

# **Matematični model za izračun koeficijenta rasti višjih harmonikov vlečnega toka pri napajanju večjega števila elektrovlečnih vozil na elektrificiranih progah železnice Srbije**

**Bojan Cene<sup>1</sup>, Branislav S. Gavrilović<sup>2</sup>, Jože Voršič<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Ministrstvo za promet, Tržaška 19a 1000 Ljubljana, Slovenija, Email: bojan.cene@gmail.com

<sup>2</sup>Železnice Srbije, Nemanjina 6, 11000 Beograd, Srbija, Email: brane23@sbb.co.yu

<sup>3</sup>Univerza v Mariboru, Fakulteta za elektrotehniko, Smetanova 17, 2000 Maribor, Email: vorsic@uni-mb.si

**Povzetek.** V članku so podani rezultati eksperimentov rasti vrednosti višjih harmonikov vlečnega toka na spojnih mestnih kontaktne mreže na električno napajalno postajo v odnosu na vrednost istih harmonikov toka, ki so prisotni na mestu napajanja elektrovlečnih vozil iz kontaktne mreže. Rezultati so dobljeni ob pogojih eksplatacije pri napajanju elektrovlečnih vozil na elektrificiranih progah Železnice Srbije.

**Ključne besede:** harmoniki, kontaktna mreža, elektrovlečna vozila, električna napajalna postaja, vlečni tok

## **Using a mathematical model to calculate the coefficient of high - harmonics increase in the traction current supplying a great number of electric - traction vehicles on electrified railways in Serbia**

**Extended abstract.** The leading series of electric - traction vehicles operating on Railways of Serbia are equipped with thyristor or diode rectifiers. During the speed control they generate higher harmonics (even - order or odd harmonics). In which the basic and the first harmonic of the traction - current dominate. Moreover, the number of the traction - current harmonics also depends on the structure of the electric resistance of the traction circuit from the railway substation to the vehicle. In principle, this traction circuit consists of  $R$ ,  $L$ , and  $C$  of passive elements, where the higher harmonics of the traction - current, generated during the speed control, can reach significant values. In this part, the increase of higher harmonics of the traction - current can be defined by the coefficient ( $k_n$ ). For each harmonic of the traction - current it depends on the relation of the traction - current at the exit from the railway substation (ENP) into the contact wire (KM) and of the traction - current at the point of passage from the contact wire into the electric traction vehicle. Furthermore, analysis is made of the impact distances of electric - traction vehicles from the railway substation and of the number of electric - traction vehicles on coefficient  $k_n$ .

To analyses the discussed topic, a mathematical model of the feeding part of the electric - traction system AC 25 kV, 50 Hz was developed. It contains a replacement scheme of the electric power system and railway substations, replacement scheme of the electric - traction vehicle, when it during the process of speed control no longer generates traction - current harmonics, replacement scheme of the contact - wire system, and replacement scheme of the whole electric - traction system. The result of the resonance frequency and the maximal values of the coefficient of increase of higher harmonics of traction - current  $k_n$  are shown in a graphical and table form.

**Keywords:** harmonics, contact wire, electric - traction vehicles, railway substation, traction current

## **1 Uvod**

Število harmonikov vlečnega toka je odvisno od strukture električnega upora vlečnega tokokroga od električne napajalne postaje (ENP) do vozila. Ta vlečni tokokrog je načeloma sestavljen iz pasivnih elementov  $R$ ,  $L$  in  $C$ , kjer se višji harmoniki vlečnega toka, generirani pri regulaciji hitrosti elektrovlečnih vozil, lahko povečajo do znatnih vrednosti. V tem delu se povečanje višjih harmonikov vlečnega toka definira s koeficientom ( $k_n$ ), ki je za vsak harmonik vlečnega toka odvisen od odnosa vlečnega toka na izhodu iz ENP v kontaktno mrežo (KM) in vlečnega toka na mestu prehoda iz KM v elektrovlečno vozilo. Poleg tega so v tem delu analizirani še vplivi prostorske oddaljenosti elektrovlečnih vozil od ENP oziroma vpliv števila elektrovlečnih vozil na koeficient  $k_n$ .

## **2 Matematični model napajjalnega dela elektrovlečnega sistema AC 25 kV, 50 Hz**

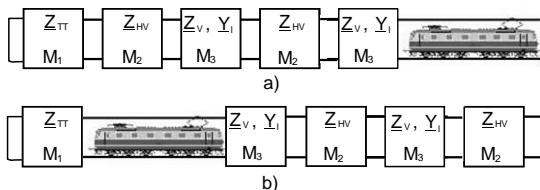
Celotni sistem napajanja gledamo prek:

- nadomestne sheme trifazne elektrogospodarske mreže in ENP,
- nadomestne sheme kontaktne mreže in
- nadomestne sheme elektrovlečnega vozila.

Vsako nadomestno shemo v smislu dveh elektrovlečnih sistemov predstavimo z ustreznim

pasivnim četveropolom, pri katerem so napetosti in toki na vhodu povezani z napetostmi in toki na izhodu z impedančno matriko  $M$ .

Shema povezave posameznih četveropolov za primer lokacije vozila na samem mestu napajalnega sektorja ENP za oba elektrovočna sistema je prikazana na sliki 1a. Primer lokacije vozila v neposredni bližini ENP prikazuje slika 1b.

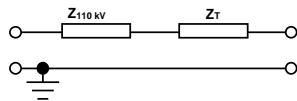


Slika 1: Nadomestna shema elektrovočnega sistema AC 25 kV, 50 Hz „Železnice Srbije“ za primere lokacije elektrovočnega vozila, ki generira višje harmonike: a) na mestu napajalnega sektorja ENP, b) v neposredni bližini ENP

Figure 1: Equivalent circuit of the electric - traction system AC 25 kV, 50 Hz of the “Serbian Railways” for the case of position of the electric - traction vehicle generating higher harmonics: a) in the supply area of the railway substation; b) in the immediate vicinity of the railway substation.

## 2.1 Nadomestna shema elektrogospodarskega omrežja in ENP

Na elektrificiranih progah Železnice Srbije so ENP povezane s trifaznim elektrogospodarskim omrežjem napetosti 110 kV prek enofaznega transformatorja moči 7,5 MVA, prenosnega razmerja 110/27,5 kV in relativne napetosti kratkega stika 10 %. Za vsak harmonik vlečnega toka lahko elektrogospodarsko omrežje in ENP v pogonu z enim transformatorjem predstavimo s pasivnim četveropolom, kot prikazuje slika 2.



Slika 2: Nadomestna shema elektrogospodarskega omrežja in ENP

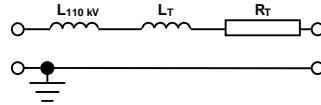
Figure 2: Equivalent circuit of the electric power system and railway substations

kjer je:

$Z_{110\text{kV}}$  – impedanca elektrogospodarskega omrežja za moč dvopolnega kratkega stika na zbiralkah 110 kV v ENP, speljana na napetost kontaktne mreže ( $\Omega$ ),

$Z_T$  – impedanca kratkega stika enofaznega transformatorja 110/27,5 kV ( $\Omega$ ).

Zaradi majhne vrednosti aktivnega ohmskega upora trifaznega voda pri praktičnem izračunu nadomestna shema iz slike 2 dobi obliko, prikazano na sliki 3.



Slika 3: Poenostavljena nadomestna shema elektrogospodarskega omrežja in ENP

Figure 3: Simplified equivalent circuit of the electric power system and railway substations

Napetosti in toki na vhodu so povezani z napetostmi in toki na izhodu z matriko  $M_1$  [1]:

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & Z_{TT} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_{110\text{kV}} + Z_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 1 & j \cdot X_{110\text{kV}} + R_T + jX_T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

kjer je:

$X_{110\text{kV}}$  – reaktivni upor elektrogospodarskega omrežja za moč dvopolnega kratkega stika na 110 kV zbiralkah v ENP,

$R_T$  in  $X_T$  – aktivni ohmski in reaktivni upor kratkega stika enofaznega transformatorja 110/27,5 kV.

Vrednost impedance elektrogospodarskega omrežja za moč dvopolnega kratkega stika na zbiralkah 110 kV v ENP, speljana na napetost kontaktne mreže, je [2]:

$$Z_{110\text{kV}} = j \frac{(1,05 \cdot U)^2}{S_k} = j \cdot 0,2756 \Omega, \quad (2)$$

kjer je:

$U = 25 \text{kV}$  – nominalna napetost kontaktne mreže,

$S_k = 2500 \text{kVA}$  – moč dvopolnega kratkega stika

V tej analizi velja, da je vrednost impedance kratkega stika enega transformatorja, speljana na napetost kontaktne mreže [2]:

$$Z_{110\text{kV}} = j \frac{u_{k\%} \cdot U^2}{100 \cdot S_T} = j \cdot 8,3333 \Omega, \quad (3)$$

kjer je:

$u_{k\%} = 10 \%$  – relativna napetost kratkega stika,

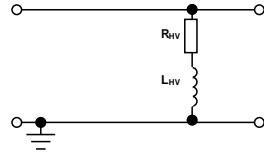
$U = 25 \text{kV}$  – nominalna napetost kontaktne mreže,

$S_T = 7500 \text{kVA}$  – nominalna moč transformatorja.

## 2.2 Nadomestna shema elektrovočnega vozila, kadar pri regulaciji hitrosti ne generira več harmonikov vlečnega toka

Pri raziskovanju vplivov vozil, ki se nahajajo na istem napetostnem sektorju ene ENP, kakor tudi vozilo, ki generira več harmonikov vlečnega toka, se lahko vozila predstavijo z ekvivalentno impedanco  $Z_{HV}$ . To je popolnoma korektno, ker se predvideva, da samo eno vozilo generira višje harmonike vlečnega toka.

Nadomestna shema vozil, ki ne generirajo višjih harmonikov vlečnega toka, je prikazana na sliki 4.



Slika 4: Nadomestna shema elektrovlečnih vozil, ki pri regulaciji hitrosti ne generirajo višjih harmonikov vlečnega toka

Figure 4: Equivalent circuit of electric - traction vehicles which do not generate higher harmonics of the traction - current during speed control

Za vsak harmonik vlečnega toka so napetosti in toki na vhodu opazovanega četveropola povezani z napetostmi in toki na izhodu z matriko  $M_2$  [1]:

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_{\text{HV}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{\text{HV}}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{R_{\text{HV}} + jX_{\text{HV}}} & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

kjer je:

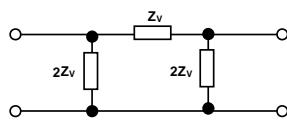
$\underline{Y}_{\text{HV}}$  – ekvivalentna admitanca vozila (S),

$\underline{Z}_{\text{HV}}$  – ekvivalentna impedanca vozila ( $\Omega$ ),

$R_{\text{HV}}$  in  $X_{\text{HV}}$  – ohmski in reaktivni upor vozila ( $\Omega$ ).

### 2.3 Nadomestna shema kontaktne mreže

Kontaktna mreža se lahko predstavi s simetričnim četveropolom s koncentriranimi parametri, kot kaže slika 5 [1,2 in 4].



Slika 5: Nadomestna shema kontaktne mreže od ENP do vlečnega vozila

Figure 5: Equivalent circuit of the contact - wire system for the section from the railway substation to the traction vehicle

kjer je:

$\underline{Z}_v$  – ekvivalentna impedanca tokovne konture “vozni vod – zemlja”.

Matrika ( $M_3$ ), ki povezuje električne veličine na vhodu in izhodu četveropola, je opisana z Blondelovimi koeficienti  $\underline{A}_1$ ,  $\underline{B}_1$ ,  $\underline{C}_1$ ,  $\underline{D}_1$  [1 in 4]:

$$M_3 = \begin{bmatrix} \underline{A}_1 & \underline{B}_1 \\ \underline{C}_1 & \underline{D}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \coth(\gamma \cdot \frac{l_c}{2}) & \underline{Z}_v \sinh(\gamma \cdot \frac{l_c}{2}) \\ \frac{\sinh(\gamma \cdot \frac{l_c}{2})}{\underline{Z}_v} & \cosh(\gamma \cdot \frac{l_c}{2}) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

kjer so:

$\gamma$  - kompleksni koef. razprostiranja  $\gamma = \alpha + j\beta$  ( $\text{km}^{-1}$ ),  
 $l_c$  - celotna dolžina KM od ENP do vlečnega vozila.

Tokovna kontura ”vozni vod – zemlja” predstavlja praviloma dve spojeni konturi ”kontaktni vod – zemlja” in ”nosilna žica – zemlja”, tako da se ekvivalentna impedanca konture ”vozni vod – zemlja” ( $\underline{Z}_v$ ) izračuna na podlagi izraza [2 in 4]:

$$\underline{Z}_v = \frac{\underline{Z}_k \cdot \underline{Z}_n - \underline{Z}_{kn}}{\underline{Z}_n + \underline{Z}_k - 2 \cdot \underline{Z}_{kn}}, \quad (6)$$

kjer so:

$\underline{Z}_k$  – ekvivalentna impedanca tokovne konture ”kontaktni vod – zemlja” ( $\Omega$ ),

$\underline{Z}_n$  – ekvivalentna impedanca tokovne konture ”nosilna žica – zemlja” ( $\Omega$ ),

$\underline{Z}_{kn}$  – medsebojna impedanca konture ”kontaktni vod – zemlja” in ”nosilna žica – zemlja” ( $\Omega$ ).

Ekvivalentna impedanca tokovne konture ”kontaktni vod – zemlja” se dobri na podlagi izrazov Carsona in Pollaczeka [2 in 4]:

$$\underline{Z}_k = (r_k + 0,0493 - j \cdot 0,1446 \cdot (1,53 + \log R_k + 0,5 \cdot \log \sigma)) \cdot l_c \quad (\Omega) \quad (7)$$

kjer so:

$r_k$  – aktivni upor kontaktnega vodnika ( $\Omega/\text{km}$ ),

$R_k$  – polmer kontaktnega vodnika (mm),

$\sigma$  – električna prevodnost zemlje ( $\text{S}/\text{m}$ ).

Ekvivalentna impedanca tokovne konture ”nosilna žica – zemlja” se dobri na podlagi izraza [2 in 4]:

$$\underline{Z}_n = (r_n + 0,0493 - j \cdot 0,1446 \cdot (1,53 + \log R_n + 0,5 \cdot \log \sigma)) \cdot l_c \quad (\Omega), \quad (8)$$

kjer sta:

$r_n$  – aktivni upor noseče žice ( $\Omega/\text{km}$ ),

$R_n$  – polmer noseče žice (mm).

Medsebojna impedanca tokovne konture ”nosilna žica – zemlja” in ”kontaktni vod – zemlja” se dobri na podlagi izraza [2 in 4]:

$$\underline{Z}_{kn} = (0,0493 - j \cdot 0,1446 \cdot (1,53 + \log a_{kn} + 0,5 \cdot \log \sigma)) \cdot l_c \quad (\Omega), \quad (9)$$

kjer je:

$a_{kn}$  – razmak med osjo kontaktnega vodnika in osjo ekvivalentne nosilne žice (mm).

Pojem ekvivalentne nosilne žice je uveden zaradi stvarnega položaja nosilne žice v obliki verižnice. Razmak  $a_{kn}$  je odrejen z izrazom [2 in 4]:

$$a_{kn} = S - \frac{2 \cdot f}{3}, \quad (10)$$

kjer je:

$S$  – sistemski višina voznega voda,  
 $f$  – poves nosilne žice.

Pri izračunu ekvivalentne impedance tokovne konture "vozni vod – zemlja" ( $\underline{Z}_v$ ) in kompleksnega koeficenta prostriranja ( $\gamma$ ) za razne harmonike vlečnega toka, je treba upoštevati še skin efekt. Tako se aktivna ohmska upornost kontaktnega voda in nosilne žice pri višjih harmonikih vlečnega toka ( $R_n$ ) povečuje v odnosu na ono, ki bi nastopila pri enosmernem toku ( $R$ ). Velja, da je [5]:

$$\frac{R_n}{R} = r_n = 1 + 2,6 \cdot n^2 \cdot S^2 \cdot 0,0000001, \quad (11)$$

kjer so:

$R_n$  – aktivna ohmska upornost kontaktnega voda ali nosilne žice pri višjih harmonikih vlečnega toka ( $\Omega/\text{km}$ ),

$R$  – aktivna ohmska upornost kontaktnega voda ali nosilne žice pri enosmernem vlečnem toku ( $\Omega/\text{km}$ ),

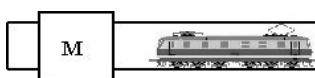
$r_n$  – frekvenčni koeficient (-),

$n$  – število višjih harmonikov (-),

$S$  – površina povpreč. preseka voznega voda ( $\text{mm}^2$ ).

## 2.4 Nadomestna shema celotnega elektrovlečnega sistema

Za definiranje resonančnega stanja elektrovlečnega sistema je treba definirati matriko  $M$  za celoten sistem, ki je predstavljen z ekvivalentnim četveropolom na sliki 6.



Slika 6: Končni model enofaznega elektrovlečnega sistema 25 kV, 50 Hz

Figure 6: Final model of the single - phase electric - traction system AC 25 kV, 50 Hz

Če se analizira primer, ko se vlečno vozilo (ki generira višje harmonike vlečnega toka) nahaja na koncu napajalnega sektorja ene ENP, z nadomestno shemo na sliki 1a, dobimo matriko  $M$  s preprostim množenjem ustreznih matrik posameznih četveropolov, ki so kaskadno povezani, tj.:

$$M = M_3 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_2 \cdot M_1. \quad (12)$$

Pri določanju matrike  $M$  za primer v nadomestni shemi na sliki 1b se najprej določi matrika:

$$M_x = M_3 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_2. \quad (13)$$

Po definiranju matrike  $M_x$  je na vrsti definiranje vhodne admittance ekvivalentnega četveropola, ki je opisan z matriko ( $\underline{Y}_{\text{vst}}$ ), nato pa se definira matrika  $M_{xx}$ :

$$M_{xx} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \underline{Y}_{\text{vst}} \cdot M_x & 1 \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Zaradi kaskadne vezave dveh četveropolov, ki sta opisana z matrikama  $M_1$  in  $M_{xx}$ , je končna matrika  $M$ :

$$M = M_{xx} \cdot M_1. \quad (15)$$

## 3 Koeficient povečanja višjih harmonikov vlečnega toka ( $k_n$ )

Višji harmoniki vlečnega toka na mestu povezovanja KM z ENP morajo biti večji ali manjši glede na iste harmonike toka na mestu povezovanja vozila na isto KM. To prikazuje naslednji izraz:

$$I_{2n} = k_n \cdot I_{1n}, \quad (16)$$

kjer je:

$I_{2n}$  – vrednost n-tega harmonika vlečnega toka na sekundarju energetskega transformatorja v ENP (A),

$I_{1n}$  – vrednost n-tega harmonika vlečnega toka, generiranega skozi vozilo (A),

$k_n$  – koeficient povečanja n-tega harmonika vlečnega toka (-).

## 4 Rezultati raziskovanja

S to metodo so izračunane vrednosti koeficenta ( $k_n$ ) za različne vrednosti in harmonike sestave vlečnega toka, kadar se v napetostnem sektorju ene ENP nahaja:

### 1. eno vozilo, ki generira poleg osnovnega še više harmonike vlečnega toka, ki se nahaja

- na koncu napajalnega sektorja,
- v neposredni bližini ENP.

### 2. dve elektrovlečni vozili, kjer

- je vozilo, ki generira više harmonike vlečnega toka, na mestu napajalnega sektorja, drugo vozilo pa v neposredni bližini ENP,
- sta obe vozili v neposredni bližini ENP.

### 3. tri elektrovlečna vozila, kjer je

- vozilo, ki generira više harmonike vlečnega toka, na mestu napajalnega sektorja, drugo v neposredni bližini ENP, tretje pa na sredini napajalnega sektorja,
- vozilo, ki generira više harmonike vlečnega toka v neposredni bližini ENP, drugo v njegovi bližini, a tretje na sredini napajalnega sektorja.

Izračun je izveden za tri vrednosti dolžine napajalnega sektorja (30, 40 in 50 km), rezultati pa so predstavljeni grafično na slikah 7, 8 in 9 in analitično v tabeli 1. Na sliki 7 je predstavljena odvisnost koeficenta ( $k_n$ ) za razne višje harmonike vlečnega toka, kadar se na

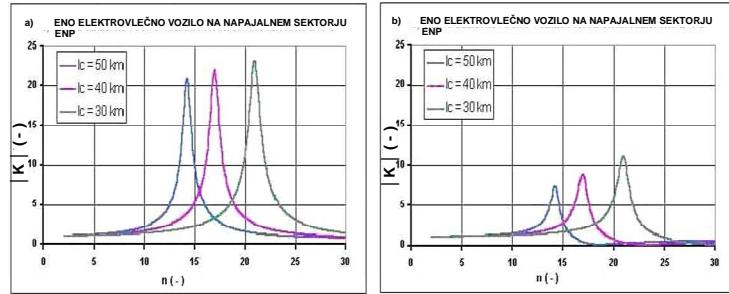
napajальнем sektorju nahaja samo eno vozilo. Na sliki 8 je prikazana ista odvisnost za primere, ko se na napajальнем sektorju ene ENP nahajata dve vozili. Največje vrednosti koeficienta ( $k_n$ ) se dosežejo z enim vozilom, ki se nahaja na koncu napajальнега sektorja. V teh razmerah je koeficient ( $k_n$ ) znatno večji od ena. Pomeni, da je skozi sekundar transformatorja v ENP znatno večja vrednost toka glede na vrednost v vozilu.

Izračun pokaže, da je vrednost koeficienta  $k_n$  obratno proporcionalna vrednosti Blondelove konstante  $D$  končne matrike sistema  $M$ .

Z opisano metodo je mogoče izračunati vrednosti koeficiente povečanja za različne vrednosti višjih harmonikov vlečnega toka ( $k_n$ ) v raznih kombinacijah

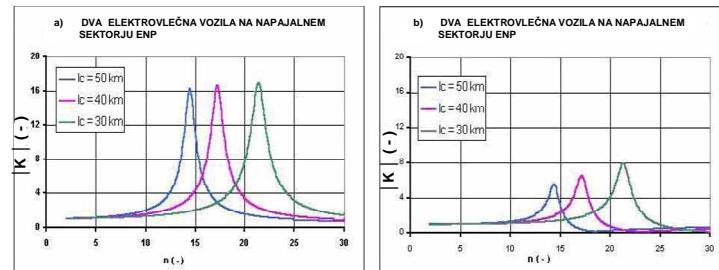
števila in lokacije vozil. Vrednost koeficienta ( $k_n$ ), se neodvisno od števila in lokacije vozil viša pri povečanju reda harmonika vlečnega toka od začetne, ki je blizu 1, do maksimalne vrednosti. Za različne dolžine napajальных sektorjev ENP pri isti lokaciji in številu vozil maksimalna vrednost koeficienta ( $k_n$ ) ostaja približno enaka. Pri povečevanju reda  $n$ -tega harmonika toka koeficiente ( $k_n$ ) upada do minimalne vrednosti, ki je blizu 1.

Na sliki 9 je prikazana odvisnost koeficiente ( $k_n$ ) pri gibanju dveh vozil v napajальнem sektorju dolžine 40 km, kadar je vozilo, ki generira više harmonike vlečnega toka: a) na koncu napajальнegа sektorja in b) v neposredni bližini ENP.



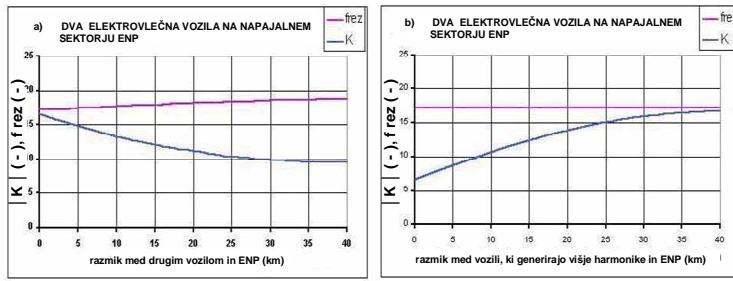
Slika 7: Odvisnost koeficiente  $k_n$  za primer, ko je na napajальнem sektorju samo eno elektrovlečno vozilo, ki je: a) na koncu napajальнegа sektorja dolžine 30, 40 ali 50 km; b) v neposredni bližini ENP.

Figure 7: Dependency of coefficient  $k_n$  for the case with only one electric - traction vehicle is in the supplied sector situated: a) at the end of the supplied sector with a length of 30, 40 or 50 km; b) in the immediate vicinity of the railway substation



Slika 8: Odvisnost koeficiente  $k_n$  za primer, ko se na napajальнem sektorju nahajata dve elektrovlečni vozili in to kadar: a) je vozilo, ki generira više harmonike toka, na koncu napajальнegа sektorja, drugo pa v neposredni bližini ENP; b) sta obe elektrovlečni vozili v neposredni bližini ENP.

Figure 8: Dependency of coefficient  $k_n$  for the case with two electric - traction vehicles in the supplied sector is shown for two examples: a) when the vehicle generating higher - current harmonics of the current is at the end of the supplied sector and the other vehicle is in the immediate vicinity of the railway substation; b) when both electric - traction vehicles are in the immediate vicinity of the railway substation



Slika 9: Odvisnost koeficijenta  $k_n$  in resonančne frekvence od gibanja dveh elektrovlečnih vozil v napajalnem sektorju dolžine 40 km in kadar je vozilo, ki generira višje harmonike vlečnega toka: a) na koncu napajalnega sektorja; b) v neposredni dolžini ENP.

Figure 9: Dependency of coefficient  $k_n$  and of the resonant frequency on the movement of two electric - traction vehicles in a 40 km long supply sector and when the vehicle generating higher - current harmonics is located: a) at the end of the supply sector, and b) in the immediate vicinity of the railway substation

Tabela 1: Resonančne frekvence in maksimalne vrednosti koeficienta povečanja višjih harmonikov vlečnega toka  $k_n$

Table 1: Resonance frequencies and maximal values of the increase coefficients for higher harmonics  $k_n$ , contained in the traction current

Elektrovlečno vozilo, ki generira višje harmonike na koncu napajalnega sektorja (NS)				Elektrovlečno vozilo, ki generira višje harmonike v neposredni bližini ENP					
Dolžina NS		1 vozilo	2 vozila, drugo poleg ENP	Dolžina NS	1 vozilo	2 vozila, drugo poleg	3 vozila, drugo poleg ENP, tretje na polovici NS		
50 km	n(-)	14,28	14,48	15,62	50 km	n(-)	14,24	14,41	15,42
	f <sub>rez</sub> (Hz)	714	724	781		f <sub>rez</sub> (Hz)	712	720,5	771
	k <sub>max</sub> (-)	20,86	16,274	8,73		k <sub>max</sub> (-)	7,373	5,51	2,481
40 km	n(-)	16,97	17,25	18,48	40 km	n(-)	116,94	17,19	18,33
	f <sub>rez</sub> (Hz)	840,5	862,5	924		f <sub>rez</sub> (Hz)	847	859,5	916,5
	k <sub>max</sub> (-)	21,97	16,673	9,498		k <sub>max</sub> (-)	8,957	6,521	3,747
30 km	n(-)	20,99	21,4	22,76	30 km	n(-)	20,96	21,35	22,63
	f <sub>rez</sub> (Hz)	1049,	1070	1138		f <sub>rez</sub> (Hz)	1048	1067,5	1131,5
	k <sub>max</sub> (-)	23,16	16,998	10,381		k <sub>max</sub> (-)	11,156	7,883	4,826

## 5 Sklep

Na podlagi izvedene analize in izračuna, ki se nanaša na eksploracijske razmere elektrificiranih prog Železnice Srbije sklepamo:

- da se vrednost frekvence, pri kateri je največja vrednost koeficiente povečanja vlečnega toka (resonančna frekvenca) manjša s povečanjem dolžine napajalnega sektorja (sl. 7 in 8),
- da je vrednost resonančne frekvence neodvisna od lokacije elektrovlečnih vozil (sl. 9),
- da drugo in tretje elektrovlečno vozilo povzročata neznatno povečanje resonančne frekvence.

Za vrednost koeficiente  $k_n$  sklepamo, da se maksimalna vrednost koeficiente  $k_n$ :

- manjša s povečanjem dolžine napajalnega sektorja ENP (sl. 7 in 8),
- veča z gibanjem vozila, ki generira višje harmonike vlečnega toka proti koncu napajalnega sektorja (sl. 9),

- znatno manjša s pojavom drugega in tretjega vozila v istem napajalnem sektorju ENP.

Izveden matematični model in podani sklepi se lahko izvedejo tudi pri drugih elektrovlečnih sistemih (AC 15 kV, 16 2/3 Hz, DC 1500 V in DC 3000 V).

## 6 Literatura

- [1] Martin REIMER: "Resonance in 25 kV; 50 Hz network by higher number of electric vehicles in the traction supplying section". Electrotevive, 2002/24, VSB - Technical University of Ostrava, Faculty of Electrical Engineering and Computer Science, Department of Theoretical Electrical Engineering, Ostrava – Poruba, 2002.
- [2] Società Anonima Elettrificaazione S.p.A Milano: "Elektrifikacija Jugoslovenskih železnica monofaznim sistemom 25 kV, 50 Hz – Opšti projekat kontaktne mreže", 1978.

- [3] Z. Miličević, D. Aranđelović, V. Marjanović, D. Pejčić: »Električne lokomotive JŽ 441«, Želnid, Beograd 1997.
- [4] Stanimir Jaćimović: „Elektromagnetni uticaj vodova električne vuće jednofaznog sistema 25 kV, 50 Hz na vodove elektroveza“, Zavod za novinsko-izdavačku i propagandnu delatnost JŽ-Beograd, 1976.
- [5] Milovan V. Plazinić: »Rešavanje skin efekta pomoću metode petlje«, Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet, magistarska teza, Niš, 1997.god.[6] Hlava, K. : Proudová rezonance v trakčním obvodu jednofázové soustavy 25 kV, 50 Hz, Sborník prací VUZ, c.4, 1975.

**Branislav Gavrilović** je magistriral leta 1998 na Fakulteti za elektrotehniko v Čačku in doktoriral leta 2003 na isti fakulteti. Zaposlen je na Železnicah Srbije in kot izredni profesor na Fakulteti za elektrotehniko v Beogradu.

**Jože Voršič** je diplomiral leta 1972 na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Ljubljani, magistriral leta 1982 na Fakulteti za elektrotehniko v Zagrebu in doktoriral leta 1983 na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Mariboru. Zaposlen je kot izredni profesor na Fakulteti za elektrotehniko v Mariboru.

**Bojan Cene** je diplomiral julija leta 2003 na Fakulteti za elektrotehniko Univerze v Mariboru. Septembra leta 2004 je magistriral na isti fakulteti v Mariboru. Na Slovenskih železnicah se je ukvarjal s sodobnimi elektromotornimi potniškimi vlaki in energetiko, zdaj pa je zaposlen na Ministrstvu za promet kot inšpektor za področje železniških vozil, voznega omrežja in električnih napajalnih postaj.