PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **3** (1975/1976)
Številka 1
Strani 27–30

Jože Vrabec:

MNOŽENJE NA PRSTE

Ključne besede: matematično razvedrilo, matematika, aritmetika, množenje na prste.

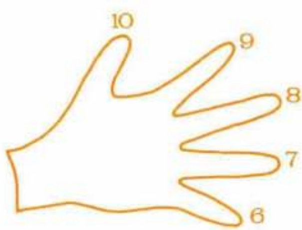
Elektronska verzija: http://www.presek.si/3/3-1-Vrabec.pdf

MATEMATIČNO RAZVEDRILO

MNOŽENJE NA PRSTE

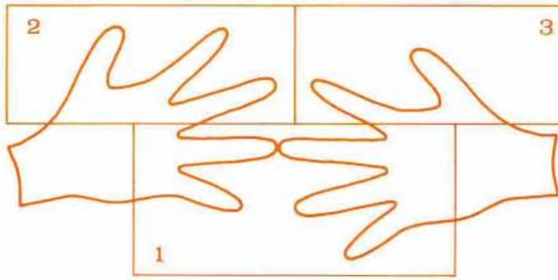
Ne bom vas vprašal, ali znate seštevati na prste. Tako dolgo je že, odkar ste se tega naučili, da ste že pozabili, kako je bilo, ko še niste znali. Ali pa znate tudi množiti na prste ? Seveda, boste rekli, saj je množenje (vsaj množenje naravnih števil) le seštevanje več enakih sumandov. Na primer: $3 \cdot 2 = 2 + 2 + 2$; in ta račun je kaj lahko napraviti na prste. Toda v mislih imam drugačno tehniko množenja. Od prej omenjene se loči predvsem v treh stvareh: hitrejša je, privede nas malo dlje kot do 10 in še daleč ni tako "sama po sebi razumljiva", kot je seštevanje na prste. Gotovo se vsakomur zdi, da bi seštevanje na prste sam odkril, če se ga ne bi bil naučil od drugih. Za metodo množenja, ki jo nameravam opisati, pa česa takega najbrž ne boste trdili. Seveda pa je moral tudi to metodo nekdo odkriti. Kdo je to bil, ni znano, kajti metoda je stara že več tisočletij. V starih časih je bila splošno znana in baje se je ponekod ohranila prav do današnjih dni.

Pa naj bo dovolj uvoda, preidimo k stvari. Privzeli bomo, da znamo na pamet poštevanko do 5, in pokazali, kako na prste zmnožimo dve izmed števil 6,7,8, 9,10 (za ta račun bomo potrebovali v resnici le poštevanko do 4).



Vsakemu prstu na roki priredimo eno od števil med 6 in 10; mezincu 6, prstancu 7, sredincu 8, kazalcu 9, palcu 10.

Množenje bomo razložili na primeru. Recimo, da hočemo izračunati, koliko je $7 \cdot 8$. Položimo obe roki predse z dlanmi obrnjenimi proti sebi. Staknimo prstanec leve roke (predstavljajoč število 7) s sredincem desne roke (število 8); sicer pa naj se prsti ne dotikajo. Mislimo si vse prste razdeljene v tri skupine (glej sliko):



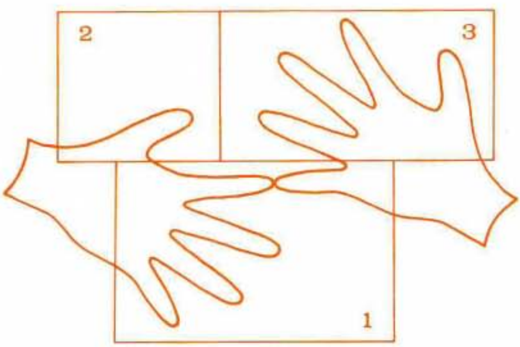
v prvi skupini naj bosta prsta, ki se dotikata, in vsi prsti pod njima; v drugi skupini prsti leve roke nad dotikajočima se prstoma; in v tretji skupini prsti desne roke nad dotikajočima se prstoma. Produkt, ki ga iščemo, je zdaj enak

(število prstov v 1.skupini) × 10 +

+ (število prstov v 2.skupini) × (število prstov v 3.skupini);

v našem primeru torej $7 \cdot 8 = 5 \cdot 10 + 3 \cdot 2 = 56$.

Preprosto, kajne ? Z malo vaje se lahko človek tako izuri, da vidi rezultat v trenutku. Toda, ali res pride vedno pravi rezultat? Poizkusimo še $9 \cdot 6$:



$$9 \cdot 6 = 5 \cdot 10 + 1 \cdot 4 = 54$$

Zdaj najbrž že verjamete v pravilnost te metode (čeprav sicer veste, da z dvema primeroma ni mogoče dokazati pravilnost kake splošne trditve). Če pa kdo še dvomi, naj sam preizkusi vse možne primere. Gotovo ste tudi že ugotovili, da vam ta računska metoda življenja ne bo kdo ve kako olajšala; saj najbrž obvladate poštevanko do 10. Zabavna je pa le!

Za marsikoga bi bila s tem stvar opravljena. Za nas pa še ne sme biti. Ne spodobi se za Presek, da se ne bi na koncu vprašali, od kod pravilnost te čarobne metode. No, odgovor je takle: metodo utemeljuje enačba, ki velja, kot se prav lahko sami prepričate, za poljubni števili x in y:

$$(5+x)(5+y) = 10(x+y) + (5-x)(5-y)$$

Takoj bomo pokazali zvezo med to enačbo in našo računsko metodo. Za x in y si moramo izbrati taki števili, da bo na levi strani enačbe stal prav produkt, ki ga želimo izračunati; v našem primeru $7\cdot 8$ bi torej vzeli $x=2$, $y=3$. Na desni strani enačbe je

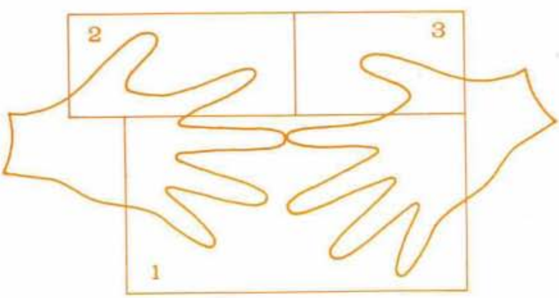
$x+y$ = število prstov v 1.skupini
$5-x$ = število prstov v 2.skupini
$5-y$ = število prstov v 3.skupini

Tako je stvar jasna!

Seveda pa je zgornja enačba še vedno pravilna, če število 5 nadomestimo s poljubnim drugim številom. Za vsako število a velja torej

$$(a+x)(a+y) = 2a(x+y) + (a-x)(a-y)$$

Od tod lahko dobimo nova računska pravila. Na primer, če obvladamo poštevanko do 9, lahko dve števili med 11 in 15 zmnožimo podobno kot prej, le da zdaj upoštevamo relacijo, ki jo dobimo, če vstavimo v zadnjo enačbo $a=10$. Izračunajmo za primer $13\cdot 14$:



$$13\cdot 14 = 7\cdot 20 + 7\cdot 6 = 182$$

Podobno lahko množimo poljubni dve števili med 16 in 20, če poznamo produkt vsakih dveh števil med 10 in 14; v zgornji enačbi moramo vzeti a=15. In tako naprej.

Po knjigi: N.A.Court, *Mathematics in Fun and in Earnest.*

Jože Vrabec