PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **4** (1976/1977)
Številka 1
Strani 43–44

Jože Lep:

# K TEMI „ENAKOSTRANIČNI TRIKOTNIK“

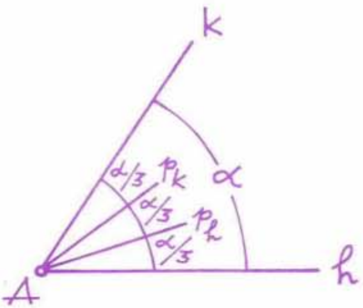
Ključne besede: matematično razvedrilo.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/4/4-1-Lep.pdf

# K TEMI "ENAKOSTRANIČNI TRIKOTNIK"

Presek je v številki II/4 na straneh 186-187 objavil premislek z rezultatom, da je vsak trikotnik enakostraničen. Ta zapis me je vzpodbudil, da bralcem Preseka sporočim, kako je v vsakem trikotniku moči priti do oglišč enakostraničnega trikotnika. Domislek je odkril in prvi dokazal F. Morley leta 1899 in velja za enega najbolj presenetljivih sestavkov elementarne geometrije. O odkritju je F. Morley pripovedoval svojim strokovnim znancem in nato so o njem govorili ljubitelji geometrije širom sveta. Po 10 letih ga je s trigonometričnimi sredstvi dokazal M. Satyanarayana, elementarno pa M.T. Naraniengar. Pozneje so sledili še drugi dokazi.

Pa k stvari!




Slika 1.

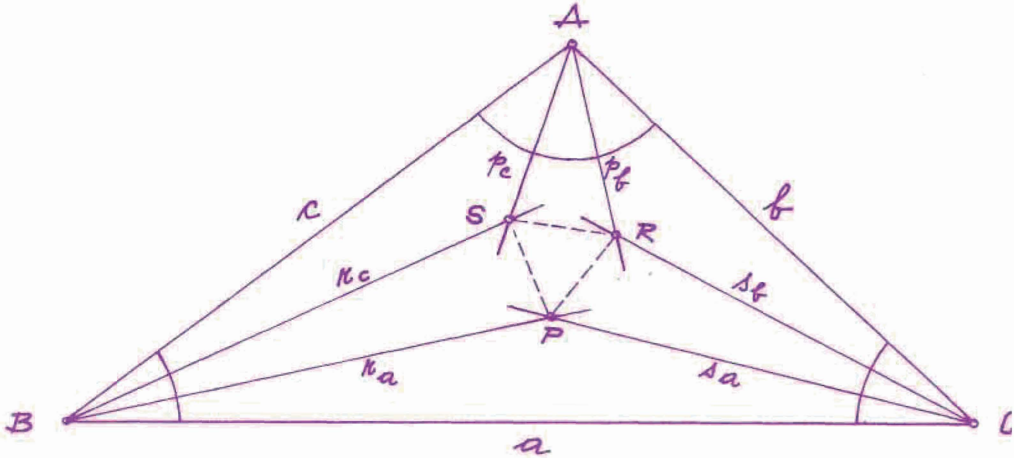
Iz točke $A$ naj izhajata dva poljubna različna poltraka $h$, $k$; tako določata dva različna kota, pa z $\alpha$ označimo tistega, za katerega velja $0^{\circ} < \alpha \leqq 180^{\circ}$. (Slika 1.) Zamislimo si iz $A$ v notranjost $\alpha$ dva taka poltraka $p_h$, $p_k$, da velja $\sphericalangle(h, p_h) = \alpha/3$, $\sphericalangle(p_h, p_k) = \alpha/3$, $\sphericalangle(p_k, k) = \alpha/3$. Tedaj pravimo, da $p_h$, $p_k$ tretjinita kot $\alpha$.

Vaji:

1) konstrukcijsko izvedi tretjinjenje kota
   a) $\alpha = 180^{\circ}$, b) $\alpha = 90^{\circ}$, c) $\alpha = 45^{\circ}$
   (Navodilo: izkoristi konstrukcijo kota $60^{\circ}$, $30^{\circ}$, $15^{\circ}$)
2) Z uporabo kotomera izvedi tretjinjenje kota
   a) $\alpha = 162^{\circ}$, b) $\alpha = 120^{\circ}$, c) $\alpha = 81^{\circ}$, č) $\alpha = 30^{\circ}$

Omenimo, da je razpolavljanje kota (s konstrukcijo kotne simetrale) vedno izvedljivo s šestilom in ravnilom, da pa natančno tretjinjenje zgolj s tema orodjema v splošnem ni izvedljivo*. Vendar pa ob znanem merskem številu kota $\alpha$ lahko izračunamo $\alpha/3$ in nato s tem podatkom narišemo poltraka, ki tretjinita kot.

* Glej Presek 3 (1975/76) str. 166




Slika 2.

Vzemimo poljubni trikotnik ABC, kot $\alpha$ naj tretjinita poltraka $p_b$, $p_c$, kot $\beta$ poltraka $r_c$, $r_a$, kot $\gamma$ pa $s_a$, $s_b$. (Slika 2.) Tedaj sečišče poltrakov ($r_a$, $s_a$) označimo s črko $P$, sečišče ($s_b$, $p_b$) s črko $R$ in sečišče ($p_c$, $r_c$) s črko $S$.

No in F. Morley je odkril in dokazal:

*Za vsak izhodiščni trikotnik ABC je trikotnik PRS enakostraničen.* Tudi dokaz po R. Bricardu je precej zamotan, pa ga ne bomo navedli; zapisan je v knjigi H.S.M. Coxter, *Unvergängliche Geometrie*, Birkhänger Verlag, Basel und Stuttgart 1963, str. 40-42.

Vaja: Načrtaj trikotnike ABC različnih oblik in v vsakem po gornjem postopku določi enakostraničen trikotnik PRS.

*Jože Lep*