

Geolov in matematika v šoli

Miha Šušteršič
Škofijska gimnazija Vipava

Izvleček

V članku je predstavljena pustolovska igra geolov, ki jo je mogoče uporabiti tudi kot didaktični pripomoček pri obogatitvi pouka (matematike) v šoli. Podrobneje je predstavljen primer povezave igre z maturitetnim izpitom iz matematike. Navedeni so tudi drugi primeri uporabe igre pri aktivnostih v povezavi z matematiko v šoli.

Ključne besede: geolov, splošna matura iz matematike

Geocaching and Mathematics in School

Abstract

The article presents the adventure game Geocaching, which can also be used as a didactic aid to spice up (mathematics) lessons in school. It presents in greater detail how the game can be linked to the matura examination in mathematics. It also mentions other examples of using the game in mathematics-related activities in school.

Keywords: Geocaching, general matura in mathematics

Splošno o geolovu

Geocaching ali v slovenskem prevodu **geolov** je moderna pustolovska igra iskanja zakladov v naravi s pomočjo GPS sprejemnikov. Gre obenem za zabavo in rekreacijo, pa tudi za neformalno učenje in spoznavanje novih krajev. Igra je primerna tako za družine kot za popotnike, raziskovalce in turiste. Udeleženci igre morajo s pomočjo na spletu objavljenih podatkov (opisa lokacije in podanih zemljepisne širine in dolžine ter morebitnih namigov o skrivni lokaciji) najti neke v naravi ali naselju skrito škatlico. Njena oblika ni predpisana, najmanj, kar mora vsebovati, pa je vpisna knjižica, kamor iskalci ob najdbi vpišejo svoj nadimek in datum najdbe. Nekateri večji zakladi poleg dnevnika vsebujejo še razne predmete (običajno so to igrače), ki jih po nenapisanem pravilu iskalci lahko iz škatle vzamejo le pod pogojem, da vanjo vstavijo svoj predmet. Po uspešni najdbi zaklada iskalec svojo najdbo zabeleži na spletu, kjer lahko zapiše tudi doživetje ob iskanju. Med obstoječimi bazami zakladov je daleč najbolj razširjen spletni portal *geocaching.com* (glej [1]), ki vsebuje več milijonov zakladov, prisotnih v več kot 200 državah po svetu. Osnovna uporaba omenjenega portala je brezplačna, za uporabo je potrebna le registracija in prijava s pomočjo elektronske pošte. Prvi zaklad je bil postavljen in objavljen maja 2000 v Severni Ameriki, le dan za tem, ko je signal GPS postal dostopen za splošno populacijo. V Sloveniji je bil prvi zakladek postavljen že junija 2001 na obali (pri Luciji), konec avgusta 2021 pa je bilo pri nas evidentiranih nekaj več kot 5600 skrivališč [3]. Obstaja več vrst zakladov, med katerimi so najpogostejši:



Tradicionalni zakladi, ki jih iščemo samo s pomočjo koordinat, ki predstavljajo točno lokacijo zaklada.



Večstopenjski zakladi, ki vsebujejo dve ali več lokacij, ki jih je treba obiskati, če želimo pridobiti informacije glede končne lokacije zaklada.



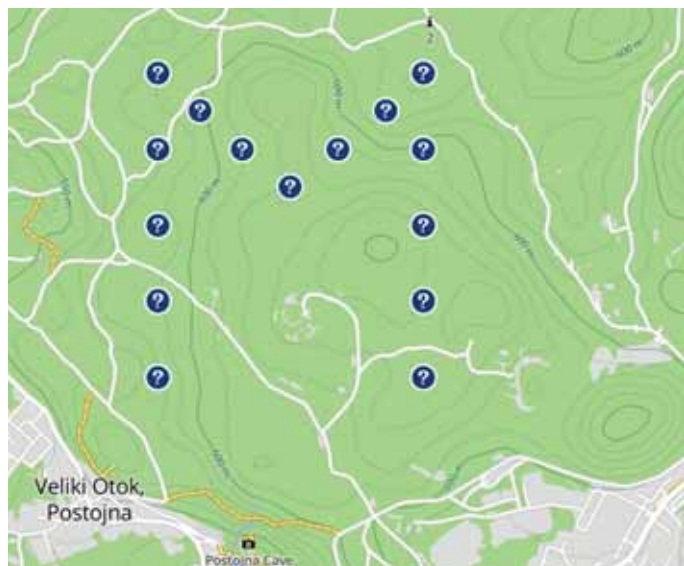
Ugankarski zakladi, pri katerih moramo najprej rešiti uganko, s pomočjo katere pridobimo končne koordinate.

Poleg iskanja zakladov zanimiv izziv igralcem ponuja tudi skrievanje le-teh. Snovalec zaklada mora najprej izbrati kraj (naravno, kulturno ali kakšno drugo zanimivost) ter ustrezno lokacijo, kjer želi skriti zaklad (lokacija mora biti vsaj 0,1 milje oziroma 161 metrov oddaljena od sosednjega zaklada). Nato sledi izdelava ali nakup ustrezne škatlice in vpisnega dnevnika. Po namestitvi zaklada je treba čim bolj natančno izmeriti koordinate mesta skrivališča (nekateri geolovci uporabljajo namenske GPS naprave, dovolj dobre meritve pa nudi tudi običajni pametni telefon z uporabo ustreznih aplikacij). Na koncu sledi še vnos podatkov zaklada v splet, kjer se poleg koordinat in opisa znamenitosti običajno doda še kakšno sliko, zapiše velikost vsebnika in težavnost iskanja, opredeli težavnost terena in v obliki sličic oz. atributov doda še druge morebitne posebnosti (npr. ali je za iskanje potrebna dodatna oprema – čoln, vrv za plezanje, potapljaška oprema, UV-svetilka ...). Zatem je spletna vsebina zaklada oddana v pregled pregledovalcu – prostovoljcu, ki preveri ustreznost objave s pravili igre [2]. Po potrditvi se zakladek pojavi na zemljevidu portala in ostali geolovci se lahko odpravijo na

iskanje. Postavljačev zaklada je nato dolžan vsebino vzdrževati (odpravljati morebitne poškodbe, zamenjati vpisne dnevnike, poskrbeti za nadomestitev izginulega zaklada), lahko pa se tudi odloči, da zakladek arhivira in ga s tem umakne iz igre. Nekateri postavljačev zakladov se odločijo za postavitve serije oziroma t. i. traila - poti v naravi, na kateri je skritih več zakladov, ki jih povezuje rdeča nit. Serije se običajno zaključijo z bonus zakladom, ki ga iskalec najde s pomočjo podatkov iz skrivališč obiskane poti.

Serija ugankarskih zakladov MM - matura iz matematike

Serija je bila s strani avtorja članka sestavljena, postavljena in objavljena v začetku februarja 2021, do avgusta 2021 pa jo je obiskalo nekaj več kot 40 geoloških ekip. Gre za petnajst **ugankarskih zakladov** (?) z imenom MM - matura iz matematike, katerih koordinate iskalec pridobi z reševanjem matematičnih nalog. Po vzoru prenovljene maturitetne pole matematike (osnovna raven) jo sestavlja 8 zakladkov tipa A (kratke naloge) in 6 zakladov tipa B (krajše strukturirane naloge). Štirinajstim nalogam je dodan še bonus zakladek, za katerega je treba uporabiti podatke iz obiskanih zakladov in rešiti strukturirano nalogo višje ravni mature. V nadaljevanju članka so objavljene naloge. Za prvo od njih je zapisan tudi primer dodatnih podatkov, ki jih sicer pridobimo na spletu (zahtevnost reševanja in formula za izračun koordinat, zahtevnost iskanja na terenu, velikost, namig, druge lastnosti).



Slika 1: Približne lokacije 15 zakladov serije MM oblikujejo črko M, natančne koordinate skritih škatlic pa se pridobijo s pomočjo reševanja nalog.

MM - A1: Izračunajte vsoto:

$$A = 0,8\bar{3} + i^{1000} + \binom{4}{3} + \log_2 8 + e^0 + \frac{1}{6} + 83$$

Drugi podatki:

- Izračun lokacije: $N 45^\circ 47'.A-91$, $E 014^\circ 12.2'A+16$ (Primer: za vrednost b po vstavljanju v formulo dobili GPS koordinate $N 45^\circ 47.002$, $E 014^\circ 12.202$.)
- Velikost zaklada: mikro (do 10 cm),

- Zahtevnost iskanja: $3/5$,
- Zahtevnost terena: $2/5$,
- Namig za iskanje: »V mednožju«,
- Lastnosti: priporočeno za otroke, dovoljen obisk s psom, dosegljivo 24/7, srednja hoja, klopi in komarji

MM - A2: Izračunajte neznanko B , če je vrednost logaritma z osnovo 3 in logaritmandom $(B - 1)$ enaka 5.

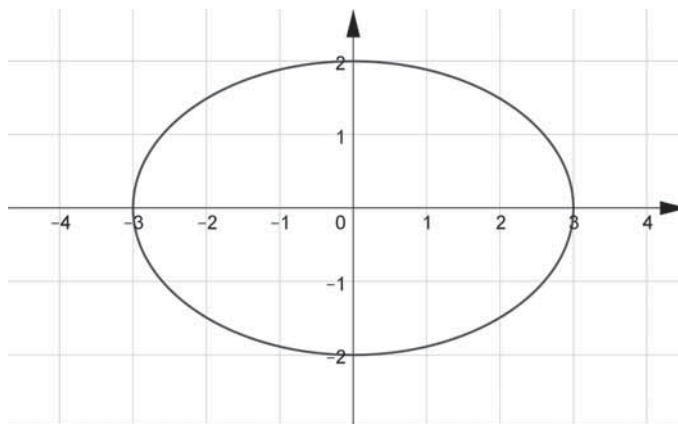
MM - A3: V pravokotnem trikotniku meri hipotenuza 13 cm, ena od katet pa je 8 cm krajša od hipotenuze. Najmanjši notranji kot tega trikotnika, zaokrožen na stopinje natančno, meri C stopinj.

MM - A4: Izračunajte vsoto geometrijske vrste:

$$D = 10 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$$

MM - A5: Enačba elipse na sliki je $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Izračunaj vrednost $E = (a + b + e^2)^2$, kjer je e linear-na ekscentričnost elipse.



MM - A6: Janez je vsak dan v tednu opravil kolesarski trening. Prvih 6 dni je prekolesaril razdalje 31 km, 28 km, 42 km, 25 km, 50 km, 47 km. Koliko (F km) je prekolesaril sedmi dan, če je v povprečju v sedmih dneh tedna prekolesaril 40 km na dan?

MM - A7: Pravilna šeststrana enakoroba prizma ima višino dolgo $\sqrt{3}$ centimetrov. Prostornina dveh takih prizem je enaka G kubičnih centimetrov.

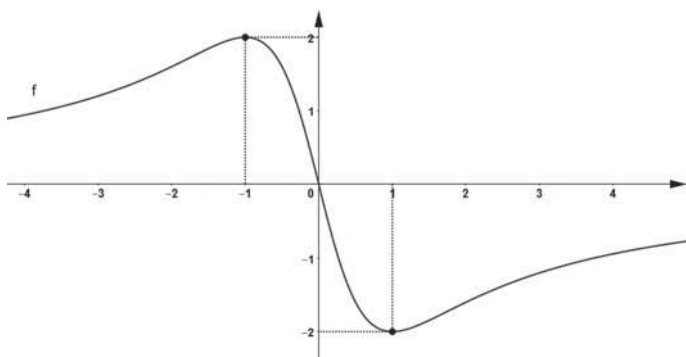
MM - A8: Iz cifer 1, 2 in 3 lahko sestavimo m trimestnih števil, kjer se številke 1, 2 in 3 ne smejo ponavljati, in n trimestnih števil, kjer se številke 1, 2 in 3 lahko ponavljajo. Izračunaj $H = m + n$.

MM - B1: Dane so množice: $A = \{a \in \mathbb{N}; 2a - 1 < 30\}$, $B = \{b \in \mathbb{Z}; b^2 - 2b = 8\}$ in $C = \{c \in \mathbb{R}; c^3 - 2c^2 + c = 2\}$. Vsota moči danih množic je število J .

MM - B2: Kot med vektorjema $\vec{a} = (3, 4, -2)$ in $\vec{b} = (-2, 3, -1)$, zaokrožen na stopinjo natančno, meri K stopinj.

MM – B3: Izračunajte, za katero realno število L so $9 \cdot 2^{L+1}$, $3 \cdot 2^{L+6}$, 2^{2L} v tem vrstnem redu trije zaporedni členi geometrijskega zaporedja.

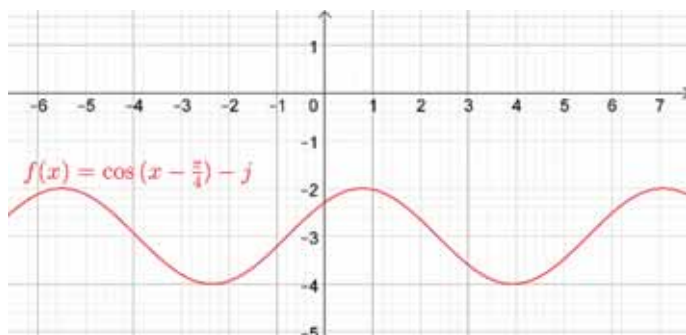
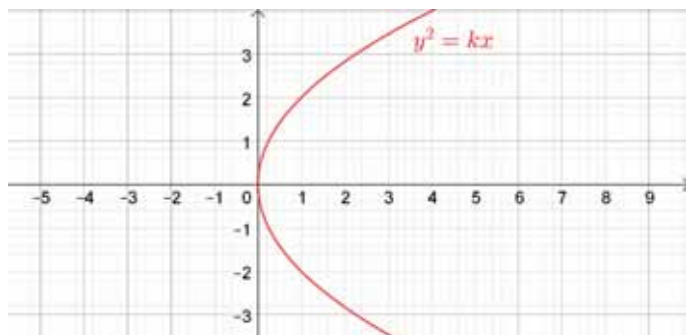
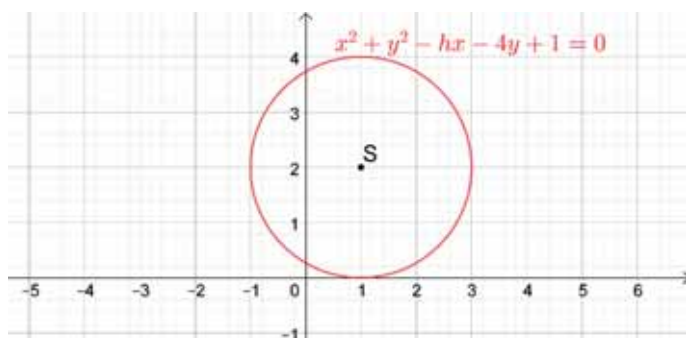
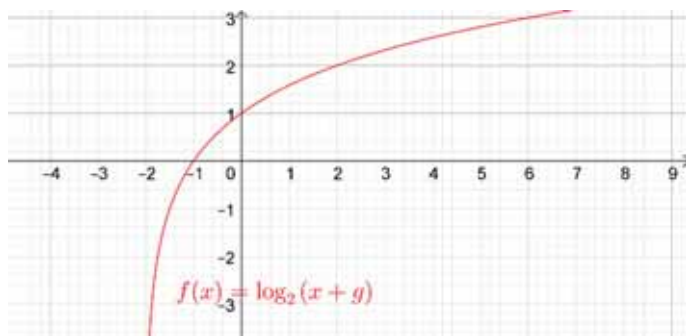
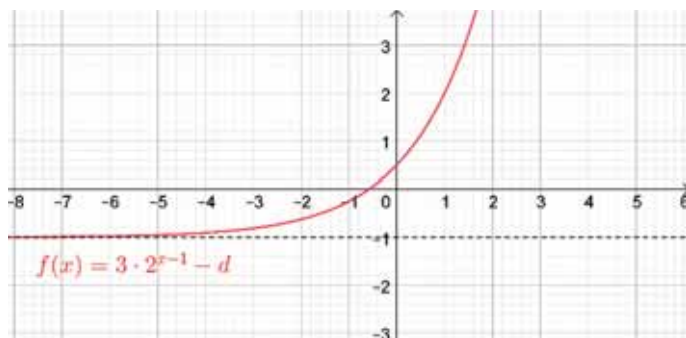
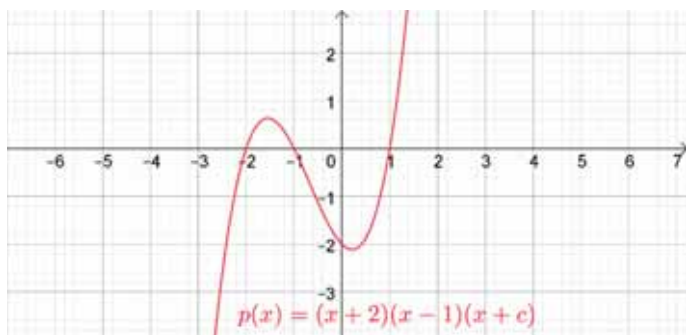
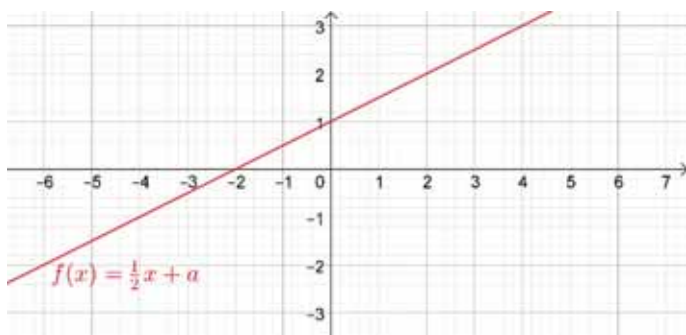
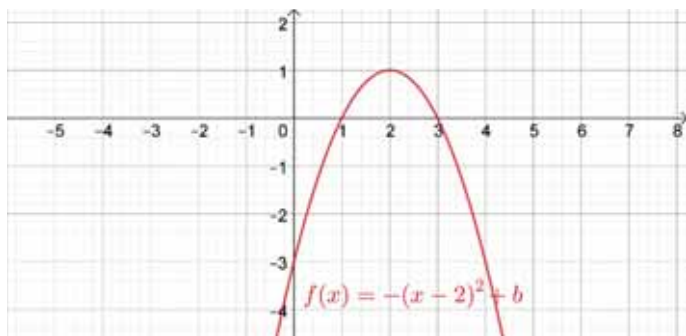
MM – B4: Na sliki je del grafa lihe funkcije $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Funkcija $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ je podana s predpisom $g(x) = 3x - 1$.



Izračunajte vrednost izraza:

$$M = f(1) + g^{-1}(-4) + f(g(0)) + \int_{-4}^4 f(x) dx + \int_0^2 g(x) dx.$$

MM – B5: Na slikah so grafi raznih funkcij realne spremenljivke oziroma določene množice v ravnini. S pomočjo slik določite neznane parametre ter izračunajte vrednost izraza $N = a + b + c + d + g + h + j + k$.



MM – B6: Izračunajte vrednost izraza:

$$P = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3\pi + x) + 3x}{2x} + 18 \cdot \left(1 + \frac{1}{17}\right)^{-1}.$$

MM Bonus: Ikozaeder je pravilni polieder, omejen z 20 enakostraničnimi trikotniki. Na vsako ploskev napišemo po eno izmed števil od 1 do 20, ki se ne ponavljajo.

1. Hkrati zakotalimo dva oštevilčena ikozaedra. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da je vsota števil na obeh zgornjih ploskvah praštevilo, manjše ali enako 13? Rezultat zaokrožite na štiri decimalna mesta (0,0RST).



2. En oštevilčeni dodekaeder zakotalimo 15-krat. Kolikšna je verjetnost dogodka B, da se bo v teh 15 ponovitvah poskusa število 11 pojavilo na zgornji ploskvi natanko 3-krat? Rezultat zaokrožite na tri decimalna mesta (0, UVZ).

Preizkus iskanja »maturitetnih zakladov« (kot didaktičnega pripomočka pri poučevanju matematike) do nastanka članka s strani avtorja še ni bil izveden v okviru pouka, je pa načrtovana izvedba v prihodnosti. Glede na vpise udeležencev poti pa so zaklade obiskali naši srednješolci samostojno in pri tem zapisali (citirano): »Z matematiko se je poigrala naša bodoča maturantka, zato je večina nalog imela hitro pravo rešitev. Lahko bi rekli, da je bila za nas cela serija objavljena ravno pravi trenutek, nekakšna predpriprava na letošnjo prav posebno covid-19 maturo« (zapisano 28. 2. 2021).

Predviden načrt aktivnosti za izvedbo v razredu (kot utrjevanje snovi v 3. ali 4. letniku srednje šole):

*Glede na to, da (slovenske) zaklade obiskujejo tudi številne geološke ekipe iz tujine, se mnogo postavljavcev odloči za opis zaklada v enem izmed tujih jezikov. Serija MM je trenutno zapisana le v slovenščini, zato se kot predlog medpredmetne povezave matematike s tujimi jeziki odpira možnost prevoda opisa zakladov in matematičnih nalog v angleščino, nemščino ali italijanščino.



Slika 2: Primer skritega zaklada na seriji MM – matura iz matematike.

Aktivnost	Čas izvedbe	Opombe
Predstavitev igre, ustvarjanje računov in nameščanje aplikacij na mobilne telefone	1 ura	Poleg telefonov priporočljiva uporaba računalnikov (računalniška učilnica).
Reševanje maturitetnih nalog	2 uri	Delo v parih (po dva dijaka rešita eno nalogo); dijaki si nato med seboj predstavijo in izmenjajo rešitve nalog.
	4 ure	ALI Individualno oz. domače delo (npr. učitelj prikaže celoten postopek reševanja in računanja koordinat na primeru ene od nalog, nato dijaki rešujejo samostojno).
Preverjanje rešitev in računanje natančnih koordinat zakladov	1 ura	Priporočljivo je, da ima vsak od udeležencev koordinate zakladov v svoji napravi.
Pohod	8 ur	- Organizacija prevoza v Postojno, - možnost kombinacije s športnim dnevom, - priporočljivo, da zaklade obiskujejo v manjših skupinah (npr. po 3–4 dijaki), - pohodna obutev in pisala za vpisovanje v dnevnik, - izračunane lokacije zakladov izrišejo traso, ki poteka po kraški pokrajini severno od Postojne, nad Postojnsko jamo. Skoraj krožna pot meri približno 7 kilometrov, zakladi so postavljeni ob nekaterih markantnih objektih v naravi. Razdalje med posameznimi škatlicami so med 200 in 500 metri, hoje z iskanjem je za približno 4 ure; iskanje bonus zaklada traja dodatno uro.
*Prevod vsebin zakladov v tuji jezik	2 uri	Medpredmetna povezava z angleščino, nemščino ali italijanščino.

Serija večstopenjskih zakladov Mostovi Vipave

Reka Vipava priteče na dan v številnih kraških izviri pod strmim pobočjem Nanosa, kjer so se, verjetno prav zaradi obilja čiste vode, ljudje naselili že v pradavnini. Deltast izvir reke Vipave, edini te vrste v Evropi, daje kraju svojevrsten pečat. Čez izvire reke Vipave in rečne rokave (Močilnik, Bela, Lipca) so v preteklih stoletjih v Vipavi zgradili kar 25 mostov. Deset od njih si obiskovalec serije petih dvostopenjskih zakladov lahko tudi poglobi ogleda. Za izračun koordinat lokacij zakladov mora geолоvec najprej obiskati enega od mostov. Na tej lokaciji pridobi podatek (število), ki ga nato uporabi za izračun končnih koordinat – te ga pripeljejo do še enega mostu, v bližini katerega se skriva škatlica.

Matematični del obsega račune, primerne tudi za osnovnošolce (računanje z ulomki, potenciranje, korenjenje, uporaba Vietovega pravila pri računanju rešitev kvadratne enačbe). V nadaljevanju je naveden primer opisa zaklada, vključno z nalogo:

Mostovi Vipave 1

Z mostu, na katerem stojite (začetna lokacija N 45° 50.740 E 013° 57.778), je proti jugu dobro viden najbolj znan most v Vipavi - Lanthierijev most, ki je zaradi edinstvene konstrukcije iz kamna posebnost med mostovi v svetovnem merilu. Če z mostu, na katerem stojite, gledate proti Lanthierijevemu mostu, boste na železni ograji (ki ima 11 stebrov) na srednjem stebri tik pod vrhom opazili črno enomestno število (=A).

Zakladek se nahaja v bližini še enega mostu, formula za izračun koordinat je:

$$45^{\circ}50.XXX', 013^{\circ}57.YYY'$$

$$XXX = A^3 + A^2 - A + \frac{A^3 + A}{A} \cdot (A + 3)$$

$$YYY = A \cdot (A + 1) \cdot (A + 2) + (A + 3) + (A + 4) + (A + 5)$$

Drugi podatki:

- Velikost zaklada: mikro (do 10 cm),
- Zahtevnost iskanja: 2,5 / 5,
- Zahtevnost terena: 1,5 / 5,
- Namig za iskanje: »Skoraj iste barve«,
- Lastnosti: priporočeno za otroke, dovoljen obisk s psom, dosegljivo 24/7, možen obisk s kolesom

Predviden načrt aktivnosti (višji razredi OŠ, vsi letniki SŠ):

Aktivnost	Čas izvedbe	Opombe
Predstavitve igre, ustvarjanje računov in nameščanje aplikacij na mobilne telefone	1 ura	Poleg telefonov priporočljiva uporaba računalnikov (računalniška učilnica). Predstaviti način reševanja in iskanja večstopenjskih zakladov .
Pohod po Vipavi	0,5 ure / zaklad, 3 ure za celotno serijo	- V seriji je 5 zakladov, za vsakega se potrebuje v povprečju pol ure; eden od zakladov je oddaljen od Vipave približno 4 km, zato je priporočen obisk z avtomobilom ali kolesom, - priporočljivo, da zaklade obiskujejo v manjših skupinah (npr. po 3–4 dijaki), - pisala za vpisovanje v dnevnik.

Drugi zakladi z matematično vsebino

Učitelj (matematike) v osnovni ali srednji šoli lahko tudi v okolici svoje šole poišče lokacije zakladov in z učenci / dijaki izvede geolov, ki je povezan z matematiko ali drugimi predmetnimi področji. Opozoriti velja, da so geolovske aktivnosti lahko tudi del ekskurzij, tako po Sloveniji kot v tujini (v Italiji je aktivnih več kot 30.000, v Avstriji več kot 50.000, na Madžarskem okoli 8.000, na Hrvaškem 6.000, v Nemčiji pa kar 420.000 zakladov). V nadaljevanju so navedene nekatere lokacije (s kratko vsebino) trenutno dosegljivih »matematičnih zakladov« po Sloveniji. Zagotovo pa seznam ni popoln ...

- **Dobova pri Brežicah:** serija osmih ugankarskih zakladov z naslovom »Sprehod z nalogo« avtorja »fpetel1«, ki je del nalog priredil iz objav v reviji Presek. Ena od nalog se glasi:

V Dobovi so imeli tržnico. Gospodar je šel na tržnico in kupil nekaj pujsov, zajcev in piščancev. Koliko živali katere vrste je kupil, če vemo, da je kupil sto živali in za njih zapravil natanko 100 dinarijev? Vemo tudi, da so stali pujsi 5 dinarijev, zajci 2 dinarija in da si za en dinarij dobil tri piščance. Koordinate zaklada so: N 45° 53. XXX E 015° 40. YYY, pri čemer velja:

$$XXX = -3*PUJSI + 8*ZAJCI + 10*PIŠČANCI,$$

$$YYY = 3*PUJSI + 4*ZAJCI + 2*PIŠČANCI.$$

- **Ljubljana (Vižmarje):** ugankarski zakladek »Mathematicians« avtorja »bojank« - za pridobitev koordinat je potrebno najprej določena področja matematike povezati z znanimi matematiki, nato pa še rešiti nalogo iz geometrije.
- **Ljubljana (Vič):** ugankarski zakladek »Brainiac« avtorja »ninalesone« - potrebno je rešiti dve nekoliko zahtevnejši polinomski enačbi.
- **Kranj:** serija 6 ugankarskih zakladkov z imenom »Sumdoku« avtorja »romtim«, ki od igralca zahteva reševanje t.i. »killer sudoku« ugank, preko katerih se pridobijo koordinate končnih lokacij.
- **Velenje:** kratka serija štirih ugankarskih zakladkov »Logika« avtorja »corsova« - za pridobitev koordinat je potrebno rešiti nekaj logičnih nalog.

Če želi bralec (sam ali s skupino učencev) preizkusiti igro geolova, a naleti na težave oziroma se mu porajajo dodatna vprašanja v zvezi z igro, se lahko obrne na avtorja članka za dodatne informacije (sustersic.miha@sgv.si).

Literatura

<https://www.geocaching.com/play> (21. 8. 2021)
<https://www.geocaching.com/play/guidelines> (21. 8. 2021)
<https://project-gc.com/Statistics/Overview> (21. 8. 2021)
https://www.ric.si/splosna_matura/predmeti/matematika/ (21. 8. 2021)

Pridružite se največji igri iskanja zakladov na svetu na spodnji povezavi:

<https://www.geocaching.com/play>



V okolici mesta Ljubljana je 1.671 zakladov.

Za začetek si odprite brezplačen račun na spletišču Geocaching in si prenesite uradno aplikacijo Geocaching® ali uporabite samostojno GPS napravo.



Trije koraki do začetka dogodivščine!



1. Ustvarite račun

Ustvarite račun na spletišču ali z uradno Geocaching® aplikacijo in si oglejte zemljevid zakladov v svoji okolici.



2. Poiščite zaklad

Usmerite se do najbližjega zaklada. Ne pozabite vzeti s sabo pisala!



3. Delite svoje doživetje z drugimi.

Ko zaklad najdete, vpišite datum najdbe in geološki vzdevek v dnevnik, vrnite zaklad v skrinjico in delite svoje doživetje z drugimi na spletu.