IX.

Jahresbericht

der

k. k. Staats-Oberrealschule

in

MARBURG.

Veröffentlicht von der Direktion am Schlusse des Studienjahres.

1879.

MARBURG.
Verlag der k. k. Oberrealschule. — Druck von Eduard Janschitz.
1879.

Inhalt:

Die Lage des Schwerpunktes bei Raumgebilden, die aus zwei Theilen von verschiedener Dichte zusammengesetzt sind.

Die Lage des Schwerpunktes eines als schwer vorausgesetzten Raumgebildes ist bekanntlich von der Dichte desselben unabhängig, wenn diese an allen Stellen dieselbe ist; es lässt sich dann, wie in allen Lehrbüchern der Physik gezeigt wird, die Lage des Schwerpunktes in den einfacheren Fällen sei es im Wege der Construction, sei es im Wege der Rechnung leicht ermitteln. Es soll nun im Folgenden untersucht werden, welche Aenderungen diese Lage des Schwerpunktes erleidet, wenn das betreffende Raumgebilde aus zwei Theilen von verschiedener Dichte zusammengesetzt ist, und welches für die einfachsten Arten dieser Zusammensetzung das Maximum dieser Aenderung ist, welches je nach der Gestalt und Grösse der beiden Theile sich ergeben kann. Dass ein solches Maximum vorhanden sein muss, ist leicht einzusehen. Denkt man sich nämlich einen Körper von constanter Dichte, so wird sein Schwerpunkt eine bestimmte Lage haben; würde nun von irgend einem Punkte des Körpers aus die Dichte vergrössert, so dass ein immer grösserer Theil des Körpers eine grössere Dichte erhält, als die ursprüngliche war, so wird sich dadurch ohne Zweifel die Lage des Schwerpunktes im Allgemeinen ändern, gleichwohl kann aber diese Aenderung nicht über eine gewisse Grenze hinausgehen, indem, wenn die Zunahme der Dichte sich über den ganzen Körper erstreckt hat, der Schwerpunkt in dem nun neuerdings gleichförmig dichten Körper dieselbe Stellung einnehmen muss wie ursprünglich. Dasselbe würde selbstverständlich auch von einer Fläche oder einer Linie gelten.

Da es mir nicht darum zu thun ist, dasjenige, was wie gesagt in allen Lehrbüchern der Physik zu finden ist, hier zu wiederholen, so setze ich die Sätze über die Lage des Schwerpunktes der einfachsten geometrischen Gebilde, wenn ihre Dichte als constant vorausgesetzt wird, als bekannt voraus; ebenso auch den allgemeinen Satz, nach welchem die Entfernung des Schwerpunktes eines Körpers von einer beliebigen Ebene bestimmt werden kann, wenn man die Masse seiner Theile und die Entfernung ihrer Schwerpunkte von dieser Ebene kennt, nämlich den Satz, der in der Gleichung enthalten ist $\xi \Sigma m = \Sigma (mx)$, worin ξ die Entfernung des Schwerpunktes von einer bestimmten Ebene, Σm die Summe der Massen der einzelnen Theile des Körpers, demnach die ganze Masse des Körpers, $\Sigma (mx)$ die Summe der Produkte der Massen der einzelnen Theile mit den zugehörigen Abständen ihrer Schwerpunkte von der bestimmten Ebene bedeutet.

Zur Bestimmung des Maximums, welches die Entfernung des Schwerpunktes eines aus zwei Theilen von verschiedener Dichte bestehenden Körpers je nach der Lage und Grösse dieser Theile von dem Punkte erreichen kann, wo bei gleichförmiger Dichte des ganzen Körpers der Schwerpunkt liegen würde, kann in vielen Fällen ein Satz dienen, der diese Bestimmung unabhängig macht von den sonst in der Mathematik angewendeten Methoden zur Bestimmung der Maxima und Minima. Denkt man sich als Trennungsfläche der beiden verschieden dichten Theile des Körpers eine Ebene, ferner die Dichte desjenigen Theiles, der bei gleichförmiger Dichte des Ganzen den Schwerpunkt nicht enthalten würde, grösser als die des andern Theiles und es würde die Trennungsebene der beiden Theile des Körpers von irgend einem Punkte der Oberfläche aus gegen das Innere zu fortwährend parallel zu sich selbst verschoben und dadurch der dichtere Theil immer vergrössert, so wird sich offenbar Anfangs der Schwerpunkt des Körpers dieser Trennungsebene nähern und wird endlich in diese Trennungsebene selbst fallen. Wird nun diese Ebene noch weiter verschoben, so muss sich der Schwerpunkt seiner ursprünglichen Lage wieder nähern und die Entfernung des Schwerpunktes von seiner ursprünglichen Lage in der Richtung senkrecht gegen die Trennungsebene der beiden Theile war also in dem Augenblicke ein Maximum, wo der Schwerpunkt in diese Trennungsebene gefallen war und es geht daraus zugleich hervor, dass dann der Punkt, wo der Schwerpunkt des Körpers bei constanter Dichte liegen würde, in dem Theile von geringerer Dichte liegen muss. Ganz dasselbe gilt offenbar auch von einer krummen Fläche, die durch eine Ebene, ebenso von einer ebenen Figur oder einer ebenen Curve, die durch eine gerade Linie in zwei Theile von verschiedener Dichte getheilt ist, und ebenso auch von einer geraden Linie, die aus zwei Theilen von verschiedener Dichte besteht, und wo der Theilungspunkt an die Stelle der Trennungsebene resp. Linie der frühern Fälle zu setzen kommt.

Der mathematische Beweis für diesen Satz kann auf folgende Art geführt werden. Bezeichnet man wieder mit ξ die Abscisse des Schwerpunktes, so hat man immer, wie in der analytischen Mechanik gezeigt wird $\xi = \dfrac{\int \varrho \, x \, dv}{\int \varrho \, dv}$ wobei ϱ die Dichte, x die Abscisse eines Punktes und dv das Volumselement bedeutet. Denkt man sich nun die Trennungsebene der beiden Theile senkrecht zur Abscissenaxe, ferner ϱ als die constante Dichte des einen, ϱ_1 als die des andern Theiles, so hat man jetzt, wenn x_1 die untere, x_2 die obere Grenze der Integration nach x und x die Abscisse der Trennungsebene ist

$$\xi = \frac{\varrho \int_{x_1}^{x} x \, dv + \varrho_1 \int_{x}^{x_2} x \, dv}{\varrho \int_{x_1}^{x} dv + \varrho_1 \int_{x}^{x_2} dv}$$

Damit nun ξ zu einem Maximum oder Minimum werde, muss $\frac{d\xi}{dx} = 0$ sein, oder, wenn man die Differentiation ausführt und der Einfachheit wegen in dem Ausdrucke für ξ den Zähler mit Z, den Nenner mit N bezeichnet

$$\frac{N\,d\,Z - Z\,d\,N}{N^2} = 0 \text{ oder } N\,d\,Z = Z\,d\,N.$$

Nun ist aber $\frac{d\,Z}{dx} = \varrho\, x \int df + \varrho_1\, x \int df,\ \frac{d\,N}{dx} = \varrho \int df + \varrho_1 \int df,$

wobei df das zur Abscissenaxe senkrechte Flächenelement bedeutet. Setzt man diese Werthe in die obige Gleichung ein, so ergibt sich

$$Nx\,(\varrho + \varrho_1) \int df = Z\,(\varrho + \varrho_1) \int df, \text{ mithin } x = \frac{Z}{N} = \xi$$

d. h. der Schwerpunkt muss in der Trennungsebene beider Theile liegen.

Aus den bisher angestellten Betrachtungen geht ausserdem hervor, dass, wenn die beiden Theile des Körpers durch eine Ebene von einander getrennt sind, und der Schwerpunkt in dieser Ebene selbst liegt, er in der Richtung senkrecht gegen diese Ebene weiter von seiner Lage bei constanter Dichte des ganzen Körpers entfernt ist, als er bei irgend einer andern Art der Begrenzung beider Theile entfernt sein könnte. Es muss nämlich sowohl wenn man in dem weniger dichten Theile an irgend einer Stelle die Dichte vergrössert, als auch wenn man sie in dem dichtern Theile an irgend einer Stelle verringert, der Schwerpunkt sich von der Trennungsebene in dem Sinne gegen seine Lage bei constanter Dichte zu bewegen. Eine solche Veränderung der Dichte in einem der beiden Theile ist aber offenbar identisch mit einer Abänderung der Gestalt der Begrenzungsfläche zwischen den beiden Theilen. Ferner ergibt sich noch, dass die Annäherung an eine bestimmte Ebene, die der Schwerpunkt auf die soeben auseinandergesetzte Art erfahren kann, grösser ist, als die, welche erzielt werden könnte, wenn der Körper aus mehr als zwei Theilen von verschiedener Dichte zusammengesetzt würde, oder seine Dichte sich continuirlich nach irgend einem Gesetze ändern würde, wofern nur an keiner Stelle die Dichte grösser würde als die grössere oder kleiner als die kleinere der früher vorausgesetzten Dichten der beiden Theile.

Es kann also überhaupt die grösste Verschiebung des Schwerpunktes eines Körpers gegen eine nicht durch seinen Schwerpunkt gehende Ebene dadurch erzielt werden, wenn der Körper durch eine zu dieser Ebene parallele Ebene in zwei Theile getheilt wird, von denen derjenige, der bei constanter Dichte des ganzen Körpers den Schwerpunkt nicht enthalten würde, eine grössere Dichte haben muss als der andere, und wenn die Lage dieser Trennungsebene so bestimmt wird, dass sie den Schwerpunkt des Körpers in sich enthält.

In der Gleichung, die zur Bestimmung dieser Lage des Schwerpunktes aufgestellt werden muss, enthalten sämmtliche Glieder die Dichte eines der beiden Theile als Factor; es ist demnach die Auflösung nur von dem Quotienten beider Dichten abhängig. Dieser Quotient, und zwar derjenige, welchen man erhält, wenn man die grössere Dichte durch die kleinere dividirt, soll in der Folge immer mit q bezeichnet werden.

Die Aufstellung der Gleichungen, welche sich für die einzelnen zu untersuchenden Fälle ergeben werden, soll von dem Gesichtspunkte aus erfolgen, dass man sich zunächst das ganze zu untersuchende Raumgebilde als gleichförmig dicht mit der Dichte 1 und dann auf dasselbe noch ein Stück von der Dichte q—1 an der Stelle darauf gelegt denkt, wo die Dichte grösser sein sollte, oder auch dass man für das Ganze die Dichte q annimmt, und sich an der Stelle, wo die Dichte geringer sein sollte, ein entsprechendes Stück von der Dichte q—1 weggenommen denkt. Es hat dies den Vortheil, dass man dabei die als bekannt vorausgesetzte Lage des Schwerpunktes des ganzen Körpers bei constanter Dichte benützen kann und dann nur von einem seiner Theile die Lage des Schwerpunktes speciell auszumitteln braucht.

Es versteht sich von selbst, dass die zuletzt nur in Beziehung auf Körper angestellten Betrachtungen auch für Flächen und Linien gelten müssen und es sollen nun die bisher aufgestellten allgemeinen Sätze auf specielle Fälle angewendet werden.

1. Gerade Linie. Es sei l die Länge einer geraden Linie, welche aus zwei Theilen von verschiedener Dichte zusammengesetzt sein soll; es wird dann ihr Schwerpunkt nicht mehr in den Mittelpunkt fallen, sondern dem Ende des dichteren Theiles näher liegen als dem andern. Für das Maximum der Annäherung an diesen Endpunkt muss der Schwerpunkt nach dem oben Gesagten mit dem Theilungspunkte der ganzen Linie zusammenfallen. Bezeichnet man also mit x das Minimum der Entfernung des Schwerpunktes von demjenigen Endpunkte der geraden Linie, wo die Dichte grösser ist, so hat man zur Bestimmung von x die Gleichung

$$x \cdot \left[l + x\,(q-1)\right] = \frac{l}{2} \cdot l + \frac{x}{2} \cdot x\,(q-1)$$

oder $(q-1)\,x^2 + 2\,l\,x = l^2$ und daraus, weil x nur positiv sein kann,

$$x = -\frac{l}{q-1} + \frac{l\sqrt{q}}{q-1} = \frac{l}{\sqrt{q}+1} \quad \text{und} \quad l-x = \frac{l\sqrt{q}}{\sqrt{q}+1}$$

Es ergibt sich daraus die Proportion

$$x : (l-x) = 1 : \sqrt{q} = \sqrt{\varrho} : \sqrt{\varrho_1}$$

wobei ϱ die kleinere, ϱ_1 die grössere der Dichten der beiden Theile der geraden Linie bedeutet. Es muss also, wenn der Schwerpunkt so weit als möglich von dem Mittelpunkte der geraden Linie entfernt werden soll, die gerade Linie in zwei Theile getheilt werden, welche sich umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichten und der Schwerpunkt fällt dann mit dem Theilungspunkte der geraden Linie zusammen.

2. Umfang des gleichseitigen Dreieckes. Werden von einem Eckpunkte des Dreieckes aus auf den beiden in demselben zusammenstossenden Seiten gleiche Stücke aufgetragen und die Dichte dieser Stücke grösser angenommen, als die der übrigen Theile des Umfanges, so wird der Schwerpunkt des ganzen Umfanges jetzt dieser Ecke näher zu liegen kommen als er bei gleichförmiger Dichte des ganzen Umfanges liegen würde, dagegen näher der gegenüberliegenden Seite, wenn die Dichte dieser Stücke kleiner angenommen würde, als die der übrigen Theile des Umfanges. Für das

Maximum der Annäherung an die Ecke oder an die ihr gegenüberliegende Seite muss nach dem oben Gesagten der Schwerpunkt in die Verbindungslinie derjenigen Punkte auf den beiden andern Seiten fallen, in welchen der Uebergang von der einen zur andern Dichte stattfindet. Es sei a die Seite des Dreieckes, also $\frac{a}{2}\sqrt{3}$ seine Höhe, x die Länge der Stücke, welche von einem Eckpunkte aus aufgetragen werden müssen, damit die Entfernung des Schwerpunktes von diesem Punkte ein Minimum werde, demnach $\frac{x}{2}\sqrt{3}$ diese Minimalentfernung selbst, so hat man zur Bestimmung von x folgende Gleichung

$$\frac{a-x}{2}\sqrt{3}\,.\left[3\,a+2\,x\,(q-1)\right]=\frac{a}{4}\sqrt{3}\,.\,2\,a+\frac{2\,a-x}{4}\sqrt{3}\,.\,2\,x\,(q-1)$$

$$\text{oder}\quad (q-1)\,x^2+3\,a\,x=2\,a^2$$

woraus $x=\frac{a}{2\,(q-1)}\left(-3+\sqrt{1+8q}\right)$ folgt, welcher Werth wegen $q > 1$ immer positiv sein muss, während der zweite Werth von x negativ ist. Der positive Werth von x ist immer kleiner als a, was daraus hervorgeht, dass $1+8\,q < 1+4q\,(1+q)$ oder $1+8\,q < (1+2\,q)^2$, demnach $-3+\sqrt{1+8\,q} < 2\,(q-1)$ ist.

Soll der Abstand des Schwerpunktes von einer Seite ein Minimum werden, so hat man die Dichte derjenigen Stücke, deren Dichte in dem frühern Falle gleich 1 gesetzt war, jetzt gleich q und die der Stücke, deren Dichte früher gleich q—1 war, jetzt gleich 1—q zu setzen, was offenbar auf dasselbe hinauskommt, als wenn man überall, wo früher q war, jetzt $\frac{1}{q}$ setzen würde. Man erhält dann, wenn wieder x die Länge derjenigen Stücke bedeutet, welche von dem der fraglichen Seite gegenüberliegenden Eckpunkte aufgetragen werden müssen, und welche jetzt die geringere Dichte haben müssen

$$x=\frac{a\left(3\,q-\sqrt{q\,(q+8)}\right)}{2\,(q-1)}$$

Der zweite Werth von x kann auch hier nicht gebraucht werden, da er grösser ist als a.

3. Umfang des Quadrates. Werden von den beiden Endpunkten einer Seite aus auf den beiden anliegenden Seiten gleiche Stücke aufgetragen und deren Dichte sowie die der ersteren Seite gegen die der übrigen Theile des Umfanges vergrössert oder verkleinert, so wird sich der Schwerpunkt des Umfanges der erstern Seite nähern oder sich von ihr entfernen und für das Maximum dieser Annäherung oder Entfernung in die Verbindungslinie der Punkte fallen, an welchen der Uebergang von der einen Dichte zur andern stattfindet. Es sei a die Seite des Quadrates, x die Minimalentfernung des Schwerpunktes von einer Seite und nach Obigem zugleich die Länge der Stücke, die von den Endpunkten dieser Seite auf den beiden anstossenden Seiten aufgetragen werden müssen, so hat man zur Bestimmung von x die Gleichung

$$x \cdot \Big[4a + (a + 2x)(q-1)\Big] = \frac{a}{2} \cdot 2a + a \cdot a + \frac{x}{2} \cdot 2x\,(q-1)$$

oder $(q-1)\,x^2 + a\,(q+3)\,x = 2a^2$, woraus sich

$$x = \frac{a}{2\,(q-1)} \Big[-(q+3) + \sqrt{1 + 14\,q + q^2}\Big] \text{ ergibt.}$$

Dieser Werth von x ist wenn $q > 1$ ist, was der Voraussetzung nach stattfindet, immer positiv und kleiner als a. Es ist nämlich $14\,q > 8 + 6\,q$ daher $1 + 14\,q + q^2 > 9 + 6\,q + q^2$ oder $1 + 14\,q + q^2 > (q + 3)^2$. Andererseits ist aber $14\,q < 6\,q + 8\,q^2$, daher $1 + 14\,q + q^2 < 1 + 6\,q + 9\,q^2$ oder $1 + 14\,q + q^2 < (1 + 3\,q)^2$ und folglich der ganze Ausdruck in der eckigen Klammer kleiner als $2\,(q-1)$.

Da das Minimum der Entfernung des Schwerpunktes von einer Seite zugleich einem Maximum der Entfernung von der gegenüberliegenden Seite entspricht, so erhält man die Maximalentfernung des Schwerpunktes von einer Seite einfach dadurch, indem man den früher gefundenen Werth für x von a subtrahirt.

Werden von einem Eckpunkte des Quadrates aus auf den beiden dort zusammenstossenden Seiten gleiche Stücke aufgetragen und deren Dichte vergrössert oder verkleinert, so nähert sich der Schwerpunkt diesem Eckpunkte oder entfernt sich von demselben. Bezeichnet man wieder mit a die Seite des Quadrates, mit x die Länge der beiden Stücke, deren Dichte vergrössert oder verkleinert werden muss, damit die Entfernung des Schwerpunktes von einem Eckpunkte zu einem Maximum oder Minimum werde, so ist dann $\frac{x}{2}\sqrt{2}$ die Entfernung des Schwerpunktes von der betreffenden Ecke und man hat für das Minimum dieser Entfernung die Gleichung

$$\frac{x}{2}\sqrt{2}\,\Big[4a + 2x\,(q-1)\Big] = \frac{a}{2}\sqrt{2} \cdot 4a + \frac{x}{4}\sqrt{2} \cdot 2x\,(q-1)$$

oder $(q-1)\,x^2 + 4\,a\,x = 4a^2$, woraus sich

$$x = \frac{2a}{q-1}\left(-1 + \sqrt{q}\right) = \frac{2a}{\sqrt{q}+1} \text{ ergibt.}$$

Es folgt daraus $2a - x = \dfrac{2a\sqrt{q}}{\sqrt{q}+1}$ und weiter

$$x : (2a - x) = 1 : \sqrt{q} = \sqrt{\varrho} : \sqrt{\varrho_1}$$

wobei ϱ die kleinere, ϱ_1 die grössere der Dichten der beiden Theile des Umfanges bedeutet. Da auch hier ein Minimum der Entfernung des Schwerpunktes von einem Eckpunkte einem Maximum der Entfernung von dem gegenüberliegenden Eckpunkte entspricht, so kann man auch hier überhaupt sagen, dass für jeden dieser Fälle sich die beiden Theile des Umfanges des Quadrates umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichten verhalten müssen. Es ist dies dasselbe Resultat, welches bei der geraden Linie abgeleitet wurde und welches auch ohne weitere specielle Untersuchung hätte erhalten werden können, da, wenn man die Massen je zweier in Bezug auf die Diagonale, auf welcher der Schwerpunkt liegen muss, symmetrisch gelegener

Punkte in ihren Schwerpunkt, der in dieser Diagonale liegt, verlegt, die Dichte der einzelnen Punkte dieser Diagonale proportional sein wird der Dichte der entsprechenden Punkte des Umfanges.

4. Kreisbogen. Wenn bei einem Kreisbogen, der kleiner ist, als ein Halbkreis, in dem mittleren Theile desselben die Dichte vergrössert oder verkleinert wird im Vergleiche zu der der beiden, als gleich gross vorausgesetzten äusseren Theile, so wird sich der Schwerpunkt des ganzen Bogens auf dem Mittelradius im ersten Falle von dem Mittelpunkte, von dem aus der Bogen beschrieben ist, entfernen, im letztern Falle sich diesem nähern. Für das Maximum oder Minimum dieser Verschiebung muss der Schwerpunkt nach dem oben Gesagten in die Verbindungslinie der Endpunkte des mittleren Theiles zu liegen kommen. Es sei r der Halbmesser des Bogens, 2α der in Theilen des Halbmessers ausgedrückte Bogen selbst, 2φ der mittlere Bogen, dessen Dichte von der der beiden äussern Theile verschieden ist, so ist $\frac{r \,.\, \text{cord}\ 2\alpha}{\text{arc}\ 2\alpha}$ die Entfernung des Schwerpunktes des ganzen als gleichförmig dicht vorausgesetzten Bogens vom Mittelpunkte und $\frac{r \,.\, \text{cord}\ 2\varphi}{\text{arc}\ 2\varphi}$ die Entfernung des Schwerpunktes des mittleren Theiles vom Mittelpunkte.

Bezeichnet man nun mit x die Maximalentfernung, welche der Schwerpunkt des ganzen Bogens durch Verdichtung des mittleren Theiles von dem Mittelpunkte erreichen kann, so hat man zur Bestimmung von x die Gleichung

$$x\left[\text{arc}\ 2\alpha + \text{arc}\ 2\varphi\ (q-1)\right] = \frac{r\ \text{cord}\ 2\alpha}{\text{arc}\ 2\alpha} \,.\, \text{arc}\ 2\alpha + \frac{r\ \text{cord}\ 2\varphi}{\text{arc}\ 2\varphi} \,.\, \text{arc}\ 2\varphi\ (q-1)$$

Nun ist aber arc $2\alpha = 2\alpha r$, arc $2\varphi = 2\varphi r$, cord $2\alpha = 2r \sin \alpha$, cord $2\varphi = 2r \sin \varphi$ endlich mit Rücksicht auf das oben Gesagte $x = r \cos \varphi$.

Substituirt man alle diese Ausdrücke in die obige Gleichung, so geht diese nach geschehener Abkürzung durch r^2 über in $\alpha + \varphi\,(q-1) = \frac{\sin \alpha + \sin \varphi\ (q-1)}{\cos \varphi}$

Für den Fall als x ein Minimum sein soll, hat man auch hier nur überall an die Stelle von q den reciproken Werth $\frac{1}{q}$ zu setzen; man erhält dadurch

$$\alpha q - \varphi\,(q-1) = \frac{\sin \alpha \,.\, q - \sin \varphi\ (q-1)}{\cos \varphi}$$

Die beiden Gleichungen sind transcendente Gleichungen und können in allgemeinen Zahlen nicht aufgelöst werden, wohl aber können bei jeder besonderen Annahme für α und q Näherungswerthe für φ bestimmt werden. Man kann sich leicht überzeugen, dass die beiden Gleichungen auch für den Fall gelten, wo der ganze Bogen grösser ist als ein Halbkreis.

Soll also der Schwerpunkt der Peripherie eines Kreises dadurch der Peripherie so weit als möglich genähert werden, dass in einem Theile derselben die Dichte vergrössert wird, so hat man zur Bestimmung der Grösse dieses Theiles nur in der Gleichung für das Maximum von x an die Stelle von α den Werth π zu setzen, so gibt dann das zugehörige φ die Hälfte des

Bogens, dessen Dichte gleich q sein muss, wenn die des übrigen Theiles der Peripherie gleich 1 ist. Durch die genannte Substitution nimmt die Gleichung zur Bestimmung von φ die einfachere Form an

$$\pi + \varphi\,(q-1) = \operatorname{tg}\varphi\,(q-1) \text{ oder, wenn man } \frac{\pi}{q-1} = m \text{ setzt,}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \varphi + m.$$

5. Fläche eines beliebigen Dreieckes. Wird ein Dreieck durch eine Transversale, die zu einer der Seiten parallel ist, in zwei Theile getheilt und in einem der beiden Theile die Dichte vergrössert, so muss sich der Schwerpunkt der zu der Transversalen parallelen Seite oder der gegenüberliegenden Ecke nähern, dabei aber fortwährend auf der entsprechenden Mittellinie liegen und für das Maximum einer solchen Verschiebung in die Transversale selbst fallen.

Es sei f die Fläche des Dreieckes, h die Höhe auf diejenige Seite, welche mit der Transversale parallel ist, x die Entfernung der Transversalen von der gegenüberliegenden Ecke, so ist dann $f \cdot \frac{x^2}{h^2}$ die Fläche des von der Transversalen abgeschnittenen kleineren Dreieckes. Soll nun x ein Minimum werden, also der Schwerpunkt auf der Mittellinie soweit als möglich der Spitze des Dreieckes genähert werden, so muss in diesem kleineren Dreiecke die Dichte vergrössert werden und man hat dann zur Bestimmung des Minimums von x die Gleichung

$$(h-x) \cdot \left[f + f\frac{x^2}{h^2}(q-1)\right] = \frac{h}{3} \cdot f + \left(h - \frac{2x}{3}\right) \cdot f\frac{x^2}{h^2}(q-1)$$

oder wenn man die Gleichung auf die einfachste Form bringt

$$(q-1)\,x^3 + 3h^2\,x = 2h^3.$$

Für den Fall als x ein Maximum werden, also der Schwerpunkt auf der Mittellinie soweit als möglich der zugehörigen Seite genähert werden soll, hat man wieder nur q durch $\frac{1}{q}$ zu ersetzen, wodurch man die Gleichung erhält

$$(q-1)\,x^3 - 3h^2q\,x = -2h^3q.$$

Die erstere von beiden Gleichungen hat immer eine reelle und zwei imaginäre Wurzeln; die reelle Wurzel liegt zwischen 0 und h und ihr Werth, wenn man ihn nach der Cardanischen Formel bestimmt, ist

$$x = \frac{h}{\sqrt[3]{q-1}} \cdot \left(\sqrt[3]{1 + \sqrt{\frac{q}{q-1}}} + \sqrt[3]{1 - \sqrt{\frac{q}{q-1}}}\right).$$

Die Gleichung, die man für den Fall des Maximums von x erhält, hat dagegen drei reelle Wurzeln, von denen eine zwischen $-\infty$ und 0, die zweite zwischen 0 und h und die dritte zwischen h und $+\infty$ liegt. Für die vorliegende Aufgabe ist also nur die zweite Wurzel brauchbar. Die Cardanische Formel ist bekanntlich für diesen Fall insofern nicht anwendbar, als sie die Wurzeln nicht in der Form von reellen Zahlen gibt. Die trigonometrische Auflösung für diesen Fall ist

$$x = 2h\sqrt{\frac{q}{q-1}} \sin\left(\frac{1}{3} \text{ arc sin} \sqrt{\frac{q-1}{q}}\right).$$

Besteht das Dreieck aus zwei Theilen von verschiedener Dichte, die durch eine von einem Eckpunkte aus gezogene Transversale von einander getrennt sind, so bleibt die Entfernung des Schwerpunktes von der gegenüberliegenden Seite gleich einem Drittel der Höhe auf diese Seite, und der Schwerpunkt bewegt sich also, wenn entweder die Transversale gedreht, oder das Verhältniss der beiden Dichten geändert wird, in einer Parallelen zu der Seite, zu welcher die Transversale gezogen wurde. Die Bestimmung des Maximums dieser Verschiebung führt auf die Aufgabe für die gerade Linie zurück. Denkt man sich nämlich das ganze Dreieck durch sehr viele Transversale, die alle von der einen Ecke aus gezogen werden, in lauter sehr kleine Dreiecke zerlegt, so kann man sich die Masse eines jeden derselben in seinem Schwerpunkte vereinigt denken und der Inbegriff aller dieser Schwerpunkte bildet dann die genannte Parallele. Die Dichte dieser Linie wird so lange constant bleiben, als die Dichte der einzelnen Dreiecke dieselbe bleibt, und es kommt also nun darauf an, diese Linie in zwei Theile so zu theilen, dass wenn die beiden Theile verschiedene Dichte haben, der Schwerpunkt der ganzen Linie mit dem Theilungspunkte zusammenfällt. Dies wird aber offenbar dann erreicht, wenn die zuerst genannte Transversale so gezogen wird, dass sie die entsprechende Seite im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln aus den Dichten der beiden Theile des Dreieckes theilt.

6. F l ä c h e e i n e s P a r a l l e l o g r a m m s.) Wird ein Parallelogramm durch eine gerade Linie, die zu einer seiner Seiten parallel ist, in zwei Theile getheilt und in dem einen der beiden Theile die Dichte vergrössert, so nähert sich der Schwerpunkt diesem dichteren Theile und bleibt dabei auf der Verbindungslinie der Halbirungspunkte derjenigen Seiten, mit welchen die Theilungslinie parallel ist. Die Bestimmung des Maximums dieser Verschiebung führt auch hier auf die Aufgabe für die gerade Linie zurück. Denkt man sich nämlich das ganze Parallelogramm durch sehr viele Transversale, die mit den beiden andern Seiten parallel sind, in lauter schmale Streifen, die man als gerade Linien betrachten kann, zerlegt, so wird sich der Schwerpunkt des ganzen Parallelogramms dem einen oder dem andern Ende der Mittellinie, auf welcher er liegen muss, dann so weit als möglich nähern, wenn der Schwerpunkt eines jeden der als gerade Linien betrachteten Streifen so nahe als möglich dem einen oder dem andern Endpunkte zu liegen kommt. Dies wird aber erreicht, wenn die beiden Theile der Seiten, welche von der zuerst genannten Geraden geschnitten werden, sich umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus den Dichten beider Theile.

Wird das Parallelogramm durch eine gerade Linie getheilt, welche zu einer der Diagonalen parallel ist und in dem einen der beiden Theile die Dichte vergrössert, so wird sich gleichfalls der Schwerpunkt des ganzen Parallelogramms dem dichtern Theile nähern und dabei immer auf der andern Diagonale liegen. Im Falle des Maximums dieser Verschiebung wird der Schwerpunkt in die Trennungslinie der beiden Theile fallen.

Bezeichnet man mit 2 f die Fläche des ganzen Parallelogramms, mit x den senkrechten Abstand der Trennungslinie von dem zunächstgelegenen Eckpunkte derjenigen Diagonale, auf welcher der Schwerpunkt liegen muss, ferner mit h den Abstand der andern Diagonale von demselben Punkte, so ist dann $f \cdot \frac{x^2}{h^2}$ die Fläche des durch die Theilungslinie abgeschnittenen Dreieckes, dessen Dichte, wenn der Schwerpunkt der ganzen Fläche soweit als möglich von dem Durchschnittspunkte der Diagonalen entfernt, also x ein Minimum sein soll, grösser sein muss, als die der übrigen Fläche. Man hat dann zur Bestimmung von x die Gleichung

$$(h-x) \cdot \left[2\,f + f\,\frac{x^2}{h^2}\,(q-1)\right] = \left(h - \frac{2x}{3}\right) \cdot f\,\frac{x^2}{h^2}\,(q-1) \quad \text{oder}$$

$$(q-1)\,x^3 + 6\,h^2\,x = 6\,h^3.$$

Von den Wurzeln dieser Gleichung ist die eine, deren Werth zwischen 0 und h liegt, reell, die beiden andern sind imaginär. Bestimmt man die reelle Wurzel mittelst der Cardanischen Formel, so erhält man

$$x = \frac{h}{\sqrt[3]{q-1}} \left(\sqrt[3]{3 + \sqrt{\frac{9\,q-1}{q-1}}} + \sqrt[3]{3 - \sqrt{\frac{9\,q-1}{q-1}}} \right).$$

7. Fläche eines Trapezes. Wird ein Trapez durch eine gerade Linie, die mit den parellelen Seiten des Trapezes parallel ist, in zwei Theile getheilt und in einem derselben die Dichte vergrössert, so muss sich der Schwerpunkt auf der Verbindungslinie der Halbirungspunkte der beiden parallelen Seiten dem dichtern Theile nähern, und im Falle des Maximums dieser Annäherung auf der Theilungslinie selbst liegen. Es seien a und b die beiden parallelen Seiten, h die Höhe des Trapezes, c die Länge der Theilungslinie und x der Abstand der Theilungslinie von der Seite b, so hat man zur Bestimmung des Minimums von x die Gleichung

$$x \cdot \left[\frac{a+b}{2}\,h + \frac{b+c}{2}\,x(q-1)\right] = \frac{h}{3}\,\frac{b+2\,a}{a+b} \cdot \frac{a+b}{2}\,h + \frac{x}{3}\,\frac{b+2\,c}{b+c} \cdot \frac{b+c}{2}\,x\,(q-1),$$

oder wenn man für c seinen Werth $b - \frac{x}{h}\,(b - a)$ substituirt und ordnet

$$(b-a)(q-1)\,x^3 - 3\,b\,h\,(q-1)\,x^2 - 3\,(a+b)\,h^2 x = -(b+2a)\,h^3.$$

Setzt man an die Stelle von x den Ausdruck $\frac{b\,h}{b+a} - y$, so erhält man eine cubische Gleichung, in welcher die Unbekannte y in der zweiten Potenz nicht vorkommt. Die geometrische Bedeutung von y ist leicht einzusehen. Verlängert man die beiden nicht parallelen Seiten des Trapezes bis zu ihrem Durchschnitte, so ist $\frac{b\,h}{b-a}$ die Entfernung dieses Durchschnittspunktes von der Grundlinie b und y daher die Entfernung desselben Punktes von der Trennungslinie c der beiden Theile des Trapezes. Die Gleichung für y lautet dann $(b-a)^3 (q-1)\,y^3 + 3\,h^2 (a^2 - b^2 q)(b-a)\,y = 2\,h^3 (a^3 - b^3 q)$.

In diesen Gleichungen sind, wie man sich leicht überzeugen kann, die für die analoge Aufgabe über das Dreieck, sowie über das Parallelogramm, resp. die gerade Linie als besondere Fälle enthalten u. z. die erstere, indem man $a = o$ setzt, die letztere, indem man $a = b$ setzt. Es ergibt sich ferner, dass bei gleichem h und q die Grösse y nur von dem Werthe des Quotienten der beiden parallellen Seiten abhängig ist. Dividirt man nämlich sämmtliche Glieder der letzten Gleichung durch a^3 oder b^3, so kommt in der Gleichung nur mehr der Quotient $\frac{b}{a}$ oder $\frac{a}{b}$ vor. Die allgemeine Auflösung der Gleichung für y gibt das y im ziemlich complicirter Form, welche kein weiteres Interesse bietet.

Wird dagegen das Trapez durch eine gerade Linie, welche die beiden parallelen Seiten des Trapezes schneidet, in zwei Theile getheilt, so wird, wenn die Theile der einen mit denen der andern parallelen Seite gerade proportionirt sind, der Schwerpunkt, wie leicht einzusehen ist, auch wenn die Dichte der beiden Theile des Trapezes verschieden ist, in derselben Entfernung von den beiden parallelen Seiten liegen, als bei gleichförmiger Dichte des ganzen Trapezes, nur wird er der einen oder der andern der nicht parallelen Seiten jetzt näher liegen, als es bei gleichförmiger Dichte der Fall ist. Das Maximum dieser Verschiebung wird wieder erreicht, wenn die Theilung des Trapezes so geschieht, dass die beiden Theile der parallelen Seiten sich umgekehrt verhalten, wie die Quadratwurzeln aus den Dichten der beiden Theile des Trapezes.

8. Fläche eines Kreisausschnittes. Es sei zunächst vorausgesetzt, der Kreisausschnitt werde durch einen mit seinem Bogen concentrischen Bogen in zwei Theile getheilt, von denen also der eine wieder ein Kreisausschnitt, der andere ein Ringausschnitt ist, so wird sich, wenn in einem der beiden Theile die Dichte vergrössert wird, der Schwerpunkt auf dem Mittelradius entweder dem Bogen oder der Spitze nähern, und zwar ersteres wenn die Dichte in dem Ringausschnitte, letzteres wenn sie in dem innern Kreisausschnitte vergrössert wird. Die Bestimmung des Maximums der Verschiebung nach der einen oder andern Seiten lässt sich auf die Aufgabe über das Dreieck zurückführen, welches durch eine Transversale, die zu einer der Seiten parallel ist, in zwei Theile von verschiedener Dichte getheilt wird. Denkt man sich nämlich den ganzen Kreisausschnitt durch sehr viele Halbmesser in ganz kleine Kreisausschnitte zerlegt, welche als Dreiecke betrachtet werden können, so wird für alle diese Dreiecke der Schwerpunkt gleich weit von der gemeinschaftlichen Spitze entfernt sein, oder der Inbegriff aller dieser Schwerpunkte wird einen Kreisbogen bilden, dessen Mittelpunkt mit der Spitze des Kreisausschnittes zusammenfällt. Da nun der Schwerpunkt dieses Kreisbogens zugleich der Schwerpunkt des ganzen Kreisausschnittes ist, und für einen gegebenen Kreisausschnitt, der auf die angegebene Art getheilt wird, die Lage des Schwerpunktes dieses Kreisbogens nur von seinem Radius, nicht aber von seinem Centriwinkel, der constant ist, abhängen kann, so kommt es bei der Bestimmung des Ma-

ximums oder Minimums der Entfernung des Schwerpunktes von der Spitze des Kreisausschnittes offenbar nur darauf an, den Radius des genannten Kreisbogens so gross oder so klein als möglich zu machen, oder was dasselbe ist, in einem der Dreiecke, in welche der Kreisausschnitt zerlegt wurde, den Schwerpunkt entweder der Grundlinie oder der Spitze soweit als möglich zu nähern. Da nun in jedem dieser Dreiecke als Höhe der Radius des Kreisausschnittes betrachtet werden kann, so hat man also, wenn R diesen Radius, r den Radius des Bogens bedeutet, durch welchen der Kreisauschnitt getheilt werden soll, r aus den beiden Gleichungen zu bestimmen

$$(q-1)r^3+3R^2r=2R^3 \text{ und } (q-1)r^3-3R^2qr=-2R^3q,$$

wobei die erste Gleichung für das Minimum, die zweite für das Maximum von r gilt.

Wird der Kreisausschnitt durch zwei in Bezug auf den Mittelradius symmetrisch liegende Radien in drei Theile getheilt und in dem mittleren Theile die Dichte entweder vergrössert oder verringert, so wird sich gleichfalls der Schwerpunkt des ganzen Kreisausschnittes auf dem Mittelradius in ersterem Falle dem Bogen, in letzterem Falle der Spitze nähern. Die Bestimmung des Maximums dieser Verschiebung nach der einen oder andern Seite führt hier auf die Aufgabe über den Kreisbogen zurück. Denkt man sich nämlich jetzt dieselbe Zerlegung wie früher ausgeführt, so wird der mit zwei Dritteln des ganzen Radius beschriebene Bogen jetzt die Schwerpunkte sämmtlicher kleinen Dreiecke in sich enthalten. Dieser Bogen wird gleichförmig dicht erscheinen, soweit in den einzelnen Dreiecken die Dichte constant ist, er wird also nach der gemachten Voraussetzung in seinem mittleren Theile dichter oder weniger dicht sein, als an seinen beiden Enden und es kommt also, weil auch hier der Schwerpunkt dieses Kreisbogens zugleich der Schwerpunkt des ganzen Kreisausschnittes ist, nur darauf an, den mittleren Theil des genannten Kreisbogens so zu bestimmen, dass der Schwerpunkt des ganzen Bogens entweder dem Bogen oder dem zugehörigen Mittelpunkte soweit als möglich genähert wird, welche Aufgabe schon gelöst ist.

Die absolut grösste Verschiebung auf dem Mittelradius kann jedoch der Schwerpunkt nach dem im Eingange Gesagten nur dann erfahren, wenn der Kreisausschnitt durch eine gerade Linie, die auf diesem Mittelradius senkrecht steht, in zwei Theile getheilt und deren Dichte verschieden angenommen wird. Es soll zunächst ein Kreisausschnitt vorausgesetzt werden, welcher kleiner ist als der Halbkreis; man hat dann zu unterscheiden, ob wenn der Kreisausschnitt durch die seinem Bogen zugehörige Sehne in ein Dreieck und einen Kreisabschnitt getheilt wird, der Schwerpunkt des Kreisausschnittes bei gleichförmiger Dichte desselben in dem Dreiecke, oder in dem Kreisabschnitte, oder gerade auf der Sehne liegen würde. Im ersten Falle kann, wenn der Abstand des Schwerpunktes von der Spitze ein Minimum werden soll, die Trennungslinie ebenfalls nur zwischen der Spitze und der genannten Sehne liegen, während, wenn dieser Abstand ein Maximum werden soll, die Trennungslinie je nach dem Verhältnisse der Dichten der beiden Theile entweder zwischen der Sehne und dem Halbirungspunkte des Bogens oder zwischen der Sehne und der Spitze liegen oder mit der Sehne zusammen fallen kann. Im zweiten Falle findet gerade das Umgekehrte statt und im dritten Falle kann für das Maximum die Trennungslinie nur zwischen der Sehne und dem Halbirungspunkte des Bogens, für das Minimum nur zwischen der Sehne und der Spitze liegen. Welcher von den drei Fällen stattfindet, hängt, wie leicht zu zeigen ist, nur von dem Centriwinkel, oder, was dasselbe sagt, von dem Bogen des Kreisausschnittes ab. Es sei $2\,\alpha$ dieser Bogen in Theilen des Radius ausgedrückt, so ist, wenn r der Radius ist, $\frac{2\,r \sin\alpha}{3\,\alpha}$ die Entfernung des Schwerpunktes von der Spitze, während $r \cos\alpha$ die Entfernung der Sehne von der Spitze ist. Man hat also die drei Fälle zu unterscheiden, ob $\frac{2\,r\sin\alpha}{3\,\alpha} \lesseqgtr r\cos\alpha$ oder $\operatorname{tg}\alpha \lesseqgtr \frac{3\,\alpha}{2}$ ist.

Bezeichnet man mit x die Maximal- oder Minimalentfernung des Schwerpunktes von der Spitze und damit zugleich die entsprechende Entfernung der Trennungslinie von demselben Punkte, so hat man, wenn x ein Minimum werden und kleiner sein soll, als der Abstand der Sehne von der Spitze, wo also durch die Trennungslinie von dem Kreisausschnitte ein Dreieck abgeschnitten wird, dessen Dichte grösser sein muss, als die der übrigen Fläche, die Gleichung

$$x\,\Big[r^2\alpha + x^2 \operatorname{tg}\alpha\,(q-1)\Big] = \frac{2\,r\sin\alpha}{3\,\alpha}\,.\,r^2\alpha + \frac{2\,x}{3}\,.\,x^2\operatorname{tg}\alpha\,(q-1) \text{ oder}$$

$$\operatorname{tg}\alpha\,(q-1)\,x^3 + 3\,r^2\alpha\,x = 2\,r^3\sin\alpha.$$

Soll dagegen x ein Maximum werden, so hat man, wie in den frühern Aufgaben nur $\frac{1}{q}$ an die Stelle von q zu setzen. Man erhält dadurch

$$\operatorname{tg}\alpha\,(q-1)\,x^3 - 3\,r^2\alpha\,q\,x = -\,2\,r^3\sin\alpha\;q.$$

Die Werthe von x, die sich aus diesen Gleichungen ergeben, können jedoch nur dann benützt werden, wenn sie kleiner oder höchstens gleich $r\cos\alpha$ sind. Dies findet statt bei der ersten Gleichung, wenn

$q \geqq \frac{\operatorname{tg}\alpha\,(2+\cos^2\alpha) - 3\,\alpha}{\sin\alpha\,\cos\alpha}$, bei der zweiten wenn $q \leqq \frac{\sin\alpha\,\cos\alpha}{\operatorname{tg}\alpha\,(2+\cos^2\alpha)-3\,\alpha}$

Die erste Bedingung muss offenbar immer erfüllt sein, wenn der Schwerpunkt bei gleichförmiger Dichte des Kreisausschnittes innerhalb des Dreieckes liegen würde, die letzte Bedingung kann nie erfüllt sein, wenn der Schwerpunkt bei gleichförmiger Dichte des Kreisausschnittes innerhalb des Kreisabschnittes liegen würde. In dem Falle, wo die Bedingungen für die Brauchbarkeit der jetzt abgeleiteten Gleichungen nicht erfüllt sind, wo also die Trennungslinie der beiden Theile des Kreisausschnittes den Kreisabschnitt schneiden muss, hat man dann die folgenden Gleichungen.

Bezeichnet man, da jetzt die Trennungslinie der beiden verschieden dichten Theile des Kreisausschnittes eine Sehne des Bogens ist, den dieser Sehne entsprechenden Bogen in Theilen des Radius ausgedrückt mit 2φ, so ist dann $r^2\,\varphi - r^2\sin\varphi\,\cos\varphi$ die Fläche des von dieser Sehne abgeschnittenen Kreisabschnittes, dessen Dichte für den Fall des Maximums von x die grössere sein muss. Man hat also zur Bestimmung des Maximalwerthes von x die Gleichung

$$x \cdot \left[r^2 \alpha + (r^2 \varphi - r^2 \sin\varphi \cos\varphi)(q-1)\right] = \frac{2r \sin\alpha}{3\alpha} \cdot r^2 \alpha +$$

$$\frac{2r \sin\varphi}{3\varphi} \cdot r^2 \varphi (q-1) - \frac{2x}{3} \cdot r^2 \sin\varphi \cos\varphi (q-1)$$

oder wenn man noch für x den Werth r cos φ setzt und abkürzt

$$\cos\varphi \left[\alpha + \left(\varphi - \sin\varphi\cos\varphi - \frac{2}{3}\operatorname{tg}\varphi + \frac{2}{3}\sin\varphi\cos\varphi\right)(q-1)\right] = \frac{2}{3}\sin\alpha.$$

Für das Minimum von x kommt wieder $\frac{1}{q}$ an die Stelle von q zu setzen und man erhält dadurch

$$\cos\varphi \left[-\alpha q + \left(\varphi - \sin\varphi\cos\varphi - \frac{2}{3}\operatorname{tg}\varphi + \frac{2}{3}\sin\varphi\right)(q-1)\right]$$

$$= -\frac{2}{3}\sin\alpha\, q.$$

Die Gleichung für das Maximum von x würde auch für einen Kreisausschnitt gelten, welcher grösser wäre als der Halbkreis.

Es kann also mittelst dieser Gleichung auch die Aufgabe gelöst werden eine Kreisfläche durch eine Sehne so zu theilen, dass wenn in dem einen der beiden Theile die Dichte in einem bestimmten Verhältnisse vergrössert wird, der Schwerpunkt der ganzen Fläche so weit als möglich von dem Mittelpunkte entfernt zu liegen kommt. Man hat für diesen Fall offenbar nur an die Stelle von α den Werth π zu setzen, wodurch man die Gleichung erhält

$$\cos\varphi \left[\pi + (\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)(q-1)\right] = \frac{2}{3}\sin^3\varphi\,(q-1).$$

9. **Fläche eines Kreisabschnittes.** Wird ein Kreisabschnitt durch eine zu seiner Sehne parallele Sehne in zwei Theile getheilt und in einem der beiden Theile die Dichte vergrössert oder verkleinert, so wird sich der Schwerpunkt der ganzen Fläche auf der Höhe des Abschnittes dem dichtern Theile nähern. Bezeichnet man mit r den Radius des zugehörigen Kreises, mit 2α den in Theilen des Radius ausgedrückten ganzen Bogen, mit 2φ den der Sehne, durch welche die ganze Fläche getheilt wird, entsprechenden Bogen, mit x den Abstand dieser Sehne vom Mittelpunkte des zugehörigen Kreises im Falle der grössten Verschiebung des Schwerpunktes und zugleich den Maximal- oder Minimalabstand des Schwerpunktes selbst von demselben Punkte, so hat man zur Bestimmung des Maximums von x, wo der von dem Mittelpunkte des Kreises entferntere Theil die grössere Dichte haben muss, die Gleichung

$$x\left[(r^2\alpha - r^2\sin\alpha\cos\alpha) + (r^2\varphi - r^2\sin\varphi\cos\varphi)(q-1)\right] =$$

$$\frac{2r\sin^3\alpha}{3(\alpha - \sin\alpha\cos\alpha)}(r^2\alpha - r^2\sin\alpha\cos\alpha) +$$

$$\frac{2r\sin^3\varphi}{3(\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)} \cdot (r^2\varphi - r^2\sin\varphi\cos\varphi)(q-1)$$

oder wenn man r cos φ an die Stelle von x setzt und abkürzt

$$\cos\varphi\Big[\alpha - \sin\alpha\cos\alpha + (\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)(q-1)\Big] = \tfrac{2}{3}(\sin^3\alpha + \sin^3\varphi)(q-1).$$

Für das Minimum von x ergibt sich

$$\cos\varphi\Big[-\alpha\, q + \sin\alpha\cos\alpha\, q + (\varphi - \sin\varphi\cos\varphi)(q-1)\Big] =$$
$$\tfrac{2}{3}(\sin^3\alpha + \sin^3\varphi)(q-1).$$

Die beiden Gleichungen gelten sowohl für einen Kreisabschnitt, welcher kleiner, als auch für einen solchen, welcher grösser ist, als der Halbkreis, man kann also auch aus ihnen die schon früher abgeleitete Gleichung, die sich auf den ganzen durch eine Sehne in zwei Theile getheilten Kreis bezieht, ableiten, indem man $\alpha = \pi$ setzt.

10. Seitenoberfläche eines Prisma's oder Cylinders. Wird die Seitenoberfläche eines solchen Körpers durch eine mit der Basis parallele Ebene getheilt und in einem der beiden Theile die Dichte vergrössert oder verkleinert, so nähert sich der Schwerpunkt dem dichtern Theile, bleibt aber noch immer auf der Verbindungslinie der Schwerpunkte der Umfänge der Grundflächen. Das Maximum der Verschiebung des Schwerpunktes wird offenbar dann erreicht, wenn jede Seitenfläche des Prismas, respective Erzeugende des Cylinders durch die Ebene so getheilt wird, dass ihr Schwerpunkt so weit als möglich von ihrem Mittelpunkte entfernt wird. Es müssen also deren Theile oder auch die zugehörigen Theile der Höhe des ganzen Körpers sich umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus den entsprechenden Dichten.

11. Seitenoberfläche einer Pyramide oder eines Kegels. Wird die Seitenoberfläche eines solchen Körpers durch eine mit der Basis parallele Ebene getheilt und in einem der beiden Theile die Dichte vergrössert oder verkleinert, so nähert sich der Schwerpunkt entweder der Basis oder der Spitze, bleibt aber immer auf der Verbindungslinie des Schwerpunktes des Umfanges der Basis mit der Spitze. Die grösste Verschiebung wird bei einer Pyramide dann erreicht, wenn durch die Theilungsebene jede Seitenfläche so getheilt wird, dass ihr Schwerpunkt so nahe als möglich der Grundlinie oder der Spitze zu liegen kommt. Dass eine solche Theilung möglich ist, geht daraus hervor, dass, wie oben bei der Untersuchung eines Dreieckes, welches durch eine mit einer Seite parallele Transversale in zwei Theile getheilt wird, gezeigt wurde, für den Fall als diese Transversale den Schwerpunkt des ganzen Dreieckes enthalten soll, das Verhältniss x : h, wobei x den Maximal- oder Minimal-Abstand des Schwerpunktes von der Spitze, h die Höhe des Dreieckes bedeutet, nur von dem Werthe des Quotienten q abhängig ist, dass also, wenn diese Theilung bei jeder der Seitenflächen ausgeführt wird und für jede der Seitenflächen die Grösse q denselben Werth besitzt, die Schwerpunkte sämmtlicher Seitenflächen in einer Ebene liegen müssen, welche also auch den Schwerpunkt der ganzen Seitenoberfläche in sich enthalten muss. Man kann also sofort die beiden oben abgeleiteten kubischen Gleichungen benützen und in denselben für h die

Höhe der ganzen Pyramide setzen, wo dann x den Abschnitt derselben zwischen der Spitze und der Trennungsebene ergibt. Das soeben von der Pyramide Gesagte gilt selbstverständlich ebenso von einem Kegel, da man einen solchen als eine Pyramide mit unendlichen vielen Seiten betrachten kann.

12. Seitenoberfläche einer abgekürzten Pyramide oder eines abgekürzten Kegels. Wird die Seitenoberfläche eines solchen Körpers durch eine mit seinen Grundflächen parallele Ebene in zwei Theile getheilt und in einem derselben die Dichte vergrössert oder verkleinert, so wird sich der Schwerpunkt der einen oder der andern der beiden Grundflächen nähern, dabei aber immer auf der Verbindungslinie der Schwerpunkte der Umfänge der beiden Grundflächen bleiben. Die Bestimmung des Maximums dieser Verschiebung kann auf die Lösung der oben behandelten Aufgabe für das Trapez zurückgeführt werden, welches durch eine mit seinen parallelen Seiten parallele Transversale getheilt wird. Es ist nämlich, wie dort gezeigt wurde, das Verhältniss y : h, wobei y die Entfernung der Transversalen von dem Durchschnittspunkte der nicht parallelen Seiten, h die Höhe des Trapezes bedeutet, nur von der Grösse q und dem Quotienten der beiden parallelen Seiten abhängig. Da nun diese Grössen für sämmtliche Seitenflächen eines Pyramidalstutzes dieselben Werthe haben, so geht daraus die Möglichkeit hervor, die ganze Seitenoberfläche durch eine Ebene so zu theilen, dass der Schwerpunkt jeder einzelnen Seitenfläche in die Durchschnittslinie dieser Fläche mit der Schnittebene zu liegen kommt; es muss dann diese Schnittebene auch den Schwerpunkt der ganzen Seitenoberfläche in sich enthalten und es ist dann die Maximalverschiebung des Schwerpunktes in der einen Richtung erreicht. Setzt man also in der bei der Untersuchung des Trapezes abgeleiteten kubischen Gleichung für h die Höhe des Pyramidalstutzes, für das Verhältniss der parallelen Seiten das der Umfänge der Grundflächen, so gibt dann die Unbekannte y die Entfernung der Schnittebene von der Spitze derjenigen Pyramide an, zu welcher der Pyramidalstutz erweitert werden kann. Das Gleiche gilt offenbar auch von einem Kegelstutze.

13. Kugelmütze. Wird eine Kugelmütze durch eine Ebene, welche mit der Ebene ihres Begrenzungskreises parallel ist, in zwei Theile getheilt, deren einer also wieder eine Kugelmütze ist, während der andere eine Kugelzone bildet, so wird, wenn in dem einen der beiden Theile die Dichte vergrössert oder verkleinert wird, der Schwerpunkt sich auf der Höhe der Kugelmütze dem einen oder andern Ende derselben nähern. Die Bestimmung des Maximums dieser Verschiebung führt wieder auf die Aufgabe für die gerade Linie zurück. Denkt man sich nämlich die ganze Kugelmütze durch sehr viele parallele Ebenen in lauter ganz schmale Kugelzonen getheilt und die Masse einer jeden dieser Kugelzonen in ihrem Schwerpunkte vereinigt, so erhält man eine Linie, deren Dichte an den einzelnen Stellen der Dichte der entsprechenden Kugelzonen proportionirt ist und deren Schwerpunkt zugleich der Schwerpunkt der ganzen Kugelmütze ist. Es kommt also nur darauf an, den Schwerpunkt dieser Linie, welche nichts anderes ist, als die Höhe der Kugelmütze, von ihrem Mittelpunkte so weit als möglich zu entfernen.

Dies wird aber erreicht, wenn diese Linie in zwei Theile so getheilt wird, dass die Theile sich umgekehrt verhalten, wie die Quadratwurzeln aus ihren Dichten. Die Schnittebene der Kugelmütze muss also durch diesen Theilungspunkt der Höhe gelegt werden, damit der Schwerpunkt dem einen oder andern Ende der Höhe soweit als möglich genähert werde. Das Gleiche ist der Fall für eine Kugelzone und auch für die ganze Kugeloberfläche, deren Schwerpunkt demnach der Oberfläche dadurch am meisten genähert werden kann, wenn diese durch eine Ebene so getheilt wird, dass die entsprechenden Theile des darauf senkrechten Durchmessers sich umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus den zugehörigen Dichten.

14. Inhalt eines Prisma's oder Cylinders. Wird ein solcher Körper durch eine Ebene, die mit seinen Grundflächen parallel ist, in zwei Theile getheilt, deren Dichte verschieden angenommen wird, so wird der Schwerpunkt noch immer auf der Verbindungslinie der Schwerpunkte der Grundflächen, jedoch näher derjenigen Grundfläche liegen, an welcher die Dichte grösser ist. Es ist leicht einzusehen, dass man um die grösstmögliche Annäherung des Schwerpunktes an eine der Grundflächen des Körpers zu erzielen, die Schnittebene so legen muss, dass die durch sie gebildeten Abschnitte der Höhe des ganzen Körpers sich umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus den zugehörigen Dichten.

15. Inhalt einer Pyramide oder eines Kegels. Wird ein solcher Körper durch eine mit der Grundfläche parallele Ebene in zwei Theile getheilt, und in einem derselben die Dichte grösser oder kleiner angenommen als in dem andern, so wird sich auch hier der Schwerpunkt auf der Verbindungslinie des Schwerpunktes der Grundfläche mit der Spitze entweder der Grundfläche oder der Spitze nähern.

Bezeichnet man mit k den Inhalt, mit h die Höhe des ganzen Körpers und mit x den Abstand der Trennungsebene der beiden Theile von der Spitze, so ist $k \cdot \frac{x^3}{h^3}$ der Inhalt der durch die Trennungsebene abgeschnittenen Pyramide und es muss für den Fall des Maximums der Verschiebung des Schwerpunktes diese Trennungsebene den Schwerpunkt des ganzen Körpers in sich enthalten. Man hat dann, wenn der gegen die Spitze zu liegende Theil die grössere Dichte hat, zur Bestimmung der grössten Annäherung an die Spitze die Gleichung

$$(h-x) \cdot \left[k + k\,\frac{x^3}{h^3}\,(q-1)\right] = \frac{h}{4} \cdot k + \left(h - \frac{3x}{4}\right) \cdot k\,\frac{x^3}{h^3}\,(q-1)$$

oder

$$(q-1)\,x^4 + 4\,h^3\,x = 3\,h^4,$$

dagegen für die grösste Annäherung an die Basis die Gleichung

$$(q-1)\,x^4 - 4\,h^3\,q\,x = -\,3\,h^4 q.$$

Jede von diesen Gleichungen besitzt zwei reelle und zwei imaginäre Wurzeln; von den reellen Wurzeln der ersteren ist die eine positiv und liegt zwischen 0 und h, die zweite ist negativ. Die reellen Wurzeln der zweiten Gleichung sind beide positiv und die eine grösser, die andere kleiner als h.

16. Inhalt einer abgekürzten Pyramide oder eines abgekürzten Kegels. Wird ein solcher Körper durch eine mit seinen Grundflächen parallele Ebene in zwei Theile getheilt und in einem derselben die Dichte vergrössert oder verkleinert, so nähert sich der Schwerpunkt auf der Verbindungslinie der Schwerpunkte der beiden Grundflächen einer von diesen Grundflächen und muss im Falle der Maximalverschiebung in die Trennungsebene zu liegen kommen. Bezeichnet man mit B die untere, mit b die obere Grundfläche, mit B_1 die Durchschnittsfigur, ferner mit h die Höhe des Körpers und mit x die Entfernung des Schwerpunktes von der Grundfläche B, so hat man für das Minimum von x, wo der der Grundfläche B anliegende Theil der dichtere sein muss, zunächst die Gleichung

$$x . \left[\frac{h}{3}(B + \sqrt{Bb} + b) + \frac{x}{3}(B + \sqrt{BB_1} + B_1)(q-1)\right] =$$

$$\frac{h}{4} \frac{B + 2\sqrt{Bb} + 3b}{B + \sqrt{Bb} + b} . \frac{h}{3}(B + \sqrt{Bb} + b)$$

$$+ \frac{x}{4} \frac{B + 2\sqrt{BB_1} + 3B_1}{B + \sqrt{BB_1} + B_1} . \frac{x}{3}(B + \sqrt{BB_1} + B_1)(q-1).$$

Nun ist aber $B_1 = B . \frac{(H-x)^2}{H^2}$, wobei H die Höhe der vollständigen Pyramide, resp. des vollständigen Kegels bedeutet und aus der Formel bestimmt werden kann $H = h . \frac{\sqrt{B}}{\sqrt{B} - \sqrt{b}}$. Setzt man diese Werthe in die erste Gleichung ein, so erhält man nach einigen Vereinfachungen die Gleichung

$$(\sqrt{B} - \sqrt{b})^2 (q-1) x^4 - 4h \sqrt{B}(\sqrt{B} - \sqrt{b})(q-1) x^3 + 6h^2 B (q-1) x^2 + 4h^3 (B + \sqrt{Bb} + b) x = h^4 (B + 2\sqrt{Bb} + 3b).$$

Diese Gleichung hat immer eine reelle positive Wurzel zwischen 0 und h. Der Werth dieser Wurzel ist, wie man aus der Form der Gleichung sieht, ausser von den Grössen q und h nur von dem Quotienten der beiden Grundflächen abhängig. Setzt man also $\frac{B}{b} = m^2$, so kann die Gleichung auch so geschrieben werden:

$$(m-1)^2 (q-1) x^4 - 4hm(m-1)(q-1) x^3 + 6h^2 m^2 (q-1) x^2 + 4h^3 (m^2 + m + 1) x = h^4 (m^2 + 2m + 3).$$

Will man aus dieser Gleichung eine Gleichung bilden, in welcher die Unbekannte in der dritten Potenz nicht vorkommt, so kann man $x = h . \frac{m}{m-1} - y$ setzen. Es bedeutet dann, wie leicht einzusehen ist, die Unbekannte y die Entfernung der Trennungsebene beider Theile des Körpers von der Spitze des vollständigen Körpers. Die Gleichung für y lautet dann

$$(m-1)^4 (q-1) y^4 - 4h^3 (m-1)(m^3 q - 1) y = - h^4 (3m^4 q + 6m^2 - 6m - 3).$$

Um den Abstand des Schwerpunktes von der Grundfläche B zu einem Maximum zu machen, hat man nur in den frühern Gleichungen $\frac{1}{q}$ an die Stelle von q zu setzen. Man erhält dadurch

$$(m-1)^2 (q-1) x^4 - 4hm(m-1)(q-1)x^3 + 6h^2 m^2 (q-1) x^2 - 4h^3 (m^2 + m + 1) qx = -h^4 (m^2 + 2m + 3) q$$

und $(m-1)^4 (q-1) y^4 + 4h^3 (m-1)(m^3 - q) y = h^4 (3m^4 + 6m^2 q - 6mq - 3q)$.

Man kann sich leicht überzeugen, dass in diesen Gleichungen auch die auf das Prisma resp. den Cylinder und die auf die vollständige Pyramide resp. den vollständigen Kegel bezüglichen Gleichungen enthalten sind. Setzt man nämlich $B = b$ oder $m = 1$, so gehen die Gleichungen für x in die bei der geraden Linie abgeleitete Gleichung über, während, wenn man $m = 0$ oder $m = \infty$ setzt, die Gleichungen für x und y in die bei der vollständigen Pyramide abgeleiteten Gleichungen übergehen.

17. Inhalt eines Kugelausschnittes. Wird ein Kugelausschnitt durch eine Kugelfläche, deren Mittelpunkt mit der Spitze des ganzen Körpers zusammenfällt, in zwei Theile getheilt, so dass also der ganze Körper aus einem kleineren Kugelausschnitte und aus einem Kugelschalenausschnitte zusammengesetzt erscheint und in einem von beiden Theilen die Dichte vergrössert oder verringert, so wird sich der Schwerpunkt des ganzen Körpers dem einen oder dem andern Ende der Axe nähern. Die Bestimmung des Maximums dieser Annäherung führt auf die Aufgabe über die Pyramide zurück. Man kann sich nämlich die Masse des ganzen Kugelausschnittes auf einer Kugelmütze vereinigt denken, welche die Schwerpunkte sämmtlicher unendlich kleinen Pyramiden enthält, in die man den ganzen Kugelausschnitt durch Ebenen, die durch die Spitze desselben gehen, zerlegen kann, und deren Schwerpunkt zugleich der Schwerpunkt des ganzen Körpers ist. Da nun diese Kugelmütze gleichförmig dicht erscheint und für einen bestimmten Kugelausschnitt die Lage des Schwerpunktes dieser Kugelmütze nur insofern sich ändern kann, als der Radius der Kugelmütze sich ändert, so kommt es nur darauf an, diesen Radius oder mit andern Worten die Entfernung des Schwerpunktes einer der kleinen Pyramiden von ihrer Spitze zu einem Maximum oder Minimum zu machen. Man hat also nur in den für die Pyramide abgeleiteten Gleichungen an die Stelle der Höhe den Radius des Kugelausschnittes zu setzen, die Unbekannte bedeutet dann den Radius der Trennungsfläche des Körpers.

Wird der Kugelausschnitt durch eine Kegelfläche, deren Axe mit der Axe des Kugelausschnittes zusammenfällt in zwei Theile getheilt und in einem von diesen die Dichte vergrössert oder verringert, so wird sich der Schwerpunkt gleichfalls auf der Axe entweder der Kugelfläche oder deren Mittelpunkte nähern. Die Bestimmung des Maximums der Verschiebung nach der einen oder andern Seite führt auf die Aufgabe über eine Kugelmütze zurück, die aus zwei Theilen von verschiedener Dichte zusammengesetzt ist.

Da nämlich die Dichte der Kugelmütze, welche die Schwerpunkte der sämmtlichen oben genannten Pyramiden enthält, jetzt an den einzelnen Stellen der Dichte der betreffenden Pyramiden proportionirt ist, so kommt es offenbar nur darauf an, den mittlern Theil der Kugelmütze, dessen Dichte von der des äusseren Theiles verschieden sein wird, so zu wählen, dass der Schwerpunkt der ganzen Kugelmütze entweder dem einen oder dem andern Ende ihrer Höhe soweit als möglich genähert werde, welche Aufgabe bereits gelöst ist. Bezeichnet man mit R den Radius des ganzen Kugelausschnittes, mit α den Winkel zwischen einer Seite und der Axe desselben, so ist $\frac{3R}{4}$ der Radius der Kugelmütze und $\frac{3R}{4}(1 - \cos\alpha)$ ihre Höhe. Man hat also diese Höhe so zu theilen, dass die beiden Theile sich umgekehrt verhalten wie die Quadratwurzeln aus den entsprechenden Dichten, durch den Theilungspunkt eine Ebene senkrecht zur Axe zu legen und durch deren Durchschnittslinie mit der Kugelmütze und die Spitze die Kegelfläche zu legen, durch welche der ganze Körper getheilt werden soll.

Am Weitesten kann, wie oben auseinandergesetzt wurde, der Schwerpunkt auf der Axe des Kugelausschnittes nach der einen oder andern Seite dann verschoben werden, wenn dieser Körper durch eine zur Axe senkrechte Ebene in zwei Theile getheilt wird, deren Lage so bestimmt wird, dass sie den Schwerpunkt des ganzen Körpers in sich enthält. Man hat dabei wie bei der analogen Aufgabe für den Kreisausschnitt zu unterscheiden, ob der Schwerpunkt bei gleichförmiger Dichte des ganzen Körpers innerhalb des Kegels oder innerhalb des Kugelabschnittes liegen würde, in welche der Kugelausschnitt zerlegt werden kann, oder ob er gerade in der Trennungsebene beider liegt. Liegt der Schwerpunkt innerhalb des Kegels, so kann das Minimum der Entfernung des Schwerpunktes von der Spitze nur erreicht werden, wenn die Trennungsebene zwischen den beiden Theilen von verschiedener Dichte den Kegel schneidet, das Maximum der Entfernung kann aber je nach dem Verhältnisse der Dichten der beiden Theile erreicht werden, entweder wenn die Trennungsebene noch den Kegel oder wenn sie schon den Kugelausschnitt schneidet. Liegt der Schwerpunkt bei gleichförmiger Dichte des ganzen Körpers innerhalb des Kugelabschnittes, so findet das Umgekehrte statt. Liegt endlich der Schwerpunkt bei gleichförmiger Dichte gerade auf der Trennungsebene des Kegels und des Kugelausschnittes, so ist sowohl für das Maximum als für das Minimum nur eine einzige Möglichkeit vorhanden. Die Bedingung dafür, dass der Schwerpunkt des ganzen Körpers bei gleichförmiger Dichte in den Kegel oder in den Kugelabschnitt oder in die Trennungsebene beider fällt, ist leicht aufzustellen.

Es ist nämlich $\frac{3R(1 + \cos\alpha)}{8}$ die Entfernung des Schwerpunktes von der Spitze bei gleichförmiger Dichte des ganzen Körpers, $R\cos\alpha$ die Entfernung der Trennungsebene zwischen Kegel und Kugelausschnitt. Es wird also der Schwerpunkt in den Kegel fallen, wenn $\frac{3R(1 + \cos\alpha)}{8} < R\cos\alpha$ oder $\cos\alpha > \frac{3}{5}$, in den Kugelabschnitt, wenn $\frac{3R(1 + \cos\alpha)}{8} > R\cos\alpha$ oder $\cos\alpha < \frac{3}{5}$ und in die Trennungsebene beider, wenn $\frac{3R(1 + \cos\alpha)}{8} = R\cos\alpha$ oder $\cos\alpha = \frac{3}{5}$.

Für den Fall, wo die Trennungsebene zwischen den beiden Theilen von verschiedener Dichte den Kegel schneiden muss, hat man, wenn man mit x die Entfernung dieser Ebene von der Spitze bezeichnet, im Falle als die Entfernung des Schwerpunktes von der Spitze ein Minimum sein soll, die Gleichung

$$x\left[\frac{2\,R^3\pi}{3}(1-\cos\alpha)+\frac{x^3\,tg^2\,\alpha\,\pi}{3}(q-1)\right]=$$

$$\frac{3R\,(1+\cos\alpha)}{8}\cdot\frac{2R^3\pi\,(1-\cos\alpha)}{3}+\frac{3x}{4}\cdot\frac{x^3\,tg^2\,\alpha\,\pi}{3}(q-1)$$

oder $$tg^2\,\alpha\,(q-1)\,x^4+8\,R^3\,(1-\cos\alpha)\,x=3\,R^4\,\sin^2\alpha,$$

dagegen, wenn die Entfernung des Schwerpunktes von der Spitze ein Maximum sein soll, die Gleichung

$$tg^2\,\alpha\,(q-1)\,x^4-8\,R^3\,(1-\cos\alpha)\,q\,x=-\,3R^4\,\sin^2\alpha\,q.$$

Die erstere von beiden Gleichungen hat immer eine positive und eine negative reelle Wurzel; die positive Wurzel liegt zwischen 0 und $\frac{3R\,(1+\cos\alpha)}{8}$. Die zweite Gleichung kann aber auch vier imaginäre Wurzeln haben.

Für den Fall, wo die Trennungsebene der beiden verschieden dichten Theile den Kugelabschnitt schneiden muss, hat man, wenn man wieder mit x die Maximal- oder Minimalentfernung des Schwerpunktes von der Spitze und damit zugleich die zugehörige Entfernung der genannten Trennungsebene von der Spitze bezeichnet, für das Maximum von x die Gleichung

$$x.\left[\frac{2\,R^3\pi\,(1-\cos\alpha)}{3}+\left(\frac{2\,R^2\pi\,(R-x)}{3}-\frac{(R^2-x^2)\,\pi\,x}{3}\right)(q-1)\right]=$$

$$\frac{3R\,(1+\cos\alpha)}{8}\cdot\frac{2R^3\pi\,(1-\cos\alpha)}{3}-\frac{3\,(R+x)}{8}\cdot\frac{2R^2\pi\,(R-x)}{3}(q-1)-$$

$$\frac{3x}{4}\cdot\frac{(R^2-x^2)\,\pi\,x}{3}(q-1)$$ und geordnet

$$(q-1)\,x^4-6R^2\,(q-1)\,x^2+8R^3\,(q-\cos\alpha)\,x=3R^4\,(q-\cos^2\alpha)$$

dagegen für das Minimum von x

$$(q-1)\,x^2-6R^2\,(q-1)\,x^2-8R^3\,(1-\cos\alpha\,q)\,x=-\,3R^4\,(1-\cos^2\alpha\,q).$$

Die erste von diesen Gleichungen hat immer zwei reelle Wurzeln, die zweite kann auch vier imaginäre Wurzeln haben. Es ist jedoch hier und ebenso auch bei den frühern Gleichungen zu beachten, dass ihre reellen positiven Wurzeln auch nur dann benützt werden können, wenn sie grösser, resp. kleiner sind, als R cos α.

Man kann sich leicht überzeugen, dass die zuletzt abgeleitete Gleichung für das Maximum von x auch für einen Kugelausschnitt gilt, der grösser ist, als die Halbkugel. Um also die Aufgabe zu lösen, eine Kugel durch eine Ebene in zwei Theile zu theilen, so dass, wenn die Dichten dieser Theile verschieden angenommen werden, der Schwerpunkt der ganzen Kugel soweit als möglich von ihrem Mittelpunkte entfernt zu liegen kommt, so hat man nur in der letzten Gleichung für das Maximum von x an die Stelle von α den Werth π zu setzen. Man erhält dadurch

$$(q-1)\,x^4-6R^2\,(q-1)\,x^2+8R^3\,(q+1)\,x=3R^4\,(q-1),$$

welche Gleichung immer eine zwischen 0 und R liegende Wurzel besitzt.

18. Inhalt eines Kugelabschnittes. Wird ein Kugelabschnitt durch eine zu seiner Höhe senkrechte Ebene in zwei Theile getheilt und in einem derselben die Dichte vergrössert oder verringert, so wird sich der Schwerpunkt auf der Höhe dem einen oder dem andern Ende derselben nähern und muss bei der Maximalverschiebung in die Trennungsebene zwischen den beiden Theilen des Körpers fallen. Bezeichnet man mit R den Halbmesser, mit h die Höhe des Abschnittes, mit x die Maximal- oder Minimalentfernung des Schwerpunktes und zugleich die entsprechende Entfernung der Trennungsebene von der Basis, so hat man folgende Gleichung für das Maximum von x, wo die Dichte des der Basis anliegenden Theiles die geringere sein muss.

$$x . \left[\left(\frac{2 R^2 \pi (R-h)}{3} - \frac{(R^2-h^2) \pi h}{3}\right) + \left(\frac{2 R^2 \pi (R-x)}{3} - \frac{(R^2-x^2) \pi x}{3}\right) (q-1)\right] =$$

$$\frac{3 (R+h)}{8} . \frac{2 R^2 \pi (R-h)}{3} - \frac{3h}{4} . \frac{(R^2-h^2) \pi h}{3} + \frac{3 (R+x)}{8} . \frac{2 R^2 \pi (R-x)}{3} (q-1) - \frac{3x}{4} . \frac{(R^2-x^2) \pi x}{3} (q-1),$$

oder

$$(q-1) x^4 - 6R^2 (q-1) x^2 + 4 (2R^3 q - 3 R^2 h + h^3) x = 3 (R^4 q - 2R^2 h^2 + h^4),$$

dagegen für das Minimum von x

$$(q-1) x^4 - 6R^2 (q-1) x^2 - 4 (2R^3 - 3R^2 h q + h^3 q) x = -3 (R^4 - 2R^2 h^2 q + h^4 q).$$

Die Gleichungen gelten, wie man sich leicht überzeugen kann, nicht nur für einen Kugelabschnitt der kleiner ist, sondern auch für einen solchen, der grösser ist, als die Halbkugel, nur hat man in letzterem Falle die Grösse h negativ zu setzen. Man kann also auch aus diesen Gleichungen die auf die ganze Kugel bezügliche Gleichung ableiten, indem man h = — r setzt.

Marburg im Mai 1879.

Dr. Gaston v. Britto.

Ueber die Stellung und Behandlung der darstellenden Geometrie an der Realschule.

(Identisch mit dem in der Unterrichtszeitung der „Neuen Freien Presse“ vom 30. Januar 1879 veröffentlichten Aufsatze des Gefertigten.)

Die häufigen Klagen über schlechten Fortschritt in der darstellenden Geometrie mögen nicht immer unbegründet sein oder nur in dem Unfleisse der Schüler ihren Grund haben. Jeder erfahrene Schulmann wird bemerkt haben, dass die Klassen aus der darstellenden Geometrie und der Mathematik meist übereinstimmen und öfter ungünstiger ausfallen, als die übrigen. Die Ursache dieser Uebereinstimmung liegt in der Verwandtschaft dieser beiden Lehrgegenstände und der relativ schlechtere Fortgang in ihrer Schwierigkeit für den Schüler. Nun kann man mit Recht behaupten, dass die darstellende Geometrie dem Schüler, besonders anfangs, viel mehr Schwierigkeiten bereitet, als die Mathematik; diese nimmt hauptsächlich nur sein Denkvermögen, jene aber sein Denk- und Vorstellungsvermögen zugleich in Anspruch. In der Mathematik hat der Schüler bei der Lösung einer Aufgabe nur mit Grössen zu rechnen, die er auf der Tafel übersieht; in der darstellenden Geometrie zeichnet er auf der Tafel, muss sich aber dabei genau vorstellen, was gleichzeitig im Raume vorgeht, wenn seine Auflösung nicht eine rein mechanische und daher zweckwidrige sein soll. Ohne Mitwirkung der Phantasie muss dieser Gegenstand ein Schrecken der Schüler sein, was gar nicht zu wundern ist; denn welchen Nutzen sollen sie von dem Auswendiglernen der an sich trockenen Lehrsätze oder von dem Hinundherziehen gerader und krummer, voller und punktirter Linien haben, wenn die Seele des Ganzen — die Vorstellungskraft, fehlt!

Aus dieser besonderen Stellung der darstellenden Geometrie unter den Lehrgegenständen der Ober-Realschule entsteht für den Fachlehrer die keineswegs leichte Aufgabe, seinen Gegenstand so zu behandeln, dass die Furcht der Schüler vor demselben verschwinde, das Interesse dafür geweckt und das durch den festgesetzten Lehrplan angestrebte Ziel trotz der Schwierigkeit erreicht werde. Dass eine Vorliebe für die darstellende Geometrie möglich und gleichsam in ihrem Wesen selbst begründet ist, beweist der Umstand, dass sich in jeder Klasse Schüler finden, welche einen besonderen Fleiss darauf verwenden. Schon unter Monge, dem Begründer der darstellenden Geometrie, schattirten einige seiner Schüler im Geheimen eine Kugel nach den ihnen gegebenen Regeln, und als sie dann die fertige und gelungene Arbeit ihrem Lehrer vorlegten, war er so entzückt, dass er noch nach zwanzig Jahren mit Rührung dieses Augenblickes gedachte. Freilich gehören solche Schüler nur unter die am besten talentirten und finden sich immer nur in einer verhältnissmässig geringen Anzahl. Wenn jedoch die Forderungen mit der Fähigkeit der Mehrzahl der Schüler oder, besser gesagt, mit der Fähigkeit der Klasse in ein richtiges Verhältniss gestellt werden, kann diese Vorliebe auch auf weniger talentirte Schüler ausgedehnt werden.

Der grösste Nutzen, den die Schüler aus dem Studium der darstellenden Geometrie ziehen sollen, ist bekanntlich die Bildung des Vermögens, ohne äussere Anschauung räumlich zu denken, oder die Bildung der Vorstellungskraft bezüglich räumlicher Verhältnisse. Dieser Nutzen wird nicht immer, wie man glauben sollte, dadurch erreicht, dass man recht viel Lehrstoff absolvirt und die Vorträge recht wissenschaftlich einrichtet. Für den Lehrer ist es auf der Stufe seines Wissens sehr verlockend, sich bei seinem Vortrage tiefer einzulassen, als es der Geist der Schüler erfassen kann. Wenn er es auch in den oberen Klassen der Realschule nur mit reiferen Schülern zu thun hat, so vergesse er dennoch nicht, dass sie bezüglich der Entwicklung des Vorstellungsvermögens fast noch Kinder sind, und stelle daher seine Anforderungen nie zu hoch. Es könnte ihn dann leicht der Vorwurf treffen, dass er die Schüler auf Kosten der übrigen Lehrgegenstände überbürdet. Wie überall eine gute Harmonie wünschenswert ist, so auch an der Realschule; wenn auch die darstellende Geometrie verhältnissmässig schwieriger ist, so muss der Lehrer dennoch trachten, mit den übrigen Mitgliedern des Lehrkörpers in einem Geleise zu fahren, um so obigen Vorwurf von sich ferne zu halten.

Allerdings schreibt der Lehrplan den Stoff vor; allein jeder Fachlehrer weiss, wie sich gewisse Partien ausdehnen lassen und wie die Konstruktionen durch Aenderung der Lage der räumlichen Gebilde erschwert oder auch vereinfacht werden können. Weniges gut aufgefasst, wird in der Regel mehr Nutzen bringen, als Vieles nur zur Hälfte oder nur von einem Theile der Schüler verstanden.

Die Aufgaben zur selbstständigen Auflösung, welche die Bildung der Phantasie in so hohem Grade fördern, müssen der Auffassungsgabe der Schüler angepasst und nachträglich von dem Lehrer selbst auf die einfachste Weise aufgelöst werden.

Obwohl ein einiger Vorgang geboten ist, so hat der Fachlehrer in der für das Zeichnen bestimmten Zeit einige Gelegenheit, einerseits sehr schwachen Schülern nachzuhelfen, andererseits mit sehr begabten schwierigere Aufgaben oder wenigstens schwierigere Fälle der für alle Schüler bestimmten Aufgabe zu besprechen und so die Lust sowohl bei diesen als auch bei jenen zu wecken. Ein solches Ablenken vom Mittelwege lässt sich in der darstellenden Geometrie leicht ausführen, darf jedoch nicht zum Nachtheile der Mehrzahl der Schüler übertrieben werden; denn die Zeit, in welcher man sich mit einzelnen Schülern befassen kann, ist nur sehr kurz, wenn man den vorgeschriebenen Lehrstoff in drei wöchentlichen Lehrstunden vornehmen und die Schüler gewissenhaft prüfen soll.

Bei dieser geringen Stundenanzahl kommt es häufig vor, dass man in der siebenten Klasse noch Manches aus der orthogonalen Projection nachzuholen hat, statt gleich mit der Central-Projection anzufangen und darauf die Wiederholung des gesammten Lehrstoffes vorzunehmen. Nebstdem wird die schriftliche Maturitätsprüfung um einige Wochen vor dem Schlusse des Schuljahres vorgenommen und dadurch die Zeit für die Perspective weiter verkürzt; es ist nämlich den Schülern kaum zuzumuthen, dass sie sich nach dieser Prüfung noch mit der darstellenden Geometrie befassen, wenn sie sich auf die mündliche Prüfung aus den anderen Gegenständen vorzubereiten haben. Daraus folgt, dass an eine wissenschaftliche Behandlung der Perspective an der Realschule kaum zu denken ist und eine solche der Hochschule überlassen werden muss.

Um dennoch diesen Theil der darstellenden Geometrie mit Nutzen vorzunehmen, und zwar hauptsächlich für Schüler, welche nach der Realschule in's praktische Leben übertreten und davon möglicherweise eine Anwendung machen könnten, muss nach der Erklärung der wichtigsten Lehrsätze über Augpunkt, Distanzkreis, Fluchtpunkt etc. etc. und nach freier perspectivischer Darstellung der leichteren geometrischen Gebilde das Hauptgewicht auf das Anfertigen perspectivischer Bilder aus gegebenen orthogonalen Projectionen gelegt werden. Bei einiger Uebung darin, verbunden mit der Fertigkeit im geometrischen Zeichnen, kann ein absolvirter Realschüler bei Baumeistern, in technischen Arbeits-Instituten u. dgl. mit Vortheil verwendet werden.

Für solche Zwecke bestehen zwar eigene Fachschulen, und die Realschule soll nur die Vorbereitung für technische Hochschulen zum Hauptzwecke haben; allein nicht jede Stadt besitzt eine Fachschule, und wie oft ändern sich die Verhältnisse eines Schülers, so dass er nach Absolvirung der Realschule seine Studien nicht mehr fortsetzen kann. Wenn in einem oder dem andern Gegenstande eine solche Richtung für's praktische Leben ohne Schädigung des Hauptzweckes gegeben werden kann, so wird es gewiss jeder Fachlehrer thun.

Schliesslich sei hier zweier Umstände erwähnt, welche sich in neuerer Zeit auf dem Gebiete der darstellenden Geometrie geltend machen. Es ist erstens das Bestreben, diese im Sinne der neueren Geometrie zu behandeln, und zweitens die verschiedenen Bezeichnungsarten. Es ist hier nicht der Ort, zu untersuchen, welchen Nutzen die darstellende Geometrie aus der neuen Behandlung ziehen kann; nur sei so viel erwähnt, dass die neuere Geometrie zuerst an der Unter-Realschule gelehrt werden muss, bevor man sie zur Grundlage für die darstellende Geometrie machen kann. Noch weniger soll hier der einen oder der andern Bezeichnungsart der Vorzug gegeben werden; es kann aber unmöglich für das Fach im Allgemeinen und für den Elementar-Unterricht insbesondere von Nutzen sein, wenn die Bezeichnungen sowohl in den Schulen, als auch in den Büchern so verschiedenartig sind. Schülern, welche die Anstalten wechseln, können sogar daraus Nachtheile erwachsen.

Die Einführung einer einheitlichen Bezeichnung an allen Mittelschulen wäre daher sehr wünschenswert, und diese müsste jedenfalls möglichst einfach sein, um nicht den Schülern den Gegenstand durch komplizirte Bezeichnungen noch zu erschweren.

*
* *

Bei der Veröffentlichung obigen Aufsatzes hatte ich das Ziel vor Augen anzudeuten, dass die darstellende Geometrie keineswegs zu den Gegenständen gehöre, womit die Schüler vielfach und unnützerweise geplagt werden, sondern dass sie an der Realschule sehr am Platze ist, wo es sich nebst anderem auch darum handelt, das Anschauungs- und Denkvermögen der jungen Leute zu wecken und zu vervollkommnen.

Selbst wenn es der einzige Nutzen wäre, den die Schüler aus dem Studium der darstellenden Geometrie hätten, so wäre dadurch schon hinreichender Grund vorhanden, ihr an der Realschule einen Ehrenplatz unter den Lehrgegenständen einzuräumen. Sie wird bei verständlicher Behandlung von Seite des Lehrers den Schülern nie zur Plage sein, da sie die häusliche Arbeit fast gar nicht in Anspruch nimmt, sondern sie wird ihnen unter den so vielen auswendig zu lernenden Lectionen eher eine angenehme Abwechslung bieten und die Auffassung anderer Gegenstände, hauptsächlich die der Mathematik wesentlich unterstützen.

Wie schwer müsste z. B. in der Folge das Studium der analytischen Geometrie im Raume sein, wenn die Anleitung, räumlich zu denken, nicht vorausgegangen wäre! Wie sicherer dagegen können Aufgaben dieses Theiles der Mathematik gelöst werden, wenn man sich neben dem durch Rechnung mühsam gefundenen Resultate eine oft sehr einfache Konstruktion der darstellenden Geometrie machen kann und dadurch auf eine einfachere Art zu demselben Ziele gelangt.

Es gereicht dem Gefertigten zu nicht geringer Befriedigung, dass in dem neuen, unter dem 15. April l. J. vom hohen k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht verordneten Normallehrplan für Realschulen, seine im obigen Aufsatze dargelegten Ansichten bezüglich der Vereinfachung des Lehrstoffes aus der descriptiven Geometrie grösstentheils vertreten sind.

„Die darstellende Geometrie soll nicht wie in letzter Zeit öfters verlautete, als Unterrichtsgegenstand an der Realschule entfallen, sondern sie soll einfacher und zweckentsprechender behandelt werden, und der Nutzen wird sich dann von selbst einstellen."

Marburg im Mai 1879.

Josef Jonasch.

Schulnachrichten.

I. Personalstand.

a) Der Lehrkörper.

1. Herr Josef Frank, k. k. Direktor und Custos der Lehrer- und Schüler-Bibliothek, lehrte Physik in der VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 4.
2. „ Josef Nawratil, k. k. Professor, Custos der naturhistorischen Lehrmittelsammlung und Vorstand der III. Klasse, lehrte Physik in der III. und IV. Klasse, Naturgeschichte in der I., V., VI. und VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 17.
3. „ Josef Jonasch, k. k. Professor, Custos der Lehrmittelsammlung für Geometrie und Vorstand der IV. Klasse, lehrte Mathematik in der IV. Klasse, Geometrie und geometrisches Zeichnen in der I. und IV. Klasse, darstellende Geometrie in der VI. und VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 19. Nebstdem Gesang in Einer Abtheilung mit 2 wöchentlichen Stunden.
4. „ Ferdinand Schnabl, k. k. Professor und Custos der Lehrmittelsammlung für Freihandzeichnen, lehrte Freihandzeichnen in der II., III., IV., V., VI. und VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 23.
5. „ Franz Fasching, k. k. Professor, Custos der Lehrmittelsammlung für Geographie und Vorstand der VII. Klasse, lehrte deutsche Sprache und Schönschreiben in der I. Klasse, Geographie und Geschichte in der I., V., VI. und VII. Klasse. Wöchentl. Stundenzahl: 17. Nebstdem Stenographie in 2 Abtheilungen mit je 2 wöchentlichen Stunden.
6. „ Gustav Knobloch, k. k. Professor, weilte als k. k. Reserve-Verpflegs-Accessist bei der VII. Truppendivision vom Juli 1878 bis gegen Ende März 1879 in Bosnien und wurde dann für den Rest des Schuljahres 1878/9 beurlaubt.
7. „ Franz Brelich, Weltpriester der f. b. lavanter Diözese, k. k. Professor, lehrte Religion und slovenische Sprache in der I., II., III. und IV. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 16.
8. „ Gaston Ritter v. Britto, Doktor der Philosophie, k. k. Professor, Custos der Lehrmittelsammlung für Physik, lehrte Physik in der VI. Klasse, Mathematik in der I., VI. und VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 17.
9. „ Karl Neubauer, k. k. Professor, Vorstand der VI. Klasse, lehrte deutsche Sprache in der II., V., VI. und VII. Klasse, Geographie und Geschichte in der II. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 16.

10. Herr August E. Němeček, k. k. wirklicher Lehrer, lehrte französische Sprache in der III., IV., V., VI. und VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 16.
11. „ Robert Spiller, k. k. wirklicher Lehrer, Custos der Lehrmittelsammlung für Chemie, Vorstand der II. Klasse, lehrte Mathematik und Naturgeschichte in der II. Klasse, Chemie in der IV., V., VI. und VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 17. Dazu die Leitung der Uebungen der Schüler im chemischen Laboratorium in 4 wöchentlichen Stunden.
12. „ Karl Jahn, Doktor der Philosophie und geprüfter Lehramtskandidat, supplierender Lehrer, lehrte deutsche Sprache, Geographie und Geschichte in der III. und IV. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 14.
13. „ Karl Schwarzer, geprüfter Lehramtskandidat, supplierender Lehrer, Vorstand der V. Klasse, lehrte Mathematik in der III. und V. Klasse, Geometrie und geometrisches Zeichnen in der II. und III. Klasse und darstellende Geometrie in der V. Klasse. Wöchentl. Stundenzahl: 18.
14. „ Moriz Glaser, supplierender Lehrer, Vorstand der I. Klasse, lehrte Schönschreiben in der II. Klasse, französische Sprache in der I. und II. Klasse, englische Sprache in der V., VI. und VII. Klasse. Wöchentliche Stundenzahl: 17.
15. „ Rudolf Markl, Turnlehrer der k. k. Lehrerbildungsanstalt, ertheilte den Turnunterricht in 6 Abtheilungen für alle Klassen. Wöchentl. Stundenzahl: 12.

b) Schuldiener: Johann Korošec und Simon Fuchsbichler.

II. Lehrverfassung nach aufsteigenden Klassen.

I. Klasse.

Klassenvorstand: Moriz Glaser.

Religion. 2 Stunden. I. Semester. Die christkatholische Glaubenslehre auf der Basis des apostolischen Glaubensbekenntnisses. II. Semester. Die christkatholische Sittenlehre auf Grundlage der 10 göttlichen Gebote. Brelich.

Deutsche Sprache. 3 Stunden. Formenlehre; Uebersicht der Satzformen an Musterbeispielen aus dem Lesebuche; mündliche und schriftliche Uebungen im Gebrauche der grammatischen Regeln; Sprech-, Lese- und Schreibübungen, letztere orthographischer Art; Besprechen und Memorieren von Gedichten, mündliches und schriftliches Wiedergeben einfacher Erzählungen oder kurzer Beschreibungen. Alle 8 Tage eine Hausarbeit, alle 14 Tage eine Schularbeit. Fasching.

Slovenische Sprache. 2 Stunden. Bedingt obligat. Aussprache, Wechsel der Laute, Tonzeichen, Lehre von den regelmässigen Formen der flexiblen Redetheile. Sprech- und Schreibübungen. Alle 14 Tage eine Haus- und eine Schularbeit. Brelich.

Französische Sprache. 5 Stunden. Die Regeln der Aussprache und des Lesens mit Inbegriff der Lehre vom Accente; Abänderung des Fürwortes und des Hauptwortes, letzteres mit dem bestimmten, unbestimmten und dem Theilungs-Artikel, mit und ohne vorhergehendes Beiwort. Gesammte Abwandlung der Hilfszeitwörter avoir und être, sowie der Zeitwörter der ersten regelmässigen Conjugation (donner) in der aussagenden, verneinenden, fragenden und fragend-verneinenden Form. Aneignung eines entsprechenden Vorrathes von Wörtern und Redensarten mittelst des Memorierens. Häusliche Uebungen, bestehend aus dem oftmaligen Niederschreiben der zu lernenden Wörter und Phrasen, aus schriftlichen Uebersetzungen (aus dem Französischen ins Deutsche und vorzugsweise aus dem Deutschen ins Französische) sämmtlicher Uebungen aus Plötz's Elementargrammatik, Lect. 1—60. Praktische Uebungen (schriftlich) zur Erlernung der Abänderung und Abwandlung. Glaser.

Geographie. 3 Stunden. Fundamentalsätze des geographischen Wissens, soweit dieselben zum Verständnisse der Karte unentbehrlich sind. Beschreibung der Erdoberfläche in ihrer natürlichen Beschaffenheit mit beständigem Vergleichen von Erscheinung in der Natur und Darstellung der Karte. Das Allgemeine der Eintheilung nach Völkern und Staaten. Fasching.

Mathematik. 3 Stunden. Dekadisches Zahlensystem. Die Grundrechnungen mit unbenannten und einnamig benannten Zahlen, ohne und mit Decimalbrüchen. Grundzüge der Theilbarkeit, grösstes gemeinschaftliches Mass, kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches. Gemeine Brüche; Verwandlung derselben in Decimalbrüche und umgekehrt. Rechnen mit periodischen Decimalbrüchen und mit mehrnamig benannten Zahlen. 8 Haus- und 9 Schulaufgaben. Dr. v. Britto.

Naturgeschichte. 3 Stunden. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte. I. Semester: Wirbelthiere. II. Semester: Wirbellose Thiere. Nawratil.

Geometrie und Zeichnen. 6 Stunden. Gegenstand: Geometrische Formenlehre. Der Punkt, gerade und krumme Linien, gerad- und krummlinig begrenzte ebene Gebilde. Räumliche Gebilde (eckige, halbrunde und runde Körper). — Zeichnen: Zeichnen ebener geometrischer Gebilde aus freier Hand nach Tafelvorzeichnungen. Das geometrische Ornament. Jeder Schüler zeichnete durchschnittlich 75 Blockblätter. Jonasch.

Schönschreiben. 2 Stunden. Current und Latein mit Rücksicht auf eine deutliche und schöne Handschrift. Fasching.

Turnen. 2 Stunden. Erste Elementarübungen, Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

II. Klasse.

Klassenvorstand: Robert Spiller.

Religion. 2 Stunden. Der katholische Kultus. I. Semester: Die natürliche Nothwendigkeit und Entwicklung desselben, die kirchlichen Personen, Orte und Geräthe. II. Semester: Die kirchlichen Ceremonien als Ausdruck des katholischen religiösen Gefühls. Brelich.

Deutsche Sprache. 3 Stunden. Der einfache Satz; mündliche und schriftliche Reproduktion und Umarbeitung geeigneter Stücke aus dem Lesebuche. Uebung im Vortrag kleiner Gedichte und prosaischer Erzählungen. Monatlich 2 Hausaufgaben und eine Schularbeit. Neubauer.

Slovenische Sprache. 2 Stunden. Bedingt obligat. Gesammte Formenlehre sammt den anomalen Formen. Einzelne zum Verständnis der Lesestücke nothwendige Sätze aus der Syntax. Alle 14 Tage eine Haus- und alle 4 Wochen eine Schularbeit. Brelich.

Französische Sprache. 4 Stunden. Die Lehre von den regelmässigen Formen. Einübung der Conjugationen in der Affirmation und Interrogation. Die wichtigsten syntaktischen Regeln. Vermehrung des Wörtervorrathes. Einige Lesestücke leichten Inhaltes. Schriftliche Präparation. Alle 8 Tage eine Haus-, alle 14 Tage eine Schularbeit. Glaser.

Geographie und Geschichte. 4 Stunden. Geographie Asiens und Afrikas. Eingehende Beschreibung der Terrainverhältnisse Europas. Geographie des südlichen und westlichen Europa. — Uebersicht der Geschichte des Alterthums. Neubauer.

Mathematik. 3 Stunden. Das Wichtigste aus der Mass- und Gewichtskunde, aus dem Geld- und Münzwesen, mit besonderer Berücksichtigung des metrischen Systems. Mass-, Gewichts- und Münzreduktion. Lehre von den Verhältnissen und Proportionen, letztere mit möglichstem Festhalten des Charakters einer Schlussrechnung; Procent- und einfache Zins-, Discont- und Terminrechnung, Kettensatz, Theilregel, Durchschnitts- und Alligationsrechnung. 9 Haus- und 10 Schularbeiten. Spiller.

Naturgeschichte. 3 Stunden. Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte. I. Semester: Mineralogie, II. Semester: Botanik. Spiller.

Geometrie. 3 Stunden. Fundamentalaufgaben des Linealzeichnens. Kongruenz, Symmetrie und Aehnlichkeit ebener Gebilde. Verhältnisgleiche Strecken. Mittlere geometrische Proportionale. Der Kreis und seine Beziehung zu anderen ebenen Gebilden. Konstruktion regelmässiger Polygone. Grössenbestimmung und Verwandlung der Dreiecke und Vierecke. Theilung der ebenen Gebilde. Schwarzer.

Freihandzeichnen. 4 Stunden. Elemente der Perspektive. Zeichnen nach Draht- und Holzmodellen nach perspektivischen Grundsätzen. Elementare Schattengebung. Gesammtunterricht des Flachornamentes. Schnabl.

Schönschreiben. 1 Stunde. Fortgesetzter Unterricht im Schön- und Schnellschreiben mit Rücksicht auf eine fertige Handschrift. Cursivschrift. Glaser.

Turnen. 2 Stunden. Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

III. Klasse.

Klassenvorstand: Josef Nawratil.

Religion. 2 Stunden. I. Semester: Geschichte der göttlichen Offenbarung des alten Bundes mit den nöthigen apologetischen Erklärungen. II. Semester: Die göttliche Offenbarung des neuen Bundes. Brelich.

Deutsche Sprache. 3 Stunden. Lehre vom zusammengesetzten Satze, Arten der Nebensätze mit Vergleichung von gleichartigen Satztheilen; Satzvereine, Satzgefüge, Periode. Beständige Uebung in der Rechtschreibung. Alle 14 Tage eine Hausarbeit, alle 4 Wochen eine Schularbeit. Dr. Jahn.

Slovenische Sprache. Bedingt obligat. 2 Stunden. Systematische Wiederholung der gesammten Formenlehre. Fortgesetzte Uebungen. Prosaische und poetische Lectüre. Alle 14 Tage eine Hausarbeit, alle Monate eine Schularbeit. Brelich.

Französische Sprache. 4 Stunden. Wiederholung der Formenlehre und der orthographischen Abweichungen der regelmässigen, Lehre von den unregelmässigen, Formenlehre und Syntax der rückbezüglichen und unpersönlichen Zeitwörter. Einführung in den syntaktischen Gebrauch von avoir und être, in die Uebereinstimmung des Mittelwortes der Vergangenheit, sowie in die Concordanz der Zeiten des Subjonctif. Fortgesetztes Vermehren des Wörter- und Phrasenvorrathes durch Einübung auf schriftlichem Wege. Fortgesetzte schriftliche und mündliche Uebungen; schriftliche und mündliche Uebersetzung und Rückübersetzung der grammatischen Beispiele aus der Schulgrammatik von Dr. C. Plötz. Monatlich 2 Haus- und 2 Schularbeiten. A. Němeček.

Geographie und Geschichte. 4 Stunden. Specielle Geographie des nördlichen, östlichen und westlichen Europa und namentlich Deutschlands, Uebersicht der Geschichte des Mittelalters mit besonderer Hervorhebung der vaterländischen Momente. Dr. Jahn.

Mathematik. 3 Stunden. Wiederholung und Erweiterung des bisherigen Lehrstoffes. Ketten-, Gesellschafts- und Mischungsrechnung. Einübung der vier Grundoperationen in allgemeinen Zahlen mit ein- und mehrgliedrigen Ausdrücken, soweit dieselben zur Begründung der Lehre vom Potenzieren und vom Ausziehen der zweiten und dritten Wurze aus besonderen Zahlen ohne und mit Abkürzung nothwendig sind. 10 Haus- und 9 Schularbeiten. Schwarzer.

Physik. 4 Stunden. Experimental-Physik. Allgemeine Eigenschaften der Körper, Wärmelehre, Statik und Dynamik fester, tropfbarflüssiger und ausdehnsamer Körper. Nawratil.

Geometrie. 3 Stunden. Stereometrie in ihrer vorgeschriebenen Ausdehnung. — Geometrisches Zeichnen: Nur nach Tafelvorzeichnungen, einestheils im engsten Anschluss an den Vortrag im Gegenstande, anderntheils das geometrische Ornament behandelnd. Jeder Schüler arbeitete durchschnittlich 20 Zeichenblätter. Schwarzer.

Freihandzeichnen. 4 Stunden. Gesammtunterricht des Ornamentes mit Belehrung über die Stylart desselben. Elemente des Kopfzeichnens, Gedächtniszeichnen und Fortsetzung von perspektivischer Darstellung einfacher technischer Objekte. Schattenlehre. Schnabl.

Turnen. 2 Stunden. Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

IV. Klasse.

Klassenvorstand: Josef Jonasch.

Religion. 2 Stunden. Die Kirchengeschichte. I. Semester: Von der Gründung der christkatholischen Kirche bis auf die Reformation. II. Semester: Von der Reformation bis zum letzten Vatikan-Concil. Brelich.

Deutsche Sprache. 3 Stunden. Zusammenfassender Abschluss des gesammten grammatischen Unterrichtes; Zusammenstellung von Wortfamilien mit Rücksicht auf Vieldeutigkeit und Verwandtschaft der Wörter; Grundzüge der Metrik und Prosodik. Geschäftsaufsätze. Alle 14 Tage eine Hausarbeit, alle 4 Wochen eine Schularbeit. Dr. Jahn.

Slovenische Sprache. Bedingt obligat. 2 Stunden. Modus- und Tempuslehre. Kenntnis der wichtigsten Ableitungen und Zusammensetzungen der Wörter. Alle 14 Tage eine Hausarbeit, alle 4 Wochen eine Schularbeit. Brelich.

Französische Sprache. 3 Stunden. Wiederholung des Lehrstoffes der III. Klasse. Systematische Kenntnis der Syntax des Zeitwortes und der inflexiblen Redetheile; Lehre vom französischen Satzbau, einschliesslich der Inversion des Sujet und der beiden Régimes. Lehre vom Gebrauche der Zeiten und Modi. Fortgesetzte mündliche und schriftliche Uebungen mit Hervorhebung der Gallicismen bei steter Berücksichtigung der Vermehrung des Wortvorrathes und der genauen Kenntnis echt französischer Phraseologie. Monatlich 1 Haus- und 1 Schularbeit. A. Němeček.

Geographie und Geschichte. 4 Stunden. Specielle Geographie des Vaterlandes. Umriss der Verfassungslehre. Geographie Amerikas und Australiens. Uebersicht der Geschichte der Neuzeit mit umständlicher Behandlung der vaterländichen Geschichte. Dr. Jahn.

Mathematik. 4 Stunden. Ergänzende und erweiternde Wiederholung des bisherigen Lehrstoffes der Unter-Realschule; wissenschaftlich durchgeführte Lehre von den vier ersten Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen, grösstes gemeinschaftliches Mass und kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches; Lehre von den gemeinen Brüchen. Gleichungen des ersten Grades mit einer und zwei Unbekannten nebst Anwendung auf praktische Aufgaben. 14 Haus- und 8 Schulaufgaben.
Jonasch.

Geometrie. 3 Stunden. Anwendung der vier algebraischen Grundoperationen zur Lösung zahlreicher Aufgaben der Planimetrie. Theoretische und praktische Behandlung der wichtigsten ebenen Curven mit besonderer Berücksichtigung der Kegelschnittslinien. Die Uebungen im Zeichensaale, stets gleichen Schritt mit dem Vortrage haltend, waren eine Durcharbeitung desselben. Jeder Schüler arbeitete im Durchschnitte 18 Zeichenblätter. Jonasch.

Physik. 2 Stunden. Experimental-Physik. Schall, Licht, Magnetismus, Elektricität. Nawratil.

Chemie. 3 Stunden. Uebersicht der wichtigsten Grundstoffe und ihrer Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung ihres natürlichen Vorkommens, jedoch ohne tieferes Eingehen in die Theorie und ohne ausführliche Behandlung der Reaktionen. Spiller.

Freihandzeichnen. 4 Stunden. Uebungen im Ornamentzeichnen nach einfachen plastischen Ornamenten aus den Hauptstylarten. Gruppenunterricht. Perspectivische Darstellung von Capitälern und Säulenbasen in Licht und Schatten. Fortsetzung des Kopf- und Ornamentzeichnens. Gedächtniszeichnen. Schnabl.

Turnen. 2 Stunden. Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

V. Klasse.

Klassenvorstand: Karl Schwarzer.

Deutsche Sprache. 3 Stunden. Das Wichtigste aus der Metrik, Poetik und prosaischen Stilistik. Lectüre von Musterbeispielen mit besonderer Berücksichtigung der Uebersetzungen aus der klassischen Literatur der Griechen und Römer im Anschlusse an A. Eggers Lesebuch I. Theil. Das Wichtigste aus der mhd. Laut-, Flexions- und Verslehre. Lectüre eines Stückes aus dem Nibelungenliede nach dem mhd. Lesebuch von Jauker und Noë. Uebungen im Vortrag poetischer Stücke. 9 Haus- und 9 Schularbeiten. Neubauer.

Englische Sprache. Bedingt obligat. 3 Stunden. Aus dem grammatischen Theile des Lehrbuches der englischen Sprache von Dr. R. Sonnenburg: Uebersichtliche Darstellung der gesammten Aussprache einschliesslich der Accentlehre und der wichtigsten Unregelmässigkeiten. Formenlehre des Haupt-, Bei-, Für-, Zahl- und Zeitwortes einschliesslich der sogenannten unregelmässigen Zeitwörter. Aus dem, dem grammatischen Theile des obgenannten Lehrbuches angeschlossenen Uebungsbuche: die zum Verständnis des Gelesenen erforderlichen Sätze aus der Syntax; schriftliche Uebungen im Uebersetzen einfacher Sätze aus dem Deutschen in's Englische, umfassend die Lect. 1—25. Behufs gründlicher Erlernung der Orthographie wurden sämmtliche vorgekommene Vocabeln und Redewendungen von den Schülern geschrieben und aus dem Geschriebenen gelernt. 6 Schularbeiten.

Glaser.

Französische Sprache. 3 Stunden. Wiederholung des Lehrstoffes der beiden vorangehenden Schuljahre, sowie Fortsetzung desselben bis zu der Lection 68 der Schulgrammatik von Plötz. Mündliche und schriftliche Uebungen. Monatlich 1 Haus- und 1 Schularbeit.

Němeček.

Geographie und Geschichte. 3 Stunden. Pragmatische Geschichte des Alterthums mit steter Berücksichtigung der hiemit im Zusammenhange stehenden geographischen Daten.

Fasching.

Mathematik. 6 Stunden. A) Allgemeine Arithmetik: Zusammenfassende Wiederholung des Lehrstoffes, Gleichungen des ersten Grades mit zwei und mehreren Unbekannten; die Zahlensysteme überhaupt und das dekadische insbesondere; Decimalbrüche, Kettenbrüche, Potenzen und Wurzelgrössen; Bedeutung der imaginären und complexen Zahlen und die 4 Operationen mit denselben; Verhältnisse und Proportionen, Logarithmen. B) Geometrie: Planimetrie im vollen Umfange streng wissenschaftlich behandelt; Uebungen im Lösen von Konstruktionsaufgaben mit Hilfe der geometrischen Analysis. 7 Haus- und 8 Schulaufgaben.

Schwarzer.

Darstellende Geometrie. 3 Stunden. Die Grundelemente der darstellenden Geometrie und zwar: Orthogonale Projection des Punktes und der Geraden. Die Lehre von der Ebene. Gegenseitige Beziehungen zwischen Punkt, Gerade und Ebene. Darstellung ebenflächig-begrenzter Körper; ebene Schnitte derselben. — Die Uebungen im Zeichensaale waren eine stete Durcharbeitung des Vorgetragenen und jeder Schüler lieferte im Durchschnitt 15 Zeichenblätter.

Schwarzer.

Naturgeschichte. 3 Stunden. Anatomisch - physiologische Grundbegriffe des Thierreiches mit besonderer Rücksicht auf die höheren Thiere, Systematik des Thierreiches mit genauem Eingehen in die niederen Thiere.

Nawratil.

Chemie. 3 Stunden. Einleitung in die Chemie. Die Gesetzmässigkeiten bei chemischen Verbindungen in gewichtlicher und räumlicher Beziehung. Die Begriffe von Atom und Molekül. Wertigkeit der Elemente. Chemische Zeichen und Formeln. Die Metalloide und ihre Verbindungen unter einander, die Metalle der Alkalien und ihre Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung der technisch wichtigen Körper.

Spiller.

Freihandzeichnen. 4 Stunden. Gesichts- und Kopfstudien. Gedächtniszeichnen. Fortsetzung perspektivischer Darstellung technischer Objekte in Licht und Schatten mit Stift, Kreide und Farbe. — Farbenlehre. — Ornamentzeichnen nach Modellen aus den Hauptstylarten. Schnabl.

Turnen. 2 Stunden. Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

VI. Klasse.

Klassenvorstand: Karl Neubauer.

Deutsche Sprache. 3 Stunden. Eingehende Wiederholung der Erscheinungen der altdeutschen Literatur. Uebersicht über die Geschichte der neueren deutschen Literatur bis zum letzten Decennium des 18. Jahrhunderts mit besonderer Berücksichtigung Klopstocks, Lessings und Goethes bis 1794 — Schiller wurde für die VII. Klasse aufgespart — im Anschlusse an A. Egger's Lesebuch, II. Thl., 1. Bd. — Grössere Lectüre: „Iphigenie auf Tauris." Uebungen im Vortrag poetischer Stücke nach freier Wahl. Sprechübungen an gegebenen Themen im Anschluss an den Unterrichtsstoff. 9 Haus- und 8 Schularbeiten. Neubauer.

Englische Sprache. Bedingt obligat. 2 Stunden. Wiederholung des Lehrstoffes der V. Klasse. Syntaktischer Theil der englischen Grammatik von Sonnenburg, geordnet nach den Redetheilen; aus dem Uebungsbuche die dazugehörigen Lectionen 23—40 incl. Monatlich eine Haus- und eine Schularbeit. Glaser.

Französische Sprache. Bedingt obligat. 3 Stunden. Wiederholung des gesammten grammatischen Lehrstoffes. Lesen von Musterstücken der historischen, descriptiven und oratorischen Prosa. Versuche in französischer Conversation mittelst der übersetzten Lesestücke, sowie in der Wiedergabe eines gedrängten Inhaltes derselben als häusliche Arbeiten. Monatlich eine Haus- und eine Schularbeit. Němeček.

Geographie und Geschichte. 3 Stunden. Geschichte vom VI. bis zum XVII. Jahrhundert mit steter Berücksichtigung der hiemit im Zusammenhange stehenden geographischen Daten. Fasching.

Mathematik. 5 Stunden. A) Allgemeine Arithmetik: Logarithmen; Gleichungen höheren Grades, welche auf quadratische zurückgeführt werden können, und Exponentialgleichungen, arithmetische und geometrische Progressionen mit Anwendung auf Zinseszins- und Rentenrechnungen. Einiges über die Convergenz unendlicher Reihen; Combinationslehre, binomischer Lehrsatz. B) Geometrie: Goniometrie und ebene Trigonometrie, nebst zahlreichen Uebungsaufgaben in besonderen und allgemeinen Zahlen; Stereometrie mit Uebungen im Berechnen des Inhaltes und der Oberfläche von Körpern; Elemente der sphärischen Trigonometrie nebst Uebungsaufgaben. 9 Haus- und 9 Schulaufgaben. Dr. v. Britto.

Darstellende Geometrie. 3 Stunden. Gegenseitiger Schnitt ebenflächig begrenzter Körper; Erzeugung und Darstellung krummer Flächen, Tangentialebenen an krummen Flächen, ebener und gegenseitiger Schnitt der letzteren. Schattenlehre. Einfache Durchdringungen. 12 Zeichenblätter. Jonasch.

Naturgeschichte. 2 Stunden. Grundbegriffe der Anatomie, Physiologie, Organographie und Morphologie der Pflanzen, eingehend der Bau der Systeme, Physiographie und Nomenclatnr des Pflanzenreiches. Systematische Botanik. Nawratil.

Physik. 4 Stunden. Allgemeine Eigenschaften der Körper, Wirkungen der Molekularkräfte, Mechanik. Akustik. Dr. v. Britto.

Chemie. 3 Stunden. Die Metalle der alkalischen Erden, wie alle wichtigeren Schwermetalle mit ausführlicher Behandlung der technisch-wichtigen Körper. Einleitung in die organische Chemie und Darlegung der wichtigsten chemischen Theorien. Die Cyanverbindungen. Die ein- und zweiwertigen Alkohole und die von ihnen abgeleiteten Säuren. Spiller.

Freihandzeichnen. 4 Stunden. Fortgesetzter Unterricht des Ornamentenzeichnens nach Modellen. Beginn des Zeichnens nach dem Runden. — Gedächtniszeichnen. — Perspektivische Darstellung von grösseren technischen Objekten. — Farbenlehre. Schnabl.

Turnen. 2 Stunden. Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

VII. Klasse.

Klassenvorstand: Franz Fasching.

Deutsche Sprache. 3 Stunden. Die deutsche Literatur nach dem Tode Schillers mit besonderer Berücksichtigung der literarischen Bestrebungen in Oesterreich im Anschlusse an A. Eggers Lesebuch, II. Bd. Uebungen im Vortrag poetischer Stücke nach freier Wahl, Sprechübungen an gegebenen Themen im Anschluss an den Unterrichtsstoff. Grössere Lectüre: „Wallenstein." 8 Haus- und 6 Schularbeiten. Neubauer.

Englische Sprache. Bedingt obligat. 2 Stunden. Cursorische Wiederholung der gesammten Formenlehre und Syntax. Lectüre prosaischer Werke nach Herrig's british classical authors. Fortgesetzte häusliche Arbeiten. Monatlich eine Schul- und eine Hausarbeit. Glaser.

Französische Sprache. 3 Stunden. Wiederholung und Ergänzung des grammatischen Unterrichts. Lectüre von Musterstücken der historischen und epistolaren Prosa, der lyrischen und dramatischen Poesie. Monatlich eine Haus- und eine Schularbeit. Němeček.

Geographie und Geschichte. 3 Stunden. Ausführliche Behandlung der Geschichte des XVIII. und XIX. Jahrhunderts mit besonderer Hervorhebung der culturhistorischen Momente. — Kurze Uebersicht der Statistik Oesterreich-Ungarns. — Vaterländische Verfassungslehre. Fasching.

Mathematik. 5 Stunden. A) Allgemeine Arithmetik: Grundlehren der Wahrscheinlichkeitsrechnung mit Anwendung auf die Berechnung der wahrscheinlichen Lebensdauer. Das Wichtigste über arithmetische Reihen höherer Ordnung mit Rücksicht auf das Interpolationsproblem. B) Geometrie: Sphärische Trigonometrie nebst Anwendung auf Aufgaben der Stereometrie und der sphärischen Astronomie; analytische Geometrie der Ebene, und zwar analytische Behandlung der Geraden, des Kreises und der Kegelschnittslinien; Durchübung der analytischen Geometrie in allgemeinen und in besonderen Zahlen, namentlich in Konstruktion der entsprechenden Aufgaben. Wiederholung des gesammten arithmetischen und geometrischen Lehrstoffes der Oberklassen mittelst zahlreicher Uebungsaufgaben. 8 Haus- und 9 Schulaufgaben. Dr. v. Britto.

Darstellende Geometrie. 3 Stunden. Centralprojektion (Perspektive). Recapitulation der gesammten darstellenden Geometrie mit praktischen Anwendungen behufs Erlernung geeigneter Darstellungsweisen technischer Objekte. 10 Zeichenblätter. Jonasch.

Naturgeschichte. 3 Stunden. I. Semester: Spezielle Mineralogie nach krystallographischen, physikalischen und chemischen Grundsätzen. Geognosie. II. Semester: Grundzüge der Geologie. Das Wichtigste aus der Klimatologie, der Phyto- und Zoogeographie. Nawratil.

Physik. 4 Stunden. Elektricität, Magnetismus, Wärme, Optik, Grundlehren der Astronomie und mathematischen Geographie. Frank.

Chemie. 2 Stunden. Kohlenhydrate. Benzolkörper, Glukoside, ätherische Oele, Harze, Alkaloide und Proteïnkörper; immer mit steter Berücksichtigung der einschlägigen Technologie und des Vorkommens der Körper in der Natur. Kurze Darstellung der chemischen Vorgänge beim Lebensprozesse der Thiere und Pflanzen. Nahrungsmittellehre. Kurze Wiederholung des Lehrstoffes. Spiller.

Freihandzeichnen. 3 Stunden. Proportionen des menschlichen Gesichtes und Kopfes werden erklärt. Gesichts- und Kopfstudien nach Vorlagen und geeigneten Modellen (Flachrelief). Fortgesetztes Studium des Ornamentes und freie Wiedergabe desselben. Aquarelle. Zeichnen nach dem Runden in den hauptsächlichsten Darstellungsmanieren. Schnabl.

Turnen. 2 Stunden. Ordnungs-, Geräth- und Freiübungen. Markl.

III. Lehr- und Hilfsbücher

nach Gegenständen und innerhalb derselben nach Klassen.

1. Religionslehre. I. Kl. Leinkauf: Kurzgefasste katholische Glaubens- und Sittenlehre. II. Kl. Terklau: Der Geist des katholischen Kultus III. Kl. Wappler: Geschichte der göttlichen Offenbarung. IV. Kl. A. W. Drechsl: Kurzgefasste Religions- und Kirchengeschichte für Realschulen.

2. Deutsche Sprache. I. Kl. Heinrich: Grammatik der deutschen Sprache für Mittelschulen; Neumann und Gehlen: Deutsches Lesebuch für die I. Kl. der Gymnasien und verwandten Lehranstalten. II. Kl. Heinrich: Grammatik, wie in der I. Kl.; Neumann und Gehlen: Deutsches Lesebuch für die II. Kl. III. Kl. Heinrich: Grammatik, wie in der I. Kl.; Neumann und Gehlen: Deutsches Lesebuch für die III. Kl. IV. Kl. Heinrich: Grammatik, wie in der I. Kl.; Neumann und Gehlen: Deutsches Lesebuch für die IV. Kl. V. Kl. Egger: Deutsches Lehr- und Lesebuch für höhere Lehranstalten, I. Theil. Einleitung in die Literaturkunde. Ausgabe für Realschulen. Jauker und Noë: Mittelhochdeutsches Lesebuch für Oberrealschulen. VI. Kl. Egger: Deutsches Lehr- und Lesebuch. II. Theil, 1. und 2. Band. Grössere Lektüre: Göthe's „Iphigenie auf Tauris." VII. Kl. Egger: Deutsches Lehr- und Lesebuch, II. Theil, 2. Band. Grössere Lektüre: Göthe's „Egmont" und Schillers „Wallenstein".
3. Slovenische Sprache. I.—IV. Kl. Janežič: Sprach- und Uebungsbuch für die slovenische Sprache.
4. Französische Sprache. I. und II. Kl. Plötz: Elementar-Grammatik der französischen Sprache. III.—VII. Kl. Plötz: Schulgrammatik der französischen Sprache. Plötz: Lectures choisies (französische Chrestomathie mit Wörterbuch).
5. Englische Sprache. V.—VII. Kl. Sonnenburg: Grammatik der englischen Sprache nebst methodischem Uebungsbuche. VII. Kl. Herrig: British classical authors.
6. Geographie. I. Kl. Herr: Lehrbuch der vergleichenden Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Klassen der Gymnasien und Realschulen, I. Cursus: Grundzüge für den ersten Unterricht in der Erdbeschreibung. Kozenn: Geographischer Schulatlas für Gymnasien, Real- und Handelsschulen. Ausgabe in 50 Karten. II., III. und IV. Kl. Herr: Lehrbuch der vergleichenden Erdbeschreibung, II. Cursus: Länder- und Völkerkunde. II. Kl. Stieler: Schulatlas der neuesten Erdkunde. Ausgabe für die österreich.-ungarische Monarchie in 37 Karten. III. Kl. Kozenn: Wie in der I. Kl. IV. Kl. Stieler: Wie in der II. Kl.
7. Geschichte. II. Kl. Gindely: Lehrbuch der allgemeinen Geschichte für die unteren Klassen der Mittelschulen, 1. Band, das Alterthum. III. Kl. Gindely: Lehrbuch etc., 2. Band, das Mittelalter. IV. Kl. Gindely: Lehrbuch etc., 3. Band, die Neuzeit; Hannak: Oesterreichische Vaterlandskunde für die unteren Klassen der Mittelschulen. V. Kl. Gindely: Lehrbuch der allgemeinen Geschichte für die oberen Klassen der Mittelschulen. Ausgabe für Realschulen, 1. Band, das Alterthum. VI. Kl. Gindely: Lehrbuch etc., 2. Band, das Mittelalter und 3. Band, die Neuzeit. VII. Kl. Gindely: Lehrbuch etc., 3. Band, die Neuzeit. Hannak: Oesterreichische Vaterlandskunde für die oberen Klassen der Mittelschulen.

8. Mathematik. I., II. und III. Kl. Močnik: Lehr- und Uebungsbuch der Arithmetik für Unterrealschulen. IV.—VII. Kl. Močnik: Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für die oberen Klassen der Mittelschulen. IV. Kl. Wallentin: Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Algebra und allgemeinen Arithmetik, I. Theil. V.—VII. Kl. Wallentin: Aufgabensammlung, I. und II. Theil. V. Kl. Wittstein: Lehrbuch der Elementar-Mathematik, 1. Band, 2. Abthlg. Planimetrie. VI. und VII. Kl. Močnik: Lehrbuch der Geometrie für die oberen Klassen der Mittelschulen. VI. und VII. Kl. Vega-Bremiker: Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch.
9. Geometrisches Zeichnen und darstellende Geometrie. I. Kl. Streissler: Die geometr. Formenlehre. 1. Abthlg. II.—IV. Kl. Streissler: Die geometr. Formenlehre. 2. Abthlg. V.—VII. Kl. Streissler: Elemente der darstellenden Geometrie der ebenen und räumlichen Gebilde.
10. Naturgeschichte. I. Kl. Pokorny: Illustrierte Naturgeschichte des Thierreichs für die unteren Klassen der Mittelschulen. II. Kl. Pokorny: Illustrierte Naturgeschichte des Pflanzen- und des Mineralreiches. V. Kl. Schmidt Oskar: Leitfaden der Zoologie für Gymnasien und Realschulen. VI. Kl. Wretschko: Vorschule der Botanik für die höheren Klassen der Mittelschulen. VII. Kl. Hochstetter und Bisching: Leitfaden der Mineralogie und Geologie für die oberen Klassen der Mittelschulen.
11. Physik. III. Kl. Krist: Anfangsgründe der Naturlehre für die unteren Klassen der Mittelschulen. IV. Kl. Pisko: Lehrbuch der Physik für Unterrealschulen. VI. Kl. Münch: Lehrbuch der Physik. VII. Kl. Pisko: Lehrbuch der Physik für die oberen Klassen der Gymnasien und Realschulen.
12. Chemie. IV. Kl. Quadrat und Badal: Elemente der reinen und angewandten Chemie für Realgymnasien und Unterrealschulen (Effenberger). V. Kl. Lorscheid: Lehrbuch der anorganischen Chemie. VI. und VII. Kl. Roscoë: Kurzes Lehrbuch der Chemie. Deutsch von Schorlemmer.
13. Schönschreiben. I. und II. Kl. Keine Vorlagen.
14. Stenographie. 1. Abthlg. Faulmann: Stenographisches Lehrgebäude und stenographische Anthologie. 2. Abthlg. Faulmann: Die Schule der stenographischen Praxis.
15. Gesang. Kloss: Singlehre für Volksschulen und Kloss: Vierstimmige Kirchengesänge für Studierende an Mittelschulen.

IV. Themen zu den deutschen Aufsätzen.

V. Klasse.

a) Hausaufgaben.

Die Aussicht vom Marburger Kalvarienberge. — Die Bedeutung des Feuers für den Menschen. — Hektors Abschied von Andromache (nach Hom.

Il. VI. 392—502). — „Blumen sind an jedem Weg zu finden, doch nicht jeder weiss den Kranz zu winden.“ A. Grün. — Die Ruine. — Warum blieben die Griechen im Kampfe mit den Persern Sieger? — Der Gedankengang in der Ode „die Frühlingsfeier“ von Klopstock. — Die Eroberung von Sagunt. — Durch welche Gründe suchte Sokrates den Kriton zu überzeugen, dass er aus dem Gefängnisse nicht entfliehen könne? (Plat. Krit. Auszug im Leseb. von A. Egger I.)

b) Schulaufgaben.

Die Eigenschaften des guten Prosastiles. — Welchen Einfluss übte die Lage und Gestaltung Griechenlands im Alterthum auf die Entwickelung seiner Bewohner aus? — Die Formen des Wassers? — Was bezeichnet man mit dem Worte „Danaërgeschenk?“ — Die Sage von der Martinswand bei A. Grün. — Das Erwachen der Natur. — Wie Sigfrid erschlagen ward. — Wodurch unterscheidet sich die epische Dichtung von der dramatischen und lyrischen?

VI. Klasse.

a) Hausaufgaben.

Der Charakter Rüdiger's v. Pöchlarn. — Warum ist wol Theodorich der Grosse und selbst Attila, aber nicht Karl der Grosse ein Held der deutschen Sage geworden? — Welche Umstände haben auf die Entwickelung der deutschen Schriftsprache eingewirkt? — Die Bedeutung der Kreuzzüge für die Entwickelung der Kultur im Abendlande. — Welche Vorzüge hat die experimentale, welche die mathematische Ableitung der Naturgesetze? — In wiefern ergänzen sich Klopstock und Wieland in ihren Bestrebungen um die Ausbildung der deutschen Sprache und Poesie? — Die Lage und historische Bedeutung der Stadt Venedig. — Welchen Einfluss übte die Reformation auf die Entwickelung der deutschen Literatur? — Das archimedische Gesetz und seine Anwendung.

b) Schulaufgaben.

Der Charakter der althd. Dichtung. — Was wollte Goethe mit seinem Gedichte „Erklärung eines alten Holzschnittes, vorstellend Hans Sachsens poetische Sendung?“ — Die Gewinnung und Bearbeitung des Eisens. — Die Bedeutung Gottscheds für die Entwickelung der deutschen Literatur. — Die Bedeutung Roms im Mittelalter. — Der Gedankengang in der Ode „die beiden Musen“ von Klopstock. — Warum pflegt man Maximilian I. den „letzten Ritter“ zu nennen? — Welche Verdienste erwarb sich Lessing um das deutsche Drama?

VII. Klasse.

a) Hausaufgaben.

Wie sucht Schiller in seinem Drama „Wilhelm Tell“ die Empörung der Schweizer und die Ermordung Gesslers zu rechtfertigen? — Worin liegt das Vergnügen begründet, das wir bei der Lektüre des Nibelungenliedes geniessen? — Rede zum Andenken Schillers, gehalten am 119. Jahrestage seiner Geburt. — Was hat die deutsche Nation den Romantikern zu danken? — Der Gedankengang in der Hymne „Auf den Tod des Kaisers“ von Platen. — Die Bedeutung der Ostmark. — Die Bedeutung des Mikroskopes für die Naturwissenschaften. — Was sich die Flüsse erzählen.

b) Schulaufgaben.

Die Verdienste des Prinzen Eugen um Oesterreich. — Ueber die Einwirkung der französischen Literatur auf die deutsche. — Die Bedeutung der Stadt Triest. — Der Magnetismus und seine Anwendung. — Welche ausgesprochenen Richtungen kann man in der Lyrik des 19. Jahrhunderts unterscheiden? — Welche Rolle spielt die Kohlensäure in der organischen Natur?

Neubauer.

V. Freigegenstände.

Stenographie. I. Abtheilung. 2 Stunden. Im I. Semester 29, im II. Semester 28 Schüler. Wortbildung, Wortkürzung. Lese- und Schreibübungen. Theorie der Satzkürzung. — II. Abtheilung. 2 Stunden. Im I. Semester 28, im II. Semester 27 Schüler. Lese- und Schreibübungen bezüglich der Satzbildung. Schreibübungen nach allmählich rascheren Diktaten.

Fasching.

Analytische Chemie. 4 Stunden. 8 Schüler aus der VI. und VII. Klasse. Qualitative Untersuchungen von Lösungen und fester Substanzen mit 1 Base und 1 Säure, wie zusammengesetzterer Körper. Löthrohrproben.

Spiller.

Gesang. Eine Abtheilung mit 2 wöchentl. Stunden. Lehre von den Intervallen. Zeitmass. Uebungen im Treffen der Intervalle. Ein- und zweistimmige Lieder. Im I. Semester 35, im II. Semester 27 Schüler der unteren Klassen.

Jonasch.

VI. Statistische Notizen (im engeren Sinne).

a 1) Auf Grund der Nach- und Wiederholungsprüfungen richtiggestellte Klassifikationstabelle für 1877/78.

in der Klasse	Es erhielten: I. Klasse mit Vorzug: Am Schlusse des Schuljahres	Nach abgelegter Nachprüfung	I. Klasse: Am Schlusse des Schuljahres	Nach abgelegter Nachprüfung	Nach abgelegter Wiederholungsprüfung	II. Klasse: Am Schlusse des Schuljahres	Nach abgelegter Nachprüfung	Nach abgelegter Wiederholungsprüfung	III. Klasse: Am Schlusse des Schuljahres	Nach abgelegter Nachprüfung	Blieben ungeprüft	Zusammen
I.	5	—	9	—	2	2	—	1[1]	4	—	—	23
II.	—	—	12	—	—	2	—	—	5	—	—	19
III.	2	—	12	—	2	1	—	—	1	—	—	18
IV.	1	—	19	—	—	—	—	—	—	—	—	20
V.	1	—	16	—	3	—	-	—	1	—	—	21
VI.	1	—	8	—	2	2	—	—	1	—	—	14
VII.	1	—	12	—	—	—	—	1[1]	—	—	—	14
Zusammen	11	—	88	—	9	7	—	2	12	—	—	129

[1]) 2 Schüler haben die Wiederholungsprüfung nicht abgelegt.

Schuljahr 1878/79.

a 2) Schülerzahl (und ihre Veränderung) nach Klassen und Gesammtfrequenz.

Klasse	I. Semester						II. Semester		
	Aus der vorhergehenden Klasse aufgestiegen	Haben die Klasse wiederholt	Von auswärts gekommen	Im Ganzen eingeschrieben	Davon sind ausgetreten	Verblieben am Ende	Eingetreten (neu)	Ausgetreten	Verblieben am Ende des Schuljahres
I.	—	3	29	32	—	32	—	4	28
II.	12	6[1])	1[1])	18	—	18	—	—	18
III.	11	2[1])	1[1])	13	—	13	—	—	13
IV.	14	—	—	14	—	14	—	—	14
V.	19[1])	—	1[1])	19	—	19	—	—	19
VI.	17	2[1])	1[1])	19	—	19	—	1	18
VII.	10	—	1[1])	11	—	11	—	1	10
Zusammen	84	13	34	126	—	126	—	6	120

[1]) Diese 5 Schüler kamen von auswärts.

a 3) Schülerzahl nach dem Vaterlande.

Land (Stadt)	Klasse I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	Zusammen
Marburg	16	6	8	8	8	5	4	55
Steiermark überhaupt	9	8	1	3	6	6	3	36
Kärnten	—	—	—	—	—	1	—	1
Krain	—	1	—	—	—	—	—	1
Küstenland . . .	3	—	—	—	—	3	—	6
Ungarn	—	—	1	2	2	2	2	9
Kroatien	—	2	—	—	1	—	—	3
Slavonien	—	—	2	—	—	—	—	2
Niederösterreich . .	—	—	1	—	1	—	—	2
Oberösterreich . .	—	—	—	—	—	1	—	1
Tirol	—	1	—	—	—	—	—	1
Salzburg	—	—	—	—	—	—	—	—
Böhmen	—	—	—	—	—	—	—	—
Mähren	—	—	—	—	1	—	—	1
Galizien	—	—	—	—	—	—	—	—
Sachsen	—	—	—	1	—	—	—	1
Nordamerikan. Union	—	—	—	—	—	—	1	1
Zusammen . .	28	18	13	14	19	18	10	120

a 4) Schülerzahl nach dem Religionsbekenntnisse.

Religionsbekenntnis	Klasse I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	Zusammen
Römisch-katholisch .	28	18	11	12	19	17	9	114
Evangel. A. Konf. .	—	—	1	2	—	—	—	3
Evangel. H. Konf. .	—	—	—	—	—	—	—	—
Griechisch-oriental. .	—	—	1	—	—	1	1	3
Mosaisch	—	—	—	—	—	—	—	—
Zusammen . .	28	18	13	14	19	18	10	120

a 5) Schülerzahl nach der Muttersprache.

Muttersprache	Klasse I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	Zusammen
Deutsch	21	8	12	11	14	12	5	83
Slovenisch	5	9	—	1	3	3	3	24
Serbisch	—	—	1	—	—	1	1	3
Magyarisch	—	—	—	2	2	—	—	4
Italienisch	1	1	—	—	—	2	—	4
Czechisch	1	—	—	—	—	—	—	1
Polnisch	—	—	—	—	—	—	—	—
Englisch	—	—	—	—	--	--	1	1
Zusammen . .	28	18	13	14	19	18	10	120

a 6) Schülerzahl nach dem Lebensalter am Ende des Schuljahres.

Klasse	Mit Jahren 10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	Zusammen
I.	3	2	10	6	4	1	1	1	—	—	—	—	28
II.	—	1	2	4	6	2	2	—	1	—	—	—	18
III.	—	—	1	6	2	3	1	—	—	—	—	—	13
IV.	—	—	—	—	4	5	3	—	1	1	—	—	14
V.	—	—	—	—	3	1	8	3	3	—	1	--	19
VI.	—	—	—	—	—	—	4	3	6	3	2	—	18
VII.	—	—	—	—	—	--	—	1	4	3	1	1	10
Zusammen	3	3	13	16	19	12	19	8	15	7	4	1	120

a 7) Schülerzahl nach den Zeugnisklassen am Schlusse des Schuljahres.

Es erhielten	In der Klasse I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	Zusammen
Die I. Kl. m. Vorzug	—	2	1	1	2	2	1	9
Die I. Klasse . . .	14	10	11	12	14	10	8	79
Die II. Klasse . .	6	4	—	1	2	4	—	17
Die III. Klasse . .	5	1	—	—	—	1	—	7
Zur Wiederholungsprüfung zugelassen	3	1	1	—	1	1	1	8
Ungeprüft blieben .	—	—	—	—	—	—	—	—
Zusammen . .	28	18	13	14	19	18	10	120

b 1) Tabelle über Schulgeld und Stipendien.

Klasse	Zahl der Befreiten im I. Sem.	Zahl der Befreiten im II. Sem.	Zahl der Zahlenden im I. Sem.	Zahl der Zahlenden im II. Sem.	Schulgeldertrag im I. Sem. (Gulden)	Schulgeldertrag im II. Sem. (Gulden)	Zahl der Stipendien im I. Sem.	Zahl der Stipendien im II. Sem.	Stipendienbetrag im I. Sem. (Gulden)	Stipendienbetrag im II. Sem. (Gulden)
I.	—	4	32	24	256	192*	—	—	—	—
II.	5	6	13	12	104	96**	—	—	—	—
III.	2	2	11	11	88	88	—	—	—	—
IV.	4	4	10	10	80	80	—	—	—	—
V.	6	4	13	15	104	120	1	1	75	75
VI.	9½	5	9½	13	76	104	1	1	50	50
VII.	6½	3	4½	7	36	56	3	3	200	200
Zusammen	33	28	93	92	744	736	5	5	325	325

Ausstände: *) von 2 Schülern 24 fl., **) von 1 Schüler 8 fl., zusammen 32 fl.

b 2) Aufnahmstaxen. Aufwand für die Lehrmittel. Beiträge für die Schülerbibliothek. Unterstützungsverein.

A. Die Aufnahmstaxen von 36 Schülern betrugen .	75	fl.	60 kr.
Hiezu kommen die Taxen für 4 Zeugnisduplikate . .	4	„	— „
Zusammen .	79	fl.	60 kr.

Durch den Erlass des h. k. k. steierm. Landesschulrathes vom 4. Jänner 1879, Z. 8029 wurden für das Schuljahr 1878/79 bewilligt und mit Note des löbl. Stadtrathes von Marburg vom 12. Februar 1879, Z. 937 angewiesen

für die Lehrerbibliothek	625	fl.	66 kr.
und für die Lehrmittelsammlungen . . .	415	„	40 „
Zusammen .	1041	fl.	06 kr.

in welcher Summe obige 79 fl. 60 kr. mitinbegriffen sind.

B. Die Beiträge von 105 Schülern für die Schülerbibliothek betrugen 105 fl.

Die bezüglichen Anschaffungen sind grossentheils beendet.

C. Franz-Josef-Verein zur Unterstützung dürftiger und würdiger Schüler der Anstalt.

a) Activa.

1.	Kassabestand am 15. September 1878 . . .	790	fl.	78 kr.
2.	Beiträge der Mitglieder im Laufe des Schuljahres	84	„	65 „
3.	Interessen vom eingelegten Kapital . . .	40	„	44 „
4.	Für verkaufte Bücher	1	„	48 „
	Zusammen .	917	fl.	35 kr.

b) Passiva.

1.	Für Bücher und Schulrequisiten	22	fl.	30 kr.
2.	An Aufnahmstaxe und Schulgeld für 2 Schüler .	18	„	10 „
3.	An Porto	—	„	57 „
4.	Entlohnung für den Schuldiener	3	„	— „
	Zusammen .	43	fl	97 kr.
	Dazu der Kassabestand für 1879/80	873	„	38 „
	Gibt die obige Summe .	917	fl.	35 kr.

Verzeichnis der Beiträge der P. T. Mitglieder pro 1878/79.

	fl. kr.		fl. kr.
Herr Anton Badl	2 —	Herr Johann Gruber	1 —
„ Dr. Anton Baumann	1 —	„ Dir. Johann Gutscher	2 —
„ Prof. Franz Brelich	2 —	„ Franz Halbärth	2 —
„ Dr. Gaston v. Britto	5 —	„ Johann Isepp	3 —
„ Ignaz Dubsky	3 —	„ Prof. Dr. Karl Jahn	2 —
„ Johann Erhart	1 —	„ Prof. Josef Jonasch	1 —
„ Josef Frank	3 81	„ Johann Kadlik	1 —
„ Johann Gaisser	1 —	„ Prof. Gustav Knobloch	2 —
„ Johann Girstmayr sen.	3 —	„ Dr. Leonhard	1 —
„ Heinrich Göthe	2 —	„ Dr. Lorber	2 —
„ Thomas Götz	2 —	„ Michael Marco	2 —
„ Mathias Grill	2 —	„ Josef Martinz	2 —

		fl. kr.			fl. kr.
Herr	Johann Merio	2 —	Herr	Wenzel Schneider	2 —
„	Dr. Orosel	2 —	„	Franz Schosteritsch	1 —
„	Fr. Pototschnig in W.-Graz	2 —	„	Dr. Terč	2 —
„	Josef Prodnigg	1 —	„	Josef Wagner	2 —
„	Dr. Amand Rak	2 —	„	Dr. Walenta	2 —
„	Dr. Mathäus Reiser	2 —	„	Franz Wels	2 —
„	Anton Scheikl	1 —	Frau	Cäcilie Büdefeldt	1 —
„	Alexander Schilling	1 —	Schüler	F. Wagrandl der I. Kl.	— 30
„	Franz Schmid	3 —	Aus	Bosnien 1 Dukaten	5 54
„	Dr. Josef Schmiderer	2 —		Summe fl.	84 65

Die Eltern der Schüler Badl, Büdefeldt, Götz, Huberger und Prodnigg der III. Klasse schenkten verschiedene Kleidungsstücke; die Buchhandlung K. Gräser in Wien widmete 3 Exemplare des mittelhochdeutschen Lesebuches von Jauker und Noë.

Frau Louise Ferlinc schenkte dem Vereine wie in den früheren Jahren wieder einen namhaften Beitrag an Schreib- und Zeichenrequisiten.

Prof. Josef Jonasch, Kassier
Prof. Ferdinand Schnabl, Oekonom } des Vereines.

Der Berichterstatter spricht hiemit den geehrten Gönnern und Freunden der studierenden Jugend für die empfangenen Beiträge und Gaben den wärmsten Dank aus mit der Bitte, ihr gütiges Wolwollen und ihre werkthätige Unterstützung dem Vereine auch für die Zukunft erhalten zu wollen.

VII. Vermehrung der Bibliothek und der Lehrmittelsammlungen und Art der Erwerbung.

A. Lehrerbibliothek.

a) Geschenke.

I. Vom h. k. k. Ministerium für Cultus und Unterricht:

1. Geschichte der Pest in Steiermark, von Dr. Richard Peinlich. 2 Bde.
2. Bericht der Handels- und Gewerbekammer in Laibach für das Jahr 1875. 1 Bd.
3. Bericht der Handels- und Gewerbekammer in Wien für das Jahr 1877. 1 Bd.
4. Die Verwaltung der österreichischen Hochschulen von 1868—1877, von Dr. Karl Lemayer. 1 Bd.
5. Navigazione e commercio in porti austriaci nel 1877. 1 Bd.
6. Movimento della navigazione in Trieste nel 1877 & 1878. 2 Bde.
7. Movimento commerciale in Trieste nel 1877. 1 Bd.
8. Navigazione austro-ungarica all'estero nel 1877. 1 Bd.
9. Mittheilungen der anthropologischen Gesellschaft in Wien. VII. Bd. 1877. 1 Band.

II. Von der h. k. Akademie der Wissenschaften in Wien: Den Anzeiger beider Klassen für 1879.

III. Vom h. k. k. Landesschulrathe:

1. Bericht über österreichisches Unterrichtswesen aus Anlass der Weltausstellung 1873, von Dr. Adolf Ficker. (2 Bde. und 30 Tafeln in Enveloppe).
2. Oesterreichische botanische Zeitschrift, von Dr. Skofitz. Jahrgang 1879.

IV. Von dem hochw. fürstbischöfl. lavanter Consistorium in Marburg: Personalstand des Fürstbisthums Lavant. 1879. 3 Expl.

V. Von dem löbl. steierm. Landesausschusse: 66. Jahresbericht des steierm.-landschaftl. Joanneums in Graz für 1877. 2 Expl.

VI. Von der löbl. Buchhandlung:

a) Hölzel in Wien: Kozenn, Leitfaden der Geographie, 3. Theil, von Dr. Konrad Jarz. 1 Bd.
b) Gräser in Wien: 1. Grundriss der Weltgeschichte für Obergymnasien, 2. Theil, von Dr. J. Loserth. 1 Bd. 2. Jauker und Noë, mittelhochdeutsches Lesebuch. 1 Bd.
c) Klinkhardt in Wien: 1. Deutsche Grammatik für österr. Mittelschulen, von Dr. F. Willomitzer. 1 Bd. 2. Französische Chrestomathie, von A. Bechtel. 1 Bd.
d) Pierer in Altenburg: Lehrbuch der englischen Sprache, von Dr. Karl Krüger. I. Cursus. 1 Bd.
e) Bädeker in Essen: Lese- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Algebra, 2. Theil, von Dr. Heilermann und Dr. Diekmann. 1 Bd.

Für alle diese Geschenke wird hiemit geziemend gedankt.

b) Ankauf.

1. Die Wiener Zeitung. 1879.
2. Verordnungsblatt für den Dienstbereich des hoh. k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht. 1879.
3. Dr. Josef Kolbe: Zeitschrift für das Realschulwesen. 1879.
4. G. Gröber: Zeitschrift für romanische Philologie. Supplementheft I. und II. und III. Bd. 1. Heft.
5. Herrig: Archiv für das Studium der neueren Sprachen. 60. und 61. Bd.
6. Trautmann: Anglia, Zeitschrift für englische Philologie. II. Bd. 1., 2. und 3. Heft.
7. Petermann: Geographische Mittheilungen. 1879.
8. Friedr. v. Hellwald: Ausland. 1879.
9. Hoffmann: Zeitschrift für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. 1879.
10. Schlömilch: Zeitschrift für Mathematik und Physik. 1879, und 1 Supplementheft.
11. Wiedemann: Annalen der Physik und Chemie. 1879.
12. Kolbe: Journal für praktische Chemie. 1879.
13. Arendt: Chemisches Centralblatt. 1879.
14. Lützow: Zeitschrift für bildende Kunst. 1879.
15. Lorinser: Das Buch der Natur: I. Bd. Astronomie, II. Bd Geologie und

Paläontologie, III. Bd. Geographie und Meteorologie, IV. Bd. Botanik. 4 Bde.
16. Sanders: Wörterbuch der deutschen Sprache. 3 Bde.
17. Düntzer: Erläuterung von Schillers lyrischen Gedichten. 2 Bde.
18. Heine: Sämmtliche Werke. 18 Bde. in 9 gebunden.
19. Grimm: Wörterbuch. IV. Bd. I. Abthlg. 10. Liefg. und VI. Bd. 3. Liefg.
20. Lexicon palæoslovenico-graeco-latinum. 1 Bd.
21. Michaëlis Karolina: Studien zur romanischen Wortschöpfung. 1 Bd.
22. Lücking: Die ältesten französischen Mundarten. 1 Bd.
23. Gröber: Die Liedersammlungen der Troubadours, als 9. Heft der romanischen Studien von Böhmer. 1 Bd
24. Corneille: Oeuvres complétes (Les grands écrivains de la France) 12 Bde. und 1 Album.
25. Sachs: Wörterbuch, II. Thl., 18., 19., 20. Liefg.
26. Scott W.: Works. 23 Bde. Tauchnitz-Ausgabe.
27. Koch: Historische Grammatik der englischen Sprache. II. Bd. Die Satzlehre. 2. Auflage von J. Zupitza. 1 Bd. III. Bd., 1. Thl. Die Wortbildung. Koch. 1 Bd. 2. Thl. Fremde Elemente. Koch. 1 Bd.
28. Fowler: English grammar. 1 Bd.
29. Janisch: Topographisches Lexikon von Steiermark. 20.—25. Lfg.
30. Peschel: Geschichte des Zeitalters der Entdeckungen. 1 Bd.
31. Krones: Handbuch der österreichischen Geschichte. 24.—28. Lfg. (Schluss).
32. Duncker: Geschichte des Alterthums. 2. Bd.
33. Weber: Weltgeschichte. 12. und 13. Bd. und 3 Bde. Register.
34. Sybel: Geschichte der Revolutionszeit 1789—95. 21 Lieferungen und 1 Ergänzungsheft.
35. Giesebrecht: Geschichte der deutschen Kaiserzeit. I. und II. Bd.
36. Behm: Geographisches Jahrbuch. VII. Bd 1878.
37. Brachelli: a) Statistische Skizze der Staaten Europas. 1 Hft. b) Statist. Skizze des deutschen Reiches. 1 Hft. c) Statist. Skizze der österreichisch-ungarischen Monarchie. 1 Hft.
38. Matthiessen: Grundzüge der antiken und modernen Algebra der litteralen Gleichungen. 1 Bd.
39. Clebsch: Theorie der binären algebraischen Formen. 1 Bd.
40. Königsberger & Zeuner: Repertorium der mathematischen Arbeiten etc. II. Bd. 1.—5. Hfte.
41. Staudt: Geometrie der Lage. 1 Bd.
42. Vogel: Das Mikroskop. 1 Bd.
43. Naumann: Elemente der theoretischen Krystallographie. 1 Bd.
44. Brehm: Thierleben. 2 Bde. (nach der Folge der 5. und 6.)
45. Krebs: Einleitung in die mechanische Wärmetheorie. 1 Bd.
46. Matthiessen: Grundriss der Dioptrik geschichteter Linsensysteme. 1 Bd.
47. Sonnenschmidt: Kosmologie. 1 Bd.
48. Laplace: Oeuvres complètes. 2 Bde.
49. Fehling: Handwörterbuch der Chemie. II. Bd. 13. Lieferung und III. Bd. 1.—4. Lieferung.

50. Heumann: Anleitung zu chemischen Experimenten. 3. und 4. Lfg. (Schluss).
51. Graham-Otto: Ausführliches Lehrbuch der Chemie. I. Bd. Physikalische und theoretische Chemie in 2 Abthlg. gesondert. Dazu: Ausführliches Lehrbuch der organischen Chemie, von H. Kolbe, in 3 Bden., I., II. und III., wovon der III. Bd. in 2 Abtheilungen gesondert ist.

B. Schülerbibliothek.

1. Zöllner, Mothes u. A.: Das Buch der Erfindungen. 7. Aufl. 6 Bde.
2. Gustav Freytag: Soll und Haben. 23. Aufl. 2 Bde.
3. Die Naturkräfte. Bd. XIV.—XXI. 8 Bde.
4. Jules Verne: Ein Kapitän von 15 Jahren. 2 Bde.
5. Jules Verne: Die Entdeckung der Erde. 2 Bde.
6. Schober: Sigismund Freiherr von Herberstein. 1 Bdchn.
7. Isidor Proschko: Oesterreichische Volks- und Jugendschriften zur Hebung der Vaterlandsliebe. 12 Bdchn.
8. Wilh. Pütz: Historische Darstellungen und Charakteristiken für Schule und Haus. 4 Bde.
9. Adalbert Stifter: Studien. 3 Bde.
10. Aug. Graf v. Platen: Gesammelte Werke. 2 Bde.
11. Otto Hoffmann: Der Kriegspfad. 1 Bd.
12. „ „ Der Lootse. 1 Bd.
13. „ „ Der Prairievogel. 1 Bd.
14. „ „ Der weisse Häuptling. 1 Bd.
15. „ „ Peter Simpel. 1 Bd.
16. M. Barack: Richard Löwenherz. 1 Bd.
17. Hellwald und Umlauft: Geographische Jugend- und Volksbibliothek. 4 Bde.
18. Pennerstorfer: Oesterreichische Geschichte in Gedichten. 2 Abthlgn. 2 Bde.
19. Franz Krones: Geschichte Oesterreichs für die reifere Jugend. 2 Expl. in je 2 Theilen. 4 Bde.

C. Geographie und Geschichte.

Custos: F. Fasching.

Ankauf:

Chavanne: Physikalische Wandkarte von Afrika, aufgezogen in Mappe.

D. Naturgeschichte.

Custos: Josef Nawratil.

a) Geschenke.

1. Von Herrn Baron Gödel-Lannoy: 2 Schlangen und 1 Chamäleon.
2. Von Herrn Prof. Dr. G. v. Britto: 1 Schlange.
3. Von Herrn Rittmeister H. Schram: 1 Vogel (Merops apiaster).
4. Von Herrn Photographen H. Krappek: 38 Stück Petrefakten.

Für diese Geschenke wird hiemit der beste Dank ausgesprochen.

b) Ankauf.

1. Arnoldi: Pilzsammlung aus Papiermasse, 12 Lieferungen mit je 12 Exempl.
2. Ein Iltis.

3. 18 Stück Conchylien und Crustaceen.
4. 50 Stück kleine Mineralienschachteln.
5. 17 Stück Werkzeuge.

E. Physik.

Custos: Dr. Gaston R. v. Britto.

Ankauf.

1. Krämerwage zugleich für hydrostat. Versuche mit einem hohlen und einem massiven Cylinder.
2. Fessel's Schwungapparat.
3. 2 Stimmgabeln auf Resonanzkästchen.
4. Ein Konvexspiegel.
5. Wheatstone's Rheostat.
6. 4 Wandtafeln für die doppelte Brechung.
7. Mehrere Thonzellen und Gläser für galvanische Elemente.

F. Chemie.

Custos: Robert Spiller.

Ankauf.

1. Ein Taschenspektroskop.
2. Eine Wandtafel für Bessemerstahlfabrikation. Ergänzung der Präparatensammlung. Rohmaterialien u. s. w.
3. 2 Lampengestelle.
4. 6 irdene Töpfe.

G. Geometrie.

Custos: Josef Jonasch.

Ankauf.

1. 2 grosse Tafeldreiecke.
2. Eine Kugelgestalt aus Draht mit 2 Meridianen und 3 Parallelkreisen.

H. Freihandzeichnen.

Custos: Ferd. Schnabl.

Ankauf.

a) Drahtmodelle: 1. Getheilte Gerade mit drei Marken. 2. Drei parallele Gerade. 3. Winkel mit beweglichen Schenkeln. 4. Ein Quadrat. 5. Gleichseitiges Dreieck. 6. Regelmässiges Sechseck. 7. Ein Kreis. 8. Ein Kreis mit umgeschriebenem Quadrate und 2 Durchmessern. 9. Zwei konzentrische Kreise mit 2 Durchmessern. 10. Ein Würfel. 11. Eine Parallelepiped. 12. Ein Cylinder. 13. Eine vierseitige Pyramide. 14. Ein Kegel. 15. Kugelgestalt, bestehend aus Aequator und 2 Meridianen.
b) Ein Kasten zur Aufbewahrung von Modellen.
c) Storck: Kunstgewerbliche Vorlageblätter. 12. Lfg. mit 10 Blättern.
d) Andêl: Das polychrome Flachornament. 3., 4. und 5. Liefg.

VIII. Maturitätsprüfung.

Im Schuljahre 1878/9 meldeten sich sämmtliche 10 Schüler der VII. Klasse zur Maturitätsprüfung. Dazu kam noch ein Kandidat, welcher bei der Maturitätsprüfung am Schlusse 1877/8 reprobiert worden war und mittelst Erlasses des hochlöbl. k. k. steierm. Landesschulrathes vom 18. März 1879 Z. 1489 die Erlaubnis erhielt, sich der Maturitätsprüfung am Schlusse des Schuljahres 1878/9 an der hiesigen Anstalt zum zweiten Male zu unterziehen. Die schriftlichen Klausurprüfungen wurden am 26., 27., 28., 29. und 30. Mai abgehalten, und die Prüflinge hatten dabei folgende Aufgaben zu bearbeiten:

a) Aus der deutschen Sprache: Die Weltstellung Wien's in geographischer und historischer Beziehung.

b) Uebersetzung aus dem Französischen in's Deutsche: Discours sur le style, par Buffon.

c) Uebersetzung aus dem Deutschen in's Französische: Madame de Staël (aus Scherr's: Allgemeine Geschichte der Literatur).

d) Uebersetzung aus dem Englischen in's Deutsche: The light of knowledge, by M. Glaser.

e) Aus der Mathematik:

1. Wie viele Glieder einer geometrischen Reihe, deren Anfangsglied 3 ist, muss man summieren, um die Summe 8·843926 zu erhalten, wenn die Summe der 3 ersten Glieder der Reihe $6\cdot\dot{3}$ beträgt?
2. Ueber einer gegebenen Geraden $AB = a$ als Durchmesser ist ein Halbkreis verzeichnet. Es soll auf diesem Halbkreise ein Punkt C so bestimmt werden, dass wenn der Halbkreis um AB als Axe gedreht wird, die Sehne AC dieselbe Fläche beschreibt als der Bogen CB.
3. Ein Winkel $\alpha = 293^0\ 41'\ 30''$ soll durch zwei gerade Linien, die durch seinen Scheitel gezogen werden, in drei Theile so getheilt werden, dass, wenn die beiden äusseren Theile je um eine der beiden Geraden so lange gedreht werden, bis die äusseren Schenkel zusammenfallen, die Ebenen dieser Winkel unter einem Winkel von 125^0 gegen einander geneigt sind. Wie gross müssen die beiden äusseren Theile des Winkels α sein, wenn der mittlere Theil $\beta = 127^0\ 32'\ 20''$ ist?

f) Aus der darstellenden Geometrie:

1. Eine Raumgerade AB und ein Raumpunkt C sind gegeben; man bestimme eine Ebene E, welche durch C geht und von AB einen Abstand m hat. Wie viel Auflösungen sind im Allgemeinen, wie viel in speziellen Fällen möglich? Wann ist die Auflösung unmöglich? AB//AX; ihr Abstand von der h.P.E = 4 cm,
 „ „ „ „ v.P.E = 4 cm;

$$C \left\{ \begin{array}{l} x = 3 \text{ cm.} \\ y = -1{\cdot}5 \text{ cm; } m = 3 \text{ cm.} \\ z = 4 \text{ cm.} \end{array} \right.$$

2. Es ist ein Kegel K und die horizontale Trace einer Ebene E gegeben. Diese Ebene ist derart zu ergänzen, dass ihr höchster Punkt des Schnittes mit der Kegelfläche von der h.P.E eine gegebene Entfernung m habe. An den Schnitt ist in jenem Punkte eine Tangente zu bestimmen, welcher der v.P.E am nächsten ist. $r = 5$ cm, $h = 10$ cm. Eh und AX sind von dem Mittelpunkte der Basis um 6 cm entfernt, und Eh bildet mit AX einen Winkel von 60^0. $m = 4$ cm.
3. Auf zwei vierseitigen Prismen P und P′, deren Grundflächen Quadrate Q und Q′ sind, steht ein vertikaler Kreiscylinder, dem wieder ein mit P′ kongruentes Prisma P″ aufgesetzt ist. Die Mittellinien aller 4 Körper, wie auch die Diagonalebenen der Prismen fallen zusammen. Von diesen Körpern soll nach der Distanzmethode die perspektivische Projektion gesucht werden. Die Bildebene geht durch die vordere rechte (vertikale) Kante des Prisma P und hat gegen die anstossenden Seiten gleiche Neigung (45^0); die vertikale Ebene geht durch die vordere linke Kante des Prisma P′. Halbe Distanz = 12 cm, Höhe des Horizontes = 6 cm. Seite von Q = 8 cm, Höhe von P und P′ = 2 cm, Seite von Q′ = 6 cm, Höhe des Cylinders = 11 cm, Radius des Cylinders = 3 cm.

Die mündliche Maturitätsprüfung wird unter dem Vorsitze des Herrn k. k. Landesschulinspektors Dr. Johann Zindler in der zweiten Hälfte Juli vorgenommen und das Ergebnis derselben in dem Jahresberichte für 1879/80 veröffentlicht werden.

Von den Kandidaten waren alt: 17 Jahre 1, 18 Jahre 4, 19 Jahre 3, 20 Jahre 2 und 21 Jahre 1.

Die Studien dauerten: 7 Jahre bei 8, 8 Jahre bei 3 Kandidaten.

IX. Chronik.

Durch die Erlässe des h. k. k. steierm. Landesschulrathes vom 12. September 1878, Z. 4461 und 4517 wurde den Professoren Ferd. Schnabl und Josef Jonasch die 3. Quinquennalzulage zuerkannt.

Das Schuljahr begann am 16. September 1878 mit einem Gottesdienste.

Der Erlass des h. k. k. steierm. Landesschulrathes vom 28. September 1878, Z. 6022 gibt die Ernennung des Prof. Johann Repitsch zum Professor der k. k. Staatsgewerbeschule in Brünn bekannt.

Am 4. Oktober wurde das Namensfest Seiner k. und k. Apostolischen Majestät durch einen Schulgottesdienst gefeiert, und der Lehrkörper wohnte dem in der Domkirche aus gleichem Anlasse zelebrierten Hochamte bei.

Mit Erlass des h. k. k. Landesschulrathes vom 12. Oktober 1878, Z. 5806 wird die Bestellung der Supplenten Karl Schwarzer und Moriz Glaser genehmigt; desgleichen mit Erlass vom 10. Oktober 1878, Z. 6313 die Bestellung des Supplenten Dr. Karl Jahn.

Am 19. November wurde zu Ehren des Allerhöchsten Namensfestes Ihrer Majestät der Kaiserin ein Schulgottesdienst abgehalten.

Durch den Erlass des h. k. k. Landesschulrathes vom 31. Jänner 1879, Z. 7614 wurde dem Prof. Ferdinand Schnabl für die Veranstaltung einer Ausstellung von Schülerzeichnungen die Anerkennung ausgesprochen.

Das I. Semester schloss am 15. Februar und das II. Semester begann am 19. Februar 1879.

Die Feier der silbernen Hochzeit des Allerhöchsten Kaiserpaares wurde am 24. April 1879 von der Schule auf folgende Weise begangen. Zuerst wohnte der Lehrkörper mit den Schülern einem feierlichen Hochamte bei. Hierauf versammelten sich der Lehrkörper und die Schüler in dem festlich geschmückten Saale für das geometrische Zeichnen. Hier sangen die Schüler unter Leitung des Professors Jonasch das „Bundeslied" von Mozart und darauf hielt Prof. Nawratil folgende Festrede:

„Meine jungen Freunde! Wir haben uns hier versammelt, um den zweiten festlichen Akt des hohen Tages zu begehen, welcher als ein seltener Jubeltag das Herz eines Jeden bewegen muss, der das grosse, herrliche Oesterreich seine Heimat nennen darf. Es ist dies der hohe Jubeltag der *silbernen Hochzeit* unseres heissgeliebten Herrscherpaares, *Sr. Majestät unseres allergnädigsten Herrn und Kaisers Franz Josef I. und unserer allergnädigsten Kaiserin Elisabeth.*

Wie jeder sittlich gebildete Mensch, dem ein gutes, unverdientes Glück erblühte, zu allererst aufblickt zu dem Urquell aller Menschengeschicke, zu Gott, ihm herzinnig dankt für die Gabe des reinen Glückes und ihn bittet, den Gegenstand derselben zu behüten und dem ferneren Genuss zu erhalten, so haben auch wir uns zuerst im Gotteshause versammelt, um dem Allmächtigen für das seltene Glück zu danken, welches er uns beschieden, indem er unser heissgeliebtes, allergnädigstes Herrscherpaar diesen Jubeltag trotz der sorgen- und mühevollen Zeit von fünfundzwanzig Jahren in voller Kraft und Gesundheit und dem Genusse blühenden Familienglückes erleben liess. Wir haben im Gotteshause den Allmächtigen gebeten, er möge Se. Majestät unseren allergnädigsten Herrn und Kaiser und Ihre Majestät unsere allergnädigste Kaiserin, sowie die allerhöchste kaiserliche Familie behüten und bewahren und noch viele, viele Jahre in glücklicher Familienvereinigung erhalten zum Glück und Segen aller Völker unseres herrlichen Oesterreich, welche gleich uns das Glück des heutigen Festes feiern.

Nun sind wir in dem festlich geschmückten Saale unserer Lehranstalt versammelt, um den zweiten Akt des Festes zu begehen, und zwar wieder geleitet durch das Bedürfnis des freudigerregten Menschenherzens. Jedem von uns ist es gewiss Bedürfnis, nach vollendetem Gottesdienste den Gegenstand unseres heutigen Festtages näher zu betrachten, der unser Gemüth so freudig erregt, um dadurch den geistigen Genuss des Festes zu erhöhen und unauslöschlich in der Erinnerung zu befestigen.

Ist es möglich, dass Jemand von uns, den persönlich ein freudiges Ereignis bewegte, sich abschliesst und dasselbe in sich verbirgt? Nein. Es drängt ihn nach Mittheilung, nach Besprechung des Gegenstandes mit seinen Freunden, seinen Angehörigen im eigenen Hause. Nun, unsere Freundschaft, unsere Zusammengehörigkeit ist durch Bande geknüpft, welche zu den festesten gehören; es ist vor allen das Band des gemeinsamen Strebens nach Sittlichkeit, nach Erkenntnissen in den Wissenschaften, das uns in diesem Hause verbindet. Hierher drängt es uns, uns zu versammeln, um den Gegenstand unserer heutigen freudigen Erregung zu besprechen; und überaus glücklich macht es mich, dass es mir vergönnt ist, Ihnen, meine jungen Freunde, die Bedeutung des heutigen Jubeltages zu beleuchten.

Den ersten Grund zu dem freudigen Jubel, der am heutigen Tage die Völker des grossen Kaiserstaates so ausserordentlich bewegt, müssen wir jedenfalls in der tiefgewurzelten Liebe und Hingebung suchen, welche jeder Oesterreicher seinem Kaiser und Herrn überall entgegenbringt, wo immer sich die Gelegenheit dazu bietet. Dass das wirklich so ist, meine jungen Freunde, das wissen Sie bereits oder werden es erfahren bei dem Studium der österreichischen Geschichte, welche Ihnen die treue Anhänglichkeit des Oesterreichers an seinen geliebten Regenten in einer langen Reihe von Bildern ernsten und heiteren Inhalts manifestiert. Historisch, heldenhaft besiegelt sind die Beweise für des Oesterreichers Treue und Hingebung gegen seinen Kaiser und Herrn.

Wir fragen nun: Woher diese Liebe, diese Treue und Hingebung bis in den Tod? — Darauf, meine jungen Freunde, kann man antworten: Es ist dieses Gefühl aus den Geboten der sittlichen Erziehung, aus den Lehren und Geboten unserer Religion in uns übergegangen, — uns anerzogen worden. — Diese Antwort würde denn auch für das Allgemeine genügen, denn sie ist wahr; für Sie jedoch, meine Lieben, denen durch das Studium der Naturwissenschaften und der Geschichte ein tieferer Blick in die Existenzverhältnisse der irdischen Wesen geöffnet ist, glaube ich auch eine tiefer greifende Antwort zurecht legen zu können. Wir können uns die Antwort so bezeichnen: Diese Liebe, Treue und Hingebung gegen unseren Monarchen ist die Folge natürlicher Nothwendigkeit. Diese Gefühle werden aber noch verstärkt durch das moralische Bewusstsein der Verpflichtung, der Dankbarkeit gegen unseren Monarchen.

Ich sagte: . . . eine Folge natürlicher Nothwendigkeit.

Wenn Sie, meine jungen Freunde, die Gegenstände der Natur, deren Beschaffenheiten und Wirkungen, deren Vortheil oder Gefahr für den Menschen, wie das unsere Wissenschaften Ihnen vorführen, betrachten, so werden Sie finden, dass dieselben sich Ihrer Beobachtung immer in einem gewissen Grade der Vollkommenheit, der Fertigkeit in ihrer Bildung, in einem gewissen Wolstande darstellen. — Da liegt wol die Frage dem denkenden Menschen nahe: Was ist denn jenes Etwas, welches die Entwickelung des Gegenstandes so leitete und die Bedingungen schuf, unter welchen derselbe diesen Grad der Vollendung erreichte? — Die Antwort, meine Lieben, liegt

Ihnen ebenso nahe. Es sind in letzter Reihe jene unwandelbaren, für keine Wissenschaft definierbaren Fundamentalgesetze der Natur, welche der Schöpfer mit fortdauernd kräftiger Wirkung versehen hat, um das Entstehen, Andauern und Vergehen der Körper dieser Welt zu bewirken. — Betrachten Sie den im Blütenschmucke des Frühlings prangenden Baum! Sie wissen aus dem Studium der Botanik und Chemie, wie viele Zerlegungen und Bildungen von Stoffen, wie Licht und Wärme in ihren Wirkungen vorangehen mussten, um denselben in sein jetziges Prunkgewand zu hüllen; Sie wissen, wie sich der Baum bis zu den Stürmen des Winters ändern wird. Er hängt, wie jede Pflanze, jedes Thier, ja selbst der Stein von den Wirkungen jener ewigen Gesetze ab.

Uns Menschen hat Gott freier geschaffen; er gab uns Vernunft und freien Willen, ein zweites, über die Gesetze der physischen Natur gestelltes Leben der unsterblichen Seele. Allein er stellte dem Menschen zugleich die Aufgabe, durch Anstrengung seiner geistigen Kräfte sich die Bedingungen seiner Existenz und Wolfahrt selbst zu schaffen. — Wie der Mensch mühsam nach diesem Preise rang, wie er sich gleich in der ersten Zeit bewusst war, nur im Vereine mit Menschen, in gesellschaftlichem Zusammenwirken seinem Ziele näher zu kommen, mit welchem Jubel, mit welcher Dankbarkeit er die Offenbarungen des Christenthumes begrüsste und sich ihnen anschloss; das, meine Lieben, lehrt Sie die Geschichte. Aus derselben Wissenschaft erfahren Sie aber auch, wie es immer einem von Gott besonders begnadeten, ohne Zuthun der Mitmenschen erwählten Manne beschieden war, den Gesellschaften vorzustehen und deren Streben nach Wolfahrt durch erleuchtete Gesetze in sichere, zielbewusste Bahnen zu lenken. In dieser Beziehung verweise ich Sie mit Stolz und hoher Begeisterung auf die Geschichte unseres geliebten Oesterreich, um den Beweis zu führen, wie die glorreichen Vorfahren Sr. Majestät unseres allergnädigsten Herrn und Kaisers die Gesellschaft der Oesterreicher begründeten, wie sie dieselbe durch tausend Gefahren siegreich führten, wie sie den Völkern Oesterreichs durch von Gott erleuchtete Befähigung und unermüdliche Fürsorge das grosse, herrliche, ruhmbedeckte Vaterland schufen. — Die Liebe, Treue und Hingebung gegen den Monarchen ist darum bei dem Oesterreicher eine Folge natürlicher Nothwendigkeit; denn ihm verdankt er seine schöne Heimat, die Bedingungen seiner Existenz und seiner Wolfahrt.

Ist die Liebe, Treue und Hingebung gegen den Landesfürsten ein durch natürliche Nothwendigkeit in die Brust eines jeden Unterthanen gepflanztes Gefühl, um wie viel verstärkt muss dieses Gefühl in uns leben, denen das hohe Glück beschieden ist, unseren geliebten Kaiser Franz Josef I. unseren Landesfürsten nennen dürfen. Ueberblicken Sie die Geschichte Oesterreichs, so werden die glorreichen Thaten der Fürsten aus dem Hause Habsburg seit dem Anfange des 16. Jahrhunderts Ihnen die allmälige Befreiung der Völker Oesterreichs von fremdländischem, namentlich osmanischem Joche darthun. Sie werden weiter in der Geschichte finden, wie in späterer Zeit das fürsorgende Augenmerk der Landesfürsten sich der Verbesserung der inneren gesellschaftlichen Zustände des Staates zuwandte, und Sie werden endlich finden und können es mit eigenen Augen ansehen — denn Sie haben ja schon einen Theil miterlebt — dass in die gesegnete Zeit der Regierung unseres geliebten Kaisers Franz Josef I. sich eine Fülle von Einrichtungen drängt, entsprungen der höchsten Erleuchtung, der edelsten Fürsorge für das Wol der Völker, und gekrönt von den herrlichsten Erfolgen.

Sie sind noch zu jung, meine Lieben, um alle die segensreichen politischen Einrichtungen zu begreifen, welche Se. Majestät unser allergnädigster Herr und Kaiser seinen Völkern verliehen. Allein blicken Sie auf den heutigen Festtag, lesen Sie die Ausdrücke der Abgesandten aller Nationen, aller Glaubensgenossen in unserem schönen Vaterlande, welche das beglückende Fest der silbernen Hochzeit Ihrer Majestäten als Gelegenheit benützen, um mit den unterthänigsten Glückwünschen der Völker zugleich aus innerstem Herzen Worte der unbegränzten Ergebenheit und der tiefsten Dankbarkeit an den Stufen des allerhöchsten Thrones niederzulegen, und Sie werden daraus deutlicher noch als aus meinen Worten entnehmen, wie unendlich viel die Völker unseres glücklichen Oesterreich der fürsorgenden Gnade ihres erleuchteten Regenten zu danken haben. Und wie antwortet Se. Majestät unser allergnädigster Herr und Kaiser diesen Abgesandten seiner Völker? Worte der höchsten Huld, ergreifender Güte und erleuchtetster Erkenntnis der verschiedenen Zustände tragen sie ihren beglückten Absendern zurück. Fürwahr! die Völker Oesterreichs feiern heute noch mehr als das freudige Fest der silbernen Hochzeit Ihrer Majestäten, sie feiern das hohe Fest der verbrüderten Zusammengehörigkeit durch den, wie aus Einem grossen Herzen aufsteigenden Jubelton der unbegränzten Liebe, Treue, Ergebenheit und Dankbarkeit gegen Se. Majestät unseren allergnädigsten Herrn und Kaiser Franz Josef I., Ihre Majestät unsere allergnädigste Kaiserin Elisabeth und das ganze allerhöchste Kaiserhaus.

Und wer, meine Lieben, hat mehr Ursache, aus vollster Seele mit in den allgemeinen Jubelton einzustimmen, als gerade Sie? Nirgends zeigt sich die hocherleuchtete Fürsorge Sr. Majestät unseres allergnädigsten Herrn und Kaisers für das Wol seiner Völker deutlicher und greifbarer, als gerade bei Ihnen. Wie schwierig und wenigen erreichbar war das Ziel der gründlichen, wissenschaftlichen Ausbildung vor dem gesegneten Regierungsantritte Sr. Majestät unseres Kaisers Franz Josef I.! Es fehlte an Schulen jeder Kategorie, und wo sie vorhanden waren, entsprachen sie nicht den Anforderungen der in der Kultur so vorgeschrittenen Zeit. Nun überwacht auf allerhöchsten Befehl die Regierung Sr. Majestät den öffentlichen Unterricht der Jugend von der Volksschule an bis zur Hochschule, die Schulen sind ausserordentlich vermehrt, in ihren Einrichtungen den Forderungen der Zeit angepasst und durch Heranbildung tüchtiger Lehrer ist für den Erfolg des Unterrichtes gesorgt. Diese wolthätigen Reformen erscheinen bei den Schulen jeden Ranges, von den Hochschulen bis zu den niedrigsten Volksschulen und sind so bedeutend, dass man in den älteren Schulen kaum die Rudimente der neueren erkennen kann. Damit auch der ärmste Schüler die Vortheile des Unterrichtes geniessen könne, ist das Schulgeld an den niederen Schulen ganz aufgehoben; an den Mittel- und Hochschulen bestehen zur Unterstützung der armen Studenten eigene Vereine, welche auch reichliche Spenden aus der Privatkasse Sr. Majestät unseres allergnädigsten Kaisers erhalten. Auch der Unterstützungsverein an unserer Lehranstalt, welcher den Namen unseres allerhöchsten Herrn und Kaisers tragen darf, hat für eine solche Spende Sr. Majestät zu danken.

Es würde mich zu weit führen, wenn ich alle Richtungen, in denen das Unterrichtswesen seit dem Jahre 1849 verbessert wurde, hier auch nur andeuten wollte. Sie, meine jungen Freunde, können sich aus dem Gesagten schon eine Vorstellung davon machen, wie viel auf diesem Gebiete Neues und Grosses geschaffen wurde. Se. Majestät bewilligte hiezu die reichsten Mittel und fördert alles, was zur geistigen und körperlichen Ausbildung der Jugend dienlich ist und dem fleissigen Knaben und Jünglinge das schöne Streben nach Bildung erleichtert. Darum ist aber auch die österreichische Jugend, und darum sind auch Sie, meine jungen Freunde, ganz besonders Sr. Majestät unserem allergnädigsten Kaiser zu unendlicher Dankbarkeit verpflichtet.

Allein wie können Sie diese Dankbarkeit nur einigermassen zum Ausdruck bringen? Sr. Majestät unserem allergnädigsten Kaiser und Herrn liegt vor Allem das Wol seiner Unterthanen und der Ruhm unseres theueren Vaterlandes am Herzen; auf Zufriedenheit des Volkes und kräftiges, freudiges Mitwirken aller seiner Glieder an dem Ausbau und der Verschönerung unseres Vaterlandes nach dem Wahlspruche: „Viribus unitis", zu deutsch: „Mit vereinten Kräften" ist der Wille Sr. Majestät unseres allergnädigsten Kaisers gerichtet. Erfüllen Sie diesen Willen auf's pünktlichste! Schliessen Sie sich mit der innigsten Liebe an unser theueres Vaterland! Benützen Sie sorgfältig die reichen Mittel zur Ausbildung Ihrer Geistes- und Körperkräfte, schärfen Sie ihren Verstand und stärken Sie sich in der Sittlichkeit, damit Sie dereinst den berechtigten Hoffnungen des Vaterlandes in jeder Beziehung entsprechen.

Und jetzt, da uns die Verhältnisse es nicht gestatten, uns mit unseren Gefühlen der innigsten Liebe und Dankbarkeit in den Reihen unserer Landsleute den Stufen des allerhöchsten Thrones unmittelbar zu nahen, fordere ich Sie auf, denselben hier in unserem Festsaale, im Angesichte der festlich bekränzten Bildnisse Ihrer Majestäten durch ein dreimaliges begeistertes „Hoch" auf Se. Majestät unseren allergnädigsten Herrn und Kaiser Franz Josef I., Ihre Majestät unsere allergnädigste Kaiserin Elisabeth und das ganze glorreiche Allerhöchste Kaiserhaus Ausdruck zu geben. Hoch! Hoch! Hoch!"

In das am Schlusse der Rede ausgebrachte dreimalige Hoch auf Ihre Kaiserlichen Majestäten und das Allerhöchste Kaiserhaus stimmte die ganze Versammlung begeistert ein. Mit dem Absingen der Volkshymne wurde sodann die Feier geschlossen. Hierauf begab sich der Lehrkörper zu dem aus demselben Anlasse in der Domkirche zelebrierten Hochamte.

Durch den Erlass des h. k. k. Landesschulrathes vom 22. Mai 1879, Z. 3246 wurde dem Lehrkörper und insbesondere dem k. k. wirkl. Lehrer August Němeček aus Anlass der Feier der silbernen Hochzeit Ihrer Kaiserlichen Majestäten die Anerkennung ausgedrückt.

Durch den Erlass des h. k. k. Statthalterei-Präsidiums vom 16. Mai 1879, Z. 1447 präs. wurde dem Lehrkörper der Dank Seiner Kaiserl. und Königl. Apostol. Majestät bezüglich der aus Anlass der silbernen Hochzeit des Allerhöchsten Kaiserpaares dargebrachten Huldigung bekannt gegeben.

Am 30. Juni wohnten die dienstfreien Mitglieder des Lehrkörpers dem von dem hochwürdigsten Herrn Fürstbischofe von Lavant zum Andenken an das Hinscheiden Seiner Majestät des Kaisers Ferdinand zelebrierten Trauergottesdienste bei.

Am 15. Juli wurde das Schuljahr mit einem Dankgottesdienste und der Zeugnisvertheilung geschlossen.

X. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

Erlass des hoh. k. k. Statthalt.-Präsidiums vom 11. Mai 1879, Z. 1511 präs.: Bekanntgabe, dass Herr Schulrath Josef Grandauer als Ministerial-Kommissär mit der Inspizierung des Freihandzeichnen-Unterrichtes an den Mittelschulen Steiermarks betraut worden sei.

Erlässe des hoh. k. k. steierm. Landesschulrathes:

1. Vom 2. August 1878, Z. 4540: Beschränkungen bezüglich der Aufnahme von Schülern in Kost und Wohnung bei den Direktoren und den Lehrern der Mittelschulen.

2. Vom 10. Oktober 1878, Z. 6037: Genehmigung der Abhaltung des Stenographieunterrichtes in 2 Abtheilungen mit je 2 wöchentl. Stunden. Von 1879/80 an haben die beiden Abtheilungen zu alternieren.

3. Vom 10. Oktober 1878, Z. 6164: Genehmigung der Abhaltung des Gesangsunterrichtes in 1 Abtheilung mit 2 wöchentl. Stunden.

4. Vom 23. Oktober 1878, Z. 6798: Schüler der I. Klasse, welche in beiden Semestern die III. allgem. Fortgangsklasse erhielten, können in besonders rücksichtswürdigen Fällen auf Antrag des Lehrkörpers vom h. k. k. Landesschulrathe die Bewilligung zur Wiederholung der I. Klasse an derselben Anstalt erhalten.

5. Vom 21. November 1878, Z. 7213: Ausführungs-Verordnung zu dem Erlasse des h. k. k. Minist. f. C. und U. vom 4. November 1878, Z. 17722, betreffend die Befreiung von der Zahlung des Schulgeldes.

6. Vom 30. November 1878, Z. 7161: Weisung in Betreff des Freihandzeichnen-Unterrichtes auf der I. Stufe.

7. Vom 27. Jänner 1879, Z. 514: Bestimmungen, die Ertheilung der III. allgem. Fortgangsklasse betreffend.

8. Vom 22. Februar 1879, Z. 909: Bekanntgabe bezüglich der Beaufsichtigung des Religionsunterrichtes für Schüler der augsburg. und helvet. Konfession.

9. Vom 20. März 1879, Z. 1536: Anordnung bezüglich der Feier der silbernen Hochzeit des Allerhöchsten Kaiserpaares am 24. April 1879.

10. Vom 15. März 1879, Z. 7917 ex 1878: Anordnung in Betreff der Hintanhaltung der Zunahme der Kurzsichtigkeit der Schüler und bezüglich der sanitären Beschaffenheit der Schulgebäude.

11. Vom 26. April 1879, Z. 2340: Weisung in Betreff des vom h. k. k. Minist. f. C. und U. unter dem 15. April 1879, Z. 5607 veröffentlichten Normallehrplanes für Realschulen.

12. Vom 15. Mai 1879, Z. 3036: Die von der Schulgeldzahlung halbbefreiten Maturitätsprüfungs-Kandidaten haben nur die halbe Prüfungstaxe zu entrichten.

13. Vom 21. Mai 1879, Z. 3035: Bestimmung bezüglich der Einbeziehung des Turnens unter die obligaten Gegenstände bei Ertheilung der III. allgem. Fortgangsklasse.

XI. Aufnahme der Schüler für das Schuljahr 1879/80.

Das Schuljahr 1879/80 beginnt am 16. September 1879.

Die Aufnahme der Schüler findet am 13., 14. und 15. September vormittags von 9—12 Uhr in der Direktionskanzlei statt.

Diejenigen Schüler, welche in die I. Klasse aufgenommen werden wollen, müssen sich gemäss der Ministerial-Verordnung vom 14. März 1870 Z. 2370 einer Aufnahmsprüfung unterziehen. Bei dieser Prüfung wird gefordert: „Jenes Mass von Wissen in der Religion, welches in den 4 ersten Jahrgängen der Volksschule erworben werden kann; Fertigkeit im Lesen und Schreiben der deutschen Sprache und eventuell der lateinischen Schrift; Kenntnis der Elemente aus der Formenlehre der deutschen Sprache; Fertigkeit im Analysieren einfacher bekleideter Sätze; Bekanntschaft mit den Regeln der Rechtschreibung und der Lehre von den Unterscheidungszeichen, sowie richtige Anwendung derselben beim Diktandoschreiben; Uebung in den 4 Grundrechnungsarten in ganzen Zahlen.“ Ausserdem müssen die obgenannten Schüler das 10. Lebensjahr vollendet haben.

Jeder neu eintretende Schüler hat sich mit seinem Tauf- oder Geburtsscheine, dann mit dem Abgangszeugnisse der Lehranstalt, an der er zuletzt gewesen ist, auszuweisen, und jeder von einer öffentlichen Volksschule kommende Schüler hat ein Frequentations-Zeugnis derselben mitzubringen; gegen die Verweigerung der Aufnahme steht der Rekurs an den k. k. Landesschulrath offen. Auch die in eine höhere Klasse als die erste neu eintretenden Schüler haben sich im Allgemeinen einer Aufnahmsprüfung zu unterziehen. Die von einer anderen Mittelschule kommenden Schüler haben die vorgeschriebene Abmeldung an der Lehranstalt, an welcher sie zuletzt gewesen, nachzuweisen. — Jeder neu eintretende Schüler hat die Aufnahmstaxe von 2 fl. 10 kr. und 1 fl. Bibliotheksbeitrag bei der Aufnahme zu erlegen. Die nicht neu eintretenden Schüler haben das letzte Semesterzeugnis vorzuweisen und entrichten bei der Einschreibung blos den Bibliotheksbeitrag.

Das Schulgeld beträgt jährlich 16 fl. und ist in zwei gleichen Semestral-Raten à 8 fl. zu entrichten.

Die Aufnahms- und Wiederholungsprüfungen werden am 14. und 15. September in den betreffenden Klassenzimmern abgehalten werden.

XII. Verzeichnis der Schüler.

I. Klasse.

Anderlitsch Anton
Bablitsch Karl
Belec Jakob
Bobek Karl
Dernjatsch Ernst
Fiala Rupert
Fitz Franz
Gasser Josef
Jakopp Ludwig
Lankus Karl
Lininger Arthur
Lorber Felix
Madersbacher Albert
Martinz Josef
Morpurgo Ignaz
Prettner Josef
Rist Konrad
Schmid Franz
Schmidt Franz
Skaza Franz
Sparovitz Hugo
Stolz Friedrich
Stolz Heinrich
Stolz Max
Streithofer Karl
Tschrepp Eduard
Wagrandl Ferdinand
Wambara Franz

28.

II. Klasse.

Demmel Johann
Erntner Josef
*Ferlinc Franz
Golob Franz
Kašel Martin
Madile Daniel
Michelitsch Franz
Mundy Karl
Nendl Theodor
Pelko Josef
Praxmarer Ernst
Premrov Josef
Pušnik Johann
Redl Eugen
Richter Ignaz
Sok Alois
Tambour Othmar
*Wicher Paul

18.

III. Klasse.

Abt Ferdinand
Badl Viktor
Büdefeldt Wilhelm
Götz Emerich
Hofer Aurel
Huberger Karl
Konyary Arpad
Loh Ludwig
*Maticsevits Alexander
Prodnigg Friedrich
Seebacher Adolf
Vuić Peter
Wabitsch Anton

13.

IV. Klasse.

Abt Johann
Franz Anton
Göthe Karl
Götz Moriz
Gschaider Ladislaus
Ilger Friedrich
Klinger Anton
Mally Raimund
Nowak Anton
Philippek Julius
Pototschnig Heinrich
Rupnik Miroslav
Seinkovitsch Jakob
*Tschmelitsch Hugo

14.

V. Klasse.

Dubsky Ferdinand
Fauland Leopold
Halbärth Franz
Jagodič Franz
Kadlik Eugen
Kirchgessner Karl
Krall Franz
Kraus Karl
*Perko Viktor
Prodnigg Heinrich
Rattey Johann
Redl Alexander
*Schwarz Anton
Steinbrenner Vinzenz
Svastits Geza
Svastits Zoltan
Wibmer Karl
Wrentschur Franz
Zaunschirm Johann

19.

VI. Klasse.

Dziubinski Viktor
Eberl Karl
Faschmann Heinrich
*Fiala Raimund
Fieglmüller Adolf
Goričar Rudolf
Hanl Theodor
Iglar Michael
Jaschi August
Jobst Karl
Klinger Heinrich
Lešnik Johann
Lorber Johann
Pichleritsch Franz
Schram Hermann
*Slavnics Stefan
Strauch Alexander
Urban Johann

18.

VII. Klasse.

Berger Alexander
Kugler Simon
Mirosavljević Stefan
Reicher Karl
Schmid Edmund
Schneider Rudolf
*Tschech Ferdinand
Walenta Camillo
Wermuth Josef
Zigrosser Hugo

10.

* Diese Schüler haben die Vorzugsklasse erhalten.