

Astronomska anekdota



VID KAVČIČ

→ V davnih mračnih koronskih časih se je na nekem mednarodnem astronomskem tekmovanju pojavila nadvse zanimiva in morda tudi nenavadna naloga, tako imenovana *astronomska anekdota*. Naloga temelji na resnični anekdoti, objavljeni na spletni strani <https://www.anekdot.ru/id/1010360/>.

V prispevku si bomo ogledali rešitev naloge, ki pa jo bomo nekoliko obogatili z dodatnimi opombami in komentarji, saj želimo predstaviti čim bolj celosten pogled na zastavljeni problem.

Za vse matematične duše, ki si bodo morda vendarle drznile malce prelistati pričujoči članek, naj posebej izpostavim dejstvo, da na tekmovanju uporaba žepnega računalnika ni bila dovoljena. Zaradi tega bomo v članku predstavili poskus rešitve, pri kateri si poskusimo z ustreznimi približki olajšati računanje »na roko«. Zato seveda opozarjam, da naloga ne temelji na natančnih izračunih, temveč na približnih ocenah, ki pa povsem zadostujejo za rešitev naloge.

Famozna astronomska anekdota

Zvečer s sestro stojiva na ulici in občudujeva Sirij, najsvetlejšo zvezdo na nočnem nebu.
Jaz: "Pojdiva bližje, da jo bova bolje videla."
In sva šla. Po 30 sekundah se je sestri posvetilo.

Denimo, da sva bila na zemljepisni širini $+28^\circ$ in se je to dogajalo na novo leto ob polnoči. Pešci se gibljejo s hitrostjo 1 m/s . Oцени spremembo navideznega sija Sirija v anekdoti. Nebesne ekvatorialne

koordinate Sirija so $\alpha = 6^{\text{h}}45^{\text{min}}$, $\delta = -17^\circ$.

Rešitev

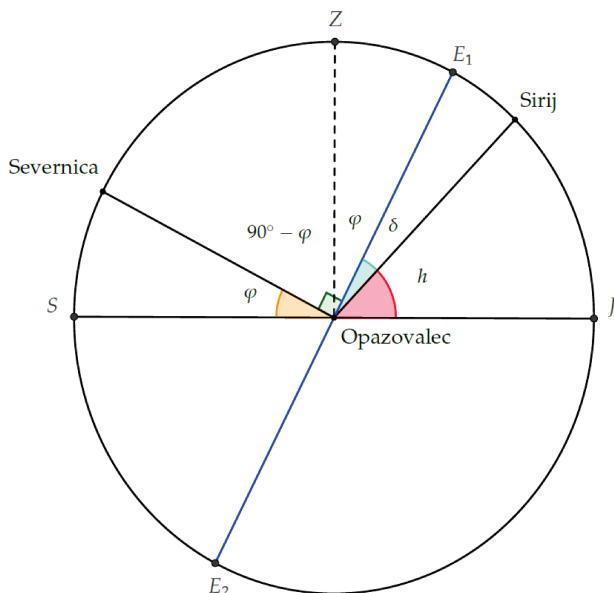
Da rešitev naloge ne bo zgolj prevod suhoparne uradne rešitve naloge, se bomo pri vsakem koraku v rešitvi zaustavili nekoliko dlje in še kaj zanimivega dodali.

Zvezda Sirij

Sirij je alfa ozvezdja **Veliki pes** in z navideznim sijem okoli $-1,5$ velja za najsvetlejšo zvezdo severnega neba. Zvezda je od Sonca oddaljena okoli $2,64$ parseka in s tem peti Soncu najbližji sistem zvezd. Sirij je pravzaprav **dvozzvezdje**, kar pomeni, da ne gre za eno zvezdo, temveč ga sestavljata dve zvezdi, ki krožita druga okoli druge. Sirij A je z maso okoli dveh mas Sonca in polmerom $1,7$ Sončevega polmera večja zvezda v sistemu. Manjša komponenta Sirij B, ki jo je leta 1844 odkril nemški astronom Friedrich Bessel, pa je **bela pritlikavka** (posmrtni ostanek manj masivne zvezde) z maso približno enako Sončevi in polmerom, primerljivim z Zemljinim. Sirij B velja za eno najbolj masivnih poznanih belih pritlikavk, hkrati pa je zanjo kot tudi za druge bele pritlikavke značilna velikanska gostota, približno $2,4 \cdot 10^9 \text{ kg m}^{-3}$, kar je več kot sto tisočkrat toliko kot gostota osmija, ki velja za najgostejšo snov na Zemlji.

Poleg dejstev, da je Sirij najsvetlejša zvezda severnega neba in tudi dvozzvezdje, ga odlikuje še nadvse zanimiva značilnost, ki poleg bralcev različnih takšnih in drugačnih spletnih portalov prevzame predvsem opazovalne astronome. Sirij namreč na novega leta dan ob polnoči leži približno na **lokalnem nebesnem poldnevniku**, kar pomeni, da leži v najvišji točki, ki jo lahko doseže tekom dnevnega in letnega navideznega kroženja na nebesnem svodu.

In ravno to dejstvo je ključno za prvi korak k rešitvi naše anekdote – v besedilu pod njo namreč izvemo, da je čas opazovanja ravno novo leto ob polnoči.



SLIKA 1.

Skica od strani prikazuje nebesno sfero, kot jo vidi opazovalec. Znano je, da je višina Severnice v danem kraju enaka zemljepisni širini kraja. Z modro je označen nebesni ekvator. S točkami S , Z in J smo zaporedoma označili sever, zenit in jug. S skico si lahko pomagamo in izrazimo višino Sirija nad obzorjem z geografsko širino kraja in deklinacijo. Pri tem naj opozorimo, da je deklinacija δ negativna, in da je na skici označena zgolj njena velikost.

Od tod lahko izračunamo njegovo kotno višino nad obzorjem v času opazovanja. Pri tem si lahko pomagamo s skico na sliki 1, s pomočjo katere izpeljemo:

$$h = 90^\circ - \varphi - |\delta| = 90^\circ - 28^\circ - 17^\circ = 45^\circ,$$

kjer sta φ in δ zaporedoma geografska širina kraja opazovanja in deklinacija Sirija, podana v nalogi.

Vendar zakaj neki bi bil Sirij po 30 metrih pešačenja v smeri južno svetlejši?

Možni razlogi za spremembo svetlosti

Razmislimo o možnih, čeprav nekoliko sprevrženih, vzrokih za povečanje navideznega sija Sirija.

1. Ker se junaka anekdote premikata v horizontalni smeri, se ob prehojenju razdalji 30 metrov Siriju približata za $30 \cdot \cos 45^\circ \approx 21$ metrov. Ker sta se Siriju približala, to jasno pomeni, da je ta za njiju navidezno svetlejši.
2. Med premikanjem proti Siriju je prišlo do modrega premika, ki ustreza hitrosti $1 \cdot \cos 45^\circ \approx 0,7$ m/s, kar prav tako nekoliko poveča njegovo svetlost.

3. V času gibanja junakov v anekdoti proti jugu se je Sirij pomaknil za nek majhen kot proti zenitu. Znano je, da ena navtična milja, ki meri 1852 metrov, ustreza $1'$ na Zemljinem poldnevniku. Ker sta se junaka premaknila za razdaljo 30 metrov, lahko od tod izračunamo, da se bo Sirij navidezno premaknil za kot $30'/1852 \approx 1''$ navzgor proti zenitu. Zaradi tega premika se bo absorpcija svetlobe v atmosferi zmanjšala, saj bo svetloba prepotovala tanjšo plast atmosfere, kar pa pomeni, da se bo svetlost vnovič povečala.

Poskusimo zdaj oceniti, do kolikšne spremembe v navideznem siju je prišlo pri posameznem od zgoraj predstavljenih razlogov.

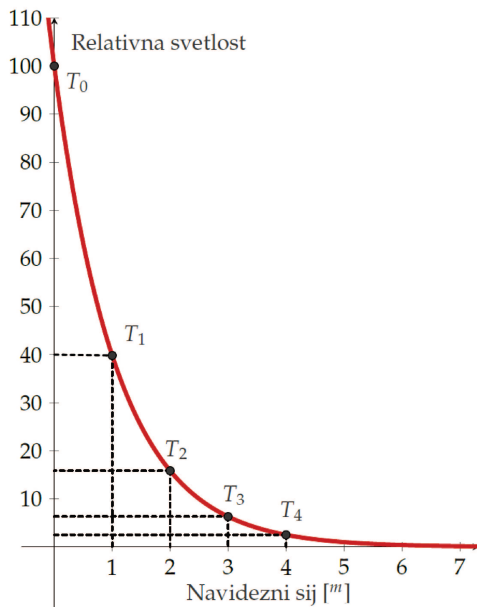
1. dejavnik: Približanje

Sirij je ena nam bližjih zvezd, kar je tudi razlog, da je tako svetla. Od nas je oddaljen 2,64 parseka (en parsek je definiran kot razdalja, na kateri bi videli Zemljo in Sonce pod kotom ene ločne sekunde, in meri približno $3,086 \cdot 10^{16}$ m). Za oceno lahko rečemo, da je oddaljen $r_0 = 2 \text{ pc} \approx 6 \cdot 10^{16}$ metrov.

Izračunamo razliko navideznega sija v tem primeru. Pri tem uporabimo definicijo navideznega sija oziroma **Pogsonovo enačbo**. Ta upošteva, da so objekti z nižjim navideznim sijem svetlejši kot tisti z



→ nižjo (na primer, navidezni sij Sonca je približno -27 , navidezni sij polne Lune pa okoli -13). Hkrati pa je treba poudariti, da je zveza med sijem in gostoto svetlobnega toka (dejansko *svetlostjo*) logaritemska, pri čemer je upoštevano, da je zvezda z za 5 magnitud nižjim navideznim sijem 100-krat svetlejša. Za lažjo predstavo zveze med svetlostjo in navideznim sijem v magnitudah glej sliko 2.



SLIKA 2.

Odvisnost relativne svetlosti in navideznega sija v magnitudah. Graf namiguje na definicijo navideznega sija, ki pravi, da sto-kratna različna svetlost ustreza razliki 5 magnitud. To pa, glede na to, da je zveza eksponentna, tudi pomeni, da razlika ene magnitude ustreza $100^{1/5} \approx 2,5$ -kratni spremembi svetlosti, kar pa je sijajno videti iz grafa. Na primer pri navideznem siju 1 je relativna svetlost približno 40, pri navideznem siju 0 pa 100, kar je ravno za naračunani faktor 2,5-krat toliko.

Kakor koli, pri samem izračunu moramo upoštevati tudi, da je gostota svetlobnega toka obratno sorazmerna s kvadratom oddaljenosti in pravila za računanje z logaritmi.

$$\begin{aligned} \Delta m_1 &= m_0 - m_1 = -2,5 \log \frac{j_0}{j_1} = -2,5 \log \frac{r_1^2}{r_0^2} \\ &= -2,5 \log \left(\frac{r_1}{r_0} \right)^2 = -5 \log \frac{r_1}{r_0}. \end{aligned}$$

V enačbi so m navidezni sij, j gostota svetlobnega toka in r oddaljenost Sirija. Indeks 0 se navezuje na začetno vrednost posamezne količine, indeks 1 pa na končno vrednost. Podobne oznake bomo v članku uporabljali tudi v nadaljnjem. Sedaj razpišemo $r_1 = r_0 - \Delta r$, pri čemer je $\Delta r = 21$ m, kot smo izračunali pri točki 1 uvodnega razmisleka. Desetiški logaritem prevedemo v naravnega s pomočjo formule za prehod na novo osnovo, ki jo poznamo iz konca drugega letnika gimnazijske matematike.

$$\begin{aligned} \Delta m_1 &= -5 \log \frac{r_0 - \Delta r}{r_0} = -5 \log \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0} \right) \\ &= -\frac{5}{\ln 10} \ln \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0} \right) \end{aligned}$$

Za poenostavitev računa upoštevamo, da pri majhnih x velja fizikalna in ne matematična zveza $\ln(1 + x) \approx x$. V našem konkretnem primeru sledi

$$\Delta m_1 = -\frac{5}{\ln 10} \ln \left(1 - \frac{\Delta r}{r_0} \right) \approx \frac{5}{\ln 10} \cdot \frac{\Delta r}{r_0},$$

Vstavimo še številske podatke. Ker je $\ln 10 \approx 2,5$, lahko izračunamo:

$$\Delta m_1 \approx 2 \cdot \frac{2 \cdot 10}{6 \cdot 10^{16}} \approx 7 \cdot 10^{-16}.$$

Seveda opazimo, da je naša razlika navideznega sija izjemno, izjemno majhna. Poglejmo, kaj pokažeta preostali dve možnosti.

2. dejavnik: Dopplerjev premik

Na **Dopplerjev pojav** oziroma **premik** naletimo že v vsakdanjem življenju, ko se sprehajamo po obvoznici in mimo nas švigajo avtomobili in druga prometna vozila. Namreč, ko se nam avtomobil približuje, slišimo *drugačen* zvok kot potem, ko se od nas oddaljuje. Z drugimi besedami, ko se nam približuje, zaznamo zvok z višjo frekvenco kot v primeru, da bi avtomobil miroval. Podobno takrat, ko se od nas oddaljuje, občutimo zvok z nižjo frekvenco. Do enakega učinka pride, če avtomobil kot oddajnik zvoka miruje, mi pa se mu približujemo oziroma oddaljujemo – važno je relativno gibanje oddajnika in sprejemnika.

Kakor koli, s podobnim pojavom se srečamo tudi v astronomiji. Ko se nam zvezde ali galaksije približujejo, pride do povišanja frekvence svetlobe, kar pomeni, da se pomakne proti *bolj modremu delu spektra*. Pojav imenujemo **modri premik**. Podobno pride

pri oddaljevanju zvezd in galaksij do **rdečega premika**, saj se frekvenca svetlobe zniža, s tem pa se pomakne proti *bolj rdečemu delu spektra svetlobe*. Poudarimo naj, da pojava ne gre zamenjati s tako imenovanim **kozmoškim rdečim premikom**, ki je posledica raztezanja vesolja in tako povezan s splošno teorijo relativnosti.

Kakor koli, v našem primeru pride do rahlega modrega premika zaradi približevanja Siriju. Enačba za Dopplerjev premik, če izrazimo razmerje spremembe frekvence $\Delta\nu$ s siceršnjo frekvenco ν , je:

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{v}{c} = \frac{0,7}{3 \cdot 10^8} \approx 2 \cdot 10^{-9},$$

pri čemer je v relativna hitrost pešcev glede na Sirij, torej komponenta hitrosti pešcev v smeri Sirija, izračunana v uvodu, in c hitrost svetlobe. Ker je energija fotona po enačbi $E = h\nu$, ki ji v srednji šoli rečemo kar Planckov zakon, sorazmerna z njegovo frekvenco, bo navidezna svetlost Sirija narasla za pravkar izračunani faktor. Izračunajmo torej ustrezno spremembo navideznega sija.

$$\begin{aligned} \Delta m_2 &= m_0 - m_2 = -2,5 \log \frac{j_0}{j_2} = 2,5 \left(1 + \frac{\Delta j}{j_0} \right) \\ &= \frac{2,5 \log_{2,5} \left(1 + \frac{\Delta j}{j_0} \right)}{\log_{2,5} 10} \\ &\approx \ln \left(1 + \frac{\Delta j}{j_0} \right) \approx \frac{\Delta j}{j_0} \approx 2 \cdot 10^{-9}, \end{aligned}$$

pri čemer smo upoštevali, da je $e \approx 2,5$, $\log_{2,5} 10 \approx 2,5$ in ponovno približek za linearizacijo naravnega logaritma pri računanju z relativno majhnimi vrednostmi.

Kakor koli, ocena zgoraj predpostavlja, da občutljivost človeškega očesa in prepustnost atmosfere nista odvisni od valovne dolžine svetlobe (kar seveda v resnici ne drži), temveč ker je Sirij bela zvezda, bomo z obravnavanimi učinki, če že, podcenili spremembo svetlosti. Za zdaj je važno le, da je ta učinek povečanja svetlosti za kar nekaj redov velikosti večji od prvega.

3. dejavnik: Sirij je višje nad obzorjem

Zdaj pa obravnavajmo še tretji vzrok. Kot smo izračunali v uvodnem razmisleku k rešitvi, se Sirij navidezno premakne za eno kotno sekundo proti zenitu.

Upoštevati moramo spremembo absorpcije. Posežemo po tako **formulo zračne mase** (angl.: *air-mass formula*). **Zračna masa** je definirana kot količina zraka v atmosferi, skozi katero gledamo, zato je sorazmerna z debelino atmosfere v smeri opazovanja objekta in je tako odvisna predvsem od **zenitne oddaljenosti** z (kotne oddaljenosti med zenitom in opazovanim objektom). *Ena zračna masa* je definirana za debelino atmosfere v smeri zenita. Za lažjo predstavbo glej sliko 3.

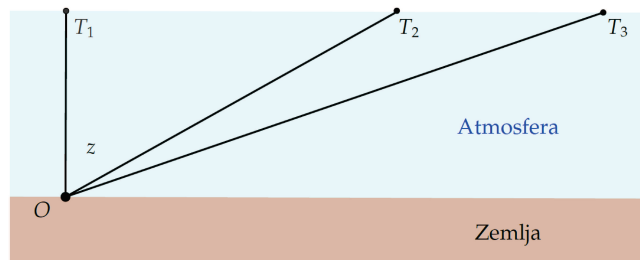
Omenjena formula opisuje absorpcijo svetlobe v atmosferi in velja za majhna območja na nebu. Enačbo smemo uporabiti pri zenitnih oddaljenostih $z < 70^\circ$, čemur pa je v našem primeru zadoščeno, saj je $z = 90^\circ - h = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ < 70^\circ$. Enačba se glasi:

$$\Delta m = \frac{0,2}{\cos z},$$

Izrazimo lahko razliko absorpcije za lego Sirija pred premikom in po njem. Velja torej

$$\Delta m_3 = m_0 - m_3 = 0,2 \cdot \left(\frac{1}{\cos z_0} - \frac{1}{\cos z} \right),$$

kjer je $z_0 = 45^\circ$ in $z = z_0 - \Delta z$, pri čemer je $\Delta z = 1''$. Ker žepnega računalna ne smemo uporabljati, se



SLIKA 3.

Opazovalec na Zemlji (O) opazuje nočno nebo, pri tem pa seveda gleda skozi atmosfero. V smeri T_1 je zenit, zato je tam debelina atmosfere najmanjša in ustreza *eni zračni masi*. Če pogleda opazovalec v smeri T_2 , potem njegovo opazovanje ovira debelejši sloj atmosfere, ki učinkuje kot zmanjšanje svetlosti in pordečitvi barve zvezde. Učinek je še večji za smer T_3 . Na skici je označena zenitna oddaljenost z za zvezdo v smeri T_2 . Opomba, da je Zemlja na skici narisana kot raven ploskev zaradi preglednosti, zato tega dejstva ne gre povezovati s takšnimi ali drugačnimi teorijami zarote.



→ najdemo, in razpišemo $\cos z$ z adicijskim izrekom za kosinus razlike:

$$\begin{aligned}\cos z &= \cos(z_0 - \Delta z) \\ &= \cos z_0 \cos \Delta z + \sin z_0 \sin \Delta z.\end{aligned}$$

Sedaj moramo napraviti ustrezne približke. Ker je kot Δz zelo majhen, lahko rečemo, da je $\cos \Delta z \approx 1$. S pomočjo zveze $\sin x \approx x$ (kjer je x v radianih), ki velja za majhne x , lahko izračunamo $\sin \Delta z \approx \Delta z = \frac{\pi}{60 \cdot 60 \cdot 180} \approx \frac{1}{206265} \approx 5 \cdot 10^{-6}$. Ker pa je hkrati tudi $\sin z_0 = \cos z_0 = \sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0,7$, imamo:

$$\begin{aligned}\Delta m_3 &= 0,2 \cdot \left(\frac{1}{0,7} - \frac{1}{0,7 \cdot (1 + 5 \cdot 10^{-6})} \right) \\ &= \frac{2}{7} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + 5 \cdot 10^{-6}} \right).\end{aligned}$$

Zadevo si še nekoliko poenostavimo, če uporabimo zvezo $\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$, ki velja za majhne x . Poročunamo:

$$\begin{aligned}\Delta m_3 &= \frac{2}{7} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + 5 \cdot 10^{-6}} \right) = \frac{2}{7} \cdot 5 \cdot 10^{-6} \\ &\approx 10^{-6}.\end{aligned}$$

Če sintetiziramo; pri prvem vzroku za povišanje navidezne svetlosti smo dobili razliko navideznega sija $\sim 10^{-16}$, pri drugem $\sim 10^{-9}$, pri zadnjem pa $\sim 10^{-6}$. Od tod zaključimo, da je sprememba višine Sirija tista, ki je glavni razlog za spremembo navideznega sija, ostala dva dejavnika pa sta povsem zanemarljiva.

Zaključek

Kakor koli že, tudi sprememba navideznega sija za 10^{-6} je v praksi povsem zanemarljiva. Takšnih sprememb tudi z najboljšo tehnično opremo, ki nam jo ponuja napredek 21. stoletja, nikakor ne bi mogli zaznati. No ja, tako očitno naša anekdota za zdaj še vedno ostaja skrivnostna anekdota.

Prijateljski dodatek na računanje z majhnimi količinami

V rešitvi naloge smo pogosto uporabili približke, kar smo upravičevali s tem, da delamo z relativno majh-

nimi številkami. Vsako od uporabljenih formul si bomo v tem dodatku pogledali nekoliko podrobneje.

$$\sin x \approx \tan x \approx x \text{ in } \cos x \approx 1.$$

Približek velja za majhne kote, to je kote, manjše od 10° , pri čemer poudarimo, da mora biti x v približku podan v radianih. Zvezi $\sin x \approx \tan x$ in $\cos x \approx 1$ lahko geometrijsko ponazorimo na primeru pravokotnika z relativno majhnim kotom, kar prikazuje slika 4. Vidimo, da velja $|AB| \approx |BC|$, s tem pa $\sin x = \frac{|AC|}{|BC|} \approx \frac{|AC|}{|AB|} = \tan x$. Z enakim argumentom dobimo $\cos x = \frac{|AB|}{|BC|} \approx 1$. Če želimo ugotoviti, za koliko se vrednost $\cos x$ razlikuje od 1, lahko posežemo po znani zvezi $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

Pri manjših kotih tudi velja, da je $|AC|$ približno enaka kot dolžina krožnega loka krožnice s polmerom AB , ki ga opisuje kot x . Ker je enota radian definirana kot razmerje med krožnim lokom in polmerom krožnice, velja $\sin x \approx \tan x = \frac{|AC|}{|AB|} \approx \frac{l}{|AB|} = x$ [rad].

$$\frac{1}{1+x} \approx 1 - x$$

Ulomek na levi lahko razširimo z $1 - x$ dobimo:

$$\frac{1}{1+x} = \frac{1-x}{(1-x)(1+x)} = \frac{1-x}{1-x^2}$$

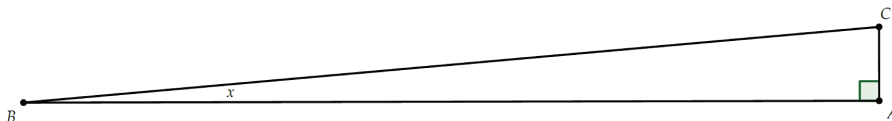
Na tem mestu se zdi, da je dovolj, da pokažemo, da je $x^2 \approx 0$, saj bomo tako prišli do izraza na desni. Razmislimo, zakaj je tako. Vemo, da je x relativno majhen (glede na 1), npr. $x = 0,001$. To pomeni, da je $x^2 = 0,000001$, kar pa resnično je zelo malo, torej približno nič. Za prej navedeni konkretni x bi bilo $\frac{1}{1+x} \approx 0,999001$ in $1 - x = 0,999$ (točna vrednost), od koder vidimo, da se vrednosti ujemata na 5 decimalnih mest, kar je zelo solidna natančnost, sploh za rusko olimpijado.

$$\ln(1+x) \approx x$$

Na tem mestu pa se odvodom ne bomo mogli izogniti. Pri vrednostih $x \approx a$ lahko vrednost funkcije $f(x)$ približamo z

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a),$$

pri čemer smo z $f'(a)$ označili odvod funkcije v točki a . V našem primeru imamo funkcijo $f(x) =$



SLIKA 4.

Pravokotni trikotnik z majhnim kotom x pri B, ki nam pomaga pri oblikovanju predstave o tem, zakaj lahko pri majhnih uporabimo približke za kotne funkcije.

$\ln(x)$, približek pa želimo narediti okoli $a = 1$. Ker vemo, da je odvod naravnega logaritma $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$, lahko po zgornji formuli razpišemo:

$$\begin{aligned} f(x) = \ln x &\approx \ln a + \frac{x-a}{a} = \ln 1 + \frac{x-1}{1} \\ &= 0 + x - 1 = x - 1 \end{aligned}$$

Še enkrat poudarimo, da velja zgornja zveza za $x \approx a$. Ker ime spremenljivke ni pomembno, lahko naredimo substitucijo $x \rightarrow x + 1$, in tako dobimo $\ln(x + 1) \approx x$. Ta zveza pa velja pri $x \approx 0$.

Omeniti gre, da bi lahko vse zgornje približke veliko hitreje in bolj tehnično obrazložili s **Taylorjevim** oziroma **Maclaurinovim razvojem**, v katerem bi v duhu približka upoštevali le prvi člen. Vendar je za samo predstavo o pomenu teh približkov veliko bolje, če se jih lotimo na nekoliko bolj elementaren način, sploh če ta obstaja.

Naloge bralcu

1. Oddaljenost od Sirija izračunaj iz letne paralakse, $\pi = 380$ mas (enota *mas* pomeni *mili ločna sekunda*, torej tisočinka ločne sekunde).
2. Izračunaj absolutni sij Sirija. Absolutni sij je navidezni sij na oddaljenosti 10 parsekov.
3. Koliko bi bilo dolgo leto, če bi Zemlja krožila okoli Sirija, njegova navidezna velikost na nebu pa bi bila enaka resnični navidezni velikosti Sonca na Zemlji?
4. Kapela, alfa Voznika, je zvezda, ki jo lahko v prvi polovici decembra okoli polnoči opazujemo v zenitu. Za zvezdo, ki se v nekem trenutku nahaja v zenitu, ustreza absorpcija svetlobe zaradi atmosfere 0,16. Izračunaj, kolikšen je njen navidezni sij, ko se nahaja na višini 30° nad obzorjem. Privzemi, da je navidezni sij Kapele, ko je v Zenitu, 0,08.

5. Pokaži, da pri $x \approx 0$ veljajo približki

- a) $(1 + x)^3 \approx 1 + 3x$,
- b) $\frac{1}{(1+x)^2} \approx 1 + 2x$,
- c) $\sqrt{1 - x^2} \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$,
- d) $\cos x \approx 1 - \frac{1}{2}x^2$.

6. Kako lahko približamo $(1 + x)^n$, če je $x \approx 0$?

Literatura

- [1] *Air mass (astronomy)*, Wikipedia, dostopno na: [https://en.wikipedia.org/wiki/Air_mass_\(astronomy\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Air_mass_(astronomy)), ogled: 24. 2. 2021.
- [2] Avsec, F., Prosen, M. (1969). *Astronomija*. Ljubljana: DMFA - založništvo.
- [3] *Doppler effect*, Wikipedija, dostopno na: https://en.wikipedia.org/wiki/Doppler_effect, ogled: 26. 2. 2021.
- [4] Karttunen ... [in drugi]. (2007). *Fundamental astronomy*. Berlin; New York: Springer.
- [5] *Naloge za 11 klas 28. SAO, Šolska astronomija v Sankt Petersburgu*, dostopno na: <http://school.astro.spbu.ru/?q=node/622>, ogled: 24. 2. 2021.
- [6] *Osmij*, Wikipedija, dostopno na: <https://sl.wikipedia.org/wiki/Osmij>, ogled: 24. 2. 2021.
- [7] *Sirius*, Wikipedia, dostopno na: <https://en.wikipedia.org/wiki/Sirius>, ogled: 24. 2. 2021.

× × ×

www.fmf.uni-lj.si/sl/zalozba/