Aristotela do današnjega časa. V vsakem razdelku nastopa dekle ali ženska, katere ime je različica imena Marija, v čast veliki znanstvenici Marie Curie. Zgodbice ilustrirajo tudi vlogo žensk v raznih zgodovinskih obdobjih. Predvsem pa so zabavne in obenem poučne, saj zvemo marsikakšno zanimivo podrobnost o nastanku znanstvenih odkritij. Med najbolj posrečenimi je zgodbica o Mendeljejevu in njegovem sestavljanju periodnega sistema elementov. Tudi druge pripovedi ne zaostajajo. Knjigo je odlično prevedel prof. dr. Alojz Kodre.



7,68 EUR



7,68 EUR

8,31 EUR

Pri DMFA-založništvo sta v Presekovi knjižnici izšli še dve knjigi istega avtorja

- *Galilejeva življenja*, z zgodbami iz zgodovine astronomije, od Babiloncev do danes, ter
- *Einsteinova življenja*, z zgodbami iz zgodovine fizike, vse od Sokrata do danes.

Ta dva stripa je prav tako izvrstno prevedel Alojzij Franc Kodre. Sta enako zanimiva, zabavna in poučna in bosta bralcu brez dvoma polepšala dan.

Poleg omenjenih ponujamo tudi druga matematična, fizikalna in astronomska dela. Podrobnejše predstavitve so na spodnjem naslovu, kjer lahko vse publikacije tudi naročite:

http://www.dmfa-zaloznistvo.si/

Individualni naročniki revije Presek, člani DMFA, dijaki in študentje imate ob naročilu pri DMFA-založništvo 20 % popusta na zgornje cene – izkoristite ga!
Dodatne informacije lahko dobite v uredništvu Preseka po telefonu (01) 4766 553.