

Kognitivno-konstruktivistični model pouka matematike v 1. triletju

Prejeto 21.11.2019 / Sprejeto 12.05.2020

Znanstveni članek

UDK 373.091.31:51:373.3

KLJUČNE BESEDE: osnovna šola, prvo triletnje, učni načrt, pouk matematike, kognitivno-konstruktivistični model pouka, aktivne metode dela, znanje, motivacija

POVZETEK – V prispevku predstavljamo teoretično osmišljeni kognitivno-konstruktivistični model pouka matematike v prvem triletju osnovne šole in njegovo praktično aplikacijo. Konstruktivistične teorije znanja temeljijo na predpostavki, da posameznik oblikuje svoje znanje z lastnim izgrajevanjem znanja, s problemskim učenjem, ki je usmerjeno k odkrivanju, je povezano z vsakdanjim življenjem, osnovano na primerih, notranje motivirano ter socialno. V empiričnem delu raziskave smo z uporabo eksperimentalne metode pedagoškega raziskovanja v šolski praksi z učenci 3. razreda osnovne šole evalvirali uporabo kognitivno-konstruktivističnega modela pouka matematike v prvem triletju osnovne šole. Na podlagi analize dobljenih rezultatov raziskovanja ugotavljamo, da lahko pri učencu pričakujemo kakovostnejše znanje, če je aktivno soudeležen v usvajanju znanja pri pouku. Učenci, ki so bili deležni kognitivno-konstruktivističnega modela pouka matematike, so bili pomembno uspešnejši pri reševanju matematičnih nalog na vseh matematičnih področjih.

Received 21.11.2019 / Accepted 12.05.2020

Scientific paper

UDC 373.091.31:51:373.3

KEYWORDS: primary school, first educational cycle, syllabus, teaching mathematics, cognitive-constructivist model of teaching, active methods of work, knowledge, motivation

ABSTRACT – The paper presents a theoretically designed cognitive-constructivist model of teaching mathematics in the first education cycle of primary school, along with its practical application. Constructivist theories of knowledge are based on the assumption that individuals shape their knowledge with their own construction of the latter, with problem-solving learning that is discovery-oriented, linked with everyday life, case-based, internally motivated and social. In the empirical part of the research, the application of the cognitive-constructivist model of teaching mathematics in the first educational cycle of primary school was evaluated using the experimental method of educational research in school practice. Based on the analysis of the obtained research outcomes, we find that higher quality knowledge can be expected from students if they were actively involved in the acquisition of knowledge. Students who received mathematics teaching according to the cognitive-constructivist model performed significantly better in solving mathematical tasks in all areas of mathematics than students who received traditional teaching methods.

1 Uvod

Marentič-Požarnik (2000, str. 10) meni, da je “učenje vsaka sprememba v vedenju, informiranosti, znanju, razumevanju, stališčih, spretnostih ali zmožnostih, ki je trajna in ki je ne moremo pripisati fizični rasti ali razvoju podedovanih vedenjskih vzorcev”. Teorija učenja, ki se je poleg behaviorizma, kognitivizma, konektivizma razvila v zadnjem stoletju na Zahodu in je pomembno vplivala tudi na učenje in poučevanje matematike (De Corte, 2013; Walling, 2014), je konstruktivizem.

Konstruktivizem kot teorija učenja temelji na tem, da so učenci aktivno vključeni v proces pridobivanja znanj, tudi v tesni interakciji z lokalno skupnostjo. Imajo določena

predhodna znanja, veščine in izkušnje, ki jih lahko v avtentičnih situacijah povežejo z resničnim svetom, jih nadgradijo, in tako postanejo sposobni reševati težave (Bass, 2012; Cankar et al., 2013). Avtentične situacije vplivajo na njihovo čustveno, družbeno in fizično angažiranost, pa tudi na razvoj odnosov (Mueller in Anderson, 2014).

Konstruktivistične teorije znanja temeljijo na predpostavki, da znanje ni prenosljivo, posameznik ga oblikuje z lastnim izgrajevanjem (Plut-Pregelj, 2003), učenje je problemsko, usmerjeno k odkrivanju, povezano z vsakdanjim življenjem, osnovano na primerih, intristično motivirano ter socialno (Šteh, 2004). Zagovorniki konstruktivistične teorije menijo, da bi prav konstruktivistične teorije znanja morale postati glavno izhodišče posodabljanja kurikula (Rutar Ilc, 2002).

2 Opredelitev teoretičnih izhodišč raziskave

Številne raziskave (Bransford, Brown, Cocking, 2000) so pokazale, da je trajnost in uporabnost znanja, ki je pridobljeno na t. i. aktivni način, večja, kot če je to znanje zgolj privzeto, saj so učenci, ki so z aktivnim preiskovanjem odkrili določene matematične koncepte, to znanje uporabili v novih in netipičnih situacijah, medtem ko so učenci, ki so se z istimi matematičnimi koncepti le seznanili (se naučili na pamet), v novih situacijah odpovedali (Rutar Ilc, 2002).

Kognitivni psihologi (Piaget, Vigotski, Bruner, Bransford, Marzano, v Rutar Ilc, 2002) so poudarili pomen takšne aktivnosti, pri kateri učenec sam, ob premišljeni učiteljevi podpori v procesu raziskovanja in odkrivanja, analiziranja in povezovanja, prihaja do lastnih spoznanj oziroma jih izgrajuje. Mešinović (2019) opozarja, da je pri pouku z raziskovanjem ključno, da učitelj prepozna pravilnost idej, ki so si jih učenci oblikovali s samostojnim odkrivanjem, ter poda ustrezno povratno informacijo, da lahko učenec, ki si je oblikoval napačne oz. nepopolne predstave, le-te popravi ali dopolni.

Tudi pri t. i. transmisijem pristopu, kjer gre pretežno za prenašanje gotovih znanj, so učenci do neke mere aktivni, saj poslušajo učiteljevo razlago in jo skušajo dojeti. Kljub temu pa učenci niso aktivni v večini pomembnih faz spoznavnega postopka, ampak so le seznanjeni s spoznanji, ki so rezultat spoznavne poti, ki jo je opravil nekdo drug, sami pa ne gredo skozi (Rutar Ilc, 2002).

Aktivni pristop, ki je utemeljen v lastnem odkrivanju in izgrajevanju spoznanj s pomočjo različnih dejavnosti in miselnih procesov ter postopkov, ki jih te dejavnosti spodbujajo, je tisti, ki v bolj pasivnem privzemanju gotovih znanj omogoča ponotranjevanje pojmov, principov in zakonitosti, s tem pa tudi trajnost in transferno vrednost znanja (Rutar Ilc, 2002).

Za doseganje zahtevanih ciljev sodobnega šolanja je pomembno transmisijski (behavioristični) model pouka dopolniti s sodobnim kognitivno-konstruktivističnim ali transformacijskim modelom pouka. Ta zahteva problemsko naravnane metode in pristope, kjer je učitelj pozoren ne samo na količino, temveč tudi na kakovost učenčevega predznanja. Učitelj načrtno izrablja učenčeve izkušnje, stališča in poglede, jih sooča z nepopolnostjo in konfliktnostjo ter s prilagojeno podporo pomaga učencem pri rekonstrukciji znanja. Pri kognitivno-konstruktivističnem modelu je poudarjen pomen

učenčeve aktivnosti v vseh učnih etapah, pomen sodelovanja in izmenjavanja izkušenj ter pogledov med učenci in načrtnega pridobivanja spretnosti učenja. Pri takem pouku učenec postopoma prevzema vse večji del odgovornosti za proces pridobivanja znanja in osebnega razvoja ter se usposablja za vseživljenjsko učenje (Valenčič Zuljan, 2002).

Konstruktivizem se v teoriji in praksi izraža v številnih smereh. Vsem je skupna edukativna filozofija, da je učenec glavni konstruktor lastnega znanja. Zato je znanje produkt lastnega miselnega procesiranja in se zaradi specifičnosti posameznika izraža v individualnih različicah. Konstruktivistični učni proces opredeljujejo kriteriji:

- situacijsko učenje – miselne izkušnje so odvisne od avtentičnih učenčevih aktivnosti, ki se izražajo pri problemskem pouku, študijah primerov, projektnem učnem delu, pri pouku, pri katerem je rezultat učenja osmišljen z izkustvenim učenjem;
- socialno kognitivni konflikt – proces učenja, kjer imajo učenci možnost in priložnost konfrontirati lastne miselne percepcije z ostalimi v skupini in na osnovi tega karakterizirati, stabilizirati svoj pojmovni konstrukt;
- sodelovanje in ne tekmovalnost, kjer imajo učenci možnost preverjati in primerjati svoj pojmovni koncept z drugimi.

Pri načrtovanju, organiziranju in izvedbi učenja so učiteljem konstruktivistom pomembne predvsem značilnosti pouka, kot so: poudarek na učenju in ne poučevanju; spodbujanje učenčeve radovednosti in iniciativnosti; učenje kot proces in ne dogodek; izkušnjsko učenje pod drobnogledom kritične učiteljeve presoje; usmerjena učiteljeva pozornost na učenčeve miselne navade, razumevanje, uporabo značilnih kognitivnih pojmov; spodbujanje sodelovalnega učenja; izpostavljanje učencev v realnem dogajanju; preverjanje učenčevih prepričanj in stališč (Krapše, 2002). Kukanja Gabrijelčič (2015) pri tem opozarja, da je za kakovostno poučevanje potrebno sočasno permanentno izobraževanje učiteljev s področja predmeta, ki ga poučujejo, ter širšega pedagoškega in psihološkega področja. Zahteve po spremenjenem načinu dela učiteljev je namreč potrebno koherentno uravnovežiti z bogatimi, strokovnimi priložnostmi na področju nadaljnega izobraževanja in izpopolnjevanja.

3 Metodologija

3.1 Opredelitev problema

Sodobne šolske reforme po svetu si prizadevajo pri učencih doseči osmišljeno in trajno znanje in to je razlog, da se posodabljaajo kurikulumi, učni načrti in posledično pouk matematike. Za izvedbo raziskave smo se odločili, da bi raziskali in posodobili obstoječi vzgojno-izobraževalni proces pri pouku matematike, ki poteka v okviru osnovnošolskega izobraževanja.

Problem raziskave je bil usmerjen na oblikovanje in evalviranje eksperimentalnega kognitivno-konstruktivističnega modela pouka matematike, ki temelji na aktivnem vključevanju učenca v učni proces in smo ga izgradili na osnovi tujih raziskav, upoštevajoč slovenski prostor.

V šolski praksi smo z učenci 3. razreda izvedli eksperiment, s katerim smo želeli ugotoviti, ali je uporaba eksperimentalnega kognitivno-konstruktivističnega modela pouka statistično pomembno vplivala na dosežke učencev pri znanju matematike.

3.2 Namen in cilji raziskave

- Izhajajoč iz raziskav (Jennings, 1994; Butler in Winne, 1995, v Šteh, 2000) o kognitivno-konstruktivističnem modelu pouka razviti in evalvirati eksperimentalni kognitivno-konstruktivistični model pouka matematika, pri katerem je učenec v vlogi aktivnega soustvarjalca v učnem procesu.
- Evalvirati kognitivne dosežke učencev.
- Z uporabo eksperimentalnega kognitivno-konstruktivističnega modela pouka razvijati miselne strategije in veščine pri učencih na posameznih matematičnih področjih.

3.3 Hipoteze

Splošna hipoteza

- HS: Učenci, ki bodo deležni eksperimentalnega kognitivno-konstruktivističnega modela pouka matematike, bodo uspešnejši pri reševanju matematičnih nalog na vseh matematičnih področjih (pri aritmetiki in algebri, geometriji z merjenjem, obdelavi podatkov ter logiki in jeziku) kot učenci, deležni behaviorističnega pouka matematike.

Specifične hipoteze

- H1: Eksperimentalna skupina učencev bo uspešnejše kot kontrolna skupina učencev reševala matematične naloge aritmetike in algebre.
- H2: Eksperimentalna skupina učencev bo uspešnejše kot kontrolna skupina učencev reševala matematične naloge geometrije z merjenjem.
- H3: Eksperimentalna skupina učencev bo uspešnejše kot kontrolna skupina učencev reševala matematične naloge drugih vsebin (obdelave podatkov ter logike in jezika).
- H4: Eksperimentalna skupina učencev bo uspešnejše kot kontrolna skupina učencev reševala matematične naloge zadnje taksonomske ravni (problemska znanja) Gagnejeve taksonomije.
- H5: Med eksperimentalno in kontrolno skupino učencev ne bo statistično pomembnih razlik v reševanju matematičnih nalog prve in druge taksonomske ravni (osnovno in konceptualno znanje ter proceduralno znanje) Gagnejeve taksonomije.

3.4 Opis raziskovalne metodologije

Uporabili smo eksperimentalno metodo pedagoškega raziskovanja. Eksperiment je bil izveden v obstoječih oddelkih osnovnih šol. To pomeni, da pred eksperimentom ni bila opravljena izenačitev oddelkov do slučajnostnih razlik. Skupino učencev, ki je bila deležna eksperimentalnega faktorja, smo poimenovali eksperimentalna skupina. Skupi-

no učencev, ki ni bila deležna eksperimentalnega faktorja, smo poimenovali kontrolna skupina. Eksperimentalni faktor je vključeval eksperimentalni kognitivno-konstruktivistični model pouka matematike, ki smo ga izgradili na osnovi tujih raziskav, upoštevajoč slovenski prostor. V eksperimentalni in kontrolni skupini so poučevale profesorice razrednega pouka, izenačene po stopnji izobrazbe.

Vzorec oseb

Raziskava je potekala na vzorcu 240 učencev 3. razreda štirih naključno izbranih obalnih osnovnih šol, in sicer je bilo 100 učencev vključenih v eksperimentalno skupino, 140 učencev pa v kontrolno skupino, pri čemer smo upoštevali vsa raziskovalna načela v povezavi z raziskovanjem z vključevanjem otrok (Štemberger, 2019). Vse izbrane osnovne šole so bile mestne šole z izenačenimi solidnimi pogoji za delo.

Merski instrumentarij in njegove karakteristike

V raziskavi smo tradicionalno metodologijo empiričnega raziskovanja dopolnili s kvalitativno metodologijo pedagoškega raziskovanja. V raziskavi je bil v okviru empiričnega raziskovalnega pristopa uporabljen pedagoški eksperiment. Da smo dobili popolnejše podatke, smo jih analizirali kvantitativno in kvalitativno. Kvantitativno smo analizirali podatke s testi znanja (dva testa znanja iz matematike). Kvalitativno smo analizirali podatke s sprotnimi delovnimi razgovori med učitelji, s pisno in ustno analizo učiteljevih priprav na pouk matematike in projekte ter s prisostvovanjem raziskovalca pri posameznih urah.

Za namene raziskave smo oblikovali dva testa znanja.

3.5 Test znanja

Začetno in končno znanje iz matematičnih vsebin eksperimentalne in kontrolne skupine učencev smo preverjali z začetnim in končnim testom znanja. Naloge v obeh testih znanja smo oblikovali z upoštevanjem Gagnejeve taksonomije (Cotič in Žakelj, 2004) in matematičnih vsebin 3. razreda glede na učni načrt za matematiko (Žakelj et al., 2011). Karakteristike obeh testov znanja (objektivnost, zanesljivost in veljavnost) so bile dokazane na pilotskem vzorcu 102 učencev 3. razreda dveh naključno izbranih obalnih šol. Začetni test znanja je bil sestavljen iz 16 nalog. Učenci v raziskavi so test reševali v enem dnevu, in sicer 2 šolski uri. Končni test znanja je bil sestavljen iz 18 nalog. Tudi ta test so učenci v raziskavi reševali v enem dnevu, in sicer 2 šolski uri. Začetni in končni test znanja sta primerljiva tako po vsebinah kot po taksonomskih ravneh.

Postopek

Začetni test znanja sta kontrolna in eksperimentalna skupina reševali pred začetkom eksperimenta, končni test znanja pa sta reševali po zaključenem eksperimentu ob enakih pogojih in z istim testatorjem. Raziskava je potekala 8 mesecev.

V času raziskave je v eksperimentalni skupini potekal pouk matematike v 3. razredu tako, da je bil uporabljen eksperimentalni kognitivno-konstruktivistični model pouka. Pri pouku matematike so profesorice razrednega pouka eksperimentalni skupini podaja-

le tekočo učno snov z uporabo eksperimentalnega kognitivno-konstruktivističnega modela pouka, ki smo ga izgradili na osnovi tujih raziskav, upoštevajoč slovenski prostor.

Statistične obdelave

Podatke v empiričnem delu smo analizirali z računalniškim programom za statistično analizo SPSS 17.0.

Uporabljeni so bili naslednji statistični postopki:

- analiza kovariance;
- frekvenčna analiza, s katero je bila izdelana deskriptivna statistika: aritmetična sredina (M), standardna napaka aritmetične sredine (SEM), mediana (Me), modus (Mo), standardna deviacija (SD), varianca (VAR), koeficient asimetrije (KA), koeficient sploščenosti (KS), minimalna (min.) in maksimalna vrednost (maks.);
- Kolmogorov-Smirnovov test normalnosti porazdelitve;
- T-test (Cochran-Coxova aproksimativna metoda t-testa) za ugotavljanje razlik v znanju matematičnih vsebin (aritmetike, geometrije z merjenjem, obdelave podatkov, logike in jezika) med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na začetku in na koncu eksperimenta;
- T-test (Cochran-Coxova aproksimativna metoda t-testa) za ugotavljanje razlik v znanju na vseh taksonomskih ravneh Gagnejeve taksonomije med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na začetku in na koncu eksperimenta.

4 Rezultati in razprava

Rezultate smo tolmačili v skladu z dokazovanjem postavljenih hipotez. Pri tem smo upoštevali, da je največje dopustno tveganje za zavrnitev hipoteze 5% (izbrana vrednost za stopnjo pomembnosti je 0,05). Če je bila pri t-testu raven statistične pomembnosti nižja od 0,05, je pomenilo, da se eksperimentalna in kontrolna skupina statistično pomembno razlikujeta glede na preverjano hipotezo.

Analiza razlik v matematičnem znanju v začetnem stanju med učenci eksperimentalne (ES) in kontrolne skupine (KS)

Med eksperimentalno in kontrolno skupino pri začetnem testu znanja ni prišlo do statistično pomembnih razlik v znanju matematike, saj so vse profesorice razrednega pouka, vključene v raziskavo, poučevale s tradicionalnimi učnimi metodami in oblikami dela.

Analiza razlik v matematičnem znanju v končnem stanju med učenci eksperimentalne (ES) in kontrolne skupine (KS)

Ob koncu raziskave smo ponovno izmerili razlike v znanju matematike med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine s končnim testom znanja, ki je zajemal 19 nalog. Naloge so prav tako kot v začetnem testu preverjale znanje vseh matematičnih vsebin,

določenih z veljavnim učnim načrtom za matematiko (Žakelj et al., 2011), in sicer so bile to naloge aritmetike in algebre, geometrije in merjenja, logike in jezika ter obdelave podatkov. V končnem testu znanja so naloge tako kot v začetnem testu za ustrezno rešitev zahtevale znanje vseh taksonomskih stopenj Gagnejeve taksonomije (Cotič in Žakelj, 2004), in sicer so bile v test vključene naloge, ki preverjajo osnovno in konceptualno, proceduralno in problemsko znanje. Učenci tako eksperimentalne kot kontrolne skupine so test reševali v istem dnevu dve šolski uri.

Analizo razlik v matematičnem znanju med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine smo opravili z analizo variance in s t-testom. Prikazali smo tudi opisno statistiko za odvisne spremenljivke, vključene v analizo variance.

Tabela 1: Parametri opisne statistike za odvisne spremenljivke končnega testa, vključene v analizo variance (n = 240)

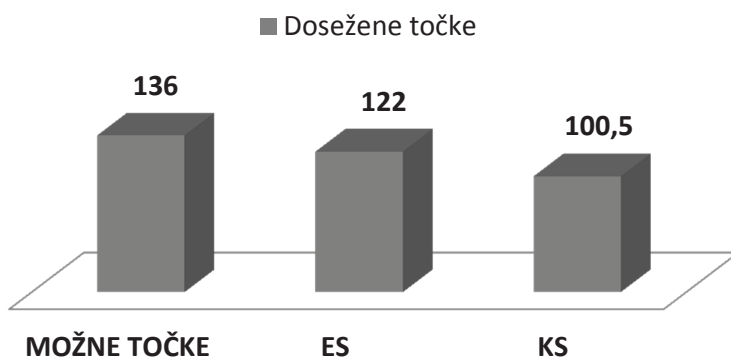
	M	SEM	Me	Mo	SD	VAR	KA	KS	min.	maks.
TKSKUP	109,430	2,057	115,500	131,000	22,533	507,743	-1,127	0,749	34,000	135,000
TKARI	62,900	1,018	67,000	71,000	11,159	124,528	-1,912	3,794	18,000	73,000
TKARI1	25,483	0,382	27,000	29,000	4,194	17,596	-1,994	3,969	10,000	29,000
TKARI2	32,550	0,600	35,000	37,000	6,574	43,224	-1,918	3,641	5,000	38,000
TKARI3	4,866	0,151	6,000	6,000	1,654	2,738	-1,504	1,378	0,000	6,000
TKGEM	28,741	0,520	30,000	35,000	5,699	32,479	-0,682	-0,555	14,000	36,000
TKGEM1	13,466	0,403	14,500	18,000	4,422	19,562	-0,571	-0,729	2,000	19,000
TKGEM2	5,775	0,060	6,000	6,000	0,668	0,445	-3,340	10,787	3,000	6,000
TKGEM3	9,500	0,166	10,000	11,000	1,824	3,328	-1,778	4,344	1,000	11,000
TKLOG	9,858	0,447	11,000	15,000	4,901	24,022	-0,623	-0,843	0,000	15,000
TKLOG2	9,858	0,447	11,000	15,000	4,901	24,022	-0,623	-0,843	0,000	15,000
TKOBD	7,9333	0,374	10,000	12,000	4,103	16,836	-0,651	-1,102	0,000	12,000
TKOBD3	7,933	0,374	10,000	12,000	4,103	16,836	-0,651	-1,102	0,000	12,000
TKNIVO1	38,950	0,718	41,000	45,000	7,875	62,031	-1,218	1,151	13,000	48,000
TKNIVO2	48,183	0,908	51,000	58,000	9,948	98,975	-1,164	0,985	15,000	59,000
TKNIVO3	22,300	0,565	24,000	28,000	6,196	38,397	-0,970	0,229	4,000	29,000

Iz tabele parametrov za posamezne spremenljivke je razvidno, da večina spremenljivk ni normalno porazdeljena, zato smo poleg aritmetične sredine in standardnega odklona izračunali tudi stopnjo asimetrije, ki nam jo prikazuje koeficient asimetrije. V našem primeru gre za prevladujočo asimetričnost v levo.

Iz tabele parametrov lahko razberemo tudi stopnjo sploščenosti, ki nam jo prikazuje koeficient sploščenosti. V našem primeru je več kot polovica spremenljivk porazdeljena koničasto, manj kot polovica pa sploščeno.

Poglejmo si še aritmetične sredine doseženih točk pri končnem testu znanja.

Slika 1: Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk med eksperimentalno (ES) in kontrolno (KS) skupino pri končnem testu znanja



Pri končnem testu znanja je bilo mogoče doseči 136 točk. Iz grafa je razvidno, da so pri primerjavi aritmetičnih sredin eksperimentalne in kontrolne skupine razlike v številu doseženih točk zelo velike, saj je aritmetična sredina doseženih točk pri končnem testu znanja pri eksperimentalni skupini 122 točk, pri kontrolni skupini pa 100,5, kar pomeni, da je razlika aritmetičnih sredin med skupinama znašala 21,5 točke. Z uporabo analize variance in s t-testom smo ugotovili statistično pomembne razlike v doseženih točkah pri končnem testu znanja med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine.

Končni test znanja je vseboval naloge vseh štirih matematičnih področij, in sicer aritmetike in algebre, geometrije in merjenja, logike in jezika ter obdelave podatkov. S testom, ki so ga učenci 3. razreda reševali na koncu šolskega leta, smo želeli preveriti njihovo znanje matematičnih vsebin, usvojenih v 3. razredu. Tako učenci kontrolne kot eksperimentalne skupine so dokazali dobro usvojeno znanje, kar je temelj za nadgradnjo matematičnih vsebin v nadaljnjih letih šolanja.

Poglejmo še znanje otrok pri posameznih matematičnih vsebinah.

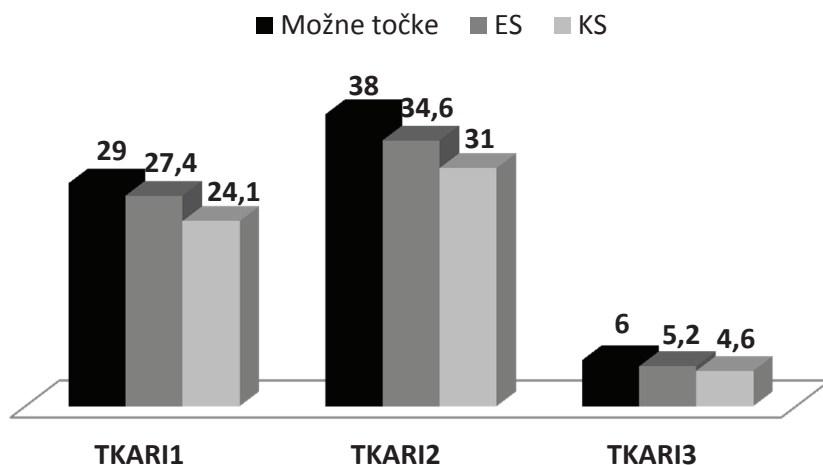
Analiza razlik v znanju pri aritmetiki in algebri med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na koncu raziskave

Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk pri aritmetiki in algebri na vseh taksonomskih stopnjah na koncu raziskave kaže, da so bili učenci eksperimentalne skupine boljši pri reševanju nalog iz aritmetike in algebre kot učenci kontrolne skupine, saj so pri aritmetičnih nalogah osnovnega in konceptualnega znanja dosegli 3,3 točke več, pri aritmetičnih nalogah proceduralnega znanja 3,6 točke več in pri aritmetičnih nalogah problemskega znanja 0,6 točke več.

Učenci tako kontrolne kot eksperimentalne skupine so najbolje reševali naloge iz aritmetike in algebre, kjer so morali števila zapisovati, primerjati po velikosti, urejati, zapisovati predhodnik in naslednik danega števila ter nadaljevati zaporedje števil. Zelo dobro sta obe skupini rešili nalogi, kjer so učenci morali pisno seštevati in odštevati brez prehoda do 1000 ter rešiti račune poštevanka. Težave so se začele pri reševanju računov s prehodom v obsegu do 100, predvsem pri učencih kontrolne skupine, in sicer izrazi-teje pri računski operaciji odštevanja. Največ napak pa so učenci naredili pri reševanju

sestavljenega matematičnega problema, in sicer so prvi del danega matematičnega problema v glavnem rešili pravilno, zapletlo se je pri drugem delu, ko so morali uporabiti podatke iz prvega dela naloge, da so lahko rešili drugi del matematičnega problema. To nakazuje na nezmožnost medsebojnega povezovanja podatkov, slabe strategije reševanja matematičnega problema ter nerazumevanje problema, kar je neposredno povezano z branjem in izluščanjem bistvenih podatkov ter s slabšo pismenostjo učencev, kar se je kazalo izraziteje pri učencih kontrolne skupine. Opisanih težav je bilo pri učencih eksperimentalne skupine znatno manj. Tudi zapis ulomka za del celote je nemalo učencem kontrolne skupine povzročal težave, saj veliko učencev ni znalo uporabiti simbolnega zapisa za ulomek.

Slika 2: Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave med eksperimentalno (ES) in kontrolno (KS) skupino pri aritmetiki in algebri na vseh taksonomskih stopnjah



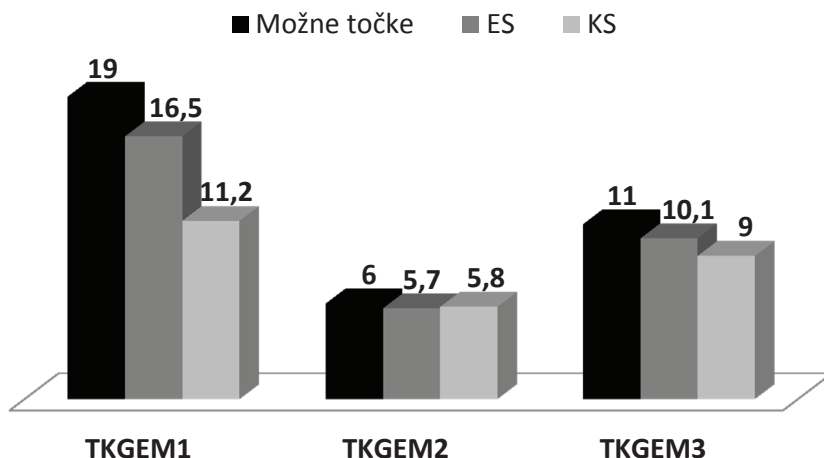
Analiza razlik v znanju pri geometriji in merjenju med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na koncu raziskave

Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave pri geometriji in merjenju na vseh taksonomskih stopnjah kaže, da so bili učenci eksperimentalne skupine boljši pri reševanju geometrijskih nalog, ki so zahtevale osnovno in konceptualno znanje, saj so dosegli 5,3 točke več kot kontrolna skupina. Bolje so reševali tudi naloge problemskega znanja, kar so dokazali s tem, da so dosegli 0,9 točke več kot kontrolna skupina. Pri geometrijskih nalogah proceduralnega znanja pa je eksperimentalna skupina dosegla 0,1 točke manj kot kontrolna skupina.

Učenci eksperimentalne skupine so za točko bolj kot učenci kontrolne skupine reševali naloge iz geometrije in merjenja, ki so zahtevale problemsko znanje, in sicer so morali učenci rešiti problemsko nalogo iz merjenja. Učenci obeh skupin so na osnovi danih podatkov zelo dobro sklepali in povezovali podatke, da so uspešno rešili matematični problem. Obe skupini sta bili skoraj izenačeni pri reševanju geometrijske naloge,

ki je zahtevala proceduralno znanje in kjer so se morali učenci orientirati v mreži. Pri tej nalogi so učenci obeh skupin znatno izboljšali rezultat v primerjavi z nalogo z istim ciljem v začetnem testu znanja. Največ napak pa so učenci obeh skupin naredili pri nalogah iz geometrije in merjenja, kjer so morali prepoznati in poimenovati geometrijska telesa in like. Predvsem so učenci kontrolne skupine pri teh nalogah delali napake pri navajanju lastnosti geometrijskih teles in likov (ploskev, rob, stranica, oglišče).

Slika 3: Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave med eksperimentalno (ES) in kontrolno (KS) skupino pri geometriji in merjenju na vseh taksonomskih stopnjah

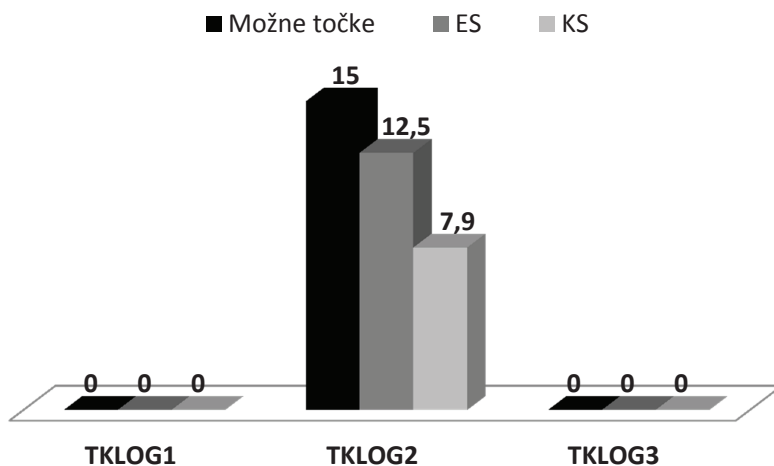


Analiza razlik v znanju pri drugih vsebinah (obdelavi podatkov ter logiki in jeziku) med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na koncu raziskave

Primerjavo aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave pri logiki in jeziku smo opravili le na taksonomski stopnji, kjer gre za proceduralno znanje. Iz grafa lahko razberemo, da so bili učenci eksperimentalne skupine boljši pri reševanju logičnih nalog proceduralnega znanja, saj so dosegli 4,6 točke več kot kontrolna skupina.

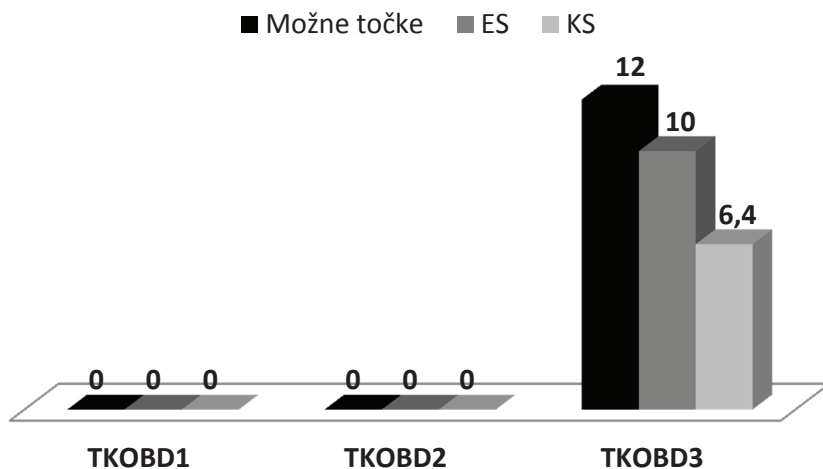
Učenci eksperimentalne skupine so bili pri reševanju nalog iz logike in jezika boljši kot učenci kontrolne skupine. Predvsem so učenci kontrolne skupine delali napake pri razvrščanju večkratnikov v drevesni prikaz, saj pri danih večkratnikih niso upoštevali obeh lastnosti razvrščanja. Učenci obeh skupin niso imeli težav pri zapisovanju parov otrok v Carrollov prikaz. Kljub temu pa so učenci obeh skupin pri tej nalogi izgubili točko, ker so pozabili odgovoriti na dano vprašanje.

Slika 4: Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave med eksperimentalno (ES) in kontrolno (KS) skupino pri logiki in jeziku na vseh taksonomskih stopnjah



Primerjavo aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave pri obdelavi podatkov smo opravili le na taksonomski stopnji, kjer gre za problemsko znanje. Iz grafa je razvidno, da so bili učenci eksperimentalne skupine boljši v reševanju nalog obdelave podatkov iz problemskega znanja, saj so dosegli 3,6 točke več kot učenci kontrolne skupine.

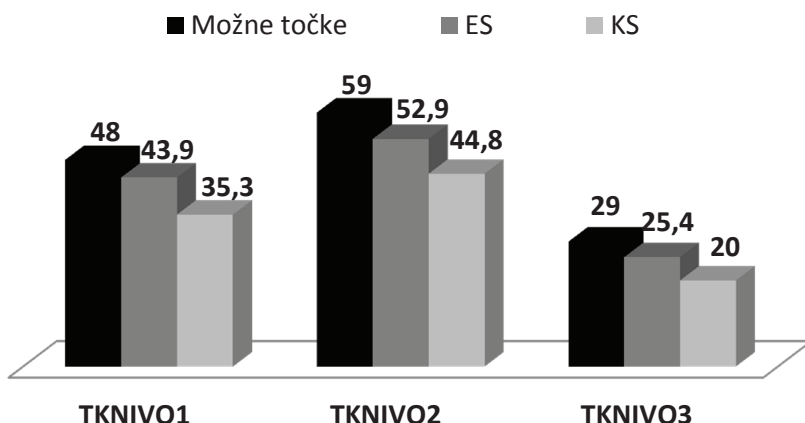
Slika 5: Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave med eksperimentalno (ES) in kontrolno (KS) skupino pri obdelavi podatkov na vseh taksonomskih stopnjah



Učenci eksperimentalne skupine so dobro reševali nalogo iz obdelave podatkov, pri kateri so morali na osnovi izpolnjenega stolpičnega prikaza izpolniti preglednico, iz katere so iskali podatke in nadalje odgovorili na zastavljena vprašanja. Pri tej nalogi je večina učencev kontrolne skupine izgubljala točke, ker ni upoštevala legende danega prikaza s stolpci. S tem, ko so naredili napako pri štetju v povezavi z legendo prikaza, so tudi napačno odgovorili na zastavljena vprašanja o številu obiskovalcev za posamezne dneve v tednu.

Analiza razlik v znanju matematike na vseh taksonomskih ravneh (osnovno in konceptualno znanje, proceduralno znanje, problemsko znanje) Gagnejeve taksonomije (Cotič in Žakelj, 2004) med učenci eksperimentalne in kontrolne skupine na koncu raziskave

Slika 6: Primerjava aritmetičnih sredin doseženih točk na koncu raziskave med eksperimentalno (ES) in kontrolno (KS) skupino na vseh taksonomskih stopnjah



Iz grafa je razvidno, da se aritmetične sredine doseženih točk pri končnem testu znanja vseh taksonomskih stopenj med eksperimentalno in kontrolno skupino razlikujejo na vseh treh taksonomskih stopnjah, in sicer pri osnovnem in konceptualnem, proceduralnem in problemskem znanju, v prid eksperimentalne skupine. Če podrobneje pogledamo rezultate, opazimo, da je eksperimentalna skupina pri končnem testu znanja naloge osnovnega in konceptualnega znanja v povprečju bolje reševala za 8,6 točke, naloge proceduralnega znanja za 8,1 točke, naloge problemskega znanja pa za 5,4 točke. Z analizo variance in t-testom smo ugotovili, da so vse aritmetične sredine dosežkov učencev na vseh taksonomskih stopnjah statistično pomembne.

Predstavljeni podatki nam prikazujejo, da so v končnem stanju raziskave opazne večje razlike v aritmetičnih sredinah doseženih točk med eksperimentalno in kontrolno skupino kot v začetnem stanju raziskave. Učenci eksperimentalne skupine so dosegli višje število točk v celotnem končnem testu znanja, in sicer na vseh treh taksonomskih stopnjah (TKNIVO1, TKNIVO2, TKNIVO3) in pri vseh posameznih matematičnih vsebinah (TKARI, TKGEM, TKLOG, TKOBD), razen pri nalogah proceduralnega

znanja iz geometrije in merjenja, kjer so učenci kontrolne skupine dosegli za 0,1 točke boljši rezultat kot učenci eksperimentalne skupine.

Iz grafa lahko razberemo, da so učenci kontrolne skupine najboljše reševali naloge, ki so od njih zahtevale proceduralno znanje, to je znanje poznavanja in uporabe enostavnih in kompleksnih postopkov, ki ga delimo na rutinsko proceduralno znanje (izvajanje rutinskih postopkov, uporaba pravil) in kompleksno proceduralno znanje (uporaba ter obvladovanje postopkov in algoritmov, reševanje rutinskih besedilnih nalog), saj so pri teh nalogah v primerjavi z nalogami drugih taksonomskih stopenj dosegli najvišje število možnih točk. Medtem ko so učenci eksperimentalne skupine najboljše reševali naloge, ki so zahtevale osnovno in konceptualno znanje, ki vključuje poznavanje pojmov in dejstev ter priklic znanja, poznavanje posameznosti: znanje izoliranih informacij, poznavanje specifičnih dejstev: znanje definicij, formul, izrekov, poznavanje terminologije: seznanjenost z osnovnimi simboli in terminologijo, ter konceptualno znanje, ki pa sestoji iz razumevanja pojmov in dejstev, in sicer prepoznavanja pojmov in prepoznavanja terminologije in simbolike.

Obe skupini, tako eksperimentalna kot kontrolna skupina, pa sta najslabše reševali naloge problemskega znanja, katerih elementi so prepoznavanje in oblikovanje problema (iz besedila ali konkretne situacije oblikovati problem), preverjanje podatkov (preveriti, ali je dovolj podatkov, ali podatki manjkajo), izbiranje strategij reševanja (kako bomo problem rešili), uporaba znanja ter miselnih veščin (na kakšen način ga bomo rešili) in metakognicija (ali sem izbral najboljši način za rešitev problema), kjer so učenci obeh skupin dosegli najnižje število točk od danih v primerjavi z ostalimi taksonomskimi stopnjami.

Tabela 2: Prikaz razlik dosežkov učencev eksperimentalne in kontrolne skupine pri končnem testu znanja (t-test)

	<i>Levenov test homogenosti varianc</i>		<i>t-test</i>	
	<i>F</i>	<i>P</i>	<i>t</i>	<i>2P</i>
TKSKUP	9,471	0,003	6,018	0,000
TKARI	11,529	0,001	3,779	0,000
TKGEM	8,362	0,005	7,168	0,000
TKLOG	9,205	0,003	5,805	0,000
TKOBD	40,406	0,000	5,321	0,000
TKNIVO1	14,851	0,000	6,967	0,000
TKNIVO2	5,794	0,018	4,774	0,000
TKNIVO3	5,472	0,021	5,175	0,000

Z analizo variance in s t-testom smo ugotavljali statistične pomembnosti med razlikami v dosežkih učencev eksperimentalne in kontrolne skupine pri končnem testu znanja. Iz predstavljenih podatkov lahko razberemo, da so omenjene razlike pri končnem testu znanja večje kot pri začetnem testu in vse so statistično pomembne. Učenci eksperimentalne skupine so dosegli boljše rezultate v celotnem končnem testu znanja,

tako pri vseh nalogah različnih matematičnih vsebin kot tudi posameznih taksonomskih stopenj, razen pri nalogah, ki so zahtevale proceduralno znanje pri geometriji in merjenju, saj so tu za 0,1 točke omenjene naloge bolje reševali učenci kontrolne skupine. Iz zgornje razpredelnice je razvidno, da so prav vse merjene razlike med eksperimentalno in kontrolno skupino statistično pomembne.

Iz dobljenih rezultatov lahko sklenemo, da je do statistično pomembnih razlik v dosežkih med eksperimentalno in kontrolno skupino pri končnem testu znanja prišlo zaradi vnosa eksperimentalnega kognitivno-konstruktivističnega modela pouka in s tem preusmeritve pouka z učitelja na učenca ter uporabe sodobnih metod dela (problemski pouk, konstruktivizem, projektno delo, sodelovalno učenje ...).

Čeprav so učiteljice, ki so poučevale v eksperimentalni in kontrolni skupini, izvajale pouk matematike po učnem načrtu (Žakelj et al., 2011), je prišlo v eksperimentalni skupini do statistično pomembnih razlik, saj je bil koncept pouka matematike v eksperimentalni skupini drugače zastavljen.

Učiteljice eksperimentalne skupine so bile med vzgojno-izobraževalnim procesom pri matematiki zelo pozorne, da so pouk zastavile tako, da je bila v ospredju učenčeva lastna aktivnost v procesu pridobivanja znanja tako, da so uporabile kognitivno-konstruktivističen model pouka. Na ta način so si učenci izgradili samozaupanje v lastne sposobnosti, saj so jih učiteljice s sodobnimi metodami dela (razgovor, diskusija, eksperiment, izkustveno učenje, projektno delo, problemski pouk ...) navajale na samostojnost, spodbujale k ustvarjalnosti, predvsem pa k metakogniciji, torej k razmišljanju o postopku reševanja nalog, o rešitvah, ki so jih dobili, in kaj so se z nalogami naučili. Na ta način so učiteljice eksperimentalne skupine prevzele vlogo moderatorja in ne le prenašalca znanja.

Na podlagi analize dobljenih rezultatov smo potrdili našo splošno hipotezo, da bodo učenci, ki bodo deležni eksperimentalnega kognitivno-konstruktivističnega modela pouka matematike, uspešnejši pri reševanju matematičnih nalog na vseh matematičnih področjih (pri aritmetiki in algebri, geometriji z merjenjem, obdelavi podatkov ter logiki in jeziku) od učencev, deležnih behaviorističnega pouka matematike.

5 Sklep

Iz analize rezultatov raziskave lahko sklenemo, da ima kognitivno-konstruktivistični model pouka matematike v 1. triletju osnovne šole, ki smo ga eksperimentalno preizkusili v praksi, pozitivne učinke na znanje matematike. Ugotavljamo, da lahko pri učencu pričakujemo kakovostnejše znanje, če je pri pouku v usvajanju znanja aktivno soudeležen. Aktivno učenje temelji na logičnem sklepanju in empiričnem preverjanju, vključuje dialog, tako s samim seboj kot z drugimi, ter izkušnje (Lebarič, Kobal in Kolenc, 2002).

Kljub temu da smo v raziskavi ugotovili, da ima kognitivno-konstruktivistični model pouka matematike v 1. triletju osnovne šole pozitivne učinke na znanje matematike, pa analiza rezultatov tudi opozarja, da v obeh skupinah ostaja največja nevalgična točka reševanje problemskih matematičnih nalog. Podobno kažejo tudi raziskave (Ja-

pelj Pavešič in Svetlik, 2012; Martin in Mullis, 2013), v katerih avtorji navajajo, da je največja nevrvalgična točka učenja matematike v osnovni šoli bralno razumevanje matematičnih nalog. Tako kot navaja Dawe (1983), da je uspešno učenje matematike povezano z dobrim znanjem maternega jezika, tudi Clarkson in Williams (1994) opozarjata, da napredovanje pri branju pomeni večje možnosti tudi za napredovanje pri reševanju matematičnih besedilnih problemov, saj ima v besedilnih problemih oboje, matematično in nematematično besedilo, vpliv na uspešnost reševanja. Rezultati tako nakazujejo tudi potrebo po nadaljnjem razvoju pristopov učenja in poučevanja jezikovne dimenzije matematike kot sicer posebne, a integralno nedeljive komponente matematike. Matematični jezik razvijamo z interpretiranjem matematičnih dejstev in konceptov, z reševanjem besedilnih problemov, s spodbujanjem formalnega in kreativnega pisanja, z izražanjem matematičnih idej skozi različne sporazumevalne dejavnosti, z metodami za razvoj matematičnega besedišča, navajanjem na aktivno poslušanje, z dejavnostmi za spodbujanje interesa za matematiko idr. (Žakelj et al., 2018).

V prispevku obravnavani teoretično osmišljeni kognitivno-konstruktivistični model pouka in njegova praktična aplikacija sta lahko izhodišči za nadaljnje proučevanje in uporabo v vzgojno-izobraževalni praksi matematike oziroma ju je mogoče uporabiti pri reviziji in snovanju učnega programa matematike, da bi učiteljem tako omogočili načrtovanje optimalne kombinacije aktivnih metod (razgovor, diskusija, eksperiment, izkustveno učenje, projektno delo, problemski pouk ...) in pristopov poučevanja za izboljšanje dosežkov učencev pri pouku matematike. Učiteljem praktikom z izkušnjami in tudi tistim, ki si izkušnje pri poučevanju šele pridobivajo, pa bodo v pomoč pri oblikovanju učinkovitih učnih strategij.

Kot pravijo Sentočnik in sodelavci (2006), je naloga šole podpirati in omogočati razvijanje kompetenc pri učencih, ki bodo v podporo takšnega učenja, da bodo znali delati povezave, prepoznavati vzorce, organizirati posameznosti v celoto in izgrajevati razumevanje v vsej njegovi kompleksnosti.

Lea Kozel, Mara Cotič, PhD, Amalija Žakelj, PhD

The Cognitive-constructivist Model of Teaching Mathematics in the First Education Cycle

This paper presents a theoretically designed cognitive-constructivist model of teaching mathematics in the first education cycle of primary school and its practical application. Constructivist theories of knowledge are based on the assumption that individuals build their knowledge with their own construction of knowledge, with problem learning that is oriented towards discovery, linked with everyday life, based on examples, internally motivated and social.

Marentič-Požarnik (2000, p. 10) state that "learning is every change in the behaviour, informedness, knowledge, understanding, attitudes, skills or competences that is permanent and cannot be attributed to physical growth or development of inherited behavioural patterns." The theory of learning, which, besides behaviourism, cognitivism and connectivism, was developed in the West in the last century and which has

significantly influenced the learning and teaching of mathematics is constructivism (De Corte, 2013; Walling, 2014).

Constructivism as a theory of learning is based on students' active participation in the acquisition of knowledge, also in close interaction with local community. Students possess certain previously acquired knowledge, skills and experiences, which, in authentic situations, they are able to relate to the real world and to upgrade, thus becoming able to solve problems (Bass, 2012; Cankar et al., 2013). Authentic situations influence their emotional, social and physical involvement as well as the development of their attitudes (Mueller & Anderson, 2014).

Constructivist theories of knowledge are based on the assumption that knowledge is not transferrable; individuals shape it with their own construction (Plut-Pregelj, 2003), learning is based on solving problems, oriented towards discovery, linked to everyday life, case-based, intrinsically motivated and social (Šteh, 2004). Supporters of the constructivist theory believe that it is constructivist theories of knowledge precisely that have become the main starting point of the modernisation of the curriculum (Rutar Ilc, 2002).

Even in the so-called transmission approach, which is predominantly about the transfer of finite knowledge and skills, students are active to a certain degree, as they listen to the teacher's explanation and trying to comprehend it. In most of the important stages of the cognition procedure, students are nevertheless not active but merely informed about the findings that result from the cognition path somebody else has walked, while they never embark on it themselves (Rutar Ilc, 2002).

The active approach, which is grounded on one's own discovery and construction of findings with the support of various activities and mental processes stirred to by these activities is what makes – in otherwise more passive acquisition of knowledge – internalisation of concepts, principles and rules possible, and thus also durability of knowledge and its transfer value (Rutar Ilc, 2002).

For the attainment of the required aims of contemporary schooling, it is necessary to supplement the transmission (behaviouristic) with a modern cognitive-constructivist or transformational model of teaching. This requires problem-solving orientation of methods and approaches, where the teacher pays attention not just to the quantity but also to the quality of students' preknowledge. The teacher deliberately exploits student's experiences, attitudes and views, confronts them with the imperfection and contradictoriness, and with adapted support helps students with the reconstruction of knowledge. In the cognitive-constructivist model, the importance of student's activity, cooperation and exchange of views among learners as well as planful acquisition of learning skills is accentuated in all learning stages. In this kind of teaching, the student assumes an increasing part of responsibilities for the acquisition of knowledge and for personal development, and is trained for lifelong learning (Valenčič Zuljan, 2002).

In theory and in practice, constructivism is expressed in various directions. Common to all of them is the educational philosophy that the student is the main constructor of her/his own knowledge. Knowledge is therefore a product of one's own mental processing and, due to the specificities of every individual, it is expressed in individual varieties.

In the empirical part, the application of the cognitive-constructivist model of teaching mathematics in the first education cycle of primary school was evaluated using the experimental method of educational research in school practice.

Contemporary school reforms around the world namely endeavour to reach meaningful and lasting knowledge with students, and this is the reason why curricula, syllabi and, consequently, the teaching of mathematics have been modernised. We have decided to carry out a research to examine and update the existing educational process of teaching mathematics in the framework of primary school education.

The problem of the research focused on the formation and evaluation of the experimental cognitive-constructivist model of teaching mathematics, based on active involvement of the student in the learning process, built on the basis of foreign research and taking into account the Slovenian school space. For this purpose, the following general and specific hypotheses were set.

General hypothesis:

- *HG: The students who will receive the experimental cognitive-theoretical model of teaching mathematics will perform better in solving mathematical tasks in all areas of mathematics (arithmetic and algebra, geometry with measurement, data processing and logic, and language) than the students who will receive the behaviourist teaching of mathematics.*

Specific hypotheses:

- *H1: The experimental group will perform better in solving mathematical tasks in geometry with measurement than the control group of students.*
- *H2: The experimental group will perform better in solving mathematical tasks in arithmetic and algebra than the control group of students.*
- *H3: The experimental group will perform better in solving mathematical tasks in other areas (data processing and logic) than the control group of students.*
- *H4: The experimental group will perform better in solving mathematical tasks of the highest taxonomy level (problem-solving knowledge) according to Gagne than the control group of students.*
- *H5: Between the experimental and the control group there will be no statistically significant differences in solving mathematical tasks of the first and of the second taxonomy levels (basic and conceptual knowledge and procedural knowledge) according to Gagne's taxonomy.*

The experiment was carried out in different primary school classes. This means that prior to the experiment, no equalisation of classes to eliminate random differences was performed. The group of students who received the experimental factor was named the experimental group. The group of students who did not receive the experimental factor was named the control group. The experimental factor consisted of the experimental cognitive-constructivist model of teaching mathematics constructed on the basis of foreign research, taking into account the Slovenian school space. In the control group, teaching was performed according to the transmission model. In the experimental group, primary school teachers, graduates from university study programmes, took part, equalised regarding their education levels.

The research was performed on a sample of 240 third-grade students from randomly selected primary schools in the coastal region of Slovenia – the experimental group consisted of 100 students and the control group of 140. All of the selected schools were urban schools with equally favourable working conditions.

In the study, the traditional method of empirical research was complemented with the qualitative methodology of educational research. The educational experiment was applied in the framework of the empirical research approach. To obtain more complete data, the latter were analysed quantitatively and qualitatively. Quantitatively, data was analysed with knowledge tests (two tests in the knowledge of mathematics), and qualitatively with on-going working conversations with teachers, written and oral analysis of teachers' lesson plans and project plans, and with researchers attending individual classes.

For the purpose of the research, two knowledge tests were designed.

The results were interpreted in consistence with proving the set hypotheses. In this, 5 % were taken into account as the highest risk allowed for the rejection of the hypothesis (the selected value for the significance level is 0.05). If in the t-test the level of statistical significance was lower than 0.05, this meant that with regard to the tested hypothesis the experimental and the control group differed at the level of statistical significance.

With the analysis of variance and with the t-test, the level of statistical significance was determined for the differences in the performance of students in the experimental and the control group in the final test. We can discern from the presented data that the analysed differences between the groups were greater in the final than in the initial test and they were all statistically significant. The students in the experimental group achieved better outcomes in the entire final test of knowledge, both in all tasks in different mathematical contents as well as individual taxonomy levels, except in the tasks that required procedural knowledge in geometry and measurement, as in solving these tasks the students of the control group performed by 0.1 points better than their peers in the experimental group. Absolutely all the measured differences between the experimental and the control group were statistically significant.

Based on the analysis of the obtained results, we conclude that higher quality knowledge can be expected when the student is actively involved in the acquisition of knowledge. The students who received the teaching of mathematics according to the cognitive-constructivist model performed significantly better in solving mathematical tasks in all areas of mathematics and in all taxonomy levels.

Based on the analysis of the obtained results, our general hypothesis was confirmed that the students who receive the teaching of mathematics according to the cognitive-constructivist model of teaching mathematics will perform better in solving mathematical tasks in all areas of mathematics (arithmetic and algebra, geometry with measurement, data processing and logic, and language) and in all taxonomy levels than the students who receive the teaching of mathematics according to the transmission or behaviourist model.

LITERATURA

1. Bransford, J.D., Brown, A.L., Cocking, R.R. (2000). *How People learn*. Washington D.C.: National Academy Press.
2. Bass, R. (2012). *Disrupting Ourselves: the Problem of learning in Higher education*. *Educouse Review*, 47, št. 2, str. 1–13.
3. Cankar, F., Deutsch, T., Zupan, B., Setnikar-Cankar, S. (2013). Schools and promotion of innovation. *Croatian Journal of Education*, 15 (Sp. Ed. No. 2), str. 179–211.
4. Clarkson, S.P., Williams, W.H. (1994). Are You Assessing Reading or mathematics? Conference Paper ED 393666. Pridobljeno dne 01.12.2018 s svetovnega spleta: <http://files.eric.ed.gov/fulltext/ED393666.pdf>.
5. Cotič, M., Žakelj, A. (2004). Gagnejeva taksonomija pri preverjanju in ocenjevanju matematičnega znanja. *Sodobna pedagogika*, 55, št. 1, str. 182–192.
6. Dawe, L. (1983). *Bilingualism and Special Education: Issues in Assessment and Pedagogy*. Clevedon, England: Multilingual Matters.
7. De Corte, E. (2013). Zgodovinski razvoj razumevanja učenja. V: H. Dumont, D. Istance, F. Benavides (ur.). *O naravi učenja: uporaba raziskav za navdih prakse*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo, str. 37–64.
8. Japelj Pavešič, B., Svetlik, K. (2012). Odzivi šol na dosežke učencev v raziskavi TIMSS 2011: mednarodna raziskava trendov znanja matematike in naravoslovja. Ljubljana: Center za uporabno epistemologijo, Pedagoški inštitut. Pridobljeno dne 30.10.2018 s svetovnega spleta: <http://timsspei.blog.arnes.si>.
9. Krapše, T. (2002). Učitelj v procesu (re)konstrukcije učenčevih znanj. V: Zupan, A. (ur.). *Modeli poučevanja in učenja. Zbornik prispevkov*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, str. 18–26.
10. Kukanja Gabrijelčič, M. (2015). Profesionalni razvoj učiteljev in težave pri delu z nadarjenimi učenci. *Didactica Slovenica – Pedagoška obzorja*, 30, št. 1, str. 112–128.
11. Lebarič, N., Kobal, D., Kolenc, J. (2002). Motivacija za učenje in samopodoba. Ljubljana: Psihološka obzorja. *Društvo psihologov Slovenije*, 15, št. 3, str. 23–38.
12. Marentič Požarnik, B. (2000). Psihologija učenja in pouka. Ljubljana: DZS.
13. Marentič Požarnik, B. (2004). Konstruktivizem v šoli in izobraževanje učiteljev. Ljubljana: Center za pedagoško izobraževanje Filozofske fakultete.
14. Martin, M.O., Mullis I.V.S. (ur.) (2013). *International Association for the Evaluation of Educational Achievement. IEA. TIMSS and PIRLS 2011: Relationships among reading, mathematics, and science achievement at the fourth grade – Implications for early learning*. United States: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College And International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA).
15. Mešinović, S. (2019). Učenje z odkrivanjem pri pouku geometrije v osnovni šoli. *Didactica Slovenica – Pedagoška obzorja*, 34, št. 3–4, str. 19–33.
16. Mueller, S., Anderson, A.R. (2014). Understanding the entrepreneurial learning process and its impact on students' personal development: a european perspective. *International journal of management education*, 12, št. 3, str. 500–511.
17. Plut-Pregelj, L. (2003). Poslušanje v šoli – med ozaveščanjem, učenjem in zgledom. *Vzgoja in izobraževanje: revija za teoretična in praktična vprašanja vzgojno-izobraževalnega dela*, 34, št. 2, str. 4–10.
18. Rutar Ilc, Z. (2002). Aktivni učenec: zakaj in kako? V: Zupan, A. (ur.). *Modeli poučevanja in učenja. Zbornik prispevkov*. Ljubljana: Zavod RS za šolstvo, str. 10–17.
19. Sentočnik, S., Schollaert, R., Jones, J., Coffey, S., Bizjak, C., Rupnik Vec, T., Rupar, B., Pušnik, M. (2006). *Vpeljevanje sprememb v šole: konceptualni vidiki*. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
20. Šteh, B. (2000). Kakovost učenja in poučevanja v okviru gimnazijskega programa. *Doktorsko delo*. Ljubljana: Univerza v Ljubljani, Filozofska fakulteta.
21. Šteh, B. (2004). Koncept aktivnega in konstruktivnega učenja. V: B. Marentič Požarnik (ur.). *Konstruktivizem v šoli in izobraževanje učiteljev*. Ljubljana: Filozofska fakulteta, str. 149–163.

22. Štemberger, T. (2019). Raziskovanje o otrocih/z otroki: vprašanje participativnega raziskovanja z otroki. *Didactica Slovenica – Pedagoška obzorja*, 34, št. 1, str. 3–18.
23. Valenčič Zuljan, M. (2002). Kognitivno-konstruktivistični model pouka in nadarjeni učenci. *Didactica Slovenica – Pedagoška obzorja*, 17, št. 3–4, str. 3–12.
24. Walling, D.R. (2014). *Designing learning for tablet classrooms: innovations in instruction*. Cham, New York: Springer. Pridobljeno dne 15.09.2018 s svetovnega spleta: <https://books.google.si/>.
25. Žakelj, A. (2003). Kako poučevati matematiko. Teoretična zasnova modela in njegova didaktična izpeljava. Ljubljana: Zavod Republike Slovenije za šolstvo.
26. Žakelj, A. (2004). Procesno-didaktični pristop in razumevanje pojmovnih predstav v osnovni šoli. Doktorsko delo. Ljubljana: Filozofska fakulteta.
27. Žakelj, A., Prinčič Röhler, A., Perat, Z., Lipovec, A., Vršič, V., Repovž, B., Senekovič, J.,regar Umek, Z. (2011). Učni načrt, Program osnovna šola, Matematika. Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo.
28. Žakelj, A., Cotič, M., Felda, D., Mešinović, Sa. (2018). The importance of reading literacy in learning mathematics. V: Lepičnik-Vodopivec, J. (ur.), Jančec, L. (ur.), Štemberger, T. (ur.). *Implicit pedagogy for optimized learning in contemporary education*, (Advances in Educational Technologies and Instructional Design (AETID) Book Series). Hershey, PA: Information Science Reference, (an imprint of IGI Global), 2018, str. 205–223. Pridobljeno dne 10.04.2018 s svetovnega spleta: <https://www.igi-global.com/book/implicit-pedagogy-optimized-learning-contemporary/192052>.

Lea Kozel (1978), asistentka za didaktiko matematike na Pedagoški fakulteti Univerze na Primorskem v Kopru.

Naslov: Ulica Danila Zelena 6, 6000 Koper, Slovenija; Telefon: (+386) 031 261 682

E-mail: lea.kozel@pef.upr.si

Mara Cotič (1954), redna profesorica za didaktiko matematike na Pedagoški fakulteti Univerze na Primorskem v Kopru.

Naslov: Budičinova 3, 6000 Koper, Slovenija; Telefon: (+386) 041 449 784

E-mail: mara.cotic@pef.upr.si

Amalija Žakelj (1958), redna profesorica za didaktiko matematike na Pedagoški fakulteti Univerze na Primorskem v Kopru.

Naslov: Podpeška 93 A, 1351 Brezovica pri Ljubljani, Slovenija; Telefon: (+386) 041 784 936

E-mail: amalija.zakelj@pef.upr.si