Vierter

# Jahresbericht

der

# k. k. Staats-Oberrealschule

in

# MARBURG.

Veröffentlicht von der Direction am Schlusse des Studienjahres

1874.

Druck von E. Janschitz in Marburg.

Vierter

# Jahresbericht

der

# k. k. Staats-Oberrealschule

in

# MARBURG.

Veröffentlicht von der Direction am Schlusse des Studienjahres

1874.

Druck von E. Janschitz in Marburg.

## Inhalt:

**Der Lehrkörper der Staats-Oberrealschule in Marburg** erfüllt die schwere Pflicht, an der Spitze des Jahresberichtes des Mannes zu gedenken, dem seit Gründung der Anstalt die Leitung derselben anvertraut war und dessen Verlust durch den Tod alle Kreise, in denen der Verstorbene zu wirken Gelegenheit hatte, gleich schmerzlich berührte.

# Josef Essl

ward am 21. Jänner 1830 zu Berneck in Böhmen geboren und bezog nach Beendigung der Gymnasialstudien die Hochschule in Wien, wo er den philosophischen Studien oblag. Besondere Vorliebe für Mathematik und Physik bewog ihn, sich diesen Disciplinen ausschliesslich zu widmen und dieselben für den Lehrberuf zu wählen. Nach abgelegtem Staatsexamen erfolgte 1853 seine Ernennung zum Professor der erwähnten Fächer an dem Staatsgymnasium in Cilli, 1856 in gleicher Eigenschaft an das Gymnasium in Marburg. An beiden Lehranstalten war er in eifriger Weise bemüht, sein reiches Wissen in fruchtbringender Weise zu verwerthen.

Mit ganzer Seele dem schwierigen Berufe ergeben, erwarb er sich hier wie dort die Liebe und treue Anhänglichkeit seiner Schüler, wozu sein pädagogisches Talent, wie die freundliche Gesinnung, mit welcher er stets der Jugend entgegenkam, nicht wenig beitrugen.

Durch einige Zeit als interimistischer Leiter des Marburger Staats-Gymnasiums thätig, fand er durch seine Ernennung zum Director der 1870 errichteten Staats-Oberrealschule in Marburg a/D. ein geeignetes und dankbares Feld zu der längst ersehnten grösseren Wirksamkeit, angemessen seinen Fähigkeiten und seiner administrativen Geschicklichkeit.

Wie er schon als Inspector der Stadtschulen Marburgs und als mehrjähriges Mitglied der Communal-Vertretung stets dem Fortschritte huldigte und ein besonders warmer Vertreter der freien Ideen, die nach jahrelangem Kampfe im Schoosse der Volksschulen mächtige Wurzeln schlugen, war, so blieb er auch in der neuen Stellung seinen liberalen Anschauungen treu und die Rede, welche er am 3. November 1870, am Eröffnungstage der Anstalt in dem Rathaussaale hielt, trägt in ihrem Gedankengange den Stempel einer klaren Anschauung über den Zweck der Mittelschule, wie sie nur Personen eigen ist, die den Flügelschlag der Zeit richtig erfasst haben. Um den Mann seinem vollen Werthe nach beurtheilen zu können, mögen einige Gedanken dieser Rede hier Platz finden, Gedanken, die ihrer Bedeutung und ihrem Werthe nach eine Wiederholung im Voraus entschuldigen.

„Zunächst", diess seine Worte, „hat die Anstalt, die heute gegründet, einen doppelten Zweck; sie soll den Schüler in allen jenen Fächern gründlich unterweisen, welche seinem künftigen Berufe im bürgerlichen Leben oder bei seinen ferneren technischen Studien von Nutzen sind. Denn die Aufgabe unserer Zeit ist es, die Realien und ihre Hilfswissenschaften zu pflegen und zu fördern, denn diese wie ein englischer Staatsmann richtig bemerkt, begründen das materielle Wohl der Völker und Staaten, veredle die Menschheit und ein Volk, welches die Förderung des Zeitgeistes übersieht, verfällt seinem Geschicke, der Verarmung".

„Ein weiteres Ziel aber muss die Anstalt erreichen, — sie soll Menschen bilden!"

„An ihr wird dem Schüler gelehrt, wie die Kräfte in der Natur walten, wie nichts ohne Regel, ohne Gesetz geschieht, wie der Mensch im Stande ist, diese Kräfte der Natur zu bändigen und sich dienstbar zu machen."

„Dadurch bekommt er Selbstvertrauen und Selbständigkeit.

„Sie wird zeigen, wie die entfesselte Kraft den Menschen und seine Umgebung zu vernichten im Stande ist, wie vieles ihm verborgen, aller Kraft bedarf, um die Geheimnisse der Natur zu enthüllen, eine geistige Anstrengung, die den Menschen demüthig und bescheiden macht.

Und die Anstalt wird lehren, wie die Erscheinungen in der Zeit und im Raume ihre vernünftige Erklärung finden, wie nichts ohne Ursache geschieht; sie wird den Zusammenhang von Erscheinungen klar verführen und auf diese Art Unglauben und Aberglauben zerstören, die Feinde wahrer Religiosität. Und indem sie dieses Alles in klarer und einfacher Weise ausführt, lehrt sie schon Schritt für Schritt das Walten der Gottheit in der Natur, lenkt sie täglich das Auge hin zum Schöpfer, der die ewigen Gesetze in der Natur diktirte, zeigt sie, dass Alles zum Wohle der Menschheit eingerichtet ist. So bildet sie im Allgemeinen wahre, sittliche Menschen".

Diese Ideen zu verwirklichen, war der Verblichene redlich bemüht.

Ein warmer Freund der Jugend, die er mit sorgsamem Auge überwachte, suchte er auf diese durch Belehrung und Aufmunterung in erspriesslichster Weise zu wirken. Seinem Ernste und seiner sittlichen Strenge, die Unerlaubtem kräftig entgegentrat und den jugendlichen Leichtsinn in Schranken zu halten wusste, verdankt die Anstalt die Achtung, die sie in Bezug auf das sittliche Verhalten ihrer Pfleglinge nicht minder geniesst, wie in Hinsicht auf die Leistungen der Schüler, die auf das höchste Mass erlaubter Forderungen zu bringen, der Lehrkörper bestrebt ist.

Leider war es Essl nicht gegönnt, die Frucht vieljähriger Thätigkeit länger geniessen zu können. Der rastlose Eifer, womit er sich allen Geschäften hingab, untergruben seine von Natur aus schwächliche Constitution. Er verfiel vor zwei Jahren in eine schwere Krankheit, von welcher er sich jedoch zur Freude aller Bekannten dem Anscheine nach ziemlich erholte.

Doch war diese wiedererlangte Gesundheit von kurzer Dauer.

Der Keim des Todes hatte bereits zu tief Wurzel gefasst, als dass eine radikale Heilung möglich gewesen wäre und obschon durch Monate wiederholt Fieberanfällen preisgegeben, kannte er in Folge seines Berufes dennoch keine Schonung für sich. Die Einrichtung der Schule im neuen Gebäude nahm sein lebhaftes Interesse in Anspruch, und die Aufrechthaltung der Ordnung im Gebäude lag ihm nicht minder am Herzen.

Wiederholt inspicirte er vor Beginne des Unterrichtes die Schulzimmer, obschon die Aerzte Schonung geboten hatten.

Selbst als Lehrer war er noch Anfangs März des Jahres 1874 thätig, bis ihn das Zehrfieber auf das Krankenlager warf, von dem er nimmer erstehen sollte.

Ans Bett gefesselt waren seine bis zur letzten Stunde geistesfrischen Gedanken der Schule gewidmet. Alle Vorgänge mussten ihm berichtet werden, und oft sprach er dabei die Hoffnung aus, bald wieder thatkräftig seinem Berufe obliegen zu können. Diese Hoffnung, an der seine Gedanken in unbewusster Liebe zum Leben hingen, sollten sich nicht erfüllen. Am 19. April d. J. um die Mittagsstunde schloss er die Augen, nachdem er ein paar Tage zuvor mit dem allmäligen Erlöschen der Lebensthätigkeit von dem physischen Leiden befreit worden war. Die Kunde über Essl's Hingang, obwohl voraussichtlich, erschütterte dennoch tief alle Freunde und Bekannten. Vom Giebel des Sterbehauses, der Stätte seines Wirkens und Schaffens, verkündete das schwarze Banner der Trauer den unsäglichen Ernst, der darin seinen Einzug genommen. Das Begräbniss selbst gestaltete sich zu einem grossartigen. Die Stadt, die seine zweite Heimat geworden, in der er so rastlos thätig gewesen und und welcher er wacker seine geistigen Kräfte gewidmet hatte, als es galt, in derselben die Oberrealschule zu errichten, hatte aus allen Schichten der Bevölkerung ihre Vertreter entsendet, um den Beweis der Achtung zu zollen, welche der Verstorbene allerwärts genoss.

Ein unabsehbarer Zug von Leidtragenden folgte dem Sarge, den die Dankbarkeit der Schüler und die Freundschaft seiner Collegen mit prächtigen Kränzen geschmückt hatte.

Und als bei sinkender Sonne, unter den ergreifenden Tönen des Grabgesanges die Schollen den Sarg für immer begruben, fühlte wohl jedes Herz, dass es um einen Menschen Trauer empfand, der im wahren Sinne des Wortes gewesen: **„ein Ehrenmann!“**

# Untersuchungen über Congruenzen ersten und zweiten Grades mit mehreren Unbekannten.

## Congruenzen ersten Grades.

Dieselben Methoden, welche zur Auflösung bestimmter Gleichungen mit mehreren Unbekannten führen, können auch bei der Auflösung von Congruenzen mit mehreren Unbekannten angewendet werden.

Es seien die beiden Congruenzen

$$a_1 x + b_1 y \equiv c_1 \pmod{k}$$
$$a_2 x + b_2 y \equiv c_2 \pmod{k}$$

aufzulösen, wobei k als absolute Primzahl vorausgesetzt sei.

Substitutionsmethode. Wenn $a_1$ von 0 verschieden ist, so kann man immer die erste der beiden Congruenzen mit einer Zahl $\alpha$ so multipliciren, dass $a_1 \alpha \equiv 1 \pmod{k}$ also $x + \alpha b_1 y \equiv \alpha c_1 \pmod{k}$ wird.

Es ergibt sich daraus $x \equiv \alpha c_1 - \alpha b_1 y \pmod{k}$.

Substituirt man diesen Werth in zweite Congruenz, so erhält man

$$a_2 \alpha c_1 - a_2 \alpha b_1 y + b_2 y \equiv c_2 \pmod{k},$$

oder weil man statt $b_2 y$ auch setzen kann $a_1 \alpha b_2 y$ und statt $c_2$ $a_1 \alpha c_2$, so folgt

$$(a_1 b_2 \alpha - a_2 b_1 \alpha) y \equiv c_2 a_1 \alpha - a_2 c_1 \alpha \pmod{k}.$$

Da nun $\alpha$ kleiner als k, und k absolute Primzahl ist, so kann man die ganze Congruenz durch $\alpha$ dividiren und erhält somit $(a_1 b_2 - a_2 b_1) y \equiv a_1 c_2 - a_2 c_1 \pmod{k}$, aus welcher Congruenz y bestimmt werden kann.

Auf ganz ähnliche Weise könnte man die Unbekannte x bestimmen, und zwar würde man folgende Congruenz erhalten $(a_1 b_2 - a_2 b_1) x \equiv c_1 b_2 - c_2 b_1 \pmod{k}$.

Comparationsmethode. Es sei $a_1 \alpha_1 \equiv 1$ und $a_2 \alpha_2 \equiv 1$ mod k), so ist $x \equiv c_1 a_1 - b_1 \alpha_1 y$ und $x \equiv c_2 \alpha_2 - b_2 \alpha_2 y \pmod{k}$ folglich

$$c_1 \alpha_1 - b_1 \alpha_1 y \equiv c_2 \alpha_2 - b_2 \alpha_2 y \pmod{k}.$$

Multiplicirt man nun die ganze Congruenz mit $a_1 a_2$, und berücksichtigt, dass $a_1 \alpha_1 \equiv a_2 \alpha_2 \equiv 1 \pmod{k}$ ist, so ergibt sich $a_2 c_1 - a_2 b_1 y \equiv a_1 c_2 - a_1 b_2 y$ oder

$$(a_1 b_2 - a_2 b_1) y \equiv a_1 c_2 - {}_2 c_1 \pmod{k}.$$

Eliminationsmethode. Die erste Congruenz wird mit $\alpha_2$, die zweite mit $\alpha_1$ multiplicirt und die erste von der zweiten subtrahirt. Man erhält dadurch dieselbe Congruenz zur Bestimmung von y wie oben.

Französische Methode. Die erste Congruenz wird mit einem Factor $\alpha_1$ multiplicirt und beide addirt. Man erhält dadurch

$$(a_1 \alpha_1 + a_2) x + (b_1 \alpha_1 + b_2) y \equiv c_1 \alpha_1 + c_2 \pmod{k}.$$

Man kann nun den Factor $\alpha_1$ so bestimmen, dass $a_1 \alpha_1 + a_2 \equiv 0 \pmod{k}$ wird und folglich nur mehr die Congruenz $(b_1 \alpha_1 + b_2) y \equiv c_1 \alpha_1 + c_2 \pmod{k}$ übrig bleibt. Der Coefficient $\alpha_1$ kann dadurch eliminirt werden, indem man die ganze Congruenz mit $a_1$ multiplicirt, und statt $a_1 \alpha_1$ überall den congruenten Werth $- a_2$ setzt. Man erhält dadurch wieder die Congruenz $(a_1 b_2 - a_2 b_1) y \equiv a_1 c_2 - a_2 c_1 \pmod{k}$.

Die Bestimmung von x könnte mittelst einer der angeführten Methoden unmittelbar geschehen, oder es kann der gefundene Werth von y in eine der gegebenen Congruenzen substituirt und so die Unbekannte x bestimmt werden.

Es sei $(a_1 b_2 — a_2 b_1) \lambda \equiv 1$ (mod k), also $y \equiv \lambda (a_1 c_2 — a_2 c_1)$ so wird, wenn man diesen Werth in die erste Congruenz setzt $a_1 x + b_1 \lambda (a_1 c_2 — a_2 c_1) \equiv c_1$. Multiplicirt man nun die ganze Congruenz mit $a_1 b_2 — a_2 b_1$ so folgt $a_1 (a_1 b_2 — a_2 b_1) x + b_1 (a_1 c_2 — a_2 c_1) \equiv c_1 (a_1 b_2 — a_2 b_1)$ (mod k), oder da das Glied $— b_1 a_2 c_1$ beiderseits wegfällt, $a_1 (a_1 b_2 — a_2 b_1) x + b_1 a_1 c_2 \equiv c_1 a_1 b_2$, oder nach geschehener Abkürzung durch $a_1$ $(a_1 b_2 — a_2 b_1) x \equiv (c_1 b_2 — c_2 b_1)$ (mod k).

Es könnte möglicher Weise der Fall sein, dass $a_1 b_2 — a_2 b_1 \equiv 0$ (mod k) ist. Würde diese Congruenz stattfinden, so könnte man daraus denselben Schluss ziehen, wie bei Gleichungen, wenn der gemeinsame Nenner der beiden Unbekannten 0 wird, dass die Congruenzen entweder einen Widerspruch enthalten, oder dass sie nicht unabhängig von einander sind.

Es sei $a_1 b_2 — a_2 b_1 \equiv N$, $a_1 c_2 — a_2 c_1 \equiv Z_2$, $c_1 b_2 — b_1 c_2 \equiv Z_1$, so muss, damit für $N \equiv 0$ (mod k) $N x \equiv Z_1$ und $N y \equiv Z_2$ (mod k) sei, auch $Z_1 \equiv 0$ und $Z_2 \equiv 0$ sein. Finden diese Congruenzen nicht statt, so sind auch die gegebenen Congruenzen nicht möglich, enthalten also einen Widerspruch; sind sie jedoch erfüllt, so kann man z. B. die zweite mit $a_1$ multipliciren. Man erhält dadurch $a_2 c_1 x + b_2 c_1 y \equiv c_1 c_2$. Nun kann man die Coefficienten von x und y durch die ihnen congruenten Zahlen $a_1 c_2$ und $b_1 c_2$ ersetzen, und hat dann $a_1 c_2 x + b_1 c_2 x \equiv c_1 c_2$ (mod k) oder nach geschehener Division durch $c_2$ $a_1 x + b_1 y \equiv c_1$ (mod k), das ist die erste Congruenz.

Es seien nun folgende drei zusammengehörigen Congruenzen mit 3 Unbekannten aufzulösen.

$$a_1 x + b_1 y + c_1 z \equiv d_1 \pmod{k}$$
$$a_2 x + b_2 y + c_2 z \equiv d_2 \pmod{k}$$
$$a_3 x + b_3 y + c_3 z \equiv d_3 \pmod{k}.$$

Man kann zunächst eine der Unbekannten z. B. x durch die beiden Andern ausdrücken. Es sei wieder $a_1 \alpha \equiv 1$ (mod k), so ist $x \equiv d_1 \alpha — b_1 \alpha y — c_1 \alpha z$. Setzt man diesen Werth in die zweite und dritte Congruenz, so erhält man zunächst $a_2 d_1 \alpha — a_2 b_1 \alpha y — a_2 c_1 \alpha z + b_2 y + c_2 z \equiv d_2$ (mod k) oder wenn man statt $b_2$, $c_2$, $d_2$ setzt $b_2 a_1 \alpha$, $c_2 a_1 \alpha$, $d_2 a_1 \alpha$ und dann durch $\alpha$ dividirt und ordnet $(a_1 b_2 — a_2 b_1) y + (a_1 c_2 — a_2 c_1) z \equiv a_1 d_2 — a_2 d_1$ (mod k). Ebenso würde man aus der dritten Congruenz erhalten $(a_1 b_3 — a_3 b_1) y + (a_1 c_3 — a_3 c_1) z \equiv a_1 d_3 — a_3 d_1$, wodurch die drei Congruenzen mit drei, auf zwei Congruenzen mit zwei Unbekannten reducirt sind. Man hat nun zunächst den gemeinsamen Coefficienten von y und z zu bilden. Dieser ist $(a_1 b_2 — a_2 b_1) (a_1 c_3 — a_3 c_1) — (a_1 c_2 — a_2 c_1) (a_1 b_3 — a_3 b)$ $\equiv a_1 [a_1 (b_2 c_3 — b_3 c_2) — b_1 (a_2 c_3 — a_3 c_2) + c_1 (a_2 b_3 — a_3 b_2)]$. Es sei dieser Coefficient gleich N und $N y \equiv Z_2$, $N z \equiv Z_3$ (mod k), so erhält man $Z_2$, indem man in dem Ausdrucke für N $a_1 b_2 — a_2 b_1$ durch $a_1 d_2 — a_2 d_1$ und $a_1 b_3 — a_3 b_1$ durch $a_1 d_3 — a_3 d_1$, oder einfach $b_1$, $b_2$, $b_3$ durch $d_1$, $d_2$, $d_3$ ersetzt, und $Z_3$, indem man $c_1$, $c_2$, $c_3$ durch $d_1$, $d_2$, $d_3$ ersetzt.

Die Bestimmung von x geschieht nun folgendermassen: Setzt man $N . N_1 \equiv 1$, so wird $x \equiv d_1 \alpha — b_1 \alpha N_1 Z_2 — c_1 \alpha N_1 Z_3$ (mod k) oder, wenn man mit $a_1 N$ multiplicirt $a_1 N x \equiv d_1 N — b_1 Z_2 — c_1 Z_3 \equiv d_1 [a_1 (b_2 c_3) — b_1 (a_2 c_3) + c_1 (a_2 c_3)]$ $— b_1 [a_1 (d_2 c_3) — a_2 (d_1 c_3) + a_3 (d_1 c_2)] — c_1 [a_1 (b_2 d_3) — a_2 (b_1 d_3) + a_3 (b_1 d_2)]$ $\equiv a_1 [b_1 (c_2 d_3) — c_1 (b_2 d_3) + d_1 (b_2 c_3)]$, wobei die in den runden Klammern stehenden Producte Determinanten bedeuten, deren Anfangsglied der in der Klammer stehende Ausdruck ist. Wie man sieht ist auch der Ausdruck N identisch mit der Determinante

$(a_1 b_2 c_3)$, $Z_2$ mit $(a_1 d_2 c_3)$ und $Z_3$ mit $(a_1 b_2 d_3)$ und $a_1 N x \equiv a_1 (d_1 b_2 c_3)$ oder $N x \equiv (d_1 b_2 c_3)$ (mod k) also ist auch $Z_1 \equiv (d_1 b_2 c_3)$.

Es seien nun n Congruenzen mit n Unbekannten $x_1, x_2, x_3, \ldots x_n$ gegeben.

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 + \ldots a_{1n} x_n \equiv u_1 \pmod k$$
$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_2 + \ldots a_{2n} x_n \equiv u_2 \pmod k$$
$$— — — — — — — — — — — —$$
$$a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + a_{n3} x_3 + \ldots a_{nn} x_n \equiv u_n \pmod k$$

wobei die ersten Indices der Coefficienten a sich auf die Horizontal-, die zweiten auf die Verticalreihen beziehen. Man kann nun alle Congruenzen mit solchen Factoren multipliciren, dass, wenn man sie sämmtlich addirt, die Coefficienten aller Unbekannten bis auf einen einzigen verschwinden. Multiplicirt man z. B. die erste Congruenz mit einem Factor $\alpha_{11}$, die zweite mit $\alpha_{21}$, u. s. f. bis $\alpha_{n1}$, wobei $\alpha_{11}, \alpha_{21}, \ldots \alpha_{n1}$ die zu $a_{11}$, $a_{21}, \ldots a_{n1}$ zugehörigen Unterdeterminanten bedeuten und addirt alle Congruenzen, so werden alle Coefficienten der Unbekannten mit Ausnahme desjenigen von $x_1$ gleich 0, dieser hingegen wird gleich der Determinante $(a_{11}, a_{22} \ldots a_{nn})$. Rechts des Congruenzzeichens steht ein Ausdruck, der sich von dem Coefficienten von x offenbar nur dadurch unterscheidet, dass an der Stelle der Zahlen $a_{11}, a_{21} \ldots a_{n1}$ überall die Zahlen $u_1, u_2, \ldots u_n$ stehen. Es ist also $(a_{11} a_{22} \ldots a_{nn}) x \equiv (u_1 a_{22} \ldots a_{nn}) \pmod k$. — Würde man die Congruenzen der Reihe nach mit den Factoren $\alpha_{12}, \alpha_{22} \ldots \alpha_{n2}$ multipliciren, wobei letztere die analoge Bedeutung haben wie $\alpha_{11}, \alpha_{21} \ldots \alpha_{n1}$, so würde man ebenso erhalten $(a_{11} a_{22} \ldots a_{nn}) x_2 \equiv (a_{11} u_2 u_3 \ldots a_{nn}), \ldots (a_{11} a_{22} \ldots a_{nn}) x_n \equiv (a_{11} a_{22} \ldots u_n)$ mod k). Wenn der Modulus k keine Primzahl ist, so ist zu berücksichtigen, ob die Determinante $(a_{11} a_{22} \ldots a_{nn})$ mit k ein gemeinsames Mass besitzt. Ob dies der Fall ist, kann man in folgenden Fällen sofort entscheiden, ohne die Determinante selbst zu entwickeln. Wenn alle Glieder einer Vertical- oder Horizontalreihe mit k ein gemeinsames Mass besitzen, so hat es auch die Determinante; denn man kann diese nach den Gliedern dieser Reihe geordnet entwickeln, und da jedes einzelne Glied dann mit k ein gemeinsames Mass besitzt, so muss die ganze Determinante ihn ebenfalls besitzen. Dasselbe würde der Fall sein, wenn die Glieder einer Horizontal- oder Verticalreihe zwar selbst nicht alle mit k ein gemeinsames Mass besitzen, dagegen die Unterdeterminante aller jener Glieder, welche gegen k relative Primzahlen sind, dieses gemeinsame Mass mit k besitzen. Haben alle Glieder einer Determinante mit k ein gemeinsames Mass, mit Ausnahme eines einzigen in jeder Vertical- und Horizontalreihe, so ist die Determinante relative Primzahl gegen k; denn die Determinante besteht aus allen Producten aus je einem Gliede aus jeder Vertical- und Horizontalreihe. Nun haben aber diese alle mit k ein gemeinsames Mass mit Ausnahme eben desjenigen, welches aus den über alle Horizontal- und Verticalreihen vertheilten n Gliedern, die gegen k relative Primzahlen sind, gebildet ist.

Wenn nun die Determinante $(aa_{11} a_{22} \ldots a_{nn})$, welche wir der Einfachheit wegen mit N bezeichnen wollen, mit k ein gemeinsames Mass besitzt, so müssen, damit die Congruenzen für $x_1, x_2 \ldots x_n$ möglich sind, auch die aus der Determinante N durch successive Substitution der Zahlen $u_1, u_2 \ldots u_n$ abgeleiteten Determinanten $(u_1, a_{22} \ldots a_{nn})$, $(a_{11} u_2 \ldots a_{nn}) \ldots (a_{11} a_{22} \ldots u_n)$, die wir mit $Z_1, Z_2 \ldots Z_n$ bezeichnen wollen, dasselbe gemeinsame Mass mit k besitzen wie die Determinante N. Würden also eine oder mehrere dieser Determinanten nicht dasselbe gemeinsame Mass mit k besitzen wie N, so wären die gegebenen Congruenzen unmöglich.

Es sei nun m ein gemeinsames Mass von k, N, und allen Determinanten Z, und $k = m. k'$, $N = m. N'$, $Z_1 = m. Z_1' \ldots Z_n = m. Z'_n$. Man kann in diesem Falle sämmtliche Congruenzen zur Bestimmung der n Unbekannten sammt den Modulis durch m dividiren und erhält sodann folgende Congruenzen: $N.' x \equiv Z_1'$ (mod k). $N.' x_2 \equiv Z'_2$ (mod k') . . . $N.' x_n \equiv Z'_n$ (mod k'. Es seien nun $x' \equiv \xi_1$ (mod k') $x_2 \equiv \xi_2$ (mod k') . . . $x_n \equiv \xi_n$ (mod k') die Auflösungen dieser Congruenzen, so werden die ursprünglichen Congruenzen auch durch die nach $k = m. k'$ incongruenten Werthe $\xi_1 + k', \xi_1 + 2k', \ldots \xi_1 + (m-1) k'$ dann $\xi_2 + k', \xi_2 + 2k', \ldots \xi_2 + (m-1) k'$ u. s. w. erfüllt. Es haben also die Auflösungen der gegebenen Congruenzen allgemein die Form $x_1 = \xi_1 + r_1 k'$ (mod k, $x_2 \equiv \xi_2 + r' k'$ (mod k), . . $x_n \equiv \xi_n + r_n k'$, wobei die Coefficienten $r_1, r_2, \ldots r_n$ je eine oder auch mehrere der Zahlen von 0 bis inclusive m—1 bedeuten können. Setzt man diese Werthe in die gegebenen Congruenzen, so erhält man

$$a_{11} \xi_1 + a_{11} r_1 k' + a_{12} \xi_2 + a_{12} r_2 k' + \ldots a_{1n} \xi_n + a_{1n} r_n k' \equiv u_1 \ (\text{mod } k \equiv m k')$$
$$a_{21} \xi_1 + a_{21} r_1 k' + a_{22} \xi_2 + a_{22} r_2 k' + \ldots a_{2n} \xi_n + a_{2n} r_n k' \equiv u_2 \ (\text{mod } k \equiv m k')$$
— — — — — — — — — — — — — — — — —
$$a_{n1} \xi_1 + a_{n1} r_1 k' + a_{n2} \xi_2 + a_{22} r_2 k' + \ldots a_{nn} \xi_n + a_{nn} r_n k' \equiv u_n \ (\text{mod } k \equiv m k')$$

Da nun die Glieder einer jeden Reihe, in welchen der Factor k' vorkommt, mit 0 nach dem Modulus k' congruent sind, so muss in jeder Reihe die Summe aller Glieder, in welchen der Factor k' nicht vorkommt, auch für sich allein mit der entsprechenden Zahl u nach dem Modulus k' congruent sein, oder was dasselbe bedeutet, es muss

$$a_{11} \xi_1 + a_{12} \xi_2 + a_{13} \xi_3 + \ldots a_{1n} \xi_n - u_1 = k' l_1$$
$$a_{21} \xi_1 + a_{22} \xi_2 + a_{23} \xi_3 + \ldots a_{2n} \xi_n - u_2 = k' l_2$$
— — — — — — — — — — — —
$$a_{n1} \xi_1 + a_{n2} \xi_2 + a_{n3} \xi_3 + \ldots a_{nn} \xi_n - u_n = k' l_n,$$

sein, wobei $l_1, l_2, \ldots l_n$ ganze Zahlen sein müssen.

Denkt man sich nun die früheren Congruenzen sämmtlich auf 0 reducirt, so kann man sämmtliche Congruenzen mit Einschluss des Modulus durch k' dividiren und erhält dann zur Bestimmung der Coefficienten r die folgenden Congruenzen:

$$a_{11} r_1 + a_{12} r_2 + \ldots a_{1n} r_n + l_1 \equiv 0 \ (\text{mod } m)$$
$$a_{21} r_1 + a_{22} r_2 + \ldots a_{2n} r_n + l_2 \equiv 0 \ (\text{mod } m)$$
— — — — — — — — — — — —
$$a_{n1} r_1 + a_{n2} r_2 + \ldots a_{nn} r_n + l_n \equiv 0 \ (\text{mod } m).$$

Es kann nun der Fall eintreten, dass die Coefficienten einer oder mehrerer der Zahlen r in allen Congruenzen congruent mit o nach dem Modulus m sind. Es würden dann alle diese Zahlen unbestimmt bleiben, d. h. man könnte für dieselben jede der Zahlen von 0 bis m—1 setzen. Wäre also $\alpha$ die Anzahl der willkührlich bleibenden Coefficienten $r_1$ so wäre offenbar m die Anzahl der von einander verschiedenen Systeme von Werthen der Unbekannten x.

Beispiele. 1) $6x + 5y \equiv 2$ (mod 18)
$9x + 4y \equiv 7$ (mod 18)

Es ist hier $N \equiv -21 \equiv 15$ (mod 18), ferner $Z_1 \equiv -27 \equiv 9$ (mod 18 und) $Z_2 \equiv 24 \equiv 6$ (mod 18). Es wären also die beiden Congruenzen $15x \equiv 9$ (mod 18) und $15y \equiv 6$ (mod 18) aufzulösen, oder was dasselbe ist $5x \equiv 3$ (mod 6) und $5y \equiv 2$ (mod 6). Man erhält als Auflösung $x \equiv 3$ (mod 6) und $y \equiv 4$ (mod 6) Es wird also $y \equiv 3 + 6r_1$ und $y \equiv 4 + 6r_2$ (mod 18) sein. Substituirt man diese Werthe in die gegebenen Congruenzen, so erhält man

$18 + 36 r_1 + 20 + 30 r_2 \equiv 2$ (mod 18), oder $6r_1 + 5r_2 + 6 \equiv 0$ (mod 3)
$27 + 54 r_1 + 16 + 24 r_2 \equiv 7$ (mod 18), oder $9r_1 + 4r_2 + 6 \equiv 0$ (mod 3),

aus welchen beiden Congruenzen $r_2 \equiv 0$ (mod 3) folgt, während $r_1$ willkührlich bleibt. Man hat also folgende 3 Lösungen der gegebenen Congruenzen $x \equiv 3, 9, 15$, $y \equiv 4$ (mod 18).

$$\begin{aligned} 2)\quad 6\,x + 7\,y + 9\,z &\equiv 4 \pmod{18} \\ 4\,x + 5\,y + 3\,z &\equiv 6 \pmod{18} \\ 8\,x + 3\,y + \phantom{3\,}z &\equiv 8 \pmod{18} \end{aligned}$$

Es ist $N = -136 \equiv 8 \pmod{18}$, $Z_1 = -88 \equiv 2 \pmod{18}$, $Z_2 = -172 \equiv 8 \pmod{18}$ $Z_3 = 132 \equiv 6 \pmod{18}$. Es sind also folgende Congruenzen aufzulösen: $8\,x \equiv 2 \pmod{18}$, $8\,x \equiv 8 \pmod{18}$, $8\,z \equiv 6 \pmod{18}$ oder $4\,x \equiv 1 \pmod 9$, $4\,y \equiv 4 \pmod 9$, $4\,z \equiv 3 \pmod 9$, woraus $x \equiv 7 \pmod 9$ $y \equiv 1 \pmod 9$, und $2 \equiv 3 \pmod 9$ folgt. Es ist nun

$$\begin{aligned} 6\;7 + 7.\,1 + 9.\,3 - 4 &= 72 = 8.\,9 \text{ also } l_1 = 8 \\ 4.\,7 + 5.\,1 + 3.\,3 - 6 &= 36 = 4.\,9 \text{ also } l_2 = 4 \\ 8.\,7 + 3.\,1 + 1.\,3 - 8 &= 54 = 6\;9 \text{ also } l_3 = 6 \end{aligned}$$

Es ergeben sich also zur Bestimmung die Coefficienten r folgende Congruenzen

$$\begin{aligned} 6\,r_1 + 7\,r_2 + 9\,r_2 + 8 &\equiv 0 \pmod 2 \\ 4\,r_1 + 5\,r_2 + 3\,r_2 + 4 &\equiv 0 \pmod 2 \\ 8\,r_1 + 3\,r_2 + \phantom{3\,}r_3 + 6 &\equiv 0 \pmod 2 \end{aligned}$$

welche sämmtlich sich auf die eine Congruenz $r_2 \equiv r_3 \pmod 2$ reduciren, während $r_1$ willkührlich bleibt. Es sind also folgende Verbindungen möglich $r_1 = 0$, $r_2 = 0$, $r_3 = 0$; $r_1 \equiv 0$, $r_1 \equiv 1$, $r_2 \equiv 1$; $r_1 \equiv 1$, $r_2 \equiv 0$, $r_3 \equiv 0$; $r_1 \equiv 1$, $r_2 \equiv 1$, $r_3 \equiv 1$ und folglich erhält man folgende 4 Systeme von Wurzeln der gegebenen Congruenzen:

$$\begin{aligned} &x \equiv 7,\quad y \equiv 1,\quad z \equiv 3 \pmod{18};\quad x \equiv 16,\quad y \equiv 1,\quad 2 \equiv 3 \pmod{18} \\ &x \equiv 7,\quad y \equiv 10,\quad z \equiv 12 \pmod{18};\quad x \equiv 16,\quad y \equiv 10,\quad z \equiv 12 \pmod{18} \end{aligned}$$

In dem Falle, wo einer oder mehrere der Coefficienten z willkührlich bleiben, müssen die übrigen Coefficienten allein immer eine Anzahl von Congruenzen erfüllen, die grösser ist, als ihre eigene Anzahl. Es müssen in diesem Falle, ähnlich wie bei den Gleichungen, gewisse Bedingungscongruenzen zwischen den Coefficienten der Congruenzen stattfinden, und zwar soviele, als um wie viel mehr Congruenzen als Unbekannte vorhanden sind.

Es sei
$$\begin{aligned} a_1\,x + b_1\,y &\equiv c_1 \pmod k \\ a_2\,x + b_2\,y &\equiv c_2 \pmod k \\ a_3\,x + b_3\,y &\equiv c_3 \pmod k \end{aligned}$$

so kann man bereits aus den beiden ersten Congruenzen Werthe von x und y ableiten, welche diesen Congruenzen Genüge leisten, und zwar ergeben sich diese, wie gezeigt wurde, aus den Congruenzen $(a_1\,b_2 - a_2\,b_1)\,x \equiv (c_1\,b_2 - c_2\,b_1) \pmod k$ und $(a_1\,b_2 - a_2\,b_1)\,y \equiv (a_1\,c_2 - a_2\,c_1) \pmod k$. Bestimmt man eine Zahl A so, dass $(a_1\,b_2 - a_2\,b_1)\,A \equiv 1 \pmod k$ wird, so wird $x \equiv A\,(c_1\,b_2 - c_2\,b_1)$ und

$$y \equiv A\,(a_1\,c_2 - a_2\,c_1) \pmod k.$$

Diese Werthe sollen nun die dritte Congruenz ebenfalls erfüllen. Führt man diese Substitution aus und multiplicirt dann die erhaltene Congruenz mit $a_1\,b_2 - a_2\,b_1$, so erhält man

$$a_3\,(c_1\,b_2 - c_2\,b_1) + b_3\,(a_1\,c_2 - a_2\,c_1) \equiv c_3\,(a_1\,b_2 - a_2\,b_1) \pmod k, \text{ oder}$$
$$a_1\,(b_2\,c_3 - b_3\,c_2) - b_1\,(a_2\,c_3 - a_3\,c_2) + c_1\,(a_2\,b_3 - a_3\,b_2) \equiv 0 \bmod k).$$

Für jede weitere Congruenz zwischen den Unbekannten x und y müsste dann, damit diese mit den früheren nicht im Widerspruch stehen, eine ähnliche Congruenz zwischen den Coefficienten stattfinden, und zwar sind diese Congruenzen vollständig den Bedingungsgleichungen zwischen den Coefficienten von mehreren Gleichungen mit weniger Unbekannten als Gleichungen vorhanden sind analog.

## Congruenzen zweiten Grades mit zwei Unbekannten.

Es seien die beiden Congruenzen

$$x^2 + axy + by^2 + cx + dy + e \equiv 0 \pmod{k} \text{ und}$$
$$x^2 + a_1 xy + b_1 y^2 + c_1 x + d_1 y + e_1 \equiv 0 \pmod{k}$$

wobei k eine absolute Primzahl ist gegeben.

Man kann die Auflösung dieser beiden Congruenzen zweiten Grades mit zwei Unbekannten immer auf die Auflösung einer Congruenz vierten Grades mit einer Unbekannten zurückführen, und durch welche der Coefficient $\alpha$ bestimmt wird, welcher die Congruenz $y \equiv \alpha x \pmod{k}$ erfüllt.

Setzt man nämlich diesen Werth in beide Congruenzen, so erhält man

$$(1 + a\alpha + b\alpha^2)\, x^2 + (c + d\alpha)\, x + e \equiv 0 \pmod{k} \text{ und}$$
$$(1 + a_1\alpha + b_1 \alpha^2)\, x^2 + (c_1 + d_1 \alpha)\, x + e_1 \equiv 0 \pmod{k} \text{ oder}$$
$$e_1 (1 + a\alpha + b\alpha^2)\, x^2 - e\,(1 + a_1\alpha + b_1\alpha^2)\, x^2 + e_1 (c + d\alpha)\, x - e\,(c_1 + d_1 \alpha)\, x \equiv$$
$$\text{oder } [(e_1 - e) + (e_1 a - ea_1)\, \alpha + (e_1 b - eb_1)\, \alpha^2]\, x$$
$$+ [(e_1 c - ec_1) + (e_1 d - ed_1)\, \alpha] \equiv 0.$$

Setzt man nun $[(e_1 - e) + (e_1 a - ea_1)\, \alpha + (e_1 b - eb_1)\, \alpha^2]\, \lambda \equiv 1 \pmod{k}$, wobei jedoch $\lambda$ noch unbestimmt ist, so wird $x \equiv - \lambda\, [(e_1 c - ec_1) + (e_1 d - ed_1)\alpha]$, und diesen Werth für x kann man nun in eine der Congruenzen, in welchen blos x und $\alpha$ vorkommt, substituiren und erhält dann wenn man noch, um die Unbekannte $\lambda$ zu eliminiren, die ganze Congruenz mit $[(e_1 - e) + (e_1 a - ea_1)\, \alpha + (e_1 b - eb_1)\, \alpha^2]^2$ multiplicirt, eine Congruenz vierten Grades nach $\alpha$.

Unter gewissen Bedingungen kann man jedoch eine Congruenz ersten Grades zwischen x und y schon durch Auflösung einer quadratischen Congruenz aus den beiden gegebenen Congruenzen ableiten, und in diesem Falle gestaltet sich die Auflösung dann weit einfacher. Es könnte zunächst einer der beiden Ausdrücke congruent mit einem vollständigen Quadrate eines Ausdruckes von der Form $x + py + q$ sein. Es müsste also z. B. $x^2 + axy + by^2 + cx + dy + e \equiv (x + py + q)^2$ sein, und zwar für jeden Werth von x und y. Es ist dies nur dann möglich, wenn die Coefficienten von $x^2$, $xy$, $y^2$, $x$, $y$ und die bekannten Glieder einzeln genommen untereinander congruent sind. Es muss also $2p \equiv a$, $p^2 \equiv b$, $2q \equiv c$, $2pq \equiv d$, $q^2 \equiv e$ sein. Damit zwischen den beiden Zahlen p und q diese fünf Congruenzen stattfinden können, müssen die Coefficienten a, b, c, d, e folgende Bedingungen erfüllen: Aus $2p \equiv a$ und $p^2 \equiv b$ folgt $a^2 \equiv 4b \pmod{k}$; aus $2p \equiv a$, $2q \equiv c$ und $2pq \equiv d$ folgt $ac \equiv 2d$; und aus $2q \equiv c$ und $q^2 \equiv e$ folgt $c^2 \equiv 4e$. Ausserdem müssen b und e quadratische Reste von p sein. Sind diese Bedingungen erfüllt, so finden noch folgende Congruenzen zwischen den bekannten Coefficienten statt: $2bc \equiv ad$ und $2ae \equiv cd \pmod{k}$, und umgekehrt, wenn diese Congruenzen stattfinden, so finden auch die früheren statt, und man kann aus den beiden Congruenzen $2p \equiv a$ und $2q \equiv e \pmod{k}$ unmittelbar die zu suchenden Zahlen p und q bestimmen; man hätte dann die Congruenz $x + py + q \equiv 0 \pmod{k}$, welche in Verbindung mit der zweiten der gegebenen Congruenzen wieder nur eine Congruenz zweiten Grades mit nur Einer Unbekannten geben würde.

Es könnte ferner einer der beiden gegebenen Ausdrücke einem Producte zweier linearer Factorer $x + py + q$ und $x + p_1 y + q_1$ congruent sein. Es müsste dann $a \equiv p + p_1$, $b \equiv pp_1$, $e \equiv q + q_1$, $d \equiv p q_1 + p_1 q$, $e \equiv qq_1$ sein, oder es müssten $a^2 - 4b$ und $c^2 - 4e$ quadratischer Rest sein. Ferner ist $(p + p_1)(q + q_1) \equiv pq + p_1 q_1 + d$, also $pq + p_1 q_1 \equiv - d + ac$ und $pq.\, p_1q_1 \equiv pp_1 \cdot qq_1 \equiv 4be$; es muss also auch $(-d + ac)^2 - be$ quadratischer Rest sein. Finden diese Bedingungen statt, so sind umgekehrt auch die genannten Congruenzen möglich. Alle drei Congruenzen enthalten wie man sieht dieselbe Forderung, dass nämlich zwei Zahlen so bestimmt werden sollen, dass ihre Summe und ihr Product zwei gegebenen Zahlen congruent werden. Wäre z. B. $a^2 - 4b \equiv r^2$ mod k) so hätte man zur Bestimmung von p u. $p_1$ die Congruenzen $p + p_1 \equiv a$ und $p - p_1 \equiv \pm r$ (mod k) und ebenso könnte q und $q_1$ bestimmt werden.

Man kann dann entweder $x \equiv - py - q$ oder $x \equiv - p_1y - q_1$ (mod k) in die zweite Congruenz substituiren, und würde dann als Bedingung für die Möglichkeit der Congruenz bei der ersten Substitution erhalten, dass

$$(2pq - a_1q - c_1p + d_1)^2 - 4\,(p^2 - a_1p + b_1)\,(q^2 - c_1\,q + e_1)$$

quadratischer Rest von k ist, und eine ähnliche Bedingung auch für die zweite Congruenz. Liessen sich beide gegebenen Ausdrücke in lineare Factore zerlegen, so dass z. B. $x^2 + a_1\,xy + b_1\,y^2 + c_1\,x + d_1\,y + e_1$ congruent wäre mit $(x + ry + s)$ $(x + r_1\,y + s_1)$, so könnte man jeden dieser beiden Factoren einzeln genommen congruent mit Null setzen und dann aus dieser und jeder der Congruenzen $x + py + q \equiv 0$ und $x + p_1y + q_1 \equiv o$ (mod k) je ein Paar von Wurzeln x und y bestimmen, so dass man im Ganzen vier Lösungen der beiden Congruenzen hätte.

Die Ableitung einer Congruenz ersten Grades aus einer quadratischen kann auch auf folgende Weise geschehen: Setzt man $x \equiv pz + u$ (mod k) und $y \equiv qz + v$ (mod k), wobei z eine neue Unbekannte und p, q, u, v zu bestimmende Zahlen sind,

so wird $x^2 + axy + by^2 + cx + dy + e \equiv (p^2 + apq + bq^2)\,z^2 +$ $[2pu + a\,(pv + qu) + 2b\,q\,v + cp + dq]\,z + u^2 + auv + bv^2 + cu$ $+ dv + e \equiv$ (mod k). Man kann nun zunächst u und v so bestimmen, dass der Coefficient von z in der ersten Potenz congruent mit Null wird; es ist dazu nur nothwendig, dass folgende beiden Congruenzen zwischen u, v und den bekannten Coefficienten der Congruenz stattfinden:

$$2u + av + c \equiv 0 \pmod k$$
$$au + 2bv + d \equiv 0 \pmod k$$

Die Glieder der Congruenz, welche das z nicht enthalten, und deren Werth nach Auflösung der letzten Congruenzen für u und v als bekannt anzusehen ist, mögen mit — P bezeichnet werden. Man hat also nun die Congruenz

$$(p^2 + apq + bq^2)\,z^2 - P \equiv 0 \pmod k \text{ oder auch}$$
$$(4p^2 + 4apq + 4bq^2)\,z^2 \equiv 4\,P \pmod k.$$

Ist nun $a^2 \equiv 4b$ (mod k), so kann man auch schreiben $(2p + aq)^2 \equiv 4$ P. Ist nun P quadratischer Rest von k, also etwa congruent mit $Q^2$, so ist es auch 4 P und umgekehrt, und es wäre dann $(2p + aq)\,z \equiv \pm 2Q$ oder $2\,(x-u) + a\,(y-v) \equiv \pm 2Q$. Die Zahl — P ist wie man sieht nichts anderes, als das Resultat der Substitution $x \equiv u$ und $y \equiv v$ (mod k) in die gegebene Congruenz. Bestimmt man nun u und v aus den beiden Congruenzen, durch deren Erfüllung der Coefficient von z in der transformirten Congruenz verschwindet, so ergibt sich zur Bestimmung von u die Congruenz $(a^2 - 4b)\,u \equiv 2bc - ad$ und für v die Congruenz $(a^2 - 4b)\,v \equiv 2d - ae$ mod k. Nun ist aber nach der Voraussetzung $a^2 \equiv 4b$, oder $a^2 - 4b \equiv o$ (mod k), also sind die Coefficienten von u und v congruent mit Null, und es müssen also, wenn die Congruenzen überhaupt möglich sein sollen, noch folgende Bedingungen erfüllt sein: $2bc \equiv ad$ und $2d \equiv ac$ (mod k). Sind jedoch diese beiden Bedingungen erfüllt, so sind wie oben gezeigt wurde, die beiden Congruenzen, aus welchen u und v bestimmt werden sollen, nicht wesentlich von einander verschieden, und es bleibt somit eine von beiden Zahlen willkührlich, kann also auch congruent mit Null gesetzt werden. Setzt man z. B. $v \equiv o$, so wird $- P \equiv u^2 + cu + e$, und

$$-4P \equiv 4u^2 + 4cu + 4e \equiv c^2 - 2c^2 + 4e \pmod{k};$$

es muss also $c^2 - 4e$ quadratischer Rest von k sein. Würde man $u \equiv o$ setzen, so wäre $-4P \equiv 4bv^2 + 4dv + 4e \equiv a^2v^2 + 2acv + 4e \equiv c^2 - 2c^2 + 4e \pmod{k}$; man würde also dieselbe Bedingung erhalten wie für die Substitution $v \equiv o \pmod{k}$. Es sind mithin folgende Bedingungen nothwendig: es muss $a^2 \equiv 4b$, dann entweder $2bc \equiv ad$ oder $2d \equiv ac \pmod{k}$, da aus jeder dieser Congruenzen in Verbindung mit der erstern, die andere sich ableiten lässt und $c^2 - 4e$ muss quadratischer Rest von k sein.

Es ist ersichtlich, dass wenn diese Bedingungen erfüllt sind, auch die der Möglichkeit der Zerlegung des gegebenen Polynoms in Factoren erfüllt sind, denn wenn $a^2 \equiv 4b$ ist, so ist auch $a^2 - 4b$ quadratischer Rest von k; ferner wenn $2d \equiv ac \pmod{k}$ ist, so ist $(ac - d)^2 - 4be \equiv d^2 - 4be$. Ist nun $d^2 - be$ quadratischer Rest von k, so ist es auch $4(d^2 - 4be)$ und umgekehrt. Nun ist aber $4(d^2 - 4be) \equiv a^2c^2 - 4ae^2 \equiv a^2(c^2 - 4e)$ und dieser Ausdruck ist wirklich Rest von k, weil sowohl $a^2$ als $c^2 - 4e$ Reste sind.

Beispiel: $x^2 + 3xy + 4y^2 + 3x + y + 2 \equiv 0 \pmod{7}$.

Die Bedingungen für die Zerlegung in Factoren sind erfüllt. Es ist nämlich

$$a^2 - 4b \equiv 0,\ c^2 - 4e \equiv 1 \equiv (\pm 1)^2 \pmod{7}.$$

Man hat nun zur Bestimmung von $p$, $p_1$, $q$ und $q_1$ die Congruenzen

$$p + p_1 \equiv 3 \pmod{7} \qquad q + p_1 \equiv 3 \pmod{7}$$
$$p + p_1 \equiv 0 \pmod{7} \qquad q + q_1 \equiv \pm 1 \pmod{7}$$

Es ergibt sich daraus $p \equiv p_1 \equiv 5$ und $q \equiv 2$, $q_1 \equiv 1$ oder $q \equiv 1$, $q_1 \equiv 2 \pmod{7}$
Die gegebene Congruenz zerfällt also in die beiden Congruenzen

$$x + 5y + 1 \equiv 0 \pmod{7} \text{ und } x + 5y + 2 \equiv 0 \pmod{7}.$$

Es ist jedoch bei der gegebenen Congruenz auch die Bedingung $2d \equiv ac$ erfüllt, und folglich ist auch das zweite Verfahren anwendbar. Setzt man $v \equiv o$, so wird $2u + c \equiv 2u + 3 \equiv 0 \pmod{7}$ oder $u \equiv 2 \pmod{7}$ also $2(x-2) + 3y \equiv \pm 1$, welche Congruenz mit den obigen beiden Congruenzen ersten Grades zwischen x und y identisch ist.

Es könnte möglicher Weise der Fall eintreten, dass beide Ausdrücke, welche congruent mit 0 sein sollen, sich in Factoren ersten Grades zerlegen lassen, und es sollen nun die Bedingungen gesucht werden, wann einer von diesen Factoren in beiden Ausdrücken gemeinsam vorkommt.

Es sei z. B. $x^2 + axy + by^2 + cx + dy + e \equiv (x + py + q)(x + p_1 y + q_1) \equiv 0$ und

$$x^2 + a_1xy + b_1y^2 + c_1x + d_1y + e_1 \equiv (x + py + q)(x + p_2y + q_2) \equiv 0.$$

Wenn die Bedingungen dieser beiden Zerlegungen erfüllt sind, so hat man, wie oben gezeigt wurde, zur Bestimmung der Coefficienten $p$, $q$, $p_1$, $q_1$, $p_2$, $q_2$ folgende Congruenzen $p + p_1 \equiv a$, $pp_1 \equiv b \pmod{k}$ und $q + q_1 \equiv e$, $qq_1 \equiv e \pmod{k}$ und ebenso für die zweite Congruenz

$$p + p_2 \equiv a_1,\ pp_2 \equiv b_1 \pmod{k} \text{ und } q + q_2 \equiv c_1,\ qq_2 \equiv e_1 \pmod{k}.$$

Es müssen also die Zahlen $p$, $p_1$, $p_2$ einerseits, und $q$, $q_1$, $q_2$ andererseits je vier Congruenzen erfüllen. Damit diese Congruenzen keinen Widerspruch unter einander enthalten, muss also einerseits zwischen den Coefficienten $a$, $a_1$, $b$, $b_1$ andererseits zwischen $c$, $c_1$, $e$, $e_1$ je eine Bedingungscongruenz bestehen. Multiplicirt man die Congruenzen für a und $a_1$ mit p und ersetzt die Producte $pp_1$ und $pp_2$ durch die ihnen congruenten Zahlen b und $b_1$ so erhält man

$$ap \equiv p^2 + b \text{ oder } p^2 - ap + b \equiv 0 \pmod{k} \text{ und}$$
$$a_1p \equiv p^2 + b_1 \text{ oder } p^2 - a_1 p + b_1 \equiv 0 \pmod{k}.$$

Subtrahirt man die beiden letzten Congruenzen, so folgt $p(a_1 - a) \equiv b_1 - b \pmod{k}$. Man kann nun eine der beiden Congruenzen z. B. die erste mit $(a_1 - a)^2$ multipliciren; substituirt man dann überall für das Product $(a_1 - a)\, p$ den congruenten Werth $b_1 - b$, so ist dies die gesuchte Congruenz, welche zwischen $a, a_1, b, b_1$ stattfinden muss. Es ergibt sich $(b_1 - b)^2 - a(a_1 - a)(b_1 - b) + b(a_1 - a)^2 \equiv 0 \pmod k$ oder nach gehöriger Reduction $(b_1 - b)^2 + (ab_1 - a_1 b)(a - a_1) \equiv 0 \pmod k$.

Ganz auf dieselbe Art würde sich als Bedingungscongruenz zwischen den Coefficienten $c, c_1, e, e_1$ ergeben, dass $(e_1 - e)^2 + (ce_1 - c_1 e)(c - c_1) \equiv 0 \pmod k$ sein muss.

Würden nun diese Bedingungen bei den beiden gegebenen Congruenzen wirklich stattfinden, so wäre also $x + py + q \equiv 0$ eine Lösung der beiden Congruenzen, und es würden somit alle nach k incongruenten Zahlen für x oder für y gesetzt auch einen zugehörigen Werth von y geben, welche beide zusammen die gegebenen Congruenzen erfüllen. Nehmen wir nun an, es wäre blos die Bedingung erfüllt, dass $a^2 - 4b$ quadratischer Rest von k ist, die andern Bedingungen für die Zerlegung in Factoren dagegen nicht, so kann man doch immer ein Product bilden, welches sich nur in dem letzten Gliede von dem gegebenen Polynome unterscheidet. Man kann nämlich zwei Zahlen p und $p_1$ so bestimmen, dass $p + p_1 \equiv a$ und $pp_1 \equiv b \pmod k$ wird, ferner zwei Zahlen q und $q_1$ so, dass $q + q_1 \equiv c$ und $pq_1 + p_1 q \equiv d \pmod k$ wird. Letztere Congruenzen sind immer möglich, ausser in dem Falle, wo $p \equiv p_1$ also $a^2 \equiv 4b \pmod k$ wäre. Das Product $(x + py + q)(x + p_1 y + q_1)$ würde sich also nur im letzten Gliede von dem gegebenen Polynome unterscheiden. Wäre dieses congruent mit einer Zahl f, so könnte man also statt der gegebenen Congruenz auch setzen

$$(x + py + q)(x + p_1 y + q_1) \equiv f + e \pmod k.$$

Würde nun die zweite Congruenz sich auch auf diese Form bringen lassen, und wäre der Factor $x + py + q$ wieder in beiden Congruenzen gemeinsam, so würde sich, wenn $x + p_2 y + q_2$ der zweite Factor und $f_1 - e_1$ das bekannte Glied der zweiten Congruenz wäre, offenbar aus beiden folgende Congruenz ersten Grades zwischen x und y ergeben: $(f - e)(x + p_2 y + q_2) \equiv (f_1 - e_1)(x + py + q) \pmod k$.

Die Bedingungen des gemeinsamen Factors sind jedoch jetzt zum Theil andere. Die Coefficienten $p, p_1\, p_2$ werden jetzt auf dieselbe Art bestimmt wie früher, und es bleibt daher die Bedingungscongruenz zwischen den Coefficienten $a, a_1, b, b_1$ dieselbe; die Coefficienten $q, q_1, q_2$ müssen jedoch nun folgende vier Congruenzen erfüllen:

$$q + q_1 \equiv c \pmod k \qquad pq_1 + p_1 q \equiv d \pmod k$$
$$q + q_2 \equiv c_1 \pmod k \qquad pq_2 + p_2 q \equiv d_1 \pmod k$$

Setzt man die Werthe von $q_1$ und $q_2$ aus den beiden Congruenzen für c und $c_1$ in die für d und $d_1$ so folgt

$$q(p_1 - p) \equiv d - pc \pmod k$$
$$q(p_2 - p) \equiv d_1 - pc_1 \pmod k$$

mithin $(p_2 - p)(d - pc) \equiv (p_1 - p)(d_1 - pc_1) \pmod k$. Dies ist die nothwendige Bedingung, damit die Congruenzen für $q, q_1, q_2$ keinen Widerspruch enthalten.

Beispiel. $x^2 + 5xy + 6y^2 + x + 6 \equiv 0 \pmod 7$

$$x^2 + xy + y^2 + 4x + 4y + 2 \equiv 0 \pmod 7.$$

Es ergibt sich $p \equiv 3,\ p_1 \equiv 2,\ p_2 \equiv 5 \pmod 7$. Die zweite Bedingung ist gleichfalls erfüllt, und es ergibt sich $q \equiv 3,\ q_1 \equiv 5,\ q_2 \equiv 1 \pmod 7$. Es ist nun $f \equiv qq_1 \equiv 1$ also $(x + 3y + 3)(x + 2y + 5) \equiv 1 - 6 \equiv 2 \pmod 7$ und $f \equiv qq_2 \equiv 3$, also $(x + 3y + 3)(x + 5y + 1) \equiv 3 - 2 \equiv 1 \pmod 7$. Es folgt daraus, dass $2.(x + 5y + 1) \equiv 1.(x + 2y + 5) \bmod 7)$ sein muss, oder $x + y + 4 \equiv 0 \pmod 7$. Substituirt man nun den Werth von x oder von y, der sich aus dieser letzten Congruenz ergibt in eine der gegebenen, so erhält man eine quadratische Congruenz und es sind $y \equiv 1$, $x \equiv 2$ und $y \equiv 2$, $x \equiv 1 \pmod 7$ die beiden Auflösungen der gegebenen Congruenzen.

Einfacher gestaltet sich die Zerlegung der Congruenzen in Factoren und ihre Auflösung, wenn entweder das bekannte Glied, oder die Coefficienten der beiden Unbekannten in der ersten Potenz congruent mit Null sind.

Es sei $x^2 + axy + by^2 + ey + dy \equiv 0 \pmod k$. Soll dieses Polynom congruent sein mit dem Producte $(x + py + q)(x + p_1 y + q_1)$, so muss erstens wegen $qq_1 \equiv 0 \pmod k$ eine der beiden Zahlen $q$ oder $q_1$, z. B. $q_1$ congruent mit Null sein und $q \equiv c \pmod k$. Ferner muss $p + p_1 \equiv a$ und $pp_1 \equiv b \pmod k$, also $a^2 - 4b$ quadratischer Rest von $k$ sein. Wegen $q \equiv c$, muss auch $p_1 c \equiv d$, wegen $p + p_1 \equiv a$ auch $pc + d \equiv ac$ und wegen $pp_1 \equiv b$, auch $pd \equiv bc$ sein. Aus den beiden letztern Congruenzen folgt durch Elimination von $p_1$, dass $d(ac - d) \equiv bc^2 \pmod k$ sein muss. Wäre ausser dieser Congruenz noch eine zweite Congruenz gegeben, so könnte man also $x \equiv -p_1 y$ oder $x \equiv -py + q$ substituiren und dadurch eine Congruenz mit nun Einer Unbekannten erhalten.

Es seien nun die beiden Congruenzen

$$x^2 + axy + by^2 \equiv c \pmod k$$
$$x^2 + a_1 xy + b_1 y^2 \equiv c_1 \pmod k.$$

Die Bedingung für die Zerlegung der links des Congruenzzeichens stehenden Ausdrücke ist, dass $a^2 - 4b$ und $a_1^2 - 4b_1$ quadratische Reste von $k$ sind. Wäre $a^2 - 4b \equiv 0 \pmod k$, so wäre der Ausdruck $x^2 + axy + by^2$ das vollständige Quadrat eines Binoms von der Form $x + \alpha y$, wenn $2\alpha \equiv a \pmod k$ wäre. Die Congruenz wäre dann möglich oder unmöglich, je nachdem $c$ quadratischer Rest oder Nichtrest von $k$ wäre. Nehmen wir nun an, es liesse sich der erste Ausdruck in die beiden Factoren $x + py$ und $x + qy$, der zweite in die Factoren $x + p_1 y$ und $x + q_1 y$ zerlegen. Es sollen nun vier Zahlen $u$, $v$, $u_1$, $v_1$ so bestimmt werden, dass

$x + py \equiv u$, $x + qy \equiv v$, $uv \equiv c$ und $x + p_1 y \equiv u_1$, $x + q_1 y \equiv v_1$ $u_1 v_1 \equiv c_1 \pmod k$ wird. Es sind also jetzt sechs zusammengehörige Congruenzen mit den sechs Unbekannten $x, y, u, v, u_1, v_1$ aufzulösen.

Man kann aus den Congruenzen für $u$ und $v$ zuerst $x$, dann $y$ eliminiren und erhält dadurch $y(p - q) \equiv u - v$ und $x(q - p) \equiv qu - pv \pmod k$, eben so erhält man $y(p_1 - q_1) \equiv u_1 - v_1$ und $x(q_1 - p_1) \equiv q_1 u_1 - p_1 v_1 \pmod k$.

Aus den letzten vier Congruenzen folgt weiter

$$(p_1 - q_1)(u - v) \equiv (p - q)(u_1 - v_1) \pmod k \text{ und}$$
$$(p_1 - q_1)(pv - qu) \equiv (p - q)(p_1 v_1 - q_1 u_1) \pmod k.$$

Aus diesen beiden Congruenzen, in Verbindung mit den Congruenzen für $c$ und $c_1$ kann man noch die Zahlen $v$ und $v_1$ eliminiren. Multiplicirt man nämlich die beiden zuletzt abgeleiteten Congruenzen mit $uu_1$ und setzt für $uv$ und $u_1 v_1$ überall respective die Werthe $c$ und $c_1$, so erhält man

$$(p_1 - q_1)(u^2 - c) u_1 \equiv (p - q)(u_1^2 - c_1) u \pmod k \text{ und}$$
$$(p_1 - q_1)(pc - qu^2) u_1 \equiv (p - q)(p_1 c_1 - qu_1^2) u \pmod k.$$

Aus diesen beiden Congruenzen ist nun $u$ und $u_1$ zu bestimmen. Man kann beide Congruenzen auch auf folgende Form bringen:

$uu_1 [(p_1 - q_1) u - (p - q) u_1] \equiv - uc_1 (p - q) + u_1 c (p_1 - q_1) \pmod k$ und
$uu_1 [(p_1 - q_1) qu - (p - q) q_1 u_1] \equiv pc (p_1 - q_1) u_1 - p_1 c_1 (p - c) u \pmod k$.

Setzt man der Kürze wegen $p - q \equiv r$ und $p_1 - q_1 \equiv r_1 \pmod k$, so folgt nach geschehener Elimination von $uu_1$ aus beiden Congruenzen die Congruenz

$$(r_1 cu_1 - rc_1 u)(r_1 qu - rq_1 u_1) \equiv (r_1 pcu_1 - rp_1 c_1 u)(r_1 u - ru_1) \pmod k.$$

Setzt man nun $u_1 \equiv zu \pmod{k}$, so kann man die ganze Congruenz durch u dividiren und es bleibt die Congruenz
$(r_1cz - rc_1)(r_1q - rq_1z) \equiv (r_1pcz - rp_1c_1)\, r_1 - rz) \pmod{k}$ oder nach Potenzen von z geordnet $z^2 (rr_1pc - rr_1q_1c) + z (r_1{}^2qc + r^2q_1c_1 - r_1{}^2pc - r^2p_1c_1) \equiv rr_1qc_1 - rr_1p_1c_1$ oder $z^2rr_1c\,(p - q_1) + z\,[r^2c_1\,(q_1 - p_1) + r_1{}^2c\,(q - p)] \equiv rr_1c_1\,(q - p_1)$. $\pmod{k}$ oder, wegen $q_1 - p_1 \equiv - r_1$ und $q - p \equiv - r \pmod{k}$, wenn man durch $rr_1$ dividirt $z^2c\,(p - q_1) - z\,(rc_1 + r_1c) \equiv c_1\,(q - p_1) \pmod{k}$. Aus dieser Congruenz kann nun z bestimmt werden. Substituirt man dann den Werth $u_1 \equiv zu \pmod{k}$ in eine der Congruenzen zwischen u und $u_1$ mit Ausnahme der letzten, so erhält man auch den Werth von u und folglich auch den von $u_1$. Aus den ursprünglichen sechs Congruenzen ergeben sich dann auch die Werthe von v, $v_1$, x und y. Die Bedingung der Möglichkeit der Congruenz für z und folglich der beiden Congruenzen überhaupt ist, dass $(rc_1 - r_1c)^2 + 4cc_1\,(p - q_1)\,(q - p_1)$ quadratischer Rest von k ist; oder wenn man für r und $r_1$ ihre Werthe setzt und berücksichtigt, dass $p + q \equiv a$, $pq \equiv b$, $p_1 + q_1 \equiv a_1$, $p_1q_1 \equiv b_1 \pmod{k}$ ist, so folgt, dass

$$c_1{}^2\,(a^2 - 4b) + 2cc_1\,[2\,(b + b_1) - aa_1] + c^2\,(a_1{}^2 - 4b_1)$$

quadratischer Rest von k sein muss.

Beispiel: $x^2 + 5xy + 6y^2 \equiv 6 \pmod{7}$
$x^2 + 3xy + 3x^2 \equiv 6 \pmod{7}$

Die Bedingungen für die Zerlegung dieser beiden Ausdrücke sind erfüllt, und man findet $x^2 + 5xy + 6y^2 \equiv (x + 2y)(x + 3y)$ und $x^2 + 3xy + 3y^2 \equiv (x + 4y)(x + 6y) \pmod{7}$. Die Bedingung der Möglichkeit der Congruenz zur Bestimmung von z ist gleichfalls erfüllt und man hat also $p - q_1 \equiv 3$, $rc_1 + r_1c \equiv 3$, $q - p_1 \equiv 6 \pmod{7}$, es ist also die Congruenz $4z^2 - 3z \equiv 1$, oder $z^2 + z \equiv 2 \pmod{7}$ aufzulösen. Die beiden Wurzeln dieser Congruenz sind $z_1 \equiv 1$ und $z_2 \equiv 5 \pmod{7}$. Zur Bestimmung von u und $u_1$ hat man nun folgende Congruenzen für $z = z_1$ $5\,(u^2 - 6)\,u \equiv 6\,(u^2 - 6)\,u$ oder $u^2 \equiv - 1 \pmod{7}$, was unmöglich ist; für $z = z_2$ ergibt sich $5\,(u^2 - 6)$. $5u \equiv 6\,(4u^2 - 6)\,u$ oder $u^2 \equiv 2$, daraus $u \equiv \pm 3 \pmod{7}$ und $u_1 \equiv \pm 1 \pmod{7}$. Aus den Congruenzen $uv \equiv 6$ und $u_1v_1 \equiv 6 \pmod{7}$ ergibt sich $v \equiv \pm 2$, $v_1 \equiv \pm 6 \pmod{7}$ und man hätte nun zur Bestimmung von x und y die Congruenzen

$$\begin{aligned} x + 2y &\equiv \pm 3 \pmod{7} \quad \text{oder} \quad & x + 4y &\equiv \pm 1 \pmod{7} \\ x + 3y &\equiv \pm 2 \pmod{7} & x + 6y &\equiv \pm 6 \pmod{7} \end{aligned}$$

aus welchen sich $x \equiv \pm 5$, $y \equiv \pm$ (mod 7 ergibt.

Die vorliegenden Congruenzen hätten übrigens, wie sofort ersichtlich ist, viel einfacher dadurch gelöst werden können, dass man beide von einander subtrahirt und die dadurch erhaltene Congruenz durch y dividirt; man würde dadurch die Congruenz $2x + 3y \equiv 0 \pmod{7}$ oder $x \equiv 2y \pmod{7}$ erhalten haben, welcher Werth in eine der beiden Congruenzen substituirt unmittelbar zu einer rein quadratischen Congruenz für y geführt hätte.

Im Allgemeinen lassen sich zwei Congruenzen, wenn in beiden die Unbekannten in der ersten Potenz nicht vorkommen, nach Auflösung einer Congruenz zweiten Grades zur Bestimmung einer Zahl $\alpha$, welche die Congruenz $y \equiv \alpha x \pmod{k}$ erfüllt, auflösen.

Wären nämlich wieder die beiden Congruenzen $x^2 + axy + by^2 \equiv c \pmod{k}$ und $x^2 + a_1xy^2 \equiv c_1 \pmod{k}$, so erhält man durch Substitution des Werthes von y und Elimination von $y^2$ die Congruenz $(1 + a\alpha + b\alpha^2)\,c_1 \equiv (1 + a_1\alpha + b_1\alpha^2)\,c \pmod{k}$ oder nach Potenzen von $\alpha$ geordnet, $\alpha^2\,(bc_1 - b_1c) + \alpha\,(ac_1 - a_1c) + c_1 - c \equiv 0 \pmod{k}$. Die Bedingung der Möglichkeit dieser Congruenz ist, dass

$$(ac_1 - a_1c)^2 - 4\,(bc_1 - b_1c)\,(c_1 - c)$$

quadratischer Rest von k ist. Die Bedingung für die Möglichkeit der ursprünglichen

Congruenzen ist dann, dass $1 + a\alpha + b\alpha^2$ und c einerseits, und $1 + a_1\alpha + b_1\alpha^2$ und $c_1$ andererseits gleichzeitig Reste oder Nichtreste von k sind. Ausserdem zeigt sich, dass der obige Ausdruck, welcher quadratischer Rest von k sein muss, identisch ist mit dem oben entwickelten $c^2 (a_1^2 - 4b_1) + 2cc_1 [2 (b + b_1) - aa_1] + c_1^2 (a^2 - 4b)$.

Die beiden Congruenzen zwischen x und y könnten auch auf folgende Art aufgelöst werden. Es sollen zwei Factoren $\alpha_1$ und $\alpha_2$ so bestimmt werden, dass, wenn man die beiden Congruenzen respective mit diesen Factoren multiplicirt und dann die Eine von der Andern subtrahirt, das Resultat einem vollständigen Quadrate eines Binoms congruent und der Coefficient von $x^2$ wieder congruent mit 1 ist. Es müssen also nebst den beiden gegebenen Congruenzen, die mit 1.) und 2.) bezeichnet werden mögen, noch folgende Congruenzen stattfinden $\alpha - \alpha_1 \equiv 1 \pmod k$. 3.), $\alpha b - \alpha_1 b_1 \equiv \sigma^2 \pmod k$. 4.), $\alpha c - \alpha_1 c_1 \equiv \varrho^2 \pmod k$. 5.), $\alpha a - \alpha_1 a_1 \equiv 2\sigma \pmod k$. 6.) Sind diese Congruenzen sämmtlich erfüllt, so ergibt sich also aus beiden Congruenzen die Congruenz $x^2 - 2\sigma xy + \sigma^2 y^2 \equiv \varrho^2 \pmod k$ oder $x + \sigma y \equiv \pm \varrho \pmod k$.

Die Bestimmung der Factoren $\alpha$ und $\alpha_1$ kann nun auf folgende Art geschehen. Aus der Congruenz 3.) folgt zunächst $\alpha \equiv 1 + \alpha_1 \pmod k$; setzt man diesen Werth in die Congruenz 4.), so folgt $b + \alpha_1 (b - b_1) \equiv \sigma^2 \pmod k$ oder $\alpha_1 (b - b_1) \equiv \sigma^2 - b \pmod k$ 7.) Eliminirt man die Zahl $\alpha$ aus den Congruenzen 4.) und 5.), so folgt $c\sigma^2 + \alpha_1 cb_1 \equiv b\varrho^2 + \alpha_1 bc_1$ oder $\alpha_1 (b_1 c - bc_1) \equiv b\varrho^2 - c\sigma^2$ 8.) Aus dieser und der Congruenz 7.) folgt dann $(b_1 c - bc_1)(\sigma^2 - b) \equiv (b - b_1)(b\varrho_2 - c\sigma^2) \pmod k$ 9.) Eliminirt man $\alpha$ aus den Congruenzen 5.) und 6.), so folgt $a\varrho^2 + \alpha_1 ac_1 \equiv 2c\sigma + \alpha_1 a_1 c$ (mod k) oder $a\varrho^2 - 2cs \equiv \alpha_1 (a_1 c - ac_1) \pmod k$ 10.) Aus den Congruenzen 7.) und 10.) folgt dann $(b - b_1)(a\varrho^2 - 2cs) \equiv (a_1 c - ac_1)(\sigma^2 - b) \pmod k$ und aus dieser und der Congruenz 9.) kann man endlich die Zahl $\varrho^2$ eliminiren. Man erhält als Resultat dieser Elimination die Congruenz $b (a_1 c - ac_1)(\sigma^2 - b) + b (b - b_1) 2c\sigma \equiv a (b_1 c - bc_1)(\sigma^2 - b) + a (b - b_1) c\sigma^2 \pmod k$, oder wenn man nach Potenzen von $\sigma$ ordnet: $A\sigma^2 + B\sigma + C \equiv 0 \pmod k$. Ist diese Congruenz möglich, so kann man $\alpha_1$ aus der Congruenz 7.) und $\alpha$ dann aus der Congruenz 3.) bestimmen. Die Coefficienten A, B, C der letzten Congruenz haben dabei folgende Werthe:

$A \equiv b (a_1 c - ac_1) - a (b_1 c - bc_1) - a (b - b_1) c \equiv bca_1 - abc \equiv bc (a_1 - a) \pmod k$

$B \equiv 2bc (b - b_1) \pmod k$

$C \equiv - b^2 (a_1 c \quad ac_1) + ab (b_1 c - bc_1) \equiv - b^2 a_1 c + abb_1 c \equiv bc (ab_1 - a_1 b) \pmod k$.

Die Congruenz zur Bestimmung von $\sigma$ wird also, wenn man noch durch den allen drei Coefficienten gemeinsamen Factor bc abkürzt,

$$(a_1 - a \quad \sigma^2 + 2 (b - b_1) \sigma + ab_1 - a_1 b \equiv 0 \pmod k).$$

Die Bedingung für die Möglichkeit dieser Congruenz ist, dass $b - b_1)^2 - (ab_1 - a_1 b)(a_1 - a)$ quadratischer Rest von k ist. Es ist, wie sich zeigt, dies derselbe Ausdruck, welcher congruent mit Null werden muss, wenn die beiden Congruenzen einen Factor gemeinsam besitzen sollen. Beispiel: $x^2 + 5xy + 3y^2 \equiv 5 \pmod 7$

$$x^2 + 6xy + 5y^2 \equiv 1 \pmod 7.$$

Setzt man $x \equiv \alpha y \pmod 7$, so ergibt sich $\alpha y^2 + 5\alpha y^2 + 3y^2 \equiv 5 \pmod 7$ und $\alpha^2 y^2 + 6\alpha y^2 + 5y^2 \equiv 1 \pmod 7$ oder durch Elimination von $y^2$ $\alpha^2 + 5\alpha + 3 \equiv 5 (\alpha^2 + 6\alpha + 5) \bmod 7)$ oder $\alpha^2 + \alpha + 2 \equiv 0 \pmod 7$, daraus $\alpha \equiv 3 \pmod 7$. Aus der ersten Congruenz folgt dann $6y^2 \equiv 5 \pmod 7$ und daraus $y \equiv \pm 3 \pmod 7$, folglich $x \equiv \pm 2 \pmod 7$.

Nach der zweiten Methode hätte man zur Bestimmung von $\sigma$ die Congruenz $\sigma^2 + 3\sigma + 0 \equiv 0 \pmod 7$, welche $\sigma_1 \equiv 0$, $\sigma_2 \equiv 4$ gibt. Ferner würde $\alpha_1$ bestimmt werden aus der Congruenz $5\alpha_1 \equiv \sigma^2 - 3 \pmod 7$, aus welcher sich je nachdem $\sigma$ angenommen wird, $\alpha_1 \equiv 5$ oder $4 \pmod 7$ ergibt und folglich $\alpha \equiv 6$ oder $5 \pmod k$.

Man erhält dann folgende Congruenzen:

$$\begin{array}{ll} 6x^2 + 2xy + 4y^2 \equiv 2 \pmod 7 & \text{oder} \quad 5x^2 + 4xy + y^2 \equiv 4 \pmod 7 \\ 5x^2 + 2xy + 4y^2 \equiv 4 \pmod 7 & \quad 4x^2 + 3xy + 6y^2 \equiv 4 \pmod 7 \\ \hline x^2 \equiv 4 \pmod 7 & \quad x^2 + xy + 2y^2 \equiv (x + 4y)^2 \equiv 0 \pmod 7 \end{array}$$

daraus $x \equiv \pm 2 \pmod 7$. daraus $x \equiv 3y \pmod 7$.

Auch die Congruenz $x \equiv 3y \pmod 7$ führt auf die Lösung $y \equiv \pm 3$, $x \equiv \pm 2 \pmod 7$. Noch einfacher wird die Auflösung der Congruenzen, wenn in der einen ausser dem bekannten Gliede nur die Quadrate, in der anderen nur das Product der beiden Unbekannten vorkommt. Es sei $x^2 + ay^2 \equiv p \pmod k$ und $xy \equiv q \pmod k$.

Es sind hiebei zwei Fälle zu unterscheiden, nämlich ob a Rest oder Nichtrest von k ist. Wenn a Rest von k ist, also etwa congruent mit $\alpha^2$, so kann man folgende Congruenz bilden: $x^2 \pm 2\alpha xy + ay^2 \equiv p \pm 2\alpha q$ oder $(x \pm ay)^2 \equiv p \pm 2\alpha q \pmod k$. Die gegebenen Congruenzen sind nur dann möglich, wenn sowohl $p + 2\alpha q$ als auch $p - 2\alpha q$ quadratischer Rest von k ist. Wäre z. B. nur $p + 2\alpha q$ Rest von k und congruent mit $\beta^2$, so wäre $x + \alpha y \equiv \pm \beta$, und, wenn man diese mit der zweiten der gegebenen Congruenzen verbindet, $\pm \beta y - \alpha y^2 \equiv q \pmod k$ oder $\alpha y^2 \mp \beta y \equiv -q \pmod k$ oder schliesslich $4\alpha^2 y^2 \mp 4\alpha\beta y + \beta^2 \equiv \beta^2 - 4\alpha q \pmod k$; es müsste also, weil der erste Theil dieser Congruenz ein vollständiges Quadrat ist, wenn diese Congruenz möglich sein soll, $\beta^2 - 4\alpha q$ quadratischer Rest sein, oder, wenn man für $\beta^2$ seinen Werth substituirt, es muss $p - 2\alpha q$ quadratischer Rest von k sein. Wäre nun $p - 2\alpha q \equiv \gamma^2 \pmod k$, so hätte man folgende zwei Paare von Congruenzen ersten Grades zwischen x und y:

$$\begin{array}{ll} x + \alpha y \equiv \beta \pmod k & \qquad x + \alpha y \equiv -\beta \pmod k \\ x - \alpha y \equiv \gamma \pmod k & \qquad x - \alpha y \equiv -\gamma \pmod k. \end{array}$$

Verbindet man nun eine jede der Congruenzen für $+\beta$ oder $-\beta$ mit jeder der Congruenzen für $+\gamma$ oder $-\gamma$, so erhält man folgende vier Congruenzen zur Bestimmung von x:

$$2x \equiv \beta + \gamma,\quad 2x \equiv \beta - \gamma,\quad 2x \equiv -(\beta + \gamma),\quad 2x \equiv -(\beta - \gamma) \pmod k$$

und ebenso für $\gamma$

$$2\alpha y \equiv \beta - \gamma,\ 2\alpha y \equiv \beta + \gamma,\ 2\alpha y \equiv -(\beta - \gamma),\ 2\alpha y \equiv -(\beta + \gamma) \bmod k).$$

Beispiel: $x^2 + 2y^2 \equiv 3 \pmod 7$, $xy \equiv 6 \pmod 7$. Es ist $2 \equiv (\pm 3)^2$,

$x^2 + 6xy + 2y^2 \equiv (x + 3y)^2 \equiv 3 + 36 \equiv 4 \pmod 7$ und $x + 3y \equiv \pm 2 \pmod 7$

$x^2 - 6xy + 2y^2 \equiv (x - 3y)^2 \equiv 3 - 36 \equiv 2 \pmod 7$ und $x - 3y \equiv \pm 3 \pmod 7$

Man erhält daraus folgende Werthe von x und zugehörige Werthe von y:

$$x \equiv 6, 3, 4, 1;\quad y \equiv 1, 2, 5, 6 \pmod 7.$$

Der zweite Fall ist, dass der Coefficient von $y^2$ Nichtrest von k ist. Es seien also wieder die beiden Congruenzen $x^2 + ay^2 \equiv p \pmod k$ $xy \equiv q \pmod k$ und a ein Nichtrest von k. Man kann nun, wenn q von 0 verschieden ist, immer eine Zahl z so bestimmen, dass $qz + p \equiv 0 \pmod k$ wird und bildet sich dann die Congruenz $x^2 + zxy + ay^2 \equiv qz + p \equiv 0 \pmod k$. Denkt man sich nun $x^2 + z.xy + ay^2$ in zwei Factoren zerlegt, $x + my$ und $x + ny$, so muss entweder $x \equiv -my$ oder $x \equiv -ny \pmod k$ sein. Die Bedingung für diese Zerlegung in Factoren ist, dass die beiden Congruenzen $m + n \equiv z$ und $mn \equiv a \pmod k$ gleichzeitig möglich sind; dies findet aber statt, wenn $z^2 - 4a$ quadratischer Rest von k ist. Wäre diese Bedingung erfüllt, so würde dann aus der zweiten der gegebenen Congruenzen folgen: entweder $-my^2 \equiv q$ oder $-ny^2 \equiv q \pmod k$ oder $my^2 \equiv -q$, oder $ny^2 \equiv -q \pmod k$. Von diesen beiden Congruenzen muss nun nothwendig Eine, aber nur Eine möglich sein. Denn, da das Product $mn \equiv a$, also Nichtrest von k sein soll, so muss einer der beiden Factoren m und n Rest, der andere Nichtrest sein, und folglich mag $-q$ Rest oder Nichtrest von k sein, so muss immer eine von beiden Congruenzen möglich sein, und es gibt dann zwei Wurzeln für y und die Congruenz für x dann die entsprechenden Werthe von x.

Sind die Congruenzen für m und n jedoch nicht möglich, so sind auch die gegebenen Congruenzen nicht möglich.

Wäre z. B. $x \equiv \alpha$ und $y \equiv \beta$ eine Auflösung, so wäre also $\alpha\beta \equiv q \pmod{k}$ und $\alpha^2 + a\beta^2 \equiv p \pmod{k}$, mithin, wenn man diese Werthe in die Congruenz $qz + p \equiv 0 \pmod{k}$ substituirt, $\alpha\beta z + (\alpha^2 + a\beta^2) \equiv 0 \pmod{k}$. Es sei nun $\alpha\beta.\delta \equiv 1 \pmod{k}$, so wäre $z \equiv - \delta(\alpha^2 + a\beta^2) \equiv - \delta\alpha^2 - \delta a\beta^2$. Ausserdem wäre $(-\delta\alpha^2).(-\delta a\beta^2) \equiv (\delta\alpha\beta)^2. a \equiv a$ und folglich wäre $m \equiv -\delta\alpha^2$, $n \equiv -\delta a\beta^2 \pmod{k}$ eine Auflösung der Congruenzen $m + n \equiv z$, $mn \equiv a \pmod{k}$, was der Voraussetzug widerspricht, dass diese Congruenzen unmöglich sind.

Es soll nun noch gezeigt werden, dass wenn nur Eine Congruenz mit zwei Unbekannten gegeben ist, diese sich immer auflösen lässt, wenn die Glieder mit den beiden Unbekannten in der ersten Potenz congruent mit Null sind.

Es sei $x^2 + axy + by^2 \equiv c \pmod{k}$. Es sind hier zwei Fälle möglich: Entweder ist c quadratischer Rest oder Nichtrest von k. Setzen wir das Erstere voraus, so muss, wenn $x \equiv \alpha y \pmod{k}$ gesetzt wird, weil $y^2$ immer quadratischer Rest ist, auch der Ausdruck $(\alpha^2 + a\alpha + b)$ quadratischer Rest, also z B. congruent mit $z^2$ sein. Ist nun $\alpha^2 + a\alpha + b \equiv z^2$, so ist auch $4\alpha^2 + 4a\alpha + 4b \equiv 4z^2 \pmod{k}$ quadratischer Rest. Letztere Congruenz kann man nun auch auf die Form bringen $(2\alpha + a)^2 \equiv 4z^2 + (a^2 - 4b) \pmod{k}$ oder $(2\alpha + a)^2 - 4z^2 \equiv a^2 - 4b \pmod{k}$ Man kann nun immer zwei Zahlen p und q so bestimmen, dass $a^2 - 4b \equiv pq \pmod{k}$ wird und kann dann die Congruenz zwischen $\alpha$ und z in folgende beide Congruenzen zerlegen: $2\alpha + a + 2z \equiv p \pmod{k}$ und $2\alpha + a - 2z \equiv q \pmod{k}$, aus welchen beiden sich $4\alpha + 2a \equiv p + q \pmod{k}$ ergibt, woraus $\alpha$ bestimmt werden kann Die Bestimmung von y kann nun auf folgende Art geschehen Multiplicirt man die gegebene Congruenz nach geschehener Substitution von $x \equiv \alpha y$ mit 16 und ersetzt dann überall $4\alpha$ durch den congruenten Werth $p + q - 2a$, so erhält man schliesslich die Congruenz $(p - q)y^2 \equiv 16c \pmod{k}$, aus welcher sich zwei Werthe von y ergeben, die Congruenz $x \equiv \alpha y$ gibt dann die zugehörigen Werthe von x. Ebenso würde man für jede andere Zerlegung der Zahl $a^2 - 4b$ eine Paar von Wurzeln x und y erhalten und es ist diese Zerlegung, wenn k eine Primzahl ist, bekanntlich auf $\frac{k+1}{2}$ oder $\frac{k-1}{2}$ verschiedene Arten möglich, je nachdem $a^2 - 4b$ Rest oder Nichtrest von k ist. Eine jede verschiedene Zerlegung muss nothwendig eine verschiedene Auflösung der Congruenz geben, da y aus einer Congruenz bestimmt wird, in welcher die Differenz, x aus einer Congruenz, in welcher die Summe der beiden Factoren vorkommt. Wären nun $p_1$ und $q_1$ zwei andere Zahlen, deren Product gleichfalls congruent mit $a^2 - 4b$ wäre, so müsste gleichzeitig $p + q \equiv p_1 + q_1 \pmod{k}$ und $p - q \equiv \pm (p_1 - q_1) \pmod{k}$. Dies ist aber nur dann möglich, wenn entweder $p \equiv p_1$, $q \equiv q_1$ oder $p \equiv q_1$, $q \equiv p_1 \pmod{k}$ ist. In diesem Falle wären jedoch die beiden Zerlegungen identisch.

Für den zweiten Fall, wenn die Zahl c quadratischer Nichtrest von k ist, müsste, wenn man wieder $x \equiv \alpha y$ setzt, der Ausdruck $\alpha^2 + a\alpha + b$ ein Nichtrest, oder das Product $c(\alpha^2 + a\alpha + b)$ Rest von k, also z. B. wieder congruent mit $z^2$ sein. Man kann nun diese Congruenz wie oben auf die Form bringen:

$$c(4\alpha^2 + 4a\alpha + a^2) \equiv c(2\alpha + a)^2 \equiv 4z^2 + c(\alpha^2 - 4b) \pmod{k} \text{ oder}$$

$c[(2\alpha + a)^2 - (a^2 - 4b)] \equiv 4z^2 \pmod{k}$. Es muss also, weil $4z^2$ quadratischer Rest, c dagegen Nichtrest von k ist, der Ausdruck $(2\alpha + a)^2 - (a^2 - 4b)$ ebenfalls Nichtrest von k sein.

Es sind nun abermals zwei Fälle möglich; entweder ist $a^2 - 4b$ Rest oder Nichtrest von k. Im ersten Falle, wenn etwa $a^2 - 4b \equiv l^2$ (mod k) wäre, könnte man jeden beliebigen Nichtrest von k in zwei Factoren zerlegen und dann die beiden Congruenzen aufstellen: $2\alpha + a + l \equiv p$ (mod k), $2\alpha + a - l \equiv q$ (mod k), wobei p und q wieder die beiden Factoren des angenommenen Nichtrestes von k wären. Es würde dann so wie früher daraus folgen: $4\alpha + 2a \equiv p + q$ (mod k). Von den Zahlen p und q muss nothwendig die Eine immer Rest, die andere immer Nichtrest sein; man kann also jede der incongruenten Zahlen von 1 bis $k - 1$ für p oder für q setzen, es bleibt daher auch $\alpha$ ganz willkührlich. Es folgt dies auch daraus, weil in dem Falle, wo $a^2 - 4b$ quadratischer Rest von k ist, sich das Congruenzpolynom immer in zwei lineare Factoren zerlegen lässt, die man einzeln mit je einer von zwei Zahlen congruent setzen kann, deren Product congruent mit c ist, und von welchen Eine immer willkührlich genommen werden kann.

Wäre dagegen $a^2 - 4b$ quadratischer Nichtrest von k, so müsste der Ausdruck $[(2\alpha + a)^2 - (a^2 - 4b)]\,(a^2 - 4b)$ Rest, also z. B. congruent mit $l_1{}^2$ sein, oder $(2\alpha + a)^2\,(a^2 - 4b) \equiv (a^2 - 4b)^2 + l_1{}^2 \equiv (a^2 - 4b)^2\,(1 + \lambda^2)$ (mod k), wobei $\lambda^2\,(a^2 - 4b)^2 \equiv l_1{}^2$ (mod k) wäre. Der Factor $1 + \lambda^2$ muss nun ein Nichtrest sein, weil $(2\alpha + a)^2$ und $(a^2 - 4b)^2$ Reste, $a^2 - 4b$ dagegen Nichtrest ist. Dass ein Nichtrest von der Form $1 + \lambda^2$ existirt, folgt daraus, weil, wenn alle Zahlen von dieser Form Reste wären, alle incongruenten Zahlen überhaupt Reste von k sein müssten. Man kann alo für $1 + \lambda^2$ alle Nichtreste, welche diese Form haben, einsetzen. Es sei nun $(a^2 - 4b) \equiv \lambda_1{}^2\,(1 + \lambda^2)$ (mod k). so folgt $2\alpha + a \equiv \pm \lambda_1\,(1 + \lambda^2)$ (mod k). Wenn man nun den sich daraus ergebenden Werth von $\alpha$ in die Congruenz $(4\alpha^2 + 4a\alpha + 4b)\,y^2 \equiv 4c$ (mod k) substituirt, so erhält man schliesslich $y^2\lambda^2\,(a^2 - 4b) \equiv 4c$ (mod k), aus welcher Congruenz die Unbekannte y bestimmt werden kann.

Beispiele: 1) $x^2 + 3\,xy + 5y^2 \equiv 2$ (mod 7).
Es ist $a^2 - 4b \equiv 3 \equiv 1\,.\,3,\ 2\,.\,5,\ 4\,.\,6$ (mod 7). Man hat also zur Bestimmung von y und $\alpha$ folgende Congruenzen:
$4y^2 \equiv 16\,.\,2$, daraus $y \equiv \pm 1$; $4\alpha + 6 \equiv 4$, daraus $\alpha \equiv 3$, also $x \equiv \pm 3$ (mod 7)
$2x^2 \equiv 16\,.\,2$, daraus $y \equiv \pm 4$; $4\alpha + 6 \equiv 0$, daraus $\alpha \equiv 2$, also $x \equiv \pm 1$ (mod 7)
$4y^2 \equiv 16\,.\,2$, daraus $y \equiv \pm 1$; $4\alpha + 6 \equiv 3$, daraus $\alpha \equiv 1$, also $x \equiv \pm 1$ (mod 7)

2.) $x^2 + 3xy + 5y^2 \equiv 3$ (mod 7). Von den Nichtresten von 7 haben 3 und 5 die Form $1 + \lambda^2$. Man hat nun zur Bestimmung von $\alpha$ und y folgende Congruenzen:

$(2\alpha + 3)^2.\ 3 \equiv 2\,.\,3$, daraus $\alpha \equiv 0, 4$; $2.3.y^2 \equiv 4\,.\,3$, daraus $y \equiv \pm 3$,
also $x \equiv 0, \pm 5$ (mod 7)

$(2\alpha + 3)^2.\ 3 \equiv 2\,.\,5$, daraus $\alpha \equiv 6, 5$; $4.3.y^2 \equiv 4\,.\,3$, daraus $z \equiv \pm 1$,
also $x \equiv \pm 6, \pm 5$ (mod 7).

Für den Fall, als $a^2 - 4b \equiv 0$ wäre, so wäre der erste Theil ein vollständiges Quadrat und die Congruenz möglich oder unmöglich, je nachdem c Rest oder Nichtrest wäre. Im ersten Falle würde offenbar die Eine der beiden Unbekannten ganz willkührlich bleiben.

Marburg im Juni 1874.

*Dr. Gaston Britto.*

[illegible]

Für den Fall, als $a\,x - a\,b = 0$ wäre, so wäre der erste Theil ein vollständiges Quadrat und die Congruenz möglich oder unmöglich, je nachdem $y$ Rest oder Nichtrest wäre. Im ersten Falle würde offenbar die Lösung der beiden Unbekannten ganz willkürlich werden.

Marburg im Juni 1874.

Dr. [illegible]

# Schulnachrichten.

# I. Personalstand des Lehrkörpers

*für die obligaten und bedingt obligaten Fächer.*

---

### a) Definitiv angestellte.

1. Herr Josef Nawratil, k. k. Professor, Directorstellvertreter, lehrte Naturgeschichte in der I., II., V. und VI. Klasse, Physik in der III. und IV. Klasse.
2. „ Josef Jonasch, k. k. Professor, lehrte die darstellende Geometrie in der IV., V. und VI. Klasse, die Geometrie und das geometrische Zeichnen in der I., II. und III. Klasse. Dann Gesang.
3. „ Ferdinand Schnabl, k. k. Professor, lehrte das Freihandzeichnen in der II., III., IV. V. und VI. Klasse, Kalligraphie in der I. und II. Klasse.
4. „ Dr. Anton F. Reibenschuh, k. k. Professor, lehrte Chemie in der IV., V. und VI. Klasse, Mathematik in der II., III., analytische Chemie.
5. „ Franz Fasching, k. k. Professor, lehrte Geographie und Geschichte in der III., IV., V., VI. Klasse, Deutsch in der I. und II. Klasse, Stenographie.
6. „ Franz Brelich, Weltpriester der f. b. Lavanter Diözese, k. k. wirklicher Religionslehrer und Exhortator, lehrte die Religion in der I., II., III. und IV. Klasse, Slovenisch in der I., II., III., und IV. Klasse.

### b) Supplenten.

7. Herr Dr. Artur Steinwenter, k. k. Gymnasialprofessor, lehrte Französich in der V. und VI. Klasse.
8. „ Franz Lang, supplirender Lehrer, lehrte Deutsch in der III., IV.. V. und VI. Klasse, Geographie in der I. und II. Klasse.
9. „ Dr. Gaston Ritter v. Britto, supplirender Lehrer, lehrte die Mathematik in der I., IV., V. und VI. Klasse, Physik in der VI. Klasse.
10. „ J. Kassler, supplirender Lehrer, lehrte Französisch in der I., II., III. und IV. Klasse, Englisch in der V. und VI. Klasse.
11. „ Rudolf Markl, Turnwart des Marburger Turnvereines, ertheilte den Turnunterricht in allen Klassen.

---

Schuldiener: Anton Herneth.

# II. Lehrplan.

## I. Klasse.

Klassenvorstand: Franz Lang.

*Religion.* 2 Stunden. I. Semester. Die christkatholische Glaubenslehre auf der Basis des apostolischen Glaubensbekenntnisses. 2. Semester. Die christkathol. Sittenlehre auf Grundlage der 10 göttlichen Gebote. Brelich.

*Deutsche Sprache.* 3 Stunden: Formenlehre, Uebersicht der Satzformen in Musterbeispielen aus dem Lesebuche. Sprech-, Lese- und Schreibübungen, letztere vorherschend orthographischer und grammatischer Art; Besprechen und Memoriren des Gelesenen, mündliches und schriftliches Wiedergeben einfacher Erzälungen oder kurzer Beschreibungen. Alle 8 Tage eine Hausarbeit, alle 14 Tage eine Schularbeit. Fasching.

*Slovenische Sprache.* 2 Stunden. Bedingt obligat: 1. Semester. Aussprache, Wechsel der Laute, Tonzeichen, Schreibübung, Lehre von den regelmässigen Formen der flexiblen Redetheile. Sprech- und Schreibübungen. Alle 8 Tage eine Hausarbeit, alle 14 Tage eine Schularbeit. Brelich.

*Französische Sprache.* Bedingt obligat. 5 Stunden: Regeln der Aussprache und des Lesens. Einfache Formenlehre des Nom, Pronom, Article, Zalwort, die häufigst vorkommenden Präpositionen, die Verben avoir und ètre. Alle 8 Tage eine schriftliche Arbeit. Ploetz Elementarbuch bis Lekt. 60. Kassler.

*Geographie.* 3 Stunden: Fundamentalsätze des geographischen Wissens, soweit dieselben zum Verständnisse der Karte unentbehrlich sind. Beschreibung der Erdoberfläche in ihrer natürlichen Beschaffenheit mit beständigem Vergleichen von Erscheinung in der Natur und Darstellung der Karte. Das Allgemeine der Einteilung nach Völkern und Staaten. F. Lang.

*Mathematik.* 3 Stunden wöchentlich: Dekadisches Zahlensystem. Die Grundrechnungen mit unbenannten und einnamig benannten Zahlen, ohne und mit Decimalbrüchen Grundzüge der Theilbarkeit, grösstes gemeinschaftliches Mass, kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches. Gemeine Brüche; Verwandlung derselben in Decimalbrüche und umgekehrt. Rechnen mit periodischen Decimalbrüchen. Rechnen mit mehrnamig benannten Zahlen. Dr. Britto.

*Naturgeschichte.* 3 Stunden: Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte. I. Semester: Wirbelthiere. 2. Semester: Wirbellose Thiere. Nawratil.

*Geometrie und Zeichnen.* Wöchentlich 6 Stunden: Anschauungslehre. Zeichnen ebener geometrischer Gebilde aus freier Hand nach Tafelvorzeichnungen. Gerade und krumme Linien, Winkel, Dreiecke, Vielecke, Kreis, Ellipse. Combinationen dieser Figuren. Das geometrische Ornament; Elemente des Flachornaments. Jonasch.

*Schönschreiben.* 2 Stunden wöchentlich: Current- und Latein mit Rücksicht auf eine deutliche und schöne Handschrift. Schnabl.

*Turnen.* 2 Stunden: Erste Elementarübungen, Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

## II. Klasse.

Klassenvorstand: Ferdinand Schnabl.

*Religion.* 2 Stunden. Der katholische Cultus. 1. Semester: Die natürliche Nothwendigkeit und Entwicklung desselben, die kirchlichen Personen, Orte und Geräthe. 2. Semester: Die kirchlichen Ceremonien als Ausdruck des kathol. religiösen Gefühls. Brelich.

*Deutsche Sprache.* 3 Stunden: Formenlehre, der einfache und erweiterte Satz; mündliche und schriftliche Reproduktion und Umarbeitung grösserer abgeschlossener Stücke aus dem Lesebuche. Alle 14 Tage eine Hausarbeit. Fasching.

*Slovenische Sprache.* 2 Stunden. Bedingt obligat. 1. Semester: Gesammte Formenlehre sammt den anomalen Formen. Einzelne zum Verständniss der Lesestücke nothwendigen Sätze aus der Syntax. Brelich.

*Französische Sprache.* Bedingt obligat. 4 Stunden. Schluss der regelm. Formenlehre, einschliesslich der häufigst vorkomm. unregelmässigen Zeitwörter und der wichtigsten syntaktischen Regeln. Alle 8 Tage eine Hausarbeit, alle 14 Tage eine Schulaufgabe. Ploetz Elementarbuch Lekt. 51 bis Ende. Ploetz Petit vocabulaire. Kassler.

*Geographie und Geschichte.* 4 Stunden. 2 Stunden: Speciell Geographie Asiens und Afrikas. Eingehende Beschreibung der Terrainverhältnisse und Stromgebiete Europas, wie sie namentlich für die historische Entwicklung eines Landes von Bedeutung sind. Geographie des südlichen und westlichen Europa. — 2 Stund.: Uebersicht der Geschichte des Altertums. F. Lang.

*Mathematik.* 3 Stunden: Das Wichtigste aus der Mass- und Gewichtskunde, aus dem Geld- und Münzwesen, mit besonderer Berücksichtigung des französischen Systems. Mass-, Gewichts- und Münzreduktion. Lehre von den Verhältnissen und Proportionen, letztere mit möglichstem Festhalten des Charakters einer Schlussrechung; Kettensatz, Prozent und einfache Zins-, Discont- und Terminrechnung, Theilregel, Durchschnitt- und Allegationsrechnung. Dr. A. Reibenschuh.

*Naturgeschichte.* 3 Stunden: Anschauungsunterricht in der Naturgeschichte. 1. Semester: Mineralogie, 2. Semester: Botanik. Nawratil.

*Geometrie.* 3 Stunden: Planimetrie. Von den Winkeln. Congruenz und Aehnlichkeit der Dreiecke. Anwendung auf Distanz- und Höhenmessen. Berechnung des Flächeninhaltes. Uebungen mit dem Zirkel und Reisszeug. Jonasch.

*Freihandzeichnen.* 4 Stunden: Elemente der Perspektive. Zeichnen nach Draht- und Holzmodellen nach perspektivischen Grundsätzen. Elementare Schattengebung. Gesammtunterricht des Flachornamentes. Schnabl.

*Schönschreiben.* 1 Stunde: Fortgesetzter Unterricht im Schön- und Schnellschreiben mit Rücksicht auf eine fertige Handschrift. Cursivschrift. Schnabl.

*Turnen.* 2 Stunden: Ordnungs,- Frei- und Geräthübungen. Markl.

## III. Klasse.

Klassenvorstand: Josef Nawratil.

*Religion.* 2 Stunden. 1. Semester: Geschichte der göttlichen Offenbarung des alten Bundes mit den nöthigen apologetischen Erklärungen. 2. Semester: Die göttliche Offenbarung des neuen Bundes. Brelich.

*Deutsche Sprache.* 3 Stunden: Lehre vom zusammengesetzten Satze, Arten der Nebensätze mit Vergleichung von gleichartigen Satztheilen; Satzvereine, Satzgefüge, Periode. Beständige Uebung in der Rechtschreibung. — Aufsätze: Schilderungen und Beschreibungen aus den Erlebnissen der Schüler und nach der Lectüre; bündige Wiedergabe einer kurzen, mündlich vorgetragenen Erzälung. Alle 14 Tage eine Hausarbeit, alle 4 Wochen eine Schularbeit. F. Lang.

*Slovenische Sprache.* Bedingt obligat. 2 Stunden. 1. Semester: Systematische Wiederholung der gesammten Formenlehre. Fortgesetzte Uebungen. Prosaische und poetische Lectüre. Alle 14 Tage eine Hausarbeit, alle Monat eine Schularbeit. Brelich.

*Französische Sprache.* Bedingt obligat. 4 Stunden: Cursorische Wiederholung des Lehrstoffes der I. und II. Klasse. Die unregelmässigen Verben, einige kleine Lesestücke. Alle 14 Tage eine Haus- und Schularbeit. Ploetz Schulgrammatik bis Lekt. 24. Ploetz Lectures choisies. Kassler.

*Geographie und Geschichte.* 4 Stunden: 2 Stunden specielle Geographie des nördlichöstlichen und westlichen Europas, der Balkanhalbinsel und namentlich Deutschlands. 2 Stunden: Uebersicht der Geschichte des Mittelalters mit besonderer Hervorhebung der vaterländischen Momente. Fasching.

*Mathematik.* 3 Stunden: Fortgesetzte Uebungen im Rechnen mit besonderen Zahlen. Wiederholung und Erweiterung des bisherigen Lehrstoffes. Zusammengesetzte Verhältnisse mit Anwendung auf im Geschäftsleben vorkommende Aufgaben. Einübung der vier Grundoperationen in allgemeinen Zahlen mit ein- und mehrgliedrigen Ausdrücken, soweit dieselben zur Begründung der Lehre vom Potenziren und vom Ausziehen der zweiten und dritten Wurzel nötig sind, Erhebung auf die zweite und dritte Potenz, Ausziehen der zweiten und dritten Wurzel aus besonderen Zahlen ohne und mit Abkürzung. Dr. A. Reibenschuh.

*Physik.* 4 Stunden. Experimental-Physik. Allgemeine Eigenschaften der Körper, Wärmelehre, Statik und Dynamik fester, tropfbarflüssiger und ausdehnsamer Körper. Nawratil.

*Geometrie.* 3 Stunden: Wiederholung der Planimetrie. Anwendung auf Fälle aus der technischen Praxis. Stereometrie. Constructives Zeichnen nach Heissig. Jonasch.

*Freihandzeichnen.* 4 Stunden: Gesammtunterricht des Ornamentes mit Belehrung der Stylart desselben. Elemente des Kopfzeichnens, Gedächtnisszeichnen, und Fortsetzung von perspektiver Darstellung einfacher technischer Objecte. Schattenlehre. Schnabl.

*Turnen.* 2 Stunden: Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

## IV. Klasse.

Klassenvorstand: Franz Fasching.

*Religion.* 2 Stunden. Die Kirchengeschichte. 1. Semester: Von der Gründung der christkathol. Kirche bis auf die Reformation. 2. Semester: Von der Reformation bis zum letzten Vatikan-Concil. Brelich.

*Deutsche Sprache.* 3 Stunden: Ergänzender und zusammenfassender Abschluss des grammatikalischen Unterrichtes. Synonymische Betrachtungen zum Zweck völliger Klarheit im Wortausdruck der Gedanken. — Charakterisirung prosaischer und poetischer Redweise; Grundzüge der Metrik, Uebungen im schönen Vortrage. —

Aufsätze mit besonderer Rücksicht auf Genauigkeit im stilistischen Gebrauche von Satzformen. Uebung besonders jener Aufsatzarten, die im bürgerlichen Leben am häufigsten nötig werden. — Alle 14 Tage eine Hausarbeit, alle 4 Wochen eine Schularbeit. F. Lang.

*Slovenische Sprache.* Bedingt obligat. 2 Stunden: Modus- und Tempuslehre. Kenntniss der wichtigsten Ableitungen und Zusammensetzungen der Wörter. Brelich.

*Französische Sprache.* Bedingt obligat. 3 Stunden: Syntax des Zeitwortes, des Substantivs und der inflexiblen Redetheile. Lehre vom franz. Satzbau, fortgesetzte mündl. und schriftl. Uebungen, anschliessend an die Lectüre und an das Vocabulaire systématique von Ploetz. Alle 14 Tage eine Haus- und alle 4 Wochen eine Schularbeit. Ploetz Schulgrammatik Lekt. 24—58. Ploetz Lectures choisies und Vocabulaire systématique. Kassler.

*Geographie und Geschichte.* 4 Stunden. 2 Stunden: Specielle Geographie des Vaterlandes. Umriss der Verfassungslehre. Geographie Amerikas und Australiens. 2 Stunden: Uebersicht der Geschichte der Neuzeit mit umständlicher Behandlung der vaterländischen Geschichte. Fasching.

*Mathematik.* 4 Stunden wöchentlich. Ergänzende und erweiternde Wiederholung des bisherigen Lehrstoffes der Unter-Realschule; wissenschaftlich durchgeführte Lehre von den vier ersten Grundoperationen mit allgemeinen Zahlen, grösstes gemeinschaftliches Mass und kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches; Lehre von den gemeinen Brüchen, Gleichungen des ersten Grades mit einer oder mit zwei Unbekannten, nebst Anwendung auf praktische Aufgaben. Dr. Britto.

*Geometrie.* 3 Stunden: Anwendung der vier algebraischen Grundoperationen zur Lösung von Aufgaben der Planimetrie und Stereometrie. Theoretisch-constructive Uebungen im Zeichnen ebener Curven. Einleitung in die darstellende Geometrie. Orthogonale Projection des Punktes und der Linie. Jonasch.

*Physik.* 2 Stunden. Experimental-Physik. Schall, Licht, Magnetismus, Elektricität. Nawratil.

*Chemie.* 3 Stunden: Uebersicht der wichtigsten Grundstoffe und ihrer Verbindungen, mit besonderer Berücksichtigung ihres natürlichen Vorkommens, jedoch ohne tieferes Eingehen in die Theorie und ohne ausführliche Behandlung der Reactionen. Dr. A. F. Reibenschuh.

*Freihandzeichnen.* Wöchentlich 4 Stunden. Uebungen im Ornamentzeichnen nach einfachen plastischen Ornamenten aus den Hauptstylarten. Gruppenunterricht. Perspectivische Darstellung von Capitälern und Säulenbasen in Licht und Schatten. Fortsetzung des Kopf- und Ornamentzeichnen. Gedächtnisszeichnen. Schnabl.

*Turnen.* 2 Stunden: Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

## V. Klasse.

Klassenvorstand: Dr. A. F. Reibenschuh.

*Deutsche Sprache.* 3 Stunden: Lectüre von Uebersetzungen aus der klassischen Literatur der Griechen und Römer; nach Einübung der wichtigsten Lehrsätze mhd. Laut- und Flexionslehre auf Grund der neuhochdeutschen Lesung einer Auswal leichterer Werke der mittelhochdeutschen Periode. — Kurze Uebersicht über die deutsche Literatur von den ersten Anfängen bis zum Schlusse des 14. Jahrh. — Erläuterung des Wesens, der Formen und Arten der Poesie, so wie der vorzüglichsten Darstellungsformen, auf Grund der Lectüre. — Recitirübungen und Aufsätze über Gelesenes und Gehörtes. F. Lang.

*Englische Sprache.* 3 Stunden. Obligat. Lese- und Betonungslehre mit steter Hinweisung auf die Abstammung und Aehnlichkeit der engl. Sprache mit der französischen und deutschen. Formenlehre nach dem Lehrgang des Dr. Degenhard I. Theil von Lekt. 1—45. Leseübungen mit den darin enthaltenen Lesestücken. Kassler.

*Französische Sprache.* Bedingt obligat. 3. Stunden. Grammatik: Die Lehre von den unregelmässigen Verben; die Vorstellung, die Concordanz des Verbs mit seinem Subjekte, die Lehre von den Zeiten und Moden. Magnin-Dillmanns praktischer Lehrgang zur Erlernung der französischen Sprache. — Lektüre: Ausgewählte prosaische und poetische Lesestücke aus Dr. Ploetz's Chrestomathie. — Schriftliche Präparation. Jeden Monat 1 Schul- und 2 Hausarbeiten. Dr. Steinwenter.

*Geographie und Geschichte.* 3 Stunden: Pragmatische Geschichte des Altertums mit steter Berücksichtigung der hiemit im Zusammenhange stehenden geographischen Daten. Fasching.

*Mathematik.* 6 Stunden wöchentlich. A. Allgemeine Arithmetik: Zusammenfassende Wiederholung des bisherigen Lehrstoffes aus der allgemeinen Arithmetik, Gleichungen des ersten Grades mit mehr als zwei Unbekannten; diophantische Gleichungen. Die Zahlensysteme überhaupt und das Dekadische insbesondere, Theorie der Theilbarkeit, Lehre von den Decimalbrüchen, Potenzen und Wurzelgrössen, Bedeutung der imaginären und complexen Zahlen, die vier Grundoperationen mit denselben; Lehre von den Verhältnissen und Proportionen. Quadratische Gleichungen mit einer und mit zwei Unbekannten. B. Geometrie: Planimetrie in ihrem vollen Umfange, vom streng wissenschaftlichen Standpunkte behandelt; zahlreiche Uebungen im Lösen von Constructionsaufgaben mit Hilfe der geometrischen Analysis. Dr. Britto.

*Darstellende Geometrie.* 3 Stunden. Orthogonale Projection des Punktes und der Linie. Die Lehre von der Ebene. Projection von Körpern, die durch Ebenen begränzt sind; Schnitte von Körpern mit Ebenen; gegenseitige Durchschnitte der Körper; krumme Linien und deren Beziehung zu geraden Linien und Ebenen. Jonasch.

*Naturgeschichte.* 3 Stunden: Anatomisch-physiologische Grundbegriffe des Thierreiches mit besonderer Rücksicht auf die höheren Thiere, Systematik der Thiere mit genauem Eingehen in die niederen Thiere. Nawratil.

*Chemie.* 3 Stunden. Gesetze der chemischen Verbindungen. Atome, Molecule, Aequivalente, Werthigkeit der Atome, Typen, Bedeutung der chemischen Symbole und Formeln, Metalloide, Metalle der Alkalien, alkalische Erden und Erden. Dr. A. F. Reibenschuh.

*Freihandzeichnen.* 4 Stunden: Gesichts- und Kopfstudien. Gedächtnisszeichnen. — Fortsetzung perspectivischer Darstellung technischer Objecte in Licht u. Schatten mit Stift, Kreide und Farbe. — Farbenlehre. — Ornamentenzeichnen nach Modellen aus den Hauptstylarten. Schnabl.

*Turnen.* 2 Stunden: Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

## VI. Klasse.

Klassenvorstand: Josef Jonasch.

*Deutsche Sprache.* 3 Stunden: Kurze Uebersicht der deutschen Literaturgeschichte von 1500 bis zu den 70ger Jahre des 18. Jahrhunderts (Sturm- und Drangperiode), an der Hand der Lectüre und mit Rücksicht auf die allgemeine Culturgeschichte dargelegt. Lesung von Shakespeares „Julius Caesar“ und Göthes „Torquato Tasso“ mit fachgemässer Erklärung durch den Lehrer. Wöchentlich eine Redeübung oder freier Vortrag. Abhandlungen mit besonderer Berücksichtigung scharfbegrenzter concreter Stoffe. F. Lang.

*Englische Sprache.* 2 Stunden. Obligat. Wiederholung des Lehrstoffes der V. Klasse. Formenlehre nach Dr. Degenhardt's Lehrgang von Lekt. 20—62. — Lectüre und schriftl. Uebungen. Kassler.

*Französische Sprache.* Bedingt obligat. 3 Stunden. Grammatik: Die Lehre von den unregelmässigen Verben; die Wortstellung, die Concordanz des Verbs mit seinem Subjekte, der Gebrauch der Zeiten und Moden, die Rektion des Zeitwortes. — Magnin-Dillmann's praktischer Lehrgang zur Erlernung der franz. Sprache II. und III. — Lectüre: Ausgewählte prosaische und poetische Lesestücke aus Dr. Ploetz's Chrestomathie. Le Diplomate, comédie en deux actes par Eugène Scribe. Schriftliche Präparation. Jeden Monat 2 Haus- und 1 Schularbeit. Dr. Steinwenter.

*Geographie und Geschichte.* 3 Stunden. Geschichte des VI. und XVII. Jahrhunderts mit steter Berücksichtigung der hiemit im Zusammenhange stehenden geographischen Daten. Fasching.

*Mathematik.* 5 Stunden wöchentlich. A. Allgemeine Arithmetik: Logarithmen; Gleichungen höheren Grades, welche auf quadratische zurückgeführt werden können und Expanentialgleichungen; arithmetische und geometrische Progressionen mit Anwendung auf Zinseszins- und Rentenrechnungen. Einiges über die Convergenz unendlicher Reihen; Combinationslehre, binomischer Lehrsatz. B. Geometrie: Goniemetrie und ebene Trigonometrie, nebst zahlreichen Uebungsaufgaben in besonderen und allgemeinen Zahlen; Stereometrie mit Uebungen im Berechnen des Inhaltes und der Oberfläche von Körpern; Elemente der sphärischen Trigonometrie nebst Uebungsaufgaben. Dr. Britto.

*Darstellende Geometrie.* Wöchentlich 3 Stunden: Erzeugung und Darstellung krummer Flächen, Tangentialebenen an krumme Flächen, Schiefe Projection (Schattenlehre.) Jonasch.

*Naturgeschichte.* 2 Stunden: Grundbegriffe der Anatomie, Physiologie, Organographie und Morphologie der Pflanzen, eingehend der Bau der Systeme, Physiographie und Nomenclatur des Pflanzenreiches, Systematische Botanik. Nawratil.

*Chemie.* 3 Stunden. 1. Semester: Schwere Metalle. 2 Semester: Chemie des Kohlenstoffs (ein-, zwei- und mehrwertige Alcohol-Radikale.) Dr. A. F. Reibenschuh.

*Freihandzeichnen.* Fortgesetzter Unterricht des Ornamenten-Zeichnens nach Modellen. Beginn des Zeichnens nach dem Runden. — Gedächtnisszeichnen. — Perspectivische Darstellung von grösseren technischen Objecten. — Farbenlehre. Schnabl.

*Turnen.* 2 Stunden: Ordnungs-, Frei- und Geräthübungen. Markl.

*Gesang.* (Zwei Abteilungen zu wöchentlich 2 Stunden): 1. Abteilung mit 40 Schülern. Kenntnis der Noten. Durtonleiter. — Kenntnis und Treffen der Intervalle. Takt. — Einstimmige und zweistimmige Uebungen, nach Kloss.

2. Abteilung 33 Schüler. Dur- und Molltonleiter. Quintenzirkel, vom Rhytmus. — Drei- und vierstimmige Gesänge. Jonasch.

# III. Themen zu deutschen Aufsätzen.

## V. Klasse.

*a) Schularbeiten:*

Vergleichende Betrachtung der Verkehrswege aller Zeiten. — Ist es wahr, dass die Menschlichkeit im Laufe der Zeit zugenommen hat? — Maschinen- und Menschenkraft. — Der Empfindsame. Eine Charakterschilderung. — Bezeichnung der Umlauts- und Brechungserscheinungen in der Flexion der mhd. Verba: nëme, nenne, size und setze. — Bedeutung der Schrift für das Wissen; nach Schillers Worten: „Körper und Stimme leiht die Schrift dem stummen Gedanken; Durch der Jahrhunderte Strom trägt ihn das redende Blatt“. — Ueber den Wert des Kohlenstoffes für das menschliche Leben. — Klare und genaue neuhochdeutsche Wiedergabe des Liedes „Deutschland über Alles“ von Walther v. d. Vogelweide. — „Ein Feldherr ohne Heer scheint mir ein Fürst, Der die Talente nicht um sich versammelt“. Goethe (Tasso V. 1.) — Die Beziehungen der Heldengestalt Dietrichs von Bern in den Dichtungen der ersten Blütezeit unserer Literatur. — „Swenne einer von nihte wirt erhaben, und mit den herren beginnet draben, der wirt über alle sîn nâchgebûr vil erger denne ein hagelschûr. —

*b) Hausarbeiten.*

Erklärung zweier Sprüche Odins aus der Edda: „Wert des Umgangs“, „Leben und Tod“. — Die Beziehungen zwischen Mensch und Thier. — Ein freigewältes Redethema; u. a.: „Geringes ist die Wiege des Grossen“; „Ueber die Bedeutung der Telegraphie“; „Vergleichung der Werke des Menschen mit denen der Natur“ etc. — „Der freisten Mutter freie Söhne, Schwingt euch mit festem Angesicht Zum Stralensitz der höchsten Schöne! Um and're Kronen buhlet nicht!“ Schiller. — Die Schule ein Tempel der Freundschaft. — Der Donaustrom. Eine geographische Skizze. — Was soll und kann das Theater leisten? Redethema. — Die Linde. Eine Beschreibung bei motivirter Gelegenheit — Bedeutung der Hand für den Menschen. — Ein Bild des Städtelebens. Im Anhalt an Schillers „Spaziergang“. — „Wer besitzt, der lerne verlieren, Wer im Glück ist, der lerne den Schmerz“. Schiller. Eine Erzälung nach eigener Erfindung. — Parallele zwischen Lukians „Eukras und Pankras“ (in der deutschen Wiedergabe von M. Diepenbrock) und dem „Zauberlehrling“ von Goethe. — Welchen Nutzen haben die Eisenbahnen für den Ackerbau? Redethema. — „Versunken und vergessen — das ist des Sängers Fluch“. Uhland. — Inwieferne hat das Studium der deutschen Sprache und Literatur auch für die übrigen Wissenszweige den grössten Nutzen? F. Lang.

## VI. Klasse.

*a) Schularbeiten.*

Die weltgeschichtliche Bedeutung des Eisens. — Welche Wege schritten wol die westarischen Völker, als sie Asien verliessen? — Ueber die Canalbauten aller Zeiten.

„Süeziu rede senftet zorn; Swer rehte tuot, derst wol geborn; Des mannes witze ein ende hât, Swenne in grôzer zorn bestât". Vridankes bescheidenheit. — Ueber den Vorzug der mathematischen Physik vor der rein experimentellen. — Die Stellung der luxemburgischen Könige Karl IV. und Wenzel zu Cultur und Wissenschaft. — Wie lässt sich die Grausamkeit Karls d. G. gegen die Sachsen erklären? — Culturhistorische Bedeutung des Islam. — Die historischen Elemente in der „Nibelunge nôt". — „Bücke dich!" — Was hat Europas Bodengestaltung vor der Asiens voraus? — „Selbst ist der Mann". Nähere Ausführung des Sprichwortes von J. Agricola. —

*b) Hausarbeiten.*

„Im Anschlusse von Allen liegt der Sieg, Im Glück eines Jeden das Ende". Grillparzer. Als Redethema. — Die Elbe. Eine geographische Skizze. — Der Geschwätzige. Eine Charakteristik. — Ein freigewältes Redethema; u. a.: „Menschenwürde"; „Des Menschen Vorurteile"; „Das Glück der Heimat"; „Die Fremde" etc. — Ueber deutsche Unsitten. Im Anhalt an „Philanders von Sittewald wunderliche und wahrhafte Gesichte". — Lob der Mutter. Als Redestoff. — Erklärung eines Gedichtes von R. Hamerling (aus dem Schwanenlied der Romantik). — Charakter des Casca in Shakespeare's „Julius Caesar". — Ueber öffentlichen und Hausunterricht. — Gedrängte Darstellung der Fabel in Göthes „Torquato Tasso". — „Ein grosses Lebendiges ist die Natur; Und Alles ist Frucht und Alles ist Samen". Schiller. — Charakter des Antonio in Goethes „Torquato Tasso". — „Die Menschen fürchtet nur, wer sie nicht kennt; Und wer sie meidet, wird sie bald verkennen". Goethe. — Lehrt die Naturgeschichte den Menschen seinen eigenen Wert erkennen? — Warum verdient das Alter die Hochachtung der Jugend?

F. Lang.

# IV. Lehrmittel.

## 1. Lehrerbibliothek.

Custos: Josef Jonasch.

*a. Ankauf.* Schlosser, Weltgeschichte 12., 13. und 14. Band. Weber, 3 u. 4. Band. Weiss, 5. Halbband. Balbi, Erdbeschreibung. 4. Band. Grimm, Wörterbuch IV. Bd. 1—7 Lieferung. Herrig, Archiv für neuere Sprachen 51. Bd. Brachet, grammaire historique. Villemain, litterature 6 Bde. Spiess, Turnkunst, 4 Bde. Der Welthandel, 5 Bde. Sachs, deutsch-franz. Wörterbuch, II. Bd. 1—6. Lief. Elsner, chem Mittheilungen 1872—1873. Ambros, Geschichte der Musik, 3. Bd. Bachmann, die Kreistheilung. Martin, mittelhochdeutsche Grammatik. Dietlein, deutsche Dichtung. Gervinus, deutsche Dichtung, 2 Bde. Döllinger, Reformation, 3 Bde. Wagner, chem. Technologie, 1872. Grün, Länder- und Völkerkunde, 2 Bde. Lat, Chemie und Mineralogie. Edelmann, Linearzeichnen. Kiaes, Geometrie discriptive, 2 Bde. Frischauf, analyt. Geometrie. Simrock, deutsche Mythologie. Wiegand, deutsches Wörterbuch, 2 Bde. Rümelein, Shakespearestudien. Lübben, Wörterbuch in Nibelungen.

*b) Geschenke.* Vom Herrn Dr. Duchatsch in Marburg: Campidoglio di Righetti, 2 Bde. Strahlheim, das Welttheater, 6 Bde. Sporschill, Geschichte der Kreuzzüge. Carl Jul. Weber, sämmtliche Werke 30 Bde. Gartenlaube Jahrg. 1860, 1861, Steiermärkische Zeitschrift 7 Jahrgänge. Obelischi di Roma. Germanin (Geschichtstabelle). Glasmacherkunst J. J. Rousseau, auserl. Werke. Taschenbibliothek ausländ. Klassiker.

Vom Herrn Oehm in Marburg: Muspratt, Encyclop. der techn. Chemie, 14 Hefte und 8 Lieferungen. Vom Herrn F. Stampfl in Marburg: Thiers, Histoire de l'empire, 4 Bde., Histoire du consulat, 1 Bd. Vom Herrn Friedr. Brandstetter in Rothwein: Bericht des Unterrichtsministeriums bei der Weltausstellung in Wien, 2 Bde. 1 Heft. Vom Herrn Hauptmann-Auditor H. Puff: Gesetze Leop. I., Josef II., Franz I. Vom Herrn J. Kokoschinegg in Marburg: Fitzinger, Naturgeschichte (Text) 8 Bde. Vom Schüler Kleinschrott (4. Kl.), Munk, Geschichte der griech. Poesie. Vom Schüler M. Laaba (5. Kl.): Schäfer, der siebenjährige Krieg, 2 Bde. Vom hohen k. k. Ministerium für Cultus u. Unterricht: Bericht über die geognost. Uebersichtskarte der österr. Monarchie. Macedo, Beschreibung Brasiliens, Brasilien auf der Weltausstellung. Die astronom. geodätischen Arbeiten des k. k. milit. Instituts.

## 2 **Schülerbibliothek.**

Custos: Franz Fasching.

*a) Ankauf.* 1) Hoffmann, Conanchet der Indianerhäuptling. 2) Wägner, Hellas, 2 Bde. 3) Wägner, Rom, 3 Bde. 4) Ludwig, das Buch der Geologie, 2 Bde. 5) Volger, das Buch der Erde, 2 Bde. 6) Stahl, die Wasserwelt. 7) Birnbaum, das Reich der Wolken. 8) Christmann, Australien. 9) Thomas, das Buch der Entdeckungen, 2 Bde. 10) Armin, das alte Mexiko. 11) Livingstone, der Missionär, 1 Bd 12) Friedmann, Ostasiatische Inselwelt, 1 Bd. 13) Pösche, Thiergeschichten für die Jugend, 2 Bde. 14) Andree, Robinsonaden. 15) Herchenbach, Jugendschriften, 20 Bändchen. 16) Otto, Auf hohen Thronen. 17) Wagner, Entdeckungsreisen in Haus und Hof. 18) Andree, Welt der Jugend, 26 Bändchen. 19) Horn, Jugendschriften, 22 Bändchen. 20) Schmidt, Jugendschriften, 20 Bändchen 21) Nieritz, Jugendschriften, 25 Bändchen. 22) Wenzig, Vaterländisches Geschichtsbuch. 23) Grube, Geschichtsbilder, 2 Bde. 24) Wagner, Hausschatz. 25) Ennemoser, Reise etc. 26) Ahrendts, der Vogelfreund. 27) Bülau, Deutsche Geschichte in Bildern.

*b) Geschenke* von den Schülern der Anstalt. VI. Klasse. Perko: 1) Heyne, Geschichte Napoleons I. 2 Bde IV. Klasse. Billerbeck: 2) Das deutsche Volk, 3) Schiller, 2 Bde. Kleinschrott: 4) Universalbibliothek II. Klasse. Hanl: 5) Jakobi, Nordpolfahrer. Schneider: 6) Martini, Stillleben eines Grenzoffiziers. — Geschenk des Herrn Kmetitsch: 7) Dielitz, Kosmoramen. 8) Malerisches Universum, 2 Bde. 9) Stein, Lederstrumpferzälungen.

## 3. **Physik.**

Custos: Dr. Britto.

Im Laufe des Sommers wurde die systematische Anordnung der physikalischen Instrumente und Apparate, die der verewigte Herr Director und vormalige Custos des physikalischen Kabinets seiner fortwährenden Kränklichkeit wegen nicht mehr unternehmen konnte, vom derzeitigen Custos durchgeführt, und enthielt das physikalische Kabinet mit Schluss des Sommersemesters 1874 folgende Sammlung von Apparaten aus allen Gebieten der Physik.

A. Allgemeine Eigenschaften der Körper und der festen Körper insbesondere. 1) Taucherglocke. 2) Quecksilberpresse. 3) 2 Stück Adhäsionsplatten. 4) Sammlung Bologneserfläschchen. 5) Federwage.

B. Mechanik der festen Körper. 1) Kräftenparallelogramm. 2) Verschiedene Arten von Hebeln. 3) Decimalwage. 4) Horizontale und verticale Welle. 5) Einfache Rolle, Rollen- und Flaschenzug. 6) Schiefe Ebene. 7) Schraube. 8) Kniepresse. 9)

8 Stück Schwerpunktsmodelle. 10) Balancirfigur. 11) Chinesischer Treppengaukler. 12) Centrifugalmaschine mit 8 Aufsätzen. 13) Kreisel von Stahl und Messing. 14) Atwood'-Fallmaschine. 15) Mathematisches Pendel. 16) Pendel mit hörbarem Schlag. 17) Reversionspendel. 18) Modell einer Pendeluhr 19) Menzel's Metronom. 20) Apparat für das Pendelgesetz. 21) Stossvorrichtung. 22) Marmorplatte mit Elfenbeinkugel.

C. Mechanik der tropfbar flüssigen Körper. 1) Apparat für die Fortpflanzung des Druckes. 2) Hydraulische Presse. 3) Real'sche Presse. 4) Apparat für den Seitendruck. 5) Turbine. 6) Apparat für den nach aufwärts gerichteten Druck. 7) Pascal's Bodendruckapparat. 8) Communicirende Gefässe. 9) Hydrostatische Wage. 10) Gewichtsaräometer. 11) Libelle. 12) 5 Stück Scalenaräometer. 13) Communicirende Haarröhrchen. 14) Ausflussapparat. 15) Wellenapparat nach Eisenlohr.

D. Mechanik der ausdehnsam flüssigen Körper. 1) Glasröhre mit Massstab für den Toricelli'schen Versuch. 2) Gewöhnliches Barometer. 3) Aneroidbarometer. 4) Zauberkanne und Zaubertrichter. 5) Glasröhre für das Mariotte'sche Gesetz bei Verdichtung der Luft. 6) Zweistieflige Luftpumpe mit mehreren Nebenapparaten zu Versuchen mit der Luftpumpe. 7) Saugballon. 8) Gekrümmter Heber. 9) Saugpumpe von Glas und Metall. 10) Druckpumpe von Glas und Metall. 11) Feuerspritze. 12) Saugpumpe ganz von Glas. 13) Druckpumpe ganz von Glas. 14) Heronsbrunnen mit Compressionspumpe dazu. 15) Mariotte'sche Flasche. 16) Papin's Topf. 17) Pulshammer. 18) Rotirende Dampfkugel mit Wagen dazu. 19) August's Psychrometer. 20) Daniell's Hygrometer. 21) Darmsaitenhygrometer.

E. Akustik. 1) Monochord. 2) Sirene von Cagniard Latour. 3) Offene Pfeife. 4) Stimmgabel. 5) 8 Stück Platten für Chladni's Klangfiguren 6) Höhrrohr. 7) Sprachrohr. 8) Modell des menschlichen Gehörorganes.

F. Optik. 1) Apparat für das Reflexionsgesetz. 2) Winkelspiegel. 3) Kaleidoskop. 4) 2 sphärische Hohlspiegel. 5) Camera lucida. 6) Glasprisma auf Stativ. 7) Farbenspindel mit 17 Scheiben. 8) Lupe. 9) 6 Sorten von Linsen. 10) Modell des menschlichen Auges. 11) Schema des Galliläischen Fernrohres. 12) Schema des astronomischen Fernrohres. 13) Schema des Erdfernrohrs. 14) Schema des zusammengesetzten Mikroskops. 15) Feldstecher. 16) Fernrohr in Etui. 17) Heliostrat mit Sonnenmikroskop und Vorrichtungen für die Interferenz. 18) Camera obscura. 19) Stroboskopische Scheibe. 20) Fresnel'scher Interferenzspiegel. 21) Newton'sche Farbenringe. 22) Turmalinzange. 23) Nörenbergs Polarisationsapparat sammt einer Sammlung von Krystallplättchen. 24) Photometer nach Bunsen.

G. Wärme. 1) Kugel mit Ring. 2) Despretz' Apparat für die Wärmeleitung. 3) Pyrometer mit 4 Metallstäben. 4) Thermometer mit dreifacher Scala. 5) Gewöhnliches Thermometer. 6) Maximum- und Minimumthermometer. 7) Differentialthermometer nach Leslie. 8) Davy's Sicherheitslampe. 9) Apparat das Freiwerden der Wärme nachzuweisen. 10) Pneumatisches Feuerzeug. 11) Compensationspendel. 12) Kryophor.

H. Magnetismus. 1) Hufeisenförmiger und geradliniger Magnet. 2) 2 grössere Magnetstäbe. 3) Magnetnadel auf Postament. 4) Bussole. 5) Inclinationsnadel. 6) Inclinatorium und Declinatorium.

I. Elektricität. 1) Harzstange und mehrere Glasstäbe. 2) Goldblattelektroskop sammt 3 Stück Condensatorplatten. 3) Apparat für die Mittheilung der Elektricität. 4) Ebensolcher Apparat nach Riess. 5) Elektrische Kanone. 6) Elektrischer Hammer. 7) Elektrisches Glockenspiel. 8) Elektrische Trommel. 8) Coulomb'sche Drehwage. 10) Elektrophor. 11) Entlader. 12) Elektrische Batterie aus 6 Leidenflaschen. 13) Lane's Massflasche. 14) Volta'sche Säule. 15) Daniell'sches Element. 16) 2 grössere und 1 kleineres Bunsen'sches Element. 17) Grove's Element. 18) Smee'sche

Batterie aus 6 Elementen. 19) 7 Callan'sche Elemente. 20) Galvanoplastischer Apparat. 21) Galvanoplastischer Glühapparat. 22) Kohlenspitzen für elektrisches Licht. 23) Ein grösserer und ein kleinerer Wasserzersetzungsapparat. 24) Astatische Nadel. 25) 2 Multiplicatoren. 26) Geissler'sche Röhren sammt Gestell. 27) Elektromagnet. 28) Barlow'sches Rädchen. 29) Telegraphenapparat nach Morsé sammt Taster und Relais. 30) Elektromagnetischer Motor nach Ritchie. 31) Apparat für die Rotation eines Magnets um einen Strom. 32) Ampère's Gestell mit mehreren Figuren. 33) Tangentenbussole. 34) Inductionsspule. 35) Inductionsapparat mit Neef'schen Hammer. 36) Kleiner Rumkorff'scher Apparat. 37) Grosser Rumkorff'scher Apparat. 38) Stöhrer's Rotationsmaschine. 39) Einfaches Thermoelement. 40) Thermosäule. 41) Donnerhaus. 42) Holtz'sche Influenzmaschine.

K. Astronomie. Ein Tellurium.

Von den genannten Apparaten sind folgende erst im Laufe dieses Schuljahres und zwar sämmtliche durch Ankauf zugewachsen:

1) 2 Stück Adhäsionsplatten. 2) Sammlung Bologneserfläschchen. 3) Schiefe Ebene. 4) Schraube. 5) Kreisel von Stahl und Messing. 6) Modell einer Pendeluhr. 7) Apparat für die Fortpflanzung des Druckes. 8) Real'sche Presse. 9) Wellenapparat nach Eisenlohr. 10) Glasröhre für das Mariotte'sche Gesetz bei Verdichtung der Luft. 11) Glasprismen auf Stativ. 12) Schema des Galliläischen Fernrohres. 13) Schema des astronomischen Fernrohres. 14) Schema des Erdfernrohres. 15) Schema des zusammengesetzten Mikroskops. 16) Fresnel'scher Interferenzspiegel. 17) Davy's Sicherheitslampe. 18) Compensationspendel. 19) Hufeisenförmiger und geradliniger Magnet. 20) Magnetnadel auf Postament. 21) Bussole. 22) Inclinatorium und Declinatorium. 23) Harzstange und mehrere Glasstäbe. 24) Apparat für die Mittheilung der Elektricität. 25) Ebensolcher Apparat nach Riess. 26) Lane's Massflasche. 27) 7 Callan'sche Elemente. 28) Apparat für die Rotation eines Magnetes um einen Strom. 29) Kleinerer Rumkorff'scher Apparat. 30) Tellurium. 31) Masstab mit 2 Nonien. 32) Holtz'sche Influenzmaschine.

Ausser den genannten Apparaten besitzt das physikalische Kabinet noch eine Reihe von Nebenapparaten und Gegenständen zu verschiedenem Gebrauch, als: Massstäbe, Gewichte, Drähte, Klammern etc.

## 4. Naturgeschichte.

Custos: Josef Nawratil.

Die Sammlungen des naturhistorischen Kabinettes wurden im heurigen Schuljahre um nachstehendes vermehrt:

a) Säugethiere: Mustella erminea.

b) Vögel: 24 Arten in 29 Exemplaren. 1. Troglodytes parvulus. 2. Motacilla sulphurea. 3. Regulus ignicapillus. 4. Sitta europaea. 5. Fringilla pyrrhula. ♂ 6. Loxia pytiopsitacus. 7. Sturnus vulgaris 8. Corvus cornix. 9. Nacifraga caryocatactes. 10. Alcedo ispida. 3 Exemplare. 11. Picus martius. 12. Picus canus. 13. Picus major. 2 Exemplare. ♂ und ♀. 14. Falco rufipes. ♂ und ♀. 15. Circus cyaneus. ♂ juv. 16. Buteo vulgaris. 2 Exemplare. 17. Bubo maximus. 18. Strix otus. 19 Tetrao lagopus 20. Tetrao saxatilis. 21 Phasianus pictus. ♀. 22. Ardea argentea. 23. Totanus. 24. Totanus.

c) Amphibien: 7 Arten. d) Fische: 17 Arten.

Amphibien und Fische wurden heuer montirt und eingereiht.

Sämmtliche Thiere wurden als Cadaver theils durch Geschenke, theils durch Ankauf oder Selbstsammeln erworben, vom Custos präparirt, aufgestellt und etiquettirt.

e) An wirbellosen Thieren erhielt die Sammlung einen Zuwachs von 19 Exemplaren, bestehend in Mollusken und Conchilien.

f) Die Mineraliensammlung erhielt eine Vermehrung von 125 Exemplaren, worunter sich 24 Bergkristallvarietäten und 9 Petrificationen befinden.

Für Botanik erhielt das Kabinet ein sehr werthvolles Geschenk vom Geoplastiker Herrn Keil, indem derselbe dessen reichhaltiges Herbarium der deutschen Flora, vertreten durch mehr als 20.000 Arten, der Anstalt zum Geschenke machte. Den Namenskatalog konnte der Custos wegen zu gedrängten anderen Arbeiten heuer dem Programme nicht beigeben

Ebenso steht die käufliche Erwerbung der, 1135 Arten enthaltenden Lepidopterensammlung des verstorbenen Buchhändlers, Herrn Eduard Ferlinz in Aussicht, und wird der Namenskatalog ebenfalls nächstes Jahr erscheinen.

Der Abgang in den Sammlungen durch Insektenschaden war dieses Jahr kein erheblicher.

Sehr verdienstvoll und mit viel Geschick betheiligte sich im heurigen Schuljahre der Schüler der 5. Klasse: J. Netopil an den Arbeiten im Kabinette.

## 5. Chemie.

Custos: Dr. A. F. Reibenschuh.

A. Geräthe und Apparate: 1) Ein Wasserbad aus Kupferblech. 2) Eisenblechkessel. 3) Dreifüsse aus Eisenblech, 4 Stück. 4) Retortenhalter von Holz mit Eisenfuss. 5) Stativ, Eisenfuss und Teller aus Holz. 6) Eisenstative sammt Ringe und Klemmschrauben als Träger für Retorten, Kolben etc., 4 Stück. 7) Schalenaufsetzer aus Eisen für Gasbrenner, 6 Stück. 8) Bunsen'sche Gasbrenner, 4 Stück. 9) Gasbrenner, System Finkener. 10) Sternbrenner. 11) Brenner mit 3 und 5 Ausströmungsröhren. 12) Griffin'scher Brenner. 13) Gasgebläse sammt Blasesisch. 14) Siebbrenner, 2 Stück. 15) Korkbohrer von Messing, 2 Stück. 16) Löthrohr. 17) Hammer, Stemmeisen und Zange. 18) Korkpressen aus Eisen, 2 Stück. 19) Stahlpincetten, 4 Stück. 20) Kohlenschaufeln, 2 Stück. 21) Tiegelzangen aus Stahl, 2 Stück. 22) Bürettengestell mit Porzellanplatte. 23) Argand'sche Lampe. 24) Kochtöpfe aus Eisen, 2 Stück. 25) Eprouvettengestelle, 6 Stück. 26) Filtrirgestelle aus Holz, 6 Stück. 27) Eprouvettenbürsten, 6 Stück. 28) Eine Parthie französischer und hessischer Schmelztiegel. 29) Areometer für leichte und schwere Flüssigkeiten. 30) Alcoholometer sammt Standglas. 31) Schwefelwasserstoffapparat nach Kipp. 32) Utensilien für die Massanlayse: Literkolben, $\frac{1}{2}$ und 1 Liter, Büretten, Pipetten zu 1, 2, 5, 10, 20, 25, 50, 75 und 100 C.C, Mischcylinder mit Fuss und Ausguss zu 100, 150, 200 und 1000 C.C. 33) Quetschhähne nach Bunsen, Hoffmann und Mohr. 34) Diverse Laboratoriumsgeräthe aus Glas und Porzellan. a) aus Glas: Trichter, Giftheber in 3 Grössen, Retortentrichter, 2 Stück, Sicherheitstrichter mit und ohne Kugelröhren, Gasentbindungsflaschen, Standflaschen für Reagenzien, Woulf'sche Flaschen mit 2 und 3 Hälsen, Bechergläser mit und ohne Ausguss, Schüttel-Cylinder und Gasrecipienten, tubulirte und nicht tubulirte Retorten und Vorlagen in verschiedenen Grössen, Kochkolben, Reagirkelche und Eprouvetten, Säurenflaschen, Kappenflaschen, Weingeistlampen, 4 Stück, Spritzflaschen, Deckplatten, Glasröhren, Schalen, Glasröhren, Pulvergläser mit Rundstopfen in 5 Dimensionen. — b) aus Porzellan: Reibschalen, Schmelztiegel und Abdampfschalen. — 35) Kautschukröhren in verschiedenem Durchmesser theils zur Verbindung der Apparate, theils zu Gasleitungsröhren.

B. Abbildungen etc. Technologische Wandtafeln von Dr. Friedr. Knapp, 11 St.

C. Präparate. Die Präparatensammlung wurde in diesem Jahre in ansehnlicher Weise vermehrt.

Sehr viele Verbindungen, welche während des Unterrichtes Gegenstand der Besprechung und Anschauung waren, wurden im Laboratorium der Anstalt vom Custos dargestellt. Die Schüler: Gruber, Netopil, Pietzka und Kurnik beschäftigten sich mit der Darstellung einfacherer Präparate, seltenere wurden durch Kauf erworben.

Einen reichen Zuwachs erhielt die technologische Sammlung durch die nachfolgenden Geschenke, welche der Fachlehrer im Monate November v. J. von verschiedenen Exponenten der Wiener Weltausstellung auf seine persönliche Fürsprache für die Lehranstalt erwarb:

Eine vollständige Collection der Materialien für die Glas- und Alaunfabrikation, Producte der Technik des Schwefels; Geschenke von David Freiherrn von Starck.

Proben der Collectivausstellung des Vereins für die Rübenzucker-Industrie des deutschen Reiches, erworben durch V. Ludwig Wrede, k. preuss. Commerzien-Rath.

Anilinfarben der Stuttgarter Anilinfabrik Ludwigshafen am Rhein.

Anilinfarben von Wagner in Aussig

Bleierze der Gewerkschaft Mies in Böhmen

Grafite aus dem fürstl. Schwarzenberg'schen Gewerke Schwazbach, Böhmen.

Melasse-Rohasche und daraus erzeugte Pottasche der L. Harmer'schen Fabrik zu Spillern in Niederösterreich.

Erzeugnisse der Saline Kalusz, Producte der Simmeringer Kalisalpeterfabrik, erhalten durch H. Wenig.

Dextrin- und Stärkeproben von Theodor Blumenthal in Denkwitz, Schlesien.

Eier- und Blutalbumin von G. Sumper in München.

Diverse Hartharze von Schultz und G. Wagemann.

Ozokerit aus Drahobisc in Galizien.

Bleiröhren mit Zinneinlagen von Kessler und Sohn in Bernburg, durch H. Wenig.

Eisen- und Stahlproben der Innerberger Hauptgewerkschaft, Hütte Donawitz, von Franz Pietzka.

Stahl- und Eisenproben der Köflach-Vordernberger Eisenwerksgesellschaft.

Grauspiessglanzerde des Berg- u. Hüttenwerkes Mileschau bei Selcan, Böhmen.

Färbige Gläser von Ludw. Schmalzl, Galmeiproben aus Lichtenwald u. v. A.

Für sämmtliche Geschenke, die zuweilen sehr wertvoll und instructiv sind, spricht der Custos des Laboratoriums den geehrten Spendern hiemit seinen wärmsten Dank aus.

## 6. Geometrisches Zeichnen.

Custos: Josef Jonasch.

Angeschafft wurde ein Stativ für Drahtmodelle.

Geschenkt wurde vom Herrn Reichsrathsabgeordneten Friedr. Brandstetter: Trinker's stereometrische Figurennetze.

Von früheren Schuljahren vorhanden: 20 Stück Modelle für darstellende Geometrie von J. Schröder; 2 grosse Dreiecke, 1 langes Lineal, 2 grosse Zirkel für Tafelzeichnungen; 1 Reisszeug, 4 grosse Reissbretter. Goerz, Denkmäler aus Nassau, IV. Heft. Pläne vom Museum für Kunst und Industrie in Wien. Holz, architektonische Details, 2 Hefte mit 20 Tafeln. Vorlagen für das constructive Zeichnen, 3 Hefte. Kronauer, industrielles Zeichnen, Text mit 45 Tafeln.

### 7. **Freihandzeichnen.**

Custos: Ferdinand Schnabl.

138 Stück Gypsabgüsse vom Museum für Kunst und Industrie. Ein Stativ für Drahtmodelle. Thierstudien von Adam, 8 Stück. 2 Stück Draht- und 8 Stück Holzmodelle. Kunstindustrie auf der Wiener Weltausstellung, 5 Hefte.

### 8. **Geographie.**

Custos: Franz Fasching.

Ankauf: Stieler's Handatlas, Lieferungen 13 und 15—20.

### 9. **Zeitschriften.**

Custos: Dr. F. A. Reibenschuh.

1) Wiener Zeitung 2) Dr. Rud. Arendt, chemisches Central-Blatt. 3) Fresenius, Zeitschrift für analytische Chemie. 4) H. Kolbe, Journal für praktische Chemie. 5) Zarncke, literarisches Centralblatt. 6) Westermann, illustrirte Monatshefte. 7) Petermann, geografische Mittheilungen. 8) Das Ausland. 9) Hofmann, Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. 10) Poggendorf, Annalen für Physik u. Chemie. 11) Lützow, Zeitschrift für bildende Kunst. 12) Gewerbehalle. 13) Verordnungsblatt des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht. 11) Mittheilungen der k. k. Central-Commission für Erhaltung der Baudenkmale (Geschenk von Herrn k. k. Notar Hofrichter in Windischgraz).

### 10. **Für den Gesang**

wurden angeschafft: Ein Harmonium; nebstdem vermehrten sich die Lehrmittel durch eine grössere Sammlung drei- und vierstimmiger Gesänge, welche vom Leiter des Gesanges Herrn Prof. Jonasch selbst abgeschrieben und auf Kosten der Anstalt autographirt wurden.

## **Uebersichts-Tabelle**

sämmtlicher an der Anstalt vorhandenen Lehrmittel.

| Vorhanden Ende | Bibliothek | Schülerbibliothek | Physikalische Apparate | Geometrie | Zeichnen | Chemie | Gesang | Naturgeschichte | | | | | | Geographie | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | Bilderwerke u. Tafeln | Zoologie | Botanik, Anzahl der Pflanzen-Spezies | Mineralogie | Krystallmodelle | Instrumente | Wandkarten | Atlanten | Globen | Tellurien |
| 1873 | 340 Werke | 158 Werke | 124 Stücke | 33 Holz- und 24 Drahtmodelle | 28 Werke 4·2 Vorlagen 138 Gypsabgüsse 1 Stativ, 2 Draht- u. 8 Holzmodelle | 45 Apparate | 15 Piècen | 10 Bilderwerke ,66 Tafeln | 660 Stücke | 150 | 325 Naturstücke | — | 4 | 62 Stücke | 8 Stücke | 1 Relief-Erdglobus | 1 Stück |
| Dazu 1874 | 50 | 35 | 32 | — | — — | 34 | — | — | 67 | 20000 | 125 | — | — | — | 1 | — | — |
| Zusammen | 390 | 194 | 156 | 33 20 | 28 482 138 | 79 | — | — | 727 | 20150 | 450 | — | — | — | 9 | — | — |

Allen verehrten Freunden der Anstalt, welche dieselbe im heurigen Jahr mit Geschenken bedachten, sei hier der wärmste Dank ausgesprochen.

# V. Chronik.

## 1873.

Am 28., 29. und 30. September fanden die Einschreibungen in der Directionskanzlei des neuen Schulgebäudes statt.

Am 1. Oktober wurde das Schuljahr mit einem Gottesdienst in der windischen Pfarrkirche eröffnet.

Am 2. Oktober fand die feierliche Schlusssteinlegung und Uebergabe des neuen Schulhauses in folgender Weise statt:

Um 9 Uhr Vormittag Hochamt in der Domkirche und darauf feierlicher Einzug vor das mit Fahnen und Blumen geschmückte Gebäude. „Ehre Gottes", gesungen vom Männergesangverein und dem Singverein. Reden, gehalten vom Herrn Bürgermeister Dr. M. Reiser, Sr. Excellenz dem Herrn Unterrichtsminister Dr. von Stremayr, Herrn Landesschulinspector Dr. M. Wretschko und Herrn Director J. Essl. Inzwischen wurde der Herr Bürgermeister mit dem Ritterkreuz des Franz-Joseph-Ordens decorirt. Der Sängerchor der Realschule sang schliesslich das Bundeslied von Mozart: „Brüder reicht die Hand zum Bunde", worauf das Gebäude und die Lehrmittel besichtigt wurden, während die Südbahn-Musikkapelle fröhliche Weisen anstimmte.

Sr. Excellenz der Herr Statthalter Guido Freiherr von Kübeck, Herr Dr. A. Schloffer, Mitglied des h. Landesausschusses und Herr Director J. Noe von Graz beehrten die ganzen Feierlichkeiten mit ihrer Gegenwart.

Vom 1. bis 5. Oktober wurden die Ueberprüfungen und Aufnahmsprüfungen abgehalten.

Am 5. und 6. Oktober wurde den Schülern das Disciplinargesetz verkündet.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 30. August Z. 3576 werden die Normen für den Unterricht in der Stenographie angegeben.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landeschulrates vom 12. Sept. Z. 4346 wurde F. Lang zum Supplenten für das deutsche Sprachfach bestellt.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 8. Oktober Z. 3998 ergeht an die Direction der Auftrag, den im Verordnungsblatte vom 1. Sept. Nr. 17 veröffentlichten Lehrplan für das Freihandzeichnen schon im Schuljahr 1873/4 genau zu befolgen.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 16. Okt. Z. 4824 wurde Dr. Gaston R. v. Britto zum Supplenten für Mathematik bestellt.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 1. Nov. Z. 4213 wird die Direction aufgefordert, geeignete Vorschläge zur Aenderung im Realschul-Lehrplane vorzulegen.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landschulrates vom 11. Nov. Z. 5221 wird der Direktion zur strengen Darnachachtung mitgetheilt, dass Sr. Excellenz der Herr Minister für Cultus und Unterricht sich veranlasst fand, folgende Bestimmungen des h. Ministerial-Erlasses vom 24. Juli 1849 Z. 5260 (R. G. B. Nr. 337) in Erinnerung zu bringen:

1. Schüler an Mittelschulen dürfen an Vereinen, welche von Personen, welche nicht Schüler an Mittelschulen sind, gebildet werden, weder als Mitglieder, noch als Zuhörer theilnehmen.

2. Dieselben dürfen auch keine Vereine unter sich bilden, und daher weder Vereins- noch andere Abzeichen tragen.
3. Zusammenkünfte und Versammlungen derselben in grösserer Anzahl behufs der literarischen Ausbildung oder Geselligkeit können nur mit Genehmigung und unter Aufsicht des zuständigen Lehrkörpers stattfinden, welcher dafür verantwortlich gemacht wird, dass hiebei jede Unordnung hintangehalten bleibt, und nur löbliche Zwecke verfolgt werden.

Jeder Lehrkörper ist berechtigt, Schüler, welche gegen diese Vorschriften verstossen, nach einmaliger fruchtloser Ermahnung von der Lehranstalt zu entfernen.

Eine zweite für die Anstalt ebenso wichtige Feierlichkeit fand **Dienstag den 2. Dezember** bei Gelegenheit des Regierungsjubiläums **Sr. Majestät des Kaisers** statt.

Nach vorausgegangenem Gottesdienste in der windischen Pfarrkirche versammelten sich alle Schüler wie auch der gesammte Lehrkörper im grossen Zeichensaale, wo der Director der Anstalt in einer Rede die Fortschritte des Unterrichtswesens seit dem Antritte der Regierung Sr. k. und k. apostolischen Majestät unseres allergnädigsten Kaisers **Franz Josef I.** auseinandersetzte, nach welcher längeren und eindringlich gehaltenen Rede der Sängerchor die Volkshymne wie auch das „Gebet“ von Mozart anstimmte. Nach dieser erhebenden Feier wurde der Tag für die Anstalt freigegeben und vom Lehrkörper eine Conferenz behufs der Abfassung einer Loyalitätskundgebung von Seite des Lehrkörpers an Se. k. und k. apost. Majestät und der Gründung eines Unterstützungsvereinse für arme Studierende der Anstalt abgehalten.

Dieser Verein, dessen Statuten mit Erlass der hohen Statthalterei in Graz vom 25. Februar 1874 Z. 2933 genehmigt wurden, erhielt den Namen „Franz-Josephs-Verein“ und wurde von Sr. Excellenz dem Herrn Statthalter Baron Guido von Kübeck mit 25 fl. und vom Lehrkörper der Anstalt mit 50 fl. (als Gründungskapital) dotirt.

Mit Erlass der hohen Statthalterei Praes. vom 6. Dezember Z. 3469 wurde die Loyalitätskundgebung anlässlich der Festfeier des 2. Dezember von Seite des Lehrkörpers, sowie die Bitte um Führung des Namens „Franz-Joseph-Unterstützungs-Verein“ allerhöchsten Ortes genehmigend entgegengenommen.

1874.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 14. März Z. 1485 wird die Verordnung Sr. Excellenz des Herrn Ministers für Cultus und Unterricht vom 6. März Z. 2710 übermittelt, betreffend die Ueberwachung der Lecture der Schüler, das Verbot unerlaubter Lecture, und wird gleichzeitig die Bestimmung der hohen Ministerial-Verordnung vom 27. August 1854 Z. 11381/954 in Erinnerung gebracht.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 23. März Z. 1667 wird dem schwer erkrankten Direktor J. Essl ein Urlaub auf die Dauer von 6 Wochen bewilligt, mit dessen Stellvertretung in der Leitung der Anstalt der Berichterstatter betraut und die Supplirung der Physikstunden durch Dr. Britto genehmigt.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 27. März Z. 1560 wird die Direction aufgefordert, bezüglich der a. h. sanktionirten Abänderung des §. 11 des steiermärk. Realschulgesetzes geeignete Anträge zu stellen.

Der 19. April brachte der Lehranstalt und dem Lehrkörper den schweren Verlust ihres verehrten Directors J. Essl, welcher an diesem Tage jenen Wunden erlag, welche seine von Natur zärtliche Körperkonstitution in den vielen Kämpfen erhielt, welche sein reger strebsamer Geist mit rücksichtsloser Energie zum Besten seines Berufes gegen manches widrige Element bestand.

Den 21. April, am Tage des Conductes, welcher vom Vestibule der k. k. Oberrealschule aus stattfand, fand kein Unterricht statt, ebenso am 23., am Tage der Feierlichkeiten in der Domkirche; an beiden Feiern betheiligte sich die ganze Anstalt in der erhebendsten Weise.

Am 1. Mai, welcher sonst des üblichen Mai-Ausfluges wegen frei gegeben wird, war regelmässiger Unterricht, und es unterblieb im zu jungen Gedächtnisse des schweren Verlustes der Mai-Ausflug der Schüler.

Das Nähere über Leben und Wirken des jedem, der ihn kannte unvergesslichen Mannes sagt der über Ansuchen des Berichterstatters von Professor Dr. A. Reibenschuh abgefasste Nekrolog, den an die Spitze des Jahresberichtes zu stellen, der Berichterstatter für seine Pflicht hielt.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 27. April Z. 2187 ward die Fortführung der interimistischen Leitung der Anstalt durch den Berichterstatter bis auf weiteres angeordnet.

Mit Erlass des hochl. k. k. Landesschulrates vom 1. Juli Z. 3308 wird die Direction auf die Instructionen für den Zeichenunterricht, welche Se. Excellenz der Herr Minister für Cultus und Unterricht im Anschlusse an die in Nr. XVII des Verordnungsblattes vom 1. September 1873 mitgetheilten Lehrpläne zu erlassen befunden, aufmerksam gemacht.

Von 17. bis 21. Mai unterzog der k. k. Herr Landesschulinspector K. Holzinger die Anstalt einer eingehenden Inspection.

Von 21. bis 25. Juni unterzog der k. k. Landesschulinspector Dr. M. Wretschko die Oberrealschule einer eingehenden Inspection.

Am 12. November, 11. März, 8. Juli wurden die Schüler zur hl. Beichte und die darauf folgenden Tage zur hl. Communion geführt. Am 11. und 12. März wohnten die Schüler den österlichen Exercitien bei.

Von 12. bis 21. Juli wurden die schriftlichen und mündlichen Versetzungsprüfungen abgehalten. Die Klassificationen fanden am 22., 23., 24. und 25. Juli statt.

Ein Zeugniss der I. Klasse mit Vorzug erhielten: In der I. Klasse: Fiala Raimund, Kopitsch Jakob. In der III. Klasse: Crevar Peter, Hüttner Emil, Menhardt Alois, Wolf Franz. In der IV. Klasse: Jugg Alois, Kleinschrot August. In der V. Klasse: Gruber Johann, Zotzek Ferdinand. In der VI. Klasse: Dobay Georg.

---

Das Schuljahr beginnt am 1. Oktober; die Einschreibungen finden am 28., 29. und 30. September in der Directionskanzlei des Realschulgebäudes statt.

# VI. Schüler.

## *1. Klasse.*

Beranek Theodor.
Caminades Josef.
Dernjač Josef.
Dubsky Ferdinand.
Eberl Karl.
Fauland Leopold.
Fiala Raimund.
Fieglmüller Adolf.
Götz Othmar.
Hagmann Benedict.
Halbärt Franz.
Hauptmann Josef.
Hostinek Alex.
Hufschmied Anton.
Iglar Michael.
Kahn Eduard.
Kirchgessner Karl.
Klinger Heinrich.
Kopitsch Jakob.
Kosmanhuber Franz.
Kothbauer Franz.
Kožer Karl.
Kral Franz.
Kral Josef.
Kreinz Josef.
Kunz August.
Lešnik Johann.
Liebezeit Karl.
Lorber Johann.
Macher Max.
Mally Raimund.
Mayer Franz.
Meke Johann.
Merio Johann.
Mohor Alex.
Michel Franz.
Otto Alex.
Pichleritsch Franz.
Pototschnig Franz.
Rattei Johann.
Rogozinski Johann.
Schneider Moriz.
Seebacher Franz.
Seiller Alois.
Skribe Martin.
Span Anton.
Stauder Josef.
Straschill Max.
Tribnik Heinrich.
Tschech Konrad.
Tutta Otto.
Ulrich Friedrich.
Urban Johann.
Vock Emerich.
Wiesinger Wilhelm.
Wiesthaler Hermann.
Wolf Gilbert.
Wolf Heinrich.
Zore Anton.

(59)

## *2. Klasse.*

Aschgan Johann.
Costa Hermann.
Daniek Sigm.
Dettelbach Ferdinand.
Eglesfurthner Emil.
Faschmann Heinrich.
Feldbacher Franz.
Fuhrmann Karl.
Gatsch Friedrich.
Gradvóhl Géza.
Hanl Theodor.
Hauptmann Alois.
Hierländer Othmar.
Iwančić Josef.
Jauk Johann.
Jäger Engelbert.
Kieslinger Robert.
Kitt Johann.
Korb Alois.
Krammer Franz.
Krenner Eduard.
Kugler Simon.
Leyrer Johann.
Machoritsch Karl.
Mayer Josef.
Meschko Franz.
Otto Josef.
Porta Franz.
Pölzl Leopold.
Ratej Michael.
Reicher Karl.
Resch Josef.
Roch Karl.
Schmid Edmund.
Schneider Rudolf.
Schwentner Karl.
Simchen Hugo.
Strauss Franz.
Thurn Max.
Tschech Ferdinand.
Tscherwek Ludwig.
Unger Anton.
Vollgruber Josef.
Viher Simon.
Wermuth Josef.
Wressnig Michael.
Zigrosser Hugo.

(47)

## *3. Klasse.*

Costa Leo.
Crevar Peter.
Forster Adolf.
Frohm Alois.
Grossauer Julius.
Grösslinger Ignaz.
Heil Johann.
Hüttner Emil.
Kanzian Friedrich.
Krischan Kajetan.
v. Kurzrock Karl.
Leeb Adolf.
Maresch Johann.
Maier Konstantin.
Menhard Alois.
Mosinger Ernst.
Potrz Ernst.
Schmalzl Ludwig.
Suppanz Andreas.
Verona Roman.
Weingerl Hermann.
Weingerl Friedrich.
Weingraber Hugo.
Weingraber Julius.
Werhouscheg Alois.
Windisch Anton.
Wolf Franz.
Zeilhofer Josef.

(28)

## *4. Klasse.*

Baumann Johann.
Billerbeck Oskar.
Fauland Alois.
Felber Johann.
Giraldi Karl, Edler v.
Gorton Johann.
Gyorgyevits Sawa.
Heill Ignaz.
Jugg Alois.
Kammerer Paul.
Kleinschrot August.
Krischan Max.
Kysela Wilhelm.
Manhart Josef.
Marco Robert.
Merio Ludwig.
Reichenberg Josef.
Richar Viktor.
Riesch Friedrich.
Scharf Felix.
Špirk Franz.
Troinko Adolf.
Witzmann Johann.

(23)

## *5. Klasse.*

Baumann Anton.
Faisstl Franz.
Fichtmüller Josef.
Furiacowitz Laurenz.
v. Gautsch Gustav.
Globotschnigg Johann.
Gruber Johann.
v. Hofmann Anton.
Kein Friedrich.
Kozer Josef.
Kurnig Josef.
v. Laaba Manrad.
Netopil Jaroslav.
Nicolić Wladimir.
Sonns Rupert.
Tomich Emanuel.
Zotzek Ferdinand.

(17)

## *6. Klasse.*

Dobay Georg.
Kren August.
Magner Rudolf.
Miari Alexander.
Neuhauser Oskar.
Perko Anton.
Pietzka Franz.
Schleyer Julius.
Schleyer Leopold.
Tischina Franz.
Vollgruber Alois.
Zinnauer Hermann.

(12)

# VII. Statistik der Oberrealschule.

| Lehrpersonale: Kategorie | Lehrpersonale: weltlich | Lehrpersonale: geistlich | Klasse | Bewegung: zu Anfang | Bewegung: Privatisten | Bewegung: Abgang | Bewegung: Am Schlusse | Klassifikation: Vorzug | Klassifikation: I. Klasse | Klassifikation: II. Klasse | Klassifikation: III. Klasse | Klassifikation: kein Zeugniss erhielten | Klassifikation: Ueberprüfung machen | Nationalität: Deutsche | Nationalität: Slovenen | Nationalität: Serben | Nationalität: Italiener | Nationalität: Croaten | Nationalität: Ungarn | Religion: katholisch | Religion: gr. orient. | Religion: Israeliten | Schulgeld zahlten | vom Schulgelde befreit waren | Betrag des Schulgeldes (Gulden): I. Semester | Betrag des Schulgeldes (Gulden): II. Semester | Stipendisten | Betrag der Stipendien in österr. Währ. (fl.) | An der Stenographie betheiligten sich | Am Gesange betheiligten sich |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Direktorvertreter | 1 | — | I. | 67 | — | 8 | 59 | 2 | 34 | 4 | 17 | — | 2 | 45 | 13 | — | 1 | — | — | 59 | — | — | 41 | 18 | 520 | 328 | 1 | 150 | — | 41 |
| Professoren . . | 4 | 1 | II. | 55 | — | 8 | 47 | — | 31 | 4 | 7 | — | 5 | 35 | 12 | — | — | — | — | 47 | — | — | 30 | 17 | 272 | 240 | 1 | 200 | — | 19 |
| Supplenten . . | 5 | — | III. | 31 | — | 3 | 28 | 4 | 16 | 2 | 4 | — | 2 | 23 | 3 | — | — | 2 | — | 26 | 1 | 1 | 19 | 9 | 208 | 152 | 2 | 400 | — | 10 |
| | | | IV. | 27 | — | 4 | 23 | 2 | 13 | 2 | 3 | — | 3 | 18 | 4 | 1 | — | — | — | 22 | 1 | — | 21 | 3 | 192 | 168 | 1 | 200 | 16 | 6 |
| | | | V. | 19 | — | 2 | 17 | 2 | 11 | 3 | — | — | 1 | 12 | 2 | 1 | — | — | 2 | 16 | 1 | — | 15 | 2 | 128 | 120 | 2 | 400 | 14 | — |
| | | | VI. | 12 | — | — | 12 | 1 | 8 | 1 | — | — | 2 | 12 | — | — | — | — | — | 12 | — | — | 9 | 3 | 72 | 72 | 3 | 600 | 10 | — |
| Summe . | 10 | 1 | | 211 | — | 25 | 186 | 11 | 113 | 16 | 31 | — | 15 | 145 | 34 | 2 | 1 | 2 | 2 | 182 | 3 | 1 | 135* | 52 | 1392 | 1080 | 4 | 1950 | 40 | 76 |
| | | | | | | | | 186 | | | | | | 186 | | | | | | 186 | | | 187 | | | | | | | |

* Ein Schüler verliess die Anstalt vor Schluss des 2. Semesters.