

PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652

Letnik **19** (1991/1992)

Številka 4

Strani 210–212

Matija Lokar:

DERIVE

Ključne besede: računalništvo, matematika.

Elektronska verzija: <http://www.presek.si/19/1094-Lokar.pdf>

© 1992 Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije

© 2010 DMFA – založništvo

Vse pravice pridržane. Razmnoževanje ali reproduciranje celote ali posameznih delov brez poprejšnjega dovoljenja založnika ni dovoljeno.

RAČUNALNIŠTVO

DERIVE

Petek, toplo majsko sonce in ura matematike. Konec ure se je hitro približeval.

"Morda pa bo le pozabil na domačo nalogo," smo upali.

Zaman. Tudi zvonec, ki je med tem zazvonil, nas ni rešil. Že med vrati smo bili, ko nas je dosegel njegov glas.

"Do naslednjic pa naredite naloge iz zbirke na strani 78, in sicer 2, 3, 5, 7 in 8. No pa še 9 in 10, ampak le do črke m."

Groza! Vse naše ideje o prijetnem vikendu so se razblinile kot milni mehurček. Pa saj ne da bi mislili, da so naloge nepotrebne. Le toliko jih je in več ali manj so si vse podobne kot jajce jajcu. In ko enkrat odkriješ sistem, gre le še za avtomatizem. Seveda pa moraš način reševanja ugotoviti že pri prvih primerih, saj drugače naloge tako ali tako ne rešiš. In če je kaj zoprno, je to dolčas pri reševanju domače naloge.

Zato ni čudno, da smo pogosto razmišljali o žepnem računalniku, ki ne bi znal le množiti, deliti, seštevati števila, ampak tudi ulomke, spremenljivke, pa računati odvode, seštevati kotne funkcije in podobno.

Po dvakrat sedmih letih sem tak kalkulator le dobil v roke. Sicer ni ravno to, je pa program, ki ga naložiš v računalnik in uporabljaš. Resnici na ljubo obstajajo tudi že kalkulatorji, ki znajo večino stvari, o katerih smo sanjali kot srednješolci. Vendar o njih kdaj drugič. Danes si pogledajmo nekaj o programih za simbolično računanje in o enem med njimi, programu Derive, tudi nekoliko več.

Kaj programi za simbolično računanje sploh so? Na kratko rečeno, to so programi, ki znajo računati s simboli. Vsak kalkulator zna sešteti 0.5 in 0.6, programi za simbolično računanje pa se ne bodo ustrašili tudi računov kot so $\frac{a}{a^2-b^2} + \frac{c}{a+b}$. Znajo pa tudi mnogo več. Na primer poiskati razcep polinoma ali pa narisati sliko racionalne funkcije. Nobenih težav jim ne povzroča razcep števila 20081991 na prafaktorje ali pa množenje kompleksnih števil. In kar je morda še posebej pomembno - če ne zahtevamo le približnega rezultata, nam bodo vedno postregli s točnim. Tako $\frac{2}{3} + \frac{1}{3}$ ne bo 0.99999999, ampak res 1. Tudi $\sqrt{2}$ ne bo postal 1.41421, ampak bo tudi za nadaljnje račune ostal $\sqrt{2}$. In tudi $\sqrt{x^2}$ ne bo kar x , ampak točneje $|x|$. Programi te vrste se ne ustrašijo niti velikih števil kot je 20! ali pa nam povedo število π na 20 decimalk.

Programov za simbolično računanje je v zadnjih letih na tržišču kar nekaj. Med njimi je gotovo najbolj razvpit program Mathematica, nekaj zaradi kvalitete nekaj pa zaradi uspešnega trženja. Drugi programi te vrste so še Macsyma, Maple, MathCad, MatLab, in ne nazadnje tudi program Derive. Ta ima med vsemi prav posebno vlogo in sicer iz povsem enostavnega

razloga. Večina teh programov zahteva namreč dokaj zmogljivo računalniško opremo. Praktično vsi našeti programi potrebujejo računalnik, zgrajen okrog procesorja Intel 80386, opremljen še z matematičnim koprocesorjem in vsaj 1 Mb pomnilnika. Verjetno bo starše le težko prepričati, da nujno potrebujete prav tak računalnik, ki stane kar nekaj povprečnih slovenskih plač. Na drugi strani pa program Derive za svoje delovanje potrebuje le s PC XT združljiv računalnik. Do njega bo pa že lažje priti, še posebej, če se zadovoljite z rabljenim. Tudi razlika v ceni programa ni zanemarljiva, saj se se tipična cena programov za simbolično računanje giblje med 700 in 1500 USD, program Derive pa proizvajalec prodaja po 250 USD. Na prvi pogled tudi zadnja vsota ni zanemarljiva, a če jo preračunamo v ure inštrukcij – saj sploh ni toliko!

Na srečo teh prednosti (nezahtevnosti v strojni opremi in relativno nizke cene) ne plačamo prehudo. Program sicer prej 'obupa' nad nekaterimi naloga-mi, vendar je to običajno znak, da je v našem pristopu k reševanju naloge nekaj narobe.

Poleg tega, da zna program računati s celimi in realnimi števili, računa tudi z ulomki in kompleksnimi števili. Če bi le imel kaj takega v rokah, ko sem v potu svojega obraza računal tridesti izraz oblike $(2 + 3i)^{25}$! Saj vem, Moivrov obrazec. Pa vendar! Pretvorba v polarno obliko, množenje, pa zopet nazaj v kartezično obliko! Vaja res dela mojstra, ampak pri tridesetem računu je vse skupaj res že na moč dolgočasno.

Seveda pozna program vse mogoče in nemogoče funkcije. Če pa katere vendarle ne pozna, ga je mogoče o njej poučiti.

Še eno lastnost programa velja omeniti – risanje funkcij. Saj poznate racionalne funkcije s petimi ničlami in šestimi poli ali pa logaritem kakšne čudne vsote sinusov in kosinusov. Vedno se mi je zdelo kot mali čudež, ko je kdo dejal, da se da taka stvar celo narisati. Dobro se še spomnim tiste ure, ko nas je profesor 'prepričeval', kako ima funkcija $\sin \frac{1}{x}$ vedno več ničel, ko gremo z x proti 0. Saj je bil zelo prepričljiv, a dvomi so ostali. S programom Derive pa je risanje prava pesem. Samo vtipkamo funkcijo, pritisnemo pravo tipko in glej sliko. Res! Funkcija $\sin \frac{1}{x}$ kar nekako opleta proti ničli. Povečajmo sliko. Spet le pritisk na tipko. To ponavljamo, dokler nismo tudi vizualno prepričani, da je imel profesor res prav.

Funkcij dveh spremenljivk pa raje sploh ne omenjam. Še danes se mi zdi skoraj nemogoče, da bi 'uganil', kako izgleda funkcija dveh spremenljivk, pa če je še tako enostavna. Na primer znamenito sedlo $z = x^2 - y^2$. Program Derive nam omogoča, da si take slike ogledamo z vseh strani in pri različnih povečavah. Seveda se kvaliteta slik ne more primerjati s tistimi, ki jih narišeta programa Maple in Mathematica, pa vendar – za predstavo o izgledu grafa

je vsekakor dovolj. Seveda čudežev ne gre pričakovati. Prej omenjeni graf funkcije $\sin \frac{1}{x}$ ne bo povsem natančen. Razlog temu ni površnost programa Derive ampak zaslon računalnika, ki je sestavljen iz množice točk. To pa je že druga zgodba.

Seveda program ni idealen in mu lahko precej stvari zamerimo. Tako ima glede na današnji nivo programske opreme dokaj zastarel uporabniški vmesnik, ki pa je enostaven za uporabo. Tudi pri risanju je malce počasen in kar je morda največja škoda – slike ne moremo izrisati na papir. Sicer si lahko pomagamo po ovinku – a sam program nam tega ne nudi.

Še nekje nam program lahko olajša delo. Ker ga lahko naučimo vseh mogočih formul, te potem uporabljamo kot vgrajene funkcije. Povemo mu le vrednosti vseh parametrov, pritisnemo na tipko in že je tu rezultat. Ker pa program lahko naučimo tudi odnosov med merskimi enotami, bo na koncu rezultat izražen npr. v metrih, sekundah ali gramih, pa če tudi bodo naši podatki v morskih miljah, funtih ali dnevih. Derive zna reševati tudi enačbe, zato bo dovolj, da mu povemo le, da velja $pI = \pi r^2$, pa bo že sam poskrbel, da bomo iz dane ploščine dobili polmer kroga.

Je učenje matematike torej odveč? Gotovo ne! Prav nič nam ne bo pomagalo, če bomo enačbe napisali narobe ali pa narisali napačno funkcijo. Programi, kot je Derive, nam pomagajo, ne razmišljajo pa namesto nas.

Matija Lokar