

# GEODETSKE MERITVE V PREDORU ŠENTVID

## GEODETIC MEASUREMENTS IN TUNNEL ŠENTVID

*Aleš Marjetič, Tomaž Ambrožič, Sonja Bogatin, Jure Klopčič, Janko Logar, Andrej Štimulak, Bojan Majes*

UDK: 349.44:711

### IZVLEČEK

*Prispevek obravnava geodetska dela pri spremljanju vpliva odkopavanja predora na hribino pred čelom predora. Za pridobitev podatkov o tektonskih conah, geoloških in drugih podatkov je bil približno v osi predora predčasno izkopen raziskovalni rov, ki se sedaj uporablja za geodetske in druge meritve pri spremljanju vpliva odkopavanja predora na premike. Izbran je bil primeren način stabilizacije točk in stojišča instrumenta ter metoda izmere. Za izračun koordinat stojišča je bila izbrana metoda prostorskega notranjega ureza z izravnavo nadštevilnih opazovanj, za izračun koordinat detajlnih točk pa metoda polarne detajlne izmere. Tak način določitve stojišča je bil izbran zaradi daleč segajočega vpliva odkopavanja predora na hribino pred čelom predora.*

### KLJUČNE BESEDE

*vpliv odkopavanja predora, geodetske meritve, raziskovalni rov, izravnava koordinat stojišča*

Klasifikacija prispevka po COBISS-u: 1.02

### ABSTRACT

*This article describes the geodetic monitoring of the impact that the tunnel excavations have on the rock mass at the tunnel face in the Šentvid tunnel. In the preliminary phase, an exploratory gallery was built almost along the main tunnel axis to collect geological, tectonic zone and other relevant data. The exploratory gallery is now being used for geodetic and other monitoring of the impact of tunnel excavations on the surrounding rock mass. Before the beginning, methods of point and station point stabilization, and a measurement method were chosen. Thus, the chosen methods are the method of 3D inner intersection with adjustment of redundant observation for station point determination, and the polar method for calculating 3D coordinates of detail points. The method of determination of station point was chosen because of the far reaching influence that the tunnel excavations have on rock mass behaviour at the tunnel face.*

### KEY WORDS

*influence of tunnel excavation, geodetic measurements, exploratory gallery, adjustment of station coordinates*

## 1 UVOD

Vse predore v slabše in slabo nosilnih hribinah gradimo po Novi avstrijski metodi (NATM – New Austrian Tunnelling Method). Pri tej metodi hribina okoli predora sodeluje, poleg primarne podgradnje, kot podporni element. Neugodne napetosti in deformacije moramo preprečiti s pravočasno vgradnjo podporja, ki ga dimenzioniramo glede na dopustne deformacije. Dejanske deformacije, ki morajo biti seveda manjše od dopustnih, določimo na več načinov, eden izmed

njih je tudi iz izmerjenih premikov kontrolnih (detajlnih) točk, stabiliziranih v oblogi predora. Geodetske meritve so torej sestavni del NATM.

Slovenci gradimo avtocestni križ. Povezavo med gorenjskim avtocestnim krakom in ljubljanskim cestnim obročem predstavlja odsek med Šentvidom in Kosezami, dolg 5,55 km. Del odseka leži v dvocevnem predoru Šentvid. Leva cev bo dolga 1033 m, desna pa 1060 m. V predoru, v obeh ceveh, je projektirana združitev avtoceste s priključkom na Celovško cesto. Odsek, kjer se bo priključek združil z avtocesto, imenujemo kaverna, in je velikega prereza – približno 230 m<sup>2</sup> (za primerjavo povejmo, da je prerez dvopasovne predorske cevi približno 90 m<sup>2</sup>, prerez tripasovne pa 130 m<sup>2</sup>). Da bi podrobno spoznali geološke razmere, lokalne tektonske prelomnice, vplive vode in podobno, so izkopali raziskovalni rov, prereza do 15 m<sup>2</sup>, ki poteka sprva skoraj v osi leve cevi, nato pa s prečnikom preide skoraj v os desne cevi. Na podlagi vseh dobljenih podatkov pri izkopavanju raziskovalnega rova so prišli do spoznanja, da je projektirani dvopasovni predor, ki se razširi v kaverno in nato nadaljuje v tripasovni predor, možno zgraditi. Povedati moramo, da je bilo, zaradi cene izgradnje raziskovalnega rova, v praksi po svetu izkopanih zelo malo raziskovalnih rovov (navadno dobijo projektanti potrebne podatke iz strukturnih vrtin, vrtin na jedro, z geofizikalnimi metodami ...).

Ker je raziskovalni rov neobljuden, brez mehanizacije in v njem ni strupenih in zadušljivih plinov, je primeren za raznovrstne raziskave. Tako smo prišli na idejo, da bi celostno in sistematično raziskali vpliv odkopavanja glavnega predora na raziskovalni rov, torej na hribino pred čelom predora. Na podlagi dobljenih rezultatov bi bila gradnja glavnega predora varnejša, ekonomičnejša ...

Ena izmed možnih metod določitve vpliva odkopavanja glavnega predora na hribino v okolici raziskovalnega rova je določevanje prostorskih koordinat točk, stabiliziranih v oblogi raziskovalnega rova, z geodetskimi metodami in njihovo spremljanje premikanja v določenem časovnem obdobju.

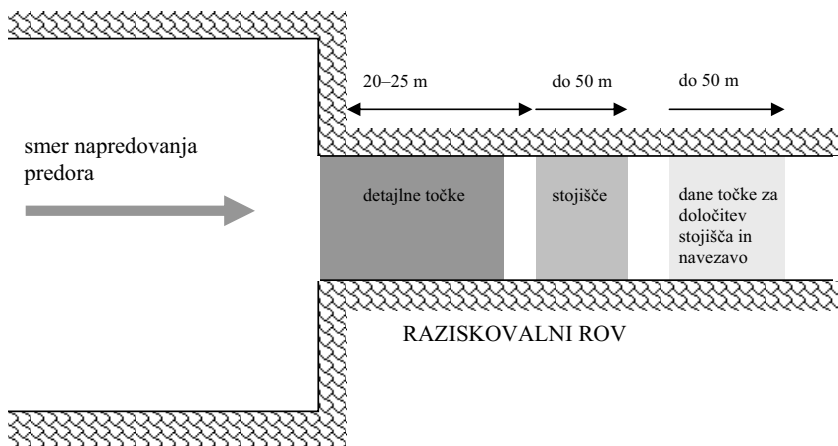
## **2 IZBIRA OBMOČJA IN NAČINA STABILIZACIJE STOJIŠČA, DANIH IN DETAJLNIH TOČK V RAZISKOVALNEM ROVU**

Za potrebe periodičnega spremljanja premikov točk v raziskovalnem rovu se je bilo treba najprej odločiti, na kakšen način bomo določili prostorski položaj točk. Izbrali smo metodo polarne izmere. Za takšno določitev potrebujemo stojišče z znanim horizontalnim položajem ( $y_{stoj}$ ,  $x_{stoj}$ ) in višino ( $H_{stoj}$ ). Glavni problem je torej, kako določiti položaj stojiščne točke instrumenta. Ena izmed rešitev bi bila, da bi stojišče določili z geodetskimi meritvami iz točk oziroma na točke geodetske mreže, ki so stabilizirane vzdolž celotnega predora do čela predora. Vendar ima ta način nekatere pomembne pomanjkljivosti, ki izhajajo iz naslednjih dejstev.

- Na čelu predora potekajo intenzivna gradbena dela, ki onemogočajo viziranje na detajlne točke v raziskovalnem rovu. To pomeni, da bi moralo biti stojišče instrumenta v raziskovalnem rovu.
- Detajlne točke za spremljanje premikov hribine morajo biti locirane čim bližje čelu predora (od 0 do 20–25 m v notranjost raziskovalnega rova), kar pomeni, da bi morala biti oddaljenost

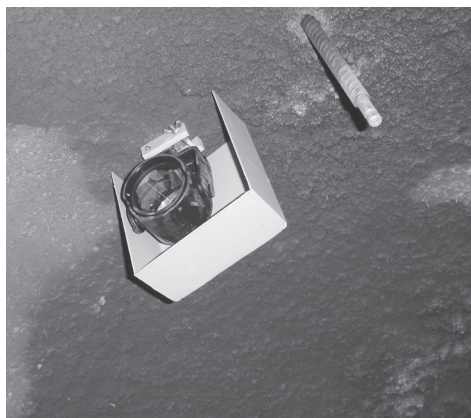
instrumenta od čela približno 50 m.

- Ker stojišče na takšni oddaljenosti od čela predora (blizu vplivu izkopavanja) ni nujno stabilno, je treba za vsako ponovno določitev položajev detajlnih točk ponovno določiti položaj stojišča.
- Če za vsak časovni trenutek določamo stojišče ponovno in če je onemogočena vizura na dane točke v glavnem predoru, je treba zagotoviti nekaj stabilnih točk v notranjosti raziskovalnega rova, ki bodo omogočale določitev stojišča in hkrati navezavo za določitev detajlnih točk.



Slika 1: Študija postavitve območij za stabilizacijo detajlnih točk, stojišča in danih točk za navezavo v raziskovalnem rovu.

Na podlagi analize naštetih dejstev smo se odločili, da bomo spremljali vpliv izgradnje predora na hribino v okolici raziskovalnega rova pred čelom predora tako, da bomo v območju vpliva (območje »detajlne točke«) v posameznih profilih, med seboj oddaljenih dva metra, vgradili nosilce za prizme in nanje postavili prizme (slika 2). Nosilci za prizme so palice rebrastega železa ( $\Phi 16$  mm), ki se končajo z nastavkom za prizmo in jih zabijemo v prej izvrtano luknjo primerne dimenzije. Pred brizganim betonom je treba nekaj bližnjih detajlnih točk zavarovati z zaščito.



Slika 2: Stabilizacija detajlnih točk. Desno – vgrajeni nosilec za prizmo, levo – na nosilec pritjena prizma z zaščito pred brizganim betonom.



*Slika 3: Pogled iz raziskovalnega rova s stojišča instrumenta proti čelu predora. Jasno so vidne svetleče detaljne točke na posameznem profilu (ena na stropu, ena na tleh in dve v boku). V ozadju potekajo dela na čelu predora.*

Prostorske koordinate detaljnih točk bomo določili s polarno metodo s stojišča, ki ga bomo stabilizirali na konzoli v območju »stojišče« (slika 1). Pritrdišče konzole je preko krogelnega zgloba povezano z roko konzole, na kateri je na navoju privit instrument. Konzola ima tudi mehansko zaščito za instrument, ki ga varuje pred manjšimi delci, ki padajo s sten in stropa raziskovalnega rova.



*Slika 4: Način stabilizacije stojišča s konzolo (avtor izvedbe konzole: Matjaž Koželj, Premogovnik Velenje).*



Prostorski položaj stojišča bomo določili z meritvami na dane točke (stabilizirane v območju »dane točke za določitev stojišča in navezavo« - slika 1).

*Slika 5: Pogled s čela predora v raziskovalni rov. V ospredju so vidne detaljne točke z zaščitami, v ozadju pa tri svetleče dane točke, na katere se izvaja navezava.*

## 3 IZVEDBA GEODETSKIH MERITEV

### 3.1 Izbira časovnega intervala

Izgradnja predora poteka 24 ur na dan, kar zahteva permanentno spremljanje premikov točk v raziskovalnem rovu. Zaradi velikih količin izkopanega materiala v dokaj kratkem času (napredek je približno en meter na dan), se vplivi izkopavanja na hribino dokaj hitro spreminjajo. Zaradi tega je izbrani časovni interval ponovitve meritev oziroma ponovne določitve koordinat detajlnih točk ena ura. Vse meritve (za določitve koordinat stojišča in koordinat detajlnih točk) je treba torej izvajati vsako uro. Tako imamo za posamezen dan 24 določitve prostorskih položajev detajlnih točk. Z analizo časovnega spreminjanja položajev detajlnih točk lahko nato ugotovljamo vplive izkopavanja na premikanja celotne hribine pred čelom predora.

### 3.2 Izbira geodetskega instrumentarija in dodatne opreme

Permanentno urno izvajanje geodetskih meritev na klasičen način izvajanja z operaterjem bi bilo fizično in tudi finančno prezahtevno in v končni fazi tudi prenevarno. Rešitev, ki smo jo uporabili, je uporaba elektronskega tahimetra Leica TCRP1201 R300. Gre za najnovejši instrument, ki omogoča avtomatsko viziranje in merjenje horizontalnih smeri, zenitnih razdalj in dolžin na različne predhodno definirane merske objekte:

- na standardne, mini ali 360° odbojne prizme,
- odbojne nalepke in
- neposredno na površino objekta.

Instrument lahko izvaja meritve brez prisotnosti vidne svetlobe. Poleg tega je pglavitna prednost tega instrumenta za uporabo v nalogi geodetskega merjenja v predoru ta, da lahko sam ponavlja

<b>merjenje horizontalnih smeri in zenitnih razdalj</b>	natančnost: 1" (ISO 17123-3) dvoosni elektronski kompenzator standardni, hitri ali sledilni način merjenja ATR – samodejno precizno viziranje PowerSearch – samodejno iskanje prizme
<b>merjenje dolžin</b>	<u>merjenje na reflektor:</u> natančnost: 2 mm; 2 ppm (ISO 17123-4) doseg: do 3,5 km (na standardno prizmo) <u>merjenje brez reflektorja:</u> natančnost: 3 mm; 2 ppm (ISO 17123-4) doseg: več kot 500 m

Preglednica 1: Tehnični podatki za instrument Leica TCRP1201 R300.

meritve v vnaprej določenih časovnih trenutkih, torej se lahko sam vklopi, izvede meritve in se ponovno izklopi do naslednje ponovitve.

Nekaj osnovnih tehničnih značilnosti instrumenta podaja preglednica 1 (Leica Geosystems AG, 2005).

Kot dodatno opremo smo izbrali standardne odbojne prizme, saj sistem ATR ni primeren za viziranje na odbojne nalepke, ki pa so mnogo cenejše.

### 3.3 Izbira metode izmere

Za merjenje horizontalnih kotov smo izbrali girusno metodo (zaradi eliminacije instrumentalnih pogreškov). Sočasno z merjenjem horizontalne smeri smo izmerili še zenitno razdaljo in poševno dolžino do opazovane točke. Girus smo začeli opazovati na tri dane točke in nadaljevali z opazovanji na detajlne točke (največ 27). Posamezno točko (tako dano kot detajlno) smo osvetlili z dodatno lučjo, saj je v raziskovalnem rovu tema. V levi krožni legi smo točko približno navizirali in podali njeno ime. Nato smo s pritiskom na gumb sprožili samodejno precizno viziranje, ki ga instrument izvede s sistemom ATR (Automatic Target Recognition). Instrument je po viziranju in opravljenih meritvah vseh treh količin samodejno shranil rezultate meritev v pomnilnik. Po opravljenih meritvah vseh točk v levi krožni legi smo s pritiskom na gumb sprožili samodejno viziranje, merjenje in shranjevanje rezultatov meritev vseh opazovanih točk v desni krožni legi. Po opravljenih meritvah v enem girusu smo morali instrumentu podati še začetek naslednje meritve - naslednjega girusa (vedno smo podali naslednjo polno uro) in časovni interval (ena ura). Instrument je nato samodejno opravil meritve, kot smo zahtevali - vsako uro je opravil girusno meritev na vse točke (na dan je opravil 24 girusnih meritev po en girus).

Vsak dan smo morali na pomnilniško kartico prepisati merske podatke, ki smo jih v pisarni naknadno obdelali, kar opisujemo v nadaljevanju prispevka. Instrument smo morali za nadaljevanje meritev oskrbeti s polnimi baterijami, saj količina energije notranje in zunanje baterije ni zadoščala za več kot en dan in pol meritev z izbranim intervalom meritev na izbrano število točk.

## 4 DOLOČITEV KOORDINAT STOJIŠČA IN DETAJLNIH TOČK

Če določamo položaj stojišča geodetskega instrumenta z notranjimi meritvami, to je meritvami geodetskih količin iz stojišča proti znanim točkam, lahko koordinate stojišča instrumenta določimo na različne načine. Različne metode določevanja koordinat stojiščne točke delimo glede na to, katero prostorsko komponento položaja določamo. Za določitev horizontalnega položaja imamo lahko:

- notranji urez,
- ločni presek.

Za določitev vertikalnega položaja oziroma višine uporabljamo:

- trigonometrično višinomerstvo.

Za določitev prostorskega položaja pa lahko uporabimo:

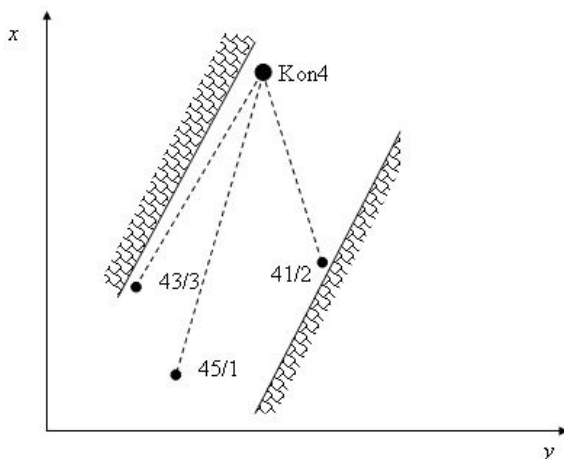


- prostorski notranji urez,
- prostorski ločni presek,
- kombinirani urez.

S sodobnimi elektronskimi tahimetri, s katerimi lahko merimo horizontalne, vertikalne kote in poševne dolžine, določamo horizontalni položaj in višino hkrati. Tako uporabljamo kombinirani prostorski notranji urez za določitev 3D-položaja stojiščne točke v predoru.

#### 4.1 Prostorski notranji urez za določitev koordinat stojišča

Iz stojišča instrumenta so bile opazovane horizontalne smeri, poševne dolžine in zenitne razdalje proti trem danim točkam. Slika 6 prikazuje primer konzole Kon4 z vizurami proti danim točkam 41/2, 45/1 in 43/3.



Slika 6: Situacija stojišča in danih točk.

Za določitev koordinat stojišča uporabimo vse meritve. Ker je merjenih količin več, kot je nujno potrebno za enolično določitev stojišča, uporabimo izravnavo merjenih količin po metodi najmanjših kvadratov. Izpeljava funkcionalnega modela posredne izravnave opazovanj po metodi najmanjših kvadratov popravkov opazovanj temelji na izpeljavi enačb popravkov za opazovane horizontalne smeri, poševne dolžine in zenitne razdalje za posamezno dano točko  $i$  (Kuang, 1996).

$$F_i^1 : s_i + v_{s_i} + o_{stoj} - v_{stoj}^i = s_i + v_{s_i} + o_{stoj} - \arctan \frac{y_i - y_{stoj}}{x_i - x_{stoj}} = 0, \quad (1)$$

$$F_i^2 : d_i + v_{d_i} - \sqrt{(y_i - y_{stoj})^2 + (x_i - x_{stoj})^2 + (H_i - H_{stoj})^2} = 0,$$

$$F_i^3 : Z_i + v_{Z_i} - \arccos \left[ \frac{H_i - H_{stoj}}{\sqrt{(y_i - y_{stoj})^2 + (x_i - x_{stoj})^2 + (H_i - H_{stoj})^2}} \right] = 0,$$

kjer je:

$s_i, v_{s_i}$  – opazovana smer na dano točko  $i$ , popravek opazovane smeri na dano točko  $i$ ,

$d_i, v_{d_i}$  – opazovana poševna dolžina do dane točke  $i$ , popravek opazovane poševne dolžine do dane točke  $i$ ,

$Z_i, v_{Z_i}$  – opazovana zenitna razdalja na dano točko  $i$ , popravek opazovane zenitne razdalje na dano točko  $i$ ,

$o_{stoj}, v_{stoj}^i$  – orientacijski kot na stojišču, smerni kot s stojišča na dano točko  $i$ ,

$y_i, x_i, H_i$  – prostorske koordinate dane točke  $i$ ,

$y_{stoj}, x_{stoj}, H_{stoj}$  – prostorske koordinate stojišča.

Ker je model nelinearen, je potrebna linearizacija s pomočjo razvoja v Taylorjevo vrsto:

$$F_i^1 : v_{s_i} + b_{s_i,1} do_{stoj} + b_{s_i,2} dy_{stoj} + b_{s_i,3} dx_{stoj} = -o_{stoj}^0 + \arctan\left(\frac{\Delta y^0}{\Delta x^0}\right) - s_i, \quad (2)$$

$$F_i^2 : v_{d_i} + b_{d_i,2} dy_{stoj} + b_{d_i,3} dx_{stoj} + b_{d_i,4} dH_{stoj} = d^0 - d_i,$$

$$F_i^3 : v_{Z_i} + b_{Z_i,2} dy_{stoj} + b_{Z_i,3} dx_{stoj} + b_{Z_i,4} dH_{stoj} = \arccos\left(\frac{\Delta H^0}{d^0}\right) - Z_i,$$

kjer je:

$i$  –  $i$ -ta dana točka,

$$\Delta y^0 = y_i - y_{stoj}^0, \quad \Delta x^0 = x_i - x_{stoj}^0, \quad \Delta H^0 = H_i - H_{stoj}^0,$$

$$d^0 = \sqrt{(\Delta y^0)^2 + (\Delta x^0)^2 + (\Delta H^0)^2} \quad - \text{približna poševna dolžina med stojiščem in } i\text{-to dana točka,}$$

$$b_{s_i,1} = \left. \frac{\partial F_i^1}{\partial o_{stoj}} \right|_0 = 1$$

$$b_{s_i,2} = \left. \frac{\partial F_i^1}{\partial y_{stoj}} \right|_0 = \left( -\frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta y^0}{\Delta x^0}\right)^2} \cdot \frac{1}{\Delta x^0} \right) = \left( \frac{\Delta x^0}{(\Delta y^0)^2 + (\Delta x^0)^2} \right)$$



$$b_{s_i,3} = \frac{\partial F_i^1}{\partial x_{stoj}} \Big|_0 = - \left( \frac{1}{1 + \left( \frac{\Delta y^0}{\Delta x^0} \right)^2} \cdot \frac{\Delta y^0}{(\Delta x^0)^2} \right) = - \left( \frac{\Delta y^0}{(\Delta y^0)^2 + (\Delta x^0)^2} \right)$$

$$b_{d_i,2} = \frac{\partial F_i^2}{\partial y_{stoj}} \Big|_0 = - \left( - \frac{1}{2d^0} 2\Delta y^0 \right) = \left( \frac{\Delta y^0}{d^0} \right)$$

$$b_{d_i,3} = \frac{\partial F_i^2}{\partial x_{stoj}} \Big|_0 = - \left( - \frac{1}{2d^0} 2\Delta x^0 \right) = \left( \frac{\Delta x^0}{d^0} \right)$$

$$b_{d_i,4} = \frac{\partial F_i^2}{\partial H_{stoj}} \Big|_0 = - \left( - \frac{1}{2d^0} 2\Delta H^0 \right) = \left( \frac{\Delta H^0}{d^0} \right)$$

$$b_{Z_i,2} = \frac{\partial F_i^3}{\partial y_{stoj}} \Big|_0 = - \left( - \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{\Delta H^0}{d^0} \right)^2}} \Delta H^0 \left( d^0 \right)^{-\frac{3}{2}} \left( - \frac{1}{2} \right) 2\Delta y^0 (-1) \right) = \left( \frac{\Delta y^0 \Delta H^0}{\left( d^0 \right)^2 \sqrt{(\Delta y^0)^2 + (\Delta x^0)^2}} \right)$$

$$b_{Z_i,3} = \frac{\partial F_i^3}{\partial x_{stoj}} \Big|_0 = - \left( - \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{\Delta H^0}{d^0} \right)^2}} \Delta H^0 \left( d^0 \right)^{-\frac{3}{2}} \left( - \frac{1}{2} \right) 2\Delta x^0 (-1) \right) = \left( \frac{\Delta x^0 \Delta H^0}{\left( d^0 \right)^2 \sqrt{(\Delta y^0)^2 + (\Delta x^0)^2}} \right)$$

$$b_{Z_i,4} = \frac{\partial F_i^3}{\partial H_{stoj}} \Big|_0 = - \left( - \frac{1}{\sqrt{1 - \left( \frac{\Delta H^0}{d^0} \right)^2}} \cdot \frac{-\sqrt{\left( d^0 \right)^2} + \Delta H^0}{2\sqrt{\left( d^0 \right)^2}} 2\Delta H^0 \right) = \left( \frac{\left( \Delta y^0 \right)^2 + \left( \Delta x^0 \right)^2}{\left( d^0 \right)^2 \sqrt{(\Delta y^0)^2 + (\Delta x^0)^2}} \right)$$

Iz lineariziranih enačb popravkov nastavimo matematični model posredne izravnave po metodi najmanjših kvadratov (za tri opazovane dane točke):

$$\begin{bmatrix} v_{s_1} \\ v_{d_1} \\ v_{Z_1} \\ v_{s_2} \\ v_{d_2} \\ v_{Z_2} \\ v_{s_3} \\ v_{d_3} \\ v_{Z_3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{s_1,1} & b_{s_1,2} & b_{s_1,3} & 0 \\ 0 & b_{d_1,2} & b_{d_1,3} & b_{d_1,4} \\ 0 & b_{Z_1,2} & b_{Z_1,3} & b_{Z_1,4} \\ b_{s_2,1} & b_{s_2,2} & b_{s_2,3} & 0 \\ 0 & b_{d_2,2} & b_{d_2,3} & b_{d_2,4} \\ 0 & b_{Z_2,2} & b_{Z_2,3} & b_{Z_2,4} \\ b_{s_3,1} & b_{s_3,2} & b_{s_3,3} & 0 \\ 0 & b_{d_3,2} & b_{d_3,3} & b_{d_3,4} \\ 0 & b_{Z_3,2} & b_{Z_3,3} & b_{Z_3,4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} do_{stoj} \\ dy_{stoj} \\ dx_{stoj} \\ dH_{stoj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{s_1} \\ f_{d_1} \\ f_{Z_1} \\ f_{s_2} \\ f_{d_2} \\ f_{Z_2} \\ f_{s_3} \\ f_{d_3} \\ f_{Z_3} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v} + \mathbf{B} \Delta = \mathbf{f}, \quad (3)$$

$n \times 1$     $n \times u$     $u \times 1$     $n \times 1$

kjer je:

$\mathbf{v}$  - vektor popravkov opazovanj,

$\mathbf{B}$  - matrika koeficientov enačb popravkov opazovanj,

$\Delta$  - vektor neznank,

$\mathbf{f}$  - vektor odstopanj,

$n$  - število vseh opazovanj,

$u$  - število neznank.

Določitev ocene neznank poteka z enačbami posredne izravnave, pri čemer je  $\mathbf{P}$  matrika uteži opazovanj. Izbrali smo, da je matrika  $\mathbf{P}$  enotska matrika ( $\mathbf{P} = \mathbf{I}$ ):

$$\mathbf{N} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{B} \quad \text{- matrika normalnih enačb,}$$

$$\mathbf{t} = \mathbf{B}^T \mathbf{P} \mathbf{f} \quad \text{- vektor desne strani normalnih enačb,}$$

$$\Delta = \mathbf{N}^{-1} \mathbf{t} \quad \text{- vektor ocenjenih neznank.}$$

Poleg same določitve ocene koordinatnih neznank nas zanima tudi ocena natančnosti izravnanih vrednosti koordinatnih neznank z izravnavo po metodi najmanjših kvadratov:

$$\mathbf{Q}_{\Delta\Delta} = \mathbf{N}^{-1} \quad \text{- matrika kofaktorjev neznank,}$$

$$\Sigma_{\Delta\Delta} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot \mathbf{Q}_{\Delta\Delta} \quad \text{- kovariančno-variančna matrika neznank,}$$

$$\hat{\sigma}_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - u}} \quad \text{- a-posteriori referenčna standardna deviacija.}$$

Diagonalni členi variančno-kovariančne matrike neznank nam dajo želeno oceno natančnosti izračunanih vrednosti koordinatnih neznank stojišča  $\sigma_{y_{stoj}}$ ,  $\sigma_{x_{stoj}}$  in  $\sigma_{H_{stoj}}$ .

Ker določamo položaj točke stojišča v prostoru, lahko natančnost položaja predstavimo z elipsoidom pogreškov. Če izberemo Helmertov srednji elipsoid pogreškov (triosni elipsoid v prostoru), lahko izračunamo velikosti treh glavnih osi elipsoida  $A$ ,  $B$  in  $C$  ter tri smerne kote za

posamezno os. Velikosti glavnih osi elipsoida so (Wolf, 1994):

$$A^2 = \hat{\sigma}_0^2 \lambda_1, \quad (4)$$

$$B^2 = \hat{\sigma}_0^2 \lambda_2,$$

$$C^2 = \hat{\sigma}_0^2 \lambda_3,$$

kjer so:

$\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  in  $\lambda_3$  - pripadajoče lastne vrednosti matrike kofaktorjev  $\mathbf{Q}_{AA}$ .

Izračun lastnih vrednosti lahko izvedemo z numeričnimi metodami, vgrajenimi v različne matematične programske pakete, ali pa se izračuna lotimo z reševanjem karakterističnega polinoma  $\det(\mathbf{Q}_{AA} - \lambda \mathbf{I}) = 0$  (Wolf, 1994).

$$\lambda_1 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \varphi - \frac{a}{3}, \quad (5)$$

$$\lambda_2 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos(\varphi + 120^\circ) - \frac{a}{3},$$

$$\lambda_3 = 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos(\varphi + 240^\circ) - \frac{a}{3},$$

kjer so:

$$\varphi = \frac{1}{3} \arccos \left( -\frac{q}{2\sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}} \right), \quad p = b - \left(\frac{a^2}{3}\right), \quad q = c - \frac{ab}{3} + \frac{2a^3}{27}, \quad (6)$$

$$a = -(q_{yy} + q_{xx} + q_{HH}),$$

$$b = q_{yy}q_{xx} + q_{HH}q_{yy} + q_{xx}q_{HH} - q_{yx}^2 - q_{yH}^2 - q_{xH}^2,$$

$$c = q_{yy}q_{xH}^2 + q_{xx}q_{yH}^2 + q_{HH}q_{yx}^2 - q_{yy}q_{xx}q_{HH} - 2q_{yx}q_{yH}q_{xH}.$$

Izračun smernih kotov za posamezne glavne osi elipsoida je (Wolf, 1994):

$$\cos \alpha_j = \frac{M_j}{W_j}, \quad \cos \beta_j = \frac{N_j}{W_j}, \quad \cos \gamma_j = \frac{T_j}{W_j} \quad \text{za } j = A, B, C \quad (7)$$

$$M_j = q_{yH}(q_{xx} - \lambda_j) - q_{yx}q_{xH},$$

$$N_j = q_{xH}(q_{yy} - \lambda_j) - q_{yx}q_{yH},$$

$$T_j = q_{yx}^2 - (q_{yy} - \lambda_j)(q_{xx} - \lambda_j),$$

$$W_j^2 = M_j^2 + N_j^2 + T_j^2.$$

Zanimalo nas je, s kakšno natančnostjo lahko v danih pogojih določimo položaj stojišča. Naša želja oziroma cilj je bil, da bi položaj stojišča določili z milimetrsko natančnostjo. Preglednici 2 in 3 kažeta na to, da je z uporabljenim instrumentarijem, razporeditvijo danih točk, metodo meritev in obdelave podatkov to mogoče doseči.

	min	max	sredina
$\sigma_y$ [mm]	0,36	1,05	0,69
$\sigma_x$ [mm]	0,12	0,34	0,22
$\sigma_H$ [mm]	0,65	1,87	1,23

Preglednica 2: Pregled natančnosti določitve položaja stojišča Kon4 po posameznih koordinatah v obdobju od 21. 11. 2005 do 7. 12. 2005 na vzorcu 242 ponovitev.

polos	min [mm]	max [mm]	sredina [mm]	$\alpha$ [°]	$\beta$ [°]	$\gamma$ [°]
A	0,65	1,87	1,23	90	90	91
B	0,11	0,32	0,21	86	25	91
C	0,36	1,04	0,69	124	88	88

Preglednica 3: Pregled elementov elipsoida pogreškov v obdobju od 21. 11. 2005 do 7. 12. 2005.

#### 4.2 Določitev koordinat detajlnih točk

Ko imamo izračunane koordinate stojišča ( $y_{stoj}$ ,  $x_{stoj}$ ,  $H_{stoj}$ ), lahko izračunamo prostorske koordinate j-te detajlne točke po polarni metodi:

$$y_{det_j} = y_{stoj} + D_j \sin v_{stoj}^j, \quad (8)$$

$$x_{det_j} = x_{stoj} + D_j \cos v_{stoj}^j,$$

$$H_{det_j} = H_{stoj} + d_j \cos Z_j,$$

kjer je:

$D_j = d_j \sin Z_j$  - horizontalna dolžina do detajlne točke  $j$ ,

$v_{stoj}^j = s_j - o_{stoj}$  - smerni kot detajlne točke  $j$ ,

$o_{stoj} = \frac{1}{n} \sum_i^n (s_i - v_{stoj}^i)$  - srednji orientacijski kot,

$s_j$  - opazovana smer na detajlno točko  $j$ ,

$d_j$  - opazovana poševna dolžina do detajlne točke  $j$ ,

$Z_j$  - opazovana zenitna razdalja na detajlno točko  $j$ ,

$s_i, v_{stoj}^i, n$  - opazovana smer na dano točko  $i$ , smerni kot dane točke  $i$ , število danih točk (v našem primeru 3).

Oglejmo si še natančnost določitve koordinat detajlnih točk. Dobimo jo z uporabo zakona o prenosu varianc in kovarianc:

$$\sigma_{y_{det}}^2 = \sigma_{y_{stoj}}^2 + \sin^2 v_{stoj}^j \cdot \sigma_D^2 + D_j^2 \cos^2 v_{stoj}^j \cdot \sigma_v^2, \quad (9)$$

$$\sigma_{x_{det}}^2 = \sigma_{x_{stoj}}^2 + \cos^2 v_{stoj}^j \cdot \sigma_D^2 + D_j^2 \sin^2 v_{stoj}^j \cdot \sigma_v^2 \quad \text{in}$$

$$\sigma_{H_{det}}^2 = \sigma_{H_{stoj}}^2 + \cos^2 Z_j \cdot \sigma_d^2 + d_j^2 \sin^2 Z_j \cdot \sigma_Z^2.$$

Na podlagi meritev na stojišču Kon4 smo, ob predpostavki, da je  $\sigma_D = \sigma_d = 0,5$  mm,  $\sigma_v = \sigma_Z = 1''$  in ob upoštevanju srednjih vrednosti za natančnost določitve koordinat stojišče (preglednica 2), dobili natančnost določitve koordinat detajlnih točk po osi  $y$  do 0,9 mm, po osi  $x$  do 0,6 mm, po osi  $H$  pa do 1,3 mm.

## 5 ZAKLJUČEK

Raziskovalni rov predora Šentvid omogoča raznovrstne raziskave, med drugimi tudi spremljanje vpliva odkopavanja glavnega predora na hribino pred čelom predora z geodetskimi metodami. Tako smo morali izbrati primeren način stabilizacije stojišča, danih in detajlnih točk v raziskovalnem rovu, primeren instrumentarij in dodatno opremo ter časovni interval in metodo izmere.

V prispevku smo (šolsko) predstavili izračun izravnanih prostorskih koordinat stojišča instrumenta na podlagi opazovanj na dane točke s pripadajočo oceno natančnosti določitve teh koordinat. Na podlagi izravnanih koordinat stojišča smo izračunali prostorske koordinate detajlnih točk, stabiliziranih v oblogi raziskovalnega rova predora Šentvid, in ocenili njihovo natančnost določitve. Na podlagi urno izvedenih opazovanj, izravnanih koordinat stojišča in izračunanih koordinat detajlnih točk lahko spremljamo vpliv odkopavanja predora na hribino v njegovi okolici. V nadaljevanju bomo raziskali vpliv geometrije danih točk in stojišča na natančnost določitve

koordinat stojišča, vpliv natančnosti opazovanj proti danim točkam na natančnost določitve koordinat stojišča, možnost določitve premikanja stojišča in danih točk ...

### Literatura in viri:

**Kuang, S. (1996).** *Geodetic network analysis and optimal design: concepts and applications*. Chelsea: Ann Arbor Press, Inc.

**Leica Geosystems AG, (2005).** *TPS1200, User manual, version 2.0*. Heerbrugg: Leica Geosystems AG.

**Wolf, H. (1994).** *Ausgleichsrechnung I*. Bonn: Ferd. Dümmlers Verlag.

**Aleš Marjetič, univ. dipl. inž. geod.**

FGG - Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: ales.marjetic@fgg.uni-lj.si

**doc. dr. Tomaž Ambrožič, univ. dipl. inž. geod., univ. dipl. inž. rud.**

FGG - Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: tomaz.ambrozic@fgg.uni-lj.si

**Sonja Bogatin, univ. dipl. inž. geod., dipl. inž. mat.**

FGG - Oddelek za geodezijo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: sonja.bogatin@fgg.uni-lj.si

**Jure Klopčič, univ. dipl. inž. grad.**

FGG - Oddelek za gradbeništvo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: jure.klopcic@yahoo.com

**doc. dr. Janko Logar, univ. dipl. inž. grad.**

FGG - Oddelek za gradbeništvo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: janko.logar@fgg.uni-lj.si

**Andrej Štimulak, univ. dipl. inž. rud.**

DDC Svetovanje in inženiring, Kotnikova 40, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: andrej.stimulak@ddc.si

**izr. prof. dr. Bojan Majes, univ. dipl. inž. grad.**

FGG - Oddelek za gradbeništvo, Jamova 2, SI-1000 Ljubljana

E-pošta: bojan.majes@fgg.uni-lj.si

**Prispelo v objavo: 17. februar 2006**

**Sprejeto: 14. marec 2006**