PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **28** (2000/2001)
Številka 5
Stran 263

Martin Juvan:

2001 Z ENICAMI

Ključne besede: matematika, računalništvo, elementarna matematika, zapis števil.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/28/1452-Juvan.pdf

2001 Z ENICAMI

Nedavno sem listal po knjigi *R. K. Guy, Unsolved Problems in Number Theory*. Kot pove že naslov knjige, so v njej opisani nekateri nerešeni problemi iz teorije števil. Poudarek je predvsem na problemih, ki jih je moč zastaviti s sredstvi elementarne matematike. Seveda pa to še zdaleč ne pomeni, da gre za preproste probleme.

Mojo pozornost je pritegnil naslednji problem z oznako *F26 – Expressing numbers using just ones*: Označimo z $f(n)$ najmanjše število enic, s katerimi lahko zapišemo število n, pri čemer smemo v zapisu uporabiti le seštevanje in množenje (ter oklepaje). Vrednosti funkcije f za prvih nekaj števil so zbrane v naslednji tabeli:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$f(n)$	1	2	3	4	5	5	6	6	6	7	8	7	8	8	8

Nekatera števila je moč z minimalnim številom enic zapisati na več različnih načinov, npr.:

$$10 = (1+1)\cdot(1+1+1+1+1) = (1+1+1)\cdot(1+1+1)+1\,.$$

Znano je, da velja $f(3^k) = 3k$, ena od (preprostejših) domnev pa pravi, da je $f(2^a 3^b) = 2a + 3b$. Prav tako ni znano, ali za vsako praštevilo p velja

$$f(p) = 1 + f(p-1) \qquad \text{in} \qquad f(2p) = \max\{2 + f(p), 1 + f(2p-1)\}\,.$$

No, gornjih domnev verjetno res ne bomo uspeli dokazati, vas pa vabim, da poskusite izračunati vrednost $f(2001)$. Delo si seveda lahko olajšate z računalnikom.

Martin Juvan