PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **24** (1996/1997)
Številka 6
Strani 344–345

Tomaž Pisanski:

PANORAMSKE PERMUTACIJE

Ključne besede: zanimivosti, razvedrilo.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/24/1320-Pisanski.pdf

PANORAMSKE PERMUTACIJE

Zame, ki nisem preveč izkušen planinec, je vsakič najbolj zagoneten panoramski pogled, ko pridem na vrh kakega hriba. Sami vrhovi naokoli. Najprej poiščem Triglav in grem potem s pogledom na desno. Vrh sledi vrhu vse naokrog, dokler na zagledam spet Triglava. Le kje se skriva Razor? Včasih je prav hecno: hodiš po poti pa je na levi Viševnik, potem Triglav, pa Rjavina in na skrajni desni Debela peč. Kasneje pa se vrstni red močno pomeša. Za izkušenega planinca ni to noben problem, za matematika pa je taka zmeda lahko vzpodbuda, da si zastavi nove naloge, ki mu krajšajo čas med hojo.

Če imamo opravka z n knjigami, jih lahko na polico zložimo na $n! = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot 3\cdot 2\cdot 1$ načinov. Vsaki razporeditvi rečemo *permutacija*. Vseh premutacij n elementov je torej $n!$. Število vseh permutacij z rastočim n zelo hitro narašča.

n	n!
1	1
2	2
3	6
4	24
5	120
6	720
7	5040
8	40320
9	362880
10	3628800

Zdaj pa imamo problem. Izberimo si n gorskih vrhov. Privzemimo, da noben vrh ne zakriva nobenega drugega. Najbolje je, da si tretjo razsežnost kar odmislimo in dogajanje prenesemo v ravnino: na primer na zemljevid. Postavimo se nekam na zemljevid in si oglejmo v kakšnem vrstnem redu lahko vidimo vrhove od leve proti desni. Recimo, da je $n = 4$ in vidimo vrhove v zaporedju 1234. Potem lahko začnemo tudi pri vrhu 2 in jih vidimo v zaporedju 2341, pa še v zaporedju 3412 in končno 4123. Vsaki od teh štirih permutacij bomo rekli *panoramska permutacija*. Če se premaknemo v drugo točko zemljevida bomo v splošnem dobili druge štiri panoramske permutacije. Vedno se postavimo v točko zemljevida, ki ne leži na nobeni premici skozi poljubna dva vrhova.

Vprašanja: Koliko panoramskih permutacij dobimo, če štiri točke postavimo v oglišča kvadrata? Koliko pa jih je, če oblikujejo tri točke enakostranični trikotnik, in postavimo četrto v trikotnikovo središče? Kako postaviti štiri točke v ravnino, da bo število panoramskih permutacij največje? Ista vprašanja lahko zastavimo za $n = 5$ in $n = 6$. Ali obstaja razporeditev n točk v ravnino, da bodo zanjo vse permutacije panoramske? Če je odgovor na zadnje vprašanje "ne", ali je mogoče vsaj oceniti, kako hitro narašča število panoramskih permutacij z rastočim n?

Tomaž Pisanski