

Bor Plestenjak, Razširjen uvod v numerične metode, DMFA – založništvo, 2015, 420 strani.

V zbirki univerzitetnih učbenikov in monografij Matematika–Fizika založbe DMFA–založništvo je v septembru preteklega leta pod zaporedno številko 52 izšla knjiga Razširjen uvod v numerične metode avtorja Bora Plestenjaka. Po besedah avtorja je knjiga nastala po zapiskih, ki jih je vrsto let uporabljal in posodabljal ob predavanjih različnih predmetov s področja numerične matematike na Univerzi v Ljubljani.

Knjigo sestavlja štirinajst poglavij, ki jim sledi zgledno sestavljeno stvarno kazalo, skupaj 420 strani. K razumevanju besedila nam pomaga 84 slik in 26 tabel, spoznamo 50 samostojno zapisanih algoritmov. Citiranih je 56 virov. Besedilo je podprto s številnimi numeričnimi primeri, ki osvetlujejo teoretične izpeljave. Poglavja so zasnovana po enotnem ključu. Predstavljenemu gradivu sledi razdelek Matlab, v katerem je kratek, vsebini poglavja prirejen nabor ukazov jezika Matlab. Ti ponujajo programsko rešitev problemov, ki jih poglavje opisuje. Sledi razdelek, ki poudari vire za dodatno branje, v pomoč bralcu, ki bi želel snov poglavja še razširiti. Poglavje sklene razdelek Naloge, ki ga bodo s pridom uporabljali študenti pri utrjevanju snovi in pripravi na izpite. Med prebiranjem knjige bo bralec vesel tudi številnih opomb, v katerih dobimo kratko biografsko pojasnilo o avtorju, ki ga zgodovinsko povezujejo z danim delom zapisane snovi. Polistajmo bežno po vsebini knjige.

V prvem poglavju avtor pojasni predstavitev števil v računalniku in opiše standard IEEE, ki ga uporablja večina novejših računalnikov. Tu spoznamo vrste napak, ki jih srečujemo pri numeričnem računanju, ter pojme,



kot so občutljivost problema, stabilnost metode, analiza zaokrožitvenih napak ipd. Dodani poučni primeri: računanje števila π , izračun e^x iz Taylorjeve vrste, reševanje kvadratne enačbe, ... nas zgovorno opozorijo na posebnost računanja z v računalniku predstavljivimi števili.

Drugo poglavje razgrne nabor postopkov za iskanje ničel funkcij ene spremenljivke. Srečamo bisekcijo, navadno iteracijo, tangentno, sekantno in Müllerjevo metodo, inverzno interpolacijo ter sestavljene metode. V drugem delu poglavja so opisane metode, namenjene iskanju ničel polinomov.

V tretjem poglavju avtor predstavi algoritme za reševanje sistemov linearnih enačb, vpelje občutljivost problema in analizira vpliv napak, ki pri reševanju lahko nastanejo. Poglavje naniza najprej osnovna orodja pri ocenjevanju napak, vektorske in matrične norme. Sledi podroben opis korakov in analiza osnovnega algoritma eliminacije. Poglavje sklenejo postopki, pri reševanju linearnih sistemov posebne oblike, ko je pripadajoča matrika npr. simetrična, tridiagonalna, kompleksna ali razpršena.

Krajše četrto poglavje je namenjeno reševanju sistemov nelinearnih enačb. Spoznamo Jacobijevo iteracijo, več besed je namenjenih Newtonovi metodi in izpeljankam, omenjene so tudi variacijske metode.

V petem poglavju avtor osvetli reševanje predoločenih sistemov linearnih enačb, torej aproksimacijo po metodi najmanjših kvadratov, ki temelji na diskretnem skalarnem produktu. Najprej spoznamo osnovni QR razcep, nato avtor vpelje tudi v naslednjih poglavjih nepogrešljive ortogonalne matrične transformacije, Givensove rotacije in Householderjeva zrcaljenja. Sledita razširjeni QR in singularni razcep ter zahtevnejša razlaga in analiza nedoločenih problemov in problemov defektnega ranga. Poglavje končujejo posplošitve metode najmanjših kvadratov.

Šesto poglavje podrobno predstavi in analizira nesimetrični problem lastnih vrednosti. Najprej srečamo opis problema in nekaj splošnih izrekov, ki pomagajo pri ocenjevanju napak, in spoznamo pomen Schurove forme pri stabilnem preoblikovanju prvotnega problema. Med metodami so najprej na vrsti potenčna metoda in njene izpeljanke, kot je npr. inverzna iteracija. Sledi izpeljava ortogonalne in QR iteracije ter obširna razlaga prijemov, ki pospešijo osnovni QR algoritem, redukcija na Hessenbergovo obliko in premiki. Poglavje konča izpeljava končne oblike algoritma, implicitne QR iteracije.

Naslednje poglavje avtor namenja reševanju problema lastnih vrednosti simetričnih matrik. Uvodnemu delu in opisu Rayleighove iteracije sledi pet

metod, ki vse najdejo svoje mesto v praktični uporabi: QR iteracija za simetrični problem lastnih vrednosti, bisekcija in Sturmovo zaporedje, deli in vladaj, Jacobijeva metoda in relativno robustne reprezentacije. Poglavje se konča z nekaj besedami o tem, za kakšne vrste problemov je kakšna od metod primernejša od drugih.

Osmo poglavje je namenjeno reševanju posplošitev problema lastnih vrednosti in računanju singularnega razcepa. Avtor najprej vpelje matrični šop in problem lastnih vrednosti za to posplošitev ter razloži QZ algoritem. Sledijo nelinearni problemi lastnih vrednosti in opis osnovnih metod. Zadnji del poglavja obravnava numerično računanje singularnega razcepa, ki je bil vpeljan že v petem poglavju. Predstavljene so metode: QR iteracija za singularni razcep, $dqds$ in Jacobijeva metoda za singularni razcep.

Deveto poglavje obravnava aproksimacijo funkcij ene spremenljivke, podrobneje pa enakomerno aproksimacijo s polinomi in bližnjico, ekonomizacijo Čebiševa.

Deseto poglavje je avtor namenil polinomski in odsekoma polinomski interpolaciji. Avtor izpelje izražavo interpolacijskega polinoma v Lagrangeevi in Newtonovi obliki in pojasni nekaj pomembnih lastnosti deljenih diferenc. Sledita razdelka o zlepkih in Bézierovih krivuljah.

Enajsto poglavje govori o numeričnem odvajanju in predvsem integriranju. Med integracijskimi pravili spoznamo najprej Newton-Cotesove formule in njihovo nadgradnjo, sestavljena pravila. Sledijo adaptivne metode in Rombergova metoda kot ekstrapolacija sestavljenih pravil. V drugem delu so predstavljene Gaussove kvadraturene formule. Poglavje sklenejo razdelki o računanju izlimitiranih integralov in integriranju v več prostorskih razsežnostih.

V dvanajstem poglavju je obravnavano numerično reševanje navadnih diferencialnih enačb, v večjem delu začetnih problemov. Začetek govori o obstoju rešitve, občutljivosti problema in stabilnosti metod. Sledi prvi razred numeričnih metod, enočlenske metode. Spoznamo preproste metode, npr. Eulerjevo, in praktično zelo pomembne metode Runge-Kutta. Razlaga metod je dodana beseda o stabilnosti in konvergenci enočlenskih metod. Sledijo razdelki, ki obravnavajo linearne veččlenske metode in opozarjajo na možne težave pri njihovi uporabi, kot je npr. inherentna nestabilnost ipd. Avtor omeni tudi začetne probleme višjega reda, implicitno podane diferencialne enačbe in metodo zveznega nadaljevanja. Poglavje končuje reševanje robnih problemov drugega reda, v linearnem in nelinearnem primeru.

Reševanju parcialnih diferencialnih enačb je namenjeno trinajsto poglavje. Začenja ga reševanje paraboličnih parcialnih diferencialnih enačb. Spoznamo eksplicitno, implicitno in Crank-Nicolsonovo shemo. Sledi eliptični tip in diferenčna metoda za reševanje Poissonove enačbe. Predstavnik hiperboličnega tipa enačb je valovna enačba. Avtor predstavi običajno pettočkovno diferenčno metodo in hiperbolični tip sklone s splošnejše uporabno metodo karakteristik. Na koncu omeni še metodo končnih elementov kot pogosto uporabljan način pri reševanju eliptičnih problemov.

V zadnjem poglavju avtor naniza iterativne metode za reševanje sistemov linearnih enačb. Jacobijeva in Gauss-Seidelova metoda, SOR ter izpeljanke sodijo v klasični nabor metod, ki jih uporabljamo pri reševanju sistemov linearnih enačb, ki jih dobimo z diskretizacijo parcialnih diferencialnih enačb eliptičnega tipa. Zajeten del poglavja sestavljajo metode, ki temeljijo na podprostorih Krilova. Tu se predpostavi le, da algoritem zna izračunati produkt matrike sistema enačb in poljubnega vektorja. Avtor predstavi Arnoldijev in Lanczosev algoritem ter GMRES – posplošeni minimalni ostanek. Poglavje konča opis metode konjugiranih gradientov.

Knjiga *Razširjen uvod v numerične metode* je pisana strokovno korektno, razumljivo in lahko berljivo. Tako po pestrosti numeričnih primerov kot po primerno uravnoteženem matematičnem upravičevanju predstavljenih metod je zgleden obširen uvod v numerično računanje. Zato jo kot učbenik toplo priporočam študentom pri numeričnih predmetih, ki se pod tem ali drugim imenom predavajo na prvi stopnji univerzitetnega študija. A knjige ne sprejmimo le kot učbenik. Je dobro berilo za vse bralce, ki želijo na čim širšem naboru matematičnih problemov spoznati korake v njihovo numerično reševanje.

Peto poglavje, še posebej pa tri poglavja, ki sledijo, obravnavano snov na osnovnem nivoju bistveno in podrobno nadgradijo tako z naborom metod kot s strogo matematično analizo, ki sežeta do najsodobnejših spoznanj. Našteta poglavja so zato nedvomno izvrstno učno gradivo za posamezne izbirne predmete s področja numerične linearne algebre, ki se predavajo na višjih stopnjah študija.

Knjigo lahko kupite pri DMFA – založništvu po članski ceni 22,40 EUR.

Jernej Kozak