29.

SLOVENSKO DRŽAVNO PRVENSTVO V GRADBENI MEHANIKI

LJUBLJANA, 15. MAJ, 2024

FGG
UNIVERZA V LJUBLJANI
Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

29. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Univerza v Ljubljani

Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo

Goran Turk, Dejan Zupan, Anita Ogrin, Peter Češarek, Robert Pečenko, Rado Flajs, Sabina Huč in Igor Planinc

Ljubljana, 15. maj 2024

Avtorji: TURK, Goran; ZUPAN, Dejan; OGRIN, Anita; ČEŠAREK, Peter; PEČENKO, Robert; FLAJS, Rado; HUČ, Sabina; PLANINC, Igor
29. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki

Založnik: Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo,
zanjo dekanja prof. dr. Violeta Bokan Bosiljkov

Oblikovanje naslovnice: SAJE, Veronika

Elektronska izdaja: www.km.fgg.uni-lj.si/tekma/tekmaGMH2024.pdf

Obseg: 27 strani

Cena: knjiga je brezplačna

Ljubljana, 2024

Katiložni zapis o publikaciji (CIP) so pripravili v
Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani.

COBISS.SI-ID 207265027
ISBN 978-961-6884-87-7 (PDF)

29. slovensko državno prvenstvo v gradbeni mehaniki Ljubljana 2024

Letos smo na Fakulteti za gradbeništvo in geodezijo organizirali že 29. državno prvenstvo v gradbeni mehaniki. Prvenstvo je pripravil organizacijski odbor v sestavi:

Goran Turk,
Peter Češarek,
Rado Flajs,
Robert Pečenko,
Anita Ogrin,
Igor Planinc,
Dejan Zupan (vsi UL FGG),
Nevenka Cesar (Srednja gradbena in lesarska šola, Novo mesto),
Erika Broz Žižek (Šolski center Krško-Sevnica, Gimnazija Krško),
Maja Lorger (Srednja gradbena šola in gimnazija,Maribor),
Uroš Avsec (Srednja elektro šola in tehniška gimnazija, Novo mesto),
Majda Pregl (Srednja gradbena, geodetska in okoljevarstvena šola, Ljubljana),
Marlenka Žolnir Petrič (Srednja šola za gradbeništvo in varovanje okolja, Celje).

Na tekmovanje smo povabili dijakinje in dijake tretjih in četrtih letnikov srednjih tehniških šol in tehniških gimnazij. Odbor je pripravil naloge za predtekmovanje in sklepno tekmovanje ter pregledal in ocenil izdelke tekmovalk in tekmovalcev.

Na predtekmovanje se je prijavilo 93 dijakinj in dijakov. Predtekmovalne naloge so na srednjih šolah reševali 17. aprila 2024. Trideset najuspešnejših dijakinj in dijakov na predtekmovanju se je uvrstilo na sklepno tekmovanje, ki je potekalo 15. maja 2024 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani.

Na sklepno tekmovanje so se uvrstile naslednje dijakinje in dijaki:

Ime in priimek	**Letnik**	**Šola**	**Mentor**
Aljaž Drofenik	3	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Benjamin Mešanović	3	SŠGVO Celje	Marlenka Žolnir Petrič
Jaka Cerjak	3	ŠCKS SŠ Krško	Erika Broz Žižek
Katja Šetinc	3	ŠCKS SŠ Krško	Erika Broz Žižek
Nejc Draškič	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Mitja Samotorčan	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Enej Šneler	3	SGGOŠ Ljubljana	Majda Pregl
Veronika Beranič Ferk	3	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Alex Potočnik	3	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Tim Prša	3	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Vid-Borja Fon	3	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Slavko Hysz	3	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Tai Tristan Papež	3	SEŠTG Novo mesto	Mitja Muhič
Žiga Remih	3	SEŠTG Novo mesto	Mitja Muhič
Matija Turk	3	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Tim Kač Lamut	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Eva Nahtigal Lavrič	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Oskar Udovč	3	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Lory Kmetič	4	ŠCKS SŠ Krško	Erika Broz Žižek
Loti Debeljak	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Tiana Malnič	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Anja Smrekar	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Jernej Topolovec	4	SGGOŠ Ljubljana	Biljana Postolova
Vita Belec	4	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Marsel Krošel	4	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Alen Potočnik	4	SGŠG Maribor	Maja Lorger
Maj Bukovec	4	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Neja Florjančič	4	SEŠTG Novo mesto	Uroš Avsec
Jan Podpadec	4	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič
Patrik Šuštarič	4	SGLVŠ Novo mesto	Jure Zupančič

KRATICE ŠOL:

SŠGVO Celje	Srednja šola za gradbeništvo in varovanje okolja Celje
ŠCKS SŠ Krško	Šolski center Krško-Sevnica, Srednja šola Krško
SGGOŠ Ljubljana	Srednja gradbena, geodetska in okoljevarstvena šola Ljubljana
SGŠG Maribor	Srednja gradbena šola in gimnazija Maribor
SEŠTG Novo mesto	Srednja elektro šola in tehniška gimnazija Novo mesto
SGLVŠ Novo mesto	Srednja gradbena, lesarska in vzgojiteljska šola Novo mesto

Sklepno tekmovanje se je začelo 15. maja 2024 ob 11.00 v prostorih Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani. Po 120 minutah reševanja nalog so si tekmovalke in tekmovalci pod vodstvom Francija Čepona ogledali Konstrukcijsko prometni laboratorij.

Medtem je komisija za ocenjevanje v sestavi Peter Češarek, Anita Ogrin, Igor Planinc, Dejan Zupan, Rado Flajs in Goran Turk, (vsi Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo) pregledala in ocenila naloge s sklepnega tekmovanja.

Po skupnem kosilu so bili popoldne v svečani dvorani Fakultete za gradbeništvo in geodezijo objavljeni rezultati. Priznanja in nagrade je dijakinjam in dijakom podelila dekanja UL FGG prof. dr. Violeta Bokan Bosiljkov.

Najuspešnejši na sklepnem tekmovanju so bili:

ime in priimek	**šola**	**nagrada**	**točke**
3. letnik			
Slavko Hysz	SEŠTG Novo mesto	1. nagrada	85
Mitja Samotorčan	SGGOŠ Ljubljana	2. nagrada	75
Tai Tristan Papež	SEŠTG Novo mesto	2. nagrada	75
Alex Potočnik	SGŠG Maribor	3. nagrada	70
Tim Kač Lamut	SGLVŠ Novo Mesto	3. nagrada	65
4. letnik			
Alen Potočnik	SGŠG Maribor	1. nagrada	85
Maj Bukovec	SEŠTG Novo mesto	2. nagrada	80
Anja Smrekar	SGGOŠ Ljubljana	3. nagrada	65
Patrik Šuštarič	SGLVŠ Novo mesto	3. nagrada	65

V naslednjih dveh preglednicah prikazujemo nekatere podatke o tem, kako so dijakinje in dijaki reševali predtekmovalne naloge in naloge na sklepnem tekmovanju. Najvišja možna ocena za posamezno nalogo je 25 točk.

predtekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	11.64	9.55	8.91	4.73	31.39
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	25	25	25	90

predtekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	9.69	4.53	8.91	6.25	29.38
najnižja ocena	0	0	0	0	0
najvišja ocena	25	25	25	25	95

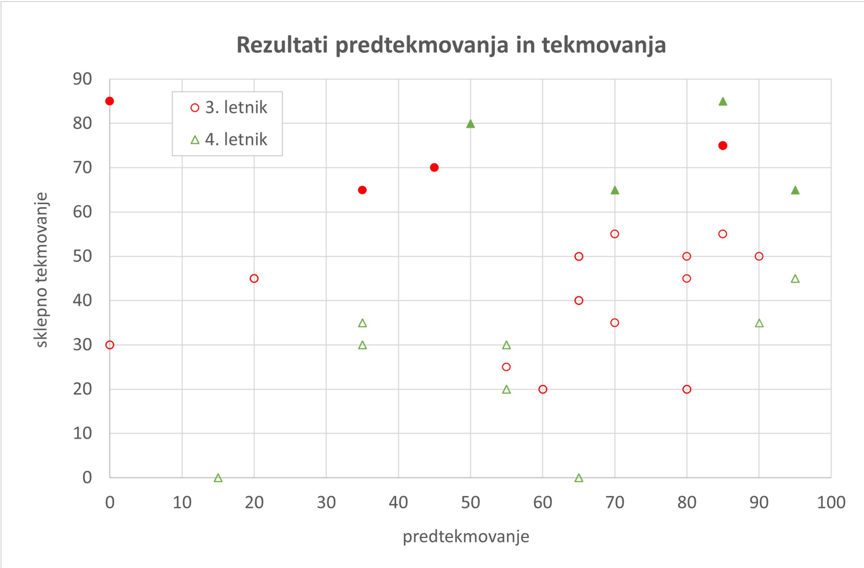
sklepno tekmovanje za 3. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	13.61	9.72	12.78	13.33	49.44
najnižja ocena	0	0	0	0	20
najvišja ocena	25	25	25	25	85

sklepno tekmovanje za 4. letnike [%]					
	1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga	skupaj
povprečje	14.00	12.00	12.00	11.00	49.00
najnižja ocena	0	5	5	5	20
najvišja ocena	25	25	15	25	85

Glede na povprečne ocene posameznih nalog na predtekmovanju lahko sklepamo, da je bila za tretje letnike najtežja 4. naloga. Dijakinjam in dijakom četrtih letnikov pa sta bili težji 2. in 4. naloga.

Na sklepnem tekmovanju so bile povprečne ocene nekoliko višje kot na predtekmovanju. Glede na povprečne ocene pri posameznih nalogah lahko ocenimo, da so bile vse naloge na sklepnem tekmovanju približno enako zahtevne.

Zgovoren je graf rezultatov s predtekmovanja in sklepnega tekmovanja. Vidimo lahko, da boljši rezultat na predtekmovanju pogosto pomeni tudi boljši rezultat na sklepnem tekmovanju, a lahko pride tudi do izjem in izrazitega izboljšanja ali poslabšanja uvrstitve s predtekmovanja. Na sliki so poudarjeno označeni rezultati tistih, ki so dobili nagrado na sklepnem tekmovanju.



Oglejmo si še, koliko tekmovalk in tekmovalcev je povsem pravilno rešilo posamezne naloge.

Na predtekmovanju tretjih letnikov je prvo nalogo povsem pravilno rešilo 19 dijakov, drugo in tretjo pa 6, četrto pa 4. Tudi pri četrtih letnikih je prvo nalogo rešilo največ dijakov, kar 11. Tudi drugo, tretjo in četrto je povsem pravilno rešilo vsaj nekaj dijakov.

Na sklepnem tekmovanju je prvo nalogo pri tretjih letnikih pravilno rešilo 7 dijakov, četrto nalogo pa 4. Pri četrtih letnikih so prvo nalogo rešili štirje. Vse druge naloge so pravilno rešili po eden ali dva dijaka.

Veseli nas lahko, da so prav vse naloge s predtekmovanja in tekmovanja bile take, da jih je vsaj en dijak oziroma dijakinja rešila povsem pravilno.

Število tekmovalk in tekmovalcev, ki so pravilno rešili posamezne naloge			
predtekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
19	6	6	4
predtekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
11	2	4	5

sklepno tekmovanje za 3. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
7	1	2	4
sklepno tekmovanje za 4. letnike			
1. naloga	2. naloga	3. naloga	4. naloga
4	1	1	1

Na sklepno tekmovanje se je uvrstilo 9 dijakinj in 21 dijakov, kar pomeni, da je bila zastopanost deklet 30%.

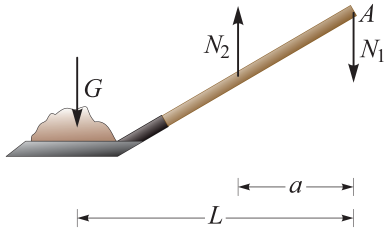
Tekmovanje financira:
Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo,
Univerza v Ljubljani, v okviru aktivnosti za izvedbo ukrepa Promocija študija za različne skupine s poudarkom na enaki zastopanosti spolov - STE(A)M.

Informacije o tekmovanju lahko najdete tudi na spletni strani:
`http://km.fgg.uni-lj.si/tekma/`.

Naloge s predtekmovanja za 3. letnike

1. naloga

Kje moramo prijeti lopato, da bo razmerje velikosti sil, s katerimi držimo lopato, N_2 in N_1 enako 2.5? Predpostavimo, da z eno roko (N_1) držimo na koncu ročaja. Odgovor pojasnite z računom! Kolikšni sta tedaj sili N_1 in N_2? Lastno težo lopate lahko zanemarimo.



Podatki: $G = 5\,\mathrm{kg}$, $L = 130\,\mathrm{cm}$.

Rešitev: Zapišemo ravnotežna pogoja za lopato, na katero delujeta sili obeh rok N_1 in N_2 ter teža bremena G. Momentni ravnotežni pogoj zapišemo glede na konec ročaja.

$$\sum M^A = 0 \quad \rightarrow \quad -N_2\, a + G\, L = 0 \quad \rightarrow \quad N_2 = \frac{G\, L}{a},$$
$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 - N_2 + G = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 = N_2 - G = \frac{G\, L}{a} - G.$$

Ob upoštevanju, da je razmerje med silama N_2 in N_1 enako 2.5, lahko napišemo enačbo in izračunamo razdaljo a:

$$\frac{N_2}{N_1} = 2.5 = \frac{\dfrac{G\, L}{a}}{\dfrac{G\,(L-a)}{a}} \quad \rightarrow \quad 2.5(L-a) = L \quad \rightarrow \quad a = L - \frac{L}{2.5} = 78\,\mathrm{cm}.$$

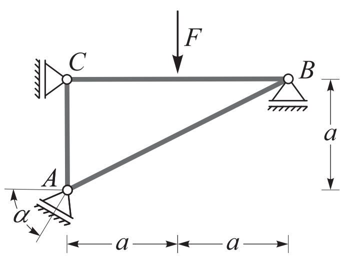
Nazadnje izračunamo še sili N_1 in N_2, ki sta:

$$N_1 = 83.3\,\mathrm{N}, \qquad N_2 = 33.3\,\mathrm{N}.$$

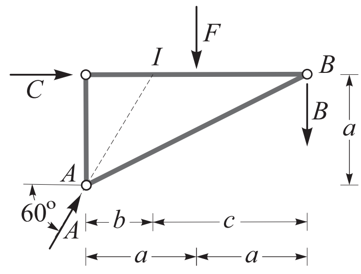
2. naloga

Za konstrukcijo na sliki določite reakcije podpor in sili v palicah!

Podatki: $F = 10\,\mathrm{kN}$, $a = 2\,\mathrm{m}$, $\alpha = 60^\circ$.



Rešitev: Odstranimo podpore in jih nadomestimo z reakcijami A, B in C. Določimo razdalji b in c:



$$b = a\frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$c = 2a - b = a\left(2 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

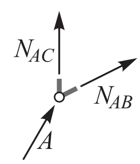
Reakcije izračunamo z uporabo ravnotežnih pogojev

$$\sum M^I = 0 \quad \rightarrow \quad -F\,(a-b) - B\,c = 0 \quad \rightarrow \quad B = -\frac{F(a-b)}{c} = -2.97\,\text{kN},$$

$$\sum M^B = 0 \quad \rightarrow \quad F\,a + \frac{\sqrt{3}}{2}A\,c = 0 \quad \rightarrow \quad A = \frac{2\,F\,a}{\sqrt{3}\,c} = 8.12\,\text{kN},$$

$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad C + \frac{1}{2}A = 0 \quad \rightarrow \quad C = -\frac{A}{2} = -4.06\,\text{kN}.$$

Osni sili N_{AB} in N_{AC} izračunamo iz ravnotežnih pogojev za vozlišče A



$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}A + \frac{2}{\sqrt{5}}N_{AB} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad N_{AB} = -\frac{A\sqrt{5}}{4} = -4.54\,\text{kN},$$

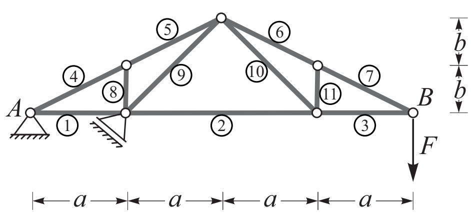
$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}A - \frac{1}{\sqrt{5}}N_{AB} - N_{AC} = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad N_{AC} = -\frac{\sqrt{3}}{2}A - \frac{1}{\sqrt{5}}N_{AB} = -5.00\,\text{kN}.$$

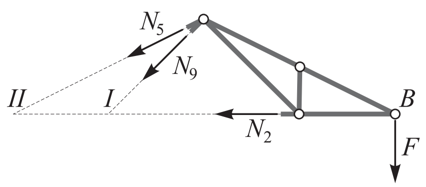
3. naloga

V paličju poiščite palici z največjo tlačno in največjo natezno obremenitvijo. Kolikšni sta ti sili?

Podatki: $a = 2$ m, $b = 1.5$ m,
$F = 10$ kN.



Rešitev: Najprej ugotovimo, da so sile v palicah 11, 10 in 8 enake nič. Prav tako lahko ugotovimo, da velja: $N_2 = N_3 = N_1$, $N_6 = N_7$ in $N_4 = N_5$ Ko te palice v mislih odstranimo, se paličje precej poenostavi. Največja tlačna sila nastopi v palici 9, največja natezna pa v palicah 4 in 5. Paličje v prerežemo preko palic 2, 5 in 9 ter obravnavamo desni del. Za določitev sile N_5 zapišemo momentni ravnotežni pogoj glede na točko I, za določitev sile N_9 pa glede na točko II.



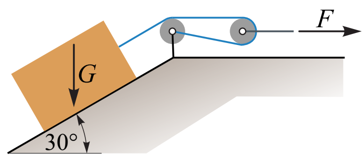
$$\sum M^I = 0 \quad \rightarrow \quad -3\,a\,F + \frac{4}{5}\,b\,N_5 = 0 \quad \rightarrow \quad N_5 = 5\,F = 50.0\,\text{kN},$$

$$\sum M^{II} = 0 \quad \rightarrow \quad -4\,a\,F - \frac{3\,a}{\sqrt{13}}\,N_9 = 0 \quad \rightarrow \quad N_9 = -\frac{4\sqrt{13}\,F}{3} = -48.1\,\text{kN}.$$

Največja tlačna sila je v palici 9 ($N_9 = -48.1\,\text{kN}$), največja natezna sila pa v palicah 4 in 5 ($N_4 = N_5 = 50.0\,\text{kN}$).

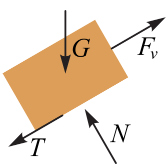
4. naloga

Delavec si je pri dvigovanju pravokotnega bremena po klancu pomagal z dvema škripcema, kot prikazuje slika. S kolikšno silo F mora delavec vleči vrv, da bo breme s konstantno hitrostjo drselo po klancu navzgor?



Podatki: $G = 2$ kN, koeficient trenja med bremenom in podlago je $k_t = 0.6$.

Rešitev: Breme izločimo iz okolice in vse vplive okolice nadomestimo z normalno silo podlage N, silo trenja $T = k_t\,N$ in silo v vrvi F_v. Iz ravnotežnih pogojev za breme v normalni smeri glede na klanec in v smeri vzdolž klanca določimo silo v vrvi F_v in silo podlage N

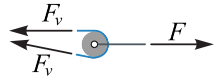


$$\sum F_n = 0 \quad \rightarrow \quad N - G\,\cos 30 = 0 \quad \rightarrow \quad N = 1.73\,\text{kN},$$

$$\sum F_t = 0 \quad \rightarrow \quad -T + F_v - G\,\sin 30 = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad F_v = T + G\,\sin 30 = k_t\,N + G\,\sin 30 = 2.04\,\text{kN}.$$

Sedaj iz okolice izločimo še desni škripec, na katerega deluje sila delavca F in sili v vrvi F_v. Ker nimamo podatkov, koliko sta razmaknjena škripca in kolikšen je njun radij, predpostavimo, da sta sili F_v vzporedni in vodoravni. Izračunamo ju iz ravnotežnega pogoja:

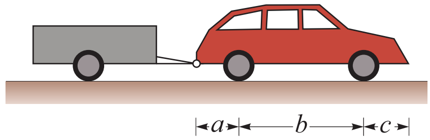


$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad -F_v - F_v + F = 0 \quad \rightarrow \quad F = 2\,F_v = 4.07\,\text{kN}.$$

Naloge s predtekmovanja za 4. letnike

1. naloga

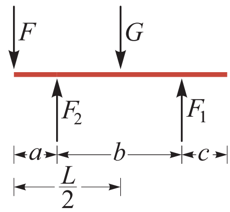
Na avto je priklopljena enoosna prikolica. S kolikšno silo mora prikolica obremeniti vlečno kljuko, da se sprednja kolesa avtomobila dvigneta od tal.



Avto lahko modelirate kot prostoležeči nosilec z obojestranskim previsom, njegovo lastno težo G pa kot enakomerno razporejeno linijsko obtežbo. Podpore preprečujejo pomik le v navpični smeri navzdol.

Podatki: $a = 0.5\,\mathrm{m}$, $b = 2.5\,\mathrm{m}$, $c = 1\,\mathrm{m}$, $G = 12\,\mathrm{kN}$.

Rešitev: Model avtomobila je preprost nosilec, ki je podprt v dveh oseh, obremenjen pa je s silo teže G in silo prikolice F. Ko je reakcija F_1 enaka nič, je obremenitev avta s prikolico ravno tolikšna, da se sprednje kolo avta še ne dvigne. Če je sila večja, se prvi del avta dvigne. Zapišimo momentni ravnotežni pogoj glede na drugo os in upoštevamo, da je $F_1 = 0$:

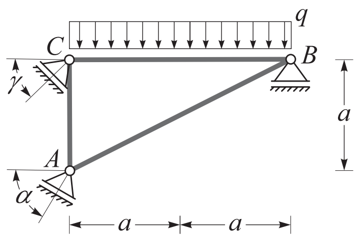


$$\sum M^{o_2} = 0 \quad \rightarrow \quad F\,a - G\left(\frac{a+b+c}{2} - a\right) = 0 \quad \rightarrow \quad F = 3\,G = 36\,\mathrm{kN}.$$

2. naloga

Za konstrukcijo na sliki določite reakcije podpor in sili v palicah!

Podatki: $q = 6\,\mathrm{kN/m}$, $a = 2\,\mathrm{m}$,
$\alpha = 60^\circ$, $\gamma = 45^\circ$.

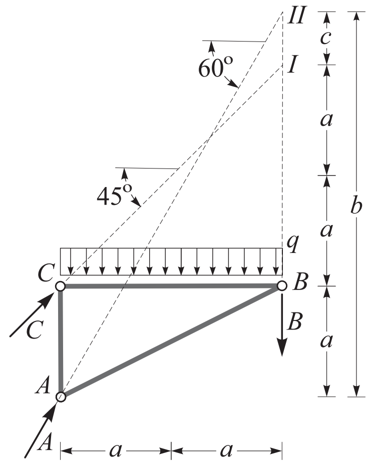


Rešitev: Odstranimo podpore in jih nadomestimo z reakcijami A, B in C.

Določimo razdalji b in c (glej sliko):

$$b = 2\,a\sqrt{3} = 6.93\,\mathrm{m},$$
$$c = b - 3\,a = a\left(2\sqrt{3} - 3\right) = 0.93\,\mathrm{m}.$$

Reakcije izračunamo z uporabo ravnotežnih pogojev. Ravnotežne pogoje pa zapišemo tako, da v vsaki enačbi nastopa le ena neznana reakcija podpore. Za izračun reakcije A tako izberemo momentni ravnotežni pogoj glede na točko I. Podobno za določitev reakcije C uporabimo momentni ravnotežni pogoj glede na točko II.



$$\sum M^I = 0 \quad \rightarrow \quad q\,2\,a^2 - A\frac{1}{2}\,c = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad A = \frac{4\,q\,a^2}{c} = 103.43\,\text{kN},$$

$$\sum M^{II} = 0 \quad \rightarrow \quad q\,2\,a^2 + C\frac{\sqrt{2}}{2}\,c = 0 \quad \rightarrow$$

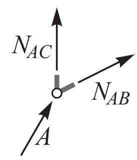
$$\rightarrow \quad C = -\frac{4\,q\,a^2}{\sqrt{2}\,c} = -73.13\,\text{kN},$$

Raekcijo B izračunamo iz ravnotežnega pogoja za sile v navpični smeri:

$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad B - \frac{\sqrt{3}}{2}A - \frac{\sqrt{2}}{2}C + 2\,q\,a = 0 \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad B = \frac{\sqrt{3}\,A}{2} + \frac{\sqrt{2}\,C}{2} - 2\,q\,a = 13.86\,\text{kN}.$$

Osni sili N_{AB} in N_{AC} izračunamo iz ravnotežnih pogojev za vozlišče A:



$$\sum X = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{2}A + \frac{2}{\sqrt{5}}N_{AB} = 0 \quad \rightarrow$$

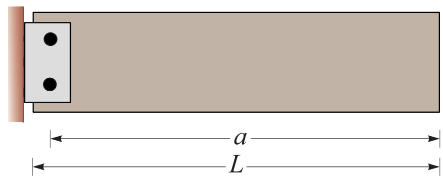
$$\rightarrow \quad N_{AB} = -\frac{A\sqrt{5}}{4} = -57.82\,\text{kN},$$

$$\sum Z = 0 \quad \rightarrow \quad -\frac{\sqrt{3}}{2}A - \frac{1}{\sqrt{5}}N_{AB} - N_{AC} = 0 \quad \rightarrow$$

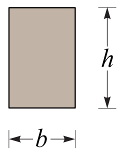
$$\rightarrow \quad N_{AC} = -\frac{\sqrt{3}}{2}A - \frac{1}{\sqrt{5}}N_{AB} = -63.71\,\text{kN}.$$

3. naloga

Lesen nosilec na sliki je z dvema vijakoma prek vezne pločevine pritrjen na steno. Obtežen je z lastno težo in na zgornjem robu z enakomerno porazdeljeno obtežbo snega s. Narišite računski model nosilca (geometrijo in obtežbo) in določite največje in najmanjše vzdolžne normalne napetosti v najbolj obremenjenem prečnem prerezu nosilca.



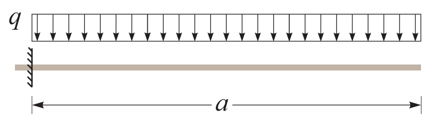
Prečni prerez nosilca:



Podatki: $l = 4\,\mathrm{m}$, $a = 3.85\,\mathrm{m}$, $b = 20\,\mathrm{cm}$, $h = 30\,\mathrm{cm}$,
gostota lesa: $\rho = 500\,\mathrm{kg/m^3}$, $s = 15\,\mathrm{kN/m^2}$.

Pomoč: odpornostni moment pravokotnega prečnega prereza $W = \frac{b\,h^2}{6}$, največjo vzdolžno normalno napetost pa izračunamo tako, da vrednost upogibnega momenta delimo z odpornostnim momentom.

Rešitev: Upoštevamo, da dva vijaka zagotavljata vpetost nosilca. Zato je računski model nosilca previsni nosilec (konzola), ki je obtežen z enakomerno linijsko obtežbo q.



Linijski obtežbi zaradi lastne teže nosilca q_g in obtežbe snega q_s sta:

$$q_g = \rho\, g\, b\, h = 500 \cdot 10 \cdot 0.2 \cdot 0.3 = 300\,\mathrm{N/m} = 0.3\,\mathrm{kN/m},$$
$$q_s = s\, b = 15 \cdot 0.2 = 3.0\,\mathrm{kN/m},$$

skupna linijska obtežba q pa je

$$q = q_g + q_s = 0.3 + 3.0 = 3.3\,\mathrm{kN/m}.$$

Največji upogibni moment v previsnem nosilcu pri enakomerni linijski obtežbi je na mestu podpore in je enak

$$M = q\, a\, \frac{a}{2} = 24.46\,\mathrm{kNm}.$$

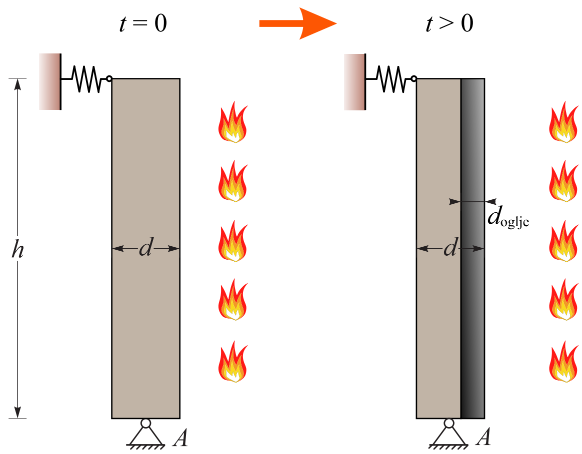
Ob upoštevanju, da je odpornostni moment $W = \frac{b\,h^2}{6} = 0.003\,\mathrm{m^3}$, lahko izračunamo največje in najmanjše normalne napetosti v tem prerezu

$$\sigma_x = \pm\frac{M}{W} = \pm\frac{24.46}{0.003} = \pm 8152\,\mathrm{kN/m^2} = \pm 8.15\,\mathrm{MPa}.$$

4. naloga

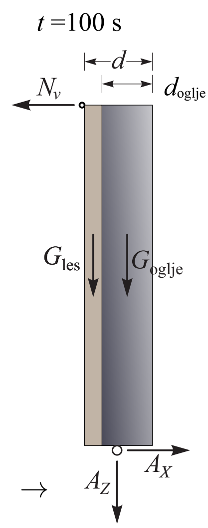
Lesena klada višine h, debeline d ter širine b je na spodnji strani podprta z vrtljivo podporo, na zgornji strani pa z vodoravno vzmetjo, kot prikazuje spodnja slika. Klada je izpostavljena požaru le z ene strani. Predpostavite, da les ob izpostavljenosti požaru ogleni s konstantno hitrostjo oglenenja β = 0.7 mm/min. Debelina oglja pri poljubnem času torej znaša $d_{\text{oglje}} = \beta t$. Izračunajte, kolikšna je sila v vzmeti po 100 minutah izpostavljenosti požaru, pri čemer upoštevajte, da gostota oglja znaša 5 % gostote lesa. Ob začetku požara je sila v vzmeti enaka nič.

Podatki: h = 50 cm, d = 10 cm, b = 100 cm, ρ_{les} = 420 kg/m^3, $\rho_{\text{oglje}} = 0.05\rho_{\text{les}}$.



Rešitev: Po 100 minutah je debelina oglja enaka

$$d_{\text{oglje}} = 0.7 \cdot 100 = 70\,\text{mm} = 0.07\,\text{m}.$$



Na klado sedaj delujejo sila teže lesa G_{les}, sila teže oglja G_{oglje}, sila v vzmeti N_v ter reakcije v podpori A. Sili teže lesa in oglja lahko izračunamo z enačbama

$$G_{\text{les}} = 1 \cdot 0.5 \cdot 0.03 \cdot 420 \cdot 10 = 63.0\,\text{N},$$
$$G_{\text{oglje}} = 1 \cdot 0.5 \cdot 0.07 \cdot 0.05 \cdot 420 \cdot 10 = 7.35\,\text{N}.$$

Iz momentnega ravnotežnega pogoja na podporo A pa lahko izračunamo tudi neznano silo v vzmeti

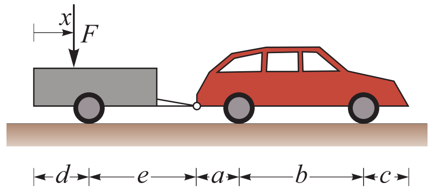
$$\sum M^A = 0 \quad \to \quad N_v\, h - G_{\text{oglje}} \frac{d - d_{\text{oglje}}}{2} + G_{\text{les}} \frac{d_{\text{oglje}}}{2} = 0 \quad \to$$
$$\to \quad N_v = \frac{7.35 \cdot 0.015 - 63 \cdot 0.035}{0.5} = -4.19\,\text{N}.$$

Naloge s sklepnega tekmovanja za 3. letnike

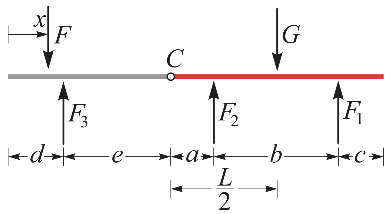
1. naloga

Na avto je priklopljena enoosna prikolica. Geometrijski model avta je prostoležeči nosilec z obojestranskim previsom. Lastno težo avta G pa lahko upoštevate kot enakomerno razporejeno linijsko obtežbo. Koliko od zadnjega roba prikolice mora biti lega težišča tovora s težo F, da obremenitev sprednje osi avtomobila ne preseže $7.5\,\mathrm{kN}$? Lastno težo prikolice zanemarite.

Podatki: $a = 0.5\,\mathrm{m}$, $b = 2.5\,\mathrm{m}$, $c = 1\,\mathrm{m}$,
$d = 1\,\mathrm{m}$, $e = 1.5\,\mathrm{m}$,
$G = 12\,\mathrm{kN}$, $F = 3.75\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Ker vemo, da je sila na prvi osi avta enaka $F_1 = 7.5\,\mathrm{kN}$, lahko določimo silo F_2 iz ravnotežnega momentnega pogoja gleda na točko C za desni del sistema (avto), silo F_3 pa iz ravnotežnega pogoja v navpični smeri za celoten sistem (avto in prikolica).



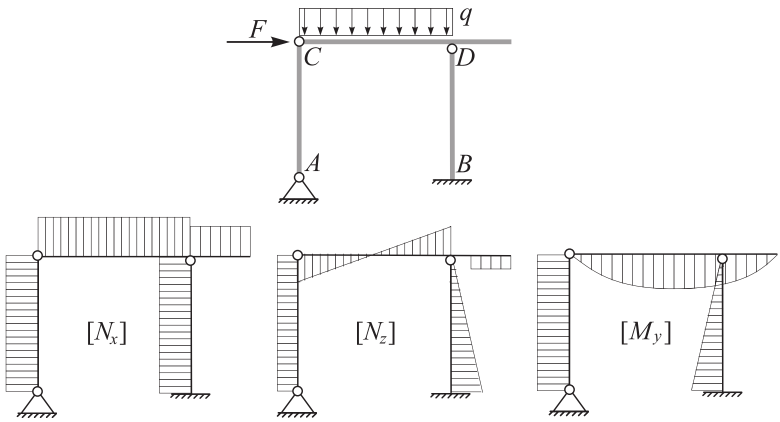
$$\sum M^C_{\text{avto}} = 0 \quad \to \quad F_1\,(a+b) + F_2\,a - G\,L/2 = 0 \quad \to$$
$$\to \quad F_2 = 3.0\,\mathrm{kN},$$
$$\sum Z_{\text{celota}} = 0 \quad \to \quad F + G - F_1 - F_2 - F_3 = 0 \quad \to$$
$$\to \quad F_3 = 5.25\,\mathrm{kN}.$$

Iz ravnotežnega momentnega pogoja zglede na točko C za levi del sistem (prikolica) lahko določimo lego težišča tovora x

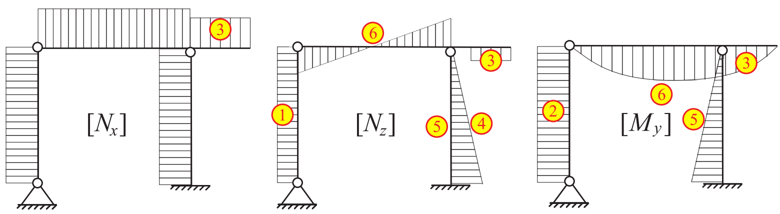
$$\sum M^C_{\text{prikolica}} = 0 \quad \to \quad F\,(d+e-x) - F_3\,e = 0 \quad \to$$
$$\to \quad x = \frac{F\,(d+e) - F_3\,e}{F} = 0.4\,\mathrm{m}.$$

2. naloga

Janezek ima težave pri določanju diagramov notranjih sil. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagajte Janezku in poiščite (brez računanja) vse napake v spodnjih diagramih! Pomagajte si s pravili, ki jih najdete na posebnem listu. Napake označite neposredno na diagramih, oštevilčite in utemeljite vsako posebej.

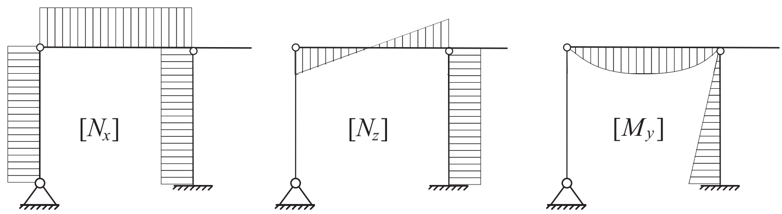


Rešitev: Upoštevajmo pravila o diagramih notranjih sil linijskih konstrukcij in vi diagramih označimo očitne napake:



1. Del konstrukcije AC je palica, tam mora biti prečna sila enaka nič.
2. Del konstrukcije AC je palica, tam mora biti upogibni moment enak nič.
3. Del konstrukcije desno od točke D je neobtežen previsni nosilec, tam so vse notranje sile enake nič.
4. Na delu konstrukcije BD ni prečne linijske obtežbe, tam je prečna sila konstantna.
5. Ker velja, da je odvod upogibnega momenta enak prečni sili, če na delu konstrukcije ni linijske momentne obtežbe, mora biti tam, kjer je upogibni moment linearen, prečna sila konstantna.
6. Ker velja, da je odvod upogibnega momenta enak prečni sili, če na delu konstrukcije ni linijske momentne obtežbe, mora biti tam, kjer je prečna sila enaka nič, vrednost upogibnega momenta ekstremna.

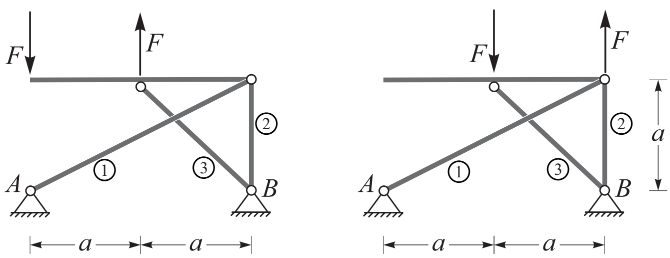
Za primerjavo na naslednji sliki prikazujemo še pravilno narisane diagrame notranjih sil.



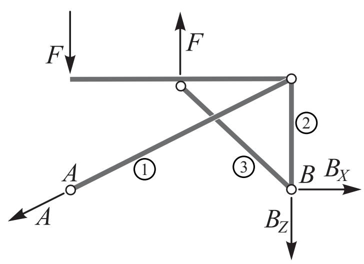
3. naloga

Izračunajte osne sile v palicah 1, 2 in 3 prikazane konstrukcije za oba obtežna primera. Ali so sile v palicah pri različni razporeditvi sil drugačne? Zakaj?

Podatki: $a = 3\,\mathrm{m}$, $F = 15\,\mathrm{kN}$.



Rešitev: Izračunajmo najprej reakcije v podporah A in B. Ker obtežbo na konstrukcijo predstavlja dvojica sil, so reakcije enake za oba obtežna primera. Iz ravnotežnih pogojev dobimo



$$\sum M_Y^A = 0 \quad \to \quad F\,a - B_Z\,2\,a = 0 \quad \to$$

$$\to \quad B_Z = \frac{F}{2} = 7.50\,\mathrm{kN},$$

$$\sum M_Y^B = 0 \quad \to \quad F\,2\,a - F\,a + A\frac{2}{\sqrt{5}}\,a = 0 \quad \to$$

$$\to \quad A = -\frac{F\sqrt{5}}{2} = -16.77\,\mathrm{kN},$$

$$\sum X = 0 \quad \to \quad B_X - A\frac{2}{\sqrt{5}} = 0 \quad \to \quad B_X = \frac{2\,A}{\sqrt{5}} = -15.00\,\mathrm{kN}.$$

Osne sile v palicah izračunamo iz ravnotežnih pogojev za vozlišči A in B

$$\sum_B X = 0 \quad \to \quad B_X - N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \to$$

$$\to \quad N_3 = \sqrt{3}\, B_X = -21.21\,\mathrm{kN},$$

$$\sum_B Z = 0 \quad \to \quad B_Z - N_2 - N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 0 \quad \to$$

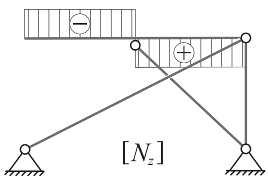
$$\to \quad N_2 = B_Z - N_3 \frac{\sqrt{2}}{2} = 22.5\,\mathrm{kN}.$$

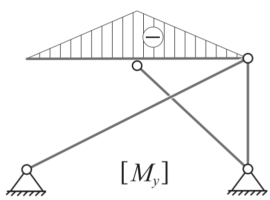
Iz ravnotežnega pogoja v točki A v smeri palice 1 ugotovimo, da je

$$\sum_A F_n = 0 \quad \to \quad -A + N_1 = 0 \quad \to \quad N_1 = A = -16.77\,\mathrm{kN}.$$

Ker osne sile določimo iz ravnotežnih pogojev za vozlišča, ki so tudi podpore, in ker smo že prej ugotovili, da so reakcije za oba obtežna primera enake, so enake tudi osne sile v vseh treh palicah. Razlika nastopi v notranjih silah v zgornjem nosilcu. Pri prvem obtežnem primeru v nosilcu nastopijo upogibni momenti in prečne sile, pri drugem pa so le-ti enaki nič.

Diagrami prečnih sil in upogibnih momentov za prvi obtežni primer so prikazani na naslednji sliki.



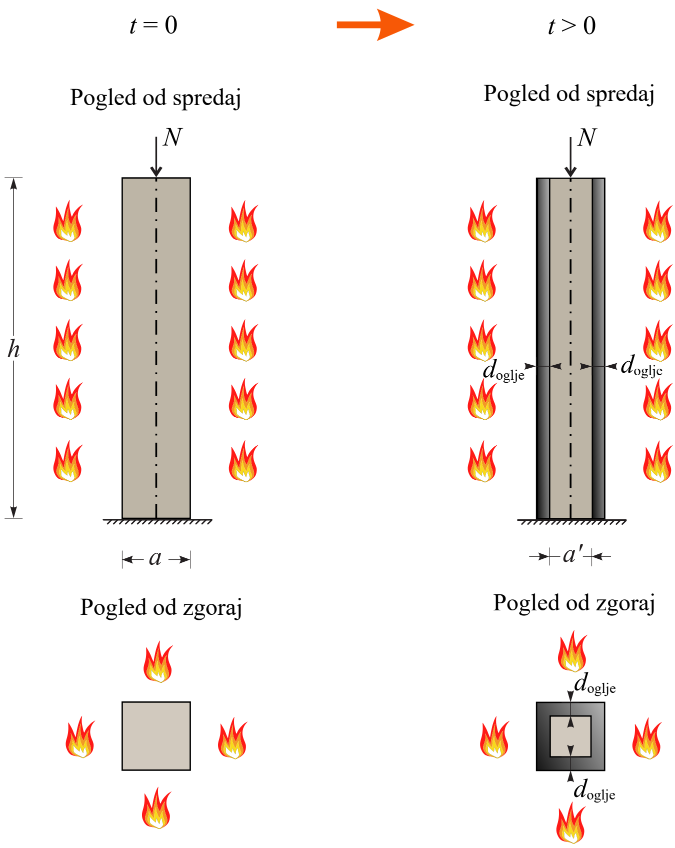


4. naloga

Lesen steber s kvadratnim prečnim prerezom $a \times a$ in z višino h je vpet v podlago, kot prikazuje spodnja slika. Steber je na zgornjem robu osno obtežen s silo N in po celotni dolžini izpostavljen požaru z vseh strani. Predpostavimo, da les ob izpostavljenosti požaru ogleni s konstantno hitrostjo oglenenja $\beta = 0.7\,\mathrm{mm/min}$. Debelina oglja pri poljubnem času t torej znaša $d_{\text{oglje}} = \beta\,t$. Določite čas, pri katerem se steber ukloni. Eulerjeva uklonska sila stebra je določena z enačbo:

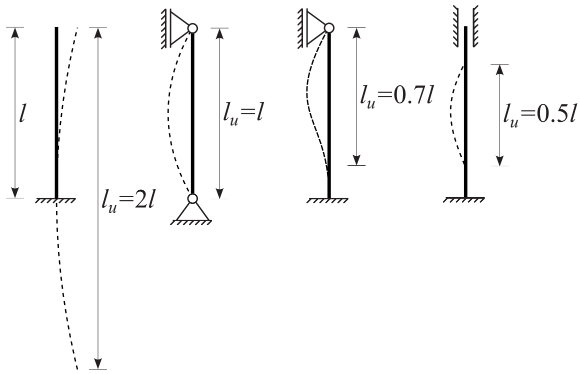
$$N_{cr} = \frac{\pi^2\,E\,I}{l_u^2},$$

kjer je $I = a'^4/12$ vztrajnostni moment kvadratnega prečnega prereza okrog obeh glavnih osi, E je modul elastičnosti, l_u uklonska dolžina stebra, a' pa je dolžina stranice trenutnega kvadratnega prečnega prereza.



Podatki: $h = 2.5$ m, $a = 20$ cm, $N = 50$ kN, $E = 1200$ kN/cm^2.

Pomoč: Uklonske dolžine stebrov glede na način podpiranja so:



Rešitev: Iz enačbe za določitev Eulerjeve uklonske sile stebra izračunamo vztrajnostni moment I, pri katerem se steber ukloni. Glede na način podpiranja stebra je uklonska dolžina $l_u = 2l = 500\,\mathrm{cm}$.

$$N_{cr} = \frac{\pi^2\, E\, I}{l_u^2} \quad \rightarrow \quad I = \frac{N_{cr}\, l_u^2}{\pi^2\, E} = 1055.4\,\mathrm{cm}.$$

Sedaj lahko določimo stranico prečnega prereza stebra a'

$$a' = \sqrt[4]{12\, I} = 5.70\,\mathrm{cm}$$

in nato še debelino oglja d_{oglje}

$$a' = a - 2\, d_{\text{oglje}} \quad \rightarrow \quad d_{\text{oglje}} = \frac{a - a'}{2} = 7.150\,\mathrm{cm}.$$

Ker poznamo hitrost oglenenja lesa β, lahko izračunamo še čas, pri katerem se steber ukloni. Ta je

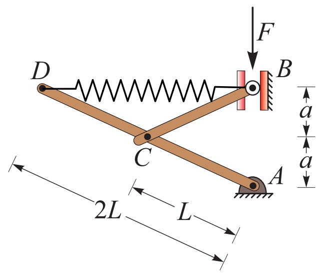
$$d_{\text{oglje}} = \beta\, t \quad \rightarrow \quad t = \frac{d_{\text{oglje}}}{\beta} = 102\,\mathrm{min}.$$

Naloge s sklepnega tekmovanja za 4. letnike

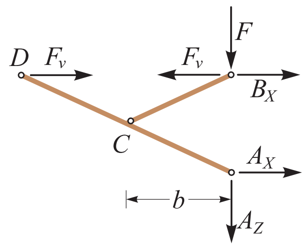
1. naloga

Konstrukcija na sliki je v ravnotežju! Določite notranjo silo v vzmeti in reakcije v podpori A!

Podatki: $L = 4$ m, $a = 2$ m, $F = 10$ kN.



Rešitev: Iz ravnotežnih pogojev za konstrukcijo lahko izračunamo reakcije v podporah



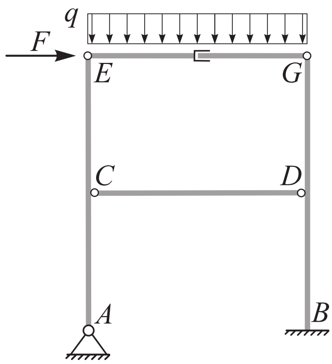
$$
\begin{aligned}
\sum Z = 0 \quad &\rightarrow \quad A_Z - F = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad A_Z = -F = -10\,\text{kN}, \\
\sum M_Y^A = 0 \quad &\rightarrow \quad B_X\, 2\,a = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad B_X = 0\,\text{kN}, \\
\sum X = 0 \quad &\rightarrow \quad A_X + B_X = 0 \quad \rightarrow \\
&\rightarrow \quad A_X = 0\,\text{kN}.
\end{aligned}
$$

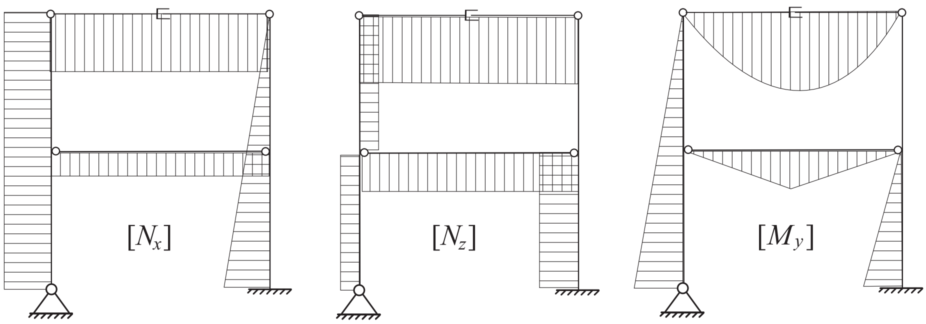
Silo v vzmeti določimo iz momentnega ravnotežnega pogoja glede na točko C za palico CB

$$
\sum_{CB} M_Y^C = 0 \quad \rightarrow \quad F_v\, a - F\, b = 0 \quad \rightarrow \quad F_v = \frac{F\, b}{a} = 17.32\,\text{kN}.
$$

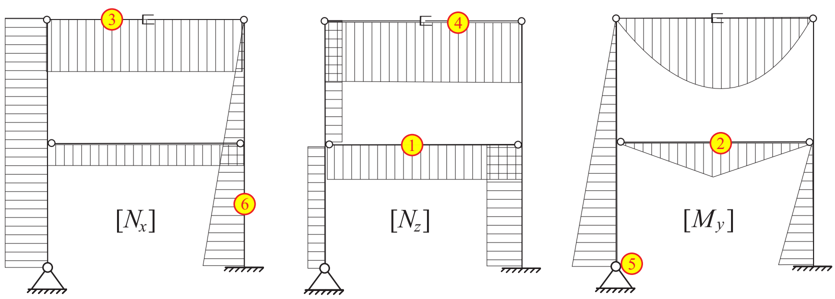
2. naloga

Janezek ima težave pri določanju diagramov notranjih sil. Njegovi diagrami so polni napak. Pomagajte Janezku in brez računanja poiščite vse napake v spodnjih diagramih! Pomagaj si s pravili, ki jih najdete na posebnem listu. Napake označite neposredno na diagramih, oštevilčite in utemeljite vsako posebej.





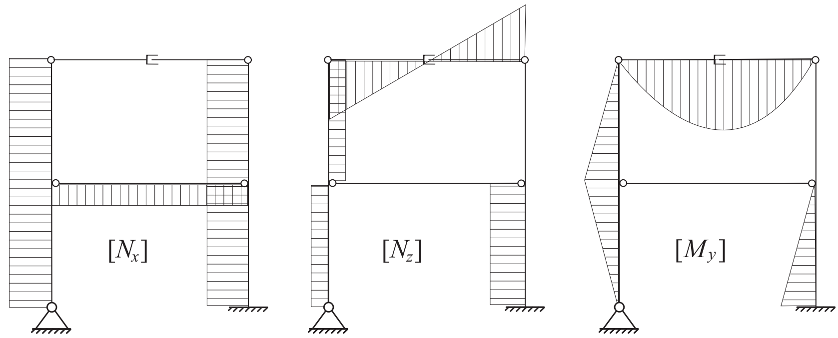
Rešitev: Upoštevajmo pravila o diagramih notranjih sil linijskih konstrukcij in v diagramih označimo očitne napake:



1. Del konstrukcije CD je palica, tam mora biti prečna sila enaka nič.
2. Del konstrukcije CD je palica, tam mora biti upogibni moment enak nič.
3. Vez na sredini elementa EG omogoča osni zamik, zato je tam osna sila enaka nič

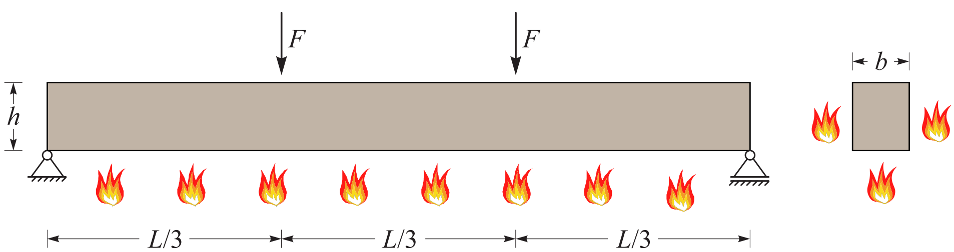
4. Na delu konstrukcije EG je konstantna linijska obtežba, tam prečna sila ni konstantna, temveč padajoča linearna.
5. Podpora A je členkasta, tam je upogibni moment enak nič.
6. Na delu konstrukcije BG ni linijske osne obtežbe, tam je osna sila konstantna.

Za primerjavo na naslednji sliki prikazujemo še pravilno narisane diagrame notranjih sil.



3. naloga

Leseni prostoležeči nosilec, dolžine $L = 3\,\mathrm{m}$ s pravokotnim prečnim prerezom dimenzij $b/h = 0.2\,\mathrm{m}/0.24\,\mathrm{m}$ je obtežen z dvema točkovnima silama F. Hkrati je nosilec izpostavljen požarni obtežbi s treh strani, kot je prikazano na sliki. V analizi predpostavimo, da les ob izpostavljenosti požaru ogleni s konstantno hitrostjo oglenenja $\beta = 0.7\,\mathrm{mm/min}$, zoglenela plast lesa pa ne prispeva k nosilnosti. Nezogleneli del prečnega prereza ohrani pravokotno obliko in ostane polno nosilen z upogibno trdnostjo $f_{m,d} = 27\,\mathrm{MPa}$. Izračunajte največjo silo F, pri kateri nosilec ohrani nosilnost po 30 minutah trajanja požara. Ekstremno normalno napetost v prerezu računamo po enačbi $\sigma = M/W$, kjer je M upogibni moment, $W = b\,h^2/6$ pa je odpornostni moment, ki se zaradi oglenenja lesa med požarom zmanjšuje.



Rešitev: Po 30 minutah se višina prečnega prereza zmanjša le z ene strani, širina prereza pa z obeh. Zato velja:

$$b' = b - 2\,\beta\,t = 15.8\,\mathrm{cm}, \qquad h' = h - \beta\,t = 21.9\,\mathrm{cm}.$$

Odpornostni moment W po 30 minutah trajanja požara je

$$W = \frac{b' \, h'^2}{6} = 1263.0 \, \mathrm{cm}^3.$$

Upogibni moment v srednji tretjini nosilca, na delu med silama, je konstanten in je enak

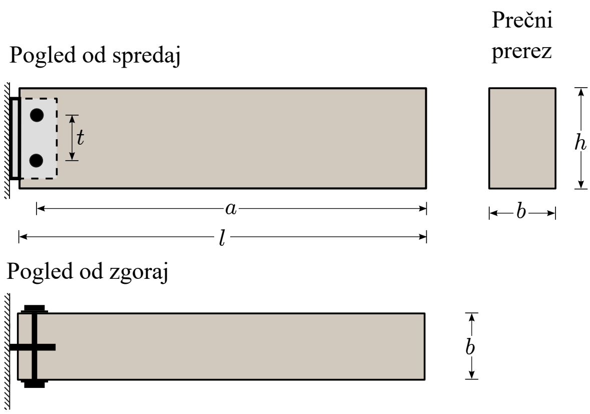
$$M = \frac{F \, L}{3}.$$

Iz enačbe za ekstremno normalno napetost in z upoštevanjem upogibne trdnosti lesa lahko določimo iskano največjo silo

$$\sigma = f_{m,d} = \frac{M}{W} = \frac{F \, L}{3 \, W} \quad \rightarrow \quad F = \frac{3 \, W \, f_{m,d}}{L} = 34.1 \, \mathrm{kN}.$$

4. naloga

Lesen nosilec na sliki je z dvema vijakoma okroglega prečnega prereza s premerom d prek vezne pločevine pritrjen na steno. Vijaka sta razmaknjena za višino t. Nosilec je obtežen z lastno težo in na zgornji ploskvi z enakomerno linijsko porazdeljeno obtežbo snega s. Določite strižne napetosti v vijakih. V analizi upoštevajte, da vijaka obremenjuje le upogibni moment v prečnem prerezu nosilca na mestu vijakov, vpliv prečne sile lahko zanemarite.



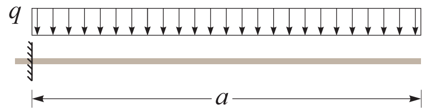
Podatki: $l = 4$ m, $a = 3.85$ m, $b = 20$ cm, $h = 30$ cm, $d = 20$ mm, $t = 15$ cm,
gostota lesa: $\rho = 500$ kg/m^3, obtežba snega: $s = 3$ kN/m.

Namig: Največja strižna napetost v vijaku je določena z enačbo

$$\tau = \frac{4}{3} \frac{Q}{A_{stebla}}, \tag{1}$$

kjer je Q strižna sila, s katero je obremenjen prečni prerez vijaka, A_{stebla} pa ploščina prereza stebla vijaka. Pri določitvi obremenitve Q upoštevajte, da vijak prevzame strižno obremenitev v dveh prerezih.

Rešitev: Upoštevamo, da vijaka zagotavljata vpetost nosilca. Zato je računski model konstrukcije previsni nosilec, ki je obtežen z enakomerno linijsko obtežbo q.



Linijski obtežbi zaradi lastne teže nosilca q_g in obtežbe snega q_s sta:

$$q_g = \rho\, g\, b\, h = 500 \cdot 10 \cdot 0.2 \cdot 0.3 = 300\,\mathrm{N/m} = 0.3\,\mathrm{kN/m},$$
$$q_s = s = 3.0\,\mathrm{kN/m},$$

skupna linijska obtežba q pa je

$$q = q_g + q_s = 0.3 + 3.0 = 3.3\,\mathrm{kN/m}.$$

Po absolutni vrednosti največji upogibni moment M v previsnem nosilcu, ki je obtežen le z enakomerno linijsko obtežbo, je na mestu vpetja in je enak

$$M = \left| -q\, a\, \frac{a}{2} \right| = 24.46\,\mathrm{kNm}.$$

Ta upogibni moment prevzame dvojica prečnih sil N_p na oba vijaka:

$$M = N_p\, t \quad \rightarrow \quad N_p = \frac{M}{t} = 163\,\mathrm{kN}.$$

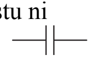
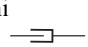
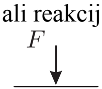
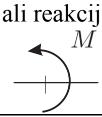
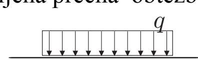
Ker je prečna sila N_p uravnotežena s strižnima silama v dveh prerezih, moramo pri določitvi obremenitve na vijak Q upoštevati, da je ta enaka polovici sile

$$Q = \frac{N_p}{2} = 81.5\,\mathrm{kN}.$$

Ploščina prečnega prereza vijaka je $A_{\text{stebla}} = \pi d^2/4 = 0.0314\,\mathrm{cm}^2$, strižno napetost pa določimo z enačbo

$$\tau = \frac{4}{3}\frac{Q}{A_{stebla}} = 3469\,\mathrm{kN/cm}^2 = 246.9\,\mathrm{MPa}.$$

PRAVILA (10 ZAPOVEDI) ZA DIAGRAME NOTRANJIH SIL

Zap. št.	KADAR JE:	MORA VELJATI:
Pravila, ki veljajo za celotno polje:		
1	**obtežba** le **točkovna** (NI porazdeljene obtežbe)	N_x je konstanten N_z je konstanten M_y je linearen (včasih tudi konstanten)
2	**obtežba enakomerna** v prečni smeri	N_z je linearen M_y je kvadratna funkcija
3	polje **BREZ porazdeljene momentne obtežbe**	$\frac{dM_y}{dx} = N_z$ kjer je $N_z = 0$, ima M_y ekstrem
4	element konstrukcije **palica**	$N_z = 0$ $M_y = 0$
Pravila, ki veljajo v značilnih točkah konstrukcije:		
5	v konstrukciji **členek** ali vrtljiva podpora in na tistem mestu ni obremenitve z momentom ali prečno silo	$M_y = 0$ ni skoka prečne sile
6	v konstrukciji **drsna vez** ali drsna podpora **v prečni smeri** in na tistem mestu ni obremenitve v prečni smeri 	$N_z = 0$
7	v konstrukciji **drsna vez** ali drsna podpora **v smeri osi** in na tistem mestu ni obremenitve v smeri osi 	$N_x = 0$
8	v točki konstrukcije **prečna točkovna sila** kot obtežba ali reakcija 	N_z ima skok velikosti *F* M_y ima prelom, nima pa skoka
9	v točki konstrukcije **točkovni moment** kot obtežba ali reakcija 	N_z se ne spremeni M_y ima skok velikosti *M*
10	v točki se prične ali konča enakomerna porazdeljena prečna obtežba 	N_z in M_y sta zvezna (ni skokov) N_z se lomi M_y se ne lomi