Nagymaria Haltrafsy

Lehrbuch

der

Arithmetik

für

Unter-Gymnasien

Von

Dr. Franz Ritter von Močnik

Erste Abtheilung

Fünfundzwanzigste unveränderte Auflage

Wien

Druck und Verlag von Carl Gerold's Sohn

1879.

Vorwort zur zweiundzwanzigsten Auflage.

Arithmetische Aufgaben sind in Beziehung auf ihren sachlichen Inhalt insbesondere von den bestehenden Maß-, Gewichts- und Münzverhältnissen abhängig; Aenderungen in den letzteren haben auch Aenderungen in den Aufgaben zur nothwendigen Folge. Da seit dem ersten Erscheinen dieses Lehrbuches sowohl das Münzwesen als die Maß- und Gewichtsordnung in Oesterreich und in dem benachbarten deutschen Reiche eine durchgängige Umgestaltung erfahren hat, erschien es geboten, mit Rücksicht auf die bezüglichen nach und nach eingetretenen Aenderungen auch in den auf einander folgenden Auflagen die betreffenden Aufgaben entsprechend umzuarbeiten, mehrere derselben, weil sie gegenstandslos geworden waren, zu beseitigen und andere den neuen Maß- und Münzverhältnissen angepaßte aufzunehmen. Dadurch aber geschah es, daß bei den geänderten Zahlenverhältnissen die naturgemäß fortschreitende Gliederung des Uebungsstoffes vielseitig verloren ging. Ich hielt es daher für nothwendig, in der vorliegenden Auflage die Aufgaben einer gänzlichen Revision zu unterziehen und dieselben wieder in eine methodisch gegliederte Anordnung zu bringen. Der durch diese unabweisbaren Aenderungen sich ergebende Uebelstand, daß mit der gegenwärtigen Auflage die vorhergehende nicht wohl gleichzeitig benützt werden kann, dürfte nicht so störend hervortreten, da das Buch für zwei Classen bestimmt ist, und daher die Schüler jeder Classe in der Regel mit derselben Auflage des Buches versehen sind.

Die übrigen Aenderungen des Lehrbuches berühren zwei Hauptpunkte. Neu aufgenommen und zwar mit den Vorübungen zu jeder Rechnungsart in Verbindung gebracht wurde die anschauliche Entwicklung einiger Gesetze über die Summen, Differenzen, Producte und Quotienten, da dieselben die bewußte Einsicht beim Kopf- und Zifferrechnen wesentlich zu fördern geeignet sind. Dagegen habe ich die sogenannte wälsche Praktik, welche bei den gegenwärtig geltenden decimalen Maßen, Gewichten und Münzen ihre frühere Bedeutung verloren hat, weggelassen und nur die wenigen Zerfällungen, die sich mit Vortheil noch immer bei der Multiplication mit einem Bruche und bei der Zinsrechnung anwenden lassen, an den betreffenden Stellen selbst eingefügt.

Graz, im December 1875.

Der Verfasser.

Vorwort zur vierundzwanzigsten Auflage.

Die vorliegende Auflage stimmt mit den zwei vorhergehenden im Wesentlichen überein; einer Umarbeitung wurden nur einige Parthien der Lehre von der Multiplication und Division, und zwar in der Richtung unterzogen, daß nunmehr bei der Entwicklung dieser Operationen die Rücksichtnahme auf den Stellenwerth der Ziffern schärfer hervortritt, als es früher der Fall war.

Auch in diesen verbesserten Parthien habe ich, wie in den übrigen Theilen des Lehrbuches, die Einrichtung festgehalten, daß das an Beispielen entwickelte Rechnungsverfahren jedesmal auch in bündigen Worten ausgedrückt wird. Aus dem arithmetischen Unterrichte ist zwar jedes gedankenlose Regelwerk unbedingt zu verbannen; es soll vielmehr das Hauptaugenmerk dahin gerichtet werden, daß die Schüler jede Operation unmittelbar aus dem Begriffe derselben und aus den Gesetzen des dekadischen Zahlensystems selbst ableiten. Einem solchen inductiv entwickelnden Unterrichte wird auch durch das vorliegende Lehrbuch in allen seinen Abtheilungen Vorschub geleistet. Es ist jedoch eben so eitler Wahn, wenn manche fordern, daß der Schüler nie eine Regel anwende und auf keiner Stufe etwas mechanisch übe. Mag derselbe noch so sehr angehalten werden, jede Rechnung durch eine Reihe von Erwägungen und Schlüssen mit bewußter Thätigkeit auszuführen, so wird er nach vielfältiger Uebung doch immer zuletzt dahin kommen, daß er sich die mechanische Regel abstrahirt, daß ihm das Rechnen zur Sache des unmittelbaren Könnens wird, welches jener Schlußfolgerungen nicht mehr bedarf. Will man dieses Mechanismus nennen, so ist es ein Mechanismus edlerer Art, weil er aus Einsicht und Ueberzeugung hervorgeht.

Graz im Mai 1878.

Der Verfasser.

Inhalt.

Vierter Abschnitt.

Das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

Seite

Fünfter Abschnitt.

Lehre von den einfachen Verhältnissen und Proportionen.

Anhang.

Einleitung.

§. 1.

Um von mehreren Dingen derselben Art anzugeben, wie viele es sind, nimmt man ein solches Ding als Einheit an und untersucht, wie oft diese Einheit in der gegebenen Menge von Dingen derselben Art vorkommt. Der Ausdruck, welcher dieses angibt, heißt Zahl. Da die Einheit angibt, daß ein Ding nur einmal vorkommt, so kann auch die Einheit als eine Zahl betrachtet werden.

Eine Zahl, welche nur die Menge der Einheiten, nicht aber die Art derselben ausdrückt, heißt eine unbenannte Zahl; eine Zahl dagegen, welche sowohl die Menge als die Art der Einheiten angibt, eine benannte Zahl. Drei ist eine unbenannte, drei Gulden eine benannte Zahl.

Eine benannte Zahl kann ein- oder mehrnamig sein. Wenn eine Zahl Einheiten einer einzigen Benennung enthält, z. B. vier Gulden, so heißt sie einnamig; kommen aber in derselben Einheiten verschiedener Benennungen vor, die jedoch zu derselben Art gehören, so heißt sie mehrnamig, z. B. vier Gulden und drei Kreuzer.

§. 2.

Aus gegebenen Zahlen mittelst bestimmter Veränderungen andere Zahlen finden, heißt rechnen. Jede Veränderung einer Zahl besteht darin, daß man sie auf vorgeschriebene Weise vergrößert oder vermindert.

Die gesuchte Zahl, zu der man durch die Rechnung gelangt, wird das Ergebniß oder Resultat der Rechnung genannt.

Die Lehre von den Zahlen und deren Veränderungen heißt Arithmetik.

Erster Abschnitt.

Das Rechnen mit unbenannten und einnamigen ganzen Zahlen und Decimalbrüchen.

I. Die Zahlenbildung.

1. Das dekadische Zahlensystem.

§. 3.

Dekadische ganze Zahlen.

Jede Zahlenbildung beginnt mit dem Setzen der Einheit und geht, da die Einheit immer wieder gesetzt und zu der bereits entstandenen Menge von Einheiten hinzugedacht werden kann, ins Unendliche fort. Die Zahlen so bilden, wie sie der Reihe nach durch fortgesetztes Hinzufügen der Einheit hervorgehen, heißt *zählen*. Wir zählen: eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun u. s. w. und drücken diese Zahlen schriftlich durch folgende Zeichen (Ziffern) aus: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 u. s. w. Die Reihe dieser Zahlen nennt man die *natürliche Zahlenreihe*.

Die Reihe der natürlichen Zahlen kann am einfachsten durch eine gerade Linie OX versinnlicht werden, auf welche man von einem Punkt O aus nach der Richtung gegen X gleiche Strecken aufträgt, deren jede eine Einheit vorstellt:

```
       1   2   3   4   5   6   7   8
   O—+—+—+—+—+—+—+—+ —X
```

Die durch das wiederholte Setzen der Einheit entstehenden Zahlen werden *ganze Zahlen* genannt.

Alle ganzen Zahlen, wie groß sie auch sein mögen, lassen sich mit einigen wenigen Wörtern genau und bestimmt benennen, und mit noch wenigeren Zeichen schriftlich ausdrücken. Man geht dabei von dem Grundsatze aus, daß eine bestimmte Zahl niedrigerer Einheiten stets wieder als eine neue höhere Einheit, als Einheit der nächst höheren Ordnung, betrachtet wird und als solche auch einen besonderen Namen erhält.

In unserem *dekadischen Zahlensysteme* bilden je zehn Einheiten einer Ordnung eine Einheit der nächst höheren Ordnung. Man zählt, von der Einheit ausgehend, mit den bekannten Zahlennamen: eins, zwei,.... bis zehn. Zehn *ursprüngliche Einheiten*, auch *Einer* genannt, bilden eine neue höhere Einheit, welche ein *Zehner* heißt; zehn Zehner bilden ein *Hundert*, zehn Hunderte sind ein *Tausend*, zehn Tausende ein *Zehntausend*, zehn Zehntausende ein *Hunderttausend*, zehn Hunderttausende eine *Million*, u. s. w. Jede Zahl ist aus Einern, Zehnern, Hunderten,.... zusammengesetzt, und wird vollkommen bestimmt, wenn man angibt, wie viele Einer, Zehner, Hunderte,.... sie enthält.

Mit dem mündlichen Ausdrucke der Zahlen stimmt auch deren schriftliche Darstellung überein. Wir brauchen dazu nur die Ziffern für die ersten neun Zahlen, nämlich 1, 2,.. 9, und das Zeichen 0 (Null), welches anzeigt, daß von einer bestimmten Ordnung keine Einheiten vorhanden sind. Um nun durch die Zusammenstellung dieser zehn Ziffern alle möglichen ganzen Zahlen auszudrücken, nimmt man an, daß jede Ziffer an der ersten Stelle, von der Rechten an gezählt, Einer, und an jeder folgenden Stelle gegen die Linke zehnmal so viel bedeutet, als sie an der nächst vorhergehenden Stelle gilt. Hiernach bedeutet jede Ziffer an der zweiten Stelle, von der Rechten an gezählt, so viele Zehner, an der dritten so viele Hunderte, an der vierten so viele Tausende u. s. w., als sie an der ersten Einer ausdrückt.

Die Null hat an sich keinen Werth und bedeutet nur das Nichtvorhandensein von Einheiten einer bestimmten Ordnung. Jede andere Ziffer in einer geschriebenen Zahl hat einen doppelten Werth, den Werth der Figur, welcher ihr vermöge des Zeichens zukommt und daher unveränderlich ist, und den Werth der Stelle, welcher ihr vermöge der Stelle zukommt und veränderlich ist. So bedeutet z. B. in der Zahl 4404 jede vorkommende Werthziffer vier, jedoch gilt dieselbe an der ersten Stelle, von der Rechten angefangen, vier Einer, an der dritten vier Hunderte, an der vierten vier Tausende. In Hinsicht des Werthes der Figur einer Ziffer pflegt man zu sagen, daß z. B. die Ziffer 7 größer ist als 4, worunter eigentlich zu verstehen ist: die Zahl, welche durch die Ziffer 7 bezeichnet wird, ist größer als die Zahl, welche man durch die Ziffer 4 ausdrückt. In Beziehung auf die Stelle der Ziffer nennt man, ebenfalls uneigentlich, diejenige Ziffer die höhere, welche eine höhere Ordnung von Einheiten vorstellt und daher an einer weiteren Stelle gegen die Linke vorkommt.

§. 4.

Die Kenntniß, Zahlen richtig anzuschreiben und die geschriebenen richtig zu lesen, heißt die Numeration.

Die Zahlenordnungen, welche nach dem dekadischen Zahlensysteme in den einzelnen aufeinanderfolgenden Stellen vorkommen, lassen sich sehr bequem in Classen zu drei Stellen eintheilen, welche nach der Reihe Einer, Zehner und Hunderte enthalten. Die drei niedrigsten Stellen sind geradezu Einer, Zehner, Hunderte; in der nächstfolgenden Classe kommen Einer, Zehner, Hunderte von Tausenden vor; in der noch weiter folgenden Classe stehen Einer, Zehner, Hunderte von Millionen u. s. w. Durch diese Eintheilung der Zahlen wird die Auffassung und schriftliche Darstellung derselben wesentlich erleichtert.

Aufgaben.

Lies folgende Zahlen:

1. 2000, 7000, 5600, 2750, 5904, 1039, 5138, 2718, 38090, 27026, 80912, 12345.
2. 630427, 938824, 732084, 493220, 815500, 408010, 276939, 356805, 1246829, 538191378.

3. Der höchste Berg in Oesterreich ist die Ortelsspitze in Tirol, welche sich 3917 Meter hoch über der Meeresfläche erhebt.
4. Zu Anfang des Jahres 1870 hatte Wien 622927 Einwohner.
5. Die Sonne ist 1413879mal so groß als unsere Erde.

Diese Zahl enthält:	1413879	Einer			
	141387	Zehner	und	9	Einer
	14138	Hunderte	„	79	„
	1413	Tausende	„	879	„
	141	Zehntausende	„	3879	„
	14	Hunderttausende	„	13879	„
	1	Million	„	413879	„

6. Zu Anfang des Jahres 1870 zählte die österreichisch-ungarische Monarchie 35943592 Einwohner; von diesen entfallen auf die im Reichsrathe vertretenen Länder 20420041, auf die Länder der ungarischen Krone 15523551.
7. Wenn der Puls bei einem gesunden Menschen in einer Minute 75mal schlägt, so macht er in einem Tage 108000, und in einem Jahre 39420000 Schläge.
8. Wenn der Durchmesser eines Kreises 1000000000 Meter lang ist, so enthält der Umfang desselben 3141592654 Meter.

Schreibe mit Ziffern folgende mit Worten ausgedrückte Zahlen:

9. Zweitausend und vierzig, fünftausend siebenhundert vier und neunzig, achttausend und drei, eintausend dreihundert und zehn, zwölftausend fünf und zwanzig.
10. Ein erwachsener Mensch athmet in einer Minute sechszehn mal, in einer Stunde neunhundertsechzig mal, und in einem Tage drei und zwanzigtausend vierzig mal.
11. Die Kartoffeln brachte man nach Europa im Jahre eintausend sechshundert drei und zwanzig, den Tabak im Jahre eintausend fünfhundert sechzig.
12. Ein Kilogramm Flachs kann zu einem Faden von neunhundert fünfundneunzigtausend und sechshundert Meter Länge ausgesponnen werden.
13. Das Licht legt den Weg von der Sonne bis zur Erde, der zwanzig Millionen sechshundert drei und achtzigtausend dreihundert und zehn Meilen beträgt, in acht Minuten und dreizehn Secunden zurück.
14. Wenn Jemand in einer Secunde eins zählen würde, so brauchte er, um eine Million zu zählen, eilf Tage, dreizehn Stunden sechs und vierzig Minuten und vierzig Secunden; um eine Billion zu zählen, brauchte er ein und dreißigtausend siebenhundert und neun Jahre, zweihundert neun und achtzig Tage, eine Stunde, sechs und vierzig Minuten und vierzig Secunden.

§. 5.

Decimalbrüche.

Jede Einheit kann man in gleiche Theile theilen oder sich doch in gleiche Theile getheilt denken. Eine Zahl, welche nur einen Theil oder mehrere gleiche Theile der Einheit enthält, heißt eine *gebrochene Zahl* oder ein *Bruch*, im Gegensatze zu einer *ganzen Zahl*, welche die Einheit selbst ein- oder mehrmal enthält.

Wenn man in einer nach dem dekadischen Gesetze geschriebenen ganzen Zahl von der Linken gegen die Rechte zurückschreitet, so gilt jede folgende Ziffer gegen die Rechte nur den *zehnten Theil* von dem, was sie an der vorhergehenden Stelle gilt, und man kommt zuletzt auf die Einer herab. Es kann aber die Zahlenreihe nach demselben Gesetze auch unter die Einer hinab fortgesetzt werden; man kann einen Einer in zehn gleiche Theile theilen und einen solchen Theil, ein *Zehntel*, als eine noch niedrigere Einheit betrachten, ferner den zehnten Theil von einem Zehntel, d. i. ein *Hundertel*, als die Einheit einer noch niedrigeren Ordnung ansehen, und so durch fortgesetzte Theilung zu beliebig kleinen Zahleinheiten hinabsteigen.

Uebereinstimmend damit kann man nach dem dekadischen Gesetze auch die Ziffernreihe von den Einern noch weiter rechts fortsetzen, so daß eine Ziffer an der ersten Stelle nach den Einern *Zehntel*, an der zweiten *Hundertel*, an der dritten *Tausendtel* u. s. w. bedeutet. Bei dieser Fortsetzung der Ziffernreihe braucht man nur durch ein Zeichen sichtbar zu machen, wo die Einer aufhören; dieses Zeichen ist ein Punkt, welcher nach den Einern rechts oben gesetzt wird und *Decimalpunkt* heißt. Die Ziffern links vor dem Decimalpunkte sind *Ganze*, die Ziffern rechts nach dem Decimalpunkte heißen *Decimalen*. Es bedeutet demnach 444444·44444 Folgendes:

Ganze:							Decimalen:				
4	4	4	4	4	4	·	4	4	4	4	4
Hunderttausende	Zehntausende	Tausende	Hunderte	Zehner	Einer		Zehntel	Hundertel	Tausendtel	Zehntausendtel	Hunderttausendtel

Eine Zahl, welche Decimalen enthält, heißt eine *Decimalzahl* oder ein *Decimalbruch*.

§. 6.

Ein Decimalbruch wird *gelesen*, indem man zuerst die Ganzen, und dann entweder jede einzelne Decimale mit oder ohne Angabe ihres Stellenwerthes oder alle Decimalen mit ihrem Gesammtwerthe ausspricht. Z. B. 47·385 wird gelesen:

a) 47 Ganze, 3 Zehntel, 8 Hundertel, 5 Tausendtel; oder
b) 47 Ganze mit den Decimalen 3, 8, 5; oder endlich
c) 47 Ganze 385 Tausendtel.

Die zweite Lesart wird am häufigsten angewendet.

Lies folgende Decimalbrüche:

32·517, 7·0703, 0·005, 3·14159, 0·5596, 17·008, 80·072, 0·480107, 0·20903, 725·008, 0·036, 28·00074.

Um einen Decimalbruch anzuschreiben, schreibt man zuerst die Ganzen an, setzt den Decimalpunkt und dann die einzelnen Decimalen nach der Ordnung ihres Stellenwerthes. Fehlen die Ganzen oder einzelne Decimalen, so werden sie durch Nullen ersetzt.

Z. B. 13 Ganze, 5 Hundertel, 6 Zehntausendtel schreibt man an: 13·0506; 7 Zehntel schreibt man an: 0·7.

Schreibe folgende Decimalzahlen an:

1. 5 Ganze, 3 Zehntel;
2. 28 Ganze, 4 Zehntel, 7 Hundertel, 1 Tausendtel;
3. 110 Ganze, 35 Tausendtel;
4. 7tausend 28 Ganze, 4 Hundertel, 9 Tausendtel;
5. 7 Hunderttausendtel;
6. 39tausend 91 Milliontel.

Aus dem Begriffe eines Decimalbruches folgt, daß der Werth desselben nicht geändert wird, wenn man ihm rechts eine oder mehrere Nullen anhängt, weil dabei die einzelnen Ziffern ihren früheren Stellenwerth beibehalten. Es ist also

$$8·7 = 8·70 = 8·700 = 8·7000 = 8·70000.$$

§. 7.

Wenn ein Decimalbruch viele Decimalen enthält, so haben häufig die niedrigeren Decimalstellen mit Rücksicht auf die Beschaffenheit der Aufgabe für das praktische Leben keinen angebbaren Werth. Man behält in solchen Fällen nur so viele Decimalen, als das Bedürfniß der Rechnung erfordert. Bricht man aber den Decimalbruch bei irgend einer Stelle ab, so wird wegen der größeren Genauigkeit die Ziffer an dieser Stelle corrigirt, d. i. um 1 vergrößert, wenn die erste weggelassene Ziffer 5 oder größer als 5 ist. Z. B.: Statt des Decimalbruches 0·357283 würde man, wenn 4 Decimalen genügen, 0·3573, und, wenn 3 Decimalen genügen, 0·357 setzen.

Ein solcher Decimalbruch heißt ein abgekürzter und ist blos ein angenäherter Ausdruck für den vollständigen Decimalbruch. Der Fehler, den man begeht, ist jedoch nicht größer als eine halbe Einheit der letzten beibehaltenen Decimalstelle. Um anzuzeigen, daß 0·357 ein abgekürzter Decimalbruch ist, schreibt man 0·357...

Wenn man mit abgekürzten Decimalbrüchen wie mit vollständigen rechnet, so werden die niedrigeren Decimalziffern des Resultates nicht zuverlässig.

2. Römische Zahlzeichen.

§. 8.

Die bisher angewendeten Ziffern heißen arabische. Nebst diesen werden manchmal auch die römischen Ziffern gebraucht.

Die Römer hatten sieben Zahlzeichen:

	I,	V,	X,	L,	C,	D,	M.
für	1,	5,	10,	50,	100,	500,	1000.

Sie drückten damit durch gehörige Zusammenstellung alle übrigen Zahlen nach folgenden Gesetzen aus:

1. Stehen mehrere gleiche Buchstaben neben einander, so bedeuten sie so viel, als ihre Werthe zusammen genommen betragen; z. B.:

II	bedeutet	2,	XXX	bedeutet	30,
III	„	3,	CCC	„	300.

2. Steht ein niedrigeres Zahlzeichen nach einem höheren, so wird der Werth des höheren um so viel vermehrt, als das niedrigere bedeutet; z. B.:

VI	bedeutet	6,	XXVI	bedeutet	26,
VIII	„	8,	CXV	„	115,
LX	„	60,	DCLX	„	660.

3. Steht ein niedrigeres Zahlzeichen vor einem höheren, so wird der Werth der höheren um so viel vermindert, als das niedrigere bedeutet; z. B.:

IV	bedeutet	4,	XIX	bedeutet	19,
IX	„	9,	XLIII	„	43,
XL	„	40,	XCIV	„	94,
XC	„	90,	MDCCCLXIX	bedeutet	1869.

Lies: VII, XIII, XV, XXIV, XLI, LXI, XCI, CIX, CXI, CMXIX, MCCCXIV, MDCCXL.

Schreibe mit römischen Ziffern alle Zahlen von 1 bis 20; ferner 28, 49, 84, 365, 719, 930, 1344, 1799, 1878.

II. Das Addiren mit unbenannten und einnamigen ganzen und Decimalzahlen.

§. 9.

Addiren heißt, eine Zahl suchen, welche so viele Einheiten enthält, als zwei oder mehrere gegebene Zahlen zusammen genommen. Die gegebenen Zahlen nennt man **Summanden**; die Zahl, zu welcher man durch das Addiren gelangt, heißt **Summe**.

Um zu einer Zahl 3 eine zweite 4 zu addiren, darf man nur in der natürlichen Zahlenreihe von der ersten Zahl 3 ausgehend um so viele Einheiten, als die zweite Zahl 4 anzeigt, vorwärts schreiten; die Zahl 7, zu der man dadurch gelangt, ist die gesuchte Summe.

Das Zeichen der Addition ist ein stehendes Kreuz $+$, welches **mehr** (plus) gelesen und zwischen die Summanden gesetzt wird. Zwischen die Summanden und die Summe schreibt man das **Gleichheitszeichen** $=$ (gleich), welches anzeigt, daß die Zahlen oder Zahlenverbindungen, zwischen denen es steht, gleichen Werth haben. Z. B.: $3 + 4 = 7$ wird gelesen: 3 **mehr** 4 ist gleich 7.

Sind mehr als zwei Zahlen zu addiren, so wird zu der Summe zweier Zahlen die dritte, zu der neuen Summe die vierte Zahl u. s. w. addirt.

Um anzuzeigen, daß mit einer nicht ausgeführten Rechnungsoperation eine weitere Rechnung vorzunehmen ist, schließt man sie in **Klammern** ein. Z. B.:

$(7 + 8) + 3$ bedeutet, daß zu der Summe aus den Zahlen 7 und 8 die Zahl 3 addirt werden soll.

$7 + (8 + 3)$ bedeutet, daß zu 7 die Summe aus den Zahlen 8 und 3 addirt werden soll.

Vorübungen. (Kopfrechnen.)

§. 10.

1. Zähle von 1 aufwärts bis 100, indem du immer 1 dazu setzest; nämlich $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, $3 + 1 = 4, \ldots$
2. Zu 1 zähle 2, zur Summe wieder 2, und zu jeder folgenden Summe 2 dazu.
3. Fange bei 2 an und zähle ebenso immer 2 dazu.
4. Zähle mit 3 aufwärts
   a) von 1 bis 100, b) von 2 bis 101, c) von 3 bis 102.
5. Auf gleiche Weise zähle
   a) mit 4 vorwärts von 1, 2, 3, 4 anfangend;
   b) „ 5 „ „ 1, 2, 3, 4, 5 „
   c) „ 6 „ „ 1, 2,... 5, 6 „
   d) „ 7 „ „ 1, 2,... 6, 7 „
   e) „ 8 „ „ 1, 2,... 7, 8 „
   f) „ 9 „ „ 1, 2,... 8, 9 „
6. Wie viel ist $7 + 4$? Zähle dazu noch 8. Wie viel ist also $7 + 4 + 8$?
7. a) $5 + 2 + 9 = ?$ b) $8 + 3 + 9 = ?$ c) $7 + 7 + 5 = ?$
   $8 + 9 + 4 = ?$ $6 + 8 + 7 = ?$ $9 + 8 + 6 = ?$
   $3 + 5 + 8 = ?$ $9 + 1 + 6 = ?$ $7 + 9 + 4 = ?$
8. a) Wenn man in der natürlichen Zahlenreihe einmal von 5 aus um 3 Einheiten, und dann von 3 aus um 5 Einheiten fortschreitet, zu welcher Zahl gelangt man in jedem Falle?
   b) Wie viel ist $7 + 4$? Wie viel ist $4 + 7$?
   c) $2 + 5 + 8 = ?$ $5 + 2 + 8 = ?$ $8 + 2 + 5 = ?$
   $2 + 8 + 5 = ?$ $5 + 8 + 2 = ?$ $8 + 5 + 2 = ?$

Die Anzahl der in den Summanden enthaltenen Einheiten bleibt dieselbe, in welcher Reihenfolge sie auch vorkommen mögen; es muß daher auch die Summe dieselbe bleiben.

Dieselben Summanden geben in jeder Ordnung dieselbe Summe.

9. Auf wie viele Arten kann a) aus den Zahlen 3, 4 und 5, b) aus den Zahlen 2, 3, 4 und 5 eine Summe gebildet werden?
10. a) $7 + 5 + 9 + 5 = ?$ b) $3 + 2 + 9 + 8 + 4 = ?$
    $2 + 7 + 8 + 9 = ?$ $6 + 9 + 3 + 7 + 5 = ?$
    $6 + 4 + 3 + 8 = ?$ $8 + 5 + 1 + 9 + 7 = ?$
11. a) $4 + 7 + 9 + 6 + 5 = ?$ b) $9 + 2 + 9 + 8 + 5 + 3 = ?$
    $6 + 8 + 4 + 5 + 7 = ?$ $5 + 6 + 8 + 7 + 4 + 9 = ?$
    $7 + 3 + 4 + 9 + 6 = ?$ $8 + 9 + 1 + 2 + 8 + 7 = ?$
12. Zähle die Zahlen von 1 bis 9 zusammen.
13. Wie viel sind 5 Zehner und 3 Zehner? Wie viel ist $20 + 10$, $30 + 40$, $40 + 50$, $50 + 60$, $80 + 30$, $70 + 90$?

14. Wie viel sind 4 Hunderte und 5 Hunderte? Wie viel ist $300 + 100$, $700 + 200$, $400 + 300$, $600 + 400$?

15. a) Wie viel ist $56 + 3$?

$$(50 + 6) + 3 = 50 + (6 + 3) = 50 + 9 = 59.$$

Die Einer werden zu den Einern addirt, die Zehner bleiben ungeändert.

b) Wie viel ist 56 und 30?

$$(50 + 6) + 30 = (50 + 30) + 6 = 80 + 6 = 86.$$

Die Zehner werden zu den Zehnern addirt, die Einer bleiben unverändert.

Zu einer Summe wird eine Zahl addirt, indem man diese nur zu einem Summanden addirt.

16. Wie viel ist $34 + 10$, $28 + 20$, $47 + 30$, $61 + 20$, $76 + 30$?

17. Wie viel ist $365 + 20$, $330 + 200$, $560 + 300$, $257 + 400$?

18. a) Wie viel ist $46 + 7$? Anstatt in der Zahlenreihe von 46 aus um $7 = 4 + 3$ vorwärts zu zählen, kann man zuerst um 4 und dann um 3 vorwärts zählen; es ist also

$$46 + (4 + 3) = (46 + 4) + 3 = 50 + 4 = 54.$$

b) Zähle 46 und 52 zusammen. Wie viel ist 46 und 50? — und noch 2 dazu?

$$46 + (50 + 2) = (46 + 50) + 2 = 96 + 2 = 98.$$

Anstatt zu einer Zahl eine Summe zu addiren, kann man zu ihr nach und nach die einzelnen Summanden addiren.

Manchmal verfährt man auch umgekehrt:

Anstatt zu einer Zahl nach und nach mehrere Zahlen zu addiren, addirt man zu ihr auf einmal die Summe dieser Zahlen. Z. B.:

$$245 + 37 + 63 = 245 + 100 = 345.$$

19. Wie viel ist $67 + 21$, $52 + 41$, $58 + 42$, $317 + 69$?

20. Welche Zahl ist um 36 größer als 51?

21. Ich denke mir eine Zahl; nehme ich von ihr 27 weg, so bleibt mir noch 65; welche Zahl habe ich mir gedacht?

22. Zähle folgende unter einander stehende Zahlen zusammen:

a) 50	b) 12	c) 81	d) 63	e) 53
17	57	19	39	19
43	83	64	23	48

23. a) $19 + 28 + 37 + 46 = ?$ b) $25 + 34 + 19 + 80 = ?$

24. Wie viel beträgt $317 + 268$? 317 und 200 ist..., und 60 ist..., und 8 ist...

25. Wie viel ist $436 + 324$, $321 + 654$, $818 + 172$?

26. Wie viel beträgt $234 + 345 + 123$?

27. Ordne folgende Summanden so, daß sich die Additionen vortheilhaft vereinfachen:

a) $455 + 123 + 208 + 77 + 45 + 92$;

b) $63 + 28 + 116 + 272 + 37 + 84$.

28. Wie viel ist 4000 und 3000, $2800 + 4000$, $4108 + 500$?

29. Bestimme $5680 + 4007$, $2936 + 4040$.

30. Wie viel ist $5143 + 809$, $3095 + 3860$, $5138 + 1769$?

Schriftliches Addiren.

§. 11.

Addition ganzer Zahlen.

Da nur gleichartige Einheiten zu einander gezählt werden können, schreibt man beim Addiren mehrziffriger Zahlen die Summanden so unter einander, daß die Einheiten derselben Ordnung unter einander zu stehen kommen, also Einer unter Einer, Zehner unter Zehner, u. s. w.

Summanden	245	
	342	2 Ein. + 5 Ein. = 7 Einer. 4 Zehn. + 4 Zehn. = 8 Zehner.
Summe	587	3 Hund. + 2 Hund. = 5 Hund.

693	
458	7 E. + 8 E. + 3 E. = 18 E. = 1 Z. + 8 E.
357	1 Z. + 5 Z. + 5 Z. + 9 Z. = 20 Z. = 2 H. + 0 Z.
	2 H. + 3 H. + 4 H. + 6 H. = 15 H.
1508	

Man addirt also zuerst die Einer, dann die Zehner, Hunderte,... und setzt die jedesmalige Summe, wenn sie einziffrig ist, unter die addirten Einheiten; ist aber die Summe einer Reihe zweiziffrig, so werden davon nur die Einer jener Ordnung unter die eben addirten Einheiten geschrieben, die Zehner dagegen als Einheiten der nächst höheren Ordnung zu dieser Ordnung weiter gezählt.

Um die Richtigkeit der Summe zu prüfen, nehme man die Addition noch einmal vor, und zwar von oben nach unten, wenn man früher von unten nach oben addirt hat; erhält man in beiden Fällen dieselbe Summe, so kann man diese als richtig ansehen, da wegen der veränderten Reihenfolge der Ziffern nicht leicht beide Male derselbe Fehler möglich ist. — Eine andere Probe für die Richtigkeit der Addition wird bei der Subtraction gezeigt werden.

§. 12.

Addition der Decimalbrüche.

Man schreibt die Summanden nach dem Gesetze der Gleichartigkeit unter einander, d. i. Ganze unter Ganze, Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel..., wodurch auch die Decimalpunkte genau unter einander zu stehen kommen, verrichtet dann die Addition wie bei ganzen Zahlen von der niedrigsten Stelle angefangen und setzt in der Summe den Decimalpunkt gerade unter die Decimalpunkte der Summanden.

Sind abgekürzte Decimalbrüche zu addiren, so kürzt man alle auf gleich viele Stellen ab und addirt sie. In der Summe sind dann, wenn nicht mehr als 10 Summanden vorkommen, alle Decimalen mit Ausnahme der niedrigsten zuverlässig.

1)	5·82	
	7·37	Man addirt zuerst die Hundertel, und erhält dadurch 23 Hundertel = 2 Zehntel und 3 Hundertel; die 2 Zehntel werden zu den Zehnteln weiter gezählt, wobei man 17 Zehntel = 1 Einer und 7 Zehntel erhält; 1 Einer wird sodann zu den Ganzen addirt.
	3·48	
	9·06	
	25·73	

2)	3)
35·7	17·924..
9·26	8·515..
13·085	29·265..
20·1905	55·704
78·2355	

Im Beispiele 3) ist die letzte Decimale der Summe unsicher.

§. 13.

Aufgaben.

1.
```
 38
 94
 67
---
199
```
Man spricht: 7 und 4 ist 11, und 8 ist 19, bleibt 1; 1 und 6 ist 7, und 9 ist 16, und 3 ist 19.

2. Addire die folgenden Zahlen, und zwar zuerst jene der lothrechten, dann jene der wagrechten Reihen; addire ferner die bei den lothrechten Reihen, und dann die bei den wagrechten Reihen erhaltenen Summen:

$34 + 56 + 36 + 27 + 69 + 43 + 87 + 24$
$57 + 21 + 90 + 67 + 58 + 64 + 35 + 48$
$19 + 56 + 76 + 34 + 65 + 50 + 89 + 57$
$42 + 60 + 45 + 86 + 99 + 17 + 25 + 60$
$68 + 80 + 26 + 77 + 58 + 69 + 43 + 54$

3.

a)	b)	c)	d)	e)
159	708	246	772	836
762	592	469	690	618
935	618	680	579	276

4.

a)	b)	c)	d)
8063	9007	2468	4178
2497	98	1357	5264
811	1697	753	5355
2371	790	840	7246

5. Addire in dem nachstehenden Vierecke zuerst die Zahlen jeder lothrechten, dann die Zahlen jeder wagrechten und endlich die Zahlen einer jeden der beiden Diagonalreihen:

924	4928	2772	6776	4620
6160	2464	6468	4312	616
2156	7700	4004	308	5852
7392	3696	1540	5544	1848
3388	1232	5236	3080	7084

6. Wie groß ist die achte Zahl aus der Zahlenreihe, die mit 2096 beginnt, und bei welcher jede folgende Zahl um 214 größer ist als die vorhergehende?

7. Wie groß ist die Summe von 6 Zahlen, von denen die erste 1275, und jede folgende um 124 größer ist als die vorhergehende?

8. Suche die Summe von 5 Zahlen; die erste ist 3087, die zweite um 690 größer als die erste, die dritte um 516 größer als die zweite, die vierte um 407 größer als die dritte, und die fünfte um 375 größer als die vierte.

9.
```
 92613
 81502
 70491
 47209
 18456
------
310271
```

Es ist anzurathen, daß man bei fortgeschrittener Uebung während des Addirens das Wörtchen und, so wie die einzelnen addirten Ziffern nicht ausspreche, sondern nur die jedesmalige Summe. So wäre bei den Einern des nebenstehenden Beispieles nicht zu sagen: 6 und 9 ist 15, und 1 ist 16, und 2 ist 18 und 3 ist 21; sondern nur: 6, 15, 16, 18, 21.

10. Addire wie in Aufgabe 2 die folgenden Zahlen:

$41782 + 29714 + 80508 + 26396 + 73614$
$71396 + 29592 + 75801 + 34567 + 90123$
$95703 + 88466 + 54953 + 63780 + 77266$
$18278 + 91705 + 27265 + 53927 + 84706$
$89924 + 93364 + 62879 + 27048 + 60973$

11.

a)	b)	c)
158724	303235	1234567
306315	684450	2345678
30880	471899	3456789
246727	4206	4567890
150236	81183	5678901
9876	790547	6789012

12. Addire die Zahlen: 3098752, 8345097, 58091, 937248, 5630956, 7514389, 3507019, 1907338.

---

13. $3·62 + 9·57 + 8·26 + 2·95 + 7·08 + 5·39 = ?$
14. $37·3 + 30·3 + 3·84 + 7·29 + 3·99 + 67·2 = ?$
15. $24·7 + 528 + 0·75 + 37·6 + 8\ 35 = ?$
16. $3·142 + 4·586 + 5·92 + 6·364 + 7·708 = ?$
17. $38·3 + 20·95 + 60·14 + 505 + 60·39 + 724·9 = ?$
18. $1·4 + 91·025 + 8·79 + 24·21 + 0·8 + 1848 + 35·791 = ?$
19. $9·37.. + 34·25.. + 39·73.. + 4·79.. + 0·29.. = ?$
20. $0·5 + 0·25 + 0·125 + 0·0625 + 0·03125 = ?$
21. $550·62 + 184·77 + 29·39 + 70·913 + 629 + 12·8 = ?$
22. Addire 3 Zahlen, von denen die erste 8·12, die zweite um 8·79 größer als die erste und die dritte um 10·35 größer als die zweite ist.
23. Von einer Zahl nahm man 37·865 weg und es blieb noch 53·196 übrig; wie groß war jene Zahl?
24. Welche Zahl ist um 74·865 größer als 42·73 + 91·68?
25. $315·247 + 93·07 + 100 + 0·3947 + 293·2973 + 67·84 = ?$
26. $165·80 + 307·405 + 509·7628 + 769·208 + 725 + 70·464 + 690·5237 = ?$
27. $87·549 + 297·315 + 934·046 + 971·5411 + 84·3139 + 51·698 + 35·8423 = ?$
28. $25480·7 + 4183·5 + 82091·08 + 7831·359 + 5092·4 + 1357 + 631·997 = ?$

Addition einnamiger Zahlen.

§. 14.

Beim Addiren benannter Zahlen müssen die gegebenen Zahlen gleichen Namen haben, welchen dann auch die Summe erhält.

Aufgaben. (Schriftlich und theilweise auch mündlich zu lösen.)

1. Ein Gymnasium zählt in der I. Classe 50, in der II. 45, in der III. 43, in der IV. 37, in der V. 44, in der VI. 32, in der VII. 29, in der VIII. 30 Schüler; wie groß ist die ganze Schülerzahl dieses Gymnasiums?
2. Wie viele Tage verfließen in einem gemeinen Jahr vom 1. Jänner bis 15. Mai?
3. Wie viele Tage verfließen in einem Schaltjahr vom 1. Jänner bis zum letzten Tage eines jeden Monats?
4. Kaiser Augustus wurde im Jahre 63 vor Chr. geboren und starb im Jahre 14 nach Chr.; wie alt wurde er?
5. Jemand wurde im Jahre 1789 geboren und starb in einem Alter von 53 Jahren; in welchem Jahre ist er gestorben?
6. Die Kreuzzüge der Christen nach dem heiligen Lande begannen im Jahre 1096 und dauerten 195 Jahre; wann war ihr Ende?
7. Ein Hausherr bezieht an jährlichem Miethzins von fünf Parteien einzeln: 96 fl., 130 fl., 280 fl., 300 fl., 335 fl.; wie viel zusammen?
8. Wenn man annimmt, daß ein freifallender Körper in der ersten Secunde seines Falles $4 \cdot 904^m$, und in jeder folgenden Secunde immer $9 \cdot 808^m$ mehr als in der vorhergehenden zurücklegt; a) welches sind dann die Fallräume für die zweite, dritte und vierte Secunde? b) welches ist der Fallraum für alle vier Secunden?
9. Ein Kaufmann bekommt fünf Fässer Kaffee, welche einzeln 220, 224, 222, 227 und 231 Kilogramm wiegen; wie groß ist das ganze Gewicht?
10. Ein Fuhrmann hatte drei Kisten geladen; die erste wog 107, die zweite 148 Kilogr., die dritte war so schwer, als jene beiden zusammen; wie schwer war die ganze Ladung?
11. An einem Wochenmarkte wurden verkauft: 432 Hektoliter Weizen, 305 Hektoliter Roggen, 287 Hektoliter Gerste und 613 Hektoliter Hafer; wie viel Hektoliter Getreide sind dies zusammen?
12. Zu einem Geschäfte gab A 2560 fl., B 3050 fl., C 1880 fl. und D 2400 fl. her; wie viel Geld hatten sie zusammen im Geschäft?
13. Die Grenzlinie Böhmens gegen Baiern beträgt 290·5, gegen Sachsen 424·8, gegen Preußen 294·3, gegen Mähren 375·5, gegen Niederösterreich 102·4 und gegen Oberösterreich 102·6 Kilometer; auf wie viel Kilometer beläuft sich der ganze Grenzzug von Böhmen?
14. Jemand hat drei Capitalien; das erste trägt jährlich 62·35 fl., das zweite 27·68 fl., das dritte 85·395 fl. Zins; wie viel jährlichen Zins geben alle drei Capitalien?
15. A liegt $7 \cdot 825^m$ höher als B, B $12 \cdot 15^m$ höher als C, C $9 \cdot 023^m$ höher als D; um wie viel liegt A höher als D?

16. Eine Linie hat vier Abschnitte, welche einzeln $41 \cdot 27^m$, $37 \cdot 62^m$, $30 \cdot 55^m$, und $26 \cdot 82^m$ lang sind; wie groß ist die ganze Länge dieser Linie?
17. Die Seiten eines Fünfecks sind $37 \cdot 28^m$, $35 \cdot 2^m$, $17 \cdot 35^m$, $24 \cdot 76^m$, $21 \cdot 59^m$; wie groß ist der Umfang?
18. Vier Goldstangen wiegen einzeln 1·375, 1·248, 0·9315, 0·85 Kilogr.; wie groß ist das ganze Gewicht?
19.

a) 392·56 Rubel	b) 159·37 Mark	c) 917·16 Francs
508·64 "	462·05 "	621·94 "
92·75 "	286·40 "	108·88 "
125·08 "	47·92 "	361·44 "
281·92 "	180·28 "	407·75 "

20. Jemand besitzt 31·284 Hektar Ackergrund, 0·95 Hektar Gartenland, 11·256 Hektar Wiesen und 38·5 Hektar Waldungen; wie viel Bodenfläche ist dies zusammen?
21. Jemand schuldet an A 2385 fl., an B 2230 fl., an C 3800 fl., an D 950 fl. und an E 4260 fl.; wie hoch beläuft sich seine Gesammtschuld?
22. Jemand hinterläßt 3568 fl. bares Geld, 8350 fl. in Staatsschuldverschreibungen, 7280 fl. in Schuldforderungen, und ein Haus im Werthe von 18500 fl.; wie viel beträgt sein ganzer Nachlaß?
23. In einem Lande wurden in vier aufeinander folgenden Jahren 83560, 69012, 64805, 60500 Hektoliter Wein erzeugt; wie viel in allen vier Jahren zusammen?
24. Zu einem gemeinschaftlichen Geschäfte gab A 2956·6 fl., B um 532·2 fl. mehr als A, und C um 464·2 mehr als B. Der Gewinn aus diesem Geschäfte wurde so vertheilt, daß A 739·15 fl., B um 133·05 fl. mehr als A, und C um 116·05 fl. mehr als B bekam. Wie viel haben alle zusammen eingelegt, und wie groß ist der ganze Gewinn gewesen?
25. Die Ausgaben einer Fabrik betragen:

im Jänner	12685 fl.,	im Juli	13704 fl.,
" Februar	11590 "	" August	12558 "
" März	12372 "	" September	10630 "
" April	10483 "	" October	12917 "
" Mai	13066 "	" November	11828 "
" Juni	12139 "	" December	13076 "

Wie groß sind die Ausgaben im ganzen Jahre?
26. Die Einnahmen einer Eisenbahn betrugen: im Jänner 755952 fl., im Februar 678879 fl., im März 891363 fl., im April 840504 fl., im Mai 914154 fl., im Juni 976083 fl.; wie viel in allen sechs Monaten zusammen?
27. Nach der letzten Volkszählung hat Böhmen 5140156, Mähren 2030783, Schlesien 513362 Einwohner; wie groß ist die Gesammtbevölkerung dieser drei Länder?

III. Das Subtrahiren mit unbenannten und einnamigen ganzen und Decimalzahlen.

§. 15.

Aus der Umkehrung der Addition ergibt sich eine zweite Rechnungsart, welche man die **Subtraction** nennt. **Subtrahiren** heißt, aus der Summe zweier Zahlen und einem der beiden Summanden den anderen suchen. Die gegebene Summe heißt **Minuend**, der gegebene Summand **Subtrahend**, der gesuchte Summand **Differenz**, **Unterschied** oder **Rest**. Wenn man die Differenz und den Subtrahend addirt, so erhält man den Minuend.

Da die Summe zweier Zahlen größer ist als einer der Summanden, so wird auch hier vorausgesetzt, daß der Minuend größer ist, als der Subtrahend.

Das Zeichen der Subtraction ist ein wagrechter Strich — und heißt **weniger** (minus); der Minuend wird vor, der Subtrahend nach dem Striche gesetzt. Z. B. $8 - 3 = 5$ wird gelesen: 8 **weniger** 3 ist gleich 5.

Aus jeder Addition zweier Zahlen, z. B.: $8 + 5 = 13$, ergeben sich durch Umkehrung zwei Aufgaben der Subtraction, je nachdem außer der jedesmal gegebenen Summe 13, dem Minuend, entweder der erste Summand 8 oder der zweite Summand 5 als Subtrahend gegeben ist. Ist als Subtrahend der erste Summand 8 gegeben, so ist zu untersuchen, wie viel man zu 8 noch addiren müsse, um 13 zu erhalten; man muß von 8 in der Zahlenreihe vorwärts zählen, bis man auf 13 kommt; die so durch Addition gefundene Zahl 5 ist der gesuchte zweite Summand, die Differenz. Ist dagegen der zweite Summand 5 als Subtrahend gegeben, so ist zu untersuchen, zu welcher Zahl man 5 addiren müsse, um 13 zu erhalten; d. i. wie viel von 13 noch übrig bleibt, wenn die hinzugezählten 5 wieder weggezählt werden; die so übrig bleibende Zahl 8 ist der gesuchte erste Summand, der Rest.

Da es aber für die Summe einerlei ist, welcher von zwei Summanden der erste oder zweite ist, so ist es auch für die Differenz gleichgiltig, ob man beim Subtrahiren die erste oder die zweite der oben angegebenen Auflösungen anwendet. Man erhält bei der ersten Aufgabe die Differenz 5 auch dadurch, daß man von 13 8 wegzählt, und bei der zweiten Aufgabe die Differenz 8 auch dadurch, daß man zu 5 so viel dazu zählt, bis man auf 13 kommt.

Hiernach kann die Subtraction zweier Zahlen auf eine zweifache Art ausgeführt werden: entweder dadurch, daß man zu dem Subtrahend so viele Einheiten dazu addirt, bis man den Minuend erhält; oder dadurch, daß man von dem Minuend so viele Einheiten wegzählt, wie der Subtrahend anzeigt. Z. B. in der Aufgabe $12 - 5$ sagt man entweder: 5 und 7 ist 12, oder: 5 von 12 bleibt 7.

Vorübungen. (Kopfrechnen.)

§. 16.

1. Zähle von 100 rückwärts, indem du wiederholt 1 wegnimmst; nämlich 100, 99, 98, ...
2. Welche Zahlen erhält man, wenn man in der natürlichen Zahlenreihe a) von 100, b) von 99 immer um 2 Einheiten zurückschreitet?
3. Vermindere a) 100 um 3, und jeden neuen Rest wieder um 3; dann eben so b) 99, c) 98.
4. Zähle von 100 angefangen mit 4 abwärts; ferner ebenso von 99, 98, 97 angefangen.
5. Zähle rückwärts
   a) mit 5 von 100, 99, 98, 97, 96 angefangen;
   b) „ 6 „ 100, 99, ... 96, 95 „
   c) „ 7 „ 100, 99, ... 95, 94 „
   d) „ 8 „ 100, 99, ... 94, 93 „
   e) „ 9 „ 100, 99, ... 93, 92 „
6. Zähle von 13 ab 4, 5, 6, 7, 8, 9.
7. Um wie viel Einheiten muß man in der natürlichen Zahlenreihe, von 8 ausgehend, fortschreiten, um zur Zahl 15 zu gelangen?
8. Wie viel muß man zu 6, 7, 8, 9 zuzählen, um 14 zu erhalten?
9. Bestimme folgende Differenzen:
   a) $11 - 3$, $25 - 8$, $37 - 4$, $43 - 7$, $54 - 6$, $60 - 5$.
   b) $52 - 9$, $93 - 4$, $17 - 6$, $65 - 8$, $82 - 5$, $29 - 7$.
   c) $44 - 6$, $73 - 7$, $34 - 5$, $52 - 4$, $39 - 1$, $47 - 8$.
10. Zähle in der Zahlenreihe von 15 aus einmal zuerst um 4 und dann um 5 rückwärts, das andere Mal zuerst um 5 und dann um 4 rückwärts. Welche Zahl erhältst du in jedem Falle?

$$(15 - 4) - 5 = (15 - 5) - 4 = 6.$$

Sollen von einer Zahl zwei Zahlen subtrahirt werden, so ist es für das Resultat gleichgiltig, in welcher Ordnung man sie subtrahirt.

11. Zähle in der natürlichen Zahlenreihe von 8 zuerst um 7 vorwärts und dann um 5 rückwärts; zähle ferner von 8 zuerst um 5 rückwärts und dann um 7 vorwärts. Zu welcher Zahl gelangst du in jedem Falle?

$$(8 + 7) - 5 = (8 - 5) + 7 = 10.$$

Soll zu einer Zahl eine zweite addirt und eine dritte von ihr subtrahirt werden, so ist es für das Resultat gleichgiltig, in welcher Ordnung man addirt oder subtrahirt.

12. a) $26 - 5 - 6 = ?$ b) $35 - 8 - 3 - 5 = ?$
    $31 - 8 - 1 = ?$ $59 - 2 - 9 - 7 = ?$
    $47 - 2 - 7 = ?$ $60 - 4 - 3 - 6 = ?$
13. a) $4 + 9 - 5 = ?$ b) $78 + 6 - 5 - 4 = ?$
    $35 - 7 + 5 = ?$ $46 - 8 + 4 - 6 = ?$
    $28 + 4 - 8 = ?$ $52 + 6 + 7 - 8 = ?$
14. Wie viel bleibt, wenn man 3 Zehner von 8 Zehnern wegnimmt? Wie viel ist $70 - 20$, $90 - 50$, $70 - 50$, $80 - 20$, $120 - 40$, $140 - 50$, $160 - 80$?

15. Wie viel bleibt, wenn man 5 Hunderte von 12 Hunderten wegnimmt? Wie viel ist 800 — 300, 900 — 200, 1500 — 700?
16. Zähle weg 10 von 200, 60 von 300, 70 von 420.
17. a) Wie viel ist 68 — 5?

$(60 + 8) - 5 = 60 + (8 - 5) = 60 + 3 = 63.$

Die Einer werden von den Einern subtrahirt, die Zehner bleiben ungeändert.

b) Wie viel ist 68 — 50?

$(60 + 8) - 50 = (60 - 50) + 8 = 10 + 8 = 18.$

Die Zehner werden von den Zehnern subtrahirt, die Einer bleiben ungeändert.

Von einer Summe wird eine Zahl subtrahirt indem man diese nur von einem Summanden subtrahirt.

18. Wie viel bleibt übrig, wenn man 10 von 25, 20 von 35, 40 von 78, 60 von 96 wegzählt?
19. Wie viel ist 126 — 50, 153 — 80, 149 — 90, 118 — 30?
20. $29 + 20 - 30 + 70 - 10 =$?
21. $98 - 40 + 80 - 50 + 20 - 60 =$?
22. a) Wie viel ist 63 — 8? Anstatt in der Zahlenreihe von 63 um $8 = 3 + 5$ zurückzuschreiten, kann man zuerst um 3 und dann noch um 5 zurückschreiten; es ist also:

$63 - (3 + 5) = (63 - 3) - 5 = 60 - 5 = 55.$

b) Von 67 nimm 24 weg. Von 67 zuerst 20 weg, bleibt 47, davon noch 4 weg, bleibt 43.

$67 - (20 + 4) = (67 - 20) - 4 = 47 - 4 = 43.$

Anstatt von einer Zahl eine Summe zu subtrahiren, kann man von ihr nach und nach die einzelnen Summanden subtrahiren.

Manchmal macht man auch von dem umgekehrten Satze vortheilhafte Anwendung:

Anstatt von einer Zahl nach und nach mehrere Zahlen zu subtrahiren, subtrahirt man auf einmal ihre Summe.

Z. B. $397 - 38 - 62 = 397 - 100 = 297.$

23. Wie viel bleibt, wenn man 16 von 78, 23 von 65, 38 von 80, 18 von 45, 36 von 71, 88 von 124 wegnimmt?
24. Der Unterschied zweier Zahlen ist 27, die größere Zahl 56; welches ist die kleinere?
25. Wie viel muß man zu 32, 45, 67 zuzählen, um 100 zu erhalten?

Bestimme

26. 85 — 24, 67 — 26, 94 — 34, 74 — 53, 83 — 51.
27. 62 — 34, 54 — 27, 86 — 18, 36 — 29, 64 — 37.
28. 73 — 47, 90 — 55, 41 — 23, 52 — 17, 74 — 28.
29. a) $34 + 56 - 42 =$? b) $100 - 28 - 42 =$?

$81 - 45 + 10 =$? $87 - 19 - 41 =$?

30. Gib die Bedeutung folgender Ausdrücke an und berechne dieselben:

$73 + (48 - 25,$ $73 - (48 - 25),$

$(73 + 48) - 25,$ $(73 - 48) - 25.$

31. Von 749 nehme man 185 weg. Von 749 zuerst 100 weg, bleibt...; davon 80 weg, bleibt...; davon noch 5 weg, bleibt...

32. Wie viel ist 466 — 149, 393 — 208, 586 — 250, 423 — 173, 832 — 565, 706 — 658?

33. a) Ein Vater ist 41, sein Sohn 12 Jahre alt; 1) um wie viel Jahre ist der Vater älter als der Sohn; 2) wie groß war der Altersunterschied beider vor 10 Jahren; 3) wie groß wird ihr Altersunterschied nach 10 Jahren sein?

b) Wie viel ist 54 — 6, 64 — 16, 74 — 26?

Die Differenz ändert sich nicht, wenn man zu dem Minuend und dem Subtrahend dieselbe Zahl addirt, oder von beiden dieselbe Zahl subtrahirt.

Von diesem Satze kann manchmal mit Vortheil Gebrauch gemacht werden; z. B.

$$853 - 298 = 855 - 300 = 555,$$
$$648 - 303 = 645 - 300 - 345.$$

Schriftliches Subtrahiren.

§. 17.

Subtraction ganzer Zahlen.

Da nur gleichartige Einheiten subtrahirt werden können, so setzt man gleich beim Aufschreiben den Subtrahend so unter den Minuend, daß die gleichartigen Stellen unter einander zu stehen kommen, nämlich Einer unter Einer, Zehner unter Zehner u. s. w. Sodann handelt es sich nur darum, zu bestimmen, wie viel zu den Einheiten einer jeden Ordnung im Subtrahend dazu gezählt werden müsse, um die Einheiten derselben Ordnung im Minuend zu erhalten.

Es sei z. B. 324 von 597 zu subtrahiren.

Minuend	597	4 E. und 3 E. sind 7 E.
Subtrahend	324	2 Z. und 7 Z. sind 9 Z.
		3 H. und 2 H. sind 5 H.
Differenz	273	

Bestimme ferner die Differenz 845—216.

845	Um die Subtraction bei den Einern verrichten zu können, vermehrt man
216	die Einer des Minuends um 10 Einer, wobei dann auch der Subtrahend,
	damit die Differenz ungeändert bleibe, um 1 Zehner vermehrt werden
629	muß.

Man hat: 6 E. und 9 E. sind 15 E.; bei den Zehnern sind dann 2 Z. von 4 Z. zu subtrahiren, wodurch man 2 Z. als Differenz erhält; endlich hat man: 2 H. und 6 H. sind 8 H.

Beim Subtrahiren der Zahlen zählt man daher, bei den Einern anfangend, nach der Reihe zu jeder Ziffer des Subtrahends so viel dazu, daß man die darüber stehende Ziffer des Minuends erhält, und setzt die jedesmal dazu gezählte Zahl in den Rest. Ist eine Ziffer des Subtrahends größer als die darüber stehende des Minuends, so vermehre man diese letztere um 10 und subtrahire; dagegen muß dann zugleich die Ziffer in der nächst höheren Stelle des Subtrahends um 1 vermehrt werden.

Um sich von der Richtigkeit der Subtraction zu überzeugen, darf man nur den Rest zu dem Subtrahend addiren, wodurch, wenn die Rechnung richtig ist, der Minuend herauskommen muß. Eine zweite Probe für die Richtigkeit des Restes besteht darin, daß man denselben vom Minuend subtrahirt, wodurch der Subtrahend zum Vorschein kommen muß.

Das Subtrahiren kann auch als Probe für die Richtigkeit der Addition angewendet werden. Addirt man nämlich alle Summanden bis auf einen, und subtrahirt die dadurch erhaltene Summe von der Summe aller Summanden, so muß, wenn die Addition richtig ist, der weggelassene Summand herauskommen. Z. B.:

$$\begin{array}{r} 974 \\ \left.\begin{array}{r} 305 \\ 984 \\ 247 \end{array}\right\} \\ \hline 2510 \\ 1536 \\ \hline 974 \end{array}$$

Als die Summe aller vier Summanden hat man 2510 erhalten, die Summe der drei letzten Summanden mit Weglassung des ersten ist 1536; subtrahirt man diese Summe von der früheren, so bleibt der erste weggelassene Summand 974 als Rest übrig; also ist richtig addirt worden.

§. 18.

Subtraction der Decimalbrüche.

Man schreibt den Subtrahend so unter den Minuend, daß Ganze unter Ganze, Zehntel unter Zehntel, Hundertel unter Hundertel u. s. w. zu stehen kommen, verrichtet dann die Subtraction wie bei ganzen Zahlen und setzt im Reste den Decimalpunkt genau unter die übrigen Decimalpunkte.

Um abgekürzte Decimalbrüche zu subtrahiren, kürzt man sie auf gleich viele Stellen ab und subtrahirt sie. In der Differenz ist die niedrigste Decimalziffer nicht zuverlässig. Z. B.:

$$1)\ \begin{array}{r} 69{\cdot}287 \\ 41{\cdot}195 \\ \hline 28{\cdot}092 \end{array} \qquad 2)\ \begin{array}{r} 12{\cdot}74 \\ 11{\cdot}814 \\ \hline 0{\cdot}926 \end{array} \qquad 3)\ \begin{array}{r} 28{\cdot}314.. \\ 4{\cdot}625.. \\ \hline 23{\cdot}689 \end{array}$$

Im dritten Beispiele ist die letzte Decimale in der Differenz unsicher.

§. 19.

Aufgaben.

1. $\begin{array}{r} 76 \\ 25 \\ \hline 51 \end{array}$ Man spricht: 5 und 1 ist 6, 2 und 5 ist 7, und schreibt die jedesmal dazu gezählte Ziffer sogleich während des Aussprechens unter die subtrahirten Ziffern.

2. $\begin{array}{r} 96 \\ 79 \\ \hline 17 \end{array}$ Hier sagt man: 9 und 7 ist 16, bleibt 1; 1 und 7 ist 8, und 1 ist 9.

3. a) $\begin{array}{r} 86 \\ 34 \\ \hline \end{array}$ b) $\begin{array}{r} 69 \\ 17 \\ \hline \end{array}$ c) $\begin{array}{r} 73 \\ 48 \\ \hline \end{array}$ d) $\begin{array}{r} 90 \\ 63 \\ \hline \end{array}$ e) $\begin{array}{r} 72 \\ 29 \\ \hline \end{array}$ f) $\begin{array}{r} 72 \\ 29 \\ \hline \end{array}$

4. Welche Zahl muß zu 208 addirt werden, um 419 zu erhalten?

5.

a)	b)	c)	d)	e)
677	694	300	834	543
316	452	85	508	268

6. a) 347 + 906 — 468 =? b) 981 — 483 + 297 =?

7. Von 1000 sollen die Zahlen 234, 423 und 342 subtrahirt werden; oder 1000 — (234 + 423 + 342) =?

8. Welche Zahl gibt zu 2109 addirt die Summe 8056?

9.

a)	b)	c)	d)
4066	9521	5187	3854
2135	670	2468	1577

10. a) 25368 — 14843 =? b) 84691 — 80079 =?

11. 37942 + 51092 — 60857 =?

12. 24680 — 18772 + 97531 — 68024 =?

13. Um wie viel ist die Summe 25936 + 57108 größer als die Summe 31527 + 40874?

14. Um wie viel ist die Differenz 81352 — 62586 kleiner als die Differenz 72542 — 53079?

15. Welche Zahl ist um eben so viel kleiner als 19432, als 25097 größer als die letztere Zahl?

16. Addire die Zahlen 325467, 527496, 907245, 48394, und subtrahire von der Summe nach und nach die ersten drei Summanden; wie groß ist der Rest?

17. Von 401894 sollen die Zahlen 139214, 91078, 35709, 102775 subtrahirt werden.

401894
139214
91078
35709
102775
33118

Anstatt hier zuerst die zu subtrahirenden Zahlen zu addiren und sodann ihre Summe von dem gegebenen Minuend zu subtrahiren, kann man mit der Addition der zu subtrahirenden Zahlen unmittelbar auch die Subtraction von dem Minuend verbinden. Nachdem man nämlich die Einer aller Subtrahenden addirt hat, sucht man sogleich, wie viel man zu ihrer Summe 26 noch dazu zählen müsse, um die nächste höhere Zahl, welche an der Einerstelle die entsprechende Ziffer 4 des Minuends hat, d. i. 34, zu erhalten: 26 und 8 ist 34; die dazu gezählten 8 Einer schreibt man sogleich während des Aussprechens in den Rest. Die 3 Zehner aus der erhaltenen Summe 34 addirt man zu den Zehnern des Subtrahendes und verfährt dann wie bei den Einern. Man spricht dabei: 5, 14, 22, 26, und 8 ist 34, bleibt 3; 3, 10, 17, 18, und 1 ist 19, bleibt 1; u. s. w.

18. 5248901 — (863147 + 168854 + 279039 + 996489 + 638505) =?

---

19. a) 80·7 — 65·3 =? b) 71·19 — 36·4 =?
14·56 — 3·89 =? 62·8 — 47·75 =?
9·397 — 0·273 =? 7·92 — 3·454 =?

20. Welche Zahl ist um 2·678 kleiner als 8·765?

21. Um wie viel ist 61·43 a) größer als 23·958, b) kleiner als 70?

22. Der Unterschied zweier Zahlen ist 5·593, die größere ist 12·75; welches ist die kleinere?

23. Subtrahire:

a)	b)	c)	d)
28·355	85·7	9·04	100
16·79	9·416	0·2607	16·667

24. Kürze 3·14159 auf 2 Decimalstellen ab, d. i. setze statt 3·14159 die Decimalzahl 3·14; wie groß ist der Fehler?
25. Wie groß ist der Fehler, wenn man statt 7·23689 a) 7·236, b) 7.237 setzt? Welcher Fehler ist kleiner? Was muß daher geschehen, wenn beim Abkürzen eines Decimalbruches die erste wegzulassende Decimale 5 oder größer als 5 ist?
26. Kürze folgende Decimalbrüche auf 3 Stellen ab:
a) 26·3854, b) 39·7378, c) 72·3406,
17·19717, 5·08276, 0.999995.
27. a) 13·4262.. — 8·9745.. =? b) 1 — 0·72845.. =?
28. 35·1097 + 27·4006 — 41·0365 — 10·3721 =?
29. 263·544 — 190·468 + 40·7155 — 38·9771 =?
30. Wie groß ist die Summe dreier Zahlen, von denen die erste 128·794, die zweite um 53·165 kleiner als die erste, und die dritte um 9·98 kleiner als die zweite ist?
31. Subtrahire von 152·4405 die Zahlen 9·1085, 20·3668, 17·4519.
32. 7901·305 — (206·0408 + 123·456 + 789·012 + 135·79 + 802·406 + 918·273) =?

Subtraction einnamiger Zahlen.

§. 20.

Bei der Subtraction benannter Zahlen müssen Minuend und Subtrahend gleichen Namen haben; diesen erhält dann auch der Rest.

Aufgaben. (Schriftlich und theilweise auch mündlich zu lösen.)

1. Von einem Stück Leinwand, das 52 Meter enthält, werden 35 Meter abgeschnitten; wie viel Meter bleiben noch übrig?
2. Ein Sohn verlor seinen 75jährigen Vater, als er selbst 47 Jahre alt war; um wie viel war der Vater älter als der Sohn?
3. Eine Waare wurde um 350 fl. gekauft und um 408 fl. verkauft; wie viel ist dabei gewonnen worden?
4. Ein Kaufmann verkauft eine Waare für 824·64 fl. und gewinnt dabei 76·08 fl.; wie theuer hat er die Waare eingekauft?
5. Jemand nimmt in einem Vierteljahr 900 fl. ein und gibt 813 fl. aus; wie viel erspart er?
6. Von 750 Kilogramm Kaffee werden nach und nach verkauft: 128, 57, 105 Kilogramm; wie viel Kaffee bleibt noch vorräthig?
7. Ein Gartenbeet hat 89·74 □Meter Flächeninhalt; wie viel fehlt noch zu einem Ar?
8. Das Meer bedeckt 0·734 der Oberfläche der Erde; welchen Theil dieser Oberfläche bedeckt das feste Land?
9. Von einem Acker, welcher 4·42 Hektar mißt, werden 2·0825 Hektar verkauft; wie viel bleibt noch übrig?
10. Jemand kauft eine Waare um 569·75 fl. nach 4 Monaten zahlbar; wie viel hat er dafür contant zu bezahlen, wenn ihm wegen der früheren Zahlung ein Nachlaß von 18·28 fl. bewilligt wird?
11. Jemand kauft für einen Kaufmann eine Partie Baumwolle und übersendet ihm darüber eine Rechnung von 1887·92 fl.; wie viel

kostet die Waare, wenn in jenen Betrag auch die Belohnung für die Mühe des Käufers mit 37·02 fl. eingerechnet wurde?

12. Rom hatte 7 Könige, welche nacheinander vom Jahre 754 bis 509 v. Chr. regiert haben; wie lange bestand das Königthum in Rom?

13. Amerika wurde im Jahre 1493 von Columbus entdeckt; wie lange ist es jetzt bekannt?

14. Jemand wurde im Jahre 1793 geboren und starb 1871; wie lange lebte er?

15. Der dreißigjährige Krieg wurde im Jahre 1648 beendigt; wann begann derselbe?

16. Im Jahre 1870 zählte man seit der Erfindung der Dampfmaschinen 171 Jahre, seit der Erfindung der Buchdruckerkunst 430 Jahre und seit der Erfindung unseres Papieres 619 Jahre; in welchem Jahre geschah jede dieser Erfindungen?

17. Wie viel Tage haben die ersten sechs Monate eines gemeinen Jahres weniger als die letzten sechs?

18. Von einer Schuld, welche 5356 fl. beträgt, werden einmal 1028 fl., ein anderes Mal 2175 fl. getilgt; wie groß ist noch der Schuldrest?

19. Jemand schuldete 742·5 fl. und hat davon noch 318·75 fl. zu zahlen; wie viel hat er schon gezahlt?

20. Subtrahire:

a) 54·39 Kilogr.	b) 37·09 Pud	c) 12·48 Ctr.
15·89 „	30·88 „	9·39 „

21. Ein Vater hinterläßt dem älteren seiner beiden Söhne 6840 fl., dem jüngeren um 1580 fl. weniger; wie viel bekommen beide Söhne zusammen?

22. Ein Kaufmann erhält aus Hamburg vier Kisten mit Kaffee, welche 521 Pfd., 518 Pfd., 509 Pfd., 408 Pfd. wiegen; die Kisten allein wiegen 42 Pfd., 42 Pfd., 41 Pfd., 40 Pfd.; wie viel Kaffee befindet sich a) in jeder einzelnen Kiste, b) wie viel in allen zusammen?

23. Der Ort A liegt 128^{m} höher als B, B 87^{m} höher als C und C 68^{m} tiefer als D; um wie viel liegt A höher als D?

24. Der Wasserspiegel eines Flusses liegt bei A 2478^{m}, bei B 1938^{m} über der Meeresfläche; wie groß ist sein Gefälle von A bis B?

25. Die Länge eines Pendels, das in jeder Secunde eine Schwingung macht, beträgt am Pole $996·088^{mm}$, am Aequator $990·891^{mm}$; wie groß ist der Unterschied beider Längen?

26. Böhmen hatte im Jahre 1780 2561749 Einwohner und im J. 1870 5140156; um wie viel ist die Bevölkerung in dieser Zeit gestiegen?

27. In einem Lande wurden in fünf auf einander folgenden Jahren geboren 58725, 58857, 56840, 60838, 62552; dagegen starben 50459, 57558, 52030, 60235, 54976. Um wie viel war die Zahl der Gebornen größer als die Zahl der Verstorbenen, und zwar a) in jedem einzelnen Jahre, b) in allen fünf Jahren zusammen?

IV. Das Multipliciren mit unbenannten und einnamigen ganzen und Decimalzahlen.

§. 21.

Die Wiederholung der Addition eines und desselben Summanden führt auf die Multiplication. Multipliciren heißt eine Zahl so oft als Summand setzen, als eine zweite Zahl anzeigt. Z. B. 5 mit 3 multipliciren heißt, 5 3mal als Summand setzen, wodurch man $5 + 5 + 5 = 15$ erhält. Die Zahl, welche mehrmal als Summand genommen wird, heißt der Multiplicand, diejenige aber, welche angibt, wie oft der Multiplicand als Summand gesetzt werden soll, der Multiplicator. Die Zahl, welche man durch das Multipliciren erhält, wird das Product genannt. Den Multiplicand und den Multiplicator nennt man auch die Factoren des Productes.

Der Multiplicator ist immer unbenannt; der Multiplicand kann auch benannt sein, dann ist auch das Product benannt und zwar mit dem Multiplicand gleichnamig. Z. B. Kostet 1 Meter 5 fl., so kosten 4 Meter 4mal 5 fl. (nicht 4 Meter-mal 5 fl.); man muß also 5 fl. mit 4 (nicht mit 4 Meter) multipliciren, wodurch man 20 fl. erhält.

Das Zeichen der Multiplication ist ein schiefes Kreuz $\times$ oder auch ein Punkt. Z. B. $5 \times 3 = 15$ oder $5.3 = 15$ wird gelesen: 5 multiplicirt mit 3 ist gleich 15, oder auch: 3mal 5 ist 15; 5 ist hier der Multiplicand und 3 der Multiplicator.

Unter dem Producte von mehr als zwei Zahlen versteht man das Endproduct, welches erhalten wird, wenn man das Product der ersten zwei Zahlen mit der dritten, das neue Product mit der vierten Zahl u. s. w. multiplicirt.

Vorübungen. (Kopfrechnen.)

§. 22.

1. Wie viel ist 1mal 1, 1mal 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
2. Wie viel ist 2mal 1, 2mal 2, 3, ... 8, 9?
3. Wie viel ist das 3fache von 1, von 2, 3,... 8, 9?
4. Wie viel ist 4mal 1, 4mal 2, 3, ... 8, 9?
5. Wie viel ist 5mal 1, 5mal 2, 3, ... 8, 9?
6. Welche Zahlenreihe erhält man, wenn man die Zahlen 1, 2, 3,... 8, 9 folgeweise 5mal als Summand setzt?
7. Wie viel ist 7mal 1, 7mal 2, 3, ... 8, 9?
8. Wie viel ist 8mal 1, 8mal 2, 3, ... 8, 9?
9. Welche Zahl ist 9mal so groß als 1, 2, 3, ... 8, 9?
10. Wie viel ist 2×3? Multiplicire 6 noch mit 7. Wie viel ist also $2 \times 3 \times 7$?
11. a) $7 \times 8 + 3 \times 4 = ?$ b) $5 \times 9 + 6 \times 3 = ?$
    $9 \times 6 + 7 \times 5 = ?$ $8 \times 8 - 4 \times 4 = ?$
12. $3 \times 3 \times 7 + 4 \times 2 \times 5 - 3 \times 2 \times 9 = ?$

13. a) Wie viel ist 5×3? Wie viel 3×5?

Zerlegt man 5 in fünf Einheiten, macht diese in einer wagrechten Reihe anschaulich und bringt 3 solche Reihen untereinander an,

$$\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{matrix}$$

so erhält man offenbar gleichviel, ob man die Einheiten aller wagrechten oder jene aller lothrechten Reihen zusammenzählt. Zählt man die Einheiten der wagrechten Reihen, so erhält man 5 Einheiten 3mal, oder 5×3; zählt man die Reihen der lothrechten Reihen, so bekommt man 3 Einheiten 5mal, oder 3×5. Es ist daher $5 \times 3 = 3 \times 5 = 15$.

Das Product ändert sich nicht, wenn man die Factoren unter einander vertauscht.

b) Sind mehr als zwei Zahlen zu multipliciren, z. B. 3, 4 und 5, so kann man, ohne das Product zu ändern, je zwei auf einander folgende Factoren vertauschen und durch wiederholtes Vertauschen jeden Factor an jede beliebige Stelle bringen.

$$3.\underbrace{4.5}_{} = \underbrace{3.5}_{}.4 = 5.\underbrace{3.4}_{} = \underbrace{5.4}_{}.3 = 4.\underbrace{5.3}_{} = 4.3.5 = 60.$$

Auch bei mehr als zwei Factoren ist es für das Product gleichgiltig, in welcher Ordnung dieselben multiplicirt werden.

14. Wie viel ist 1mal 10. 2 mal 10, 3mal 10, ... 9mal 10?

15. Wie viel ist 1mal 100, 2mal 100, ... 9mal 100?

16. Wie viel sind 2mal 4 Zehner? Wie viel ist 2mal 50, 3mal 40, 5mal 60, 7mal 30, 9mal 80?

17. Wie viel sind 3mal 2 Hunderte? Wie viel ist 2mal 400, 5mal 700, 4mal 500, 7mal 600, 8mal 900?

18. Wie viel ist 10mal 1, 10mal 2, 10mal 3, 4, ... 9? Was wird also aus den Einern, wenn man sie 10mal nimmt?

19. Wie viel ist 10mal 10, 10mal 20, 10mal 50, 10mal 80? Was wird also aus den Zehnern, wenn man sie 10mal nimmt?

20. Wie viel ist 100mal 1, 100mal 2, 100mal 3, 4, ... 9? Was wird aus den Einern, wenn man sie 100mal nimmt?

21. Wie viel ist 100mal 10, 20, 50, 90? Was wird aus den Zehnern, wenn man sie 100mal nimmt?

22. Wie viel ist 4mal 20? Wie viel ist 4mal 6? Wie viel ist also 4mal 26?

$$(20 + 6) \times 4 = 20 \times 4 + 6 \times 4 = 80 + 24 = 104.$$

Eine Summe wird mit einer Zahl multiplicirt, indem man jeden Summanden mit derselben multiplicirt und die erhaltenen Theilproducte addirt.

23. Wie viel ist 3mal 16, 4mal 21, 5mal 34, 6mal 53, 3mal 127?

24. a) $72 \times 5 + 145 \times 2 = ?$ b) $133 \times 4 - 28 \times 29 = ?$

25. Nimm jede der Zahlen:

a) 25, b) 84, c) 45, d) 78, e) 51, f) 94,
m) 2mal, n) 3mal, o) 7mal, p) 8mal, q) 9mal.

26. Multiplicire jede der Zahlen:
a) 19, b) 48, c) 71, d) 59, e) 37, f) 66,
m) mit 3, n) mit 4, o) mit 5, p) mit 6, q) mit 8.

27. Wie viel ist 15mal 30?
Statt 30 15mal als Summand zu setzen, kann man, da $15 = 3 \times 5$ ist, zunächst je 3 von den gleichen Summanden in eine Summe zusammenfassen; man erhält dadurch 5 gleiche Summen, welche noch zu addiren sind, was geschieht, wenn man eine dieser Summen mit 5 multiplicirt.

$$\begin{array}{rrrrrrr}
 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 90 \\
 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 90 \\
 & 30 & 30 & 30 & 30 & 30 & 90 \\
 \cline{2-6}
30 \times 3 = & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 & 90 \\
 & & & & & & 90 \\
 \cline{7-7}
 & & & & & 90 \times 5 = & 450
\end{array}$$

also $30 \times 15 = (30 \times 3) \times 5 = 90 \times 5 = 450$.

Um eine Zahl mit einem Producte aus zwei Factoren zu multipliciren, kann man sie mit dem einen Factor, und das Ergebniß mit dem andern Factor multipliciren.

28. Wie viel ist 20mal 8? 20 ist 2×10; anstatt daher mit 20 zu multipliciren, multiplicirt man zuerst mit 2 und das Ergebniß noch mit 10; 2mal 8 ist 16, 10mal 16 ist 160.

29. Wie viel ist 20mal 10, 30mal 30, 50mal 40?

30. Wie viel ist 20mal 12, 30mal 15, 60mal 13?

31. Wie viel ist 200mal 7, 300mal 20, 400mal 14?

32. Wie viel ist 12mal 35?
Es beträgt gleichviel, ob man 12 Stücke einer Waare auf einmal, oder zuerst 10 Stücke und dann noch 2 Stücke à 35 kr. bezahlt.
$35 \times (10 + 2) = 35 \times 10 + 35 \times 2 = 350 + 70 = 420$.

Eine Zahl wird mit einer Summe multiplicirt, indem man sie mit jedem Summanden multiplicirt und die erhaltenen Theilproducte addirt.

33. Wie viel ist 13mal 20, 17mal 51, 24mal 33, 22mal 350?

34. Vergleiche folgende Ausdrücke in Bezug auf ihre Bedeutung und berechne sie:

$$(50 + 4) \times (20 + 1), \qquad 50 + 4 \times (20 + 1),$$
$$(50 + 4) \times 20 + 1, \qquad 50 + 4 \times 20 + 1.$$

Schriftliches Multipliciren.

§. 23.

Multiplication ganzer Zahlen.

a) Wenn der Multiplicator einziffrig ist.

Es sei z. B. die Zahl 132 mit 3 zu multipliciren.

$$\begin{array}{r}
132 \\
132 \\
132 \\
\hline
396
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcl}
\text{Multiplicand} & 132 \times 3 & \text{Multiplicator} \\
\cline{2-2}
 & 396 & \text{Product}
\end{array}$$

3mal 2 Einer sind 6 Einer,
3mal 3 Zehner sind 9 Zehner,
3mal 1 Hundert sind 3 Hunderte.

Welche Ordnung von Einheiten bedeutet das Product, wenn man Einer, Zehner, Hunderte, ... mit Einern multiplicirt?

Es soll ferner 456 mit 8 multiplicirt werden.

456×8 — 8mal 6 E. sind 48 E. = 4 Z. + 8 E.
8mal 5 Z. sind 40 Z., und 4 Z. sind 44 Z. = 4 H. + 4 Z.
3648 — 8mal 4 H. sind 32 H., und 4 H. sind 36 H.

Man multiplicirt also mit dem einziffrigen Multiplicator der Reihe nach die Einer, Zehner, Hunderte, ... des Multiplicands, und schreibt die erhaltenen Producte als Einheiten derselben Ordnung an; ist aber ein Product zweiziffrig, so werden nur die Einer jener Ordnung an die betreffende Stelle gesetzt, die Zehner dagegen als Einheiten der nächst höheren Ordnung zu dem Producte bei der nächst höheren Ziffer dazu gezählt.

Im letzten Beispiele spricht man kürzer: 8mal 6 ist 48, bleibt 4; 8mal 5 ist 40, und 4 ist **44**, bleibt 4; 8mal 4 ist 32, und 4 ist **36**.

b) **Wenn der Multiplicator 10, 100, 1000 ... ist.**

Um eine Zahl mit 10, 100, 1000 zu multipliciren, muß man jeder Ziffer derselben einen 10mal, 100mal, 1000mal so hohen Werth ertheilen, d. i. jede Ziffer um 1, 2, 3 Stellen nach links rücken. Dieses geschieht, indem man der ganzen Zahl rechts 1, 2, 3 Nullen anhängt. Z. B.:

$$\begin{array}{r} 318 \times 10 \\ \hline 3180 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 709 \times 100 \\ \hline 70900 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 850 \times 1000 \\ \hline 850000 \end{array}$$

Ist nun der Multiplicator z. B. $400 = 4 \times 100$, so wird man den Multiplicand zuerst mit 4 und dann das Product noch mit 100 multipliciren, d. i. dem ersteren Producte noch 2 Nullen anhängen.

Welche Ordnung von Einheiten bedeutet das Product, wenn man Einer, Zehner, Hunderte, ... mit a) Zehnern, b) Hunderten, d) Tausenden, ... multiplicirt?

§. 24.

c) **Wenn der Multiplicator irgend eine mehrziffrige Zahl ist.**

Ist z. B. 649 mit 435 zu multipliciren, so muß man den Multiplicand 400mal, 30mal, und 5mal nehmen und die erhaltenen Theilproducte addiren.

Man erhält also

$$\begin{array}{lr} & 649 \times 435 \\ \hline \text{400mal } 649 \ldots & 259600 \\ \text{30mal } 649 \ldots & 19470 \\ \text{5mal } 649 \ldots & 3245 \\ \hline & 282315 \end{array}$$

Die Nullen rechts in den Theilproducten haben nur den Zweck, der ersten von 0 verschiedenen Ziffer, und daher dann auch den übrigen die rechte Stelle anzuweisen; sie können somit auch weggelassen werden, sobald über den Stellenwerth dieser Ziffern kein Zweifel obwalten kann, was hier der Fall ist, da die niedrigste von 0 verschiedene Ziffer eines jeden Theilproductes Einheiten derselben Ordnung bedeuten muß, wie die Ziffer des Multiplicators, mit welcher man multiplicirt hat. Die obige Rechnung kann daher kürzer so geschrieben werden:

```
 649 × 435
 ---------
 2596
  1947
   3245
 ---------
 282315
```

Es ist an sich gleichgiltig, in welcher Ordnung man mit den einzelnen Ziffern des Multiplicators multiplicirt, wenn nur die Theilproducte in der gehörigen Stellung unter einander geschrieben werden. Im Allgemeinen erscheint es am zweckmäßigsten, zuerst mit der höchsten Ziffer des Multiplicators, und dann nach der Reihe mit den niedrigern zu multipliciren, wobei man jedes folgende Theilproduct um eine Stelle rechts hinausrückt und dann die Theilproducte, wie sie stehen, addirt.

Kommt im Multiplicator in dessen inneren Stellen eine Null vor, so wird dieselbe beim Multipliciren übergangen, dafür aber das nächstfolgende Theilproduct um zwei Stellen weiter rechts gesetzt.

Kommen in einem oder in beiden Factoren rechts Nullen vor, so läßt man während der Multiplication jene Nullen weg und hängt dann dem Producte der übrigbleibenden Zahlen rechts so viele Nullen an, als ihrer in beiden Factoren weggelassen wurden. Z. B.:

```
a) 5700 × 26     b) 57 × 260     c) 570 × 2600
   ---------        --------        ----------
   114              114             114
    342              342             342
   ---------        --------        ----------
   148200           14820           1482000
```

Denn: a) 57 Hunderte × 26 Ein. = 1482 Hunderte,
b) 57 Einer × 26 Zehn. = 1482 Zehner,
c) 57 Zehner × 26 Hund. = 1482 Tausende;

man muß also dem Producte aus 57 und 26 rechts im ersten Falle noch 2, im zweiten 1, im dritten 3 Nullen anhängen.

Die beste Probe für die Richtigkeit der Multiplication besteht darin, daß man die Factoren verwechselt und dann die Multiplication noch einmal vornimmt; erhält man dabei wieder das nämliche Product, so darf dasselbe als richtig angesehen werden. Z. B.

```
 9038 × 624        624 × 9038
 ----------        ----------
 54228             5616
  18076              1872
   36152               4992
 ----------        ----------
 5639712           5639712
```

Zusatz. Wie bei der Addition und Subtraction, kann auch bei der Multiplication eine solche Anschreibeweise angewendet werden, daß sich die Bedeutung jeder einzelnen Ziffer sowohl in den Theilproducten als in dem Hauptproducte unmittelbar aus der Gruppirung der Zahlen ergibt. Wird nämlich der Multiplicator so unter den Multiplicand gesetzt, daß seine höchste Ziffer unter die Einerstelle des letztern kommt, und schreibt man die niedrigste Ziffer des Theilproductes mit der höchsten Ziffer des Multiplicators unter die niedrigste Ziffer des Multiplicands, dann die niedrigste Ziffer jedes folgenden Theilproductes um eine Stelle weiter rechts hinaus, so haben die einzelnen Ziffern sowohl der Theilproducte als des Hauptproductes gleichen Stellenwerth mit den gerade darüber stehenden Ziffern des Multiplicators.

Ist z. B. 5824 mit 7603 zu multipliciren, so hat man

```
 5824   Multiplicand
   7603 Multiplicator
-------
40768
 34944
   17472
-------
44279872 Product.
```

§. 25.

Multiplication der Decimalbrüche.

a) Wenn der Multiplicator eine ganze Zahl ist.

1. Es sei 0·736 mit 8 zu multipliciren.

$0·756 \times 8$ — 8mal 6 Tausendtel sind 48 Tausendtel = 4 Hundertel 8 Tausendtel; 8mal 5 Hundertel sind 40 Hundertel und 4 Hundertel sind 44 Hundertel = 4 Zehntel + 4 Hundertel; 8mal 7 Zehntel sind 56 Zehntel, und 4 Zehntel sind 60 Zehntel = 6 Einer + 0 Zehntel.

$6·048$

Welche Ordnung von Einheiten bedeutet das Product, wenn man Zehntel, Hundertel, Tausendtel, ... mit Einern multiplicirt?

2. Gib den Werth der einzelnen Ziffern in folgenden Zahlen an:

9·876, 98·76, 987·6, 9876, 98760.

Das Wievielfache von der ersten Zahl ist jede folgende?

Ein Decimalbruch wird daher mit 10, 100, 1000, ... multiplicirt, indem man darin den Decimalpunkt um 1, 2, 3, ... Stellen weiter gegen die Rechte rückt.

Wie wird ein Decimalbruch mit 70, 200, 6000 multiplicirt?

Welche Ordnung von Einheiten bedeutet das Product, wenn man Zehntel, Hundertel, Tausendtel, ... mit a) Zehnern, b) Hunderten, c) Tausenden, ... multiplicirt?

3. Es sei 5·903 mit 257 zu multipliciren.

```
                    5·903 × 257
                   ------------
200mal 5·903 ...  11 80·6
 50mal 5·903 ...   2 95·15
  7mal 5·903 ...     41·321
                   ---------
                   1517·071
```

§. 26.

b) Wenn der Multiplicator ein Decimalbruch ist.

1. Multiplicire 357·24 mit 0·1, d. i. bestimme von 357·24 den 10ten Theil.

Um den 10ten Theil von 357·24 zu erhalten, muß man jede Ziffer dieser Zahl um 1 Stelle weiter gegen die Rechte rücken; dieses wird bewirkt, wenn man den Decimalpunkt um 1 Stelle weiter nach links verschiebt; also

$$357·24 \times 0·1 = 35·724.$$

Ebenso erhält man

$$\begin{array}{l} 293·17 \times 0·01 \\ \hline 2·9317 \end{array} \qquad \begin{array}{l} 1386·4 \times 0·001 \\ \hline 1·3862 \end{array}$$

Bestimme 56·138 × 0·3, d. i. 3mal den 10ten Theil von 56·138.

$$\begin{array}{l} 56·138 \times 0·3 \\ \hline 16·8414 \end{array}$$

Wie viel ist 781·415 × 0·07; 631·09 × 0·005?

Welche Ordnung von Einheiten bedeutet das Product, wenn man ...Hunderte, Zehner, Einer, Zehntel, Hundertel... mit a) Zehnteln, b) Hunderteln, c) Tausendteln,... multiplicirt?

2. Es sei 23·56 mit 3·789 zu multipliciren.

$$\begin{array}{llr} & & 23·56 \times 3·789 \\ \hline 23·56 \times 3 & \ldots & 70·68 \\ 23·56 \times 0·7 & \ldots & 16·492 \\ 23·56 \times 0·08 & \ldots & 1·8848 \\ 23·56 \times 0·009 & \ldots & 0·21204 \\ \hline & & 89·26884 \end{array}$$

Ebenso erhält man

$$\begin{array}{r} 15·3 \times 3·14 \\ \hline 45·9 \\ 1·53 \\ 612 \\ \hline 48·042 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4·23 \times 0·01307 \\ \hline 0·0423 \\ 1269 \\ 2961 \\ \hline 0·0552861 \end{array}$$

Da die niedrigste Ziffer im Producte erhalten wird, indem man die niedrigste Ziffer des Multiplicands mit der niedrigsten Ziffer des Multiplicators multiplicirt, so ist leicht einzusehen, daß das Product eben so viele Decimalstellen haben müsse, als beide Factoren zusammengenommen.

Die Multiplication zweier Decimalbrüche kann daher auch ausgeführt werden, indem man dieselben ohne Rücksicht auf die Decimalpunkte wie ganze Zahlen multiplicirt und dann im Producte so viele Decimalstellen abschneidet, als deren in beiden Factoren zusammen vorkommen.

3. Multiplicirt man einen vollständigen Decimalbruch mit einem abgekürzten, oder einen abgekürzten mit einem abgekürzten, so erhält man im Producte so viele unzuverlässige Decimalen, als im ersten Falle der vollständige Decimalbruch, im zweiten die Summe der beiden als ganze Zahlen betrachteten Factoren geltende Ziffern hat. Z. B.:

2·482.. × 4·23	1 0·94.. × 0·148..
9·928...	1·0 94...
4964..	4 376..
7446.	8752.
10·49886.	1·6 1912.

Zusatz. Schreibt man den Multiplicand, den Multiplicator und die einzelnen Theilproducte so unter einander, wie im Zusatze zu §. 24 angegeben wurde, so ergibt sich der Stellenwerth jeder Ziffer im Producte unmittelbar aus dem Ansatze, indem dabei der Decimalpunkt im Producte unter den Decimalpunkt des Muliplicators zu stehen kommt. Z. B.:

7·3 02	35·6308
8 9·4	0·002 47
58 4 16	71 2616
6 5 718	14 25232
2 9208	2 494156
65 2·7988	0·088 008076

§. 27.

Abgekürzte Multiplication der Decimalbrüche.

Zur möglichsten Vermeidung aller Zifferrechnungen, aus welchen unzuverlässige oder niedrigere Stellen, als die Genauigkeit der Rechnung verlangt, hervorgehen würden, bedient man sich der abgekürzten Multiplication.

Es soll z. B. das Product 8·5432 × 7·961 blos auf 3 Decimalen d. i. so bestimmt werden, daß Tausendtel die niedrigste Decimalstelle im Producte bilden.

a) vollständig	b) abgekürzt
8·543|2 × 7·961	8·5432 × 7·961
59 802|4	1 697
7 688|88	59 802
512|592	7 689
8|5432	512
68·012|4152	9
	68·012

Da hier nur die drei ersten Decimalen des Productes verlangt werden, so ist in der vorstehenden vollständigen Multiplication a) die Rechnung rechts des Striches überflüssig; sie kann dadurch erspart werden, daß man mit jeder Ziffer des Multiplicators zunächst jene Ziffer des Multiplicands, welche im Producte Tausendtel hervorbringt, und dann nur die weiter folgenden höheren Ziffern desselben multiplicirt. Man erhält nun im Producte Tausendtel, wenn man

mit 7 Einern	des Muliplicators	3 Tausendtel	des Multiplicands,
„ 9 Zehnteln	„ „	4 Hundertel	„ „
„ 6 Hunderteln	„ „	5 Zehntel	„ „
„ 1 Tausendtel	„ „	8 Einer	„ „

multiplicirt.

Am einfachsten erscheint es, die Ziffern des Multiplicators in einer solchen Aufeinanderfolge unter den Multiplicand zu schreiben, daß das Product je zweier unter einander stehenden Ziffern Tausendtel bedeutet. Zu diesem Zwecke braucht man nur die Einer des Multiplicators unter die Tausendtel des Multiplicands zu setzen und die übrigen Ziffern des Multiplicators in umgekehrter Ordnung zu schreiben, wie oben in der Rechnung b). Multiplicirt man dann mit jeder Ziffer des Multiplicators die darüber stehende und die höheren Stellen des Multiplicands, so bedeuten die niedrigsten Stellen aller Theilproducte Tausendtel; man schreibt daher die Theilproducte so an, daß ihre niedrigsten Stellen gerade unter einander stehen. Wegen der größeren Genauigkeit multiplicirt man mit jeder Ziffer des Multiplicators auch die um eine Stelle weiter rechts stehende Ziffer des Multiplicands, behält aber von diesem Producte nur die nächsten Zehner, welche Tausendtel bedeuten, und zählt diese als Correctur zu dem ersten anzuschreibenden Producte dazu.

In dem obigen Beispiele b) wird so gerechnet:
7mal 2 ist 14, bleibt 1 zur Correctur; 7mal 3 ist 21, und 1 (Correctur) ist 22, bleibt 3; 7mal 4 ist 28, und 2 ist 30; u. s. w.

9mal 3 ist 27, bleibt 3 zur Correctur; 9mal 4 ist 36, und 3 ist 39, bleibt 3; 9mal 5 ist 45, und 3 ist 48; u. s. w.

6mal 4 ist 24, bleibt 2 zur Correctur; 6mal 5 ist 30 und 2 ist 32, bleibt 3; 6mal 8 ist 48, und 3 ist 51.

1mal 5 ist 5, bleibt 1 zur Correctur; 1mal 8 ist 8, und 1 ist 9.

In der Summe der Theilproducte werden sodann 3 Decimalen abgeschnitten.

Hiernach ergibt sich für die abgekürzte Multiplication folgendes Verfahren:

1. Man setze die Einer des Multiplicators unter jene Stelle des Multiplicands, welche im Producte die niedrigste der verlangten ist; die übrigen Ziffern werden in umgekehrter Ordnung daneben geschrieben, so daß der ganze Multiplicator umgekehrt erscheint.
2. Man multiplicire mit der ersten rechts vorkommenden Ziffer des umgekehrten Multiplicators zuerst die um eine Stelle weiter rechts stehende Ziffer des Multiplicands, schreibe jedoch dieses Product nicht an, sondern merke sich davon nur die nächsten Zehner, welche die Correctur bilden; dann multiplicire man die gerade darüber stehende Ziffer des Multiplicands, addire zum Producte die Correctur und fange hier das Product zu schreiben an; hierauf werden nach der Reihe auch die weiter folgenden Ziffern des Multiplicands multiplicirt. Eben so multiplicirt man mit der zweiten, dritten, ... Ziffer des Multiplicators und schreibt die einzelnen dadurch erhaltenen abgekürzten Theilproducte so unter einander, daß ihre niedrigsten Ziffern genau unter einander zu stehen kommen.
3. Diese Theilproducte werden addirt und in der Summe die verlangte Anzahl Decimalen abgeschnitten.

Soll die letzte Decimale genau bestimmt werden, so entwickle man eine Decimalstelle mehr, als ihrer genau sein sollen.

Das hier für Decimalbrüche begründete abgekürzte Multiplicationsverfahren kann auch bei der Multiplication ganzer Zahlen, wenn man im Producte nur einige höchste Stellen erhalten will, angewendet werden.

Soll z. B. das Product 310786 × 45067 nur bis auf die Zehntausende herab entwickelt werden, so hat man

```
310786 × 45067
 76054
-------
1243144
 155393
   1864
    127
-------
1400528 Zehntausende.
```

§. 28.

Rechnungsvortheile bei der Multiplication.

1. **Wenn sich der Multiplicator in zwei Factoren zerlegen läßt**, mit denen man bequem multipliciren kann, so multiplicirt man den Multiplicand zuerst mit dem einen Factor und dann das Ergebniß mit dem andern Factor. Z. B.:

```
1.  51046 × 24             2.  21596 × 350
    ----------  × 4            ----------  × 7
    204184                     151172
    ----------  × 6            ----------  × 50
    1225104                    7558600
```

2. **Wenn eine Ziffer des Multiplicators 1 ist**, so läßt man den Multiplicand ungeändert als das zu dieser Ziffer gehörige Theilproduct stehen, multiplicirt ihn dann nur mit den übrigen Ziffern des Multiplicators, und schreibt die dadurch erhaltenen Theilproducte gehörig darunter. Z. B.:

```
1.  52093 × 185            2.   63418 × 671
    416744                     443926
     260465                   380508
    -------                   --------
    9637205                   42553478

3.  15308 × 13             4.   40925 × 301
     45924                     122775
    ------                    --------
    199004                    12318425
```

3. **Wenn der Multiplicator 11 ist**, so schreibe man die erste Ziffer rechts im Multiplicand ungeändert an, addire dann zur ersten Ziffer die zweite, zur zweiten die dritte, u. s. w. Z. B.:

```
   79264 × 11          kürzer   79264 × 11
  79264                         ----------
  ------                        871904
  871904
```

Man spricht hier: 4 ist 4; 4 und 6 ist 10, bleibt 1; 1 und 6 ist 7, und 2 ist 9; 2 und 9 ist 11, bleibt 1; 1 und 9 ist 10, und 7 ist 17, bleibt 1; 1 und 7 ist 8.

4. **Wenn der Multiplicator an allen Stellen, mit Ausnahme der niedrigsten, die Ziffer 9 hat**, so addirt man so viele Einer dazu, daß man 100, 1000, 10000, ... erhält; hierauf

multiplicirt man den Multiplicand zuerst mit 100, 1000, 10000, ... dann mit der dazu gezählten Ziffer, und subtrahirt dieses zweite Product von dem ersten. Z. B.:

$$\begin{array}{r} 34876_{00} \times 96 \\ \underline{139504} \quad \overline{100 - 4} \\ 3348096 \end{array}$$

5. Wenn der Multiplicator an allen Stellen, mit Ausnahme der höchsten, die Ziffer 9 hat, so vermehrt man ihn um 1, wodurch man eine Zahl mit einer einzigen Werthziffer und rechts folgenden Nullen erhält; sodann multiplicirt man den Multiplicand mit dieser Zahl und zieht von dem Producte noch den Multiplicand ab. Z. B.:

$$\begin{array}{r} 150234 \times 599 \\ \underline{90140400} \quad \overline{600 - 1} \\ 89990166 \end{array}$$

Multiplicirt man hier mit 600, indem man unter den Multiplicand zuerst zwei Nullen setzt und dann das Product mit 6 hinschreibt, so ist dieses Product um das 1fache des Multiplicands, d. i. um den Multiplicand selbst zu groß; man muß daher von dem erhaltenen Producte noch den darüber befindlichen Multiplicand subtrahiren.

§. 29.

Aufgaben.

1. a) $96 \times 4 = ?$ b) $57 \times 9 = ?$ c) $78 \times 5 = ?$
2. Multiplicire mit 2, 3, 4,... 8, 9, die folgenden Zahlen:
   24, 714, 956, 512, 382, 4067, 8406,
   87, 508, 484, 205, 475, 2596, 9057.
3. Multiplicire die Zahl 5 mit sich selbst, das Product wieder mit 5 u. s. f., bis du 5 Producte erhältst; a) welches ist das letzte Product? b) wie groß ist die Summe aller Producte?
4. a) $13794 \times 2 = ?$ b) $29078 \times 6 = ?$
5. Multiplicire 91072 mit 3, das Product mit 4, das neue Product mit 5.
6. a) $49758 \times 10 = ?$ b) $69450 \times 100 = ?$
   $1982523 \times 60 = ?$ $193146 \times 5000 = ?$
7. Wie viel ist $5016237 \times 9 + 83406 \times 2000$?
8. a) $87 \times 39 = ?$ b) $68 \times 57 = ?$
   $5063 \times 37 = ?$ $9154 \times 66 = ?$
   $13048 \times 24 = ?$ $38701 \times 53 = ?$
9. Wie groß ist das 206fache a) von 49032? b) von 52963?
10. a) $470300 \times 1207 = ?$ b) $85290 \times 4930 = ?$
    $89370 \times 8147 = ?$ $21092 \times 9753 = ?$
11. $31972 \times 9044 \times 28500 = ?$
12. $132457 \times 37150 + 8204 \times 8700 = ?$
13. $51738 \times 90850 - 63078 \times 70857 = ?$

---

14. Multiplicire mit 2, 3, 4, ... 8, 9 folgende Zahlen:
    5·2, 27·5, 4·19, 76·0, 2·18, 0·1937, 6·712,
    0·66, 1·67, 7·09, 43·5, 8·03, 0·3385, 2·198.

15. a) $7{\cdot}245 \times 6 = ?$ b) $3{\cdot}1416 \times 9 = ?$
$4309 \times 0{\cdot}7 = ?$ $8752 \times 0{\cdot}08 = ?$

16. $901{\cdot}2 \times 0{\cdot}3 - 27{\cdot}84 \times 4 - 14{\cdot}69 \times 8 = ?$

17. Wie groß ist das Product von 5 Factoren, deren jeder 0·8 ist?

18. Bilde ein Product von 6 gleichen Factoren, deren jeder
a) 0·2, b) 0·5, c) 0·9 ist.

19. a) $53{\cdot}689 \times 8 = ?$ b) $395{\cdot}04 \times 9 = ?$

20. $78{\cdot}932 \times 2 \times 6 \times 8 = ?$

21. $135{\cdot}79 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7 = ?$

22. $640{\cdot}28 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6 = ?$

23. Multiplicire 392507 5mal nach einander mit 0·2, ebenso mit 0·4, 0·7, 0·8.

24. Die Zahl 291·4068 soll a) 5mal mit 4, b) 4mal mit 5, c) 6mal mit 8, d) 8mal mit 7 multiplicirt werden.

25. a) $3926{\cdot}08 \times 100 = ?$ b) $1{\cdot}3472 \times 1000 = ?$

26. Multiplicire die Zahl 3·8016 mit 10, 100, 1000, 10000, 1000000.

27. a) $79{\cdot}056 \times 20 = ?$ b) $5{\cdot}2403 \times 400 = ?$

28. Um wie viel ist $9709{\cdot}58 \times 10$ kleiner als $248301{\cdot}5 \times 6$?

29. a) $7{\cdot}3 \times 6{\cdot}4 = ?$ b) $0{\cdot}91 \times 58 = ?$
$349 \times 2{\cdot}9 = ?$ $0{\cdot}418 \times 0{\cdot}63 = ?$

30. a) $8{\cdot}27 \times 1{\cdot}9 = ?$ b) $7{\cdot}05 \times 9{\cdot}8 = ?$
$24{\cdot}716 \times 48 = ?$ $4461{\cdot}7 \times 96 = ?$

31. Multiplicire die Zahl 692·648 a) mit 29, b) mit 5·4, c) mit 0·83.

32. a) $628{\cdot}49 \times 0{\cdot}327 = ?$ b) $1{\cdot}8516 \times 51{\cdot}8 = ?$
$3074{\cdot}18 \times 0{\cdot}0656 = ?$ $727{\cdot}391 \times 0{\cdot}857 = ?$

33. a) $72{\cdot}462 \times 13{\cdot}907 = ?$ b) $330{\cdot}57 \times 28{\cdot}38 = ?$
$81{\cdot}427 \times 643{\cdot}27 = ?$ $8313{\cdot}52 \times 0{\cdot}00665 = ?$

34. Wie groß sind die Producte, welche man erhält, wenn man jede der Zahlen a) 37092, b) 566·25, c) 10·8273 mit sich selbst multiplicirt?

35. Wie groß ist das Product von drei Factoren, deren jeder gleich a) 0·108, b) 29·05, c) 31·554 ist?

36. $450{\cdot}79 \times 238{\cdot}57 + 7830{\cdot}2 \times 0{\cdot}0059 = ?$

37. $10{\cdot}924 \times 85{\cdot}203 + 34{\cdot}526 \times 19{\cdot}364 - 89{\cdot}158 \times 12{\cdot}007 = ?$

38. Entwickle das Product

a)	$7{\cdot}0572 \times 3{\cdot}885$	in 3	Decimalen.
b)	$128{\cdot}7654 \times 0{\cdot}813$	„ 3	„
c)	$35{\cdot}239 \times 78$	„ 1	„
d)	$17{\cdot}4315 \times 3{\cdot}1416$	„ 3	„
e)	$5{\cdot}9702 \times 2{\cdot}468$	„ 2	„
f)	$0{\cdot}6152 \times 0{\cdot}1234$	„ 4	„
g)	$157{\cdot}34 \times 0{\cdot}0763$	„ 3	„
h)	$1{\cdot}34156 \times 1{\cdot}08934$	„ 5	„
i)	$412{\cdot}869 \times 0{\cdot}0753$	„ 3	„

39. Bestimme das Product
a) $1 \cdot 273.. \times \cdot 0247..$ } in so vielen Decimalen, als ihrer
b) $4 \cdot 0624 \times 2 \cdot 7172..$ } verläßlich sind;
c) $1 \cdot 3865 \times 3 \cdot 7248 \times 4 \cdot 2951$ (in 4 Dec.).
d) $1 \cdot 05 \times 1 \cdot 05 \times 1 \cdot 05 \times 1 \cdot 05$ (in 4 Dec.).
e) $1 \cdot 055 \times 1 \cdot 055 \times 1 \cdot 055 \times 1 \cdot 055 \times 1 \cdot 055$ (in 6 Dec.).

Verrichte folgende Multiplicationen mit Anwendung der Rechnungsvortheile:

40. a) $809175 \times 48 = ?$ b) $126054 \times 54 = ?$
$287050 \times 64 = ?$ $293491 \times 63 = ?$
41. a) $439 \cdot 061 \times 0 \cdot 56 = ?$ b) $70 \cdot 6942 \times 2 \cdot 7 = ?$
$17052 \times 360 = ?$ $92478 \times 4200 = ?$
42. a) $394251 \times 61 = ?$ b) $33868 \times 1325 = ?$
$908 \cdot 56 \times 109 = ?$ $972 \cdot 315 \times 31 \cdot 78 = ?$
$4130 \cdot 54 \times 0 \cdot 1027 = ?$ $708 \cdot 347 \times 6 \cdot 103 = ?$
43. $307924 \times 157 + 224792 \times 351 = ?$
44. $438 \cdot 424 \times 8 \cdot 01 - 530 \cdot 375 \times 519 = ?$
45. a) $561289 \times 11 = ?$ b) $834190 \times 0 \cdot 11 = ?$
$806 \cdot 509 \times 11 = ?$ $68 \cdot 8437 \times 110 = ?$
46. Multiplicire jede der Zahlen 34129, 932·566, 573·5908 4mal nach einander mit 11.
47. a) $360 \cdot 807 \times 97 = ?$ b) $51278 \times 995 = ?$
$1975 \cdot 13 \times 9 \cdot 93 = ?$ $0 \cdot 790804 \times 99 \cdot 2 = ?$
48. a) $265451 \times 9980 = ?$ b) $253691 \times 9992 = ?$
$1356 \cdot 79 \times 0 \cdot 9991 = ?$ $86 \cdot 3724 \times 99960 = ?$
49. $490512 \times 994 + 623038 \times 990 = ?$
50. a) $366295 \times 499 = ?$ b) $601 \cdot 922 \times 7 \cdot 99 = ?$
$1179340 \times 1999 = ?$ $651 \cdot 802 \times 69990 = ?$
51. $387 \cdot 149 \times 79 \cdot 9 - 810 \cdot 6351 \times 2 \cdot 99 = ?$
52. a) $82933 \times 1 \cdot 1 = ?$ b) $375 \cdot 31 \times 0 \cdot 72 = ?$
$121607 \times 350 = ?$ $391357 \times 17 = ?$
$438572 \times 97 = ?$ $249388 \times 49 = ?$
53. a) $717603 \times 64 = ?$ b) $534740 \times 199 = ?$
$426 \cdot 184 \times 1 \cdot 29 = ?$ $9285 \cdot 72 \times 0 \cdot 011 = ?$
$214369 \times 42 = ?$ $144081 \times 560 = ?$
54. a) $65 \cdot 7042 \times 99 \cdot 4 = ?$ b) $34731 \cdot 4 \times 0 \cdot 317 = ?$
$18 \cdot 6902 \times 350 \cdot 1 = ?$ $7058 \cdot 36 \times 7 \cdot 99 = ?$
55. $238730 \times 51 + 729635 \times 54 = ?$
56. $513 \cdot 266 \times 9 \cdot 96 - 357 \cdot 492 \times 10 \cdot 08 = ?$

Multiplication einnamiger Zahlen.

§. 30.

Aufgaben.

1. 1. Hektoliter Wein kostet 48 fl., wie viel kosten 9 Hektoliter?

1 Hektoliter Wein kostet 18 fl., 9 Hektoliter sind 9mal 1 Hektoliter, es kosten also 9 Hektoliter 9mal 48 fl. = 432 fl.

2. Wie viel kosten 8 Ar Landes, wovon das Ar a) 17 fl., b) 23 fl., c) 30 fl., d) 36 fl. kostet?
3. Ein Centner kostet 64 Mark, wie viel kosten a) 3 Ctr.? b) 5 Ctr.? c) 8 Ctr.? d) 10 Ctr.?
4. Ein Hektoliter Wein kostet 29·28 fl., wie viel kosten a) 8 Hektol.? b) 10 Hektol.? c) 67 Hektol.?
5. 8 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 17 Tagen; wie viel Zeit würde zu derselben Arbeit 1 Arbeiter benöthigen?
6. Bei einem Meister arbeiten zwei Gesellen, der eine 7, der andere 6 Wochen lang (die Woche zu 6 Tagen); wie viel Arbeitslohn muß er beiden geben, wenn jeder täglich 96 kr. erhält?
7. Ein Decimeter Tuch kostet 0·34 fl.; wie viel kostet 1 Meter?
8. Ein Liter Wein kostet 0·48 fl.; wie viel kostet 1 Hektoliter?
9. Ein Kilogr. Zucker kostet 64 kr.; wie viel kostet 1 Centner?
10. Ein Meter Leinwand kostet 1·08 fl.; wie hoch kommen a) 7 Meter? b) 12 Meter? c) 25 Meter?
11. Wenn man für einen bestimmten Zweck wöchentlich 12 fl. ausgibt, so würde man mit einer gewissen Geldsumme 14 Wochen ausreichen; wie lange wird man damit ausreichen, wenn man wöchentlich nur 1 fl. ausgibt?
12. Wenn ein Hektar Ackerland durchschnittlich 13 Hektoliter Getreide liefert, wie groß ist das Erträgniß von a) 9 Hektar? b) 15 Hektar? c) 20 Hektar? d) 78 Hektar?
13. Ein Capital gibt in einem Jahre 173·41 fl. Zins; wie viel in 2·5 Jahren?
14. Jemand verkauft 43 Hektoliter Weizen à 9 fl. und 53 Hektoliter Korn à 6 fl.; wie viel nimmt er dafür ein?
15. Ein Cubikmeter kostet 38·58 fl.; wie hoch kommen 7·65 Cubikmeter?
16. Wie viel kosten 13·25 Hektoliter, wenn ein Hektoliter 4·83 fl. kostet?
17. Wie viel kosten 58·75 Meter eines Stoffes à 5·64 fl.?
18. Der Durchmesser der neuen österr. Zweiguldenstücke beträgt 36 Millimeter und jener der Guldenstücke 29 Millimeter; welche Länge erhält man, wenn man 2 Zweiguldenstücke und 32 Guldenstücke in gerader Linie gehörig neben einander legt?
19. Wie viel Gulden österreichischer Währung werden aus 236 Kilogramm feinen Silbers geprägt?
20. Wie viel fl. ö. W. betragen
    a) 238 russ. Silberrubel, b) 248 franz. Francs,
    c) 136 griech. Drachmen, d) 807 schwed. Reichsthaler?*)
21. Ein Wiener Fuß enthält 0·316081 Meter; wie viele Meter sind 3·16375 Wiener Fuß? (4 Decim.)

---

*) Wo in einer Aufgabe über Münzen, Maße oder Gewichte die zur Berechnung erforderlichen Angaben fehlen, sind dieselben aus der im Anhange enthaltenen Uebersicht zu entnehmen.

22. Die St. Peterskirche in London ist 480 engl. Fuß lang; wie viel Meter beträgt diese Länge?

23. Verwandle in Meter:
a) 30·2 russ. Fuß, b) 46·1 Pariser Fuß. (2 Decim.)

24. München liegt 548 Meter, Wien 690 Wiener Fuß über der Meeresfläche; wie groß ist der Höhenunterschied zwischen diesen Hauptstädten in Ganzen von Meter?

25. Nach der französischen Gradmessung von Delambre ist der Durchmesser des Aequators 6543624 franz. Toisen und die Erdachse 6533154 Toisen; wie viel beträgt der Unterschied beider in Meter? (Bis auf die Einer herab.)

26. Wie viel Hektoliter betragen:
a) 138 russ. Tschetwert? b) 31·8 engl. Quarters?

27. Eine kölnische Mark hat 0·23387 Kilogramm; wie viel Kilogramm sind 1·345 köln. Mark?

28. Das Quecksilberbergwerk in Idria liefert im Durchschnitte jährlich 284 Tonnen Quecksilber; wie groß ist das Erträgniß, wenn die Tonne zu 2230 fl. gerechnet wird?

29. Die Entfernung des Mondes von der Erde beträgt 58·525 Halbmesser des Erdäquators; wie viel macht dieses, wenn man den Halbmesser des Erdäquators zu 859·44 geogr. Meilen annimmt?

30. A gibt dem B 118 Hektoliter Gerste à 5 fl. und bekommt dafür von B 14 Hektoliter Wein à 21 fl.; wie viel im Gelde hat er noch von B zu fordern?

31. Jemand kauft 17 Hektar Ackerland à 955 fl., 4 Hektar Wiesen à 583 fl. und 22 Hektar Waldungen à 295 fl.; wie viel hat er dafür im Ganzen zu bezahlen?

32. Ein Faß mit Kaffee wiegt 218·25 Kilogr., das leere Faß wiegt 37·5 Kilogr.; wie viel kostet der Kaffee, wenn das Netto-Kilogr. mit 1 fl. 9 kr. bezahlt wird?

33. Wenn ein Hektoliter Wein im Einkaufe 23 fl. gekostet hat und 32 Hektoliter für 832 fl. verkauft wurden, wie viel hat man beim Verkaufe gewonnen?

34. Ein Kaufmann hat durch 6 auf einander folgende Jahre jährlich 1582 fl. gewonnen, sein anfängliches Capital war 28300 fl.; wie viel beträgt sein gegenwärtiges Capital?

35. Bei einem gesunden erwachsenen Menschen schlägt der Puls in einer Stunde 4550mal; wie oft a) in einem Tage, b) in einem Jahre?

36. Der Schall legt in jeder Secunde 332·25^{m} zurück; wie viel das Licht, welches sich 926406mal so schnell verbreitet als der Schall?

37. Steiermark hat 224·54 □Myriameter und es kommen auf jedes □^{Mm} 5068 Einwohner; wie groß ist die ganze Bevölkerung?

38. Niederösterreich hat 1886840, Oberösterreich 1089112 Hektar productive Bodenfläche; wenn nun 1 Hektar productiven Bodens in Niederösterreich im Durchschnitte 670 fl., in Oberösterreich 468 fl. kostet, welchen Geldwerth stellt die productive Bodenfläche des ganzen Erzherzogthums Oesterreich vor?

39. Der Durchmesser eines Kreises ist 4^m; wie groß ist der Umfang?

Der Umfang eines Kreises ist 3·14mal, oder genauer 3·14159mal so groß als der Durchmesser. Berechne für jede dieser Zahlen den Umfang und gib zugleich den Unterschied in den Resultaten an.

40. Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser a) $7·845^m$, b) $0·735^m$ beträgt? (3 Decim.)

41. Der Durchmesser des Erdäquators ist 1718·874 geogr. Meilen; wie groß ist der Umfang desselben? (3 Decim.)

42. Ein Acker, welcher die Gestalt eines Rechteckes hat, ist 38^m lang und 23^m breit; wie viel $\square^m$ enthält seine Fläche?

Wie viele $\square$Meter lassen sich nach der Länge auftragen? Wie viele solche Streifen kommen nach der Breite neben einander zu liegen? Wie viel $\square$Meter enthält also die ganze Fläche?

43. Ein Gang ist $30·5^m$ lang und $3·2^m$ breit; wie groß ist seine Fläche?

44. Eine Straße soll in einer Breite von 8^m ein Kilometer weit fortgeführt werden; wie viel $\square^m$ Land sind dazu nöthig?

45. In einem Zimmer, welches $8·4^m$ lang und $6·95^m$ breit ist, soll ein neuer Boden gelegt werden; wie viel wird der Boden kosten, wenn man für das $\square^m$ 4·38 fl. bezahlt?

46. Von zwei Gärten ist der eine $87·25^m$ lang und $38·34^m$ breit, der andere $62·85^m$ lang und $40·16^m$ breit; a) wie groß sind beide Gärten zusammen, b) um wie viel ist der erste größer als der zweite?

47. Ein regelmäßig aufgeschichteter Ziegelhaufen enthält in der Länge 420, in der Breite 84, nach der Höhe 36 Ziegelsteine; wie viel Ziegelsteine enthält der ganze Ziegelhaufen?

48. Eine Mauer hat 105^{dm} Länge, 9^{dm} Breite (Dicke) und 42^{dm} Höhe; wie viel Cub.^{dm} enthält sie?

Wie viel $\square^{dm}$ enthält die Grundfläche? Wie viele Cub.^{dm} lassen sich also auf der Grundfläche auftragen? Wie viele solche Schichten kann man nach der ganzen Höhe über einander legen? Wie viele Cub.^{dm} enthält somit die Mauer?

49. Ein Gefäß ist $2·74^m$ lang, $1·45^m$ breit und $0·52^m$ tief; wie viel Cub.^{m} beträgt der Inhalt?

50. Wie groß ist der Inhalt eines Gefäßes, das $1·125^m$ lang, $0·973^m$ breit und $0·435^m$ tief ist? (3 Decim.)

51. Wie hoch belaufen sich die Kosten einer Mauer, welche $21·34^m$ lang, $12·45^m$ hoch und $0·84^m$ dick ist, wenn für das Cub.^{m} 8·28 fl. bezahlt wird? (3 Decim.)

52. Wie viel wiegen 24 vierkantige Eisenschienen, deren jede $35·56^{dm}$ lang, $1·25^{dm}$ breit, $0·3^{dm}$ dick ist, wenn 1 Cubikdecimeter Eisen 7·8 Kilogramm wiegt?

53. Ein rechteckiger Kasten hat $2·36^m$ Länge, $1·25^m$ Breite und $0·985^m$ Höhe und ist mit Steinkohlen gefüllt; wenn nun 1 Cubikmeter Steinkohlen 1280 Kilogr. und der Kasten allein 58 Kilogr. wiegt, wie groß ist das ganze Gewicht?

V. Das Dividiren mit unbenannten und einnamigen ganzen und Decimalzahlen.

§. 31.

Dem Multipliciren ist das **Dividiren** entgegengesetzt. **Dividiren** heißt, aus dem Producte zweier Factoren und aus einem dieser Factoren den andern suchen. Z. B. 20 ist das Product aus den beiden Factoren 5 und 4; aus dem Producte 20 und dem einen Factor 5 den andern Factor suchen, heißt 20 durch 5 dividiren. Das gegebene Product heißt der **Dividend**, der bekannte Factor der **Divisor**, und der unbekannte Factor, welcher durch die Division gefunden wird, der **Quotient**. Wenn man den Quotienten und den Divisor mit einander multiplicirt, so muß der Dividend herauskommen.

Das Zeichen der Division besteht in zwei übereinander stehenden Punkten :, und zeigt an, daß die Zahl vor den Punkten durch die Zahl nach den Punkten zu dividiren ist; z. B. $20 : 5 = 4$ wird gelesen: 20 **dividirt** durch 5 ist gleich 4.

Ein Quotient, der durch den Dividend und den Divisor ausgedrückt ist, heißt ein **angezeigter Quotient**, z. B. 20 : 5. Oft wird ein Quotient auch dadurch angezeigt, daß man den Divisor unter den Dividend, und zwischen beide einen Strich setzt; dieses geschieht besonders dann, wenn der Dividend kleiner ist als der Divisor; z. B. $\frac{4}{5}$ wird gelesen: 4 dividirt durch 5, oder 4 5tel. Diese Form des Quotienten heißt die **Bruchform**.

Jede Multiplication zweier Zahlen, z. B. $5 \times 4 = 20$, bietet in ihrer Umkehrung zwei dem **Begriffe** nach verschiedene Aufgaben der Division, je nachdem außer dem jedesmal gegebenen Producte 20, dem Dividend, entweder der Multiplicand 5 oder der Multiplicator 4 als Divisor gegeben ist.

Ist als Divisor der Multiplicand 5 gegeben, so ist diejenige Zahl zu suchen, welche anzeigt, wie oft 5 als Summand gesetzt werden müsse, um den Dividend 20 als Summe zu erhalten. Diese Zahl 4 erhält man, indem man untersucht, wie oft sich der Divisor 5 von dem Dividend 20 subtrahiren läßt oder wie oft der Divisor 5 in dem Dividend 20 **enthalten** ist. Die Division ist eine Untersuchung des **Enthaltenseins**, ein **Messen**.

Ist dagegen der Multiplicator 4 als Divisor gegeben, so hat man diejenige Zahl zu suchen, welche 4mal als Summand gesetzt den Dividend 20 zur Summe gibt; diese Zahl 5 findet man, indem man den Dividend in 4 gleiche Theile **theilt**. Die Division ist hier ein **Theilen**.

Noch deutlicher tritt der Unterschied zwischen den beiden Divisionsarten an benannten Zahlen hervor. Z. B.

Multiplicationsaufgabe: 1 Meter kostet 5 fl., wie viel kosten 4 Meter? Antwort: 5 fl. $\times$ 4 = 20 fl.

Die beiden daraus zu bildenden Divisionsaufgaben sind:

1) 1 Meter kostet 5 fl.; wie viel Meter erhält man für 20 fl.? Hier sind das Product und der Multiplicand gegeben und der Multiplicator zu suchen. Es wird gefolgert: Für 5 fl. erhält man 1 Meter, für 20 fl. wird man so vielmal 1 Meter erhalten, wie oft 5 fl. in 20 fl. enthalten sind, also 4mal 1 Meter, d. i. 4 Meter. Hier werden 20 fl. durch 5 fl. gemessen, und man hat 20 fl. : 5 fl. = 4. Wird die Division benannter Zahlen zur Lösung einer Aufgabe des Messens angewendet, so müssen Dividend und Divisor als Product und Multiplicand gleichnamig sein; der Quotient aber als Multiplicator ist immer unbenannt; erst durch anderweitige Schlüsse kann er einen Namen erhalten, wie im angeführten Beispiele „Meter".

2) 4 Meter kosten 20 fl., wie viel kostet 1 Meter? Hier sind das Product und der Multiplicator gegeben und der Multiplicand zu suchen. Es wird geschlossen: 1 Meter ist der 4te Theil von 4 Meter, 1 Meter kostet daher nur den 4ten Theil von 20 fl. Es werden also 20 fl. in vier gleiche Theile getheilt, und so viele fl. ein solcher Theil enthält, so viele fl. kostet 1 Meter; man erhält: 20 fl. : 4 = 5 fl. Wird die Division benannter Zahlen als Theilen angewendet, so muß der Divisor als Multiplicator immer unbenannt sein; der Quotient als Multiplicand ist gleichnamig mit dem Dividend als Product.

Wie die Multiplication eine wiederholte Addition derselben Zahl ist, so ist auch die Division nichts anderes als eine wiederholte Subtraction von einer gegebenen Summe. Bei dem Messen wird gefragt, wie oft sich der Divisor vom Dividend subtrahiren lasse; z. B. 4 ist in 20 5mal enthalten, heißt: 4 läßt sich von 20 5mal subtrahiren. Bei dem Theilen wird gefragt, welche Zahl sich vom Dividend so oft subtrahiren lasse, wie der Divisor anzeigt; z. B. der 4te Theil von 20 ist 5, heißt: die Zahl, welche sich von 20 4mal subtrahiren läßt, ist 5.

Das Theilen läßt sich immer auf das Messen zurückführen. Ist z. B. 20 durch 4 zu theilen, so hat man den 4ten Theil von 20 zu suchen; diesen findet man, indem man von je 4, welche in 20 vorkommen, immer nur 1 nimmt; man erhält dadurch so vielmal 1, wie oft 4 in 20 vorkommt, d. h. der 4te Theil von 20 ist so viel, wie oft 4 in 20 enthalten ist. So sehr daher die beiden Divisionsarten des Messens und des Theilens dem Begriffe nach verschieden sind, so geben doch beide für denselben Dividend und denselben Divisor, wenn man von den Benennungen absieht, dieselbe Zahl als Quotienten und fallen daher in der Ausführung in eine einzige Rechnungsart zusammen.

Die Ausführung der Division ist in der natürlichen Zahlenreihe nicht immer möglich. Man kann z. B. keine ganze Zahl finden, welche der 3te Theil von 20 wäre; 6 ist zu klein und 7 schon zu groß. Man muß sich da mit einem angenäherten Resultat begnügen und den Quotienten so groß nehmen, als es angeht, also die größte Zahl bestimmen, welche mit dem Divisor multiplicirt ein Product gibt, das nicht größer ist als der Divisor. Bestimmt man den Quotienten in dieser Weise, so besteht zwischen dem Dividende und dem Producte aus dem Quotienten und Divisor noch ein Unterschied, welcher **Rest** der Division genannt wird. In diesem Falle muß man also zu dem Producte aus dem Quotienten und dem Divisor noch den Rest addiren, um den Dividend zu erhalten. So ist $20 : 3 = 6$ mit dem Reste 2, und daher $6 \times 3 + 2 = 20$.

Vorübungen. (Kopfrechnen.)

§. 32.

Wie oft ist enthalten

1. 1 in 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
2. 2 „ 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18?
3. 3 „ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27?
4. 4 „ 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36?
5. 5 „ 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45?
6. 6 „ 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54?
7. 7 „ 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63?
8. 8 „ 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72?
9. 9 „ 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81?
10. Wie oft ist 2 in 7 enthalten? Wie viel bleibt noch übrig?
11. Wie oft kommt 3 in 14 vor? Wie viel bleibt übrig?
12. Wie oft ist 2 in 7, 10, 19, 25, 34, 39 enthalten, und welcher Rest bleibt jedesmal übrig?

Wie oft ist enthalten

13. 5 in 1, 7, 9, 16, 22, 28, 34, 43, 49?
14. 6 „ 9, 13, 20, 27, 32, 37, 40, 44, 50?
15. 7 „ 10, 12, 17, 24, 30, 36, 45, 50, 60?
16. 8 „ 9, 18, 23, 30, 39, 44, 52, 61, 75?
17. 9 „ 12, 25, 38, 53, 64, 70, 78, 86, 89?
18. Wenn man 1 Ganzes in 2 gleiche Theile theilt, wie heißt ein solcher Theil? Wie heißt ein Theil, wenn man 1 Ganzes in 3, 4, 5,...8, 9 gleiche Theile theilt?

Wie groß ist

19. die Hälfte von 8, 9, 16, 15, 3, 11, 7, 18, 13, 15?
20. das Drittel „ 6, 24, 8, 13, 26, 8, 19, 25, 15, 22?
21. das Viertel „ 20, 7, 14, 35, 32, 17, 10, 37, 23, 30?
22. das Fünftel „ 15, 26, 9, 36, 40, 12, 23, 45, 34, 18?
23. das Sechstel „ 24, 13, 32, 8, 55, 46, 49, 36, 23, 50?
24. das Siebentel „ 49, 64, 10, 37, 60, 42, 18, 29, 40, 13?
25. das Achtel „ 16, 43, 26, 68, 61, 50, 40, 39, 12, 77?
26. das Neuntel „ 63, 10, 46, 36, 74, 26, 58, 19, 85, 70?
27. Wie oft ist 10 in 30 enthalten? wie oft 10 in 50, 20, 80, 60, 40? Was wird aus den Zehnern, wenn man sie durch 10 dividirt?
28. Wie viel ist der 10te Theil von 100, von 500, 700, 900? Was wird aus den Hunderten, wenn man sie durch 100 dividirt?

29. Wie oft sind 2 Zehner in 6 Zehnern, wie oft 20 in 100, 30 in 180, 50 in 200, 60 in 360, 80 in 320, 90 in 270 enthalten?

30. Wie viel ist 80 : 20, 120 : 30, 233 : 50, 137 : 40, 311 : 60?

31. Wie viel ist der 100ste Theil von 1000, 4000, 7000, 8000? Was wird aus den Tausenden, wenn man sie durch 100 theilt?

32. Wie oft sind 3 Hunderte in 15 Hunderten enthalten? Wie oft ist 400 in 1200, 500 in 2000, 600 in 4200 enthalten?

33. Der wievielte Theil von 800 ist 100, 200, 400?

34. Wie viel ist die Hälfte von 20? die Hälfte von 4? Wie groß ist daher die Hälfte von 24?

$$24 : 2 = (20 + 4) : 2 = 20 : 2 + 4 : 2 = 10 + 2 = 12.$$

Eine Summe wird durch eine Zahl dividirt, indem man jeden Summanden durch dieselbe dividirt und die erhaltenen Theilquotienten addirt.

35. Wie oft ist 4 in 56 enthalten? 56 ist 40 + 16; 4 ist in 40 10mal, 4 in 16 4mal, 4 in 56 also 14mal enthalten.

36. Theile durch 2, 3, 4,...8, 9 jede der folgenden Zahlen:
a) 82, 59, 15, 24, 46, 64, 30, 72, 51, 28, 7, 36;
b) 20, 65, 9, 52, 12, 40, 49, 68, 34, 83, 55, 25;
c) 19, 58, 60, 31, 75, 92, 50, 26, 44, 36, 11, 88.

37. Wie oft kommt 2 in 106, 3 in 216, 9 in 648, 4 in 114, 8 in 528, 7 in 580, 5 in 375, 6 in 213 vor?

38. Wie viel ist 5mal der 6te Theil von 138; 7mal der 8te Theil von 280; 8mal der 5te Theil von 345?

39. a) Theile 60 in 4 gleiche Theile, und dann jeden solchen Theil noch in 3 gleiche Theile. Wie viele gleiche Theile erhältst du, und wie groß ist jeder? Wie kann man also eine Zahl in 12 gleiche Theile theilen?

$$60 : 12 = 60 : (4 \times 3) = (60 : 4) : 3 = 15 : 3 = 5.$$

b) Wie viel ist der 6te Theil von dem 4ten Theile von 120? Wie viel ist der 24ste Theil von 120?

Anstatt eine Zahl durch ein Product zweier Zahlen zu dividiren, dividirt man sie zuerst durch den einen Factor und dann das Ergebniß durch den andern Factor.

40. Wie viel ist der 15te Theil von 135, der 16te Theil von 352, der 32te Theil von 448, der 45te Theil von 945?

41. Eine Summe von 80 fl. wird unter 10 Personen zu gleichen Theilen vertheilt; wie viel erhält jede? Wie viel erhält eine Person, wenn die doppelte, dreifache Summe unter 2mal, 3mal so viel Personen vertheilt wird? Wie viel erhält jede Person, wenn der 5te Theil der Summe unter den 5ten Theil der Personen vertheilt wird?

Der Quotient ändert sich nicht, wenn man den Dividend und den Divisor mit derselben Zahl multiplicirt, oder beide durch dieselbe Zahl dividirt.

Schriftliches Dividiren.

§. 33.

Division ganzer Zahlen.

a) Wenn der Divisor einziffrig ist.

Dividend $\dfrac{936 : 3}{312}$ Divisor Quotient.	9 Hund. : 3 = 3 Hund. 3 Zehn. : 3 = 1 Zehn. 6 Ein. : 3 = 2 Ein.

Welche Ordnung von Einheiten bedeutet der Quotient, wenn man Einer, Zehner, Hunderte, ... durch Einer dividirt?

$\dfrac{894 : 6}{149}$ 8 Hund. in 6 gleiche Theile getheilt, geben 1 H. und es bleiben noch 2 Hund. = 20 Zehn. 20 Z. + 9 Z. = 29 Z., diese in 6 Theile getheilt, geben 4 Z., und es bleiben 5 Z. = 50 E; 50 E. + 4 E. = 54 E., diese in 6 Theile getheilt, geben genau 9 E.

Die Bestandtheile des Dividends, aus denen die einzelnen Ziffern des Quotienten bestimmt wurden, nämlich 8 H., 29 Z., 54 E., heißen Theildividende.

Ist daher der Divisor einziffrig, so dividirt man dadurch zuerst die höchste oder die zwei höchsten Stellen des Dividends, setzt dann die Division bis zu den Einern herab fort und schreibt die jedesmalige Ziffer des Quotienten als Einheiten derselben Ordnung an, welche der entsprechende Theildividend bedeutet. Bleibt bei einer solchen Division ein Rest übrig, so wird er in Einheiten der niedrigeren Ordnung verwandelt und mit der an dieser Stelle befindlichen Ziffer des Dividends vereinigt.

Kürzer spricht man in dem letzten Beispiele: 6 in 8 1mal, bleibt 2; 6 in 29 4mal, bleibt 5; 6 in 54 9mal.

$\dfrac{827 : 3}{275\frac{2}{3}}$ Wenn man hier die Division ausführt, so erhält man 275 zum Quotienten und es bleibt noch 2 als Rest übrig. Der Quotient ist also größer als 275 und kleiner als 276, er läßt sich daher durch die bisher betrachteten natürlichen Zahlen nicht darstellen. Dieser Fall tritt jedesmal ein, wenn die Division nicht ohne Rest aufgeht. Um auch in solchen Fällen den Quotienten genau bestimmen zu können, ist man genöthiget, die natürliche Zahlenreihe in sich dadurch zu erweitern, daß man den Abstand je zweier Zahlen, d. i. eine Einheit, durch Einschaltung neuer Zahlen in so viele gleiche Theile theilt, wie der Divisor anzeigt. Im vorliegenden Falle muß der Abstand zwischen je zwei ganzen Zahlen in 3 gleiche Theile, deren jeder ein Drittel ($\frac{1}{3}$) der ursprünglichen Einheit ist, getheilt werden. Durch die Zahlenlinie kann dies so versinnlicht werden:

$$\begin{array}{cccccccccccccc} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \mathbf{1} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \mathbf{2} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \mathbf{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & \mathbf{4} & \\ 0\,| & + & + & + & + & + & + & + & + & + & + & + & + & x \end{array}$$

In dieser durch die Einschaltung der Drittel ausgefüllten Zahlenreihe, die man eine Bruchzahlenreihe nennt, wird man nun für jede Division durch 3 den Ausdruck des Quotienten vorfinden; für das obige Beispiel ist er $275\frac{2}{3}$.

Bleibt daher bei der Division der Einer ein Rest, so wird die Division desselben durch den Divisor in Bruchform angezeigt und dieser Bruch der im Quotienten erhaltenen ganzen Zahl angefügt.

b) Wenn der Divisor 10, 100, 1000 ... ist.

Um eine Zahl durch 10, 100, 1000 zu dividiren, muß man von jeder Ziffer des Dividends den 10ten, 100sten, 1000sten Theil nehmen. Dieses geschieht, indem man von der ganzen Zahl rechts 1, 2, 3 Ziffern abschneidet; die links bleibenden Ziffern bilden den Quotienten, die rechts abgeschnittenen sind der Rest, welcher noch durch den Divisor zu dividiren ist, was durch die Bruchform angezeigt wird. Z. B.:

$$283\lfloor 0 : 10 \qquad 373\lfloor 00 : 100 \qquad 17\lfloor 549 : 1000$$
$$283 \qquad 373 \qquad 17\tfrac{549}{1000}$$

§. 34.

c) Wenn der Divisor irgend eine mehrziffrige Zahl ist.

Wie oft ist 92 in 31924 enthalten?

$$\begin{array}{l} 31924 : 92 = 347 \\ \underline{276} \\ \;\;432 \\ \;\;\underline{368} \\ \;\;\;\;644 \\ \;\;\;\;\underline{644} \\ \;\;\;\;\;\;0 \end{array}$$

Da 92 weder in 3, noch in 31 enthalten ist, so nimmt man sogleich 319 Hunderte als ersten Theildividend an. 92 ist in 319 (versuchsweise 9 in 31) 3mal, in 319 Hunderte also 300mal enthalten; in den Quotienten setzt man daher 3 Hunderte. 300mal 92 gibt 3mal 92 H. = 276 H., von 319 H. subtrahirt, bleiben 43 H.; 43 H. = 430 Z., und 2 Z. dazu sind 432 Z. 92 in 432 (9 in 43) ist 4mal, in 432 Z. also 40mal enthalten; in den Quotienten schreibt man daher 4 Zehner. 40mal 92 sind 4mal 92 Z. = 368 Z., von 432 subtrahirt, bleiben 64 Z. = 640 E., und 4 E. dazu, sind 644 E. 92 in 644 (9 in 64) ist 7mal enthalten, die dritte Ziffer des Quotienten ist also 7. 7mal 92 ist genau 644; es bleibt also kein Rest übrig.

Man nimmt demnach im Dividend so viele höchste Ziffern, als ihrer der Divisor hat, oder um eine mehr, wenn die mit jenen Ziffern gebildete Zahl kleiner als der Divisor ist, als ersten Theildividend an, und dividirt diesen durch den Divisor, wodurch man die erste und höchste Ziffer des Quotienten erhält. Multiplicirt man dann mit dieser Ziffer des Quotienten den Divisor, subtrahirt das Product von dem ersten Theildividende und setzt zu dem Reste die nächste niedrigere Ziffer des Dividends dazu, so bildet diese Zahl den zweiten Theildividend, welcher durch den Divisor dividirt, die zweite Ziffer des Quotienten gibt. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis man alle Ziffern des Dividends in Rechnung gezogen hat. Beibt am Ende ein Rest übrig, so wird die Division desselben durch den Divisor in Form eines dem Quotienten angehängten Bruches blos angezeigt.

Die erste Ziffer des Quotienten hat hier gleichen Stellenwerth mit der niedrigsten Ziffer des ersten Theildividends.

Die Theilproducte aus dem Divisor und der jedesmaligen Ziffer des Quotienten subtrahirt man gewöhnlich sogleich während des

Multiplicirens von den entsprechenden Theildividenden und schreibt nur die Reste an. Die obige Division würde sich dabei so stellen:

```
31924 : 92
 432    347
  644
    0
```

Man spricht: 92 in 319 (9 in 31) 3mal; 3mal 2 ist 6 und 3 ist 9; 3mal 9 ist 27 und 4 ist 31. Zum Reste 43 2 herab; 92 in 432 (9 in 43) 4mal; 4mal 2 ist 8 und 4 ist 12, bleibt 1; 4mal 9 ist 36 und 1 ist 37 und 6 ist 43; u. s. w.

Wenn im Divisor rechts Nullen vorkommen, so läßt man während der Division diese Nullen, zugleich aber auch im Dividend eben so viele niedrigste Ziffern unberücksichtigt; zum letzten Reste setzt man dann diese Ziffern herab, wodurch man den Rest der ganzen Division erhält. Z. B.:

```
389,27 : 4,00          37950,63 : 52,00
  97 127/400            155      729 4263/5200
                         510
                          4263 Rest.
```

Die Probe für die Richtigkeit der Division besteht darin, daß man den erhaltenen Quotienten mit dem Divisor multiplicirt und zu dem Producte den etwa übrig gebliebenen Rest dazu zählt; ist richtig dividirt worden, so kommt dadurch der Dividend zum Vorschein. Z. B.:

```
     Division.              Probe.
32875 : 128             256 × 128
 727      256           256
  875                    512
  107 Rest               2048
                        32768
                         +107
                        32875
```

Die Division dient auch als Probe für die Multiplication. Wenn man nämlich das Product durch den Multiplicator dividirt, so muß der Multiplicand herauskommen. Z. B.

```
Multiplication.              Probe.
 274 × 245             67130 : 245 = 274
 548                    1813
 1096                     980
  1370                      0
 67130
```

Zusatz. Auch bei der Division lassen sich die Zahlen so anschreiben, daß die Bedeutung jeder Ziffer des Quotienten unmittelbar aus ihrer localen Stellung erkannt werden kann. Wird nämlich der Divisor unter den ersten Theildividend und die erste Ziffer des Quotienten unter die Einer des Divisors geschrieben, so hat jede Ziffer des Quotienten gleichen Stellenwert mit der gerade darüber stehenden Ziffer des Dividends.

Ist z. B. 134676 durch 29 zu dividiren, so steht die Rechnung:

```
 134676  Dividend
     29  Divisor
 ------
   4644  Quotient
 186
  127
   116
     0
```

§. 35.

Division der Decimalbrüche.

a) Wenn der Divisor 10, 100, 1000 ... ist.

Gib den Werth der einzelnen Ziffern in folgenden Zahlen an:

345·6, 34·56, 3·456, 0·3456, 0·03456.

Als der wievielte Theil des ersten Decimalbruches stellt sich jeder folgende Decimalbruch dar?

Ein Decimalbruch wird also durch 10, 100, 1000,.... dividirt, indem man den Decimalpunkt um 1, 2, 3,... Stellen weiter gegen die Linke rückt.

b) Wenn der Divisor irgend eine ganze Zahl ist.

```
2·568 : 6
0·428
```

2 Ganze : 6 geben 0 Ganze; man muß sogleich 25 Zehntel als ersten Theildividend annehmen; 25 Zehntel : 6 geben 4 Zehntel, u. s. w.

Dividirt man Zehntel, Hundertel, Tausendtel, . . . durch Einer, so erhält man wieder Einheiten derselben Ordnungen.

```
847·85 : 31 = 27·35        7·3402 : 749 = 0·0098
227                              5992
 108                                0
  155
    0
```

Man dividirt den Decimalbruch wie eine ganze Zahl und setzt im Quotienten den Decimalpunkt, bevor man die Zehntel des Dividends in Rechnung zieht.

Die erste Ziffer des Quotienten hat auch hier gleichen Stellenwerth mit der niedrigsten Ziffer des ersten Theildividends.

Bleibt bei der Division ein Rest übrig, so kann man, da der Werth eines Decimalbruches durch Hinzufügen von Nullen nicht geändert wird, diesem sowie jedem folgenden Reste eine Null anhängen, und die Division fortsetzen. Z. B.

```
303·8₀₀ : 56              19·934 : 317
 23 8    5·425               914    0·06288..
  1 40                       2800
    280                       2640
      0                        104
```

Dieses Verfahren kann auch angewendet werden, wenn bei der Division ganzer Zahlen am Ende ein Rest übrig bleibt, da sich jede ganze Zahl als ein Decimalbruch darstellen läßt, wenn man ihr rechts den Decimalpunkt und dann beliebig viele Nullen beifügt. Es wird dabei im Quotienten der Decimalpunkt angebracht, wenn man in dem Reste die erste Decimalnulle herabsetzt. Z. B.

5964·$_{0000}$: 64		7836 : 234	
204	93·1875	816	33·4871..
120		1140	
560		2040	
480		1680	
320		420	
0		186	

c) **Wenn der Divisor ein Decimalbruch ist.**

1. Man kann in diesem Falle den Divisor als eine ganze Zahl darstellen, indem man ihn, je nachdem er 1, 2, 3,... Decimalstellen hat, mit 10, 100, 1000,... multiplicirt. Dann muß aber, damit der Quotient ungeändert bleibe, auch der Dividend bezüglich mit 10, 100, 1000,... multiplicirt werden, indem man in demselben den Decimalpunkt um 1, 2, 3,... Stellen weiter nach rechts vorrückt. Dadurch wird die Rechnung auf die Division eines Decimalbruches durch eine ganze Zahl zurückgeführt. Z. B.

$$22014{\cdot}61 : 5{\cdot}69 = 220{\cdot}1461 : 569 = 0{\cdot}3869$$

49 44
3 926
5121
0

2. Ein anderes **allgemeines Verfahren** für die Division der Decimalbrüche beruht auf folgenden Betrachtungen: Die Ziffernreihe des Quotienten hängt blos von der Ziffernreihe des Dividends und jener des Divisors ab; man erhält daher die auf einander folgenden Ziffern des Quotienten, wenn man im Dividend und im Divisor die Decimalpunkte ganz unberücksichtigt läßt und die Division wie bei ganzen Zahlen verrichtet. Der Stellenwerth der Ziffern des Quotienten ist sodann vollkommen bestimmt, wenn man den Werth der ersten Ziffer kennt, da der Stellenwerth jeder folgenden Ziffer der 10te Theil jenes der vorhergehenden ist. Ist der Divisor eine ganze Zahl, bedeutet also die niedrigste Ziffer des Divisors Einer, so hat bekanntlich die erste Ziffer des Quotienten gleichen Stellenwerth mit der niedrigsten Ziffer des ersten Theildividends. Bedeutet nun die niedrigste Ziffer Zehntel, Hundertel, Tausendtel..., ist also der Divisor der 10te, 100ste, 1000ste... Theil des früheren Divisors, so wird der Quotient 10mal, 100mal, 1000mal so groß als früher, und ist daher der Werth der ersten Ziffer des Quotienten bezüglich um eine, zwei, drei... Stellen höher als der Stellenwerth der niedrigsten Ziffer des ersten Theildividends. Z. B.

22875·72 : 72·3
1185 316·4
462 7
28 92
0

Die niedrigste Ziffer des ersten Theildividends 2287 bedeutet Zehner; der Werth der ersten Ziffer 3 im Quotienten ist daher, da die niedrigste Ziffer des Divisors Zehntel bedeutet, um eine Stelle höher als Zehner, also Hunderte.

3·79623 : 68·72
36023 0·05524..
16630
28860
1372

Der erste Theildividend ist 3·7902, seine niedrigste Ziffer bedeutet Zehntausendtel, die niedrigste Ziffer des Divisors bedeutet Hundertel; die erste Ziffer 5 des Quotienten hat daher einen um 2 Stellen höheren Werth als Zehntausendtel, sie bedeutet also Hundertel; die Stellen der Zehntel und der Ganzen werden durch Nullen ausgefüllt.

3. Bei der Division abgekürzter Decimalbrüche ist es am vortheilhaftesten, dem Dividend so viele Ziffern zu geben, als der Divisor hat, oder, wenn dann der Dividend noch kleiner wäre als der Divisor, um eine mehr. Im Quotienten werden dann im ungünstigsten Falle zwei Ziffern weniger als der Divisor hat, zuverlässig, oder nur eine weniger, wenn von den beiden gegebenen Decimalbrüchen nur der eine abgekürzt ist.

Zusatz. Schreibt man den Dividend, den Divisor und den Quotienten auf die im Zusatze zu §. 34 angegebene Weise an, so ergibt sich der Stellenwerth jeder Ziffer des Quotienten unmittelbar aus der Anordnung, indem dabei der Decimalpunkt im Quotienten unter den Decimalpunkt des Dividends zu stehen kommt. Z. B.

344 2·23	4·35 698
62·7	1 27·12
5 4·9	0·03 42..
30 7 2	54 33 8
5 6 43	3 49 00
0	94 76

§. 36.

Abgekürzte Division der Decimalbrüche.

Will man im Quotienten nur eine bestimmte Anzahl Decimalen erhalten, so bedient man sich der abgekürzten Division. Diese ist die Umkehrung der abgekürzten Multiplication, wobei der Multiplicand nach und nach um eine Stelle verkürzt wird. Das Wesen der abgekürzten Division besteht in Folgendem:

Aus dem Stellenwerthe der ersten Ziffer des Quotienten und aus der Anzahl der in demselben verlangten Decimalen ergibt sich, wie viele Ziffern des Quotienten man im Ganzen zu bestimmen hat. Man nehme nun so viele höchste Ziffern des Divisors, als ihrer der gesuchte Quotient enthalten soll, als abgekürzten Divisor, und behalte von den Ziffern des Dividends nur den zu dem abgekürzten Divisor zugehörigen ersten Theildividend bei. Sodann multiplicirt man mit der ersten Ziffer des Quotienten zunächst die höchste im Divisor weggelassene Ziffer, und addirt die aus diesem Producte erhaltene Correctur zu dem Producte aus dem abgekürzten Divisor und der ersten Ziffer des Quotienten, welches man von dem Dividend subtrahirt. Zu dem übrig gebliebenen Reste wird keine neue Ziffer dazu gesetzt, sondern man läßt im Divisor rechts eine Ziffer weg, dividirt dann und setzt dieses Verfahren fort, bis sich im Divisor keine Ziffer mehr vorfindet.

Es sollen z. B. in den nachstehenden Divisionen die Quotienten mit je 3 Decimalen entwickelt werden. Man hat folgende Rechnungen:

a) 876·54|38 : 1‚8·‚9‚5‚7|9 = 46·236
118 22
4 48
69
12
1

b) $19·34_0$: 8·‚1‚5‚3 = 2·372
3 034
588
17
1

In a) bedeutet die erste Ziffer 4 des Quotienten Zehner; man hat also im Quotienten 2 ganze und 3 Decimalziffern, zusammen 5 Ziffern zu entwickeln; man nimmt daher 18·957 als den abgekürzten Divisor und 876·54 als den Dividend an. In b) bedeutet die erste Quotientenziffer Einer, so daß man im Ganzen 4 Ziffern zu bestimmen hat; der gegebene Divisor 8·153 ist daher zugleich der abgekürzte, dem Dividend muß man an der Stelle der fehlenden Ziffer rechts eine Nulle anhängen.

Das hier für Decimalbrüche angegebene abgekürzte Divisionsverfahren kann auch bei der Division ganzer Zahlen, wenn man im Quotienten nur einige höchste Stellen erhalten will, angewendet werden.

Um z. B. den Quotienten 35874137 : 8435 bis auf die Hunderte herab zu bestimmen, hat man

35‚8|74137 : 84|35 = 42 Hunderte.
2 1
4

§. 37.

Rechnungsvortheile bei der Division und nachträgliche Multiplicationsvortheile.

1. Eine Zahl wird durch 25 dividirt, indem man sie mit 4 multiplicirt und das Product durch 100 dividirt. Denn: 25 ist in einer Zahl genau so oft enthalten, als 100 in einer 4mal so großen Zahl. Z. B.:

$$\begin{array}{l} 8641950 : 25 \\ \underline{\qquad\qquad\quad} \times 4 \\ 34567800 : 100 = 345678. \end{array}$$

2. Eine Zahl wird durch 125 dividirt, indem man sie mit 8 multiplicirt und das Product durch 1000 dividirt. Z. B.:

$$\begin{array}{l} 3910257 : 125 \\ \underline{\qquad\qquad\quad} \times 8 \\ 31282056 : 1000 = 31282\tfrac{56}{1000}. \end{array}$$

Mit Hilfe der Division läßt sich auch die Multiplication mit 25 oder mit 125 sehr vortheilhaft verrichten.

a) Mit 25 wird eine Zahl multiplicirt, indem man sie mit 100 multiplicirt und das Product durch 4 dividirt. Z. B.:

$$\frac{315876_{00} \times 25}{:4}$$
$$7896900.$$

b) Mit 125 wird eine Zahl multiplicirt, indem man sie mit 1000 multiplicirt und das Product durch 8 dividirt. Z. B.:

$$\frac{7058317_{000} \times 125}{:8}$$
$$882289625.$$

§. 38.

Aufgaben.

1. a) 128 : 4 = ? b) 357 : 7 = ? c) 472 : 8 = ?
2. Dividire durch 2, 3, 4 ... 8, 9 jede der folgenden Zahlen:
   a) 288, 318, 702, 193, 560, 906, 444, 832;
   b) 456, 465, 546, 464, 645, 654, 789, 987;
   c) 1240, 3418, 2195, 5436, 2348, 4785.
3. Die halbe Summe zweier Zahlen nennt man das arithmetische Mittel derselben. Wie groß ist das arithmetische Mittel zwischen 1205 und 4317, 1418 und 8324, 2704 und 4135?
4. a) 398024 : 8 = ? b) 906144 : 3 = ?
5. Wie oft ist 7 in 132076 enthalten?
6. Wie groß ist der 4te Theil von 290356?
7. Wenn 621360 das Product zweier Zahlen und 8 der eine Factor ist, wie groß ist der andere Factor?
8. Welche Zahl muß man mit 3 multipliciren, um 123456 zu erhalten?
9. Welche Zahl läßt sich von 835245 9mal wegnehmen?
10. a) 135000 : 100 = ? b) 289462 : 1000 = ?
11. Dividire 7904521 durch 4, die in diesem und jedem folgenden Quotienten erhaltenen ganzen Zahlen wieder durch 4; wie groß ist der siebente Quotient?
12. Dividire ebenso die Zahl 2715937 6mal nach einander durch 6.
13. Verrichte folgende Divisionen und mache jedesmal auch die Probe:
    a) 57990 : 82 = ? b) 22750 : 35 = ?
    28567 : 53 = ? 12059 : 29 = ?
    13356 : 42 = ? 30051 : 58 = ?
14. Dividire 11016
    a) durch 24, b) durch 51, c) durch 72.
15. a) 6720 : 240 = ? b) 489588 : 516 = ?
    14820 : 570 = ? 295070 : 725 = ?
16. Wie groß ist der 847ste Theil von 2939620?
17. Wie oft ist 293 enthalten
    a) in 46294? b) in 234400? c) in 433640?
18. a) 5925780 : 240 = ? b) 3208825 : 8000 = ?
    7531352 : 5300 = ? 6825478 : 31500 = ?

19. Welche Zahl gibt, mit dem Unterschiede der Zahlen 5724 und 4912 multiplicirt, die Summe der Zahlen 2345670 und 5222170 zum Producte?

20. Das Product zweier Zahlen ist um 1392 kleiner als 455659938, der eine Factor ist 6958; wie groß ist der andere Factor?

---

21. Dividire durch 2, 3, 4, .. 8, 9 jede der folgenden Zahlen:
   a) 50·4, 24·8, 7·63, 0·918, 32·2, 4·32;
   b) 37·86, 8·796, 0·9480, 3·262, 6·425, 75·84.

22. a) 379·42 : 4 = ?   b) 18900 : 0·5 = ?
   16·255 : 7 = ?   39·83 : 0·7 = ?
   3·14155 : 5 = ?   0·07614 : 0·6 = ?

23. a) 237·836 : 10 = ?   b) 39420·5 : 100 = ?
   0·0583 : 100 = ?   9·0032 : 10000 = ?

24. Dividire die Zahl 135·79 durch 10, 100, 1000, 10000, 100000.

25. Dividire 261·7228 durch 2, den Quotienten wieder durch 2, u. s. w.; wie groß ist der sechste Quotient?

26. a) 139·5 : 31 = ?   b) 130·83 : 21 = ?
   240·8 : 43 = ?   319·18 : 74 = ?
   136·62 : 23 = ?   5·93524 : 18 = ?

27. a) 285·59 : 5·3 = ?   b) 248·67 : 0·81 = ?
   13·824 : 2·4 = ?   3·4461 : 0·63 = ?
   1391·52 : 7·4 = ?   530·955 : 0·057 = ?

28. Dividire durch 63 jede der Zahlen
   a) 264745, b) 370·849, c) 0·909223.

29. Dividire die Zahl 703705
   a) durch 105, b) durch 2·28, c) durch 0·509.

30. Dividire durch 4·18 die Zahlen
   a) 340753, b) 9864·8, c) 58·1248.

31. Dividire die Zahl 4865·88
   a) durch 66, b) durch 4·62, c) durch 0·516.

32. Dividire jede der Zahlen
   a) 90889, b) 272·667, c) 45·4445
durch jede der Zahlen
   m) 0·97, n) 48·5, o) 291.

33. a) 19147·8 : 329 = ?   b) 24·0484 : 0·472 = ?
   3479·02 : 74·9 = ?   323·7964 : 2·327 = ?
   270·2146 : 8·69 = ?   540·9835 : 0·02347 = ?

34. a) 389·007.. : 0·52 = ?   b) 0·784.. : 3·08 = ?
   71·6124 : 4·72.. = ?   616·337.. : 0·2569.. = ?

35. Dividire 5409835
   a) durch 4·61, b) durch 23·47, c) durch 491·8.

36. Wie oft muß 4·2052 als Summand gesetzt werden, damit man 12640·8312 erhalte?

37. Dividire a) 89990166, b) 2149·09526 durch jede der Zahlen m) 599, n) 25·039, o) 364·13.

38. Bestimme abgekürzt nachstehende Quotienten:
   a) 791·5046 : 87·1892 in 3 Decimalen;
   b) 4·78432 : 0·3475 „ 3 „
   c) 100 : 3·1419 „ 2 „
   d) 23·7035 : 438·973 „ 2 „
   e) 68·397508 : 5·736 „ 3 „

39. Bestimme folgende Quotienten:
   a) 98698534 : 4851 in 3 Decimalen;
   b) 549·00217 : 0·3234 „ 2 „
   c) 578·369432 : 0·5932 „ 3 „
   d) 6087·64351 : 1·2345 „ 4 „
   e) 7836·0583 : 37·246 „ 2 „

40. Suche die Quotienten:
   a) 12·948 : 11·89..
   b) 0·8193.. : 0·2536..
   c) 41·0357.. : 0·924..
   d) 285·7748.. : 3865·1

   } in so vielen Decimalen als ihrer zuverlässig sind.

Verrichte folgende Rechnungen mit Anwendung der Divisions- und Multiplicationsvortheile.

41. a) 8641950 : 25 = ?
   385·725 : 2·5 = ?
   b) 8872472 × 25 = ?
   51·0736 × 0·25 = ?

42. a) 333150 : 125 = ?
   7853·104 : 1·25 = ?
   b) 7935·24 × 125 = ?
   579·1816 × 12·5 = ?

43. 811475 : 25 + 2373750 : 125 = ?

44. 783400 : 25 — 6377 × 25 = ?

45. 4956·9288 × 25 + 7723·7875 : 25 — 93·76 × 1250 = ?

Division einnamiger Zahlen.

§. 39.

Aufgaben.

1. Jemand kauft 8 Hektoliter Wein für 336 fl.; wie hoch kommt 1 Hektoliter zu stehen?

   1 Hektoliter ist der 8te Theil von 8 Hektoliter; daher kostet 1 Hektoliter nur den 8ten Theil von 336 fl., also 42 fl.

2. Jemand kauft 9 Hektar Wiesen um 3780 fl.; wie viel kostet 1 Hektar?
3. Ein Meter Seidenstoff kostet 12 fl.; wie viel kostet ein Decimeter?
4. Ein Hektoliter Bier kostet 14 fl.; wie hoch kommt 1 Liter?
5. Ein Hektoliter Oel wiegt 95 Kilogr.; wie viel wiegt 1 Liter?
6. Ein Rieß Papier kostet 3·4 fl.; wie viel kostet 1 Buch?
7. Ein Röhrbrunnen liefert 55 Liter Wasser in 4 Minuten, ein anderer 84 Liter in 7 Minuten; welcher ist ergiebiger?
8. In einem Garten stehen in 10 Reihen 360 Bäume; wie viel Bäume sind in jeder Reihe?

9. In einer Mühle werden in 15 Tagen 36300 Kilogr. Mehl gemahlen; wie viel in einem Tage?
10. Ein Beamter hat eine jährliche Besoldung von 1890 fl.; wie viel bezieht er monatlich?
11. Die jährlichen Zinsen eines Capitals betragen 258·36 fl.; wie groß sind die Zinsen für 1 Monat?
12. Ein Meter Tuch kostet 5 fl.; wie viel Meter bekommt man für 135 fl.?
Man bekommt so vielmal 1 Meter, wie oft 5 fl. in 135 fl. enthalten sind;

135 fl. : 5 fl. = 27.

Man bekommt also 27mal 1 Meter, d. i. 27 Meter.
13. Ein Rad hat 3 Meter im Umfange; wie oft muß es sich umdrehen, um beim Fortrollen eine Strecke von 1125 Meter zurückzulegen?
14. Eine Wasserleitung ist 744^m lang; wie viele Röhren von Blei werden dazu benöthigt, wenn eine jede 4^m lang ist?
15. Wenn ein Kilogr. 0·5 fl. kostet, wie viel Kilogr. erhält man für 37 fl.?
16. Wie groß ist eine Baustelle, welche 14400 fl. kostet, wenn das □^m mit 9 fl. bezahlt wird?
17. Jemand will eine Schuld von 817 fl. mit Wein berichtigen; wie viel Hektoliter Wein sind dazu erforderlich, wenn das Hektoliter zu 19 fl. gerechnet wird?
18. Für 16·325^m zahlt man 69 fl.; wie viel für 1^m?
19. 2976 fl. werden unter mehrere Personen so vertheilt, daß jede 24 fl. erhält; wie viele Personen sind es?
20. 59415 fl. sind unter 255 Personen zu gleichen Theilen zu vertheilen; wie viel kommt auf eine Person?
21. Die Einnahmen einer Eisenbahn betrugen im Monate Juli 72757 fl.; wie hoch belief sich im Durchschnitte die tägliche Einnahme?
22. Auf einer Eisenbahn wurden im Jahre 1875 1250855 Personen befördert; wie viel kamen durchschnittlich auf einen Tag?
23. In der Bahn, welche die Erde jährlich um die Sonne beschreibt, durchläuft dieselbe in 3 Stunden nahe 43866 Meilen; wie viele Meilen legt sie in 1 Minute zurück?
24. Die Höhe einer Treppe soll 4^m, und die Höhe jeder Stufe 0·125^m betragen; wie viele Stufen muß die Treppe erhalten?
25. Der Umfang eines Kreises ist 2^m; wie groß ist der Halbmesser? (§. 30, Aufg. 39.)
26. Ein Rad hat 1·2^m im Durchmesser; wie groß ist der Umfang desselben, und wie viele Umläufe wird es machen müssen, um ein Kilometer zurückzulegen?
27. Der Umfang des Erdäquators beträgt 40070 Kilometer; welche Länge hat 1 Grad des Aequators? (Umfang des Aequators = 360 Grad.)
28. Der Umfang des Erdäquators ist 5400 geogr. Meilen; wie groß ist der Durchmesser? (Dividire den Umfang durch 3·14159.)
29. Würde man den ganzen Flächenraum der österreichisch-ungarischen Monarchie in einen Kreis zusammenstellen können, so würde dessen Umfang 2796·831 Kilometer lang sein; wie groß wäre der Durchmesser jenes Kreises? (Dividire durch 3·1415926.)

30. Ein Garten enthält 1992□^{m} und ist 83^m lang; wie groß ist die Breite desselben?

31. Wie lang ist ein Rechteck, dessen Fläche 13·5□^{m}, und dessen Breite 1·8^m beträgt?

32. Ein Fußboden, welcher 10·2^m lang und 6·3^m breit ist, soll mit Brettern von 3·4^m Länge und 0·3^m Breite belegt werden; wie viele Bretter sind dazu erforderlich?

33. Ein rechteckiger Körper mißt 48·375 Cub.^{m}, seine Grundfläche ist 22·5□^{m}; wie groß ist seine Höhe?

34. Wie viele Ziegelsteine von 2·8^{dm} Länge, 1·6^{dm} Breite und 0·4^{dm} Dicke braucht man zu einer Mauer, welche 2832^{dm} lang, 105^{dm} breit (hoch) und 0·8^{dm} dick ist?

35. Ein messingener Würfel, dessen jede Seite 1·5^{dm} beträgt, wiegt 28·35 Kilogr.; wie viel wiegt 1 Cub.^{dm} Messing?

36. Wie viel Hektoliter faßt ein Getreidekasten, welcher 3·05^m lang, 1·36^m breit und 1·25^m tief ist, da 1 Hektoliter = 0·1 Cub.^{m} ist? (2 Dec.)

37. Wenn man für 24 fl. 72 Kilogr. einer Waare erhält, wie viel Kilogr. erhält man für 17 fl.?

Wenn man für 24 fl. 72 Kilogr. erhält, so bekommt man für 1 fl. den 24sten Theil von 72 Kilogr.; für 17 fl. erhält man dann 17mal so viel als für 1 fl. Man hat daher folgende Ausrechnung:

für 24 fl.	72 Kilogr.		
„ 1 „	72 „	: 24 =	3 Kilogr.
„ 17 „	3 „	× 17 =	51 „

38. 38 Meter Tuch kosten 266 fl.; wie viel kosten 29 Meter?

39. 14 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 6 Tagen; in wie viel Tagen kommen 12 Arbeiter damit zu Stande?

14 Arbeiter in	6 Tagen		
1 „ „	6 „	× 14 =	84 Tagen
12 „ „	84 „	: 12 =	7 „

40. 16 Maurer können eine Mauer in 40 Tagen aufführen; wie viel Maurer muß man aufnehmen, damit dieselbe Mauer in 64 Tagen aufgeführt werde?

41. Wenn 15 Hektoliter Korn 79 fl. 85·5 kr. kosten, wie hoch kommen 32 Hektoliter?

42. Für 31·128 fl. erhält man 1·2 Hektoliter; wie viel für 19·455 fl.?

43. Wie viel kosten 18·34 Ctr. einer Waare, wenn man 11·375 Ctr. derselben mit 512·25 fl. bezahlt?

44. Wie viel Kilogr. Kaffee muß man für 132 Kilogr. Zucker geben, wenn 1 Kilogr. Kaffee 1·76 fl. und 1 Kilogr. Zucker 0·56 fl. kostet?

45. Jemand mischt 1 Liter Wein zu 36 kr., 1 Liter zu 40 kr. und 1 Liter zu 56 kr. zusammen; wie viel ist 1 Liter dieser Mischung werth?

1 Liter der ersten Sorte kostet	36 kr.	
1 „ „ zweiten „ „	40 „	
1 „ „ dritten „ „	56 „	
3 Liter der Mischung kosten	132 kr.	
1 „ „ „ kostet	44 „	

Die Rechnung, durch welche der Werth der Einheit einer Mischung, die aus Theilen von verschiedenem Werthe besteht, gefunden wird, heißt **Durchschnittsrechnung**.

46. Drei gleiche Capitalien sind nach einander abzutragen, das erste nach 2 Jahren, das zweite nach 5 Jahren, das dritte nach 6 Jahren; der Schuldner wünscht sie zugleich zu bezahlen; wann muß das geschehen?

47. Man legirt 7 Kilogr. Gold, 7 Kilogr. Silber und 3 Kilogr. Kupfer; wie viel Gold ist in 1 Kilogr. der Legirung enthalten?

48. Ein Gut trägt in 5 auf einander folgenden Jahren 2728 fl., 2504 fl., 1786 fl., 2230 fl. und 2637 fl.; wie groß ist im Durchschnitte der jährliche Ertrag?

49. Eine Linie wurde viermal gemessen; als Länge derselben ergab sich bei der ersten Messung 79·245^m, bei der zweiten 79·284^m, bei der dritten 79·108^m, bei der vierten 79·316^m; wie groß darf die Länge mit Rücksicht auf alle vier Messungen angenommen werden?

50. Jemand mischt 4 Hektoliter Wein à 28 fl., 4 Hektol. à 24 fl. und 8 Hektol. à 20 fl.; wie viel ist 1 Hektoliter der Mischung werth?

4 Hektol.	à 28 fl.	kosten	112 fl.	
4 „	à 24 „	„	96 „	
8 „	à 20 „	„	160 „	
16 Hekt. der Mischung		„	368 fl.	
1 „ „	„	kostet	368 fl. : 16 = 23 fl.	

51. Jemand kauft 10 Kilogr. Zucker zu 60 kr., 8 Kilogr. zu 64 kr. und 7 Kilogr. zu 68 kr.; wie hoch kommt im Durchschnitte 1 Kilogr. zu stehen?

52. Jemand verdünnt 60 Liter Essig à 22 kr. mit 12 Liter Wasser; wie viel ist dann 1 Liter werth?

53. Man mischt 13 Kilogr. Kupfer à 98 kr. mit 52 Kilogr. Zink à 56 kr.; wie hoch kommt 1 Kilogr. der Mischung?

54. Ein Vater hinterläßt ein Vermögen von 16800 fl. Dieses soll unter seine Frau, 3 Söhne und 3 Töchter so vertheilt werden, daß die Mutter 4 Theile, jeder Sohn 3 eben so große Theile und jede Tochter 2 solche Theile erhalte. Wie viel bekommt die Mutter und wie viel jedes Kind?

55. Der höchste Berg der Erde, der Everest (Iwrist) in Asien, ist 8601 Meter hoch; wie viel beträgt diese Höhe in engl. Fuß?

56. 0·741893 Myriameter betragen 1 geographische Meile; wie viel geogr. Meilen beträgt 1 Myriameter? (5 Decim.)

57. 65 englische Quarters = 18 Hektoliter; a) wie viel Hektoliter ist 1 Quarter; b) wie viel Hektoliter sind 49·5 Quarters; c) wie viel Quarters ist 1 Hektoliter; d) wie viel Quarters sind 216·34 Hektoliter?

58. 1 engl. Gallon = 3·21 Wiener Maß, 1 deutsche Kanne = 0·71 Wien. Maß; a) wie viel deutsche Kannen sind 207 Gallons; b) wie viel Gallons sind 359·5 deutsche Kannen?

59. Wie hoch wird das Kilogr. feines Silber gerechnet, wenn 6·24 Kilogr. mit 580·32 fl. bezahlt werden?

60. Das neue franz. Frankstück hat 5·389 Gramm Schrot und 4·5 Gr. Korn; wie groß ist der Feingehalt?

5·389 Theile der Mischung enthalten 4·5 Theile Silber,
5389 " " " " 4500 " "
1 Theil " " " $\frac{4500}{5389} = 0·835$.

Das Frankstück ist also 835 Tausendtheile fein.

61. Wie viel Francs sind 285·8 fl. ö. W.

62. Wie viel betragen 1000 fl. ö. W.
a) in deutschen Reichsmark? b) in ital. Lire?
c) in engl. Pfund Sterling? d) in russ. Rubel?

63. Jemand hat eine jährliche Besoldung von 945 fl., überdies bezieht er an Zinsen von seinen Capitalien jährlich 400 fl. und von seinen Nebengeschäften jährlich 240 fl.; wie viel darf er täglich verbrauchen, wenn er jährlich 250 fl. ersparen will?

64. Das Herzogthum Schlesien hat 513352 Einwohner, von denen 9985 auf ein □ Mm kommen; wie viel □ Mm umfaßt Schlesien?

65. Das Herzogthum Salzburg hat auf einer Fläche von 71·66 □ Mm 153159 Einwohner; wie viel Einwohner kommen im Durchschnitte auf 1 □ Mm?

66. Im Jahre 1876 betrug in Steiermark die Zahl der Geborenen 38984, die Zahl der Verstorbenen 28845. Wie viele Geburten und wie viele Sterbefälle kamen im Durchschnitte auf 1 Tag?

67. Ein Land zählt bei einer Bevölkerung von 147380 Seelen 147 Volksschulen mit 14382 Schülern. Auf wie viele Einwohner kommt im Durchschnitte eine Volksschule und wie viele Schüler entfallen auf eine Schule?

68. Im Jahre 1867 starben
in Böhmen 141736 von 5189153 Einwohnern,
" Mähren 55588 " 1983793 "
" Schlesien 13955 " 501865 "
Auf wie viele Einwohner kam in jedem dieser Länder durchschnittlich ein Sterbefall?

VI. Wiederholungsaufgaben über das Rechnen mit einnamigen Zahlen.

§. 40.

1. Ein Buch hat 248 Seiten, auf jeder Seite 42 Zeilen und in jeder Zeile durchschnittlich 50 Buchstaben; wie viele Buchstaben sind hiernach in dem ganzen Buche?

2. A ist dem B 739·29 fl. schuldig; darauf zahlt er einmal 258·9 fl., ein anderes Mal 312·53 fl. ab; wie viel bleibt er noch schuldig?

3. Die Grundsteuer einer Gemeinde beträgt 2·88 fl. per Hektar; wie viel Hektar hat die Gemeinde, wenn sie im Ganzen 2280·96 fl. Grundsteuer entrichtet?

4. In einer Baumpflanzung befinden sich in regelmäßigen Reihen 31928 Pflanzen und zwar in jeder Reihe 104 Pflanzen; wie viel Reihen sind da?
5. Nach den neuesten Messungen der Seen in Oberösterreich ist der Traunsee $219·3^m$, der Attersee $150·6^m$, der obere Hallstädtersee $123·2^m$, der obere Wolfgangsee $82·2^m$, der Mondsee $71·4^m$ tief; um wie viel ist der Traunsee tiefer als jeder der übrigen Seen?
6. Wie viele Zinsen trägt ein Capital, welches jährlich 159·135 fl. abwirft, in 2·45 Jahren?
7. Drei Personen haben 1790 fl. so unter einander zu theilen, daß A 225 fl. mehr als B, B 175 fl. mehr als C bekommt; wie viel erhält jede dieser Personen?
8. Wie viele Jahre verflossen von der Erbauung Roms, d. i. von 753 vor Christus bis zum Untergange des weströmischen Reiches, d. i. bis 476 nach Christus?
9. Die Erfindung des Schießpulvers fällt in das Jahr 1556; wie lange ist es seit dieser Zeit?
10. Kaiser Franz I. wurde 1768 geboren, trat im Alter von 24 Jahren die Regierung an und starb 1835; a) in welchem Jahre kam er zur Regierung, b) in welchem Alter starb er?
11. Eine Sendung Zucker wiegt sammt den Fässern 3208 Kilogramm, die Fässer allein wiegen 128 Kilogramm; wie groß ist das Gewicht des Zuckers?
12. Wie viel kosten 324 Kilogr. Roßhaare, das Kilogr. zu 0·94 fl.?
13. 8·5 Meter Tuch kosten 69·87 fl.; wie hoch kommt 1 Meter?
14. 1 Centner Baumwolle kostet 110 Mark; wie viel Centner bekommt man für 2870 Mark?
15. Ein Meter Tuch kostet 7·28 fl.; wie viel kosten
    a) 35 Meter? b) 204 Meter? c) 75·25 Meter?
16. Ein Meter Leinwand kostet 1·08 fl.; wie viel Meter bekommt man a) für 9·99 fl.? b) für 63·72 fl.? c) für 336·96 fl.
17. Eine Waare, welche beim Einkaufe 723 fl. kostete, wurde für 802 fl. verkauft; wie viel wurde dabei gewonnen?
18. Ein Kaufmann erhält 186 Ballen Papier à 42 fl. und verkauft dasselbe mit 692 fl. Gewinn; wie groß ist die Verkaufssumme?
19. 36 Meter Seidenstoff werden für 264·96 fl. verkauft; wie viel kostete 1 Meter im Einkaufe, wenn man 34·54 fl. gewonnen hat?

---

20. Jemand kauft 925 Kilogr. Weinstein für 518 fl.; a) wie hoch kommt ihm 1 Kilogr. zu stehen, b) wie hoch kommen 25 Kilogr.?
21. 13 Hektoliter Wein kosten 234 fl.; wie viel kosten zu demselben Preise a) 18 Hektol.? b) 53 Hektol.? c) Hektol.?
22. 37 Ctr. einer Waare kosten
    a) 662 fl., b) 1258 fl., c) 1961 fl.;
    wie hoch kommen in jedem Falle
    m) 14 Ctr., n) 58 Ctr., o) 87 Ctr.?
23. Wenn 15·52 Hektoliter 593·64 fl. kosten, wie viel Hektoliter erhält man für 1507·05 fl.?

24. Aus einer Röhre fließen in 27 Minuten 459 Liter Wasser; in wie viel Minuten fließen aus derselben Röhre 1728 Liter?

25. Für 24 Kühe hat man einen Vorrath von Heu gekauft, womit sie 15 Wochen auskommen können; wie lange wird dieser Vorrath für 9 Küche ausreichen?

26. Jemand mischt dreierlei Sorten Reis, zu 30 kr., zu 32 kr. und zu 37 kr. das Kilogr., zu gleichen Theilen; wie viel ist 1 Kilogr. der Mischung werth?

27. Ein Goldarbeiter legirt feines Gold, Gold von 800 und 540 Tausendtheilen Gehalt zu gleichen Theilen; welchen Feingehalt erhält die Legirung?

28. Wenn man 3·45 Hektoliter Wein à 22 fl. mit 5·55 Hektoliter à 30 fl. mischt, welchen Werth hat 1 Liter dieser Mischung?

29. Jemand hat zu 20 Liter Wein à 28 Kreuzer 4 Liter Wasser gegossen; wie viel ist 1 Liter der Mischung werth?

30. Jemand setzt zu 8 Kilogr. Silber von 900 Tausendtheilen Gehalt 4 Kil. Silber von 600 Tausendtheilen; wie fein wird die Mischung?

31. Man legirt 3 Kilogr. Gold, das 125 Tausendtheile Kupfer enthält, mit 5 Kil. Silber, das 164 Tausendtheile Kupfer enthält; wie viel Kupfer ist in jedem Kilogr. der Legirung?

32. Wenn man 1·1 Kilogr. Zink, 3·3 Kilogr. Kupfer und 1·448 Kil. Zinn mit einander schmelzt; wie viel a) Zink, b) Kupfer, c) Zinn enthält jedes Kilogr. der Legirung?

33. Ein Müller mengt 12 Hektoliter Roggen, wovon jedes Hektoliter 69 Kilogramm wiegt, mit 8 Hektoliter einer geringeren Sorte, wovon das Hektoliter 66 Kil. schwer ist; wie viel wiegt 1 Hektoliter des Mengekornes?

34. Jemand hat von einer Waare 60 Kilogr. à 60 kr. und 80 Kilogr. à 55 kr.; er setzt noch 100 Kilogr. einer dritten Sorte dazu, und erhält dadurch eine Mischung, von der das Kilogr. 50 kr. kostet; wie viel kostet das Kilogr. der letzten Sorte?

---

35. Der Tunnel unter der Themse bei London ist $433\frac{1}{3}$ Yards lang; wie viel beträgt diese Länge in Meter?

36. Nach den neuesten astronomischen Messungen beträgt die Entfernung der Erde von der Sonne 96160000 britische Meilen; wie groß ist dieser Abstand in Myriameter? (Bis auf die Tausende herab.)

37. Moskau liegt von Petersburg 689·833 Werste entfernt; wenn nun Jemand auf dem Wege von Moskau nach Petersburg täglich 51 Kilometer zurücklegen würde, wie viel Tage brauchte er, um in Petersburg einzutreffen?

38. 1 engl. Gallon = 4·5435 Liter, 1 schweizer Maß = 1·5 Liter; a) wie viel Gallons hat 1 schweizer Maß, b) wie viel schweizer Maß hat 1 Gallon?

39. Wenn 1 Wiener Maß 56 kr. kostete, welches ist der entsprechende Preis für 1 Liter?

40. Verwandle 1562 Kilogramm
a) in schwed. Pfund, b) in türk. Oke.

41. Wie viel deutsche Pfund sind
a) 2733·58 Kilogramm? b) 412 Lond. Ctr.?
42. Ein Liter Weingeist wiegt 1·65 Pfd.; wie viel wiegt 1 Hektoliter?
43. Ein Cubik-Decimeter Wasser wiegt 1 Kilogramm, wie viel wiegt 1 Cubikmeter Luft, da das Wasser 770mal so schwer als die Luft ist?
44. Das specifische Gewicht, d. i. die Zahl, welche angibt, wie vielmal so schwer ein Körper ist als eine Wassermenge von gleichem Rauminhalte, ist

a)	für Platina	22·45,		f)	für Kupfer	8·88,	
b)	„ Gold	19·36,		g)	„ Messing	8·4,	
c)	„ Quecksilber	13.60,		h)	„ Eisen	7.79,	
d)	„ Blei	11·35,		i)	„ Zinn	7·29,	
e)	„ Silber	10·51,		k)	„ Zink	7·19.	

Wie viel Kilogramm wiegen 125 Cubik-Decimeter eines jeden der obigen Metalle?
45. Ein bestimmtes Volum Quecksilber ist 13·598mal so schwer als ein eben so großes Volum reinen Wassers; wie viel wiegen 2·56 Cubik-Decimeter Quecksilber?
46. Wenn ein Wiener Metzen Weizen ein Gewicht von 88 Wiener Pfd. hatte, wie viel Kilogramm wiegt nach diesem Verhältniß 1 Hektoliter Weizen?
47. In England wiegen die Eisenbahnschienen 58 engl. Pfd. Adp. per Yard; wie viel Kilogr. beträgt dies auf 1 Meter?
48. Ein halbes Kilogramm feinen Silbers gilt 45 fl. ö. W.; wie viel ist 1 Gramm feinen Silbers werth?

500 Gramm feinen Silbers...45 fl. ö. W.
1 „ „ „ 0·09 fl. ö. W. = 9 kr. ö. W.

So viel Gramm feinen Silbers also eine Silbermünze enthält, so vielmal 9 kr. ö. W. beträgt ihr innerer Werth.
49. Der engl. Shilling enthält 5·231, der holländische Gulden 9·45 Gramm feinen Silbers; wie viel ist jede dieser Münzen in ö. W. werth?
50. Der nordamerikanische halbe Silber-Dollar wiegt 12·4415, das italienische Fünflirestück 25 Gramm, beide sind 0·9 fein, d. h. sie enthalten unter 10 Theilen 9 Theile feines Silber; welchen inneren Werth in ö. W. hat jede dieser Münzen?
51. Die neue österr. Goldmünze, das Achtguldenstück, wiegt 6·45161 Gramm und ist 0·9 fein; wie viel gilt diese Goldmünze in ö. W., wenn 1 Gramm feines Gold 15·5mal so viel werth ist als 1 Gramm feines Silber?
52. Wie viel ist ein silbernes Gefäß, das 11·67 Kilogr. wiegt und 720 Tausendtheile fein ist, werth, wenn das Kilogr. Silber mit 93·5 fl. gerechnet wird?
53. Wie viel fl. ö. W. sind nach dem inneren Werthe
a) 507·2 schwed. Reichsthaler? b) 988·28 dän. Reichsthaler?
54. Wie viel italienische Lire sind nach dem Silberwerthe
a) 2990·6 holl. Gulden? b) 4074·35 nordam. Dollars?
55. In Gibraltar kostet die Fanega (0·548 Hektoliter) Weizen 98 Realen; wie viel engl. Shilling kostet in demselben Verhältniß ein engl. Quarter?

56. A liegt $79 \cdot 75^{m}$ höher als B, B $9 \cdot 48^{m}$ höher als C und C $5 \cdot 84^{m}$ höher als D; wie viel liegt A höher als D?

57. Der Umfang eines Kreises wird in 360 Grade getheilt; der wievielte Theil des Umfanges ist demnach ein Bogen von 5 Graden?

58. Wie groß ist der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser
a) 57^{m}, b) $2 \cdot 18^{m}$, c) $58 \cdot 75^{cm}$
beträgt? (§. 30, Aufg. 39.)

59. Wie groß ist der Durchmesser eines Rades, dessen Umfang a) $3 \cdot 58^{m}$, b) $11 \cdot 725^{dm}$, c) $8 \cdot 35^{cm}$ ist?

60. Ein kreisrunder Tisch hat für 12 Personen Platz, wenn man auf eine Person $0 \cdot 8^{m}$ des Umfanges rechnet; wie groß ist sein Durchmesser?

61. Auf dem Umfange eines Rades von 3^{dm} Halbmesser sollen 42 Zähne angebracht werden; wie weit werden die Mitten je zweier Zähne von einander entfernt sein?

62. Wie groß muß der Durchmesser einer Welle sein, damit um dieselbe ein Faden von $226 \cdot 33^{cm}$ Länge 65mal gewunden werden könne?

63. Die Triebräder einer Locomotive haben einen Durchmesser von $1 \cdot 2^{m}$; wie viel Umläufe müssen sie in einer Minute machen, damit in einer Stunde 30120^{m} zurückgelegt werden?

64. Wie groß ist die Fläche eines Tisches, welcher 148^{cm} lang und 93^{cm} breit ist?

65. Wie viel Ar hat eine Fläche, welche $85 \cdot 25^{m}$ lang und 8^{m} breit ist?

66. Ein 118^{m} langer Acker wird für $17 \cdot 28$ fl. verkauft; wie breit ist der Acker, wenn das $\square^{m}$ zu $0 \cdot 75$ fl. gerechnet wird?

67. Wie hoch kommt das Pflaster eines rechtwinkligen, $15 \cdot 313^{m}$ langen und $8 \cdot 85^{m}$ breiten Hofes, wenn das $\square^{m}$ mit $4 \cdot 085$ fl. bezahlt wird?

68. Ein Acker ist 185^{m} lang und 137^{m} breit; um wie viel vergrößert sich sein Flächenraum, wenn die Länge um 18^{m} und die Breite um 24^{m} vermehrt wird?

69. Ein viereckiger Kasten ist $1 \cdot 2^{m}$ lang, $0 \cdot 9^{m}$ breit und $0 \cdot 3^{m}$ tief; wie viel Cubikmeter Raum hat derselbe?

70. Eine Kalkgrube von $3 \cdot 4^{m}$ Länge und $1 \cdot 5^{m}$ Breite enthält, wenn sie ganz angefüllt ist, $9 \cdot 18$ Cubikmeter Kalk; wie tief ist die Grube?

71. Wie viel Ziegel zu $2 \cdot 6^{dm}$ lang, $1 \cdot 2^{dm}$ breit und $0 \cdot 5^{dm}$ hoch braucht man zu einer Mauer, welche 507^{dm} lang, 9^{dm} breit und 25^{dm} hoch sein soll?

72. Eine vierkantige Eisenstange, welche 18^{dm} lang, $0 \cdot 8^{dm}$ breit und $0 \cdot 25^{dm}$ dick ist, wiegt $28 \cdot 08$ Kilogr.; wie viel wiegt ein Cub.^{dm} Eisen?

73. Wie viel wiegt ein vierkantiger Balken von Eichenholz von $4 \cdot 25^{m}$ Länge, $0 \cdot 36^{m}$ Breite und $0 \cdot 26^{m}$ Dicke, wenn 1 Cub.^{m} Eichenholz 1170 Kilogr. wiegt?

74. Die atmospärische Luft enthält $0 \cdot 21$ Sauerstoffgas und $0 \cdot 79$ Stickstoffgas; wie viel Cub.^{m} von jeder dieser Gasarten sind in einem Zimmer enthalten, das $8 \cdot 6^{m}$ lang, $6 \cdot 5^{m}$ breit und $3 \cdot 8^{m}$ hoch ist?

75. Ein Gefäß hat nach dem alten Wiener Maße 4·5′ Länge, 2·3′ Breite und 1·8′ Tiefe; wie viel Hektoliter faßt es?

76. Ein Kasten von 1·2^m Länge und 0·9^m Breite war zum Theil mit Wasser gefüllt. Als man in denselben einen Stein senkte, stieg das Wasser um 0·2^m und bedeckte den Stein; wie groß war der Körperinhalt des Steines?

---

77. Welche Geschwindigkeit hat das Wasser an der Oberfläche eines Flusses, d. h. wie viel Meter legt es in 1 Secunde zurück, wenn ein hineingeworfenes Stück Holz in 3 Minuten 490^m weit schwimmt?

78. Eine Locomotive legte in 4·56 Stunden 18·324 Meilen zurück; wie viel legte sie bei gleichförmiger Bewegung in 1 Stunde zurück?

79. Der elektrische Strom in einem Kupferdrahte legt in 1 Secunde 60000 geogr. Meilen zurück; wie vielmal kann er in dieser Zeit den Erdball umkreisen, den Umfang der Erde zu 5400 Meilen gerechnet?

80. Das Licht legt den Weg von der Sonne zur Erde, d. i. eine Entfernung von 20683010 geogr. Meilen in 493·22 Secunden zurück; wie viele Meilen in 1 Secunde?

81. Zwischen einem Blitz und dem Anfang des Donners verfließen 20 Secunden; wie weit ist die Gewitterwolke entfernt, wenn der Schall in 1 Secunde 332^m zurücklegt?

82. Zwischen dem Blitz und dem Knall einer Kanone vergehen 7·5 Secunden; wie weit ist die Kanone vom Beobachter entfernt?

83. Réaumur theilt auf dem Thermometer den Abstand des Gefrierpunktes von dem Siedpunkte in 80, Celsius in 100 Grade. Wie viele Grade nach Celsius sind

a) 1^0 R., b) 15^0 R., c) 23^0 R., d) 34^0 R.;

wie viele Grade nach Réaumur sind

e) 1^0 C., f) 10^0 C., g) 30^0 C., h) 38^0 C.?

84. An einem Schöpfrade sind 23 Wassereimer, von denen jeder beim Umdrehen 0·0275 Cub.^{m} Wasser liefert; wenn nun das Rad in 18 Minuten 6 Umdrehungen macht, wie viel Wasser liefert es in 12·365 Stunden?

85. Von einem Lande sind 0·108 Theile unbebaut; welchen Theil dieses Landes nimmt die cultivirte Fläche ein?

86. Die Markgrafschaft Mähren hat 2132306 Hektar productives und 90649 Hektar unproductives Land; wie groß ist das gesammte Flächenmaß von Mähren?

87. Die österreichisch-ungarische Monarchie hat 350388 Hektar Weingärten; wenn nun 1 Hektar durchschnittlich 26 Hektoliter gibt, wie viel Hektoliter beträgt die jährliche Weinerzeugung dieses Reiches?

88. Wenn man die Oberfläche unserer Erde mit 9261238 geogr. □ Meil. annimmt, und wenn davon auf die heiße Zone 3692978 □ Meil., auf jede der beiden kalten Zonen 384084 □ Meilen entfallen; welchen Flächenraum nimmt jede der beiden gemäßigten Zonen ein?

89. Oesterreich hat einen Flächenraum von 11306·36 geogr. □Meil.; der wie vielte Theil ist dies von der ganzen Erdoberfläche? (Aufgabe 88.)

90. Graz zählte im Jahre 1820 36012 Einwohner, im Jahre 1870 80732; um wie viel hat sich die Bevölkerung von Graz in dieser Zeit vermehrt?

91. Die österreichisch-ungarische Monarchie hat 6224·76 $\square^{\mathrm{Mm}}$ mit 35943592 Einwohnern; wie viel Einwohner kommen auf ein $\square^{\mathrm{Mm}}$?

92. Oberösterreich hat auf einem Flächenraum von 119·97 $\square^{\mathrm{Mm}}$ eine Bevölkerung von 734560 Einwohnern; wie viele Einwohner entfallen durchschnittlich auf ein $\square^{\mathrm{Mm}}$?

93. Böhmen hat 5140156 Einwohner, von denen 9893 auf 1 $\square^{\mathrm{Mm}}$ kommen; wie groß ist der Flächeninhalt dieses Landes?

94. In Steiermark leben 1137748 Einwohner auf 224·54 $\square^{\mathrm{Mm}}$, in Kärnten 337694 Einwohner auf 103·73 $\square^{\mathrm{Mm}}$; a) um wie viel $\square^{\mathrm{Mm}}$ ist Steiermark größer als Kärnten; b) wie viel Einwohner hat das erste mehr als das zweite; c) wie viel Einwohner kommen in jedem Lande auf ein $\square^{\mathrm{Mm}}$, wo ist also die Bevölkerung dichter?

Zweiter Abschnitt.

Das Rechnen mit mehrnamigen ganzen und Decimalzahlen.

---

§. 41.

Diejenige Zahl, welche angibt, wie viele Einheiten einer niedrigeren Benennung eine Einheit der höheren Benennung enthält, heißt die Verwandlungszahl zwischen diesen beiden Benennungen. Zwischen Gulden und Kreuzern ist 100 die Verwandlungszahl.

Die zwischen den verschiedenen Benennungen einer Art vorkommenden Verwandlungszahlen sind aus der im Anhange enthaltenen Uebersicht der Maße, Gewichte und Münzen zu ersehen.

Das Resolviren.

§. 42.

Einheiten einer höheren Benennung in Einheiten einer niedrigeren Benennung derselben Art verwandeln, heißt sie resolviren.

1) Wie viele Stunden sind 35 Tage? — 1 Tag hat 24 Stunden, 1 Tag ist also das 24fache von 1 Stunde; 35 Tage sind das 24fache von 35 Stunden, mithin

35 Tage = 35 Stunden $\times$ 24 = 840 Stunden.

Einheiten einer höheren Benennung werden also in eine niedrigere Benennung resolvirt, indem man sie mit der entsprechenden Verwandlungszahl multiplicirt.

Nach dieser Vorschrift kann auch jede mehrnamige Zahl in die niedrigste Benennung resolvirt werden. Z. B.: Wie viel Secunden sind $5^0\,14'\,53''$? — 5^0 sind $5 \times 60 = 300'$ und $14'$ dazu sind $314'$; $314'$ sind $314 \times 60 = 18840''$ und $53''$ dazu sind $18893''$. Die Rechnung steht

$$\begin{array}{c} 5^0\ 14'\ 53'' \\ \hline 314' \\ \hline 18893''. \end{array}$$

Sehr einfach gestaltet sich die Resolvirung, wenn die Benennungen dem Decimalsystem angehören, d. h. wenn die Verwandlungszahlen 10, 100 oder 1000 sind; dann setzt man die verschiedenen Benennungen ihrer natürlichen Reihenfolge nach neben einander, ersetzt die etwa fehlenden Ziffern durch Nullen und gibt der dadurch gebildeten Zahlenreihe die niedrigste Benennung. Z. B.:

3 fl. 68 kr. = 368 kr.; 15 fl. 7 kr. = 1507 kr.

$5^{m}\ 8^{cm}\ 3^{mm} = 5803^{mm}$.

15 Hektoliter 27 Liter = 1527 Liter.

7 Cubikmeter 85 Cubikdecimeter = 7085 Cubikdecimeter.

2) Wie viel Grad, Minuten und Secunden sind 43·275 Grad?

$$
\begin{array}{l}
43{\cdot}2\,75^0 = 43^0\ 16'\ 30''. \\
\underline{\quad\quad} \times 60 \\
1\ 6{\cdot}50' \\
\underline{\quad} \times 60 \\
3\ 0{\cdot}0''
\end{array}
$$

Die Decimalen einer benannten Zahl werden also in Ganze der niedrigeren Benennungen resolvirt, indem man sie zuerst mit der Verwandlungszahl für die nächst niedrigere Benennung multiplicirt, und dann mit den im Producte erhaltenen Decimalen auf gleiche Weise weiter verfährt.

Ganz einfach ist das Verfahren, wenn die Verwandlungszahlen 10, 100 oder 1000 sind; dann bilden immer bezüglich eine, zwei oder drei Decimalziffern nach rechts die nächst niedrigere Benennung, und die hinter der niedrigsten Benennung etwa bleibenden Stellen sind Decimaltheile derselben. Z. B.:

5·63 fl. = 5 fl. 63 kr.; 0·735 fl. = 73·5 kr.;
$13{\cdot}863^m = 13^m\ 8^{dm}\ 6^{cm}\ 3^{mm}$;
7·8905 Hektar = 7 Hektar 89 Ar $5\square^m$;
0·501275 Kilogramm = 50 Dekagr. 1 Gr. 275 Milligr.

§. 43.

Aufgaben. (Schriftlich und wo möglich auch im Kopfe zu lösen.)

1. Wie viel Kreuzer sind
a) 7 fl.? b) 83 fl.? c) 309 fl.?

2. Wie viel Kreuzer sind
a) 39 fl. 28 kr.? b) 250 fl. 90 kr.? c) 315 fl. 45 kr.?
d) 4 fl. 13 kr.? e) 45 fl. 9 kr.? f) 206 fl. 5 kr.?

3. Wie viel Kreuzer sind
a) 0·37 fl.? b) 0·085 fl.? c) 13·59 fl.?

4. Wie viel Millimeter sind
a) 7^{cm}? b) 8^m? c) $7^{cm}\ 4^{mm}$?
d) $0{\cdot}38^{dm}$? e) $2{\cdot}7^m$? f) $15^m\ 3^{dm}\ 6^{cm}$?

5. Wie viel $\square^{cm}$ betragen
a) $8\ \square^{dm}$? b) $7\ \square^m\ 15\ \square^{dm}$? c) $0{\cdot}7586\ \square^m$?

6. Wie viel Cub.^{cm} sind
a) 15 Cub.^m? b) 8 Cub.^m? c) 418·2 Cub.^{dm}?

7. Wie viel Liter sind
a) 37 Hektoliter? b) 2 Hektol. 55 Lit.? c) 0·385 Hektol.?

8. Wie viel Gramm sind
a) 35 Kilogramm? b) 4 Kilogr. 8 Dekagr.? c) 138 Kilogr.?

9. Wie viel Tage sind
a) 7 Mon. 24 Tage? b) 3 J. 8 M. 15 T.?

10. Wie viel Secunden betragen
a) 51 Min. 13 Sec.? b) 18 Stund. 35 Min. 49 Sec.?

11. Wie viel Secunden hat ein gemeines Jahr?

12. Wie viel Bogen enthalten
a) 4 Buch 3 Bogen? b) 3 Rieß 15 Buch 18 Bogen?
c) 5 Riß 15 Bogen? d) 4 Ballen 7 Riß 12 Buch?
Bringe auf die niedrigste Benennung:
13. 1210 Mark 75 Pfenn. (Deutschland.)
14. 729 Quarters 7 Bussels, 6 Gallons. (England.)
15. 8 Faß 67 Kannen 1 Schoppen. (Deutschland.)
16. 3 Pud 23 Pfd. 60 Solotnik 72 Doli. (Rußland.)
17. Wie viel Gulden und Kreuzer ö. W. sind
a) 3·92 fl.? b) 155·07 fl.? c) 207·535 fl.?
18. Wie viel Meter, Decim., Centim. und Millim. sind
a) $5 \cdot 397^{m}$? b) $318 \cdot 0915^{m}$?
19. Ein Meter beträgt 3·16375 alte Wiener Fuß; wie viel in Fuß, Zoll und Linien?
20. Wie viel Hektar und Ar sind
a) 129·235 Hektar? b) 6·2325 Hektar?
21. Wie viel Hektoliter und Liter sind
a) 205·88 Hektoliter? b) 9·285 Hektoliter?
22. Wie viel Ctr., Kilogr., Dekagr. und Gramm sind
a) 4·084 Centner? b) 7·52085 Centner?
23. Wie viel Grade, Minuten und Secunden sind
a) $35 \cdot 356^{0}$? b) $9 \cdot 085^{0}$? c) $123 \cdot 452^{0}$?
24. Wie viel Ballen, Rieß, Buch und Bogen Papier sind
a) 5·7865 Ballen? b) 13·0854 Ballen?
25. Die Erde braucht zu ihrem Umlaufe um die Sonne 365·24222 Tage; drücke die Decimalen der Tage in Stunden, Minuten und Secunden aus.

2. Das Reduciren.

§. 44.

Einheiten einer niedrigeren Benennung in Einheiten einer höheren Benennung derselben Art verwandeln, heißt sie **reduciren**.

1) Wie viel Dutzend sind 187 Stück? — 1 Dutzend hat 12 Stück, 1 Stück ist also der 12te Theil von 1 Dutzend; 187 Stück sind der 12te Theil von 187 Dutzend, mithin

187 Stück = 187 Dutzend : 12 = 15 Dutzend 7 Stück.
67
7 Stück.

Einheiten einer niedrigeren Benennung werden also **auf eine höhere Benennung reducirt**, indem man sie durch die entsprechende Verwandlungszahl **dividirt**; der Quotient bedeutet Einheiten der höheren, der etwa übrig bleibende Rest Einheiten der niedrigeren Benennung.

Enthält der Quotient Einheiten einer noch höheren Benennung, so kann er auf dieselbe Art weiter reducirt werden. Z. B.:

Wie viel Tage, Stunden und Minuten sind 31024 Minuten?

31024 (Min.) : 60
4 Min. 517 (Stund.) : 24
37 21 Tage
13 Stunden

also: 31024 Minuten = 21 Tage 13 Stund. 4 Min.

Sind die zu reducirenden Benennungen nach dem Decimalsysteme abgetheilt, so erfolgt deren Reduction mittelst der Division durch 10, 100 oder 1000, also durch einfaches Abschneiden einer, zweier oder dreier niedrigster Stellen; jede solche Abtheilung bildet eine Benennung für sich. Z. B.:

792 kr. = 7 fl. 92 kr. 1804 kr. = 18 fl. 4 kr.
$3758^{mm} = 3^{m}\ 7^{dm}\ 5^{cm}\ 8^{mm}$.
5259·5 Ar = 52 Hektar 59·5 Ar.
1729365 Cub.^{cm} = 1 Cub.^{m} 729 Cub.^{dm} 365 Cub.^{cm}

2) Verwandle 87° 14′ 24″ in einen Decimalbruch von Grad.

24 (″) : 60 = 0·4 (′)
14·4 (′) : 60 = 0·26 (°)

also: 87° 14′ 24″ = 87·26°.

Einheiten einer niedrigeren Benennung werden also in einen Decimalbruch höherer Benennung verwandelt, indem man sie durch die entsprechende Verwandlungszahl dividirt und dabei den Quotienten als Decimalbruch entwickelt, dem man die etwa gegebenen Einheiten der durch diesen Bruch ausgedrückten Benennung hinzufügt. Soll dieser Decimalbruch auf eine noch höhere Benennung gebracht werden, so dividirt man ihn wieder durch die neue Verwandlungszahl und fährt auf gleiche Weise wie vorhin fort, bis man den Decimalbruch der verlangten Benennung erhalten hat.

Gehören die Benennungen dem Decimalsysteme an, so geben ihre Zahlen in der durch das System gebotenen Aufeinanderfolge unmittelbar die verlangten Decimalen; nur müssen dabei die etwa fehlenden Benennungen oder Ziffern durch Nullen ersetzt werden. Z. B.:

35 fl. 93 kr. = 35·93 fl. 8 fl. 7 kr. = 8·07 fl.
3 Dekagramm 7 Gramm 4 Decigramm = 3·74 Dekagramm.
35 Hektoliter 5 Liter 8 Deciliter = 35·058 Hektoliter.
$17^{Km}\ 98^{m} = 17·098^{Km}$.

§. 45.

Aufgaben.

Reducire auf Ganze der höheren Benennung:

1. a) 356 kr. b) 3809 kr. c) 79085 kr.
2. a) 2735 Centim. b) 19628 Millim. c) 544063 Millim.
3. a) 5563 □^{dm}. b) 31446 Ar. c) 850582 □^{m}.
4. a) 940 Cub.^{dm}. b) 386937 Cub.^{cm} c) 5638432 Cub.^{mm}
5. a) 546 Liter. b) 7265 Decil. c) 318605 Centil.
6. a) 7048 Gramm. b) 94722 Decigr. c) 92258 Milligr.

7. a) 35764 Pfenn. (Deutschl.) b) 46083 Centimes (Frankr.)
8. a) 5125 Buch Papier. b) 186615 Bogen Papier.
9. a) 51279 Winkel-Secunden. b) 182700 Zeit-Secunden.
10. In einer Secunde thut das Secundenpendel 1 Schlag; in welcher Zeit hat dasselbe 100000 Schläge gethan?
11. Jemand erspart täglich 5 Kreuzer; wie groß ist das Ersparniß in 42 Jahren, wenn man darunter 10 Schaltjahre rechnet?
12. Eine Locomotive legt in einer Stunde eine Strecke von 31850^{m} zurück; wie viel Kilometer ist dieses?
13. Aus einem Röhrbrunnen fließen in jeder Minute 32 Liter Wasser; wie viel a) in einer Stunde, b) in einem Tage, c) in einem Jahre?
14. Ein Mensch athmet in jeder Minute 13100 Cub.^{cm} Luft ein; wie viel a) in einem Tage, b) in einem Jahre?
15. Ein Buch von 13 Druckbogen erschien in einer Auflage von 4500 Exemplaren; wie viel Rieß Papier wurden dazu erfordert?

Verwandle in einen Decimalbruch der nächst höheren Benennung:

16. a) 47 kr. b) 9 kr. c) 1367 kr. d) 53908·5 kr.
17. a) 5237 Centes. (Ital.) b) 17956 Pfenn. (Deutschl.)
18. a) 30563 Cents (Holl.) b) 44802 Kopeken (Rußl.)
19. a) 70485 Realen (Span.) b) 92567 Para (Türkei).
20. a) 13·485 Ar. b) 546·44 Liter.
21. a) 337·8925 Cub.^{dm}. b) 508·375 Cub.^{cm}.
22. a) 5789 Maß (Schweiz). b) 74435 Kannen (Deutschl.).
23. a) 627·4 Minuten. b) 19·8345 Stunden.

Reducire auf einen Decimalbruch der höheren Benennung:

24. a) $5^{m}\ 3^{dm}\ 8^{cm}\ 1^{mm}$. b) $1\square^{m}\ 83\square^{dm}\ 5\square^{cm}\ 23\square^{mm}$.
25. 3 Cub.^{m} 618 Cub.^{dm} 708 Cub.^{cm}.
26. 35 Hektoliter 87 Liter 7 Deciliter.
27. 139 Quarters 6 Bushels 4 Gallons (England).
28. 1 Tschetwert 5 Tschetwertik 2 Tschetwerke 8 Garnetz (Rußl.).
29. 2 Faß 8 Kannen 1 Schoppen (Deutschland).
30. 128 Gramm 5 Decigramm 8 Milligramm.
31. 13 Ctr. 61 Kilogr. 8 Decagr. 7 Gramm.
32. a) 308 fl. 45 kr. ö. W. b) 9 Pfd. 15 Shill. 8 P. (Engl.).
33. a) $53^{0}\ 15'\ 6''$ Winkelmaß. b) $43^{0}\ 48'\ 36''$.
34. 20 Stunden 34 Minuten 50 Secunden.

3. Das Addiren mehrnamiger Zahlen.

§. 46.

Beim Addiren mehrnamiger Zahlen beginnt man bei den Zahlen der niedrigsten Benennung und reducirt die Summe, wenn sie Ganze der nächst höheren Benennung enthält, auf diese höhere Benennung. Sodann werden in gleicher Weise die Zahlen der höheren Benennungen nach der Reihe addirt.

Ist die Verwandlungszahl 10, 100 oder 1000, und kommen in der Summe der niedrigeren Benennung bezüglich Zehner, Hunderte oder Tausende heraus, so werden diese als Einheiten der höheren Benennung sogleich zu den Zahlen dieser Benennung weiter gezählt. Am einfachsten ist es jedoch, alle Summanden auf dieselbe höchste oder niedrigste Benennung zu bringen, und dann die Addition zu verrichten.

Aufgaben.

1. Addire 37 Tage 15 Stunden und 21 Tage 7 Stunden.

Im Kopfe: 37 T. 15 St. und 21 T. sind 58 T. 15 St., und 7 St. sind 58 Tage und 21 Stunden.

Schriftlich:	37 T. 15 St.	7 St. + 15 St. = 22 St.
	21 „ 7 „	21 T. + 37 T. = 58 T.
	58 T. 22 St.	

2. Wie groß ist die Summe folgender Beträge?

308 fl. 45 kr.	oder	308·45 fl.
92 „ 88 „		92·88 „
157 „ 64 „		157·64 „
250 „ 75 „		250·75 „
183 „ 9 „		183·09 „
992 fl. 81 kr.		992·81 fl.

3.	$8^m\ 9^{dm}\ 9^{cm}$	oder	$8·99^m$	oder	899^{cm}
	$7^m\ 8^{dm}\ 2^{cm}$		$7·82^m$		782^{cm}
	$3^m\ 6^{dm}\ 5^{cm}$		$3·65^m$		365^{cm}
	$20^m\ 4^{dm}\ 6^{cm}$		$20·46^m$		$2046^{cm} = 20^m\ 4^{dm}\ 6^{cm}$.

Addire folgende mehrnamige Zahlen:

4. a) $23^m\ 7^{dm}\ 8^{cm}\ 5^{mm}$
$47^m\ 3^{dm}\ 4^{cm}\ 8^{mm}$
$9^m\ 4^{dm}\ 2^{cm}\ 2^{mm}$
$16^m\ 9^{dm}\ 6^{cm}\ 7^{mm}$

b) $38\boxtimes^m\ 73\boxtimes^{dm}\ 56\boxtimes^{cm}$
$85\boxtimes^m\ 8\boxtimes^{dm}\ 75\boxtimes^{cm}$
$60\boxtimes^m\ 59\boxtimes^{dm}\ 63\boxtimes^{cm}$
$48\boxtimes^m\ 91\boxtimes^{dm}\ 28\boxtimes^{cm}$

5. a) 247 Hektar 38 Ar
109 „ 74 „
295 „ 19 „
328 „ 82 „

b) 123 Hektol. 83 Lit.
86 „ 72 „
205 „ 36 „
174 „ 60 „

6. a) 58 Ctr. 75 Kilogr. 8 Gr.
32 „ 19 „ 6 „
19 „ 6 „ 5 „

b) 3128 fl. 46 kr.
2091 „ 73 „
1963 „ 8 „

7. Die Seiten eines Fünfeckes sind $5^m\ 3^{dm}\ 8^{cm}$, $4^m\ 1^{dm}\ 7^{cm}$, $6^m\ 9^{dm}$, $3^m\ 5^{dm}\ 8^{cm}$ und $4^m\ 3^{dm}$; wie groß ist der Umfang?

8. Ein Fünfeck läßt sich in drei Dreiecke zerlegen, welche einzeln $37\square^m\ 78\square^{dm}$, $25\square^m\ 9\square^{dm}$ und $42\square^m\ 33\square^{dm}$ enthalten; wie groß ist die Fläche dieses Fünfeckes?

9. Ein Kaufmann hat nachstehende Summen zu fordern: 351 fl. 84 kr., 247 fl. 73 kr., 480 fl. 76 kr., 37 fl. 8 kr., 147 fl. 68 kr.; wie groß ist seine Gesammtforderung?

10. Vier Capitalien tragen einzeln 208 fl. 36 kr., 165 fl. 45 kr., 153 fl. 27 kr. und 62 fl. 48 kr. jährlichen Zins; wie groß ist das ganze Zinserträgniß?

11. Ein Gut gab in 5 aufeinander folgenden Jahren nachstehenden Reinertrag:

im 1. Jahre	1972 fl.	85 kr.;		
„ 2. „	2208 „	46 „		
„ 3. „	2184 „	90 „		wie viel in allen fünf Jahren?
„ 4. „	2253 „	36 „		
„ 5. „	2317 „	75 „		

12. Addire folgende Zahlen:

a)		b)		
327 Mark	57 Pf. (Dtsch.)	21 Ctr.	88 Pfd.	27 Nlth. (Dtsch.)
208 „	88 „	23 „	52 „	18 „
754 „	34 „	28 „	74 „	22 „
495 „	73 „	46 „	17 „	24 „
640 „	9 „	38 „	66 „	20 „

13. In einer Buchdruckerei wurden an Druckpapier verbraucht:

6 Ballen	9 Rieß	14 Buch	13 Bogen;	
5 „	3 „	18 „	20 „	wie groß war der ganze Verbrauch?
3 „	8 „	9 „	24 „	
4 „	5 „	15 „	17 „	

14. Der Ort A liegt um $12^{m}\ 3^{dm}$ höher als B, B liegt um $9^{m}\ 4^{dm}\ 6^{cm}$ höher als C, und C um $13^{m}\ 5^{dm}\ 9^{cm}$ höher als D; um wie viel liegt A höher als D?

15. Von zwei Gärten mißt der eine $148\square^{m}\ 24\square^{dm}$, der andere $137\square^{m}\ 18\square^{dm}$; wie groß sind beide zusammen?

16. Um einen Punkt herum liegen fünf Winkel; von diesen ist $a = 85^{0}\ 33'\ 46''$, $b = 47^{0}\ 18'\ 48''$, $c = 63^{0}\ 29'\ 17''$, $d = 58^{0}\ 43'\ 50''$, $e = 104^{0}\ 54'\ 19''$; wie groß ist die Summe aller dieser Winkel?

17. Das Cap der guten Hoffnung hat eine südliche Breite von $33^{0}\ 55'\ 42''$, Algier eine nördliche Breite von $36^{0}\ 48'\ 36''$; um wie viel Grade liegt das letzte nördlicher als das erste?

18. Europa liegt zwischen $11^{0}\ 50'\ 20''$ westlicher und $60^{0}\ 30'$ östlicher Länge von Paris; wie viel Längengrade umfaßt dieser Erdtheil?

19. In Paris tritt der Mittag 48 Minuten 19 Secunden später ein, als in Prag; wie viel zeigt eine Uhr in Prag, wenn es in Paris 3 Uhr 55 Min. 40 Sec. ist?

20. Jemand wurde am 5. Jänner 1809 geboren und starb in einem Alter von 60 Jahren 6 Monaten und 12 Tagen; an welchem Tage war dies?

Geburtszeit:	1808 Jahr.	— Mon.	4 Tage	nach Chr. G.
Lebensdauer:	60 „	6 „	12 „	
Sterbezeit:	1868 Jahr.	6 Mon.	16 Tage	nach Chr. G.

Er starb also am 17. Juli 1869.

21. Napoleon I. wurde den 15. August 1769 geboren und starb in einem Alter von 51 Jahren 8 Monaten 19 Tagen; welches ist das Datum seines Todes?

22. Ein Haus wurde am 17. März 1867 angekauft; die Zahlung des Kaufschillings sollte 2 Jahre 6 Monate später erfolgen; an welchem Tage hatte dies zu geschehen?

23. Eine Dienstmagd trat 1863 den 25. Juni in Dienst und blieb darin 15 Jahre 5 Monate 26 Tage; wann trat sie aus?

24. Die Zeit von einem Vollmond bis zum andern (synodischer Monat) beträgt 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Secunden; wenn nun am 18. Mai um 5 Uhr 27 Min. 28 Sec. Abends Vollmond ist, wann tritt der nächste Vollmond ein?

---

4. Das Subtrahiren mehrnamiger Zahlen.

§. 47.

Auch das Subtrahiren mehrnamiger Zahlen wird bei der niedrigsten Benennung angefangen. Ist bei einer Benennung die Zahl des Subtrahends größer als jene des Minuends, so wird letztere um so viel Einheiten vermehrt, als ihrer eine nächst höhere Einheit enthält, und hierauf die Subtraction verrichtet; sodann wird aber, damit die Differenz ungeändert bleibe, auch der Subtrahend in der nächst höheren Benennung um 1 vermehrt.

Wenn die einzelnen Benennungen dem Decimalsysteme angehören, so geschieht die Subtraction entweder in gleicher Weise wie bei mehrziffrigen unbekannten Zahlen, oder man bringt Minuend und Subtrahend auf dieselbe Benennung und subtrahirt dann.

Aufgaben.

1. Von 15 Jahren 5 Monaten subtrahire 6 Jahre 8 Monate.

Im Kopfe: Von 15 Jahren 5 Mon. zuerst 6 J. weg, bleiben 9 J. 5 M., davon 5 M., bleiben 9 J., und davon noch 3 M. bleiben 8 J. 9 M.

Schriftlich:	
15 J. 5 M.	Hier muß man zu dem Minuend 1 Jahr d. i. 12 M. addiren, worauf 8 M. von 17 M. zu subtrahiren sind; dann muß aber auch der Subtrahend um 1 Jahr vermehrt, also 7 J. von 15 J. subtrahirt werden.
6 „ 8 „	
8 „ 9 „	

2. Jemand schuldet 1226 fl. 35 kr.; darauf zahlt er 818 fl. 65 kr. wie viel bleibt er noch schuldig?

1226 fl. 35 kr.	oder 1226·35 fl.
818 „ 65 „	818·65 „
407 fl. 70 kr.	407·70 fl.

3. Von 5 Hektar 28 Ar subtrahire 97·5 Ar.

5 Hektar 28 Ar	oder 5·28 Hektar
97·5 Ar	0·975 „
4 Hektar 30·5 Ar	4·305 Hektar.

Subtrahire:

4. a) 81^{m} 61^{cm} 5^{mm} b) $650\square^{m}$ $47\square^{dm}$ $55\square^{cm}$

27^{m} 67^{cm} 8^{mm} — 278 „ 8 „ 64 „

5. a) 1 $Cub.^{m}$ b) 53 Hektar 9 Ar

— „ 618 $Cub.^{dm}$ 95 $Cub.^{cm}$ — 14 „ 72 „

6. a) 789 Gramm 502 Milligr. b) 662 fl. 37 kr.
   291 „ 375 „ 284 „ 8 „

7. Ein Silberarbeiter braucht 6 Kilogr. 38 Dekagr. 4 Gramm Silber; er hat aber nur 3 Kilogr. 72 Dekagr. 5 Gramm vorräthig; wie viel Silber fehlt ihm noch?

8. Um wie viel ist ein Winkel von $43^{0}\ 17'\ 32''$ kleiner als ein Winkel von 90^{0}?

9. Die Summe der drei Winkel eines Dreieckes ist gleich 180^{0}; wie groß ist der dritte Winkel, wenn die beiden anderen Winkel $57^{0}\ 25'\ 46''$ und $71^{0}\ 53'\ 50''$ betragen?

10. Eine Eisenbahn durchschneidet ein Ackerstück von 3 Ar $47\square^{m}$ so, daß von demselben 1 Ar $93\square^{m}$ verloren geht; wie viel bleibt davon noch übrig?

11. a) 1417 Frcs. 47 Cent. (Frank.) b) 385 Ohm 42 Maß (Schweiz)
    982 „ 72 „ 228 „ 88 „

12. Ein Weinhändler hat 3 Fässer Wein; das erste enthält 22 Hektol. 30 Liter, das zweite 18 Hektol. 35 Liter, das dritte 18 Hektol. 24 Liter; wie viel Wein bleibt ihm noch übrig, wenn er 35 Hektol. 28 Liter verkauft hat?

13. Eine Waare, welche im Einkaufe 1355 fl. 35 kr. gekostet hat, wurde um 1524 fl. 42 kr. verkauft; wie viel hat man daran gewonnen?

14. Jemand hat nach vier Monaten einen Betrag von 2531 fl. 23 kr. zu bezahlen; wenn er nun die Zahlung sogleich leistet, wird ihm ein Abzug von 50 fl. 62 kr. bewilligt; wie viel hat der Schuldner sogleich zu zahlen?

15. Jemand nimmt ein 588 fl. 83 kr., 213 fl. 55 kr., 308 fl. 60 kr., dagegen gibt er aus 419 fl. 34 kr., 75 fl. 65 kr. und 268 fl. 42 kr.; wie viel bleibt ihm übrig?

16. Jemand bezahlt 4 Rechnungen; die erste beträgt 2105 fl. 64 kr., die zweite 285 fl. 85 kr. weniger als die erste, die dritte 132 fl. 20 kr. weniger als die zweite, und die vierte 95 fl. 75 kr. weniger als die dritte; wie viel betragen alle vier Rechnungen zusammengenommen?

17. Die Eisenbahnstrecke von Wien bis Triest beträgt $577^{Km}\ 340^{m}$; wenn nun die Strecke von Wien bis Mürzzuschlag $118^{Km}\ 289^{m}$, von Mürzzuschlag nach Laibach $314^{Km}\ 118^{m}$ beträgt, wie lang ist die Strecke von Laibach nach Triest?

18. Eine Eisenbahn steigt von der Station A zur Station B um $3^{m}\ 2{\cdot}8^{dm}$, von B bis C um $2^{m}\ 1{\cdot}3^{dm}$, von C bis D fällt sie um $4^{m}\ 4{\cdot}9^{dm}$, von D bis E steigt sie wieder um $3^{m}\ 3{\cdot}4^{dm}$; um wie viel liegt E höher als A?

19. Die geographische Breite von Prag ist $50^{0}\ 5'\ 29''$, von Wien $48^{0}\ 12'\ 35''$, von Graz $47^{0}\ 4'\ 2''$, von Triest $45^{0}\ 38'\ 8''$; wie viel Breitengrade liegt Prag nördlicher als jede der drei anderen Städte?

20. Innsbruck hat 9° 3′ 41″, Wien 14° 2′ 36″, Ofen 16° 42′ 47″, Lemberg 21° 42′ 40″ östlicher Länge von Paris; wie viel Längengrade liegt Lemberg östlicher als jede der drei anderen Städte?
21. Die österr.-ungar. Monarchie liegt zwischen 42° 10′ 5″ und 51° 3′ 27″ nördlicher Breite und zwischen 6° 13′ 52″ und 24° 1′ 25″ östl. Länge (von Paris); auf wie viele Breiten- und Längengrade dehnt sich dieselbe aus?
22. Eine Uhr geht um 13 Min. 8. Sec. zu früh; wenn nun dieselbe 7 Uhr 3 Min. zeigt, welches ist dann die richtige Zeit?
23. Wenn eine Uhr in Graz 4 Stunden 52 Min. 18 Sec. zeigt, weiset eine Uhr in Paris 3 Stunden 59 Min. 50 Sec.; wie viel Uhr ist es in Paris, wenn die Uhr in Graz 8 Stund. 23 Min. 48 Sec. zeigt?
24. Jemand wurde am 3. Juni 1802 geboren und starb am 25. September 1877; wie alt ist er geworden?

Sterbezeit:	1876 J.	8 M.	24 T.	nach	Chr.	G.
Geburtszeit:	1801 „	5 „	2 „	„	„	„
Alter:	75 J.	3 M.	22 T.			

25. Ein Capital war am 1. Juli 1857 fällig, wurde jedoch 3 Monate 24 Tage früher bezahlt; an welchem Tage geschah dieses?
26. Kaiser Franz I. starb am 2. März 1835 in einem Alter von 67 Jahren 18 Tagen; wann war er geboren?
27. Jemand wurde am 1. October 1814 geboren; wie alt ist er heute?

5. Das Multipliciren mehrnamiger Zahlen.

§. 48.

Wenn eine mehrnamige Zahl mit einer unbenannten multiplicirt werden soll, so multiplicirt man die Einheiten einer jeden Benennung von der niedrigsten angefangen und reducirt die bei den niedrigeren Benennungen erhaltenen Producte.

Ist die Verwandlungszahl 10, 100 oder 1000, so gestaltet sich die Rechnung sehr einfach, indem man nur die im Producte der niedrigeren Benennung erscheinenden Zehner, beziehungsweise Hunderte oder Tausende als Einheiten zu dem Producte in der höheren Benennung dazu zu zählen braucht. Am zweckmäßigsten ist es jedoch, in diesem Falle die gegebene mehrnamige Zahl in einen Decimalbruch der höchsten Benennung zu verwandeln und dann die Multiplication zu verrichten.

Aufgaben für Kopf- und Zifferrechnen.

1. Wie viel ist 9mal 14 Tage 12 Stunden?

Im Kopfe: 9mal 14 Tage sind (90 + 36 =) 126 Tage; 9mal 12 Stunden sind 9 halbe Tage d. i. 4 Tage und 12 Stunden; zusammen 130 Tage 12 Stunden.

Schriftlich: 14 T. 12 St. × 9   12 St. × 9 = 108 St. = 4 T. 12 St.
130 T. 12 St.   14 T. × 9 = 126 T.; 126 T. + 4 T. = 130 T.

Leichtere Reductionen sind auch beim schriftlichen Rechnen stets im Kopfe zu vollziehen.

2. Wie viel kosten 31 Ctr. einer Waare, wovon der Ctr. 37 fl. 65 kr. kostet?

37 fl. 65 kr. × 31		oder	37·65 fl. × 31
1129	5		1129·5
1167 fl. 15 kr.			1167·15 fl. = 1167 fl. 15 kr.

3. Jemand gibt täglich 2 fl. 45 kr. aus; wie viel monatlich?
4. Wenn 1 Ducaten 5 fl. 69 kr. gilt, wie viel betragen 25 Duc.?
5. Ein Meter Tuch kostet 6 fl. 48 kr.; wie hoch kommen 13 Meter?
6. Wie viel Wein ist in 8 Fässern enthalten, wenn jedes Faß 9 Hektoliter 12 Liter enthält?
7. Ein Hektoliter Gerste wiegt 64 Kil. 15 Dekagr.; wie viel wiegen a) 9 Hektoliter? b) 15 Hektoliter? c) 43 Hektoliter?
8. Wie viel kosten 64 Kilogr. à 3 fl. 47 kr.

Hier könnte man 3 fl. 47 kr. zuerst mit 8 und das Product wieder mit 8 multipliciren.

9. Der Centner einer Waare kommt auf 42 fl. 52 kr.; wie viel kosten a) 10 Ctr.? b) 24 Ctr.? c) 73 Ctr.?
10. Das Hektar Ackergründe kostet bei einem Verkaufe durchschnittlich 812 fl. 15 kr.; wie hoch kommen 12 Hektar davon zu stehen?
11. Wie viel kosten $87\square^{m}$ $35\square^{dm}$, das $\square^{dm}$ zu 1 fl. 56 kr. gerechnet?
12. Wie viele Gulden und Kreuzer ö. W. sind 560 fl. C. M. werth, da 1 fl. C. M. = 1 fl. 5 kr. ö. W. ist?
13. Der Durchmesser eines Kreises ist
a) 5^{m} 23^{cm}; b) 3^{dm} 5^{cm} 8^{mm}; wie groß ist der Umfang desselben? (§. 30, Aufg. 39.)
14. Bestimme den Umfang eines Kreises, dessen Halbmesser ist
a) 3^{m} 5^{dm} 4^{cm}; b) 1^{0} $5'$ $8''$.
15. Ein Rechteck ist 24^{m} 3^{dm} 4^{cm} lang und 16^{m} 5^{dm} 7^{cm} breit; wie groß ist sein Flächeninhalt?

$24^{m}\ 3^{dm}\ 4^{cm} = 24\cdot34^{m}$
$16^{m}\ 5^{dm}\ 7^{cm} = 16\cdot57^{m}$

```
 24 34
 14 604
  1 2170
   17038
```

Flächeninhalt $403\cdot3138\square^{m} = 403\square^{m}\ 31\square^{dm}\ 38\square^{cm}$.

16. Ein Acker ist 57^{m} 34^{cm} lang und 22^{m} 83^{cm} breit; wie groß ist sein Flächeninhalt?
17. Wie groß ist der Inhalt eines rechteckigen Gefäßes, das 1^{m} 5^{dm} lang, 8^{dm} 5^{cm} breit und 3^{dm} 7^{cm} hoch ist?
18. Wie hoch kommt eine Mauer zu stehen, welche 24^{m} 5^{dm} lang, 10^{m} 4^{dm} hoch und 8^{dm} dick ist, wenn für das $Cub.^{m}$ 8 fl. 20 kr. bezahlt wird?
19. In einem Waarenlager befinden sich 12 Kisten, jede mit 37 Kil. 16 Dekagr. und 8 Kisten, jede mit 46 Kil. 24 Dekagr.; wie viel Waare ist im Ganzen vorräthig?

20. Welches Gewicht haben 2 Cub.^{m} 739 Cub.^{dm} Blei, wenn 1 Cub.^{m} 113 Ctr. 50 Kilogr. wiegt?

21. Jemand kauft 43 Hektoliter Wein à 23 fl. 38 kr. und 122 Hektoliter Weizen à 8 fl. 80 kr.; wie viel muß er dafür bezahlen?

22. In Hamburg kostet 1 Ctr. Kaffee 96 Mark 50 Pfenn.; wie viel kosten 36 Ctr. 57 Pfd.?

23. Wie viel fl. ö. W. kosten 328 engl. Yards einer Waare, wovon 1 Yard 15 Shilling Sterling kostet, wenn 1 Pfund Sterling 11 fl. 50 kr. ö. W. gilt?

24. Ein Kaufmann kauft 128^{m} 28^{cm} à 8 fl. 54 kr. das Meter, und 106^{m} 58^{cm} à 6 fl. 12 kr. das Meter; er verkauft die ganze Waare zu 7 fl. 92 kr. das Meter; wie viel hat er dabei gewonnen oder verloren?

25. Zwei Körper bewegen sich zu gleicher Zeit von dem nämlichen Orte aus, a) in gleicher, b) in entgegengesetzter Richtung. Wenn nun der erste in jeder Minute 38^{m} 2·5^{dm}, der zweite 32^{m} 1·8^{dm} zurücklegt; wie weit werden sie in jedem Falle nach 56 Minuten von einander entfernt sein?

26. Ein Mondmonat enthält 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Secunden; wie viel betragen 12 Mondmonate, und um wie viel ist ein Mondjahr kürzer als ein Sonnenjahr, wenn man dieses zu 365 Tagen 5 Stunden 48 Minuten 48 Secunden annimmt?

6. Das Dividiren mehrnamiger Zahlen.

§. 49.

Wenn eine mehrnamige Zahl durch eine unbenannte zu dividiren ist, mithin die Division als Theilung angewendet wird, so dividirt man die Einheiten einer jeden Benennung von der höchsten angefangen, indem man dabei den jedesmaligen Rest in die niedrigere Benennung auflöst und zu den im Dividende bereits vorhandenen Einheiten dieser Benennung dazu zählt.

Gehören die einzelnen Benennungen dem Decimalsysteme an, so ist es am besten, den Dividend in einen Decimalbruch der höchsten Benennung zu verwandeln, und dann die Division zu verrichten.

Wenn es sich um eine Aufgabe des Enthaltenseins handelt, d. i. wenn eine mehrnamige Zahl durch eine andere benannte dividirt werden soll, so werden die beiden Zahlen früher auf dieselbe Benennung gebracht und dann dividirt.

Aufgaben für das Kopf- und Zifferrechnen.

1. Wie groß ist der 8te Theil von 85 Stunden 28 Minuten?

Im Kopfe: der 8te Theil von 80 St. sind 10 St.; 5 St. sind 300 Min., und 28 Min. sind 328 Min.; der 8te Theil von 320 Min. sind 40 Minuten der 8te Theil von 8 Min. ist 1 Min.; zusammen 10 St. 41 Min.

Schriftlich: 85 St. 28 Min.: 8 = 10 St. 41 M.
5 St.
―――――
328 Min.

2. Es sollen 42 fl. 65 kr. unter 5 Personen zu gleichen Theilen vertheilt werden; wie viel bekommt jede Person?

42 fl. 65 kr. : 5 = 8 fl. 53 kr., oder 42·65 fl. : 5 = 8·53 fl.
 2 6 2 6 = 8 fl. 53 kr.
 15 15

3. 7 Kisten wiegen zusammen 805 Kilogr. 63 Dekagr.; wie groß ist das durchschnittliche Gewicht jeder Kiste?
4. Ein Meter kostet 5 fl. 20 kr.; wie viel kostet 1 Decimeter?
5. Ein Hektoliter Wein kostet 24 fl. 50 kr.; wie hoch kommt 1 Liter?
6. Ein Ctr. Zucker kostet 60 fl.; wie hoch kommt ein Kilogr. zu stehen? wie hoch kommen 8, 12, 27, 75 Kilogr.?
7. 12 Ctr. kosten 412 Mark 8 Pfenn.; wie viel kostet 1 Ctr.?
8. 28 Hektoliter Wein werden mit 710 fl. 64 kr. bezahlt; wie viel kostet 1 Hektoliter?
9. Eine Locomotive legt in 1 Stunde 30^{Km} 720^{m} zurück; wie viel in 1 Minute?
10. In wie viel Fässern sind 138 Hektoliter 4 Liter Wein enthalten, wenn jedes Faß 8 Hektoliter 12 Liter enthält?
11. Wie viel Hektoliter kann man für 94 fl. 50 kr. kaufen, wenn 1 Hektoliter 5 fl. 25 kr. kostet?
12. Für 19 fl. 75 kr. kauft man 1 Hektoliter Wein; wie viel Hektoliter bekommt man a) für 256 fl. 75 kr., b) für 730 fl. 75 kr.?
13. Wie oft sind $2^0\ 1'\ 45''$ in $107^0\ 32'\ 45''$ enthalten?
14. Wie viel Treppenstufen kommen auf 9^{m} Höhe, wenn jede Stufe 5^{dm} 5^{cm} hoch wird?
15. Wie viele Kugeln, jede zu 5 Dekagr., lassen sich aus 85 Kil. Blei gießen?
16. Für 98^{m} 72^{cm} werden 666 fl. 36 kr. bezahlt; wie hoch kommt 1^{m}?
17. Das Hektoliter Bier kostet 15 fl. 5 kr.; wie viel Liter erhält man für 53 fl. 95 kr.?
18. In Genua kosten 58 Kilogr. einer Waare 6577 Lire 20 Centesimi; wie viel kostet 1 Kilogramm?
19. Wie viel Stück Napoleonsd'or à 9 fl. 60 kr. müssen für 2208 fl. bezahlt werden?
20. Jemand kaufte 5 Stück Bankactien zu folgenden Einkaufspreisen: 915 fl. 24 kr., 920 fl. 57 kr., 914 fl. 48 kr., 917 fl. 30 kr., 922 fl. 26 kr.; wie viel kostete im Durchschnitte 1 Stück?
21. Eine silberne Schüssel wiegt 8 Kilogr., in jedem Kilogr. sind 816 Gramm feines Silber; wenn nun für die Schüssel 232 fl. 56 kr. bezahlt werden, wie hoch rechnet man 1 Kilogramm feines Silber?
22. 12 Geschäftsleute kauften 15 Ballen Baumwolle; jeder Ballen wog 162 Kil. 24 Dekagr. Sie theilten die Waare zu gleichen Antheilen; wie viel erhielt jeder?
23. Eine Röhre gibt in 12 Stunden 32 Minuten 23 Hektol. 5 Liter Wasser; in wie viel Zeit wird sie 1 Hektol. Wasser geben?

24. Auf dem 1^{m} 8^{dm} großen Umfang eines Rades sollen Zähne angebracht werden, welche 7^{dm} 5^{cm} von einander entfernt sind; wie viel Zähne müssen dazu angefertigt werden?

25. Der Umfang eines Kreises beträgt
a) 2^{m} 13^{cm} 5^{mm}; b) 7^{0} $5'$ $5''$; wie groß ist der Durchmesser? (§. 30, Aufg. 39.)

26. Wie groß ist der Durchmesser einer Welle, wenn sich eine Schnur, welche 9^{m} 2^{dm} 3^{cm} lang ist, 25mal um dieselbe winden läßt?

27. Eine Welle hat 3^{dm} 25^{mm} im Durchmesser; wie oft läßt sich ein Faden von 28^{m} 315^{mm} um dieselbe winden?

28. Ein Garten mißt 833 $\square^{m}$ 46 $\square^{dm}$; wie breit ist derselbe, wenn die Länge 38^{m} 32^{cm} beträgt?

29. Ein Saal ist 10^{m} 5^{dm} lang und $9{\cdot}3^{m}$ breit; wie viel Bretter von 4^{m} 2^{dm} Länge und 25^{cm} Breite braucht man, um den Fußboden dieses Saales zu dielen?

30. Ein Marmorblock, welcher 1^{m} 3^{dm} lang und 8^{dm} breit ist, hat 1 Cub.^{m} 144 Cub.^{dm} Körperinhalt; wie groß ist die Höhe desselben?

31. In einen Wasserbehälter, welcher 1^{m} 5^{dm} lang und 5^{dm} breit ist, wird ein Gefäß von 20 Cub.^{dm} Inhalt 15mal geleert; wie hoch wird das Wasser in jenem Behälter stehen?

32. Wie hoch kommen 62 Kilogr. einer Waare zu stehen, wovon 17 Kil. a) mit 40 fl. 48 kr., b) mit 63 fl. 25 kr. bezahlt werden?

33. Wie viel Hektol. Bier bekommt man a) für 153 fl. 60 kr. b) für 192 fl., wenn man für 57 fl. 60 kr. 3 Hektol. kauft?

34. Wie viel verdient sich ein Zimmermaler in 28 Tagen, wenn er sich in 9 Tagen 14 fl. 76 kr. verdient?

23. Ein Wirth kaufte 4 Hektol. Wein à 30 fl. 40 kr., 2 Hektoliter à 24 fl. 28 kr. und 3 Hektoliter à 22 fl.; wie viel kostete im Durchschnitt 1 Hektoliter?

36. Auf einem Wochenmarkte werden verkauft: 54 Hektol. Weizen à 9 fl. 25 kr., 63 Hektol. à 9 fl. 10 kr., 80 Hektol. à 9 fl. 56 kr. und 53 Hektol. à 9 fl. 80 kr.; wie groß ist der Mittelpreis für 1 Hektol.?

7. Wiederholungsaufgaben
über das Rechnen mit mehrnamigen Zahlen.

§. 50.

1. An Grund-, Haus-, Erwerb- und Einkommensteuer zahlt

die Gemeinde	A	1348 fl.	85 kr.	wie viel zahlen alle vier Gemeinden zusammen?
„ „	B	907 „	48 „	
„ „	C	1214 „	67 „	
„ „	D	2092 „	58 „	

2. Wenn ein Hektoliter Wein 18 fl. 70 kr. kostet, wie viel kosten a) 32 Hektol.?. b) 7 Hektol. 80 Liter?

3. 1 Hektoliter Wein kostet 32 fl. 50 kr.; wie viel Liter erhält man für 23 fl. 40 kr.?
4. Von zwei Stücken einer Waare wiegt das eine 265 Kil. 80 Dekagr., das andere 187 Kil. 24 Dekagr.; a) wie viel wiegen beide zusammen? b) um wie viel wiegt das erstere mehr als das zweite?
5. Ein Gefäß enthält 3 Hektoliter 75 Liter Wasser; wie viel wiegt dieses? (1 Liter Wasser wiegt 1 Kilogramm.)
6. Ein Silberbarren wiegt in der Luft 24 Kil. 20 Dekagr., unter Wasser nur 22 Kil. 75 Dekagr.; wie viel an Gewicht verliert er im Wasser?
7. 543 fl. 72 kr. sollen unter drei Personen so vertheilt werden, daß A die Hälfte, B den dritten Theil und C den Rest bekommt; wie viel erhält jede Person?
8. Eine gewisse Summe Geldes wurde unter 3 Personen so vertheilt, daß jede 28 fl. 50 kr. bekam; später wurde eine gleiche Summe unter 15 Personen vertheilt. Wie viel erhielt nun jede Person und wie groß war die vertheilte Summe?
9. Ein Barometer stand am Fuße eines Berges auf 7^{dm} 2^{cm} $9\cdot2^{mm}$ und am Gipfel auf 6^{dm} 5^{cm} $4\cdot5^{mm}$; um wie viel Millimeter stand das Barometer oben niedriger als unten?
10. Einem Pferdehändler werden für ein Pferd 123 fl. 50 kr. geboten; dieses Angebot nimmt er nicht an, weil er dabei nur 4 fl. 15 kr. verdienen würde. Später verkauft er das Pferd mit einem Gewinne von 26 fl. 45 kr.; wie viel zahlte der Käufer?
11. Rio-Janeiro hat 22° 54′ 10″ südlicher Breite, Madrid 40° 25′ 18″, Stuttgart 48° 46′ 15″, Copenhagen 55° 41′ 4″, Stockholm 59° 20′ 31″ nördlicher Breite; man bestimme den Breitenunterschied je zweier dieser Städte?
12. Welche Längengrade, von Paris aus östlich gezählt, stimmen mit folgenden Längengraden, von Ferro aus östlich gezählt, überein: a) 21° 35′, b) 27° 20′ 35″, c) 103° 8′ 39″, da Paris 20° östlich von Ferro liegt?
13. London hat 2° 25′ 45″ westlicher Länge (von Paris), Berlin 11° 2′ 30″, Wien 14° 2′ 36″, Petersburg 27° 59′ östlicher Länge; wie groß ist der Längenunterschied je zweier dieser Städte?
14. So viele Grade ein Ort auf unserer Erde weiter gegen Osten liegt, als ein anderer, so oftmal 4 Zeitminuten früher ist es daselbst Mittag (warum?). Man bestimme aus den Angaben der voranstehenden Aufgabe, wie viel eine Uhr in jeder der dort genannten Städte zeigt, wenn es in Paris Mittag ist?
15. Wie viel Uhr ist es a) in London, b) in Paris, c) in Berlin, d) in Petersburg, wenn es in Wien 11 Uhr 15 Minuten 37 Sec. Vormittags ist?
16. Nach den neuesten chronometrischen Bestimmungen beträgt die Zeitdifferenz zwischen London und New-York 4 Stunden 55 Minuten 18·95 Sec.; welche westliche Länge von Paris aus hat New-York?

17. Eine Uhr geht 10 Minuten 35 Secunden zu spät; wie viel Uhr zeigt dieselbe, wenn eine richtig gehende Uhr Mittag zeigt?

18. Wie viel Monate und Tage sind
a) zwischen dem 18. März und 25. November;
b) zwischen dem 20. Mai und 17. October;
c) zwischen dem 9. Februar und 30. Juni?

19. Wie viele Tage und Stunden sind
a) von Dienstag Nachmittags 4 Uhr bis Freitag Morgens 7 Uhr;
b) von Montag Morgens 8 Uhr bis Samstag Abends 6 Uhr?

20. Die Kaiserin Maria Theresia starb am 29. November 1780 in einem Alter von 63 Jahren 6 Monaten 16 Tagen; wann war sie geboren?

21. Schiller war am 11. November 1759 geboren und erreichte ein Alter von 45 Jahren 5 Monaten 29 Tagen; wann starb er?

22. Goethe starb am 18. März 1832 in einem Alter von 82 Jahren 7 Monaten; wann war er geboren?

23. Der österreichische Kriegsheld Feldmarschall Radetzky wurde geboren am 2. November 1766 und starb am 1. Jänner 1858; welches Alter hat er erreicht?

24. Herrschel, der berühmte Astronom, war 42 Jahre 3 Monate und 8 Tage alt, als er am 13. März 1781 den Planeten Uranus entdeckte; er starb am 27. August 1822. Wann ist er geboren worden und welches Alter hat er erreicht?

25. Wenn man das Sonnenjahr, welches 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48 Secunden beträgt, zu 365 Tagen rechnet und wegen des dabei Vernachlässigten jedes vierte Jahr als Schaltjahr mit 366 Tagen annimmt; wie groß wird der Fehler, den man bei dieser Rechnungsweise in 400 Jahren begeht?

---

26. 8 Dutzend Tücher werden für 43 fl. 84 kr. eingekauft; man will an jedem Dutzend 1 fl. 5 kr. gewinnen; wie theuer muß man 1 Stück verkaufen?

27. Jemand erhält 3 Fässer Zucker, welche einzeln 283 Kil. 48 Dekagr., 295 Kil. 23 Dekagr. und 334 Kil. 28 Dekagr. wiegen; die leeren Fässer wiegen 14 Kil. 67 Dekagr., 15 Kil. 2 Dekagr. und 15 Kil. 27 Dekagr. a) Wie viel Zucker enthalten alle drei Fässer? b) wie viel kostet derselbe, wenn 100 Kilogr. mit 58 fl. 56 kr. bezahlt werden?

28. Zwei Ballen enthalten zusammen 335 Kil. Waare. Im ersten Ballen sind 92 Kil. à 1 fl. 36 kr.; von der Waare des zweiten Ballens kostet das Kil. 1 fl. 85 kr.; wie viel kostet der Vorrath in beiden Ballen?

29. Ein Kaufmann kauft 295^{m} 57^{cm} Tuch zu 7 fl. das Meter, und 304^{m} 16^{cm} zu 6 fl. 25 kr. das Meter; wie viel gewinnt er im Ganzen, wenn er das Meter durchschnittlich zu 7 fl. 12 kr. verkauft?

30. Ein Dampfwagen legt in 1 Stunde 2·5 Minuten 38 Kilometer 312 Meter zurück; wie viel in 1 Secunde?

31. Jemand legt in jeder Minute durchschnittlich einen Weg von 83 Meter zurück; wenn er nun im Ganzen 15 Kilometer 310 Meter zurücklegen soll, welche Strecke hat er noch zurückzulegen, wenn er bereits 2 Stunden gegangen ist?

32. Eine Kanonenkugel legt in 1 Secunde 320^0 zurück; welche Zeit würde sie brauchen, um von der Erde aus die im Mittel 20683010 geogr. Meilen entfernte Sonne zu erreichen?

33. Der der Sonne am nächsten stehende Planet, Merkur, kreiset um sie in 87 Tagen 23 Stunden, der entfernteste der Planeten, Neptun, in 60625 Tagen 19 Stunden; wie oft macht Merkur seinen Umlauf um die Sonne in der Zeit, welche Neptun zu einem Umlauf braucht?

34. Jemand hat eine Zahlung von 1450 fl. zu leisten und bezahlt darauf 120 Ducaten à 5 fl. 65 kr. und 61 Achtguldenstücke à 9 fl. 65 kr.; wie viel hat er noch zu zahlen?

35. In Wien waren 425 Napoleonsd'or, die auf 9 fl. 68 kr. standen, zu zahlen; mit wie viel a) Ducaten à 5 fl. 68 kr., b) engl. Sovereigns à 11 fl. 94 kr., c) russ. Imperials à 9 fl. 75 kr. hätte die Zahlung ebenfalls geleistet werden können und wie viel hätte man in jedem Falle noch im Courantgelde bezahlen müssen?

36. Aus einem Fasse, welches 32 Hektoliter 25 Liter Wein enthält, werden drei kleinere Fässer, von denen das erste $7\frac{1}{2}$, das zweite $6\frac{3}{4}$, das dritte $6\frac{7}{20}$ Hektoliter faßt, gefüllt; wie viel Wein bleibt noch im großen Fasse übrig?

37. Für 10 fl. 8 kr. kaufte A von einer gewissen Waare 84 Kilogr. und später zu demselben Preise für 6 fl. 48 kr.; wie viel Waare erhielt er im letzten Falle?

38. 27 Arbeiter werden mit einer Arbeit in 7 Monaten 6 Tagen fertig; wie viel Zeit brauchen zu derselben Arbeit 18 Arbeiter?

39. Bei einer täglichen Arbeit von 12 Stunden wird ein gewisses Werk in 3 Monaten 6 Tagen vollendet; in wie viel Zeit kann dieses geschehen, wenn täglich nur 9 Stunden gearbeitet wird?

40. Ein Getreidhändler kauft 35 Hektoliter Weizen à 9 fl. 80 kr., 52 Hektoliter à 9 fl. 25 kr. und 8 Hektoliter à 9 fl. 75 kr.; wie hoch kommt im Durchschnitte ein Hektoliter?

41. Drei Kaufleute kaufen in Gemeinschaft 17 Ctr. Zucker um 816 fl. 68 kr., A erhält 3 Ctr., B 5 Ctr., C 9 Ctr.; a) wie viel hat ein jeder zu zahlen, b) wie hoch kommt 1 Pfund Zucker?

42. Zu einer 5^m 6^{cm} hohen Treppe sollen die Stufen 2^{dm} 3^{cm} hoch werden; wie viele Stufen werden die Treppen erhalten?

43. Die Triebräder einer Locomotive haben 3^m 21^{cm} im Umfange; wie viel Umläufe müssen sie in einer Minute machen, damit in einer Stunde 36^{Km} 450^m zurückgelegt werden?

44. Um einen Punkt herum liegen 5 Winkel, von denen vier $63^0\ 15'\ 57''$, $31^0\ 48'$, $110^0\ 52'\ 30''$ und $103^0\ 35'\ 52''$ betragen; wie groß ist der fünfte Winkel, da alle zusammen 540^0 betragen müssen?

45. Der Umfang eines Kreises wurde in zwei ungleiche Bogen getheilt, deren einer $135^{0}\ 43'\ 19''$ hatte; wie groß war der andere Bogen?
46. Der wievielte Theil des Kreisumfanges ist ein Bogen von $2^{0}\ 4'\ 45''$?
47. Der Durchmesser eines Kreises beträgt
a) $4^{m}\ 3^{dm}\ 7 \cdot 5^{cm}$, b) $7^{dm}\ 28^{mm}$;
wie groß ist der Umfang?
48. Der Umfang eines Kreises ist
a) $3^{m}\ 2^{dm}\ 4^{cm}\ 1^{mm}$, b) $1^{m}\ 27 \cdot 2^{cm}$;
wie groß ist der Durchmesser?
49. Ein Fußboden ist $7^{m}\ 2^{dm}\ 3^{cm}$ lang und $5^{m}\ 1^{dm}\ 6^{cm}$ breit; wie groß ist die Bodenfläche?
50. Jemand vertauscht einen Acker, welcher $957 \square^{m}$ mißt, gegen einen anderen von gleichem Inhalte, welcher $16^{m}\ 5^{dm}$ breit ist; wie viel wird dessen Länge betragen müssen?
51. Ein Schreiner soll einen Boden legen, der $10^{m}\ 4^{dm}\ 6^{cm}$ lang und $6^{m}\ 9^{dm}\ 6^{cm}$ breit ist; wie viel Meter Dielen von 29^{cm} Breite braucht er dazu?
52. Wie theuer kommt ein Bauplatz von 38^{m} Länge und $16^{m}\ 2^{dm}$ Breite, wenn das $\square^{m}$ a) mit 5 fl. 34 kr., b) mit 8 fl. 72 kr. bezahlt wird?
53. Wie groß ist ein würfelförmiger Stein, dessen Seitenkante $2^{dm}\ 38^{mm}$ beträgt?
54. Wie groß ist der Inhalt eines rechteckigen Gefäßes von $4^{dm}\ 2^{cm}$ Länge, $2^{dm}\ 1^{cm}$ Breite und $1^{dm}\ 8^{cm}$ Höhe?
55. Wenn aus einer Oeffnung von $7 \square^{cm}\ 75 \square^{mm}$ in jeder Secunde eine $1 \cdot 4^{m}$ lange Wassersäule ausfließt, wie viel beträgt die in einer Stunde ausfließende Wassermenge?
56. Wie viel wiegt eine Platte von Gußeisen, welche $2^{m}\ 3^{dm}$ lang, $3^{dm}\ 5^{cm}$ breit und $1^{dm}\ 8^{cm}$ dick ist, wenn 1 Cub.^{dm} Gußeisen $8 \cdot 1$ Kilogr. wiegt?
57. Ein Pferd kann eine Last von 5 Ctr. 44 Kilogr. ziehen; wie viele Pferde sind erforderlich, um einen Marmorblock von $1^{m}\ 5^{dm}$ Länge, 1^{m} Breite und 8^{dm} Höhe fortzuschaffen, wenn 1 Cub.^{m} Marmor 27 Ctr. 20 Kilogr. wiegt?
58. Auf eine Straße, welche $5^{m}\ 2^{dm}$ breit und $2^{Km}\ 884^{mm}$ lang ist, soll $1^{dm}\ 2^{cm}$ hoch Schotter aufgeführt werden; wie viel Cubikmeter Schotter braucht man, und wie viel Fuhren gehören dazu, wenn der Wagenkasten $2^{m}\ 2^{dm}$ lang, 1^{m} breit und $6^{dm}\ 5^{cm}$ tief ist?
59. In einen Kasten von $3^{m}\ 6^{dm}$ Länge und 9^{dm} Breite, welcher zum Theil mit Wasser gefüllt war, wurde ein Stein gesenkt, so daß ihn das Wasser bedeckte; das Wasser stand sodann 4^{dm} hoch. Nachdem man den Stein herausgenommen hatte, stand das Wasser noch 3^{dm} hoch; welchen Raum hat der Stein eingenommen?

Dritter Abschnitt.

Von der Theilbarkeit der Zahlen.

1. Erklärungen.

§. 51.

Eine Zahl heißt durch eine andere **theilbar**, wenn sie durch dieselbe dividirt eine ganze Zahl zum Quotienten gibt. Z. B. 24 ist durch 6 theilbar, da 24 durch 6 dividirt 4 zum Quotienten gibt und kein Rest übrig bleibt; dagegen ist 27 durch 6 nicht theilbar, da bei der Division von 27 durch 6 ein Rest übrig bleibt.

Jede Zahl ist durch **eins** und durch **sich selbst** theilbar. Jene Zahlen, welche nur durch 1 und durch sich selbst theilbar sind, heißen **Primzahlen**; z. B. 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 u. s. w. Diejenigen Zahlen aber, welche nicht nur durch 1 und durch sich selbst, sondern auch noch durch andere Zahlen theilbar sind, heißen **zusammengesetzte Zahlen**; z. B. 12 ist durch 1 und 12, aber überdies auch noch durch 2, 3, 4, 6 theilbar; 12 ist also eine zusammengesetzte Zahl.

Wenn eine Zahl durch eine andere theilbar ist, so heißt der Divisor ein **Maß** des Dividends, und der Dividend ein **Vielfaches** des Divisors; z. B. 18 ist durch 6 theilbar, 6 ist daher ein Maß von 18, und 18 ein Vielfaches von 6.

Sind zwei oder mehrere Zahlen durch dieselbe Zahl theilbar, so heißt diese ein **gemeinschaftliches Maß** jener Zahlen; z. B. 24 und 16 sind durch 8 theilbar, 8 ist also ein gemeinschaftliches Maß von 24 und 16; ebenso ist 5 ein gemeinschaftliches Maß von 10, 20, 50. Die größte Zahl, durch welche zwei oder mehrere Zahlen theilbar sind, heißt das **größte gemeinschaftliche Maß** dieser Zahlen; z. B. 12, 24, 36, 60 haben die Zahlen 2, 3, 4, 6, 12 zu gemeinschaftlichen Maßen, die Zahl 12 aber ist ihr größtes gemeinschaftliches Maß.

1 ist ein gemeinschaftliches Maß aller Zahlen; darum pflegt man 1 nicht mit zu begreifen, wenn von den gemeinschaftlichen Maßen mehrerer Zahlen die Rede ist. Zahlen, welche außer 1 kein anderes gemeinschaftliches Maß haben, heißen **Primzahlen unter einander**, oder **relative** Primzahlen. So sind 5 und 13 relative Primzahlen, ebenso die Zahlen 7 und 15, die Zahlen 9 und 25.

Eine Zahl, welche durch zwei oder mehrere andere Zahlen theilbar ist, heißt ein **gemeinschaftliches Vielfaches** von diesen Zahlen; z. B. 24 ist durch 8 und 12 theilbar, 24 ist also ein gemeinschaftliches Vielfaches von 8 und 12; ebenso ist 60 ein gemeinschaftliches Vielfaches von 2, 3, 5, 12, 20. Die kleinste Zahl, welche durch mehrere andere theilbar ist, heißt das kleinste gemeinschaftliche Vielfache dieser Zahlen; z. B. die Zahlen 3, 4, 6, 10 haben die Zahlen 60, 120, 180, 240...zu gemeinschaftlichen Vielfachen, die Zahl 60 aber ist das kleinste gemeinschaftliche Vielfache jener Zahlen.

Zahlen, welche an der Stelle der Einer 0, 2, 4, 6 oder 8 haben, heißen gerade Zahlen; Zahlen dagegen, welche an der Stelle der Einer 1, 3, 5, 7, 9 haben, werden ungerade Zahlen genannt.

2. Allgemeine Sätze über die Theilbarkeit.

§. 52.

1. Wenn zwei Zahlen ein gemeinschaftliches Maß haben, so muß auch ihre Summe dadurch theilbar sein.

Da 30 und 18 das gemeinschaftliche Maß 6 haben, so muß auch $30 + 18 = 48$ durch 6 theilbar sein. Denn 6 ist in 30 5mal, in 18 3mal enthalten, also muß es in $30 + 18$ 5mal und 3mal, d. i. 8mal, enthalten sein.

2. Haben zwei Zahlen ein gemeinschaftliches Maß, so muß auch ihre Differenz dadurch theilbar sein.

30 und 18 sind durch 6 theilbar, also muß auch $30 - 18 = 12$ durch 6 theilbar sein. Da nämlich 6 in 30 5mal, in 18 3mal vorkommt, so muß 6 in $30 - 18$ 5mal weniger 3mal, d. i. 2mal enthalten sein,

3. Ist eine Zahl durch eine andere theilbar, so muß auch jedes Vielfache davon durch dieselbe Zahl theilbar sein.

30 ist durch 6 theilbar, also muß auch $30 \times 4 = 120$ durch 6 theilbar sein. Denn 6 ist in 30 5mal, daher in 4mal 30 4mal so oft, also 20mal enthalten.

4. Wenn die Division zweier Zahlen ohne Rest aufgeht, so ist der Divisor selbst das größte gemeinschaftliche Maß der beiden Zahlen.

Z. B. $60 : 15 = 4$; hier ist 15 gewiß ein gemeinschaftliches Maß der Zahlen 60 und 15, weil es in beiden ohne Rest enthalten ist; es ist aber auch das größte gemeinschaftliche Maß, da 15 offenbar durch keine Zahl, welche größer als 15 ist, theilbar sein kann.

5. Wenn bei der Division zweier Zahlen ein Rest übrig bleibt, so ist das größte gemeinschaftliche Maß zwischen dem Divisor und dem Reste zugleich das größte gemeinschaftliche Maß zwischen dem Dividend und dem Divisor.

Man dividire z. B. 96 durch 36.

$96 : 36 = 2$ daher a) $96 - 36 \times 2 = 24$,
$\underline{72..36 \times 2}$ b) $36 \times 2 + 24 = 96$.
24 Rest.

Haben hier der Dividend 96 und der Divisor 36 ein gemeinschaftliches Maß, so ist durch dasselbe nicht nur 96 und 36×2, sondern auch die Differenz $96 - 36 \times 2$, d. i. nach a) der Divisionsrest 24 theilbar. Es ist also jene Zahl auch ein gemeinschaftliches Maß zwischen dem Divisor 36 und dem Reste 24.

Wenn umgekehrt der Divisor 36 und der Rest 24 ein gemeinschaftliches Maß haben, so muß dadurch nicht nur 36 × 2 und 24, sondern auch die Summe 36 × 2 + 24, welche nach b) eben der Dividend 96 ist, theilbar sein. Jene Zahl ist daher auch ein gemeinschaftliches Maß zwischen dem Dividend 96 und dem Divisor 36.

Der Divisor und der Dividend haben also immer dieselben gemeinschaftlichen Maße, wie der Divisor und der Rest; daher muß auch das größte gemeinschaftliche Maß zwischen dem Divisor und dem Rest zugleich das größte gemeinschaftliche Maß zwischen dem Dividend und dem Divisor sein.

3. Kennzeichen der Theilbarkeit.

§. 53.

1. 2 ist in 10 ohne Rest enthalten, daher auch in allen Vielfachen von 10, also in 20, 30, 40. . ., in 100, 200, 300. . ., in 1000, 2000, 3000 u. s. w. Die Zehner, Hunderte, Tausende . . . einer Zahl sind also immer durch 2 theilbar; steht nun an der Stelle der Einer 0, oder eine durch 2 theilbare Zahl, nämlich 2, 4, 6 oder 8, so muß auch die ganze Zahl durch 2 theibar sein.

Durch 2 sind also alle geraden Zahlen theilbar.

Welche von den Zahlen 12, 38, 59, 1235, 2184, 19326, 93128, 13020, 35731, 24689, 75314 sind durch 2 theilbar, welche nicht?

Ist die Summe 3124 + 2157 + 3143 + 1938 durch 2 theilbar?

2. Die Hunderte, Tausende, . . . jeder gegebenen Zahl sind durch 4 theilbar. Sind auch die Zehner und Einer, als Zahl betrachtet, durch 4 theilbar, so muß es auch die ganze Zahl sein.

Durch 4 sind also alle Zahlen theilbar, deren Zehner und Einer, als Zahl betrachtet, durch 4 theilbar sind.

Welche von den Zahlen 3924, 1038, 5016, 8033, 9062, 8752, 16536, 24300, 39235, 74636 sind durch 2, welche zugleich durch 4, welche weder durch 4 noch durch 2 theilbar?

3. Auf ähnliche Art gelangt man auch zu dem Satze: Eine Zahl ist durch 8 theilbar, wenn die Hunderte, Zehner und Einer, als Zahl betrachtet, durch 8 theilbar sind.

Welche von den Zahlen 352, 1630, 2876, 4756, 9492, 12748, 22062, 25864, 30508 sind durch 2, welche auch durch 4, und welche durch 8 theilbar?

4. Folgende Regeln wird man nach dem Vorhergehenden leicht selbst begründen:

Durch 5 sind alle Zahlen theilbar, welche an der Stelle der Einer 0 oder 5 haben.

Durch 10, 100, 1000, . . . sind alle Zahlen theilbar, welche rechts 1, 2, 3, . . . Nullen haben.

Welche von den Zahlen 35, 120, 1225, 2300, 2400, 3500, 38400, 312705, 278000 sind nur durch 5, welche auch durch 10, 100, 1000 theilbar?

5. Jede Zahl läßt sich in zwei Bestandtheile zerlegen, deren einer lauter Vielfache von 9, daher auch von 3, der andere aber die Summe aller Ziffern der Zahl enthält. So besteht z. B. 5724 aus folgenden Theilen:

$$\begin{aligned} 5000 &= 1000 \times 5 = 999 \times 5 + 5 \\ 700 &= 100 \times 7 = 90 \times 7 + 7 \\ 20 &= 10 \times 2 = 9 \times 2 + 2 \\ 4 &= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 4, \end{aligned}$$

daher $5724 = 999 \times 5 + 99 \times 7 + 9 \times 2 + 5 + 7 + 2 + 4.$

Der erste Bestandtheil der Zahl, welcher lauter Vielfache von 9 enthält, ist nun durch 9, und folglich auch durch 3 theilbar; ist auch der zweite Bestandtheil, die Ziffernsumme, durch 9 oder 3 theilbar, so ist es auch die Zahl selbst. Daraus folgt:

Eine Zahl ist durch 3 theilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 3 theilbar ist.

Eine Zahl ist durch 9 theilbar, wenn ihre Ziffernsumme durch 9 theilbar ist.

Welche von den Zahlen 273, 1540, 5926, 8028, 12345, 20475, 38124, 67089, 705426, 791426, 310629 sind durch 3, welche zugleich durch 9, welche weder durch 9 noch durch 3 theilbar?

6. Ist eine Zahl sowohl durch 2 als durch 3 theilbar, so muß sie auch durch 2 × 3, d. i. durch 6 theilbar sein.

Durch 6 sind also alle geraden Zahlen theilbar, deren Ziffernsumme durch 3 theilbar ist.

Welche von folgenden Zahlen sind durch 6 theilbar: 870, 1258, 5072, 5184, 31406, 560742?

Welche von den Zahlen 5814, 27082, 50931, 86240, 123456, 275085, 934316, 2355526 sind durch 6, welche nur durch 3, welche nur durch 2 theilbar?

Gib an, durch welche von den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 die nachfolgenden Zahlen theilbar sind:

a) 312, 8316, 3941, 57584, 23584, 740024, 652440;
b) 396, 1840, 5715, 31704, 56784, 714282, 1000362;
c) 375, 3450, 7131, 24387, 150180, 219350, 221625.

Wenn man den Dividend und den Divisor durch dieselbe Zahl dividirt, so bleibt der Quotient ungeändert. In einem angezeigten Quotienten Dividend und Divisor durch dieselbe Zahl dividiren, heißt den angezeigten Quotienten abkürzen. — Verrichte folgende Divisionen, nachdem du früher Dividend und Divisor so weit als möglich durch die gemeinschaftlichen Maße abgekürzt hast:

a) 2737664 : 1536; b) 37838448 : 1728;
c) 70148912 : 5142; d) 11767920 : 73547.

Die Kennzeichen der Theilbarkeit durch 7 und durch 11 haben keinen der Weitläufigkeit ihrer Begründung und Anwendung entsprechenden Werth.

4. Zerlegung einer zusammengesetzten Zahl in ihre einfachen Factoren.

§. 54.

Unter den einfachen Factoren oder Primfactoren einer Zahl versteht man diejenigen Primzahlen, deren Product sie ist.

Um eine zusammengesetzte Zahl in ihre einfachen Factoren zu zerlegen, dividire man dieselbe durch die kleinste Primzahl, durch die sie theilbar ist, 1 nicht mitgerechnet; den Quotienten dividire man wieder durch die kleinste Primzahl, durch die er theilbar ist, die frühere Primzahl nicht ausgenommen, und verfahre so mit jedem folgenden Quotienten, bis man als Quotienten eine Primzahl selbst erhält. Die nach und nach angewendeten Divisoren und der letzte Quotient sind die Primfactoren der vorgelegten Zahl.

Es sei z. B. 420 die gegebene Zahl, so erhält man

$$\begin{array}{rcl} 420 : 2 = 210 \\ 210 : 2 = 105 \\ 105 : 3 = 35 \\ 35 : 5 = 7 \end{array} \quad \text{oder} \quad \begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \end{array}$$

folglich $420 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$.

Aufgaben.

Zerlege in einfache Factoren:

1. a) 360,	b) 300,	c) 648,	d) 936,
2. a) 930,	b) 540,	c) 680,	d) 1540,
3. a) 1155,	b) 924,	c) 1050,	d) 1750,
4. a) 990,	b) 2900,	c) 2079,	d) 13860.

5. Größtes gemeinschaftliches Maß.

§. 55.

a) Um von zwei oder mehreren Zahlen das größte gemeinschaftliche Maß zu finden, zerlege man dieselben in ihre Primfactoren und suche unter diesen diejenigen heraus, welche in allen gegebenen Zahlen gemeinschaftlich vorkommen. Das Product dieser gemeinschaftlichen Primfactoren ist das größte gemeinschaftliche Maß der gegebenen Zahlen.

Ist z. B. das größte gemeinschaftliche Maß von 180 und 420 zu suchen, so hat man

$$\begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 420 & 2 \\ 210 & 2 \\ 105 & 3 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \end{array} \qquad \text{gr. g. Maß } 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60.$$

Haben die gegebenen Zahlen keine gemeinschaftlichen Factoren, so sind sie relative Primzahlen.

Aufgaben.

Suche das gr. g. Maß

1. a) von 114 und 630; b) von 105 und 165;
2. a) von 468 und 624; b) von 426 und 540;
3. a) von 320 und 340; b) von 252 und 448;
4. a) von 576 und 1080; b) von 954 und 2295;
5. a) von 294, 336 und 504; b) von 378, 882, 1386;
6. a) von 4464, 2604, 8184; b) von 740, 925, 2035;
7. a) von 312, 468, 1092, 4680; b) von 336, 1152, 2016, 2928.

§. 56.

b) Das gr. g. Maß zweier Zahlen kann auch **unabhängig von ihrer Zerlegung in Primfactoren bestimmt werden.**

Es sei z. B. das gr. g. Maß zwischen den beiden Zahlen 115 und 1495 zu suchen. Da dieses nicht größer sein kann, als die kleinere der beiden Zahlen, so versuche man zuerst, ob 115 in 1495 ohne Rest enthalten ist.

1495 : 115 = 13 345 = = =	Die Division geht wirklich ohne Rest auf, also ist der Divisor 115 selbst die größte Zahl, durch welche 115 und 1495 gemeinschaftlich theilbar sind.

Dieser Fall kommt jedoch nur selten vor; meistens bleibt ein Divisionsrest übrig. Das Verfahren, durch welches in diesem letzteren Falle das gr. g. Maß der beiden Zahlen gefunden wird, gründet sich auf den Satz: Das gr. g. Maß zwischen Divisor und Divisonsrest ist zugleich das gr. g. Maß zwischen Dividend und Divisor.

Es sei z. B. das gr. g. Maß zwischen 481 und 1110 zu finden.

1110 : 481 = 2 148 481 : 148 = 3 37 148 : 37 = 4	Dividirt man 1110 durch 481, so bleibt der Rest 148. Man weiß nun, daß der Dividend 1110 und der Divisor 481 dasselbe gr. g. Maß haben, wie der Divisor 481 und der Rest 148; daher sucht man das gr. g. Maß zwischen 481 und 148. Zu diesem Ende dividirt man 481 durch 148, dabei

erhält man wieder einen Rest 37, und es muß das gr. g. Maß zwischen dem Divisor 148 und dem Reste 37 zugleich das gr. g. Maß zwischen dem Dividend 481 und dem Divisor 148, daher auch zwischen 1110 und 481 sein. Man sucht daher weiter das gr. g. Maß zwischen 148 und 37, indem man 148 durch 37 dividirt. Da diese Division ohne Rest aufgeht, so ist der Divisor 37 selbst das gr. g. Maß zwischen 148 und 38, daher auch zwischen 481 und 148, und somit auch zwischen 1110 und 481.

Man kann die Rechnung auch so stellen:

481	1110	2	37 das gr. g. Maß.
37	149	3	
= =	= =	4	

Zur **Auffindung des gr. g. Maßes zweier Zahlen** führt daher auch **folgendes Verfahren:**

Man dividirt die größere Zahl durch die kleinere; bleibt ein Rest, so dividirt man den früheren Divisor durch diesen Rest und sofort immer den vorhergehenden Divisor durch den neuen Rest, bis endlich eine Division ohne Rest aufgeht. Der letzte Divisor ist dann das gesuchte gr. g. Maß. Ist dieser letzte Divisor 1, so haben die beiden Zahlen außer 1 kein gemeinschaftliches Maß und sind demnach Primzahlen unter einander.

Muß man bei diesem Rechnungsgange endlich auf eine Division kommen, die ohne Rest aufgeht? Warum?

Um nach dieser Methode das gr. g. Maß von mehr als zwei Zahlen zu finden, sucht man dasselbe zuerst von zwei Zahlen, dann von dem so gefundenen Maße und der dritten Zahl, hierauf von dem neuen Maße und der vierten Zahl, u. s. f.; das zuletzt gefundene gr. g. Maß ist zugleich das gr. g. Maß aller gegebenen Zahlen.

Aufgaben.

Suche das gr. g. Maß von

1. a) 931 und 245; b) 637 und 235;
2. a) 372 und 1032; b) 308 und 1144;
3. a) 1274 und 21385; b) 3276 und 9867;
4. a) 3008 und 4128; b) 4991 und 67735;
5. a) 11968 und 23744; b) 38172 und 139778;
6. a) 40824 und 54432; b) 80219 und 172843;
7. a) 108779 und 185977; b) 137939 und 174587;
8. a) 936, 1248 und 2158; b) 435, 522 und 667;
9. a) 3828, 5858 und 8845; b) 109368, 197904, 285355;
10. 16614, 21726, 29749 und 25276;
11. 241164, 291060, 167706 und 208824.

6. Kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches.

§. 57.

Wenn man mehrere Zahlen mit einander multiplicirt, so ist das Product immer ein gemeinschaftliches Vielfaches derselben. Sind diese Zahlen Primzahlen unter einander, so ist ihr Product zugleich ihr kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches; sind aber zwei oder mehrere unter den Zahlen durch eine gemeinschaftliche Zahl theilbar, so haben sie auch kleinere gemeinschaftliche Vielfache, als es ihr Product ist.

a) Um in dem letztern Falle das kleinste gemeinschaftliche Vielfache mehrerer Zahlen zu finden, zerlege man dieselben in ihre einfachen Factoren und suche von diesen diejenigen heraus, welche in zwei oder mehreren der gegebenen Zahlen gemeinschaftlich vorkommen. Das Product dieser gemeinschaftlichen Factoren, multiplicirt mit dem Producte der übriggebliebenen nicht gemeinschaftlichen Factoren, ist das gesuchte kleinste gemeinschaftliche Vielfache der gegebenen Zahlen.

Sind z. B. die Zahlen 16, 36, 60 gegeben, so hat man

16	2	36	2	60	2	gem. Fact.: 2, 2, 3;
8	2	18	2	30	2	nicht gem. Fact: 2, 2, 3, 5;
4	2	9	3	15	3	kl. g. Vielf. $= 2.2.3.2.2.3.5$
2	2	9	3	5	5	$= 720.$

Diese Auflösung führt auf folgendes praktisches **Verfahren zur Auffindung des kl. g. Vielfachen mehrerer Zahlen:**

1. Man schreibt die gegebenen Zahlen in einer Reihe neben einander und streicht die kleineren Zahlen, welche in den größeren ohne Rest enthalten sind, durch.
2. Nun sieht man, ob nicht zwei oder mehrere der übrig gebliebenen Zahlen eine Primzahl als gemeinschaftliches Maß haben. Ist dieses der Fall, so schreibt man dieses Maß rechts heraus und dividirt dadurch alle Zahlen, deren Maß es ist; die Quotienten, so wie die nicht theilbaren Zahlen schreibt man in eine darunter befindliche Reihe neben einander.
3. Mit dieser neuen Reihe verfährt man eben so, wie mit der ursprünglich gegebenen, und wiederholt dieses Verfahren so lange, bis man zuletzt eine Reihe erhält, in welcher nur mehr relative Primzahlen vorkommen.
4. Multiplicirt man dann die in der letzten Reihe befindlichen relativen Primzahlen und die rechts angesetzten gemeinschaftlichen Maße mit einander, so ist das Product das kleinste gemeinschaftliche Vielfache aller gegebenen Zahlen.

Z. B.:

$$\begin{array}{r|l} 16,\ 36,\ 60 & 2 \\ 8,\ 18,\ 30 & 2 \\ 4,\ 9,\ 15 & 3 \\ 4,\ 3,\ 5 & \end{array}$$

Das kl. g. Vielfache ist also $4 \times 3 \times 5 \times 2 \times 2 \times 3 = 720.$

Aufgaben.

Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von

1. a) 6 und 8; b) 3 und 12;
2. a) 8 und 12; b) 3 und 5;
3. a) 2, 7 30; b) 4, 6, 9;
4. a) 5, 12, 16, 21; b) 20, 30, 48, 72;
5. 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 60;
6. 2, 3, 5, 8, 12, 18, 28, 40.

Man hat hier

$$\begin{array}{r|l} \cancel{2},\ \cancel{3},\ \cancel{5},\ 8,\ 12,\ 18,\ 28,\ 40 & 2 \\ 6,\ 9,\ 14,\ 20 & 2 \\ 3,\ 9,\ 7,\ 10 & \end{array}$$

kl. g. V. $= 9 \times 7 \times 10 \times 2 \times 2 = 2520.$

Suche ferner das kl. g. Vielfache von

7. 2, 4, 8, 16, 3, 9, 27, 6, 12, 24;
8. 2, 3, 7, 8, 16, 20, 35, 42, 50;
9. 5, 12, 8, 10, 21, 28, 30, 15, 60;
10. 16, 12, 9, 8, 25, 15, 24, 54;
11. 5, 12, 7, 9, 21, 45, 57, 72, 135;
12. 12, 27, 36, 28, 35, 54, 96, 112;
13. 77, 35, 42, 91, 126, 26, 60, 65;
14. ~~105~~, 126, 168, 210, 231, 294.

§. 58.

b) Wenn sich die gegebenen Zahlen nicht leicht in einfache Factoren zerlegen lassen, wird zur Auffindung des kl. g. Vielfachen ein anderes Verfahren angewendet, welches auf folgenden Erwägungen beruht:

Wenn man zwei Zahlen durch ihr gr. g. Maß dividirt, so müssen die Quotienten relative Primzahlen sein. Das Product, welches entsteht, indem man den bei der einen Zahl erhaltenen Quotienten mit der zweiten Zahl multiplicirt, enthält die Factoren beider Zahlen und ist somit durch beide Zahlen theilbar; auch kann keiner dieser Factoren weggelassen werden, ohne daß das Product aufhören würde, durch beide Zahlen theilbar zu sein. Jenes Product ist also das kl. g. Vielfache der beiden Zahlen.

Um daher das **kl. g. Vielfache zweier Zahlen zu finden**, sucht man zuerst das gr. g. Maß derselben, dividirt durch dieses eine der beiden Zahlen und multiplicirt mit dem Quotienten die andere Zahl. Das Product ist das gesuchte kl. g. Vielfache der gegebenen Zahlen.

Sind z. B. die Zahlen 1254 und 1653 gegeben, so hat man

1254	1653	1	57 ist das gr. g. M.
57	399	3	1254 : 57 = 22
	= = =	7	1653 × 22 = 36366 kl. g. V.

Um nach dieser Methode das **kl. g. Vielfache von drei oder mehreren Zahlen zu finden**, sucht man nach dem eben angegebenen Verfahren das kl. g. Vielfache der zwei ersten Zahlen, dann von dem so gefundenen kl. g. Vielfachen und der dritten Zahl, hierauf von diesem letzten kl. g. Vielfachen und der vierten Zahl, u. s. w. Das zuletzt gefundene kl. g. Vielfache ist zugleich das kl. g. Vielfache aller gegebenen Zahlen.

Aufgaben.

Suche das kleinste gemeinschaftliche Vielfache von

1. a) 208 und 463; b) 184 und 644;
2. a) 296 und 481; b) 249 und 913;
3. a) 845 und 1183; b) 1379 und 2167;
4. a) 1073, 1102 und 1682; b) 507, 1183, 1521;
5. 1555, 2177, 3421 und 4043;
6. 9756, 1355, 3252 und 4065;
7. 288, 384, 224, 576 und 784;
8. 2076, 6228, 3460, 5190 und 5536.

Vierter Abschnitt.

Das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

---

1. Erklärungen und Vorübungen.

§. 59.

Wenn man die Einheit (ein Ganzes) in mehrere gleiche Theile theilt und einen oder mehrere solche Theile nimmt, so heißt die dadurch entstehende Zahl eine gebrochene Zahl oder ein Bruch. Wird ein Ganzes z. B. in fünf gleiche Theile getheilt, so heißt jeder solche Theil ein Fünftel; ein Fünftel, zwei Fünftel, drei Fünftel, vier Fünftel, fünf Fünftel, sechs Fünftel, ... sind demnach Brüche.

Zur Angabe eines Bruches sind zwei Bestimmungen erforderlich; erstlich muß man wissen, in wie viel gleiche Theile das Ganze getheilt ist, und dann, wie viel solche Theile zu nehmen sind. Um daher einen Bruch auszudrücken, braucht man zwei Zahlen: die eine, welche anzeigt, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilt ist, welche also die Art der Theile angibt oder die Theile benennt und darum der Nenner heißt; die andere, welche anzeigt, wie viele solche Theile zu nehmen sind, welche also die Theile zählt und darum der Zähler genannt wird. Z. B. in dem Bruche zwei Drittel ist die Zahl 3 der Nenner und zeigt an, das ein Ganzes in 3 gleiche Theile getheilt wurde; 2 ist der Zähler und gibt an, daß man 2 solche gleiche Theile genommen hat.

Man schreibt den Nenner unter den Zähler und setzt zwischen beide einen Strich. Z. B. der Bruch zwei Drittel wird durch $\frac{2}{3}$ oder $^2/_3$ dargestellt.

Nimmt man so viele gleiche Theile, als man aus einem Ganzen gemacht hat, zusammen, so hat man wieder ein Ganzes; ein Bruch, dessen Zähler gleich ist dem Nenner, ist also gleich einem Ganzen. Nimmt man weniger Theile, als zu einem Ganzen gehören, so hat man weniger als ein Ganzes; ein Bruch, dessen Zähler kleiner ist als der Nenner, ist also kleiner als ein Ganzes. Nimmt man endlich mehr Theile als aus einem Ganzen gemacht wurden, so hat man mehr als ein Ganzes, d. i. ein Bruch, dessen Zähler größer ist als der Nenner, ist größer als ein Ganzes.

Ein Bruch, dessen Werth kleiner ist als ein Ganzes, heißt ein echter Bruch; jeder andere Bruch, dessen Werth entweder gleich oder größer als ein Ganzes ist, heißt ein unechter Bruch. Z. B.:

$\frac{1}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{7}{15}, \frac{47}{128}$ sind echte,

$\frac{2}{2}, \frac{6}{3}, \frac{11}{6}, \frac{43}{15}, \frac{1927}{128}$ sind unechte Brüche.

Eine Zahl, welche aus einer ganzen Zahl und aus einem angehängten Bruche besteht, heißt eine **gemischte Zahl**, z. B. $5\frac{3}{4}$, $57\frac{3}{10}$, $3024\frac{35}{54}$.

Jeder Bruch kann als ein angezeigter Quotient angesehen werden, worin der Zähler als Dividend und der Nenner als Divisor vorkommt.

Der Bruch $\frac{4}{5}$ bedeutet 4mal den 5ten Theil von 1 Ganzen. Der Quotient 4 : 5 bedeutet den 5ten Theil von 4 Ganzen; um aber den 5ten Theil von 4 Ganzen zu bestimmen, wird man jedes einzelne Ganze in 5 gleiche Theile theilen und von jedem 1 Theil nehmen; man erhält daher auch hier 4mal den 5ten Theil von 1 Ganzen. Es ist also $\frac{4}{5} = 4 : 5$. Z. B.:

$\frac{4}{5}$ fl. = 4mal der 5te Theil von 1 fl. = 4mal 20 kr. = 80 kr.
4 fl. : 5 = der 5te Theil von 4 fl. = der 5te Theil von 400 kr. = 80 kr.

Auf diesem Satze beruht die bereits im §. 33 herangezogene Verwandlung der Divisionsreste in Bruchformen, indem der etwa gebliebene Rest als Zähler eines Bruches auftritt, dessen Nenner der Divisor ist.

§. 60.

Vorübungen. (Kopfrechnen.)

1. Wie viele Kreuzer hat ein halber Gulden? Wie viele Kreuzer sind $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$ fl.?
2. Wie viel Liter ist $\frac{1}{2}$ Hektoliter? Wie viel Liter sind $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$ Hektol.?
3. Wie viel Monate ist $\frac{1}{2}$ Jahr? Wie viel Monate sind $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$ Jahre? Verwandle
4. $\frac{1}{2}$ Meter, $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{2}$ Meter in Decimeter;
5. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{2}$ Hektoliter in Liter;
6. $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{6}{2}$ Buch Papier in Bogen.
7. Wie viel Ganze sind $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{8}{2}$, $\frac{10}{2}$?
8. Wie viel Monate sind $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{6}{3}$ Jahre?
9. Wie viel Drittel gehen auf 1 Ganzes, auf 2, 3, 4 Ganze?
10. Wie viel Drittel sind 2 Ganze und 2 Drittel, 4 Ganze und 2 Drittel?
11. Wie erhält man $\frac{1}{4}$ des Ganzen; wie $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$?
12. Wie viel ist $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{8}{4}$, $\frac{10}{4}$ von einem Gulden, von einem Hektoliter, Kilogramm, Jahre?
13. Der wievielte Theil eines Tages sind 6 Stunden, 12, 18 Stunden?
14. Wie viel Viertel ist ein Halbes? Wie viel Viertel sind 2, 3, 4, 5, 10 Halbe?
15. Wie viel ist $\frac{1}{5}$ Rieß, $\frac{1}{5}$ Stunde, $\frac{1}{5}$ Meter?
16. Wie viel sind $\frac{2}{5}$ Rieß, $\frac{3}{5}$ fl., $\frac{4}{5}$ Stunden, $\frac{5}{5}$ Hektoliter?
17. Wie viel Ganze sind 5, 10, 15, 20, 25 Fünftel?
18. Wie viel ist $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$, $\frac{12}{6}$ von einem Jahre, Tage?
19. Wie viel sind 10 Minuten, 20, 30, 40, 50 Minuten in Theilen einer Stunde?
20. Wie viel Sechstel hat ein Halbes, wie viele ein Drittel?
21. Wie viel Sechstel sind drei Ganze und 3 Sechstel, 5 Ganze und $\frac{5}{6}$, 4 Ganze und $\frac{1}{2}$, 7 Ganze und $\frac{1}{2}$, 7 Ganze und $\frac{2}{3}$?

22. Wie viel Tage sind $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{7}$ Wochen?
23. Wie viel Stunden sind $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{8}{8}$ Tage?
24. Wie viel Achtel hat ein Viertel, wie viel ein Halbes?
25. Wie viel Neuntel ist $\frac{1}{3}$, wie viele $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{3}$, $\frac{4}{3}$?
26. Wie viel Ganze sind in $\frac{10}{9}$, in $\frac{20}{9}$, $\frac{27}{9}$, $\frac{40}{9}$?
27. Wie viel kr. sind $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{4}{10}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{20}{10}$ fl.?
28. Wie viel Dekagr. sind $\frac{1}{10}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{6}{10}$, $\frac{8}{10}$, $\frac{10}{10}$, $\frac{15}{10}$ Kilogr.?
29. Wie viele Zehntel hat $\frac{1}{2}$, wie viele $\frac{3}{5}$?

2. Umformung der Brüche.

a) Verwandlung unechter Brüche in ganze oder gemischte Zahlen und umgekehrt.

§. 61.

Wie viel Ganze sind in $\frac{15}{4}$ enthalten?

Im Kopfe: 4 Viertel machen 1 Ganzes; 15 Viertel sind also so viele Ganze, wie oft darin 4 Viertel vorkommen; 4 Viertel sind in 15 Vierteln 3mal enthalten, und es bleiben noch 3 Viertel; 15 Viertel sind also 3 Ganze und 3 Viertel.

Schriftlich: $\frac{15}{4} = 15 : 4 = 3\frac{3}{4}$.

Um also aus einem unechten Bruche die darin enthaltenen Ganzen zu finden, dividirt man den Zähler durch den Nenner.

Aufgaben.

1. Wie viele Ganze enthält $\frac{6}{6}$, $\frac{50}{6}$, $\frac{29}{7}$, $\frac{58}{8}$, $\frac{70}{9}$, $\frac{83}{10}$?
(Die hier angeführten und in diesem Abschnitte weiter folgenden Aufgaben sind, soweit es die Einfachheit der Zahlen zuläßt, auch im Kopfe zu lösen.)
2. Suche die Ganzen aus folgenden Brüchen:
$\frac{7}{3}$, $\frac{35}{5}$, $\frac{57}{6}$, $\frac{31}{7}$, $\frac{85}{9}$, $\frac{13}{11}$, $\frac{25}{12}$, $\frac{71}{15}$, $\frac{87}{20}$, $\frac{100}{25}$.
3. Verwandle in ganze oder gemischte Zahlen die folgenden Brüche:
$\frac{63}{25}$, $\frac{105}{32}$, $\frac{171}{37}$, $\frac{80}{17}$, $\frac{257}{84}$, $\frac{1320}{57}$, $\frac{1041}{416}$, $\frac{3177}{208}$, $\frac{50713}{471}$.

§. 62.

Jede ganze und jede gemischte Zahl kann in einen unechten Bruch verwandelt werden.

Ist z. B. 5 als ein Bruch mit dem Nenner 6 darzustellen, so macht man folgende Schlüsse: 1 Ganzes hat 6 Sechstel, 5 Ganze sind also 5mal 6 Sechstel, folglich $5 = \frac{30}{6}$.

Um daher eine ganze Zahl in einen Bruch, dessen Nenner gegeben ist, zu verwandeln, multiplicirt man die ganze Zahl mit dem gegebenen Nenner; dieses Product setzt man als Zähler und den gegebenen Nenner als Nenner des gesuchten Bruches.

Man verwandle ferner die gemischte Zahl $3\frac{5}{8}$ in einen Bruch. Zuerst müssen 3 Ganze auf Achtel gebracht werden; 1 Ganzes hat 8 Achtel, also 3 Ganze 3mal 8 Achtel, d. i. 24 Achtel; setzt man nun noch die 5 Achtel dazu, so hat man 29 Achtel; es ist also $3\frac{5}{8} = \frac{29}{8}$.

Um eine gemischte Zahl in einen unechten Bruch zu verwandeln, multiplicirt man die ganze Zahl mit dem Nenner und addirt zum Producte den Zähler; diese Summe ist der Zähler, der Nenner wird ungeändert beibehalten.

Aufgaben

1. Verwandle 1, 3, 6, 9, 13, 25, 128 in Brüche, deren Nenner a) 10, b) 25, c) 60, d) 100 ist.
2. Verwandle folgende gemischte Zahlen in unechte Brüche: $3\frac{4}{5}$, $8\frac{3}{10}$, $37\frac{2}{7}$, $15\frac{13}{16}$, $311\frac{5}{16}$, $238\frac{17}{20}$, $884\frac{32}{125}$, $702\frac{27}{400}$, $537\frac{217}{422}$, $1305\frac{1156}{2175}$.

b) Das Erweitern der Brüche.

§. 63.

Was ist mehr, $\frac{7}{10}$ oder $\frac{3}{10}$? Je mehrere gleich große Theile man nimmt, desto mehr erhält man zusammen. Es ist also $\frac{7}{10}$ größer als $\frac{3}{10}$, was man so schreibt: $\frac{7}{10} > \frac{3}{10}$.

Wenn daher zwei oder mehrere Brüche denselben Nenner haben, so ist derjenige der größere, welcher den größeren Zähler hat.

Was ist mehr, $\frac{5}{12}$ oder $\frac{5}{8}$? In je mehrere gleiche Theile die Einheit getheilt wird, desto kleiner sind die einzelnen Theile; es ist daher $\frac{1}{12}$ kleiner als $\frac{1}{8}$, was man so schreibt: $\frac{1}{12} < \frac{1}{8}$; mithin sind auch $\frac{5}{12} < \frac{5}{8}$.

Wenn also zwei oder mehrere Brüche denselben Zähler haben, so ist derjenige der kleinere, welcher den größeren Nenner hat.

§. 64.

Ein Bruch ändert seinen Werth nicht, wenn seine Theile wieder in kleinere Theile getheilt werden. Z. B. der Bruch $\frac{3}{5}$ bedeutet 3 gleiche Theile, deren jeder der 5te Theil von einem Ganzen ist; theilt man jeden dieser 3 Theile wieder in 4 gleiche Theile, so erhält man $3 \times 4 = 12$ kleinere gleiche Theile; jeder solche Theil ist der 4te Theil von einem 5tel des Ganzen, also der $5 \times 4 = 20$ste Theil von dem Ganzen; der Bruch $\frac{3}{5}$ verwandelt sich dadurch in den gleichwerthigen Bruch $\frac{12}{20}$, dessen Zähler und Nenner 4mal so groß sind als der Zähler und der Nenner des Bruches $\frac{3}{5}$.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{20}{12}$$

Der Werth eines Bruches wird also nicht geändert, wenn man Zähler und Nenner mit derselben Zahl multiplicirt.

Auf diesen Satz wird man auch durch folgende Schlüsse geleitet:

Wird der Zähler mit 4 multiplicirt, so erhält man 4mal so viele Theile, als ihrer der frühere Bruch enthielt; wird nun zugleich auch der Nenner mit 4 multiplicirt, so werden die einzelnen Theile des neuen Bruches 4mal kleiner ausfallen, als die früheren; der neue Bruch enthält also 4mal so viele, aber 4mal kleinere Theile, so daß er mit dem früheren Bruche gleichen Werth hat.

Indem der Bruch $\frac{3}{5}$ in $\frac{12}{20}$ verwandelt wurde, hat sich seine *Form* geändert, der Werth ist aber unverändert geblieben.

Die Formveränderung eines Bruches durch die Multiplication des Zählers und Nenners mit derselben Zahl wird die *Erweiterung* des Bruches genannt.

Durch die Erweiterung kann man jeden Bruch ohne Aenderung seines Werthes in einen anderen verwandeln, dessen Nenner ein Vielfaches des früheren Nenners ist. Um z. B. $\frac{7}{12}$ in einen Bruch, dessen Nenner 48 ist, zu verwandeln, muß man $\frac{7}{12}$ mit $48 : 12$, d. i. mit 4 erweitern; man bekommt $\frac{7}{12} = \frac{28}{48}$.

Um daher einen Bruch in einen andern Bruch von gegebenem Nenner zu erweitern, braucht man nur den neuen Nenner durch den früheren zu dividiren und mit dem Quotienten den früheren Zähler zu multipliciren; das Product ist der neue Zähler.

Soll z. B. der Bruch $\frac{3}{4}$ mit dem Nenner 20 dargestellt werden, so hat man:

$$20 : 4 = 5;\ 3 \times 5 = 15;\ \text{also}\ \tfrac{3}{4} = \tfrac{15}{20}.$$

Im Kopfe: 1 Ganzes hat 20 Zwanzigstel, 1 Viertel hat 5 Zwanzigstel; 3 Viertel sind also 3mal 5, d. i. 15 Zwanzigstel.

Bringe eben so $\frac{2}{3}$ auf den Nenner 18, $\frac{3}{8}$ auf den Nenner 24, $\frac{5}{12}$ auf den Nenner 120, $\frac{5}{8}$ auf den Nenner 240.

Durch die Erweiterung kann man auch mehrere Brüche auf einen gemeinschaftlichen Nenner bringen, sobald dieser durch alle Nenner der gegebenen Brüche theilbar ist. Um z. B. die Brüche, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{11}{12}$ mit dem gemeinschaftlichen Nenner 48 darzustellen, hat man

$$48 : 3 = 16,\quad 2 \times 16 = 32,\ \text{daher}\ \tfrac{2}{3} = \tfrac{32}{48};$$
$$48 : 8 = 6,\quad 5 \times 6 = 30,\ \text{„}\ \tfrac{5}{8} = \tfrac{30}{48};$$
$$48 : 12 = 4,\quad 11 \times 4 = 44,\ \text{„}\ \tfrac{11}{12} = \tfrac{44}{48}.$$

Bringe

1. die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ auf den Nenner 10;
2. „ „ $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{10}$ „ „ „ 60;
3. „ „ $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{13}{16}$ „ „ „ 144;
4. „ „ $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$ „ „ „ 120;
5. „ „ $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{12}{17}$ „ „ „ 39270.

§. 65.

Die Darstellung mehrerer Brüche mit einem gemeinschaftlichen Nenner erscheint besonders dann nothwendig, wenn man dieselben hinsichtlich ihrer Größe vergleichen, wenn man sie addiren oder subtrahiren will.

Um aber dabei die Rechnungen so einfach als möglich zu führen, pflegt man die Brüche gewöhnlich auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu bringen; dieser ist offenbar die kleinste Zahl, welche durch alle gegebenen Nenner theilbar ist, somit ihr kleinstes gemeinschaftliches Vielfaches.

Aufgaben.

1. Bringe die Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{10}$ auf den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner.

Das kl. g. Vielfache von 4 und 10, somit der kl. gemeinschaftliche Nenner der Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{7}{10}$ ist 20.

Im Kopfe: $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$, $\frac{3}{4} = 3\text{mal}\ \frac{5}{20} = \frac{15}{20}$;
$\frac{1}{10} = \frac{2}{20}$, $\frac{7}{10} = 7\text{mal}\ \frac{2}{20} = \frac{14}{20}$.

Schriftlich: $20 : 4 = 5$, $5 \times 3 = 15$;
$20 : 10 = 2$, $2 \times 7 = 14$;

daher $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$, $\frac{7}{10} = \frac{14}{20}$.

oder

	20	
$\frac{3}{4}$	5	15
$\frac{7}{10}$	2	14

Stelle folgende Brüche mit dem kl. g. Nenner dar:

2. a) $\frac{3}{10}, \frac{7}{15}$; b) $\frac{3}{4}, \frac{4}{7}$; c) $\frac{3}{5}, \frac{8}{15}$;
3. a) $\frac{4}{9}, \frac{11}{17}$; b) $\frac{7}{12}, \frac{13}{20}$; c) $\frac{16}{21}, \frac{37}{70}$;
4. a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{8}$; b) $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$; c) $\frac{5}{6}, \frac{7}{12}, \frac{19}{24}$;
5. a) $\frac{29}{54}, \frac{41}{76}, \frac{53}{135}$; b) $\frac{117}{148}, \frac{209}{444}, \frac{185}{481}$;
6. a) $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{5}{12}, \frac{8}{21}$; b) $\frac{1}{4}, \frac{5}{6}, \frac{13}{18}, \frac{19}{30}$;
7. a) $\frac{2}{3}, \frac{5}{8}, \frac{11}{12}, \frac{13}{15}$; b) $\frac{1}{4}, \frac{5}{8}, \frac{11}{18}, \frac{19}{21}$;
8. a) $\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{11}, \frac{11}{18}, \frac{13}{20}$; b) $\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{11}{14}, \frac{5}{18}, \frac{19}{30}$;
9. a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$; b) $\frac{3}{35}, \frac{5}{32}, \frac{17}{30}, \frac{19}{24}, \frac{29}{36}, \frac{23}{25}, \frac{38}{75}$;
10. $\frac{7}{12}, \frac{13}{15}, \frac{209}{360}, \frac{5}{24}, \frac{37}{96}, \frac{17}{36}, \frac{157}{180}, \frac{41}{75}$.
11. Welcher von den Brüchen $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{13}{15}, \frac{23}{25}, \frac{41}{45}, \frac{107}{112}$ ist der größte, welcher der kleinste?

    Um diese Brüche hinsichtlich ihrer Größe zu vergleichen, muß man sie mit einem gemeinschaftlichen Nenner darstellen.
12. Ordne folgende Brüche nach ihrer Größe, und zwar vom kleinsten angefangen: $\frac{2}{5}, \frac{5}{7}, \frac{13}{19}, \frac{17}{20}, \frac{19}{24}, \frac{29}{35}, \frac{37}{45}, \frac{111}{125}$.

c) Das Abkürzen der Brüche.

§. 66.

Ein Bruch ändert seinen Werth nicht, wenn man seine Theile zu größeren unter sich gleichen Theilen vereinigt. Z. B. der Bruch $\frac{12}{20}$ bedeutet 12 gleiche Theile, deren jeder der 20ste Theil eines Ganzen ist; faßt man von den 12 Theilen je 4 zu einem einzigen Theil zusammen, so hat man nur noch $12 : 4 = 3$, jedoch größere gleiche Theile; von solchen Theilen kommen, da jeder 4 frühere Theile enthält, nur $20 : 4 = 5$ auf ein Ganzes, d. i. jeder solche Theil ist $\frac{1}{5}$ des Ganzen; der Bruch $\frac{12}{20}$ wird also in den gleichwerthigen Bruch $\frac{3}{5}$, dessen Zähler und Nenner der 4te Theil des Zählers und Nenners von $\frac{12}{20}$ sind, verwandelt.

$$\frac{12}{20} = \frac{12 : 4}{20 : 3} = \frac{3}{5}.$$

Der Werth eines Bruches wird also nicht geändert, wenn man Zähler und Nenner durch dieselbe Zahl dividirt,

Dieser Satz kann auch so begründet werden:

Wird der Zähler durch 4 dividirt, so erhält man 4mal weniger Theile; wenn man nun zugleich auch den Nenner durch 4 dividirt, so werden die einzelnen Theile des neuen Bruches 4mal so groß; man erhält daher 4mal weniger, aber 4mal so große Theile, also wird der Bruch durch diese Division nur der Form, nicht aber dem Werthe nach geändert.

Mittelst der Formveränderung eines Bruches durch die Division des Zählers und Nenners mit derselben Zahl kann man den Bruch **abkürzen**, d. i. denselben ohne Aenderung des Werthes mit kleineren Zahlen darstellen. Dieses kann jedoch nur dann geschehen, wenn Zähler und Nenner ein gemeinschaftliches Maß haben.

Aufgaben.

1 a) $\frac{8}{14} \overset{2}{=} \frac{4}{7}$; b) $\frac{12}{27} \overset{3}{=} \frac{4}{9}$; c) $\frac{16}{44} \overset{4}{=} \frac{4}{11}$;

2. a) $\frac{35}{40} \overset{5}{=} \frac{7}{8}$; b) $\frac{420}{510} \overset{10}{=} \frac{42}{51} \overset{3}{=} \frac{14}{17}$.

3. Kürze folgende Brüche so weit als möglich ab:
$\frac{84}{126}, \frac{35}{80}, \frac{72}{90}, \frac{135}{480}, \frac{102}{282}, \frac{410}{2520}, \frac{192}{240}, \frac{630}{900}, \frac{960}{1728}, \frac{1625}{2000}, \frac{2552}{3024}, \frac{2240}{3360}, \frac{6480}{15542}, \frac{21945}{31720}.$

4. Kürze noch folgende Brüche ab, indem du zwischen Zähler und Nenner nach §. 56 das gr. g. Maß suchst:
$\frac{805}{966}, \frac{2924}{5117}, \frac{864}{1874}, \frac{1724}{1023}, \frac{820}{6076}, \frac{2567}{6191}, \frac{1707}{2845}.$

5. Reducire 40 kr. auf einen Guldenbruch und kürze denselben ab.

1 kr. ist der 100ste Theil von 1 fl., also sind
40 kr. $= \frac{40}{100}$ fl. $= \frac{4}{10}$ fl. $= \frac{2}{5}$ fl.

6. Welchen Guldenbruch geben
a) 24 kr.? b) 42 kr.? c) 75 kr.? d) 84 kr.?

7. Reducire ebenso auf Kilogramm
a) 30 Dekagr.? b) 45 Dekagr.? c) 56 Dekagr.? d) 80 Dekagr.?

8. Wie viel Jahre sind
a) 8 Mon.? b) 10 Mon.? c) 30 Mon.? d) 42 Mon.?

9. Wie viel Stunden sind
a) 6 Min.? b) 16 Min.? c) 24 Min.? d) 56 Min.?

d) Verwandlung eines gemeinen Bruches in einen Decimalbruch.

§. 67.

Ein gemeiner Bruch wird in einen Decimalbruch verwandelt, indem man den Zähler durch den Nenner dividirt, so lange es angeht. Hat man zu dem Reste keine Ziffer des Dividends mehr hinzuzufügen, so bringe man im Quotienten den Decimalpunkt an und hänge diesem, sowie jedem folgenden Reste, eine Nulle an und fahre so im Dividiren fort.

Geht die Division zuletzt ohne Rest auf, so ist der als Quotient erhaltene Decimalbruch dem gegebenen gemeinen vollkommen gleich; dieses tritt nur dann ein, wenn der Nenner 2 oder 5, oder ein Product ist, das keinen von 2 und 5 verschiedenen Factor enthält. Geht die Division nicht ohne Rest auf, so ist der gefundene Decimalbruch nur angenähert, und zwar um so genauer, je mehrere Decimalen man entwickelt. Z. B.:

1. $\frac{225}{16} = 225 : 16 = 14{\cdot}0625;$
2. $\frac{23}{78} = 23 : 78 = 0{\cdot}2948\ldots$

Im zweiten Beispiele geht die Division nicht ohne Rest auf, daher ist der gemeine Bruch $\frac{23}{78}$ durch den Decimalbruch 0·2948 nicht genau, sondern nur annäherungsweise ausgedrückt.

3. Verwandle noch folgende gemeine Brüche in Decimalbrüche:
$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{7}{12}, \frac{11}{12}, \frac{331}{128}, \frac{7}{5}, \frac{23}{25}, \frac{9123}{135}, \frac{73}{625}, \frac{17}{20}, \frac{63}{80}, \frac{59}{24}, \frac{31}{11}, \frac{117}{35}, \frac{29}{30}, \frac{113}{241}, \frac{719}{1728}.$

Wenn die Division nicht ohne Rest aufgeht, so muß bei fortgesetzter Rechnung einer der schon einmal übrig gebliebenen Reste nothwendig wieder erscheinen, und es werden daher auch im Quotienten Ziffern, die schon einmal dagewesen sind, in derselben Ordnung wiederkehren.

Ein Decimalbruch, in welchem eine Ziffer oder eine Reihe von Ziffern immer wiederkehrt, heißt ein **periodischer**, und die Reihe der Ziffern, welche sich wiederholen, die **Periode**. Z. B.:

$\frac{353}{12} = 29{\cdot}41666\ldots; \ \frac{239}{990} = 0{\cdot}24141\ldots; \ \frac{13}{37} = 0{\cdot}351351\ldots$

Im ersten Beispiele besteht die Periode aus einer Ziffer, nämlich 6; im zweiten aus zwei Ziffern, nämlich 41; im dritten aus drei Ziffern, nämlich 351.

Man pflegt die Periode nur einmal anzuschreiben, jedoch die erste und die letzte Ziffer derselben mit darüber gesetzten Punkten zu bezeichnen. Es ist demnach:

$$\tfrac{353}{12} = 29{\cdot}41\dot{6}; \quad \tfrac{239}{990} = 0{\cdot}2\dot{4}\dot{1}; \quad \tfrac{13}{37} = 0{\cdot}\dot{3}5\dot{1}.$$

e) Verwandlung eines Decimalbruches in einen gemeinen Bruch.

§. 68.

Bei der Verwandlung von Decimalbrüchen in gemeine hat man folgende Fälle zu unterscheiden:

1. Wenn der Decimalbruch ein endlicher ist, d. i. wenn er keine Periode hat, so braucht man ihn nur mit Angabe seines Nenners auszusprechen und den so ausgesprochenen Decimalbruch in Form eines gemeinen Bruches anzuschreiben. Z. B. der Decimalbruch 0·48 wird ausgesprochen: 48 Hundertel; wird dieses angeschrieben, so hat man $0{\cdot}48 = \frac{48}{100}$.

Ein endlicher Decimalbruch wird daher in einen gemeinen Bruch verwandelt, indem man die Decimalen desselben zum Zähler, zum Nenner aber 1 mit so vielen Nullen annimmt, als Decimalen vorhanden sind; dann wird der Bruch, wenn es möglich ist, abgekürzt. Z. B.:

1. a) $0{\cdot}25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$. b) $0{\cdot}175 = \frac{175}{1000} = \frac{35}{200} = \frac{7}{40}$.

2. a) $3{\cdot}5 = 3\frac{5}{10} = 3\frac{1}{2}$. b) $18{\cdot}75 = 18\frac{75}{100} = 18\frac{3}{4}$.

3. Es sollen noch die Decimalbrüche 0·4, 0·025, 0·336, 6·48, 36·15, 10·064, 58·0256, 233·1225 in gemeine Brüche verwandelt werden.

2. Es sei ein rein periodischer Decimalbruch, d. i. ein solcher, worin der Periode keine Decimale vorangeht, z. B. $0{\cdot}\dot{4}0\dot{8}$, in einen gemeinen Bruch zu verwandeln. Multiplicirt man diesen ohne Ende fortlaufenden Decimalbruch 0·408408408... mit 1000, so erhält man 408·408408...; subtrahirt man dann von dem 1000fachen Bruche den einfachen Bruch, so fallen im Reste die Decimalen weg; man hat nämlich:

$$\left.\begin{array}{rl} \text{1000facher Bruch} = & 408{\cdot}408408\ldots \\ \text{1facher Bruch} = & 0{\cdot}408408\ldots \end{array}\right\} \text{subtrahirt}$$

$$\text{999facher Bruch} = 408.$$

$$\text{daher der einfache Bruch} = \tfrac{408}{999};$$

$$\text{es ist also } 0{\cdot}\dot{4}0\dot{8} = \tfrac{408}{999}.$$

Ein rein periodischer Decimalbruch wird also in einen gemeinen Bruch verwandelt, indem man die Periode zum Zähler und zum Nenner so viele 9 annimmt, als die Periode Ziffern enthält. Z. B.:

1. a) $0{\cdot}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$. b) $0{\cdot}\dot{6}\dot{3} = \frac{63}{99} = \frac{7}{11}$.

2. a) $7{\cdot}\dot{6} = 7\frac{6}{9} = 7\frac{2}{3}$. b) $28{\cdot}\dot{2}41\dot{8} = 28\frac{2418}{9999} = 28\frac{806}{3333}$.

Verwandle noch folgende periodische Decimalbrüche in gemeine Brüche:

3. a) $0{\cdot}\dot{5}$; b) $0{\cdot}\dot{7}\dot{2}$; c) $3{\cdot}\dot{4}\dot{2}$; d) $5{\cdot}\dot{0}\dot{7}$;

4. a) $8{\cdot}\dot{9}\dot{8}$; b) $0{\cdot}\dot{5}0\dot{4}$; c) $0{\cdot}\dot{4}2\dot{8}$; d) $2{\cdot}\dot{9}3\dot{6}$;

5. a) $17{\cdot}\dot{4}2\dot{2}$; b) $8{\cdot}\dot{8}46\dot{0}$; c) $3{\cdot}\dot{7}32\dot{9}$; d) $0{\cdot}\dot{5}3846\dot{1}$.

3. Ist ein gemischt periodischer Decimalbruch, d. i. ein solcher, worin der Periode noch andere Decimalziffern vorangehen, z. B. $0{\cdot}82\dot{3}4\dot{5}$, in einen gemeinen Bruch zu verwandeln, so multiplicire man den ohne Ende fortlaufenden Bruch 0·8234534534 5... zuerst mit 100000 und dann mit 100; subtrahirt man nun den 100fachen Bruch von dem 100000fachen Bruche, so fallen im Reste, welcher den 99900fachen Bruch enthält, alle Decimalen weg; man hat nämlich:

$$\left.\begin{array}{r} 100000\text{facher Bruch} = 82345{\cdot}345345\ldots \\ 100\text{facher Bruch} = 82{\cdot}345345\ldots \end{array}\right\}\text{ subtrahirt}$$

$$99900\text{facher Bruch} = 82263,$$

und $$1\text{facher Bruch} = \tfrac{82263}{99900};$$

es ist also $0{\cdot}82\dot{3}4\dot{5} = \frac{82263}{99900}$.

Der Zähler dieses gemeinen Bruches wurde erhalten, indem man von 82345 die Zahl 82 subtrahirte, indem man also die der Periode vorangehenden Decimalen 82 sammt der Periode 345 als Zahl aufstellte und von dieser Zahl 82345 die der Periode vorangehenden Decimalen 82 subtrahirte. Den Nenner bilden so viele 9, als die Periode Ziffern enthält, mit so viel Nullen rechts, als Decimalen der Periode vorangehen.

Daraus folgt:

Ein gemischt periodischer Decimalbruch wird in einen gemeinen Bruch verwandelt, indem man die der Periode vorangehenden Decimalen sammt der Periode zusammenstellt, von dieser Zahl die der Periode vorangehenden Decimalen subtrahirt und den Rest zum Zähler eines Bruches annimmt, dessen Nenner so viele 9 sind, als die Periode Ziffern hat, mit so viel Nullen rechts, als Decimalen der Periode vorangehen. Z. B.:

1. $0{\cdot}5\dot{8} = \frac{58 - 5}{90} = \frac{53}{90}$;

2. $0{\cdot}34\dot{3} = \frac{343 - 34}{900} = \frac{309}{900} = \frac{103}{300}$;

3. $45{\cdot}23\dot{7}1\dot{3} = 45\,\frac{23713 - 23}{99900} = 45\frac{23690}{99900} = 45\frac{2369}{9990}$.

Drücke noch folgende periodische Decimalbrüche durch gemeine Brüche aus:

4. a) $0{\cdot}8\dot{3}$; b) $0{\cdot}4\dot{8}$; c) $0{\cdot}08\dot{3}$; d) $0{\cdot}42\dot{6}$;
5. a) $0{\cdot}82\dot{6}$; b) $0{\cdot}34\dot{8}$; c) $4{\cdot}1\dot{9}\dot{6}$; d) $0{\cdot}57\dot{2}\dot{7}$;
6. a) $5{\cdot}52\dot{2}\dot{6}$; b) $7{\cdot}74\dot{5}\dot{6}$; c) $9{\cdot}15\dot{2}9\dot{6}$; d) $3{\cdot}73\dot{5}1\dot{7}$.

3. Das Addiren der Brüche.

§. 69.

5 Neuntel und 2 Neuntel sind 7 Neuntel; oder

$$\tfrac{5}{9} + \tfrac{2}{9} = \tfrac{7}{9}.$$

Brüche von gleichen Nennern werden addirt, indem man ihre Zähler addirt und als Nenner den gemeinschaftlichen Nenner beibehält.

Haben die Brüche ungleiche Nenner, so werden sie zuerst auf einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht und dann addirt.

Aufgaben.

1. $\frac{4}{15} + \frac{7}{15} + \frac{11}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$.
2. $\frac{3}{20} + \frac{7}{20} + \frac{9}{20} + \frac{13}{20} = ?$
3. $$\begin{array}{r} 5\frac{3}{8} \\ 6\frac{7}{8} \\ 8\frac{5}{8} \\ \hline 20\frac{7}{8}. \end{array}$$
   Addirt man hier die Brüche, so erhält man $\frac{15}{8} = 1\frac{7}{8}$; der Bruch $\frac{7}{8}$ wird angeschrieben, 1 Ganzes aber zu den Ganzen in den Summanden gezählt.
4. $127\frac{7}{32} + 244\frac{17}{32} + 105 + 183\frac{23}{32} + 17\frac{29}{32} = ?$
5. Ein Kaufmann erhält aus Hamburg $12\frac{4}{5}$ Ctr. Kaffee und $13\frac{3}{5}$ Ctr. Zucker; wie viel Centner sind dies?
6. Jemand hat 4 Stück Leinwand, welche einzeln $47\frac{1}{4}$, 48, $50\frac{3}{4}$ und $51\frac{1}{4}$ Meter enthalten; wie viel Meter enthalten alle 4 Stück?
7. Man hat vier Zahlen; die erste ist $8\frac{4}{5}$, jede folgende ist um $2\frac{3}{5}$ größer als die vorhergehende; wie groß ist die Summe aller?
8. Addire die Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{5}$.
   $$\begin{array}{cc|c} & & 20 \\ \hline \frac{3}{4} & 5 & 15 \\ \frac{2}{5} & 4 & 8 \\ \hline & & \frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}. \end{array}$$
   Bringe die Brüche auf gleiche Nenner; der kl. g. Nenner ist 20; die neuen Brüche sind $\frac{15}{20}$ und $\frac{8}{20}$, welche $\frac{23}{20} = 1\frac{3}{20}$ zur Summe geben.
9. a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{6} = ?$ b) $\frac{7}{8} + \frac{5}{6} = ?$
10. a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{5}{8} = ?$ b) $\frac{2}{3} + \frac{4}{5} + \frac{7}{9} = ?$
11. a) $\frac{7}{8} + \frac{5}{12} + \frac{11}{20} + \frac{12}{24} = ?$ b) $\frac{17}{18} + \frac{16}{27} + \frac{13}{36} + \frac{14}{15} = ?$
12. $5\frac{3}{4} + 4\cdot5 = 5\frac{3}{4} + 4\frac{1}{2} = 10\frac{1}{4}$.
13. a) $\frac{1}{3} + \frac{3}{9} + 0\cdot7 = ?$ b) $5\frac{3}{8} + 2\cdot3 + 7\frac{3}{5} = ?$
14. $23\frac{1}{2} + 28\frac{17}{50} + 47\frac{3}{4} + 39 = ?$
15. $8\frac{1}{2} + 9\frac{5}{4} + 10\frac{7}{8} + 14\frac{15}{16} + 12\frac{31}{32} = ?$
16. $45 + 31\frac{1}{3} + \frac{2}{5} + 63\frac{5}{8} + 57\frac{11}{12} = ?$
17. $35\frac{5}{12} + 48\cdot75 + 10\frac{13}{20} + 18 + 7\cdot26 = ?$
18. $243\frac{2}{3} + 315\frac{7}{10} + 268\frac{4}{15} + 523\frac{5}{16} + 385 = ?$
19. $1234\frac{17}{20} + 3578\frac{29}{35} + 808\frac{41}{48} + 2182\frac{37}{42} = ?$
20. $34218\frac{43}{50} + 9835\frac{81}{250} + 18072\frac{79}{120} + 40684 + 21790\frac{121}{150} = ?$
21. Wenn man 4 Bretter von $1\frac{4}{5}$, $2\frac{3}{10}$, $2\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$ Centimeter Dicke übereinanderlegt, welche Dicke gibt dieses?
22. Man kauft $3\frac{1}{4}$, $5\frac{3}{8}$ und $6\frac{1}{2}$ Meter Tuch; wie viel zusammen?
23. Jemand hat $37\frac{3}{4}$ fl., $15\frac{7}{10}$ fl., $22\frac{13}{20}$ fl., $5\frac{16}{25}$ fl. und $12\frac{1}{2}$ fl. zu zahlen; wie viel zusammen?
24. $128\frac{3}{5}$ Mark + $87\frac{7}{10}$ M. + $92\frac{1}{4}$ M. + $63\frac{1}{2}$ M. = ?
25. Ein Landmann erntet $48\frac{1}{2}$ Hektoliter Weizen, $40\frac{7}{8}$ Hektoliter Korn, $65\frac{3}{4}$ Hektoliter Gerste und $82\frac{5}{8}$ Hektoliter Hafer; wie viel Hektoliter Getreide beträgt dieses?

26. Ein Mauerstein, welcher $26\frac{3}{4}^{cm}$ lang, $12\frac{4}{5}^{cm}$ breit und $7\frac{7}{10}^{cm}$ hoch ist, wird an jeder Seite $\frac{1}{2}^{cm}$ stark mit Mörtel umgeben; welches sind dann seine drei Ausdehnungen?

27. Ein Wasserbehälter wird durch drei Röhren gefüllt; die erste Röhre allein füllt in 1 Stunde $\frac{1}{3}$ des Behälters, die zweite in derselben Zeit $\frac{1}{4}$, die dritte $\frac{1}{6}$. Welcher Theil des Behälters wird in einer Stunde gefüllt, wenn alle drei Röhren zugleich fließen?

28. Eine Wasserpumpe kann das in einer Grube enthaltene Wasser in 15 Tagen, eine andere in 12 Tagen herausschaffen; welcher Theil des Wassers wird von beiden Maschinen zusammen in einem Tage herausgepumpt?

29. Jemand hat fünf Fässer Wein, welche einzeln $18\frac{7}{20}$, $17\frac{1}{2}$, $16\frac{7}{8}$, $16\frac{3}{4}$ und $15\frac{9}{10}$ Hektoliter enthalten; wie viel Wein befindet sich in allen fünf Fässern?

30. Wie groß ist die Summe von fünf Zahlen, von denen die erste $731\frac{11}{12}$ und jede folgende um $27\frac{3}{5}$ größer als die vorhergehende ist?

31. Ein Kaufmann bekommt sechs Fässer Zucker; das Faß A enthält $145\frac{2}{5}$ Kilogr., B $146\frac{1}{8}$ Kil., C $146\frac{3}{4}$ Kil., D $147\frac{1}{2}$ Kil., E $148\frac{9}{20}$ Kil., F $150\frac{7}{10}$ Kil.; wie viel Zucker ist im Ganzen?

32. Die Seiten eines Dreiecks betragen $225\frac{1}{2}$, $173\frac{3}{4}$ und $205\frac{2}{5}$ Meter; wie groß ist der Umfang?

33. Die Winkel eines Fünfeckes betragen einzeln $65^0\ 27\frac{3}{5}'$, $148^0\ 51\frac{4}{15}'$, $92^0\ 32\frac{3}{4}'$, $185^0\ 29\frac{4}{5}'$ und $47^0\ 38\frac{7}{12}'$; wie groß ist ihre Summe?

34. Ein Gutsbesitzer hat 54 Hektar $8\frac{3}{4}$ Ar Ackergrund, 23 Hektar $58\frac{5}{8}$ Ar Weingärten, 50 Hektar $55\frac{7}{10}$ Ar Wiesen und 89 Hektar $7\frac{1}{2}$ Ar Waldungen; wie groß ist sein ganzer Grundbesitz?

4. Das Subtrahiren der Brüche.

§. 70.

7 Achtel weniger 5 Achtel sind 2 Achtel; oder

$$\frac{7}{8} - \frac{5}{8} = \frac{2}{8}.$$

Brüche von gleichen Nennern werden subtrahirt, indem man die Zähler subtrahirt und als Nenner den gemeinschaftlichen Nenner beibehält.

Haben die Brüche ungleiche Nenner, so werden sie zuerst auf einen gemeinschaftlichen Nenner gebracht und dann subtrahirt.

Aufgaben.

1. $\frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

2. a) $\frac{11}{12} - \frac{5}{12} = ?$ b) $\frac{13}{16} - \frac{7}{16} = ?$

3. a) $8\frac{3}{4} - 5 = ?$ b) $21\frac{5}{8} - 15 = ?$

4. a) $37\frac{7}{11} - 10\frac{3}{11}$? b) $127\frac{13}{20} - 78\frac{9}{20} = ?$

5. $318\frac{9}{16} - 209\frac{13}{16} = 108\frac{12}{16} = 108\frac{3}{4}$.

Da man hier $\frac{13}{16}$ von $\frac{9}{16}$ nicht subtrahiren kann, so vermehrt man $\frac{9}{16}$ um ein Ganzes $= \frac{16}{16}$, wodurch man $\frac{25}{16}$ bekommt, sodann wird $\frac{13}{16}$ von $\frac{25}{16}$ subtrahirt. Da aber der Minuend um 1 Ganzes vermehrt wurde, so muß man auch die Ganzen des Subtrahends um 1 vermehren und daher 210 von 318 subtrahiren.

6. a) $57\frac{59}{100} - 38\frac{83}{100} = ?$ b) $4105\frac{1}{12} - 2892\frac{5}{12} = ?$

7. $50 - 23\frac{2}{5} = 26\frac{3}{5}$.

Hier addirt man zu dem Bruche des Subtrahends so viel, daß man 1 Ganzes erhält, und schreibt den hinzugezählten Bruch sogleich in den Rest; sodann vermehrt man den Subtrahend um 1 Ganzes und subtrahirt die Ganzen.

8. a) $129 - 89\frac{7}{10} = ?$ b) $2000 - 1432\frac{10}{25} = ?$

9. Von $\frac{17}{20}$ Hektoliter werden $\frac{9}{20}$ Hekt. verkauft; wie viel bleibt übrig?

10. Von 36^m Leinwand verkauft man $17\frac{3}{4}^m$; wie viel bleibt übrig?

11. Ein Arbeiter macht von einer Arbeit am ersten Tage $\frac{1}{12}$; wie viel hat er davon noch zu machen?

12. Jemand nimmt $228\frac{9}{10}$ fl. ein und gibt $150\frac{7}{10}$ fl. aus; wie viel bleibt ihm übrig?

13. A ist $37\frac{5}{12}$ Jahre alt, B $28\frac{7}{12}$ Jahre; um wie viel ist A älter als B?

14. Subtrahire $\frac{2}{9}$ von $\frac{5}{12}$.

$$\begin{array}{cc|c} & 36 & \\ \hline \frac{5}{12} & 3 & 15 \\ \frac{2}{9} & 4 & 8 \\ \hline & & \frac{7}{36} \end{array}$$

$\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$; $\frac{2}{9} = \frac{8}{36}$. Wenn man nun $\frac{8}{36}$ von $\frac{15}{36}$ subtrahirt, so bleiben $\frac{7}{36}$.

15. a) $\frac{8}{9} - \frac{7}{8} = ?$ b) $\frac{17}{20} - \frac{3}{5} = ?$

16. a) $\frac{15}{28} - \frac{4}{21} = ?$ b) $\frac{9}{16} - \frac{5}{12} = ?$

17. a) $\frac{53}{60} - \frac{13}{25} = ?$ b) $\frac{209}{480} - \frac{253}{600} = ?$

18. a) $\frac{13}{18} - 0\cdot3 = ?$ b) $0\cdot25 - \frac{5}{12} = ?$

19. a) $$\begin{array}{r} 19\frac{7}{8} \\ 7\frac{2}{3} \\ \hline 12\frac{5}{24} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{24} \\ \hline 3 & 21 \\ 8 & 16 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{5} \end{array}$$

b) $$\begin{array}{r} 35\frac{2}{9} \\ 21\frac{7}{12} \\ \hline 13\frac{23}{36} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \multicolumn{2}{c}{36} \\ \hline 4 & 8 + 36. \\ 3 & 21 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{23} \end{array}$$

20. a) $9\frac{3}{4} - 7\frac{2}{3} = ?$ b) $57\frac{11}{15} - \frac{3}{10} = ?$

21. a) $62\frac{1}{2} - 25\frac{6}{10} = ?$ b) $112\frac{17}{20} - 89\frac{19}{30} = ?$

22. a) $329\frac{13}{24} - 109\frac{17}{32} = ?$ b) $705\frac{71}{300} - 521\frac{103}{250} = ?$

23. a) $7123\frac{211}{515} - 6018\frac{47}{96} = ?$ b) $5936\frac{91}{112} - 5811\frac{133}{136} = ?$

24. a) $704\cdot45 - 719\frac{12}{64} = ?$ b) $918\frac{37}{120} - 577\cdot38 = ?$

25. $623\frac{33}{15} + 308\frac{17}{50} - 738\frac{23}{25} = ?$

26. $319\frac{53}{60} - 183\frac{13}{08} - 104\frac{31}{48} = ?$

27. Ein Beamter bezieht in einem Monate $87\frac{1}{2}$ fl. Gehalt, er gibt $74\frac{3}{4}$ fl. aus; wie viel erspart er?

28. Ein Centner Zucker kostet im Einkauf $55\frac{8}{25}$ fl., im Verkauf $61\frac{5}{10}$ fl., wie groß ist der Gewinn?

29. Um wie viel wird der Bruch $\frac{7}{12}$ größer oder kleiner, wenn man
a) zum Zähler und Nenner 1 addirt,
b) vom Zähler und Nenner 1 subtrahirt?

30. Um wie viel ist die Summe $37\frac{5}{8} + 13\frac{5}{12}$ größer als der Unterschied $57\frac{3}{4} - 19\frac{3}{5}$?

31. Man hat folgende Brüche: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}$; um wie viel ist die Summe der ersten zwei Brüche kleiner als 1? — um wie viel die Summe der ersten drei, vier, fünf, sechs Brüche?

32. Ein Kaufmann hatte $23\frac{7}{25}$ Kilogr. einer Waare; nun sind nur noch $7\frac{13}{20}$ Kilogr. übrig; wie viel hat er davon verkauft?

33. Ein Körper wog in freier Luft $17\frac{3}{8}$ Dekagr., unter Wasser wog er nur $14\frac{3}{4}$ Dekagr.; wie groß war sein Gewichtsverlust im Wasser?

34. 5 Pud $19\frac{5}{16}$ Pfd. (Rußl.) — 2 Pud $36\frac{11}{48}$ Pfd. $=$?

35. Jemand nimmt $73\frac{7}{10}$ fl., $9\frac{3}{4}$ fl., $28\frac{1}{2}$ fl. ein und gibt $47\frac{12}{25}$ fl., $23\frac{1}{4}$ fl., $31\frac{9}{20}$ fl. aus; um wie viel ist die Einnahme größer als die Ausgabe?

36. Von folgenden Metallen wiegt 1 Cub.^{dm} in Kilogrammen: Platina $22\frac{9}{10}$, Gold $19\frac{9}{25}$, Blei $11\frac{4}{5}$, Silber $10\frac{1}{2}$, Kupfer $8\frac{8}{9}$; um wie viel ist 1 Cub.^{dm} jedes der vorangehenden Metalle schwerer, als eine Cub.^{dm} jedes der folgenden?

37. Drei Säcke wiegen mit dem darin enthaltenen Reis $125\frac{3}{5}$, $127\frac{7}{10}$, $128\frac{1}{4}$ deutsche Pfd.; die leeren Säcke wiegen $8\frac{1}{2}$ Pfd., $8\frac{3}{5}$ Pfd., $8\frac{3}{4}$ Pfd.; wie viel Reis ist in allen Säcken?

38. Von einer Schuld, welche $538\frac{3}{10}$ fl. beträgt, werden nach und nach $86\frac{1}{2}$ fl., $10\frac{3}{4}$ fl., $118\frac{7}{20}$ fl., $158\frac{37}{50}$ fl. abgezahlt; wie groß ist noch der Schuldrest?

39. Man hat vier Zahlen: die erste ist $25\frac{1}{3}$, die zweite um $8\frac{3}{4}$ größer als die erste, die dritte um $12\frac{3}{5}$ kleiner als die zweite, die vierte ist gleich dem Unterschiede zwischen der ersten und dritten; wie groß ist die Summe aller vier Zahlen?

5. Das Multipliciren eines Bruches mit einer ganzen Zahl.

§. 71.

Wenn man 5 Sechstel 7mal als Summand nimmt, so erhält man 35 Sechstel;
oder: $$\frac{5}{6} \times 7 = \frac{35}{6}.$$

Ein Bruch wird mit einer ganzen Zahl multiplicirt, indem man den Zähler mit der ganzen Zahl multiplicirt und den Nenner ungeändert beibehält.

Ein Bruch kann auch noch auf eine andere Art mit einer ganzen Zahl multiplicirt werden. Wenn man nämlich den Zähler eines Bruches ungeändert läßt, von dem Nenner aber nur die Hälfte, den dritten, vierten Theil nimmt, so werden, weil die ganze Einheit in weniger Theile getheilt wird, die einzelnen Theile 2-, 3-, 4mal so groß ausfallen und man erhält somit eben so viele, aber 2-, 3-, 4mal so große Theile, folglich wird auch der Werth des neuen Bruches 2-, 3-, 4mal so groß als der Werth des früheren Bruches.

Ein Bruch wird daher mit einer ganzen Zahl auch multiplicirt, indem man den Nenner durch die ganze Zahl dividirt und den Zähler ungeändert läßt. Z. B.:

$$\frac{7}{12} \times 3 = \frac{7}{12 : 3} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

Diese zweite Art des Multiplicirens ist offenbar nur dann anwendbar, wenn der Nenner des gegebenen Bruches durch die ganze Zahl theilbar ist.

Aufgaben.

1. a) $\frac{8}{15} \times 11 = \frac{88}{15} = 5\frac{13}{15}$. b) $\frac{13}{18} \times 9 = \frac{13}{2} = 6\frac{1}{2}$.

2. a) $\frac{5}{8} \times 8 = 5$. b) $\frac{7}{12} \times 12 = 7$.

Aus den letzten zwei Beispielen folgt: **Ein Bruch mit seinem Nenner multiplicirt gibt den Zähler zum Producte.**

3. a) $\frac{5}{9} \times 13 = ?$ b) $\frac{37}{64} \times 5 = ?$

4. a) $\frac{59}{63} \times 38 = ?$ b) $\frac{21}{112} \times 337 = ?$

5. a) $\frac{13}{18} \times 12 = \frac{156}{18} = 8\frac{12}{18} = 8\frac{2}{3}$; oder $\frac{13}{\underset{3}{\cancel{18}}} \times \overset{2}{\cancel{12}} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$.

Wenn der Nenner des Bruches und die ganze Zahl ein gemeinschaftliches Maß haben, so wird die Multiplication vereinfacht, wenn man dieselben noch vor dem Multipliciren durch jenes Maß dividirt.

6. a) $\frac{10}{21} \times 14 = ?$ b) $\frac{25}{32} \times 36 = ?$

7. a) $\frac{17}{30} \times 20 = ?$ b) $\frac{112}{125} \times 75 = ?$

8. Multiplicire $5\frac{3}{4}$ mit 7.

Im Kopfe: 7mal 5 Ganze sind 35 Ganze; 7mal 3 Viertel sind 21 Viertel, diese geben 5 Ganze und 1 Viertel; zusammen 40 Ganze und 1 Viertel.

Schriftlich:

$5\frac{3}{4} \times 7$ / $40\frac{1}{4}$ — Man spricht: 7mal $\frac{3}{4}$ sind $\frac{21}{4}$, d. i. 5 Ganze und $\frac{1}{4}$, 7mal 5 ist 35, und 5 ist 40.

Oder: $5\frac{3}{4} \times 7 = \frac{23}{4} \times 7 = \frac{161}{4} = 40\frac{1}{4}$.

9. a) $19\frac{5}{8} \times 9 = ?$ b) $18\frac{7}{12} \times 11 = ?$

10. a) $74\frac{2}{3} \times 8 = ?$ b) $19\frac{13}{25} \times 37 = ?$

11. a) $53\frac{7}{12} \times 35$
$\times 5$
$267\frac{11}{12}$
$\times 7$
$1875\frac{5}{12}$

b) $23\frac{13}{24} \times 45$
$\times 9$
$211\frac{7}{8}$
$\times 5$
$1059\frac{3}{8}$

12. Ein Hektoliter kostet $18\frac{3}{4}$ fl.; wie viel kosten 8 Hektoliter?

13. Ein Beamter hat täglich $4\frac{1}{6}$ fl. Gehalt; wie viel monatlich, wie viel jährlich?

14. Wie groß ist der Umfang eines Rades, welches 48 Zähne hat, wenn diese $4\frac{3}{5}$ cm von einander abstehen?

15. Ein Centner kostet $43\frac{17}{20}$ fl.; wie viel kosten
a) 7 Ctr.? b) 25 Ctr.? c) 37 Ctr.?

16. Wie hoch kommt ein Baugrund von 324 □m zu stehen, wenn das □m mit $9\frac{17}{25}$ fl. bezahlt wird?

17. Wie viel kosten 45 Kilogr. à 20 kr.

Im Kopfe: 20 kr. = $\frac{1}{5}$ fl.; 45 Kil. à $\frac{1}{5}$ fl. kosten $\frac{45}{5}$ fl. = 9 fl.

18. Wie viel kosten 36 Liter, wenn 1 Liter a) 10 kr., b) 20 kr., c) 25 kr., d) 50 kr. kostet?

19. Wie viel betragen 36 Meter à 30 kr.

Im Kopfe: 36 Meter à 3 Zehner = 108 Zehner, d. i. 10 fl. 80 kr.
Schriftlich: 36 Meter à $\frac{3}{10}$ fl. ... $\frac{3}{10}$ fl. $\times$ 36 = $\frac{108}{10}$ fl. = $10\frac{4}{5}$ fl.
oder
36 Meter à $\frac{1}{4}$ fl. .... 9 fl.
à $\frac{1}{20}$ fl. ... $\frac{36}{20}$ fl. = $1\frac{16}{20}$ fl. = $1\frac{4}{5}$ fl.
$10\frac{4}{5}$ fl.

20. Wie viel kosten 127 Dekagr. wenn 1 Dekagr. a) 15 kr., b) 24 kr., c) 35 kr., d) 60 kr., e) 75 kr. kostet?

21. Ein österreichischer Gulden wiegt $\frac{1}{81}$ Kilogramm; wie viel wiegen a) 98 fl.? b) 162 fl.? c) 500 fl.?

22. Wie viel kosten 156 engl. Sovereigns à $12\frac{1}{4}$ fl.?

23. Wie viel feines Gold enthält ein Barren, welcher 7 Kilogr. rauhes Gewicht hat und dessen Feingehalt $\frac{750}{1000}$ ist?

24. Wie viel Kreuzer sind $\frac{3}{4}$ fl.

Im Kopfe: $\frac{1}{4}$ fl. ist 25 kr., $\frac{3}{4}$ fl. sind also 3mal 25 kr., d. i. 75 kr.
Schriftlich $\frac{3}{4} \times 100 = \frac{300}{4} = 75$ kr.

25. Wie viel Kreuzer sind
a) $\frac{2}{5}$ fl.? b) $\frac{7}{10}$ fl.? c) $\frac{13}{25}$ fl.? d) $\frac{17}{50}$ fl.? e) $\frac{3}{10}$ fl.?
f) $1\frac{19}{25}$ fl.? g) $5\frac{43}{50}$ fl.? h) $37\frac{67}{100}$ fl.?

26. Wie viele Stunden sind $\frac{5}{6}$ Tage?

27. Wie viel Stunden und Minuten betragen $\frac{11}{18}$ Tage?

$\frac{11}{18} \times 24 = \frac{44}{3} = 14\frac{2}{3}$ Stund.
$\frac{2}{3} \times 60 = 40$ Min.
daher $\frac{11}{18}$ Tage $= 14$ Stund. 40 Min.

28. Wie viel Dekagramm und Gramm sind
a) $\frac{7}{8}$ Kilogr.? b) $\frac{37}{40}$ Kil.? c) $\frac{53}{75}$ Kil.?

29. Wie viel Pfennige sind
a) $\frac{3}{4}$ Mark? b) $\frac{17}{20}$ Mark? c) $\frac{31}{50}$ Mark?

30. Um wie viel ist $315\frac{23}{35} \times 20$ größer als $157\frac{17}{20} \times 36$?

31. a) $915\frac{7}{12} \times 63 =$? b) $1257\frac{37}{40} \times 48 =$?

32. a) $3214\frac{19}{27} \times 18 =$? b) $4150\frac{8}{35} \times 55 =$?

33. a) $8019\frac{107}{125} \times 235 =$? b) $62471\frac{37}{40} \times 913 =$?

34. a) $7593\frac{132}{455} \times 2064 =$? b) $3089\frac{229}{300} \times 5317 =$?

35. Ein russischer Silberrubel gilt 1 fl. $61\frac{23}{25}$ kr. ö. W.; wie viel in ö. W. betragen
a) 204 Rubel? b) 793 Rubel? c) 2465 Rubel?

6. Das Dividiren eines Bruches durch eine ganze Zahl.

§. 72.

Wenn man 8 Neuntel in 4 gleiche Theile theilt, so beträgt ein Theil 2 Neuntel; oder:

$$\frac{8}{9} : 4 = \frac{2}{9}.$$

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl dividirt, indem man den Zähler durch die ganze Zahl dividirt und den Nenner ungeändert beibehält.

Dieses Divisionsverfahren ist offenbar nicht anwendbar, wenn der Zähler des gegebenen Bruches durch die ganze Zahl nicht theilbar ist. Für diesen Fall muß daher eine andere Art des Dividirens angewendet werden.

Wenn man den Zähler eines Bruches unverändert läßt, den Nenner aber 2=, 3=, 4mal so groß nimmt, so erhält man eben so viele, aber 2=, 3=, 4mal kleinere Theile, somit wird der neue Bruch 2=, 3=, 4mal kleiner als der frühere. Um daher den 2ten, 3ten, 4ten Theil eines Bruches zu erhalten, darf man nur den Nenner desselben 2=, 3=, 4mal so groß nehmen.

Ein Bruch wird durch eine ganze Zahl auch dividirt, indem man den Zähler ungeändert läßt und den Nenner mit der ganzen Zahl multiplicirt. Z. B.:

$$\tfrac{3}{5} : 4 = \frac{3}{5 \times 4} = \tfrac{3}{20}.$$

Aufgaben.

1. a) $\frac{10}{11} : 2 = \frac{5}{11}$. b) $\frac{9}{10} : 3 = ?$ c) $\frac{8}{15} : 4 = ?$
2. a) $\frac{7}{9} : 3 = \frac{7}{27}$. b) $\frac{18}{15} : 2 = ?$ c) $\frac{21}{25} : 8 = ?$
3. a) $\frac{12}{25} : 3 = ?$ b) $\frac{13}{18} : 8 = ?$ c) $\frac{17}{20} : 12 = ?$
4. $\frac{8}{15} : 12 = \frac{8}{180} = \frac{2}{45}$, oder $\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{15} : \overset{3}{\cancel{12}} = \frac{2}{45}$.
5. a) $\frac{15}{16} : 20 = ?$ c) $\frac{12}{33} : 14 = ?$
6. $9\frac{1}{8} : 5 = 1\frac{33}{44}$, oder $9\frac{1}{8} : 5 = \frac{73}{8} : 5 = \frac{73}{40} = 1\frac{33}{40}$.

Bei der ersten Divisionsart sagt man: der 5te Theil von 9 ist 1, bleibt 4; 4 Ganze sind $\frac{32}{8}$ und $\frac{1}{8}$ sind $\frac{33}{8}$; der 5te Theil von $\frac{33}{8}$ sind $\frac{33}{40}$.

7. a) $12\frac{6}{7} : 3 = ?$ b) $17\frac{3}{4} : 5 = ?$ c) $59\frac{7}{10} : 8 = ?$
8. a) $\frac{91}{123} : 13 = ?$ b) $\frac{379}{802} : 294 = ?$ c) $307\frac{2}{3} : 9 = ?$
9. a) $342\frac{9}{11} : 23 = ?$ b) $408\frac{27}{28} : 36 = ?$ c) $1346\frac{13}{25} : 31 = ?$
10. 9 Meter kosten $38\frac{1}{2}$ fl.; wie viel kostet 1 Meter?
11. Jemand kauft ein Dutzend Hemden für $35\frac{2}{5}$ fl.; wie hoch kommt ein Hemd?
12. Ein Dampfwagen legt in 4 Stunden $121\frac{1}{3}$ Kilometer zurück; wie viel in einer Minute?
13. Ein Hektoliter kostet a) $47\frac{3}{5}$ fl., b) $28\frac{7}{10}$ fl., c) $32\frac{4}{10}$ fl.; wie viel kosten in jedem Falle 25 Liter?
14. Ein Kaufmann bezahlt 1 Ctr. Kaffee a) mit $146\frac{1}{2}$ fl., b) mit $152\frac{3}{4}$ fl., c) mit $168\frac{17}{25}$ fl.; wie hoch kommt ihm das Kilogramm zu stehen?
15. a) $\begin{array}{l} 517\frac{3}{8} : 36 \\ \overline{} : 6 \\ 86\frac{11}{48} \\ \overline{} : 6 \\ 14\frac{107}{288} \end{array}$ b) $\begin{array}{l} 6804\frac{7}{20} : 28 \\ \overline{} : 7 \\ 972\frac{1}{10} \\ \overline{} : 4 \\ 243\frac{1}{40} \end{array}$
16. a) $1907\frac{7}{24} : 56 = ?$ b) $9248\frac{4}{5} : 45 = ?$
17. a) $24135\frac{4}{15} : 18 = ?$ b) $21372\frac{17}{20} : 72 = ?$

18. Welchen Bruchtheil einer Stunde geben $\frac{5}{6}$ Minuten?

$\frac{5}{6} : 60 = \frac{5}{360} = \frac{1}{72}$ Stunde.

19. Wie viel Jahre betragen 5 Monate 20 Tage?

$20 : 30 = \frac{2}{3}$: 20 Tage sind also $\frac{2}{3}$ Mon.

$5\frac{2}{3} : 12 = \frac{17}{36}$; folglich 5 Mon. 20 Tage $= \frac{17}{36}$ Jahre,

20. Wie viel Tage sind 33 Stunden 45 Minuten?

21. Welcher Bruch eines Quadratmeters sind $25\square^{dm}$ $32\square^{mm}$?

22. Wie viel Gulden sind 18 fl. $18\frac{1}{2}$ kr.?

23. Wenn ein Hektoliter Wein 18 fl. kostet; wie viel Hektoliter bekommt man für $499\frac{1}{2}$ fl.?

24. 25 Hektoliter Roggen kosten 154 fl. $12\frac{1}{2}$ kr.; wie viel kostet 1 Hektoliter?

25. Addire den 5ten, 6ten und 8ten Theil von $143\frac{2}{3}$.

26. Wie groß ist der Unterschied zwischen dem 8ten und dem 9ten Theile von $528\frac{3}{10}$?

27. Wenn 5 Ctr. einer Waare auf $168\frac{7}{10}$ Mark zu stehen kommen; wie viel kosten 9 Ctr.?

5 Ctr. kosten $168\frac{7}{10}$ Mark.
1 „ kostet $168\frac{7}{10}$ M. $: 5 = 33\frac{37}{50}$ M.
9 „ kosten $33\frac{37}{50}$ M. $\times 9 = 303\frac{33}{50}$ Mark.

28. 13 Meter Tuch kosten $68\frac{11}{20}$ fl.; wie hoch kommen 35 Meter?

29. In einer Haushaltung gibt man alle 4 Tage 13 fl. $72\frac{1}{2}$ kr. aus; wie viel

a) in 7 Tagen? b) in 30 Tagen? c) in 365 Tagen?

30. Ein Gut trug in fünf Jahren einzeln $1527\frac{3}{10}$ fl., $1850\frac{1}{2}$ fl., $1607\frac{3}{5}$ fl., $2007\frac{11}{10}$ fl., $1883\frac{3}{4}$ fl.; wie groß war im Durchschnitt das jährliche Erträgniß?

31. Wenn man 24 Hektoliter Weizen à $8\frac{3}{4}$ fl. und 26 Hektoliter à $9\frac{1}{2}$ fl. mischt und beim Verkaufe den 10ten Theil des Preises gewinnen will; wie viel beträgt der Gewinn und wie theuer muß man das Hektoliter des so gemischten Weizens verkaufen?

7. Das Multipliciren mit einem Bruche.

§. 73.

Es sei z. B. 5 mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren. Hier sollte nach der in §. 19 gegebenen Erklärung der Multiplication die Zahl 5 $\frac{3}{4}$mal als Summand gesetzt werden, welche Aufgabe offenbar keinen Sinn hat. Man muß daher den ursprünglich für ganze Zahlen aufgestellten Begriff des Multiplicirens so erweitern, daß er auch für die Brüche anwendbar wird.

Um 5 mit 3 zu multipliciren, muß man 5 3mal als Summand setzen; um 5 mit dem 4ten Theile von 3 zu multipliciren, wird man nicht die Zahl 5 selbst, sondern den 4ten Theil derselben 3mal als Summand setzen; also

$$5 \times \frac{3}{4} = \frac{5}{4} + \frac{5}{4} + \frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times 3 = \frac{15}{4}.$$

Eine Zahl mit einem Bruche multipliciren heißt daher, sie durch den Nenner des Bruches dividiren und den Quotienten mit dem Zähler multipliciren.

Beim Zifferrechnen wird meistens die Multiplication mit dem Zähler vor der Division durch den Nenner vorgenommen.

Auf diese Erweiterung des Multiplicationsbegriffes wird man durch die Aufgaben des praktischen Lebens von selbst geführt. Um allgemein aus dem Betrage der Einheit den Betrag einer gleichartigen Mehrheit zu finden, wird der Betrag der Einheit mit der Zahl, welche die Mehrheit ausdrückt, multiplicirt. Wenn z. B. 1 Meter 5 fl. kostet, so kosten $\frac{3}{4}$ Meter 5 fl. $\times \frac{3}{4}$. Was dieses Product bedeutet, wird aus der wirklichen Lösung der Aufgabe ersichtlich; man hat nämlich:

1 Meter kostet 5 fl.;

$\frac{1}{4}$ Meter kostet den 4ten Theil von 5 fl., also $\frac{5}{4}$ fl.

$\frac{3}{4}$ Meter kosten 3mal so viel als $\frac{1}{4}$ Meter, also $\frac{5}{4}$ fl. $\times 3$;

folglich ist 5 fl. $\times \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$ fl. $\times 3$.

Ist ein Bruch mit einem Bruche, z. B. $\frac{3}{5}$ mit $\frac{7}{8}$ zu multipliciren, so erhält man nach dem obigen Satze

$$\frac{3}{5} \times \frac{7}{8} = \frac{3}{5 \times 8} \times 7 = \frac{3 \times 7}{5 \times 8},$$

d. h. das Product zweier Brüche ist ein Bruch, dessen Zähler das Product der Zähler und dessen Nenner das Product der Nenner der gegebenen Brüche ist.

Um auch die Richtigkeit dieses Satzes an einem praktischen Beispiele nachzuweisen, sei die Aufgabe zu lösen: 1 Kilogramm kostet $\frac{3}{5}$ fl. wie viel kosten $\frac{7}{8}$ Kilogr.? Hier muß $\frac{3}{5}$ fl. mit $\frac{7}{8}$ multiplicirt werden. Durch ganz einfache Schlüsse aber erhält man:

$\frac{1}{8}$ Kil. kostet den 8ten Theil von $\frac{3}{5}$ fl., also $\frac{3}{5 \times 8}$ fl.,

$\frac{7}{8}$ Kil. kosten 7mal so viel als $\frac{1}{8}$ Kil., also $\frac{3 \times 7}{5 \times 8}$ fl.,

somit $\frac{3}{5}$ fl. $\times \frac{7}{8} = \frac{3 \times 7}{5 \times 8}$ fl.

§. 74.

Aufgaben.

1. a) $12 \times \frac{5}{6} = 2 \times 5 = 10$. b) $10 \times \frac{2}{3} = \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3}$.

2. a) $24 \times \frac{1}{3} = ?$ b) $27 \times \frac{4}{9} = ?$

3. a) $157 \times \frac{3}{7} = ?$ b) $3245 \times \frac{15}{32} = ?$

4. a) $613 \times \frac{5}{8} = \frac{3065}{8} = 383\frac{1}{8}$,

oder weil $\frac{5}{8} = \frac{4}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ ist,

$613 \times \frac{5}{8}$

$306\frac{1}{2} \ldots \frac{1}{2}$

$76\frac{5}{8} \ldots \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2}$

$383\frac{1}{8}$.

b) $938 \times \frac{3}{8} = ?$

c) $2159 \times \frac{7}{10} = ?$

d) $35 \cdot 635 \times \frac{6}{7} = ?$

5. Wie viel kosten $\frac{3}{8}$ Liter, wenn 1 Liter 72 kr. kostet?
Wie viel kostet $\frac{1}{8}$ Liter, wie viel kosten daher $\frac{3}{8}$ Liter?

6. Jemand kauft $\frac{5}{8}$ Kilogr., das Kilogr. zu 64 kr.; wie viel muß er dafür bezahlen?

7. $7 \times 6\frac{4}{5} = 7 \times \frac{34}{5} = \frac{238}{5} = 47\frac{3}{5}$,
oder unmittelbar $7 \times 6\frac{4}{5} = 47\frac{3}{5}$.

Bei der zweiten Multiplicationsweise hat man: $7 \times \frac{4}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$; $\frac{3}{5}$ schreibt man an, 5 Ganze werden zu dem Producte der Ganzen weitergezählt; 6mal 7 ist 42, und 5 ist 47.

8. a) $18 \times 7\frac{7}{9} = ?$ b) $15 \times 9\frac{3}{5} = ?$

9. Multiplicire 209 mit $8\frac{3}{4}$.

Wegen $8\frac{3}{4} = 8 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ oder $8\frac{3}{4} = 9 - \frac{1}{4}$ hat man

$$\begin{array}{rl} 209 \times 8\frac{3}{4} & \\ \hline 1672\ldots & 8 \\ 104\frac{1}{2}\ldots & \frac{1}{2} \\ 52\frac{1}{4}\ldots & \frac{1}{4} \\ \hline 1828\frac{3}{4} & \end{array} \qquad \text{oder} \qquad \begin{array}{rrl} & 209 \times 8\frac{3}{4} & \\ \hline & 1881\ldots & 9 \\ \text{ab} & 52\frac{1}{4}\ldots & \frac{1}{4} \\ \hline & 1828\frac{3}{4} & \end{array}$$

10. a) $1905 \times 9\frac{7}{8} = ?$ b) $3156 \times 24\frac{3}{8} = ?$

11. a) $1532 \times 57\frac{7}{10} = ?$ b) $1234 \times 28\frac{5}{8} = ?$

12. a) $3068 \times 609\frac{13}{20} = ?$ b) $6942 \times 356\frac{11}{12} = ?$

13. a) $\frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{56}$. b) $\frac{9}{10} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{50}$.

14. $\frac{8}{15} \times \frac{7}{12} = \frac{56}{180} = \frac{14}{45}$ oder $\frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{15} \times \frac{7}{\underset{3}{\cancel{12}}} = \frac{14}{45}$.

Wenn der Zähler des einen und der Nenner des andern Bruches ein gemeinschaftliches Maß haben, so kürzt man sie noch vor der Multiplication ab.

15. a) $\frac{3}{8} \times \frac{18}{25} = ?$ b) $\frac{15}{34} \times \frac{4}{9} = ?$

16. $4\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} = \frac{19}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{5} = \frac{19}{5} = 3\frac{4}{5}$.

17. $3\frac{1}{2} \times 6\frac{2}{3} = \frac{7}{2} \times \frac{20}{3} = \frac{70}{3} = 23\frac{1}{3}$.

18. a) $8\frac{3}{5} \times \frac{8}{9} = ?$ b) $25\frac{1}{2} \times \frac{7}{10} = ?$

19. a) $7\frac{2}{5} \times 3\frac{1}{4} = ?$ b) $12\frac{2}{3} \times 9\frac{5}{8} = ?$

20. a) $3 \cdot 1416 \times 2\frac{1}{4} = ?$ b) $25 \cdot 093 \times 12\frac{5}{8} = ?$

21. a) $39\frac{3}{4} \times 0 \cdot 0892 = ?$ b) $104\frac{17}{20} \times 35 \cdot 662 = ?$

22. Wie viel kosten $7\frac{1}{2}$ Cub.^{m} Holz, das Cub.^{m} zu $4\frac{2}{5}$ fl.?

$$\begin{array}{lll} 7 \text{ Cub.}^{m} & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{ 7mal } 4\frac{2}{5} \text{ fl.} = & 30\frac{4}{5} \text{ fl.} \\ \frac{1}{2} \quad " & \ldots\ldots \text{ die Hälfte von } 4\frac{2}{5} \;" = & 2\frac{1}{5} \;" \\ \hline & & 33 \text{ fl.} \end{array}$$

23. Wie viel kosten $9\frac{3}{4}$ Hektoliter Wein à $22\frac{3}{5}$ fl.?

24. Das Hektoliter Weizen kostet $9\frac{3}{10}$ fl.; wie hoch kommen a) $\frac{4}{5}$, b) $3\frac{1}{2}$, c) $17\frac{3}{4}$, d) $86\frac{7}{12}$ Hektoliter?

25. a)
$$\begin{array}{rl} 355\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} & \\ \hline & \times 4 \\ 1422 & \\ \hline & : 5 \\ 284\frac{3}{5} & \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rl} 2187\frac{1}{3} \times 8\frac{2}{3} & \\ \hline & \times 2 \\ 4374\frac{2}{3} & \\ \hline & : 3 \\ 1458\frac{2}{9}\ldots & \frac{2}{3} \\ 17498\frac{2}{3}\ldots & 8 \\ \hline 18956\frac{8}{9}. & \end{array}$$

26. a) $3507\frac{5}{6} \times 17\frac{7}{8} = ?$ b) $2835\frac{37}{50} \times 307\frac{25}{52} = ?$

27. a) $8762\frac{58}{75} \times 382\frac{17}{24} = ?$ b) $1390\frac{7}{314} \times 2134\frac{20}{111} = ?$

28. a) 31 Kil. 47 Dekagr. $\times \frac{3}{5}$

$\times 3$

94 Kil. 41 Dek.

$: 5$

18 Kil. $88\frac{1}{5}$ Dek.

b) $63^0\ 32\frac{2}{3}' \times 5\frac{1}{4}$

$317^0\ 43\frac{1}{3}' \ldots 5$

$15^0\ 53\frac{1}{6}' \ldots \frac{1}{4}$

$333^0\ 36\frac{1}{2}'$.

29. 57 Hektoliter $28\frac{1}{2}$ Liter $\times 29\frac{3}{4} = ?$

30. Um wie viel ist das Product der Brüche $\frac{3}{4}$ und $\frac{2}{3}$ kleiner als jeder der beiden Factoren?

31. Um wie viel ist das Product der Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{4}{5}$ kleiner als ihre Summe?

32. Jemand erbte $\frac{7}{8}$ des Vermögens seines Onkels und überließ $\frac{3}{4}$ davon seinem Sohne; wie viel blieb ihm übrig?

33. Für 5 fl. erhält man $\frac{3}{5}$ Cub.^{m}; wie viel erhält man für $\frac{13}{20}$ fl.?

34. Der Umfang eines Kreises ist $3\frac{1}{7}$mal, genauer $\frac{355}{113}$mal so groß als der Durchmesser; a) wie groß ist für jede dieser Angaben der Umfang eines Kreises, dessen Durchmesser $4^{m}\ 7^{dm}$ beträgt; b) wie groß ist der Unterschied beider Resultate?

35. Drei Personen sollten eine Summe von $385\frac{1}{5}$ fl. so theilen, daß A $\frac{3}{10}$ davon, B $\frac{1}{4}$ und C den Rest bekommt; wie viel erhält jede Person?

36. B hat $2\frac{1}{3}$mal so viel Geld als A, C $1\frac{1}{7}$mal so viel als B, D aber nur $\frac{3}{8}$mal so viel als D; wenn nun A $45\frac{3}{5}$ fl. hat; wie viel hat a) jeder der übrigen, b) wie viel haben alle zusammen?

37. Eine Kiste mit Zucker wiegt $153\frac{3}{8}$ Kilogr., die Kiste allein $24\frac{3}{4}$ Kilogr.; wie viel Zucker ist in der Kiste und wie viel ist er werth, das Kilogr. zu $\frac{11}{20}$ fl. gerechnet?

38. Ein Silberbarren wiegt $12\frac{5}{8}$ Kilogr. und ist $644\frac{1}{5}$ Tausendtheile fein; wie viel feines Silber enthält derselbe?

39. Ein Garten ist $27\frac{3}{4}^{m}$ lang und 20^{m} breit; wie groß ist seine Fläche?

40. Ein viereckiges Gefäß ist $9\frac{4}{5}^{dm}$ lang, $6\frac{3}{4}^{dm}$ breit und $5\frac{1}{2}^{dm}$ tief; wie viel Cubikdecimeter enthält es?

41. Ein behauener Stamm ist $7\frac{3}{4}^{m}$ lang, $\frac{9}{10}^{m}$ breit und $\frac{7}{10}^{m}$ dick; wie hoch kommt derselbe zu stehen, wenn das Cub.^{m} mit $2\frac{5}{25}$ fl. bezahlt wird?

42. Wie groß ist das Gewicht von 12 vierkantigen Eisenstangen zu $3\frac{1}{2}^{m}$ Länge, $\frac{3}{20}^{m}$ Breite und $\frac{1}{25}^{m}$ Dicke, wenn ein Cubikmeter Eisen $7794\frac{1}{2}$ Kilogr. wiegt?

8. Das Dividiren durch einen Bruch.

§. 75.

Hier ist vor Allem nöthig, den Begriff einer solchen Division festzustellen. Ist z. B. 15 durch $\frac{5}{6}$ zu dividiren, so kann die Division ohne

Anstand als ein Messen betrachtet werden, wobei man zu untersuchen hat, wie oft $\frac{5}{6}$ in 15 enthalten ist; dagegen kann man sich darunter ein Theilen in der gewöhnlichen Bedeutung nicht denken, weil die Forderung, 15 in $\frac{5}{6}$ gleiche Theile zu theilen, keinen Sinn hat. Man ist daher genöthigt, in diesem Falle dem Begriffe des Theilens eine andere Fassung zu geben.

Wird z. B. 15 in 5 gleiche Theile getheilt, so muß der gefundene Theil 3 5mal genommen 15 geben; 15 in 5 gleiche Theile theilen und einen solchen Theil nehmen, ist also so viel, als: eine Zahl suchen, welche 5mal genommen 15 gibt. Ist nun 15 durch $\frac{5}{6}$ zu dividiren, so kann man zwar nicht sagen, 15 soll in $\frac{5}{6}$ gleiche Theile getheilt werden; wohl aber: es soll eine Zahl gesucht werden, welche $\frac{5}{6}$mal genommen, d. h. von welcher der 6te Theil 5mal genommen, 15 gibt. In diesem Sinne kann die Division durch einen Bruch auch als Theilung betrachtet werden.

Die Division selbst kann für den Fall, wo der Divisor ein Bruch ist, auf verschiedene Art vollzogen werden. Ganz einfach gestaltet sich die Rechnung des Messens.

Wie oft ist $\frac{2}{3}$ in 8 enthalten? — Man bringt die ganze Zahl 8 auf Drittel, dadurch erhält man $\frac{24}{3}$; 2 Drittel sind in 24 Dritteln so oft enthalten, als 2 in 24, also 12mal; daher

$$8 : \tfrac{2}{3} = \tfrac{24}{3} : \tfrac{2}{3} = 24 : 2 = 12.$$

Wie oft ist $\frac{1}{5}$ in $\frac{5}{8}$ enthalten? — Werden die Brüche gleichnamig gemacht, so erhält man $\frac{8}{40}$ und $\frac{25}{40}$; 8 Vierzigstel sind nun in 25 Vierzigsteln so oft enthalten, als 8 in 25, also $3\frac{1}{8}$mal; oder

$$\tfrac{5}{8} : \tfrac{1}{5} = \tfrac{25}{40} : \tfrac{8}{40} = 25 : 8 = 3\tfrac{1}{8}.$$

Um daher eine Zahl durch einen Bruch zu dividiren, braucht man nur Dividend und Divisor als Brüche mit gleichen Nennern darzustellen und dann blos die Zähler zu dividiren.

Dieses Verfahren ist jedoch nicht anwendbar, wenn man es mit einer Theilungsrechnung zu thun hat.

Man soll 2 fl. durch $\frac{3}{4}$ dividiren, d. i. eine Zahl suchen, welche $\frac{3}{4}$mal genommen, oder von welcher der 4te Theil 3mal genommen 2 fl. gibt. Die Zahl, welche 3mal genommen 2 fl. gibt, ist der dritte Theil von 2 fl., also $\frac{2}{3}$ fl.; die Zahl aber, von welcher schon der 4te Theil 3mal genommen 2 fl. gibt, muß 4mal so groß als $\frac{2}{3}$ fl., also $\frac{2}{3}$ fl. $\times$ 4 sein. 2 fl. durch $\frac{3}{4}$ dividirt, gibt daher 4mal den dritten Theil von 2 fl.; oder

$$2 \text{ fl.} : \tfrac{3}{4} = \tfrac{2}{3} \text{ fl.} \times 4.$$

Eine Zahl wird also durch einen Bruch dividirt, indem man sie durch den Zähler des Bruches dividirt und den Quotienten mit dem Nenner multiplicirt.

Dieses Divisionsverfahren läßt sich eben so gut auch anwenden, wenn eine Aufgabe des Enthaltenseins zu lösen ist. Z. B.: Wie oft ist $\frac{2}{5}$ in

$\frac{3}{7}$ enthalten? $\frac{2}{5}$ ist der 5te Theil von 2, es wird also $\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{7}$ 5mal so oft enthalten sein, als 2 in $\frac{4}{7}$. Um daher zu erfahren, wie oft $\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{7}$ enthalten ist, wird man zuerst untersuchen, wie oft 2 in $\frac{4}{7}$ enthalten ist, und den erhaltenen Quotienten 5mal nehmen. Es ist daher

$$\tfrac{4}{7} : \tfrac{2}{5} = (\tfrac{4}{7} : 2) \times 5 = \tfrac{2}{7} \times 5 = \tfrac{10}{7} = 1\tfrac{3}{7}.$$

Die eben angewendete Regel führt nun auf ein ganz einfaches mechanisches Verfahren, eine Zahl durch einen Bruch zu dividiren. Es ist:

$$5 : \tfrac{3}{4} = \tfrac{5}{3} \times 4,$$

$$\tfrac{5}{7} : \tfrac{3}{4} = \frac{5}{7 \times 3} \times 4 = \frac{5 \times 4}{7 \times 3}.$$

Nach den Regeln für die Multiplication der Brüche findet man aber auch

$$5 \times \tfrac{4}{3} = \tfrac{5}{3} \times 4,$$

$$\tfrac{5}{7} \times \tfrac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{7 \times 3}.$$

Es ist also:

$$5 : \tfrac{3}{4} = 5 \times \tfrac{4}{3}.$$

$$\tfrac{5}{7} : \tfrac{3}{4} = \tfrac{5}{7} \times \tfrac{4}{3}.$$

Die Division durch einen Bruch kann daher in eine Multiplication mit dem umgekehrten Bruche verwandelt werden und man kann sagen:

Eine Zahl wird durch einen Bruch dividirt, indem man sie mit dem umgekehrten Bruche multiplicirt.

Von diesem mechanischen Divisionsverfahren sollen übrigens Anfänger nur *ausnahmsweise* Gebrauch machen.

§. 76.

Wenn im Dividend oder im Divisor oder in beiden zugleich ein Product von mehreren Brüchen vorkommt, so kann man mittelst Anwendung des Satzes, daß der Quotient nicht geändert wird, wenn man den Dividend und den Divisor mit derselben Zahl multiplicirt oder beide durch dieselbe Zahl dividirt, auf eine sehr einfache Art die Multiplication und die Division der Brüche gemeinschaftlich ausführen.

Es sei z. B. $\frac{5}{8} \times \frac{3}{4}$ durch $\frac{10}{11}$ zu dividiren. Man hat

$$\frac{\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{10}{11}} = \frac{\cancel{5}.3.11}{8.4.\underset{2}{\cancel{10}}} = \tfrac{33}{64}$$

Hier werden Dividend und Divisor zuerst mit 8 multiplicirt, wodurch 8 als Nenner im Dividend wegfällt, dagegen in den Divisor als Factor zu stehen kommt. Eben so wird durch die Multiplication mit 4 der Nenner 4 des Dividends als Factor in den Divisor und durch die Multiplication mit 11 der Nenner 11 des Divisors als Factor in den Dividend gebracht. Der dadurch entstandene Bruch $\frac{5.3.11}{8.4.10}$ wird sodann durch 5 abgekürzt.

Kommen gemischte Zahlen als Factoren vor, so werden sie zu unechten Brüchen eingerichtet. Z. B.:

$$\frac{3\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{10}}{\frac{8}{9}}=\frac{\overset{3}{\cancel{15}}.7.9}{4.\underset{2}{\cancel{10}}.8}=\frac{189}{64}=2\tfrac{61}{64}.$$

Eben so findet man

$$\frac{5\frac{2}{3}.9.7\frac{3}{5}}{4\frac{3}{4}.\frac{5}{6}}=\frac{17.\overset{3}{\cancel{9}}.\overset{2}{\cancel{38}}.4.6}{\cancel{3}.5.\cancel{19}.5}=\frac{2448}{25}=97\tfrac{23}{25}.$$

Bei derlei Berechnungen ist daher folgendes Verfahren anzuwenden:

1. Man richte die gemischten Zahlen zu unechten Brüchen ein, lasse die Zähler dort stehen, wo die Brüche sein sollen, die Nenner aber übertrage man aus dem Dividend in den Divisor und aus dem Divisor in den Dividend als Factoren.
2. Die Zahlen des Dividends und des Divisors werden, wenn es angeht, abgekürzt.
3. Man multiplicire die im Dividend, und eben so die im Divisor bleibenden Factoren und dividire das erste Product durch das zweite.

Man kann hier auch die Factoren des Dividends auf der rechten, und jene des Divisors auf der linken Seite eines aufrechten Striches unter einander setzen und übrigens wie vorhin verfahren.

Ist z. B. $5\frac{1}{2}.8\frac{4}{5}.7$ durch $2\frac{7}{9}.11\frac{3}{10}$ zu dividiren, so schreibt man

$$\begin{array}{r|l}
25\ (2\frac{7}{9} & 5\frac{1}{2})\quad 11 \\
113\ (\cancel{11}\frac{3}{10} & 8\frac{4}{5})\quad 44 \\
\cancel{2} & 7 \\
\cancel{5} & 9 \\
 & \cancel{10}\ \cancel{2} \\
\hline
2825 & 30492 \,|\, 10\frac{2242}{2825}.
\end{array}$$

Dieses Verfahren pflegt man mit dem Namen der Strichmethode zu bezeichnen.

§. 77.

Aufgaben.

1. Wie oft ist $\frac{3}{4}$ in 12 enthalten?

$$12:\tfrac{3}{4}=\tfrac{48}{4}:\tfrac{3}{4}=48:3=16.$$

2. a) $35:\frac{7}{10}=?$ b) $328:\frac{4}{5}=?$ c) $504:\frac{5}{8}=?$

3. Wie theuer kommt 1 Meter zu stehen, wenn $\frac{3}{4}$ Meter 36 kr. kosten?

$\frac{1}{4}$ Meter kostet den dritten Theil von 36 kr., d. i. 12 kr.; 1 Meter kostet 4mal so viel als $\frac{1}{4}$ Meter, also 4mal 12 kr., d. i. 48 kr.

4. $\frac{5}{8}$ Kilogr. kosten 75 kr.; wie viel kostet 1 Kilogr.?

5. a) $5:3\frac{2}{3}=\frac{15}{3}:\frac{11}{3}=1\frac{4}{11}$. b) $\frac{1}{2}:\frac{3}{8}=\frac{4}{8}:\frac{3}{8}=1\frac{1}{3}$.

6. a) $\frac{5}{6}:\frac{1}{9}=?$ b) $\frac{7}{12}:\frac{9}{18}=?$

7. a) $18\frac{2}{3}:\frac{3}{4}=?$ b) $510\frac{1}{2}:\frac{9}{10}=?$

8. $\frac{3}{10}:3\frac{2}{5}=\frac{3}{10}:\frac{17}{5}=\frac{3\times\cancel{5}}{\underset{2}{\cancel{10}}}:17=\frac{3}{34}.$

9. a) $\frac{7}{10}:\frac{3}{8}=?$ b) $3\frac{4}{5}:\frac{5}{6}=?$ c) $9\frac{1}{3}:\frac{8}{15}=?$

10. a) $27 \cdot 5388 : \frac{2}{3} = ?$
$$\begin{array}{l} \underline{} \times 3 \\ 82 \cdot 6164 \\ \underline{} : 2 \\ 41 \cdot 3082 \end{array}$$
b) $0 \cdot 92407 : \frac{3}{5} = ?$
c) $0 \cdot 01935 : \frac{5}{8} = ?$

11. $\frac{7}{10}$ Hektoliter kosten $18\frac{1}{5}$ fl.; wie viel kostet 1 Hektoliter?
$\frac{1}{10}$ Hektoliter kostet $18\frac{1}{5}$ fl. : 7 = $2\frac{3}{5}$ fl.
1 Hektoliter kostet $2\frac{3}{5}$ fl. $\times$ 10 = 26 fl.

12. $\frac{3}{4}$ Meter kosten $12\frac{1}{2}$ Mark; wie viel kostet 1 Meter?

13. Von welcher Zahl betragen $\frac{5}{8}$ genau 100?

14. Ein Bote legt in 1 Stunde $\frac{5}{8}$ Meilen zurück; in welcher Zeit legt er 30 Meilen zurück?

15. Jemand braucht für seine Bedürfnisse täglich $\frac{9}{10}$ fl.; wie lange wird er mit 18 fl. auskommen?

16. Ein Kaufmann gewann beim Verkauf einer Waare $25\frac{3}{4}$ fl., und zwar an jedem Kilogr. $\frac{1}{10}$ fl.; wie viel Kilogr. hat er verkauft?

17. Die österreichisch-ungarische Monarchie, die 11306·36 geogr. □Meilen umfaßt, ist $\frac{27}{428}$ von Europa; wie groß ist demnach der Flächeninhalt von Europa?

18. a) 128 fl. 76 kr. : $\frac{3}{4}$
$$\begin{array}{l} \underline{\phantom{515 \text{ fl. } 4 \text{ kr.}}} \times 4 \\ 515 \text{ fl. } 4 \text{ kr.} \\ \underline{\phantom{515 \text{ fl. } 4 \text{ kr.}}} : 3 \\ 171 \text{ fl. } 68 \text{ kr.} \end{array}$$
b) $257 \square^{m}\ 25\frac{1}{2} \square^{dm} : 3\frac{1}{2}$
$$\begin{array}{l} \underline{\phantom{257 \cdot 255 \square^{m} : \frac{10}{3}}} \\ 257 \cdot 255 \square^{m} : \frac{10}{3} \\ \underline{} \times 3 \\ 771 \cdot 765 \\ \underline{} : 10 \\ 77 \cdot 1765 \square^{m} \end{array}$$

19. 102 Kilometer $157\frac{3}{25}$ Meter : $7\frac{3}{4} = ?$

20. Von welcher Zahl ist $\frac{3}{5}$ gerade so viel als $\frac{1}{9}$ von $23\frac{1}{2}$?

21. a) $8392\frac{1}{3} : 2\frac{6}{7} = 8392\frac{1}{3} : \frac{20}{7}$
$$\begin{array}{l} \underline{\phantom{58746\frac{1}{3}}} \times 7 \\ 58746\frac{1}{3} \\ \underline{\phantom{58746\frac{1}{3}}} : 20 \\ 2937\frac{19}{60}. \end{array}$$
b) $53702 : 2\frac{2}{3} = ?$
c) $13475\frac{13}{20} : 3\frac{2}{5} = ?$

22. a) $792\frac{235}{546} : \frac{123}{140} = ?$ b) $3474\frac{138}{625} : 47\frac{69}{250} = ?$

23. a) $0 \cdot 5358 : 5\frac{3}{8} = ?$ b) $92 \cdot 73584 : 5\frac{5}{7} = ?$

24. a) $\dfrac{\frac{5}{8} \cdot \frac{3}{4}}{\frac{10}{13}} = ?$ b) $\dfrac{3\frac{1}{2} \cdot 9}{5\frac{3}{4}} = ?$

25. a) $\dfrac{2\frac{7}{10} \cdot 35\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}}{37\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4}} = ?$ b) $\dfrac{5\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot 3\frac{5}{6} \cdot 6\frac{1}{4}}{2\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{5} \cdot 34} = ?$

26. Ein Hut Zucker wiegt $9\frac{1}{2}$ Kilogr. und kostet $5\frac{7}{10}$ fl.; wie theuer wurde 1 Kilogr. gerechnet?

27. Ein Acker, welcher $2\frac{3}{4}$ Hektar enthält, wird um 2520 fl. verkauft; wie hoch kommt 1 Hektar zu stehen?

28. $5\frac{1}{2}$ Ctr. kosten $53\frac{4}{5}$ fl.; wie viel kostet 1 Ctr.?

29. Der Umfang eines Kreises beträgt 209^{mm}; wie groß ist der Durchmesser? (Man sehe §. 30, Aufg. 39.)

30. Das Rad an einer Locomotive hat $7\frac{2}{5}^{dm}$ im Durchmesser; wie viel Umdrehungen wird es während der Fahrt von Laibach nach Triest, einer Strecke von $147\frac{9}{10}^{Km}$, gemacht haben?
31. Ein Barren Silber wiegt $12\frac{3}{8}$ Kilogr. und enthält $6\frac{21}{100}$ Kilogr. feines Silber; wie viel tausendtheilig ist derselbe?
32. Ein Gefäß hat $4\frac{3}{5}$ Liter; wie vielmal kann es von einem Fasse, das $612\frac{3}{4}$ Liter hält, gefüllt werden?
33. Jemand kauft um $25\frac{19}{25}$ fl. Zucker und Kaffee, und zwar von jedem um die Hälfte des Betrages; wenn nun 1 Kilogr. Zucker $\frac{14}{25}$ fl. und 1 Kilogr. Kaffee $1\frac{21}{25}$ fl. kostet, wie viel bekommt er Zucker, und wie viel Kaffee?
34. Wenn $3\frac{1}{2}$ Ctr. einer Waare $29\frac{3}{4}$ fl. kosten, wie viel muß man für $5\frac{2}{5}$ Ctr. bezahlen?

Wie viel kostet 1 Ctr., — wie viel kosten also $5\frac{2}{5}$ Ctr.? — Oder: wie oft sind $3\frac{1}{2}$ Ctr. in $5\frac{2}{5}$ Ctr. enthalten, — wie vielmal $29\frac{3}{4}$ fl. kosten also $5\frac{2}{5}$ Ctr.?

35. Wenn $9\frac{3}{4}$ Meter 20 fl. $62\frac{1}{2}$ kr. kosten, wie viel Meter kauft man für 33 fl.?
36. Ein Ballen Baumwolle wog $148\frac{1}{2}$ Kilogr., der Ballen für sich wog $9\frac{3}{4}$ Kilogr.; wie hoch kommt 1 Ctr. Baumwolle, wenn man für den ganzen Ballen $196\frac{7}{20}$ fl. bezahlt hat?
37. Zwei Stück Leinwand haben zusammen $73\frac{1}{4}$ Meter; ein Stück hat um $3\frac{1}{4}$ Meter mehr als das andere und kostet deshalb um $2\frac{1}{4}$ fl. mehr; wie viel Meter hat jedes Stück und wie viel kostet jedes?
38. Die Bahn, welche die Erde in einem Jahre um die Sonne beschreibt, ist 129626823 geogr. Meilen lang; wie viel Meilen müßte die Erde bei immer gleichförmiger Bewegung in 1 Secunde zurücklegen, das Jahr zu $365\frac{109}{450}$ Tagen gerechnet?

9. Wiederholungsaufgaben über das Rechnen mit gemeinen Brüchen.

§. 78.

1. Ein Rad hat $4\frac{3}{4}^{m}$ im Umfange; nach wie vielen Umdrehungen hat es eine Strecke von 3^{Km} $258\frac{1}{2}^{m}$ durchlaufen?
2. Von einem Schutthaufen, der $23\frac{1}{5}$ Cub.^{m} mißt, werden 46 Wagen voll, jeder zu $\frac{21}{46}$ Cub.^{m} weggeführt, wie viel bleibt noch davon?
3. 1 Hektoliter Wein kostet $27\frac{2}{5}$ fl.; wie hoch kommen a) $5\frac{3}{4}$, b) $10\frac{2}{5}$ c) $12\frac{7}{10}$, d) $25\frac{11}{25}$ Hektoliter?
4. Der Centner Kaffee kostet $165\frac{7}{10}$ fl.; wie viel kosten a) $7\frac{1}{2}$, b) $15\frac{3}{4}$, c) $31\frac{3}{8}$, d) $85\frac{12}{25}$ Ctr.?
5. Für 1 fl. erhält man $\frac{3}{4}$ Meter eines Stoffes; wie viel für $\frac{13}{25}$ fl.?
6. $\frac{1}{5}$ Ar Ackergrund kostet $2\frac{3}{4}$ fl.; wie viel kosten a) $6\frac{3}{10}$, b) $15\frac{7}{10}$, c) $37\frac{3}{4}$, d) $68\frac{11}{20}$ Ar?
7. Jemand kauft 5 Hektoliter Weizen à $9\frac{3}{25}$ fl., $6\frac{1}{2}$ Hektoliter Korn à $6\frac{2}{5}$ fl. und $15\frac{3}{4}$ Hektol. Hafer à $3\frac{7}{10}$ fl.; wie viel muß er dafür bezahlen?

8. Jemand kauft ein Stück Leinwand von $37\frac{1}{2}$ Meter, je 6 Meter zu $2\frac{3}{4}$ fl.; er bezahlt darauf $8\frac{7}{10}$ fl.; wie viel bleibt er noch schuldig?

9. Wenn $\frac{7}{8}$ Meter $3\frac{1}{2}$ fl. kosten, wie hoch kommen $8\frac{3}{4}$ Meter?

10. Ein Acker von 4 Hektar $37\frac{23}{50}$ Ar wird für $6124\frac{11}{25}$ fl. gekauft; der Käufer tritt nun $2\frac{127}{625}$ Hektar zu demselben Preise an seinen Nachbar ab; wie viel hat dieser zu bezahlen?

11. Ein Kaufmann erhält vier Fässer Zucker, welche 179·24 Kilogr., 172·85 Kil., 168·52 Kil. und 167·75 Kil. wiegen; die Fässer wiegen 22·25 Kil., 21·5 Kil., 20·75 Kil., 20·6 Kil.; wie viel kostet der Zucker, wenn der Centner zu $60\frac{3}{5}$ fl. gerechnet wird?

12. Ein Kaufmann verkauft im Durchschnitte täglich $47\frac{1}{2}$ Kil. Zucker; wie lange wird er mit $806\frac{1}{2}$ Kil. ausreichen?

13. Ein Kaufmann hatte $1126\frac{7}{10}$ Kilogr. Caffee vorräthig; davon verkaufte er an A $255\frac{1}{2}$ Kil., an B $87\frac{3}{4}$ Kil., an C 148 Kil., an D $320\frac{2}{5}$ Kil., wie viel Caffee blieb noch am Lager?

14. Ein Kaufmann erhielt $7\frac{9}{10}$ Ctr. einer gewissen Waare; wie viel kostete die Waare, zu $35\frac{2}{3}$ Mark der Centner, wenn in jenem Gewichte auch das Gewicht des Behältnisses mit 24 Pfd. eingerechnet ist?

15. Was ist vortheilhafter, $8\frac{9}{64}$ Kilogr. einer Waare für $16\frac{4}{5}$ fl., oder $10\frac{3}{4}$ Kil. derselben Waare für $22\frac{7}{12}$ fl. einzukaufen?

16. Ein Kaufmann kauft $68\frac{1}{2}$ Meter einer Waare für 237 fl. 42 kr. und verkauft das Meter zu 4 fl. 24 kr.; wie viel gewinnt er?

17. Ein Wirth kauft $5\frac{3}{4}$ Hektoliter Wein à $20\frac{1}{5}$ fl. und $2\frac{1}{2}$ Hektoliter à $27\frac{3}{10}$ fl.; er mischt diese Weine zusammen und verkauft dann das Liter zu 32 kr.; wie viel gewinnt er im Ganzen?

18. Jemand kauft $45\frac{2}{3}$ Meter à $4\frac{1}{5}$ fl.; wie theuer muß er ein Meter verkaufen, um im Ganzen $27\frac{2}{5}$ fl. zu gewinnen?

19. Ein Tuchhändler kauft ein Stück Tuch von $37\frac{1}{4}^{m}$ à 3 fl. 80 kr. und gewinnt beim Verkaufe des ganzen Stückes 16 fl. 39 kr.; wie theuer hat er das Meter verkauft?

20. Ein Kaufmann kauft $643\frac{1}{2}$ Meter Tuch à $9\frac{7}{10}$ fl. und verkauft das Meter so, daß er $\frac{1}{10}$ des Einkaufspreises daran gewinnt; wie theuer verkauft er jedes Meter und wie viel gewinnt er im Ganzen?

---

21. Um wie viel verändert sich der Bruch $\frac{37}{48}$, wenn man a) zum Zähler und zum Nenner 8 addirt; b) wenn man vom Zähler und vom Nenner 8 subtrahirt?

22. Um wie viel wird der Bruch $\frac{5408}{7219}$ größer oder kleiner, wenn man im Zähler und Nenner a) die letzte, b) die zwei letzten Ziffern rechts wegläßt?

23. 5 Kinder erben eine Summe von 28304 fl. zu gleichen Theilen, das älteste legt zu seinem Antheile noch $2527\frac{3}{10}$ fl. hinzu, um ein Haus zu kaufen; wie theuer ist dieses Haus, wenn ihm zu dessen Ankaufe noch $1111\frac{9}{10}$ fl. fehlen?

24. Zum Ankaufe eines Hauses hat Jemand 5450 fl. baares Geld, 3056 fl. erbt er; wenn nun beides zusammen erst $\frac{7}{12}$ des Kaufpreises beträgt, wie hoch ist der Kaufpreis?

25. Eine Summe von 2952 fl. soll unter vier Personen so getheilt werden, daß A $\frac{1}{3}$, B $\frac{3}{10}$, C $\frac{7}{30}$ und D den Rest erhält; wie viel kommt auf jede Person?

26. Eine Mutter mit 2 Söhnen und 1 Tochter haben 12600 fl. zu theilen; die Mutter erhält davon $\frac{1}{3}$, der ältere Sohn $\frac{4}{15}$, der jüngere Sohn $\frac{1}{4}$ und die Tochter den Rest. Wie viel kommt auf jede dieser Personen?

27. Ein Betrag von 847$\frac{1}{5}$ fl. ist unter 3 Personen so zu theilen, daß A 3 Theile, B 4 eben so große Theile, C 5 solche Theile bekommt; wie viel entfällt auf jede dieser Personen?

28. Ein Mann hat seinen Verwandten $\frac{3}{4}$ seines baaren Vermögens, dem Armeninstitute $\frac{3}{4}$ von dem Reste und seiner Haushälterin die noch übrigen 225 fl. vermacht; wie viel beträgt die baare Hinterlassenschaft jenes Mannes?

29. Wie hoch kommt das Ausgraben eines 8^{m} tiefen Brunnens, wenn das Ausgraben für das erste Meter 3$\frac{3}{4}$ fl. und für jedes folgende Meter $\frac{4}{5}$ fl. mehr als für das vorhergehende kostet?

30. Von 3 Maurern macht der erste in 3 Stunden 158 $Cub.^{dm}$, der zweite in 4 Stunden 205 $Cub.^{dm}$, der dritte in 6 Stunden 281 $Cub.^{dm}$; a) wie viel $Cub.^{dm}$ fertigen alle zusammen in einer Stunde, b) in wie viel Tagen werden sie eine Mauer von 1708 $Cub.^{m}$ herstellen, wenn sie täglich 12 Stunden arbeiten?

31. In ein Faß, welches 56 Liter faßt, fließt durch zwei Röhren Wasser; die erste allein füllt das Faß in 16 Minuten, die andere in 14 Minuten; a) wie viel Wasser liefert jede Röhre in 1 Minute, b) in wie viel Minuten wird das Faß voll sein, wenn sich beide Röhren zugleich in dasselbe ergießen?

32. Ein Wasserbehälter kann durch eine Röhre in 3, durch eine zweite in 4 Stunden gefüllt werden; a) welchen Theil des Behälters füllt jede Röhre in 1 Stunde, b) in wie viel Stunden wird der Behälter voll, wenn beide Röhren zugleich geöffnet sind?

33. Ein Wasserbehälter kann durch eine Röhre in 4$\frac{1}{2}$, oder durch eine zweite in 5$\frac{2}{5}$ Stunden gefüllt, durch eine dritte dagegen in 13$\frac{1}{2}$ Stunden entleert werden; in wie viel Stunden wird der leere Behälter angefüllt, wenn alle 3 Röhren zugleich geöffnet sind?

34. Die Einwohnerschaft einer Stadt nimmt in jedem von zwei nacheinanderfolgenden Jahren um $\frac{1}{40}$ der vorhandenen Zahl zu und beträgt nun am Ende des zweiten Jahres 8405; wie groß war sie vor zwei Jahren?

35. Ein Landmann säete den 14ten Theil des eingeernteten Getreides und erntete im folgenden Jahre das 16$\frac{3}{4}$fache der Aussaat, nämlich 336 Hektoliter; wie viel Hektoliter erntete er im vorigen Jahre?

36. 1 $Cub.^{m}$ gelöschter Kalk und 2 $Cub.^{m}$ Sand geben 2$\frac{2}{5}$ $Cub.^{m}$ Mörtel; wie viel Kalk und wie viel Sand sind zu 100 $Cub.^{m}$ Mörtel erforderlich?

37. Aus einem Fasse, welches $32\frac{1}{4}$ Hektoliter Wein enthält, werden drei kleinere Fässer, von denen das erste $7\frac{1}{2}$, das zweite $6\frac{3}{4}$, das dritte $6\frac{7}{20}$ Hektoliter faßt, gefüllt; wie viel Wein bleibt noch im großen Fasse übrig?

38. Vier Hüte Zucker wiegen einzeln 9 Kilogr. $7\frac{1}{2}$ Dekagr., 9 Kilogr. $5\frac{2}{5}$ Dek., 9 Kil. $8\frac{3}{10}$ Dek. und 10 Kil. $1\frac{1}{5}$ Dek.; wie viel wiegt 1 Hut im Durchschnitte?

39. Wie viel Cub.^{m} enthält eine Fuhr Heu im Gewichte von 1120 Kil., wenn 1 Cub.^{m} Heu $114\frac{2}{5}$ Kilogr. wiegt.

40. Eine Länge von 11 Centimeter wird in 10 gleiche Theile getheilt; um wie viel ist jeder solche Theil größer als ein Centimeter?

41. Die geographische Breite von Wien ist $48^{0}\ 12\frac{7}{12}'$, die von Rom $41^{0}\ 53\frac{9}{10}'$; um wie viel Grade und Minuten liegt Wien nördlicher, als Rom?

42. Stuttgart hat $6^{0}50\frac{3}{4}'$, Ofen $16^{0}42\frac{47}{60}'$ östlicher Länge (von Paris); a) wie groß ist der Längenunterschied dieser zwei Städte, b) wie viel Uhr ist es in Stuttgart, wenn es in Ofen 3 Uhr $15\frac{3}{4}$ Minuten Nachmittags ist? (§. 50, Aufg. 14.)

43. Wenn der Durchmesser eines Kreises 1 Meter ist, so beträgt der Umfang desselben $\frac{22}{7}$ Meter oder genauer $\frac{355}{113}$ Meter, oder noch genauer $3\cdot14159265$ Meter; um wie viel Meter unterscheidet sich jeder der zwei ersten Näherungsbrüche von dem letzten Decimalbruche?

Die beiden gemeinen Brüche sind in Decimalbrüche mit 8 Decimalen zu verwandeln.

44. Der Durchmesser eines Kreises ist

a) $5\frac{7}{10}{}^{m}$, b) $3^{m}\ 5\frac{3}{4}{}^{dm}$, c) $1^{m}\ 5^{dm}\ 1\frac{3}{5}{}^{cm}$;

wie groß ist der Umfang?

45. Der Umfang eines Kreises beträgt

a) $5\frac{1}{2}{}^{dm}$, b) $2^{m}\ 32\frac{6}{20}{}^{cm}$;

wie groß ist der Durchmesser?

46. Ein $35\frac{1}{2}{}^{m}$ langer und $17\frac{3}{4}{}^{m}$ breiter Garten wird verkauft; wie viel nimmt man dafür ein, wenn das Ar mit $16\frac{4}{5}$ fl. bezahlt wird?

47. Eine Straße von $163\frac{1}{2}{}^{m}$ Länge und $5\frac{1}{2}{}^{m}$ Breite ist gepflastert worden; wie hoch wurde das Quadratmeter gerechnet, wenn die ganze Arbeit auf $1438\frac{4}{5}$ fl. zu stehen kam?

48. Eine Kiste ist $1\frac{7}{10}{}^{m}$ lang, $1\frac{1}{4}{}^{m}$ breit und $\frac{17}{20}{}^{m}$ hoch; wie groß ist ihr Cubikinhalt?

49. Ein eichener Balken ist $34\frac{4}{5}{}^{dm}$ lang, $9\frac{1}{2}{}^{dm}$ breit und eben so dick; wie hoch wird das Cub.^{dm} gerechnet, wenn der ganze Balken $57\frac{1}{2}$ fl. kostet?

50. Welchen Druck übt eine Mauer aus, welche $18\frac{3}{4}{}^{m}$ lang, $\frac{21}{25}{}^{m}$ breit und $12\frac{4}{5}{}^{m}$ hoch ist, wenn 1 Cubikmeter Mauerwerk 1260 Kilogr. wiegt?

51. Wie viel Kilogr. wiegt eine Platte von Gußeisen, welche $2^{m}\ 1\frac{1}{5}{}^{dm}$ lang, $6\frac{3}{4}{}^{dm}$ breit und $1\frac{2}{5}{}^{dm}$ dick ist, wenn 1 Cub.^{m} Gußeisen $7\frac{4}{5}$ Kil. wiegt?

52. Eine goldene Schüssel wiegt $3\frac{1}{5}$ Kilogr. und hat $767\frac{13}{16}$ Tausendtheile Feingehalt; wie viel feines Gold enthält dieselbe?
53. Wie viel sind $2\frac{7}{8}$ Kilogr. Gold, 720 Tausendtheile fein, werth, wenn man das Kil. feinen Goldes zu 1395 fl. rechnet?
54. Ein Dutzend silberne Eßlöffel, $843\frac{3}{4}$ Tausendtheile fein, wiegen $504\frac{3}{10}$ Gramm; wie groß ist ihr Silberwerth, wenn ein Kilogr. feines Silber zu $90\frac{2}{5}$ fl. gerechnet wird?
55. Der Preis eines in Leipzig erschienenen Buches ist 3 Mark 75 Pfenn.; wie viel in ö. W. kostet dieses Buch, wenn 100 Mark $= 58\frac{3}{5}$ fl. ö. W. sind?
56. Jemand kauft 18 Stück Merino, jedes Stück zu $17\frac{1}{2}$ Meter und behandelt das Meter mit $1\frac{4}{5}$ Lire; wie viel in ö. W. hat er im Ganzen zu bezahlen, wenn man 100 Lire $= 46\frac{3}{4}$ fl. ö. W. rechnet?
57. Für eine Eisenbahn werden in England 54000 Ctr. Schienen bestellt, und zwar die Tonne à 20 Ctr. zu $3\frac{3}{4}$ Pfund Sterling; wie viel fl. ö. W. sind dafür zu bezahlen, wenn man 10 Pfund St. zu 118·4 fl. ö. W. rechnet?
58. Die österreichischen Gulden bestehen aus 9 Theilen feinen Silbers und 1 Theil Kupfer. Wenn nun 45 fl. ein halbes Kilogr. feinen Silbers enthalten, a) wie groß ist das Gewicht von 45 Guldenstücken? b) wie groß ist das Gewicht eines Guldenstückes? c) wie viele Gulden wiegen 1 Kilogr.? d) wie viel wiegt eine Geldpost von 1000 fl.?
59. Auf eine cölnische Mark Gold, welches $23\frac{2}{3}$ Karat fein ist, gehen 67 kais. Ducaten; wie viel beträgt
   a) das Schrot in Gramm?
   b) das Korn?
   c) der Silberwerth in ö. W. auf Grund des gesetzlich bestandenen Werthes zu $4\frac{1}{2}$ fl. C.-M.?
60. Wie viele Vierguldenstücke können aus $17\frac{9}{10}$ Kilogramm 720haltigen Goldes geprägt werden, da ein Vierguldenstück 2·90322 Gramm feinen Goldes enthält?
61. Die englische Geldeinheit ist seit langer Zeit das Pfund Sterling (Livre Sterling), eine bloße Rechnungsmünze. Seit 1816 wird der Sovereign als wirliche Goldmünze im Werthe gleich einem Pfund Sterling geprägt. Der Sovereign hat ein Gewicht von 7·98814 Gramm und einen Feingehalt von $916\frac{2}{3}$ Tausendtheilen; a) wie groß ist das Korngewicht dieser Münze, b) wie groß ist ihr Werth in österr. Achtguldenstücken, c) wie viel beträgt ihr Silberwerth in ö. W., das Achtguldenstück zu $8\frac{1}{10}$ fl. in Silber gerechnet?

Fünfter Abschnitt.

Lehre von den einfachen Verhältnissen und Proportionen.

I. Verhältnisse.

§. 79.

Durch die Division zweier Zahlen im Sinne des Messens (§. 31) wird untersucht, wie oft die zweite Zahl in der ersten enthalten. Der Quotient der beiden Zahlen heißt in diesem Falle auch das **Verhältniß** der ersten Zahl zu der zweiten. Ist z. B. 15 durch 5 im Sinne des Messens zu dividiren, d. i. zu bestimmen, wie oft 5 in 15 enthalten ist, so drückt der Quotient 15 : 5 das Verhältniß von 15 zu 5 aus und wird als solches gelesen: 15 verhält sich zu 5, oder kürzer: 15 zu 5. Der Dividend 15 heißt das **Vorderglied**, der Divisor 5 das **Hinterglied**, und der ausgerechnete Quotient 3 der **Exponent** des Verhältnisses.

Die Glieder eines Verhältnisses sind beide unbenannt oder beide benannt; im zweiten Falle müssen sie gleichartig sein, also gleichnamig gemacht werden können.

Aus den voranstehenden Erklärungen folgt:

1. Der **Exponent** eines Verhältnisses ist gleich dem Vordergliede dividirt durch das Hinterglied.
2. Das **Vorderglied** eines Verhältnisses ist gleich dem Hintergliede multiplicirt mit dem Exponenten.
3. Das **Hinterglied** eines Verhältnisses ist gleich dem Vordergliede dividirt durch den Exponenten.

§. 80.

Verhältnisse, welche denselben Exponenten haben, heißen **gleich**. So sind 6 : 2, 9 : 3, 12 : 4, 36 : 12 gleiche Verhältnisse, weil sie alle den gleichen Exponenten 3 haben.

Zwei Verhältnisse können gleich sein, wenn auch die Glieder des einen Verhältnisses mit den Gliedern des zweiten ungleichartig sind; z. B. das Verhältniß 10 Meter : 5 Meter hat den Exponenten 2, das Verhältniß 18 Gulden : 9 Gulden hat ebenfalls den Exponenten 2; die zwei Verhältnisse 10 Meter : 5 Meter und 18 Gulden : 9 Gulden sind also gleich, wiewohl die Glieder des ersten Verhältnisses eine andere Art ausdrücken, als die Glieder des zweiten Verhältnisses.

Jedes Verhältniß zwischen zwei gleichbenannten Zahlen läßt sich als ein reines Zahlenverhältniß darstellen. Es ist offenbar das Verhältniß 10 fl. : 5 fl. gleichbedeutend mit dem Verhältnisse 10 : 5, weil beide denselben Exponenten 2 haben.

Ein Verhältniß bleibt so lange unverändert, als der Exponent desselben sich nicht ändert.

Ein Verhältniß wird daher nicht geändert, wenn man beide Glieder mit derselben Zahl multiplicirt oder durch dieselbe Zahl dividirt, weil in beiden Fällen der Exponent unverändert bleibt. Z. B.:

$$\begin{array}{ccc} 36 : 12 & \quad & 36 : 12 \\ 36 \times 6 : 12 \times 6 & & (36 : 6) : (12 : 6) \\ 216 : 72 & & 6 : 2 \end{array}$$

Man kann also die Form eines Verhältnisses ohne Aenderung seiner Größe auf zweifache Art verändern, indem man entweder beide Glieder desselben mit derselben Zahl multiplicirt, oder indem man beide Glieder durch dieselbe Zahl dividirt.

Die Formveränderung eines Verhältnisses durch die Multiplication seiner Glieder dient dazu, um ein Verhältniß, dessen Glieder Brüche enthalten, durch ganze Zahlen darzustellen; man braucht nur beide Verhältnißglieder mit dem gemeinschaftlichen Nenner der Brüche zu multipliciren. Z. B.:

$$\begin{array}{cccc} \frac{3}{7} : 4 & 5 : \frac{2}{3} & \frac{2}{3} : \frac{3}{5} & 2\frac{1}{3} : 1\frac{5}{6} \\ 3 : 28 & 15 : 2 & 10 : 9 & \frac{7}{3} : \frac{11}{6} \\ & & & 14 : 11. \end{array}$$

Mittelst der Formveränderung eines Verhältnisses durch die Division kann man jedes Verhältniß, dessen Glieder durch dieselbe Zahl theilbar sind, abkürzen, indem man beide Verhältnißglieder durch jene Zahl dividirt. Z. B.:

$$\begin{array}{cccc} 18 : 14 & 20 : 8 & 12 : 6 & 100 : 48 \\ 9 : 7 & 5 : 2 & 2 : 1 & 25 : 12. \end{array}$$

Um ein Verhältniß auf die einfachste Form zu bringen, muß man es zuerst in ganzen Zahlen darstellen, und dann, wenn es möglich ist, abkürzen. Z. B.:

$$\begin{array}{cccc} 6 : \frac{2}{3} & \frac{5}{8} : 10 & \frac{3}{4} : \frac{15}{16} & 8\frac{3}{4} : 4\frac{1}{5} \\ 18 : 2 & 5 : 80 & 12 : 15 & \frac{35}{4} : \frac{21}{5} \\ 9 : 1 & 1 : 16 & 4 : 5 & 175 : 84 \\ & & & 25 : 12. \end{array}$$

§. 81.

Aufgaben.

1. Suche die Exponenten folgender Verhältnisse:
18 : 12, 12 : 18, 35 : 28, 28 : 35, 240 : 360, 1024 : 36.

2. Stelle folgende Verhältnisse mit ganzen Zahlen dar:
$\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$, $2\frac{3}{4} : 3\frac{5}{6}$, $7\frac{1}{8} : 2\frac{3}{10}$, $19\frac{5}{16} : 17\frac{7}{12}$.
3. Kürze folgende Verhältnisse ab:
57 : 18, 50 : 65, 72 : 56, 375 : 90.
4. Drücke folgende Verhältnisse durch die kleinsten ganzen Zahlen aus:
294 : 168, $\frac{13}{15} : \frac{7}{12}$, $3\frac{5}{6} : 9\frac{3}{4}$, 19·8 : 2·2.
5. Wie verhält sich ein Meter zu einem Decimeter?
6. Wie verhalten sich 5^{m} zu 2^{dm}?
7. Wie verhält sich die Länge eines Zimmers zu dessen Breite, wenn die erstere 12^{m}, die letztere 8^{m} beträgt?
8. Wie verhält sich der Werth von 5 Kreuzern zu jenem eines Gulden?
9. Wie verhält sich die Geschwindigkeit des Minutenzeigers einer Uhr zu der des Stundenzeigers?
10. Eine Kanonenkugel legt in einer Secunde 228^{m} zurück, der Schall 332^{m}; wie verhalten sich diese Geschwindigkeiten zu einander?
11. Von zwei Locomotiven legt die eine in jeder Minute 120^{m}, die andere 140^{m} zurück; wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten?
12. Von zwei Locomotiven legt die eine den Weg von einer Meile in 15 Minuten, die andere in 20 Minuten zurück; wie verhält sich die Geschwindigkeit der ersten Locomotive zu jener der zweiten?
13. Ein Bahnzug legte in 1 Stunde $4\frac{3}{4}$ Meilen, ein Reiter $2\frac{3}{10}$ Meilen zurück; wie verhält sich die Geschwindigkeit des Reiters zu der des Bahnzuges?
14. A geht in 3 Stunden so weit als B in 4 Stunden; wie verhalten sich ihre Geschwindigkeiten?
15. Der Abstand des natürlichen Gefrierpunktes von dem Siedpunkte ist bei dem Thermometer von Réaumur in 80^{0}, bei dem von Celsius in 100^{0} eingetheilt; wie verhält sich demnach 1^{0} R. zu 1^{0} C.?
16. A arbeitet in 4 Stunden so viel als B in 5 Stunden; wie muß sich der Arbeitslohn beider verhalten?
17. Ein Taglöhner arbeitet täglich 9 Stunden, ein anderer 12 Stunden; in welchem Verhältnisse steht bei gleichem Fleiße die Größe der Arbeit?
18. Eine Straße erhebt sich auf ein Meter um 3 Centimeter; wie groß ist das Verhältniß der Steigung?
19. Ein Cub.^{dm} Gold wiegt $19\frac{9}{25}$ Kilogr., ein Cub.^{dm} Silber $10\frac{1}{2}$ Kil.; wie verhalten sich diese Gewichte zu einander?
20. Die Höhe eines gemauerten Bogens ist 3^{m}, die Weite $4·5^{m}$; wie groß ist das Verhältniß der Höhe zur Weite?
21. Ein Hektoliter Weizen kostet 8 fl. 90 kr., ein Hektoliter Gerste 5 fl. 40 kr.; wie verhält sich der Preis des Weizens zu dem der Gerste?
22. Von zwei Rädern, deren Zähne in einander greifen, hat das erste 28, das zweite 36 Zähne; in welchem Verhältniß steht die Umdrehungsgeschwindigkeit des ersten Rades zu jener des zweiten?

23. Ein Wasserbehälter kann durch zwei Röhren gefüllt werden, und zwar durch die erste in 2 Stunden 24 Minuten, durch die zweite in 3 Stunden 18 Minuten; wie verhalten sich die Wassermengen, welche in derselben Zeit aus jeder der beiden Röhren fließen?

24. Ein frei fallender Körper legt in einer Secunde $4 \cdot 9^m$, in zwei Secunden $19 \cdot 6^m$, in drei Secunden $44 \cdot 1^m$ zurück; wie verhält sich die erste dieser Strecken zur zweiten und wie zur dritten?

25. Die höchste Spitze des Himalayagebirges in Asien ist 8601^m hoch; wie verhält sich diese Höhe zum Erddurchmesser, wenn derselbe zu 1719 geogr. Meilen und eine geogr. Meile zu 7419^m gerechnet wird?

26. Ein Acker von 20 Ar wurde für 240 fl., ein anderer Acker von 28 Ar für 280 fl. gekauft; in welchem Verhältnisse stehen die Preise für 1 Ar der beiden Grundstücke?

27. Der Silberwerth eines österr. Achtguldenstückes wird bei den kais. Cassen zu $8\frac{1}{10}$ fl. angenommen; welches Verhältniß findet hiernach zwischen dem Golde und Silber statt, da aus dem Kilogramm Gold, das $\frac{9}{10}$ fein ist, 155 Achtguldenstücke, und aus dem Kilogramm fein Silber 90 fl. geprägt werden?

28. In Frankreich enthält ein Franc $4 \cdot 5$ Gramm feines Silber; der Napoleonsd'or, welcher 20 Francs gilt, wiegt $6 \cdot 4516$ Gramm und enthält $\frac{9}{10}$ feines Gold; welches Verhältniß findet da zwischen dem Werthe des Goldes und des Silbers statt?

§. 82.

Wenn man von zwei zu vergleichenden Größen solche Theile zusammenstellt, welche an Werth, oder Größe, oder Gewicht u. s. w. gleich sind, so nennt man diese Gleichstellung eine **Gleichung**; z. B. 14 Kilogramm = 25 Wiener Pfund.

Jede solche Gleichung läßt sich auf die Form eines **Verhältnisses** bringen. Sind z. B. 14 Kilogramm = 25 Wr. Pfund, so ist 1 Kilogramm = $\frac{25}{14}$ Wr. Pfund; da nun 1 Wr. Pfd. = $\frac{14}{14}$ Wr. Pfund ist, so verhält sich 1 Kilogr. zu 1 Wr. Pfund wie $\frac{25}{14} : \frac{14}{14}$, d. i. wie $25 : 14$.

Um daher **eine Gleichung zwischen zwei benannten Zahlen in ein Verhältniß zu verwandeln**, muß man die Zahlen so umstellen, daß sich die größere auf die mehrwerthige Größe, die kleinere auf die geringere Größe bezieht.

Umgekehrt ergibt sich durch Umstellung der Zahlen, welche das Verhältniß zwischen zwei Größen ausdrücken, sofort eine Gleichung.

Verhält sich z. B. 1 Liter zu 1 Wiener Maß wie $5 : 7$, so hat 1 Liter 5 Theile, wie 1 Maß deren 7 hat; also ist $\frac{1}{5}$ Liter = $\frac{1}{7}$ Wr. Maß, oder 1 Liter = $\frac{5}{7}$ Wr. Maß, und 7 Liter = 5 Maß.

Aufgaben.

1. 6 Meter = 19 Wr. Fuß; wie verhält sich 1 Meter zu 1 Wr. Fuß?

2. 100 fl. Conv.-Münze = 105 fl. österr. Währung; wie verhält sich 1 fl. C.-M. zu 1 fl. ö. W.?
3. 100 deutsche Reichsmark = 50 fl. ö. W.; wie verhält sich 1 Reichsmark zu 1 fl. ö. W.?
4. 100 geogr. Meilen = 742 Kilometer; wie verhält sich 1 geogr. Meile zu 1 Kilometer?
5. 5 Kilogr. Butter geben $3\frac{3}{4}$ Kilogr. Schmalz; welches ist das Werthverhältniß zwischen Butter und Schmalz?
6. 100 Kilogr. Wiesenheu sind dem Futterwerthe nach = 90 Kilogr. Kleeheu; wie sollen sich hiernach die Preise für 100 Kilogramm der beiden Heugattungen verhalten?
7. 1 Hektar verhält sich zu 1 Wr. Joch wie 61 : 45; verwandle dieses Verhältniß in eine Gleichung.
8. 1 Franc verhält sich zu 1 fl. ö. W. wie 81 : 200; stelle dieses Verhältniß in eine Gleichung um.
9. Der Preis des Hektoliters Weizen verhält sich zu jenem des Kornes wie 5 : 3; welches ist die Werthgleichung?

II. Proportionen.

§. 83.

Die Gleichstellung zweier gleicher Verhältnisse wird eine Proportion genannt. Z. B. die gleichen Verhältnisse 6 : 2 und 15 : 5 geben die Proportion 6 : 2 = 15 : 5, welche gelesen wird: 6 verhält sich zu 2, wie sich 15 zu 5 verhält, oder kürzer: 6 zu 2, wie 15 zu 5.

Jede Proportion enthält zwei Verhältnisse, somit vier Glieder, welche man nach der Ordnung von der Linken gegen die Rechte das erste, zweite, dritte, vierte Glied nennt. Das erste und vierte Glied werden die äußeren, das zweite und dritte die inneren Glieder genannt. In der Proportion 6 : 2 = 15 : 5 ist 6 das erste, 2 das zweite, 15 das dritte, 5 das vierte Glied; ferner sind 6 und 5 die äußeren, 2 und 15 die inneren Glieder.

Eine Proportion kann auch benannte Zahlen enthalten, nur müssen die beiden Glieder eines jeden Verhältnisses gleiche Benennung haben; z. B.:

18 Meter : 3 Meter = 12 Meter : 2 Meter.
6 Kilogr. : 2 Kilogr. = 15 Gulden : 5 Gulden.
15 Gulden : 3 Gulden = 25 : 5.

In der ersten Proportion sind die Glieder beider Verhältnisse gleichartig, in der zweiten sind die Glieder des ersten Verhältnisses mit den Gliedern des zweiten ungleichartig, in der dritten sind blos die Glieder des ersten Verhältnisses benannt.

So wie jedes Verhältniß läßt sich auch jede Proportion, worin benannte Zahlen vorkommen, als eine reine Zahlenproportion darstellen.

§. 84.

In jeder Zahlenproportion ist das Product der äußeren Glieder gleich dem Producte der inneren Glieder.

Betrachtet man eine beliebige Proportion, z. B. $6 : 2 = 15 : 5$, und setzt darin statt eines jeden Vordergliedes das Product aus seinem Hintergliede und dem Exponenten 3, so nimmt die Proportion die Form $2 \times 3 : 2 = 5 \times 3 : 5$ an, aus welcher ersichtlich ist, daß sowohl die zwei äußeren als die zwei inneren Glieder mit einander multiplicirt dieselben drei Factoren 2, 3 und 5 enthalten, somit auch dasselbe Product geben müssen; es ist wirklich $6 \times 5 = 2 \times 15 = 30$.

Dieser Satz gilt auch von jeder Proportion, worin nur ein Verhältniß benannte und zwar gleichbenannte Zahlen enthält.

Umgekehrt müssen zwei Verhältnisse $6 : 2$ und $15 : 5$, in denen das Product der äußeren Glieder gleich ist dem Producte der inneren Glieder, einander gleich sein und somit eine Proportion bilden. Wenn nämlich $6 \times 5 = 2 \times 15$ ist, so muß auch
$\frac{6 \times 5}{2 \times 5} = \frac{2 \times 15}{2 \times 5}$ oder $\frac{6}{2} = \frac{15}{5}$, oder $6 : 2 = 15 : 5$ sein.

Das Kennzeichen für die Richtigkeit einer Zahlenproportion ist demnach nicht nur die Gleichheit der Exponenten beider Verhältnisse, sondern auch die Gleichheit der Producte aus den beiden äußeren und aus den beiden inneren Gliedern.

Um z. B. die Richtigkeit des Ansatzes $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ zu prüfen, sucht man die Exponenten der beiden Verhältnisse; $7\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$ gibt den Exponenten $3\frac{1}{3}$, und $2\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$ auch den Exponenten $3\frac{1}{3}$; die zwei Verhältnisse bilden also eine Proportion. Dieses ergibt sich auch aus der Gleichheit der Producte der äußeren und der inneren Glieder; es ist $7\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = 2\frac{1}{4} \times 2\frac{1}{2} = 5\frac{5}{8}$.

Prüfe eben so die Richtigkeit folgender Ansätze:

1. a) $12 : 3 = 27 : 7$; b) $3\frac{3}{4} : 3 = 11\frac{1}{4} : 6$;
2. a) $18 : 15 = 6 : 5$; b) $6\frac{1}{4} : 11\frac{2}{3} = 1\frac{1}{4} : 2\frac{1}{3}$;
3. a) $6 : 2 = \frac{5}{6} : \frac{5}{18}$; b) $9 : 12 = 8 : 14$;
4. a) $3\frac{3}{4} : 2 = 3\frac{1}{3} : 3$; b) $2\frac{1}{3} : 3\frac{1}{2} = 5 : 6\frac{2}{3}$.

§. 85.

Eine Proportion kann verschiedenen Formveränderungen unterworfen werden, ohne daß sie aufhört richtig zu sein, wenn nur bei diesen Veränderungen der Exponent der beiden Verhältnisse ungeändert oder das Product der äußeren Glieder dem Producte der inneren Glieder gleich bleibt.

1. Wenn man in einer Proportion gleichartiger oder unbenannter Zahlen a) die äußeren Glieder unter einander, oder b) die inneren Glieder unter einander, oder c) die äußeren Glieder mit den inneren Gliedern verwechselt, so

erhält man durch jede solche Verwechselung wieder eine richtige Proportion.

Es sei z. B. die Proportion .... $8 : 2 = 12 : 3$.

a) Verwechselt man darin die äußeren Glieder, so bekommt man die Proportion .... $3 : 2 = 12 : 8$.

b) Verwechselt man in der gegebenen Proportion die inneren Glieder, so hat man ...... $8 : 12 = 2 : 3$.

c) Verwechselt man endlich in der gegebenen Proportion die äußeren Glieder mit den inneren, so erhält man .... $2 : 8 = 3 : 12$.

Alle diese Ansätze sind richtige Proportionen, weil in allen der Exponent des ersten Verhältnisses dem Exponenten des zweiten gleich ist.

Die Verwechselung der äußeren Glieder mit den inneren ist allgemein für jede Proportion zulässig.

2. Wenn man in irgend einer Proportion ein äußeres und ein inneres Glied mit derselben Zahl multiplicirt, so erhält man wieder eine Proportion.

Aus der Proportion $8 : 24 = 12 : 36$ folgt auch:

$8 \times 2 : 24 \times 2 = 12 : 36$ oder $16 : 48 = 12 : 36$,
$8 \times 2 : 24 = 12 \times 2 : 36$ „ $16 : 24 = 24 : 36$,
$8 : 24 = 12 \times 2 : 36 \times 2$ „ $8 : 24 = 24 : 72$,
$8 : 24 \times 2 = 12 : 36 \times 2$ „ $8 : 48 = 12 : 72$.

Mit Hilfe dieses Satzes kann man jede Proportion, in welcher Brüche vorkommen, mit ganzen Zahlen darstellen. Z. B. aus der Proportion $1 : \frac{3}{4} = 5 : x$, wo x ein noch unbekanntes Glied vorstellt, folgt, wenn man das erste und zweite Glied mit 4 multiplicirt, $4 : 3 = 5 : x$.

Stelle folgende Proportionen in ganzen Zahlen dar:

1. a) $x : \frac{5}{8} = 3 : 7$, b) $x : 3 = 5 : \frac{8}{9}$,
2. a) $1\frac{1}{3} : x = \frac{2}{5} : 1$, b) $\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4} : x$,
3. a) $\frac{7}{10} : 5\frac{5}{12} = x : 11$, b) $x : 2{\cdot}3 = 5{\cdot}35 : 0{\cdot}8$.

3. Wenn man in irgend einer Proportion ein äußeres und ein inneres Glied durch dieselbe Zahl dividirt, so erhält man wieder eine Proportion.

Da z. B. $8 : 24 = 12 : 36$ ist, so hat man auch

$(8 : 4) : (24 : 4) = 12 : 36$ oder $2 : 6 = 12 : 36$,
$(8 : 4) : 24 = (12 : 4) : 36$ „ $2 : 24 = 3 : 36$,
$8 : 24 = (12 : 4) : (36 : 4)$ „ $8 : 24 = 3 : 9$,
$8 : (24 : 4) = 12 : (36 : 4)$ „ $8 : 6 = 12 : 9$.

Mit Hilfe dieses Satzes kann man jede Proportion, in welcher ein äußeres und ein inneres Glied ein gemeinschaftliches Maß haben, in kleineren Zahlen ausdrücken, d. h. abkürzen. Z. B.:

1) $x : 20 = 3 : 25$
$x : 4 = 3 : 5$

2) $12 : 30 = x : 15$
$6 : 15 = x : 15$
$6 : 1 = x : 1$.

Drücke folgende Proportionen durch die kleinsten ganzen Zahlen aus:

1. a) $6 : 8 = 27 : x$, b) $8 : 64 = x : 56$,
2. a) $x : 18 = 24 : 21$, b) $x : 15 = 8 : 6$,
3. a) $5\frac{1}{3} : 6\frac{5}{8} = 12 : x$, b) $\frac{1}{4} : \frac{2}{3} = \frac{5}{8} : x$,
4. a) $x : 13\frac{13}{48} = 27\frac{9}{14} : \frac{33}{84}$. b) $1\frac{1}{16} : x = 4\frac{1}{8} : 5\frac{1}{5}$.

4. **Wenn man in zwei oder mehreren Zahlenproportionen die ersten, die zweiten, dritten und vierten Glieder mit einander multiplicirt, so bilden die Producte wieder eine Proportion.**

Aus den Proportionen

$$\begin{aligned} 4 : 5 &= 8 : 10 \\ 2 : 6 &= 3 : 9 \\ 3 : 7 &= 12 : 28 \end{aligned}$$

folgt auch

$$4 \times 2 \times 3 : 5 \times 6 \times 7 = 8 \times 3 \times 12 : 10 \times 9 \times 28$$

oder:

$$24 : 210 = 228 : 2520.$$

Dieser Satz ist auch dann richtig, wenn eine der gegebenen Proportionen benannte Zahlen enthält.

§. 86.

Aus drei gegebenen Gliedern einer Proportion das noch unbekannte Glied finden, heißt die **Proportion auflösen.**

Das unbekannte Glied einer Proportion wird durch den Buchstaben x, oder auch durch y, z bezeichnet.

Eine Proportion kann aufgelöst werden, indem man aus dem bekannten Verhältnisse den Exponenten desselben sucht und mittelst dieses das unbekannte Glied des zweiten Verhältnisses bestimmt. Z. B.:

$$30 : 5 = x : 3.$$

Da hier der Exponent des ersten Verhältnisses 6 ist, so muß auch der Exponent des zweiten Verhältnisses 6 und daher das Vorderglied desselben $x = 3 \times 6 = 18$ sein. Die Proportion ist daher $30 : 5 = 18 : 3$.

Bei den Zahlenproportionen geschieht die Auflösung am einfachsten nach folgenden zwei Sätzen:

1. **Ein äußeres Glied der Proportion wird gefunden,** indem man die beiden inneren Glieder mit einander multiplicirt und das Product durch das bekannte äußere dividirt.

Es sei z. B. die Proportion $8 : 5 = 16 : x$ aufzulösen. Das Product der inneren Glieder ist $5 \times 16 = 80$, also muß auch das Product der äußeren Glieder 80 sein; eines dieser Glieder, also einer der beiden Factoren, ist 8; um den anderen Factor zu finden, darf man nur das Product 80 durch den einen Factor, nämlich durch das bekannte äußere Glied 8 dividiren; folglich $x = \frac{5 \times 16}{8} = \frac{80}{8} = 10$. Die Proportion ist also $8 : 5 = 16 : 10$.

2. **Ein inneres Glied der Proportion wird gefunden,** indem man die beiden äußeren Glieder mit einander multiplicirt und das Product durch das bekannte innere dividirt.

Ist z. B. die Proportion $8 : x = 24 : 9$ aufzulösen, so erhält man daraus $8 \times 9 = 72$ als das Product der äußeren Glieder; es muß daher auch das Product der inneren Glieder 72 sein; hier ist also aus dem Producte 72 zweier Zahlen und aus einer derselben, nämlich 24, die andere zu suchen, d. h. 72 durch 24 zu dividiren: folglich $x = \frac{8 \times 9}{24} = \frac{72}{24} = 3$, und die Proportion heißt $8 : 3 = 24 : 9$.

Die zwei Sätze gelten auch für solche Proportionen, in denen nur das Verhältniß, in welchem das gesuchte Glied vorkommt, benannte Zahlen enthält; z. B.:

$$x \text{ fl.} : 24 \text{ fl.} = 5 : 6; \; x \text{ fl.} = \frac{24 \text{ fl.} \times 5}{6} = 20 \text{ fl.}$$

Aufgaben. Löse folgende Proportionen auf:

1.	a) $3 : 4 = 5 : x$.	b) $3 : x = 6 : 36$.
2.	a) $\cancel{12} : \cancel{27} = x : \cancel{15}$	b) $\underbrace{3\tfrac{1}{2}}_{7} : \cancel{4} = \underbrace{5\tfrac{3}{4}}_{23} : x$
	4 9 5	7 2 23
	3	4
	$x = 20 : 3 = 6\frac{1}{3}$.	$x = 46 : 7 = 6\frac{4}{7}$.
3.	a) $63 : 21 = 45 : x$.	b) $77 : 56 = x : 15$.
4.	a) $88 : x = 72 : 63$.	b) $x : 15 = 165 : 66$.
5.	a) $x : \frac{1}{2} = 2\frac{1}{4} : 3$.	b) $7\frac{4}{5} : 2\frac{1}{6} = x : 5\frac{5}{8}$.
6.	a) $5\frac{1}{3} : 7\frac{3}{4} = x : 2\frac{1}{2}$.	b) $x : \frac{7}{9} = 3\frac{1}{3} : 5$.
7.	a) $14 : 4\frac{3}{8} = x : 5\frac{1}{4}$.	b) $x : 10\frac{1}{2} = 4\frac{2}{7} : 9\frac{1}{3}$.
8.	a) $1\frac{5}{9} : x = 3\frac{23}{25} : 4\frac{4}{5}$.	b) $17\frac{1}{7} : 12\frac{2}{41} = 14\frac{2}{9} : x$.
9.	a) $10\frac{11}{12} : x = 13\frac{14}{15} : 18\frac{19}{20}$.	b) $9\frac{17}{18} : 10\frac{1}{9} = 27\frac{3}{8} : x$.
10.	a) $243\frac{5}{32} : 317\frac{11}{24} = x : 55\frac{29}{60}$.	b) $4{\cdot}35 : x = 3{\cdot}18 : 2{\cdot}31$.
11.	a) $2{\cdot}5 : 0{\cdot}5 = x : 0{\cdot}4$.	b) $x : 0{\cdot}45 = 16{\cdot}625 : 9{\cdot}5$.

§. 87.

a) Wenn zwei Arten von Zahlen so von einander abhängen, daß zu einer 2=, 3=, 4mal so großen Zahl der einen Art auch eine 2=, 3=, 4mal so große Zahl der anderen Art gehört, so sagt man: die beiden Arten von Zahlen sind **gerade proportionirt**, oder sie stehen **in einem geraden Verhältnisse.**

So sind Waare und Preis gerade proportionirt; denn 2mal so viel von derselben Waare kostet auch 2mal so viel Geld, 3mal so viel Waare kostet auch 3mal so viel Geld, 4mal so viel Waare kostet 4mal so viel Geld. Wenn z. B.

	1	Meter	Tuch 5 Gulden kostet,	
so kosten	2	„	2mal 5, also	10 Gulden,
	3	„	3mal 5, „	15 „
	4	„	4mal 5, „	20 „
	5	„	5mal 5, „	25 „
			u. s. w.	

Ueberhaupt sieht man, daß zwischen je zwei Zahlen der Meter dasselbe Verhältniß stattfindet, wie zwischen den dazu gehörigen Zahlen der Gulden; z. B.:

2 Meter : 5 Meter = 10 Gulden : 25 Gulden,

oder 2 : 5 = 10 : 25.

Wenn also zwei Arten von Zahlen gerade proportionirt sind, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der andern Art in der nämlichen Ordnung genommen.

b) Wenn zwei Arten von Zahlen so von einander abhängen, daß zu einer 2=, 3=, 4mal so großen Zahl der einen Art nur der 2te, 3te, 4te Theil von der Zahl der andern Art gehört, so sagt man: die beiden Arten von Zahlen sind verkehrt proportionirt, oder sie stehen in einem verkehrten Verhältnisse.

So sind die Anzahl der Arbeiter und die Dauer der Arbeitszeit verkehrt proportionirt; denn 2mal so viel Arbeiter brauchen für dieselbe Arbeit nur die Hälfte der Zeit, 3mal so viel Arbeiter brauchen den dritten Theil der Zeit, 4mal so viel Arbeiter nur den vierten Theil der Zeit. Nimmt man an, daß z. B.

1 Arbeiter für eine bestimmte Arbeit 60 Tage braucht, so brauchen
2 " nur den 2ten Theil von 60, also 30 Tage,
3 " " " 3ten " " 60, " 20 "
4 " " " 4ten " " 60, " 15 "
5 " " " 5ten " " 60, " 12 "

u. s. w.

Man sieht, daß hier das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der Arbeiter dasselbe ist, wie zwischen den zugehörigen Zahlen der Arbeitstage in umgekehrter Ordnung genommen; z. B.:

3 Arbeiter : 5 Arbeiter = 12 Tage : 20 Tage,

oder 3 : 5 = 12 : 20

Sind daher zwei Arten von Zahlen verkehrt proportionirt, so ist das Verhältniß zwischen je zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse zwischen den zwei zugehörigen Zahlen der anderen Art, aber in umgekehrter Ordnung genommen.

III. Lösung von Aufgaben mit einfachen Verhältnissen.

(Einfache Regeldetri.)

§. 88.

Wenn zwei Arten von Zahlen in geradem oder verkehrtem Verhältnisse stehen, und wenn zwei Zahlen der einen Art gegeben sind, von den beiden zugehörigen Zahlen der andern Art aber nur die eine bekannt ist, so kann die andere unbekannte Zahl dieser zweiten Art durch Auf-stellung und Auflösung einer Proportion gefunden werden. Das Rechnungsverfahren, nach welchem dieses geschieht, wird gewöhnlich die einfache Regeldetri genannt.

Z. B. 5 Meter Tuch kosten 30 Gulden; wie viel Gulden kosten 9 Meter? — 54 Gulden.

Eine Regeldetri-Aufgabe besteht aus zwei Sätzen: der eine spricht eine Bedingung aus, der andere enthält eine Frage.

Bei jeder Regeldetri-Aufgabe müssen, damit dieselbe Sinn und Geltung für das Leben habe, bei den zwei mit einander verglichenen Arten von Zahlen im Bedingungs- und Fragesatze alle darin nicht genannten Umstände als vollkommen gleich gedacht werden; oder, was einerlei ist, es muß stillschweigend oder ausdrücklich vorausgesetzt werden, daß zu jeder Einheit der einen Art im Bedingungs- und im Fragesatze die nämliche Menge von Einheiten der andern Art gehört. Diese Voraussetzung muß man bei allen nachfolgenden Regeldetri-Aufgaben im Auge haben, wenn sie auch der Kürze wegen nicht überall ausdrücklich hervorgehoben wurde.

Die unbekannte Zahl wird durch einen der letzten Buchstaben x, y, z bezeichnet.

Bei der Regeldetri schreibt man zuerst die zusammengehörigen Zahlen des Bedingungssatzes an, und setzt darunter die Zahlen des Fragesatzes so, daß die gleichartigen Zahlen unter einander zu stehen kommen. Die gleichartigen Zahlen müssen, wenn sie nicht gleichnamig sind, auf gleiche Benennung gebracht werden.

1. Auflösung durch Schlüsse (Schlußrechnung).

a) Mündlich.

§. 89.

Einfachere Aufgaben der Regeldetri können oft sehr bequem im Kopfe aufgelöst werden. Dabei wird im Allgemeinen aus der gegebenen Bestimmung für eine Mehrheit auf diejenige für die Einheit geschlossen und sodann aus der gefundenen Bestimmung für die Einheit wieder die für eine andere Mehrheit gesucht. Z. B.:

8 Meter Tuch kosten 32 fl., wie hoch kommen 5 Meter? — Wenn 8 Meter 32 fl. kosten, so kostet 1 Meter den 8ten Theil von 32 fl., also 4 fl.; 5 Meter kosten daher 5mal 4 fl., d. i. 20 fl.

6 Arbeiter bringen eine Arbeit in 20 Tagen zu Stande, wie viel Tage werden zu derselben Arbeit 5 Arbeiter brauchen? — Wenn eine Arbeit von 6 Arbeitern in 20 Tagen vollendet wird, so wird 1 Arbeiter dazu 6mal 20 Tage, somit 120 Tage brauchen; 5 Arbeiter aber werden nur den 5ten Theil jener Zeit brauchen, in welcher 1 Arbeiter die Arbeit zu Stande bringt, also den 5ten Theil von 120 Tagen, d. i. 24 Tage.

Kürzer gestaltet sich die Auflösung im Kopfe, wenn die Mehrheit des Fragesatzes ein Vielfaches oder ein Theil oder das Vielfache eines Theiles von der gleichnamigen Mehrheit des Bedingungssatzes ist. Z. B.:

5 Hektoliter Gerste kosten 21 fl. 15 kr.; wie hoch kommen 30 Hektol.? — 30 Hektol. sind 6mal 5 Hektol., sie kosten also 6mal 21 fl. 15 kr., d. i. 126 fl. 90 kr.

100 fl. Capital geben jährlich 5 fl. Zins; wie viel Zins bekommt man jährlich von 25 fl. Capital? — Da 25 fl. der 4te Theil von 100 fl. sind, so geben sie auch nur den 4ten Theil von 5 fl., somit 1 fl. 25 kr. Zins.

48 Meter kosten 60 fl. 72 kr.; wie viel kosten 36 Meter? — 36 Meter sind 3mal 12 Meter; 12 Meter sind der 4te Theil von 48 Meter, sie kosten also den 4ten Theil von 60 fl. 72 kr., d. i. 15 fl. 18 kr.; 36 Meter kosten daher 3mal 15 fl. 18 kr., also 45 fl. 54 kr.

In einzelnen Fällen können die Regeldetri-Aufgaben auch durch eine schickliche Zerlegung der Mehrheit des Fragesatzes aufgelöst werden. Z. B.:

Wie viel kosten 30 Kilogr., wenn 14 Kil. mit 43 fl. 82 kr. bezahlt werden? — 30 Kil. sind 2mal 14 Kil. und noch 2 Kil.; 2mal 14 Kil. kosten 2mal 43 fl. 82 kr., d. i. 87 fl. 64 kr.; 2 Kil. sind der 7te Theil von 14 Kil. und kosten daher den 7ten Theil von 43 fl. 82 kr., d. i. 6 fl. 26 kr.; 87 fl. 64 kr. und 6 fl. 26 kr. sind 93 fl. 90 kr.

Wenn 5 Hektoliter Wein 92 fl. kosten, wie hoch kommen 19 Hektol.? — 20 Hektol. würden 4mal 92 fl., also 368 fl. kosten. Um nun den Betrag für 19 Hektol. zu finden, muß man von 368 fl. noch den Werth eines Hektoliters subtrahiren; 1 Hektol. kostet den 5ten Theil von 92 fl., d. i. 18 fl. 40 kr.; von 368 fl. zuerst 18 fl. weg, bleiben 350 fl., und davon noch 40 kr. weg, bleiben 349 fl. 60 kr.

b) Schriftlich.

§. 90.

Wenn sich bei Regeldetri-Aufgaben, welche große ganze Zahlen Brüche oder mehrnamige Zahlen enthalten, die Ausrechnung im Kopfe, schwieriger gestaltet, so muß man zu der schriftlichen Darstellung Zuflucht nehmen. Es ist nicht nothwendig, dafür neue Regeln aufzustellen, man darf nur dieselben Schlüsse bilden, welche bei der allgemeinen mündlichen Auflösung gemacht werden; blos die Ausrechnung wird schriftlich durchgeführt. Z. B.:

30 Meter kosten 45 fl., wie viel kosten 217 Meter?

Ansatz: 30 Meter 45 fl.
217 „ x „

Auflösung. Wenn 30 Meter 45 fl. kosten, so kostet 1 Meter den 30sten Theil von 45 fl., also $\frac{45}{30}$ fl. Kostet nun 1 Meter $\frac{45}{30}$ fl., so kosten 217 Meter 217mal $\frac{45}{30}$ fl. Die Rechnung steht:

$$\begin{array}{lll} 30 & \text{Meter} & 45 \text{ fl.} \\ 1 & „ & \frac{45}{30} \text{ fl.} \\ 217 & „ & \frac{\overset{3}{\cancel{45}} \times 217}{\underset{2}{\cancel{30}}} \text{ fl.} = \frac{651}{2} \text{ fl.} = 325\frac{1}{2} \text{ fl.} \end{array}$$

Diese Form der schriftlichen Ausrechnung einer Regeldetri-Aufgabe pflegt man mit dem Namen der **Zweisatzrechnung** zu bezeichnen. Es ist gut, dabei während der Schlußfolgerungen die Multiplicationen und Divisionen nur anzuzeigen und die wirkliche Ausrechnung erst in dem Endresultate, nachdem man dasselbe gehörig abgekürzt hat, vorzunehmen.

Wie viel kosten $16\frac{1}{2}$ Ar Gartengrund, wenn 4 Ar $74\frac{2}{5}$ fl. kosten?

Ansatz: x fl. $\frac{33}{2}$ Ar
$\frac{372}{5}$ " 4 "

Auflösung. 4 Ar $\frac{372}{5}$ fl.

$$1 \text{ " } \frac{372}{5.4} \text{ "}$$

$$\frac{1}{2} \text{ " } \frac{372}{5.4.2} \text{ "}$$

$$\frac{33}{2} \text{ " } \frac{\overset{93}{\cancel{372}}.33}{5.\cancel{4}.2} \text{ "} = \frac{3069}{10} \text{ fl.} = 306\frac{9}{10} \text{ fl.}$$

Wenn 2 Hektol. 20 Liter Wein 37 fl. 18 kr. kosten, wie hoch kommen $25\frac{1}{2}$ Hektol. Wein von derselben Gattung?

2 Hektol. 20 Liter = $2\frac{1}{5}$ Hektol. $\frac{11}{5}$ Hektol. $\frac{1859}{50}$ fl.
37 fl. 18 kr. = $37\frac{9}{50}$ fl. $\frac{51}{2}$ " x

Rechnungsgang:

$$\frac{11}{5} \text{ Hektol. kost. } \frac{1859}{50} \text{ fl.}$$

$$\frac{1}{5} \text{ " " } \frac{1859}{50.11} \text{ "}$$

$$1 \text{ " " } \frac{1859.5}{50.11} \text{ "}$$

$$\frac{1}{2} \text{ " " } \frac{1859.5}{50.11.2} \text{ "}$$

$$\frac{51}{2} \text{ " " } \frac{\overset{169}{\cancel{1859}}.\cancel{5}.51}{\underset{10}{\cancel{50}}.\cancel{11}.2} \text{ "}$$

Hier wurden wegen des besseren Ueberblickes der Schlußfolgerungen alle Zwischenresultate vollständig angeschrieben; in der wirklichen Ausführung setzt man unmittelbar zu der gegebenen Zahl $\frac{1859}{50}$ nach und nach diejenigen Zahlen, mit denen multiplicirt werden soll, in den Zähler, diejenigen aber, durch welche dividirt werden soll, in den Nenner als Factoren dazu, so daß am Schlusse nur das Endresultat dasteht, an welchem dann die Ausrechnung vollzogen wird.

Uebrigens könnten hier die Schlußfolgerungen auch abgekürzt werden:

$$2\frac{1}{2} \text{ Hektol. kost. } 37\frac{9}{50} \text{ fl.}$$

$$1 \text{ " " } \frac{37\frac{9}{50}}{2\frac{1}{5}} \text{ "}$$

$$25\frac{1}{2} \text{ " " } \frac{37\frac{9}{50}.25\frac{1}{5}}{2\frac{1}{5}} \text{ fl.} = \frac{1859.51.5}{50.2.11} \text{ fl.} = 430\frac{19}{20} \text{ fl.}$$

2. Auflösung mittelst der Proportion.

§. 91.

Diese beruht auf dem Satze, daß sich aus zwei Paaren zusammengehöriger Zahlen von zwei Arten, welche gerade oder verkehrt proportionirt sind, immer eine Proportion bilden läßt. Man setzt das Verhältniß zwischen zwei Zahlen der einen Art gleich dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der andern Art in der nämlichen Ordnung genommen, wenn beide Arten gerade, und in umgekehrter, wenn sie verkehrt proportionirt sind, und löst die so angesetzte Proportion auf.

Es ist dabei gleichgültig, in welches Glied die unbekannte Zahl zu stehen kommt; am zweckmäßigsten erscheint es, dieselbe sogleich in das erste Glied zu setzen. Soll die Proportion dadurch aufgelöst werden, daß man das Product der innern Glieder durch das bekannte äußere dividirt, so können höchstens die Glieder desjenigen Verhältnisses, worin x vorkommt, als benannte Zahlen angesetzt werden. Am einfachsten ist es, alle Glieder der Proportion als unbenannt hinzustellen, da über den Namen der gefundenen Zahl x, welche jedesmal mit der damit gleichartigen Zahl gleichbenannt sein muß, ohnehin kein Zweifel obwalten kann z. B.:

1) 45 Meter Tuch kosten 144 fl., wie viel fl. kosten 18 Meter von demselben Tuch?

Da 2-, 3-, 4mal so viel Meter auch 2-, 3-, 4mal so viel fl. kosten, somit die beiden Arten von Zahlen gerade proportionirt sind, so setzt man das Verhältniß von zwei Zahlen der einen Art x : 144 gleich dem Verhältnisse der zugehörigen Zahlen der anderen Art in der nämlichen Ordnung genommen, nämlich 18 : 45, und löst dann die dadurch erhaltene Proportion auf. Man hat folgende Rechnung:

45 Meter 144 fl. $\quad x : 144 = \cancel{18} : \cancel{45}$

18 „ x „ $\quad\quad\quad\quad 2 \quad 5$

$$x = \frac{144 \times 2}{5} = \frac{288}{5} = 57\tfrac{3}{5} \text{ fl.}$$

2) 16 Maurer können eine Mauer in 20 Tagen aufführen; in wie viel Tagen würde dieselbe Mauer von 10 Maurern aufgeführt werden?

Die beiden Arten von Zahlen sind hier verkehrt proportionirt, da 2-, 3-, 4mal so viele Maurer zur Aufführung derselben Mauer nur die Hälfte, den dritten, vierten Theil so viel Zeit brauchen; man setzt daher das Verhältniß zwischen zwei Zahlen der einen Art x : 20 gleich dem Verhältnisse der zwei zugehörigen Zahlen der andern Art, aber in umgekehrter Ordnung genommen, nämlich 16 : 10.

16 Maurer 20 Tage $\quad x : \cancel{20} = 16 : \cancel{10}$

10 „ x „ $\quad\quad 2$

$$x = 2 \times 16 = 32 \text{ Tage.}$$

Das hier begründete Verfahren, aus drei gegebenen benannten Zahlen die vierte noch unbenannte Zahl mit Hilfe einer Proportion zu finden, heißt die **Regeldetri** im eigentlichen Sinne oder die **Dreisatzrechnung**.

Um die **Probe** für die richtige Lösung einer Regeldetri-Aufgabe zu machen, darf man nur in der Aufgabe die gefundene Zahl einstellen, dann eine andere gegebene Zahl als unbekannt annehmen, und diese durch Lösung der neuen Aufgabe suchen. Kommt dabei die als unbekannt angenommene Zahl zum Vorschein, so darf die Rechnung als richtig angesehen werden.

§. 92.

Aufgaben.

Die nachfolgenden Aufgaben sollen theils nach der Schlußrechnung, theils mit Hilfe der Proportion, und, wo die Einfachheit der Zahlen es zuläßt, auch im Kopfe gelöst werden.

1. 4 Hektoliter kosten 48 fl.; wie viel kosten 6 Hektol.?

2. 9 Hektar Wald kosten 1035 fl.; wie viel Hektar erhält man für 690 fl.?

3. Wenn 8 Arbeiter 136 fl. verdienen, wie viel verdienen in derselben Zeit 20 Arbeiter?

4. Wenn 12 Arbeiter 180 fl. verdienen, wie viel Arbeiter verdienen in derselben Zeit 105 fl.?

5. 54 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 16 Tagen; wie viele Tage brauchen dazu 72 Arbeiter?

6. 24 Arbeiter vollenden eine Arbeit in 4 Monaten; wie viele Arbeiter werden dieselbe in 3 Monaten vollenden?

7. Für 15 fl. führt ein Fuhrmann eine bestimmte Waare 126 Kilometer weit; wie weit wird er dieselbe für 18 fl. führen?

8. Für ein bestimmtes Geld führt ein Fuhrmann 500 Kilogr. 84 Kilometer weit; wie weit wird er für dasselbe Geld 2500 Kil. führen?

9. Für ein bestimmtes Geld führt ein Fuhrmann 8 Ctr. 15 Meilen weit; wie viel Ctr. wird er für dasselbe Geld 20 Meilen weit führen?

10. Aus einer Röhre fließen in 18 Minuten 392 Liter Wasser; wie viel Liter fließen aus derselben Röhre in 30 Minuten?

11. Aus einer Röhre fließen in 11 Minuten 308 Liter Wasser; in wie viel Minuten fließen aus derselben Röhre 980 Liter?

12. Zu einem Buche sind 24 Bogen erforderlich, wenn auf jede Seite 50 Zeilen gedruckt werden; a) wie viel Bogen sind erforderlich, wenn auf die Seite nur 40 Zeilen kommen sollen; b) wie viele Zeilen müssen auf jede Seite kommen, damit das Buch 25 Bogen erhalte?

13. Ein Mühlgang mahlt in 16 Stunden 25 Hektoliter Korn; a) wie viel Hektol. in 8 Stunden, b) in wie viel Stunden 68 Hektoliter?

14. Ein Capital bringt in 12 Monaten 246 fl. Zins; a) wie viel Zins gibt es in 30 Monaten, b) in wie viel Monaten gibt es 369 fl. Zins?

15. 480 fl. Capital bringen in 3 Jahren einen bestimmten Zins; a) welches Capital bringt in 4 Jahren, b) in welcher Zeit bringen 250 fl. Capital denselben Zins?

16. Aus 40 Kilogr. Garn verfertigt man 265 Meter Zeug; a) wie viel Meter aus 56 Kil., b) wie viel Kil. Garn braucht man zu 245 Meter?
17. Aus einer gewissen Menge Garn können 55 Meter $1 \cdot 5^m$ breite Leinwand gewebt werden; a) wie viel Meter $1 \cdot 25^m$ breite Leinwand, b) wie breit wird die Leinwand, wenn aus demselben Garne 60 Meter gewebt werden sollen?
18. Ein viereckiges Gefäß, welches 6 Decimeter hoch ist, hält 186 Liter; a) wie viel Liter hält ein eben so weites Gefäß, welches nur 5 Decimeter hoch ist, b) wie hoch muß das Gefäß sein, damit es 217 Liter halte?
19. In einer Familie braucht man alle 12 Tage 1 Kilogr. Kaffee; a) wie viel Kil. braucht man in 365 Tagen, b) wie viel Tage wird man mit 18 Kilogr. ausreichen?
20. Mit einem bestimmten Vorrathe reichen 35 Personen 9 Monate aus; a) wie lange werden damit 21 Personen, b) wie viele Personen werden damit 7 Monate lang ausreichen?
21. Wenn ein Rad in 27 Minuten 2295 Umdrehungen macht, a) wie viele Umdrehungen macht es in 10 Minuten, b) in wie viel Minuten macht es 3655 Umdrehungen?
22. Von zwei Rädern macht das eine 36 Umdrehungen, während sich das andere 13mal umdreht; wie viele Umdrehungen wird das erste Rad machen, wenn sich das zweite 117mal umgedreht hat?

---

23. 7 Hektoliter Korn kosten 50 fl.; wie viel kosten 35 Hektol.?
24. Ein Arbeiter macht in 5 Tagen 3200 Ziegeln; wie viel in 30 Tagen?
25. Wenn 8 Meter Tuch 42 fl. kosten, wie hoch kommen 12 Meter?
26. Wenn 10 Stück einer Waare 24 fl. kosten, wie viel Stück bekommt man für 60 fl.?
27. Wie viel Hektoliter Gerste kann man für 245 fl. kaufen, wenn 10 Hektoliter 49 fl. kosten?
28. Ein Hektoliter Wein kostet 32 fl.; wie hoch kommen 10 Liter?
29. Wenn 6 Hektol. 114 fl. kosten, wie viel Hektol. erhält man für 551 fl.?
30. Man kauft 83 Hektoliter Wein für 1826 fl.; wie groß ist der Preis für 100 Hektoliter?
31. 4 Hektoliter Bier kosten 68 fl.; wie viel kosten 5 Liter?
32. Wenn man für 18 Kilogr. Flachs $8\frac{3}{4}$ fl. zahlt, wie viel kosten
a) 60 Kil., b) $75\frac{1}{2}$ Kil., c) 144 Kil.?
33. $\frac{1}{2}$ Ctr. kostet $25\frac{1}{2}$ fl.; wie theuer sind
a) 6 Ctr., b) $23\frac{1}{5}$ Ctr., c) $32 \cdot 5$ Ctr.?
34. Wenn 20 Meter 83 fl. 40 kr. kosten, wie viel Meter erhält man für 62 fl. 55 kr.?
35. Ein Stück Leinwand von 40 Meter kostet $32\frac{2}{5}$ fl.; wie theuer sind davon 18 Meter?

36. Wie viel kosten 3 Ctr. 35 Pfund einer Waare, wovon man 8 Pfd. für $3\frac{2}{5}$ Mark bekommt?
37. Jemand kauft 508 Kilogr. Zucker; wie viel muß er dafür bezahlen, wenn 300 Kil. auf 186 fl. 78 kr. zu stehen kommen?
38. 17 Ctr. 20 Kilogr. kosten $358\frac{1}{5}$ fl.; wie hoch kommen 13 Ctr. 35 Kilogr.?
39. 32 Arbeiter verdienen wöchentlich $118\frac{1}{4}$ fl.; wie viel fl. verdienen in derselben Zeit 56 Arbeiter?
40. Jemand hat durch 35 Tage gearbeitet und erhält für je 6 Tage $5\frac{1}{10}$ fl. Lohn; wie viel erhält er im Ganzen?
41. Ein Arbeiter verdient in 7 Tagen so viel wie ein anderer in 9 Tagen; der erste verdient in einer bestimmten Zeit 36·9 fl.; wie viel verdient der zweite in derselben Zeit?
42. Eine gleichmäßig ansteigende Straße steigt auf $2\frac{1}{4}$ Kilometer um 38 Meter; wie groß ist die Steigung auf $\frac{2}{5}$ Kilometer?
43. Auf welche Länge erreicht das Ansteigen einer Eisenbahn $1\frac{1}{4}^{m}$ Höhe, wenn dieselbe auf je 50^{m} Länge um $\frac{1}{4}^{m}$ ansteigt?
44. Ein Fußgänger, der in jeder Secunde $1\frac{1}{5}^{m}$ fortschreitet, legt eine Strecke in $1\frac{1}{3}$ Stunden zurück; wie viel Zeit braucht dazu ein Bahnzug, der in jeder Secunde 10^{m} zurücklegt?
45. Zwei Knaben laufen nach einem entfernten Ziele, A legt bei jedem Schritte $\frac{9}{10}^{m}$, B $1\frac{1}{20}^{m}$ zurück; wenn nun B 78 Schritte bis zum Ziele braucht, in wie viel Schritten erreicht A das Ziel?

---

46. Wenn 28 Weber in $3\frac{1}{2}$ Wochen 40 Stück Tuch verfertigen, wie viele Weber werden dieselbe Menge Tuch in 2 Wochen verfertigen?
47. 30 Maurer können eine Mauer in 25 Tagen aufführen; a) wie viel Maurer muß man aufnehmen, damit dieselbe in 10 Tagen fertig werde? b) in welcher Zeit werden 50 Maurer die Arbeit vollenden?
48. Wenn man täglich 7 Stunden schreibt, vollendet man die Abschrift eines Buches in 48 Tagen; in wie viel Tagen wird dasselbe vollendet sein, wenn man täglich 12 Stunden schreibt?
49. Eine Dampfmaschine von 24 Pferdekraft braucht zu einer gewissen Arbeit 4 Tage; wie viel eine andere von 16 Pferdekraft?
50. 6 Mühlgänge brauchen 21 Tage, um eine bestimmte Menge Mehl zu liefern; wie viel Mühlgänge müssen benützt werden, um dieselbe Menge Mehl in 9 Tagen zu bereiten?
51. Um eine gewisse Last fortzuschaffen, sind 4 Pferde nöthig, wenn jedes 1000 Kilogr. zu ziehen im Stande ist; wie viele Pferde sind nöthig, wenn jedes nur 800 Kilogr. fortziehen kann?
52. In einer Fabrik braucht man 4560 $\square^{m}$ Brennholz von 80^{cm} Scheitlänge; wie viel $\square^{m}$ Brennholz von 60^{cm} Scheitlänge und übrigens gleicher Beschaffenheit würden dazu erforderlich sein?

53. Das $\square^m$ Holz kostet $3\frac{3}{5}$ fl., wenn die Scheite 64^{cm} lang sind; welcher Preis für das $\square^m$ entspricht demnach einer Scheitlänge von 80^{cm}?

54. Von zwei in einander greifenden Rädern hat das kleinere 38, das größere 114 Zähne; wenn nun das letztere sich 5mal umdreht, wie oft wird sich in dieser Zeit das erstere umgedreht haben?

55. Das Vorderrad eines Wagens hat 2^m, das Hinterrad 3^m im Umfange; wie oft hat sich das letztere umgedreht, wenn das erstere 230 Umläufe gemacht hat?

56. Wenn ein Rad in 76 Minuten $501\frac{3}{5}$ Umdrehungen macht, a) wie viele Umdrehungen macht es in 57 Minuten? b) in wie viel Minuten dreht es sich 1067mal?

57. Jemand kauft 59 Flaschen Wein à 75 kr.; wie viele Flaschen à 60 kr. würde er beim Tausche dafür bekommen?

58. Wenn an einem Legate 36 Arme Theil nehmen, so erhält jeder $3\frac{3}{4}$ fl.; wie viel wird jeder erhalten, wenn 45 Arme zu betheilen sind?

59. Für eine Haushaltung gehen wöchentlich $22\frac{3}{4}$ fl. auf; wie viel in 52 Tagen?

60. Die Anfuhr von 4 Cub.^{m} Steine kostet $63\frac{3}{4}$ fl.; wie viel unter gleichen Verhältnissen die Anfuhr von $17\frac{7}{10}$ Cub.^{m}?

61. Auf den Umfang eines Rades gehen 60 Zähne, wenn dieselben $8\frac{1}{2}^{mm}$ weit von einander entfernt sind; wie viel Zähne gehen darauf, wenn sie $10\frac{1}{5}^{mm}$ von einander abstehen?

62. Ein verticaler Stab, welcher $1{\cdot}2^m$ lang ist, wirft einen $1{\cdot}7^m$ langen Schatten; wie hoch ist ein Baum, welcher um dieselbe Zeit einen $15{\cdot}3^m$ langen Schatten wirft?

63. Die Achse unserer Erde beträgt 6356^{Km}, der Durchmesser des Aequators 6377^{Km}; wenn man nun bei einem Erdglobus die Erdachse 395^{mm} lang annimmt, wie groß muß dabei der Durchmesser des Aequators angenommen werden?

64. Ein Acker ist 78^m lang und $13\frac{3}{4}$ breit; welche Länge muß ein anderer Acker haben, wenn er so viel wie jener messen und nur $9\frac{1}{2}^m$ breit sein soll?

65. Wenn ein Rechteck, dessen Länge $5{\cdot}9^m$ ist, einen Flächeninhalt von $28{\cdot}32 \square^m$ hat, welchen Inhalt hat ein eben so breites Rechteck, welches $7{\cdot}9^m$ lang ist?

66. Ein Acker von $6\frac{2}{5}$ Hektar gibt einen Ertrag von $96\frac{2}{5}$ Hektoliter Weizen; a) auf wie viel Hektar erhält man $37\frac{3}{4}$ Hektoliter Weizen? b) wie viel Weizen trägt eine Ackerfläche von $5\frac{3}{8}$ Ar?

67. Ein vierkantiger Messingstab trägt bei $2 \square^{cm}$ Querschnitt 4600 Kilogr.; wie viel Kilogr. wird ein solcher Stab bei $0{\cdot}85 \square^{cm}$ Querschnitt zu tragen im Stande sein?

68. Ein Land von 158 $\square^{Mm}$ zählt 688564 Einwohner; wie viele Einwohner entfallen bei gleicher Dichte der Bevölkerung auf $37\frac{1}{2}$ $\square^{Mm}$?

69. Wenn die Luft bei einem mittleren Barometerstande auf eine Fläche von $1\frac{1}{2}$ $\square^{dm}$ einen Druck von $150\frac{1}{5}$ Kilogr. ausübt, welcher Luftdruck lastet auf einer Fläche von $65\frac{3}{4}$ $\square^{dm}$?

---

70. Wie viel Hektoliter Hafer erhält man für $34\frac{1}{2}$ Hektoliter Weizen, wenn sich dem Preise nach Hafer zu Weizen wie 2 zu 5 verhält? Hier ist das Verhältniß in eine Gleichung umzustellen.

71. Zwei Linien verhalten sich wie $1\frac{3}{8} : 4\frac{3}{4}$; wenn nun die erste 187^m mißt, wie groß ist die zweite?

72. Die Geschwindigkeiten zweier sich bewegender Körper verhalten sich wie 9 : 17; wenn nun der erste Körper zu einem Wege 5 Minuten 51 Secunden braucht, wie viel Zeit wird der zweite zu demselben Wege brauchen?

73. Wenn die Heizkraft des Fichtenholzes zu jener des Birkenholzes sich wie 39 : 40 verhält, wie viel Klafter von ersterem sind 100 Klafter von letzterem werth?

74. Blei und Kupfer verhalten sich dem Gewichte nach wie 35 : 26; wenn nun eine Bleikugel $3\frac{1}{2}$ Kil. wiegt, welches Gewicht hat eine gleich große Kugel von Kupfer?

75. Die Halbmesser der Erde und des Mondes verhalten sich wie 11 : 3; wenn nun der mittlere Halbmesser der Erde $858\frac{2}{5}$ geogr. Meilen beträgt, wie groß ist der Halbmesser des Mondes?

76. Wie viel Spinnerlohn wird man von 1650 Kilogr. Flachs zu bezahlen haben, wenn man für 5 Kil. 1 fl. 10 kr. Spinnerlohn zahlt?

77. Aus einer Partie Garn können $161\frac{1}{2}$ Meter $\frac{5}{4}^m$ breite Leinwand gewebt werden; wie viel Meter Leinwand, die $\frac{6}{4}^m$ breit ist, wird man daraus erhalten?

78. Zu einem Kleide sind 2^m 4^{dm} Tuch von 75^{cm} Breite erforderlich; wie viel Meter wären dazu nöthig, wenn das Tuch 51^{cm} breit wäre?

79. Um die Wände eines Saales zu tapeziren, braucht man 842^m Tapeten von 42^{cm} Breite, wie viel Meter Tapeten braucht man, wenn diese 64^{cm} breit sind?

80. Ein Laib Brod, das 10 kr. kostet, wiegt 56 Dekagr., wenn das Hektoliter Korn 7 fl. 28 kr. kostet; wie schwer wird ein solches Laib auszubacken sein, wenn das Hektoliter Korn nur 6 fl. 72 kr. kostet?

81. Eine Zweikreuzersemmel wiegt $8\frac{3}{4}$ Dekagr., wenn das Hektoliter Weizen 9 fl. 30 kr. kostet; wie viel muß das Hektoliter Weizen kosten, damit eine solche Semmel 9 Dekagr. schwer ausgebacken werden könne?

82. Für 31 fl. $50\frac{9}{10}$ kr. kauft jemand rechnungmäßig 99 Kil. einer Waare und später zu demselben Preise für 22 fl. $5\frac{7}{10}$ kr.; wie viel Waare erhält er im letzteren Falle?

83. Jemand kaufte den Centner für 75 fl. und verkaufte das Kilogr. zu $\frac{7}{8}$ fl.; später aber verkaufte er mit gleichem Gewinn das Kilogr. zu $\frac{9}{10}$ fl.; wie viel wird ihn im zweiten Falle 1 Centner im Einkaufe gekostet haben?

84. Ein Kaufmann erhielt in drei Säcken $108\frac{3}{4}$ Kil., $120\frac{1}{2}$ Kil., $96\frac{1}{2}$ Kil. Reis, worüber die Rechnung auf 130 fl. 15 kr. lautete; wie hoch berechnen sich 100 Kil.?

85. Zwei Kaufleute kaufen zusammen 2385 Kil. Oel; A nimmt davon 1845 Kil. und bezahlt $1473\frac{3}{5}$ fl.; wie viel Oel bleibt für B und wie viel muß er dafür bezahlen?

86. Eine Fuhr Heu kostete $58\frac{1}{2}$ fl. und wog mit dem Wagen 1975 Kilogr.; wenn nun der Wagen für sich 280 Kil. wog, wie hoch kommen 100 Kilogr. Heu?

87. Wenn ein Maurer bei Grundmauern täglich 500, bei Gewölbemauern dagegen nur 325 Ziegelsteine legt, und 1 Cub.^{m} des ersteren Mauerwerkes 1·2 fl. an Arbeitslohn kostet, wie hoch kommt dann der Arbeitslohn für 1 Cub.^{m} Gewölbemauern?

88. Wie viel kosten $13\frac{5}{8}$ Meter von einem Tuche, von welchem $2\frac{1}{5}$ Meter um $3\frac{1}{15}$ fl. mehr kosten als $1\frac{3}{4}$ Meter?

89. Ein Holzhändler hatte für eine Fabrik 4250 $\square^{m}$ Holz von 80^{cm} Scheitlänge zu liefern, wovon er bereits 2750 $\square^{m}$ abgeführt hat; für den Rest verlangt man Holz von 64^{cm} Länge, wie viel muß davon geliefert werden?

90. Eine Wiese kann von 12 Mähern in 6 Tagen abgemähet werden; wie viel Mäher muß man mehr aufnehmen, wenn die Wiese in 4 Tagen abgemäht werden soll?

91. 7 Arbeiter erhalten $37\frac{7}{10}$ fl. Lohn; a) wie viel Arbeiter verdienen in der nämlichen Zeit $41\frac{1}{5}$ fl. mehr? b) wie viel beträgt der Arbeitslohn, wenn noch 5 Arbeiter dazu kommen?

92. Ein Manuscript gibt 144 Seiten, jede zu 32 Zeilen; wie viele eben so lange Zeilen müssen auf eine Seite kommen, wenn es 24 Seiten weniger geben soll?

93. Wenn ein Rad in $4\frac{3}{4}$ Minuten $3412\frac{1}{2}$ Umdrehungen macht, in wie viel Minuten macht es $1098\frac{1}{2}$ Umdrehungen mehr?

---

94. Ein Capital von 624 fl. ist zu 5 Procent (5%) angelegt, d. i. je 100 fl. Capital geben jährlich 5 fl. Zinsen; wie viel Zinsen trägt das Capital in einem Jahre?

Im Kopfe: 600 fl. geben 6mal 5, d. i. 30 fl.; 24 fl. geben zu 5 % 5mal 24 kr., d. i. 1 fl. 20 kr.; zusammen 31 fl. 20 kr.

95. Wie groß sind die jährlichen Zinsen von 975 fl. Capital, wenn dieses zu 4% angelegt ist?

Im Kopfe: 900 fl. geben 9mal 4, d. i. 36 fl.; 75 fl. geben zu 4% 4mal 75 kr., d. i. 3 fl.; zusammen 39 fl.

96. Wie viel Zinsen geben jährlich 540 fl. Capital à 6%?

Im Kopfe: 500 fl. geben 5mal 6, d. i. 30 fl.; 40 fl. geben à 6 % 6mal 40 kr. d. i. 2 fl. 40 kr.; zusammen 32 fl. 40 kr.

97. Wie viel betragen die jährlichen Interessen von

a) 1340 fl. à 5%? b) 1076 fl. à $4\frac{1}{2}$%?
a) 2328 fl. à 6%? b) 912 fl. à $5\frac{3}{4}$%?

98. Jemand hat drei Capitalien anliegen: 3085 fl. zu 5%, 1970 fl. zu $5\frac{1}{2}$% und 2375 fl. zu 6%; wie viel nimmt er davon jährlich an Zinsen ein?
99. Mit 900 fl. erhält man 60 fl. Zinsen; welches Capital ist erforderlich, um 75 fl. Zinsen zu erhalten?
100. Jemand hat ein Capital zu 6% angelegt und bekommt jährlich 420 fl. Zinsen; wie groß ist das Capital?
101. Ein Capital von 725 fl. trägt jährlich 29 fl. Zinsen; wie hoch sind 100 fl. verzinset?
102. Von 3740 fl. erhielt man in einem Jahre 187 fl. Zins; zu wie viel % war das Capital angelegt?
103. Wie viel Zinsen geben 100 fl. zu 6 % in 36 Tagen? (1 Jahr = 360 Tage.)
104. 7820 fl. Capital geben in einer bestimmten Zeit 391 fl. Zinsen; wie viel Zinsen geben in derselben Zeit 5750 fl. Capital?
105. Welches Capital bringt in 4 Jahren dieselben Zinsen, welche 1680 fl. Cap. in 3 Jahren bringen?
106. Welches Capital bedarf man, um zu 5% dieselben Zinsen zu haben, welche 32 fl. Capital à 4% geben?
107. Von welchem Capital erhält man 11 fl. Zinsen, wenn 1230 fl. Capital unter gleichen Umständen $61\frac{1}{2}$ fl. Zinsen geben?
108. Ein Capital gibt zu $4\frac{1}{2}$% in einer bestimmten Zeit $239\frac{2}{5}$ fl. Zinsen; wie viel Zinsen gibt es in derselben Zeit zu $5\frac{1}{2}$%?
109. Ein Capital bringt in 3 Jahren 251 fl. 22 kr. Zinsen, wie viel in 10 Monaten?
110. Wenn 4080 fl. Capital $500\frac{1}{2}\frac{3}{0}$ fl. Zinsen tragen, wie viel Zinsen trägt in derselben Zeit ein um 1425 fl. größeres Capital?
111. Wenn ein Capital in 5 Jahren 527 fl. Zinsen trägt, in wie viel Jahren trägt es 210 fl. Zinsen?
112. Wie lange muß ein Capital ausstehen, um à 4% eben so viel Zinsen zu geben, als es à $4\frac{1}{2}$% in $2\frac{2}{3}$ Jahren gebracht hat?
113. Wie lange muß ein Capital von 22·22 fl. angelegt bleiben, damit es eben so viel Zinsen bringt, als 33·33 fl. Capital in $1\frac{1}{3}$ Jahren?
114. Zu wie viel % müssen 960 fl. angelegt sein, wenn sie in derselben Zeit so viel Zinsen als 840 fl. à 6% geben sollen?
115. Zu wie viel % muß ein Capital angelegt werden, damit es in 3 Jahren eben so viele Zinsen gebe, als es in 2 Jahren à 6% geben würde?

---

116. 55 Meter sind 174 W. Fuß; a) wie viel W. Fuß betragen 144·2 Meter, b) wie viel Meter sind 245′ 2″ Wien. Fußmaß?
117. Das Barometer steht auf 28″ $1\frac{1}{2}$‴ Wien. Maß; wie viel beträgt dieser Barometerstand in Millimeter;
118. 100 engl. Fuß = $30\frac{1}{2}$ Meter; a) wie viel englische Fuß sind 315 Meter? b) wie viel Meter sind 307 engl. Fuß?

119. 77 W. Ellen = 60 Meter; a) wie viel Meter sind $52\frac{5}{8}$ W. Ellen? b) wie viel W. Ellen sind 83·45 Meter?

120. 1 W. Elle Leinwand kostete 84 kr.; wie viel kostet hiernach 1 Meter?

121. 1 Meter Tuch kostet 4 fl. 28 kr.; wie viel kostete 1 W. Elle?

122. 61 Hektar sind 106 n. ö. Joch; a) wie viel Hektar sind 548 Joch, b) wie viel Joch sind 728 Ar?

123. 91 Hektoliter = 148 W. Metzen; a) wie viel W. Metzen sind 92 Liter? b) wie viel Hektoliter sind 1000 W. Metzen?

124. 1 W. Metzen Weizen kostete 6 fl. 12 kr.; wie viel kostet 1 Hektoliter?

125. 1 Hektoliter Roggen kostet 6 fl. 58 kr.; wie viel kostete 1 W. Metzen?

126. 18 russische Tschetwert = 21 Hektoliter; wie viel Hektoliter sind a) 35, b) 218, c) 1088 russische Tschetwert?

127. $11\frac{1}{4}$ engl. Quarters = $32\frac{7}{10}$ Hektoliter; wie viel Quarters und Bushels betragen $204\frac{1}{2}$ Hektoliter?

128. 58 Liter = 41 Wiener Maß; a) wie viel W. Maß sind 315 Liter? b) wie viel Liter sind 2 W. Eimer?

129. 1 W. Eimer Wein kostete 24 fl.; wie viel ist 1 Liter werth?

130. 1 Liter Wein kostet 36 kr.; wie viel kostet 1 W. Maß?

131. 100 schwed. Kannen = $261\frac{3}{4}$ Liter; wie viel Liter sind a) 732, b) 908, c) $37\frac{3}{4}$ schwed. Kannen?

132. 14 Kilogr. = 25 W. Pfd.; a) wie viel W. Pfund sind 318 Kilogr.? b) wie viel Kilogr. sind 510 W. Pfund?

133. Wenn 1 W. Pfd. Caffee 96 kr. kostete, welches ist der entsprechende Preis für 1 Kilogramm?

134. Wenn 1 Kilogramm einer Waare 54 kr. kostet, wie viel ist 1 W. Pfd. werth?

135. 100 engl. Pfd. Adp. betragen 81 W. Pfd.; wie viel W. Pfd. sind a) 240, b) 325, c) 739 engl. Pfund?

136. 127 russ. Pfd. sind 52 Kilogramm; wie viel Kilogramm sind a) 188, b) 705, c) 1397 russ. Pfd.?

137. 57 Wiener Mark = 16 Kilogr.; a) wie viel Kilogr. sind 39 Wiener Mark? b) wie viel W. Mark sind 50 Kilogr.?

138. Wenn aus einem Kilogr. feinen Silbers 90 fl. geprägt werden, wie viel fl. kommen auf eine cöln. Mark feinen Silbers?

---

139. Wie viel Kilogr. Gold von 900 Tausendtheilen Gehalt ist in $25\frac{1}{2}$ Kilogr. 540 tausendtheiligen Goldes enthalten?

140. Die kais. Ducaten sind $23\frac{2}{3}$ Karat fein; wie viel beträgt der Feingehalt in Tausendtheilen?

141. Die Achtguldenstücke enthalten 900 Tausendtheile Gold; wie viel karatig ist dieses Gold?

142. Ein Stück Silber von 750 Tausendtheilen Gehalt enthält 72 Gramm feines Silber; wie viel wiegt das Stück?

143. Wie viel kostet das Kilogr. feinen Silbers, wenn das Kil. von 900 Tausendtheilen Gehalt 81 fl. kostet?

144. Wenn das Kilogr. feinen Silbers 90 fl. kostet, welchen Werth hat das Kil. Silber à 750 Tausendtheile?

145. $17\frac{3}{4}$ Kilogr. legirtes Silber werden mit 1321 fl. bezahlt; wie hoch kommen $8\frac{4}{25}$ Kil. Silber von gleichem Feingehalte?

146. 15 Dekagr. feines Gold bezahlt man mit $209\frac{1}{4}$ fl.; wie viel Dekagr. bekommt man für 298·53 fl.?

147. Aus einem Kilogramm Gold, das $\frac{9}{10}$ fein ist, werden 155 Achtguldenstücke geprägt; wie viel Achtguldenstücke gehen auf ein Kilogramm feinen Goldes?

148. 90 deutsche Mark betragen 45 fl. ö. W.; a) wie viel fl. ö. W. sind 920 Mark? b) wie viel Mark sind 890 fl. ö. W.?

149. $18\frac{1}{2}$ dän. Reichsbankthaler sind gleich $24\frac{1}{3}$ holl. Gulden; a) wie viel holl. Gulden sind 926 dän. Reichsbankthaler? b) wie viel dän. Reichsbankthaler sind 2406 holl. Gulden?

150. Ein Wiener Kaufmann stellt auf Hamburg einen Wechsel*) von 3408 Reichsmark aus; wie viel fl. ö. W. wird er dafür beziehen, wenn der Curs auf Hamburg 57·55 ist (100 Reichsmark = 57·55 fl. ö. W.)?

151. Wie viel fl. ö. W. betragen 358 fl. holl. Courant, wenn 100 fl. holl. Courant = 96·45 fl. ö. W. gerechnet werden?

152. Was für ein Curs findet zwischen Wien und Mailand statt (wie viel fl. ö. W. für 100 Lire), wenn 3165 Lire mit 1455 fl. 90 kr. bezahlt werden?

153. Ein Handlungshaus in Marseille hat von einem Wiener 5682 Frcs. 56 Centim zu fordern; wie groß ist diese Forderung in ö. W., wenn 100 Frcs. = 46·75 fl. ö. W. gerechnet werden?

154. Ein Londoner Kaufmann schuldet an einen Wiener 5334 fl.; welchen Wechselbetrag in Pfd. Sterl. wird der Wiener dafür entnehmen, wenn der Curs auf London 117·80 steht (10 Pfd. Sterling = 117·80 fl. ö. W.)?

155. Wenn 432 Pfd. 7 Shill. Sterling in Wien mit 5101 fl. 73 kr. ö. W. bezahlt werden, was betragen 10 Pfd. Sterling?

156. Wie viel Ducaten muß man für 218 Achtguldenstücke zahlen, wenn der Curs der Ducaten 5 fl. 50 kr. und der Curs der Achtguldenstücke 9 fl. 10 kr. ist?

157. Jemand bezieht aus Frankreich 6·55 Hektoliter Champagner-Wein um den Preis von 5880 Francs; wie hoch waren $1\frac{1}{2}$ Liter gerechnet?

---

*) Ein Wechsel ist eine Urkunde, durch welche sich der Aussteller unter wechselrechtlicher Haftung verpflichtet, eine Summe Geldes an eine bestimmte Person und zu einer bestimmten Zeit entweder selbst zu zahlen oder von einem Dritten zahlen zu lassen.

158. Wie viel kosten $3\frac{7}{10}$ Ohm Wein (in der Schweiz), wenn 15 Maß $19\frac{1}{2}$ Francs kosten?

159. Wenn die Fracht auf 20 Ctr. engl. mit 1 Pfd. 17 Shill. Sterl. gezahlt wird, wie viel beträgt sie auf 128 Ctr. 3 Quart. 20 Pfd. engl.?

---

160. Wenn das Meter $6\frac{3}{4}$ Francs kostet, wie viel fl. ö. W. kostet in demselben Verhältnisse 1 W. Elle?

161. Eine Eisenbahn von 27·8 Kilometer Länge ist mit einem Kostenaufwande von 43785000 Francs gebaut worden; wie viel Anlagecapital in ö. W. entfällt hiernach auf eine österr. Meile?

162. Wenn 223 Pfund einer Waare $89\frac{1}{5}$ deutsche Reichsmark kosten, welches ist der entsprechende Werth in ö. W. für 267 Kilogr. derselben Waare?

163. 15 Kilogramm Weintrauben geben 8 Kilogramm Wein, 1 Liter Wein wiegt 990 Gramm; wie viel Weintrauben sind erforderlich, um 2·2 Hektoliter Wein zu erhalten?

164. Jemand kauft einen Barren stark vergoldetes Silber, welcher 8·25 Kilogr. wiegt; der Gehalt desselben ist 780 Tausendtheile Silber und 105 Tausendtheile Gold; wie viel ist für den Barren zu bezahlen, wenn das Kilogr. feinen Silbers 90 fl., das Kilogr. feinen Goldes 1350 fl. kostet?

165. Aus 29 $Cub.^m$ gebrannten Kalk erhält man 100 $Cub.^m$ gelöschten Kalk; wie viel $Cub.^m$ gebrannten Kalk hat man zu nehmen, um eine Grube von $3·2^m$ Länge, 2^m Breite und $1·4^m$ Tiefe mit gelöschtem Kalk zu füllen?

166. 24 Maurer können eine Mauer in 20 Tagen aufführen; in wie viel Tagen wird die Mauer fertig, wenn nach 5 Tagen noch 6 Maurer aufgenommen werden?

Nach 5 Tagen wären 24 Maurer noch 15 Tage beschäftigt gewesen; nach dieser Zeit steigt aber die Zahl der Maurer auf 30; in wie viel Tagen werden nun 30 Maurer dieselbe Leistung vollbringen, welche 24 Arbeiter in 15 Tagen vollbracht hätten? In 12 Tagen. Es arbeiten also an der Mauer 24 Arbeiter 5 Tage und 30 Arbeiter 12 Tage; die Mauer wird daher in $5 + 12 = 17$ Tagen fertig.

167. Um einen Graben herzustellen, werden 32 Arbeiter aufgenommen, welche die Arbeit in 25 Tagen vollenden würden; nach 7 Tagen werden jedoch 7 Arbeiter entlassen; wie lange werden die übrigen noch zu arbeiten haben?

168. 10 Arbeiter können ein Werk in 18 Tagen vollenden; wenn nun nach 4 Tagen 6 Arbeiter abgehen und nach weiteren 11 Tagen 4 Arbeiter wieder eintreten, in wie viel Tagen wird das Werk zu Ende geführt sein?

169. Eine Straße kann von 30 Mann in 12 Wochen hergestellt werden; anfangs haben 45 Mann 6 Wochen daran gearbeitet; wie viel Mann muß man dann aufstellen, damit sie den noch übrigen Theil der Straße in $3\frac{1}{2}$ Wochen vollenden?

170. Auf einem Schiffe befanden sich 36 Matrosen und Lebensmittel für dieselben auf 60 Tage; 12 Tage nach der Abfahrt kamen bei einem Sturme 4 Mann ums Leben; wie lange konnten die übrigen mit dem Reste der Lebensmittel auskommen?

171. Zwei Personen sollen 1280 fl. so theilen, daß sich der Theil des A zu jenem des B wie 5 zu 3 verhält; wie viel bekommt jede Person?

$$\begin{array}{llr} & 5 & 160 \text{ fl.} \times 5 = 800 \text{ fl. bekommt A,} \\ & \underline{3} & 160 \text{ fl.} \times 3 = \underline{480 \text{ fl.}} \quad \text{„} \quad \text{B,} \\ 1280 \text{ fl.} : & 8 = 160 \text{ fl.} & 1280 \text{ fl.} \end{array}$$

oder

$$x : 1280 = 5 : 8; \quad x = 800 \text{ fl. bekommt A,}$$
$$y : 1280 = 3 : 8; \quad y = 480 \text{ fl.} \quad \text{„} \quad \text{B.}$$

Aufgaben, welche die Theilung eines Ganzen nach einem gegebenen Verhältnisse fordern, gehören zur Gesellschaftsrechnung.

172. Eine Summe von 2700 fl. ist unter drei Personen so zu vertheilen, daß sich die Theile wie die Zahlen 3, 4, 5 verhalten.

173. Drei Personen unternehmen ein Geschäft, zu welchem A 5000 fl., B 3400 fl. und C 4600 fl. gibt; sie gewinnen 2600 fl.; wie haben sie den Gewinn zu theilen?

174. 35 Cub.^{m} Holz wurden um $166\frac{1}{4}$ fl. ersteigert; davon nimmt A $8\frac{3}{5}$ Cub.^{m}, B $15\frac{1}{5}$ Cub.^{m} und C den Rest; wie viel muß jeder bezahlen?

175. Zum Ankaufe eines Creditloses gibt A 90 fl., B 60 fl., C 42 fl.; wenn nun das Los einen Treffer von 2000 fl. macht, wie viel erhält jeder?

176. In einem neuen österr. Zehnkreuzerstücke sind Silber und Kupfer in dem Verhältnisse 2 : 3 mit einander gemischt; wie viel Silber und wie viel Kupfer hat man nöthig, um 6600 fl. in Zehnkreuzerstücken zu prägen, wenn 600 Zehnkreuzerstücke 1 Kilogramm wiegen?

177. 12 Arbeiter verdienen in 15 Tagen 156 fl.; wie viel fl. verdienen 30 Arbeiter in 24 Tagen?

Im Kopfe:	12 Arbeiter verd. in	15 Tagen			156 fl.
	1 „ „	„ 15 „	den 12ten Theil		13 „
	30 „ „	„ 15 „	30mal so viel		390 „
	30 „ „	„ 1 Tage	den 15ten Theil		26 „
	30 „ „	„ 24 Tagen	24mal so viel		624 „

Schriftlich: a) 12 Arbeiter verdienen in 15 Tagen 156 fl.; wie viel verdienen in derselben Zeit 30 Arbeiter?

$$x : 156 = 30 : 12; \; x = 390 \text{ fl.}$$

b) Wenn 30 Arbeiter in 15 Tagen 390 fl. verdienen, wie viel fl. verdienen eben so viel Arbeiter in 24 Tagen?

$$x : 390 = 24 : 15; \; x = 624 \text{ fl.}$$

Aufgaben, welche aus zwei oder mehreren Aufgaben der einfachen Regeldetri zusammengesetzt sind, gehören zur zusammengesetzten Regeldetri.

178. In 3 Tagen können 4 Buchdrucker mit der gewöhnlichen Presse 4800 Bogen drucken; wie viel Buchdrucker sind erforderlich, wenn 19200 Bogen von derselben Art in 8 Tagen gedruckt werden sollen?

179. 10 Arbeiter können 150^m von einem Stoffe in 8 Tagen verfertigen; in wie viel Tagen können 12 Arbeiter 180^m von diesem Stoffe verfertigen?

180. 100 fl. Capital geben in 1 Jahre 4 fl. Zinsen; wie viel Zinsen gibt ein Capital von 4700 fl. in 3 Jahren?

181. Welches Capital gibt zu 5% in $1\frac{1}{2}$ Jahren $254\frac{1}{2}$ fl. Zinsen?

182. Wie viel Jahre muß ein Capital von 1240 fl. zu 6% angelegt bleiben, damit es 372 fl. Zinsen einbringt?

183. Zu wie viel % muß man ein Capital von 6890 fl. anlegen, damit es in 2 Jahren 689 fl. Zinsen gibt?

184. Ein Behälter, welcher $2 \cdot 5^m$ lang, $1 \cdot 6^m$ breit, und $1 \cdot 2^m$ tief ist, wird durch eine Röhre in 1 Stunde 40 Minuten gefüllt; in welcher Zeit wird durch eine gleiche Röhre ein anderer Behälter gefüllt, welcher 3^m lang, $1 \cdot 4^m$ breit und 1^m tief ist?

IV. Procentrechnungen.

§. 93.

Bei verschiedenen Berechnungen des bürgerlichen und kaufmännischen Lebens pflegt man das Procent, d. i. den Ertrag von 100, zur Grundlage anzunehmen. So sagt man z. B., ein Capital ist zu 5 Procent angelegt, d. h. von je 100 fl. Capital bekommt man jährlich 5 fl. Zins.

Bei den Procentrechnungen kommen vier Größen in Betracht: 1) die Zahl 100 als die Grundzahl; 2) der von 100 entfallende Betrag, das Procent; 3) die Summe, von welcher die Procente berechnet werden; 4) der Ertrag, d. i. die von der gegebenen Summe nach den Procenten entfallende Menge.

Man unterscheidet eine dreifache Procentrechnung: von Hundert, auf Hundert und in Hundert.

a) Von Hundert wird gerechnet, wenn die Summe, von welcher die Procente berechnet werden, mit der Grundzahl 100 selbst gleichartig ist. Z. B. Wie viel beträgt die Provision*) zu 2% von einem Waarenbetrage von 500 fl.? Zur Auflösung dieser Aufgabe hat man folgende Proportion:

$$x : 2 = 500 : 100.$$

b) Auf Hundert wird gerechnet, wenn die Summe, von welcher die Procente berechnet werden, nicht mit der Grundzahl 100 selbst, sondern mit 100 vermehrt um das Procent gleichartig ist.

---

*) Wenn Jemand die Vollziehung eines Geschäftes, z. B. den Einkauf oder Verkauf von Waaren, einem andern aufträgt, so heißt die Person, welche diesen Auftrag erhält und vollzieht, der Commissionär, die Vergütung aber, welche der Commissionär für seine Bemühungen erhält, Provision.

Z. B. Eine Waare kommt mit Einrechnung von 2% Provision auf 500 fl.; wie viel beträgt die Provision? Man hat hier zur Auflösung die Proportion:

$$x : 2\% = 500 : 102$$

c) In Hundert endlich wird gerechnet, wenn die gegebene Summe, deren Ertrag nach Procenten berechnet wird, mit der Grundzahl 100 vermindert um das Procent gleichartig ist. Z. B. Für eine verkaufte Waare erhält man nach Abzug von 2% Provision 500 fl.; wie viel beträgt die Provision? Hier hat man

$$x : 2 = 500 : 98.$$

Daraus sieht man, daß z. B. für 2%
bei der Rechnung von Hundert die Zahl 100,
" " " auf Hundert " " 102,
" " " in Hundert " " 98,
als die mit der gegebenen Summe gleichartige Zahl angenommen werden müsse.

I. Rechnung von Hundert.

§. 94.

Aufgaben. (Wo möglich auch im Kopfe zu lösen.)

1. Es sei der Ertrag von 775 fl. zu 4% zu bestimmen. d. i. zu berechnen, welchen Ertrag 775 fl. geben, wenn man von je 100 fl. einen Ertrag von 4 fl. rechnet.

Durch Schlüsse:
1%, d. i. $\frac{1}{100}$ von 775 fl. beträgt 7·75 fl.
4%, d. i. $\frac{4}{100}$ von 775 fl. betragen 4mal 7·75 fl. = 31 fl.

Nach der Proportion:

$$x : 4 = 775 : 100, \text{ also } x = \frac{775 \times 4}{100} \text{ fl.} = 31 \text{ fl.}$$

Um daher den Ertrag einer gegebenen Summe nach Procenten von Hundert zu berechnen, multiplicirt man diese Summe mit dem Procent und dividirt das Product durch 100.

Im Kopfe: 700 fl. geben 7mal 4 fl., d. i. 28 fl.; 25 fl. geben 1 fl., 75 fl. geben daher 3 fl.; zusammen 31 fl.

2. Wie viel betragen 5% von 600?
3. Wie viel betragen
   a) 3 % von 800? b) 6 % von 700?
   c) 5 % von 440? d) $2\frac{1}{2}$% von 400?
   e) $4\frac{1}{2}$% von 90? f) $23\frac{3}{4}$% von 1200?
4. Jemand hat ein jährliches Einkommen von 842 fl., wovon 7% Einkommensteuer zu zahlen sind; wie viel beträgt diese Steuer?
5. Eine Stadt zählt 6360 Einwohner? wie viel sind 15% davon?
6. Von 523 12jährigen Menschen erreichen 83% ein Alter von 30 Jahren; wie viel von diesen Personen werden also 30 Jahre alt?

7. Ein Schuldner vergleicht sich mit seinem Gläubiger dahin, daß er dessen Forderung von 2580 fl. mit 78% bezahlen wolle; wie viel wird dieser erhalten?

8. Welche Zahl ist

a) um 3% größer als 200, als 700, 800, 1000?
b) um 4% kleiner als 390, als 500, 600, 950?

9. Ein Arbeiter verdient täglich 95 kr.; wie groß ist der Tagelohn, wenn der Arbeiter täglich 8% mehr verdient?

10. Ein Kaufmann verkauft den Center Zucker für 60 fl., ein anderer um $2\frac{1}{2}$% billiger; um wie viel der letztere?

11. Das salzhältigste Meer ist der Ocean zwischen Europa und Amerika, er enthält 36·7% Salz; wie viel Salz ist in einem Cubikmeter Wasser enthalten, wenn dieses 1025 Kil. wiegt?

12. Wie viel betragen

a) 5% von 325 Mark? b) $6\frac{1}{2}$% von 729 Francs?
c) $3\frac{3}{4}$% von 640 Pfd. 14 Shill. Sterling?

13. Eine Straßenstrecke von 6350^m hat eine Steigung von 1·8%; wie viel Meter beträgt die Steigung?

14. Eine Wiener Elle ist um $22\frac{1}{5}$% kürzer als ein Meter; welche Gleichung kann man zwischen Wiener Ellen und Metern aufstellen?

15. Die Bevölkerung einer Stadt, welche im Jahre 1837 15860 Einwohner zählte, hat bis zum Jahre 1877 um 25% zugenommen; wie groß war die Bevölkerung dieser Stadt im Jahre 1877?

16. Böhmen nimmt $11\frac{4}{4}\frac{1}{5}$% von der Fläche der österr.-ungarischen Monarchie ein; wie groß ist Böhmen, da die öster.-ungar. Monarchie einen Flächeninhalt von $6224 \cdot 76\square^{Mm}$ hat?

17. Niederösterreich hat einen Flächenraum von $198\square^{Mm}$ $24\square^{Km}$, darunter 32% Waldungen; wie viel $\square^{Mm}$ und $\square^{Km}$ betragen diese?

18. Eine Zuckerfabrik verbraucht 1452 Tonnen Zuckermehl; wie groß ist die Menge des daraus gewonnenen raffinirten Zuckers à 80% und des Syrups à 16%?

19. In einer Stadt wurden in einem Jahre 1650 Kinder geboren, und zwar 52% Knaben und 48% Mädchen; wie viel Knaben und wie viel Mädchen waren es?

Manchmal wird das Erträgniß einer Summe nach Promille (‰), d. i. nach 1000 berechnet. In diesem Falle muß die Summe, deren Ertrag man sucht, mit dem Promille multiplicirt, und das Product durch 1000 dividirt werden.

20. Jemand hat 2‰ von 2550 fl. zu fordern, d. i. 2 fl. von je 1000 fl.; wie viel beträgt dieses?

21. Wie viel beträgt

a) 1 ‰ von 12360? b) $1\frac{1}{2}$‰ von 9460?
c) $1\frac{3}{4}$‰ von 8880? d) 2‰ von 1895?

22. Jemand kauft für einen andern um 2400 fl. Staatspapiere ein und erhält für seine Bemühung $\frac{1}{2}$‰; wie viel macht dieses?

23. Die neuen österr. Zwanziger haben einen Feingehalt von 500‰; wie viel Silber enthält ein solches Stück, da das ganze Gewicht $2\frac{2}{3}$ Gramm beträgt?

---

24. Von welcher Summe geben 6% den Ertrag 45 fl.?

Durch Schlüsse:

6 fl. Ertrag gehört zur Summe 100 fl.

1 „ „ „ „ „ $\frac{100 \text{ fl.}}{6} = 16\frac{2}{3}$ fl.

45 „ „ „ „ „ $16\frac{2}{3}$ fl. $\times$ 45 = 750 fl.

oder:

6%, d. i. $\frac{6}{100}$ von der Summe = 45 fl.
1%, d. i. $\frac{1}{100}$ „ „ „ = 7·5 fl.
daher die Summe selbst = 7·5 fl. $\times$ 100 = 750 fl.

Nach der Proportion:

$x : 100 = 45 : 6$; $x = 750$ fl.

25. Welche Summe gibt
a) zu 2 % 48, b) zu 3% 74, c) zu 4% 38,
d) zu $4\frac{1}{2}$% 50, e) zu 5% 110, f) zu 6% 150
als Ertrag?

26. Welche Summe gibt 61 fl. 75. kr. als Ertrag zu 5%?

27. Wie groß ist die Bevölkerung eines Ortes, wenn 22% derselben 572 beträgt?

28. Man nimmt an, daß aus Runkelrüben 5% Rohzucker gewonnen wird; wie viel Kilogr. Runkelrüben sind erforderlich, um daraus 4720 Kilogr. Rohzucker zu gewinnen?

29. Ein Geschäft führte einen Verlust von 24% herbei; mit welcher Summe war dabei derjenige betheiligt, der 2165 fl. zurück erhält?

30. Wie hoch beläuft sich der Waarenbetrag, von welchem die zu $5\frac{1}{2}$% berechneten Nebenkosten 73 fl. 24 kr. betragen?

31. Wie viel Procent muß man von 3900 fl. nehmen, um 156 fl. zu erhalten?

Durch Schlüsse:

Zur Summe 3900 fl. gehören 156 fl. Ertrag

„ „ 100 fl. „ $\frac{156 \text{ fl.}}{39}$ = 4 fl. Ertrag

oder:

1% von 3900 fl. sind 39 fl.; 156 fl. sind daher so viel % von 3900 fl., als 39 fl. in 156 fl. enthalten sind, also 156 : 39 = 4%.

Nach der Proportion:

$x : 156 = 100 : 3900$; $x = 4$ fl.

Man muß also 4 fl. von 100, d. i. 4% nehmen.

32. Wie viel Procent geben von der Summe 600 den Ertrag 24?

33. Eine Mischung von Silber und Kupfer enthält 10% Kupfer, wie viel Procent also Silber?

34. Zur Deckung der Landesbedürfnisse werden auf jeden Steuergulden 24 kr. umgelegt; wie viel Procent beträgt diese Umlage?

35. Wie viel Procent sind
a) 40 kr. von 5 fl.? b) $4\frac{1}{5}$ fl. von 105 fl.?
c) 75 fl. von 1250 fl.? d) 39 fl. 27 von 748 fl.?
e) 303 Mark von 8060 Mark?
f) $1624\frac{2}{3}$ Pfd. Sterling von 9848 Pfd. Sterl.?

36. Von 491 20jährigen Personen erreichen 300 das 50ste Lebensjahr; wie viel % sterben in dem Alter von 20 bis 50 Jahren?

37. Ein Land zählt 87560 schulpflichtige und 83250 schulbesuchende Kinder; wie viel % von den Schulpflichtigen besuchen die Schule?

38. Böhmen hat einen Flächenraum von 519·55 $\square^{Mm}$, darunter 238·90 $\square^{Mm}$ Ackerland; wie viel % von dem ganzen Flächeninhalte beträgt das letztere?

39. Eine gegossene Eisenstange von $2·37^{m}$ Länge war nach dem Erkalten um $0·23^{dm}$ kürzer geworden; wie viel % betrug das Schwinden dieser Stange?

40. Um wie viel % von 400 ist 406 größer als 400?

41. Um wie viel % von 406 ist 400 kleiner als 406?

42. 1 dänischer Fuß ist = 0·314 Meter, 1 schwedischer Fuß = 0·297 Meter; a) um wie viel % ist 1 dän. Fuß länger als 1 schwed. Fuß, b) um wie viel % ist 1 schwed. Fuß kürzer als 1 dän. Fuß?

43. Die geogr. Meile verhält sich zur neuen deutschen Meile wie 231 zu 230; um wie viel % ist die erstere größer als die letztere?

44. Von 169 Kilogr. Kalkstein erhält man $83\frac{1}{5}$ Kilogr. gebrannten Kalk; wie viel % verliert der Kalkstein beim Brennen?

45. Bei einem Concurse erhält Jemand für seine Forderung von 1152 fl. nur 768 fl.; wie viel % beträgt der Verlust?

46. Wenn 4 Hektoliter Weizen so viel Nahrungsstoff enthalten als 5 Hektoliter Korn, um wie viel % ist der Nahrungsgehalt des Weizens höher als jener des Kornes?

47. Die Einnahmen einer Eisenbahn betrugen im Monate Mai 80368 fl., im Monate Juni 107435 fl., um wie viel % im letzteren Monate mehr?

48. Wien hatte im Jahre 1840 356870, im Jahre 1870 622087 Einwohner; um wie viel % ist die Bevölkerung Wiens während dieses Zeitraumes gestiegen?

---

49. Ein Capital von 1245 fl. ist zu 5 % angelegt; wie viel betragen die jährlichen Zinsen?

50. Wie groß sind die jährlichen Zinsen?
a) von 575 fl. à 4%? b) von 708 fl. à $4\frac{1}{2}$%?
c) von 1560 fl. à 6%? d) von 1848 fl. 84 kr. à $5\frac{3}{4}$%?

51. Wie viel Zinsen geben in 1 Jahre
a) 729 Mark 12 Pfenn. à $5\frac{1}{2}$%?
b) 2538·18 Francs à 6%?

52. Wie viel Zins tragen 7238 fl. 72 kr. in 1 Jahre
a) à $4\frac{3}{4}$%? b) à $3\frac{1}{8}$%? c) à $6\frac{1}{2}$%?

53. Welches Zinserträgniß wirft ein Haus im Werthe von 24800 fl. ab, wenn es $4\frac{1}{2}\%$ trägt?

54. Wie viel betragen die Zinsen
 a) von 942 fl. à 5% in 3 Jahren?
 b) von 548 fl. 40 kr. à $4\frac{1}{2}\%$ in 5 Jahren?
 c) von 2380 fl. à $5\frac{1}{4}$ fl. in $2\frac{1}{2}$ Jahren?

55. Wie groß ist der Zins von 739·35 Drachmen à 5% in $2\frac{3}{4}$ Jahren?

56. Wie viel Zinsen geben
 a) 896 fl. à 4% in 6 Monaten?
 b) 2205 fl. à 6% in 4 Monaten?
 c) 10808 fl. à $6\frac{1}{2}\%$ in 2 Monaten?

57. Wie viel Zinsen geben
 a) 8345 Lire à 6% in 3 Monaten?
 b) $536\frac{7}{20}$ Pfd. Sterling à $5\frac{1}{4}\%$ in 1 Monate?

58. Wie viel Zinsen geben
 a) 1350 fl. à 6% in 72 Tagen?
 b) 4065 fl. à 4% in 123 Tagen?
 c) 2104 fl. à $5\frac{1}{4}\%$ in 182 Tagen?

Das Jahr wird zu 360 Tagen gerechnet.

59. Wie viel Zins tragen 1238 Rubel à $5\frac{3}{4}\%$
 a) in 1 Jahr? b) in 4 Monaten? c) in 1 Tage?

60. Wie viel Zins tragen 4088 fl. 40 kr. à $6\frac{3}{8}\%$
 a) in 1 Monate? b) in 10 Tagen? c) in 4 Tagen?

61. Wie viel Capital muß man anlegen, damit es zu $6\frac{1}{2}\%$ jährlich 308 fl. Zinsen trage?

Durch Schlüsse:

$5\frac{1}{2}$ fl. Zinsen gehören zu 100 fl. Cap.
1 fl. „ gehört „ 100 fl. : $5\frac{1}{2} = \frac{200}{11}$ fl. Cap.
308 fl. „ gehören „ $\frac{200}{11}$ fl. $\times$ 308 = 5600 fl. Cap.

oder:

$5\frac{1}{2}\%$ von dem Capital = 308 fl.
1 % d. i. $\frac{1}{100}$ von dem Capital = 308 fl. : $5\frac{1}{2}$ = 56 fl., daher das Capital selbst = 56 fl. $\times$ 100 = 5600 fl.

Nach der Proportion:

$x : 100 = 308 : 5\frac{1}{2}$; $x = 5600$ fl. Cap.

62. Welches Capital gibt zu 4% jährlich $32\frac{1}{2}$ fl. Zins?

63. Ein Haus trägt zu 5% 406 fl. Zinsen; welchen Werth hat es?

64. Wie groß ist ein Capital, dessen jährliche Zinsen à 5%
 a) 165·5 fl. b) 258 Mark 68 Pfenn. betragen?

65. Welches Capital bringt à $5\frac{1}{2}\%$ an jährlichen Zinsen
 a) 355·64 Francs? b) 139 Rubel 12 Kop.?

66. Wie groß ist ein Capital, welches zu 4% ausgeliehen in 4 Monaten 56 fl. Zinsen bringt?

67. Von welchem Capital betragen die monatlichen Zinsen à $5\frac{3}{4}\%$ 326 fl. 60 kr.?

68. Zu wie viel % ist ein Capital von 450 fl. ausgeliehen, wenn die jährlichen Zinsen 18 fl. betragen?

69. Ein Capital von 3445 fl. bringt jährlich 250 fl. 31 kr. Zins; zu wie viel % verzinset es sich?
70. Wie viel % trägt ein Haus, wenn es für 8340 fl. angekauft an Zinserträgniß 375 fl. 30 kr. gibt?
71. Welches ist der Zinsfuß von 6400 Mark Capital, das jährlich 288 Mark Zins trägt?
72. Die jährlichen Zinsen einer Staatsschuld von 25 Millionen Gulden betragen 1125000 fl.; wie groß ist der Zinsfuß?

---

73. Eine in Fässern enthaltene Waare wiegt sammt denselben 1540 Kilogr.; wie viel beträgt die Tara*) zu 5%?
74. Wie viel beträgt die Tara?
a) von 285 Kilogr. à 4%? b) von 958 Kilogr. à 10%?
c) von 2540 Pfd. à $9\frac{1}{2}$%? d) von 3175 Pfd. à 8%?
75. Wie viel beträgt die Tara von 5044 Kilogramm
a) à 3%? b) à $5\frac{1}{2}$%? c) à 12%?
76. Eine Sendung Feigen wiegt Brutto 735 Kilogr.; wie viel beträgt
a) die Tara zu 12%? b) das Nettogewicht?
77. Eine Waare wiegt Brutto 3780 Kilogr.; wie groß ist das Nettogewicht bei 3%, $5\frac{1}{2}$%, 8%, 12% Tara?
78. Wie viel kosten 6 Ballen Baumwolle Brutto 1180 Kilogr., Tara 6%, zu $107\frac{3}{4}$ fl. pr. Centner Netto?
79. Ein Kaufmann erhält eine Partie Caffee, gewogen Brutto 3244 Pfd., à 78 Pfennige pr. Pfd. Netto; wie groß ist der Waarenbetrag bei 2% Tara?
80. Auf 1950 Kilogr. Brutto werden 78 Kilogr. Tara bewilligt; wie viel % beträgt die Tara?
81. Das Brutto einer Waare war 7750 Kilogr., das Netto 6946 Kilogr.; zu wie viel % wurde die Tara genommen?
82. Jemand kauft für einen Kaufmann für 3054 fl. Waaren; wie viel beträgt seine Provision zu 2%? (§. 93.)
83. Wie groß ist die Provision zu 2%?
a) von 458 fl.? b) von 720 fl.? c) von 912 fl. 75 kr.?
d) von 1325 fl.? e) von 3912 fl.? f) von 1118 fl. 50 kr.?
84. Wie viel beträgt die Provision von 4760 fl.
a) zu $\frac{1}{2}$%? b) zu $\frac{5}{8}$%? c) zu $1\frac{1}{2}$%? d) zu $1\frac{3}{4}$%?
85. Ein Commissionär berechnet von einem Waarenbetrage von 2085 fl. $1\frac{2}{5}$ Provision; wie viel beträgt diese?
86. Ein Commissionär erhält 22 fl. 74 kr. als Provision für besorgte Waare im Betrage von 936 fl.; wie viel % beträgt die Provision?

---

*) Wenn eine Waare sammt dem Behältnisse, worin sie sich befindet, gewogen wird, so heißt dieses Gewicht das Brutto- oder Sporcogewicht; das Gewicht des Behältnisses wird Tara genannt und häufig in Procenten vom Bruttogewichte angegeben. Wenn man die Tara vom Bruttogewicht subtrahirt, so erhält man das reine oder Nettogewicht der Waare.

87. Wenn die Provision von einem Waarenbetrage à 2% 184 fl. 50 kr. beträgt, wie groß wäre die Provision à $2\frac{1}{2}$%?

88. Jemand besorgt den Einkauf von 3125 Kilogr. Caffee à 154 fl. pr. Ctr.; auf welchen Betrag wird die Rechnung gestellt werden, wenn die Provision 2% beträgt?

89. Ein Commissionär in Paris kauft Waaren um 8563 Francs 36 Centimes ein, berechnet 218 Francs Spesen und 2% Provision; wie groß ist der Betrag der Factura (Einkaufsrechnung)?

90. Jemand besorgt den Verkauf einer Waare im Betrage von 2085 fl. 25 kr.; wie viel verblieb dem Verkäufer nach Abschlag der Provision à $1\frac{3}{4}$%?

91. Wie viel kosten 2108 Kilogr. Brutto einer Waare, die Tara zu 9%, der Ctr. Netto zu 82 fl. 80 kr. und die Einkaufs-Provision zu $1\frac{7}{8}$% gerechnet?

92. Wie viel beträgt die Sensarie bei einem Waarenbetrage von 2640 fl. à $\frac{1}{2}$%? *)

93. Wie groß ist die Sensarie à $\frac{1}{2}$%
a) von 618 fl. b) von 506 fl. 58 kr.?
c) von 3096 fl.? d) von 2744 fl. 87 kr.?

94. Wie viel beträgt die Sensarie à $\frac{3}{4}$%
a) von 3865 Francs? b) von 708 Mark 65 Pfenn.?

95. Wie viel beträgt die Sensarie bei einem Wechselgeschäfte von 12845 fl. à 1‰?

96. Von einem Waarenbetrage von 1480 fl. zahlt man dem Sensal 9 fl. 25 kr.; zu wie viel % wurde die Sensarie berechnet?

97. Ein Sensal vermittelt den Einkauf von 1245 Kilogr. Zucker à 56 kr. und nimmt davon $\frac{1}{2}$% Sensarie; wie groß ist der ganze Belauf?

---

98. Wie groß ist die Versicherungsprämie von 5380 fl. à 2%?**)

99. Wie groß ist die Versicherungsprämie von 7850 fl.?
a) zu $\frac{1}{2}$%? b) zu $\frac{3}{8}$%? c) zu 1%? d) zu $1\frac{1}{2}$%?

100. Eine Waare wird im Werthe von 13750 fl. von Triest nach Alessandria gegen den Seeschaden zu $1\frac{3}{8}$% versichert; wie hoch beläuft sich die Assecuranzprämie?

101. Bei einer Feuer-Assecuranz-Gesellschaft wird ein auf 17800 fl. geschätztes Haus zu $1\frac{1}{2}$% versichert; wie viel beträgt die Prämie?

---

*) Zur Abschließung von Geschäften zwischen Kaufleuten desselben Ortes gibt es beeidete Personen, welche Sensale oder Mäkler heißen. Die Vergütung für ihre Mühe wird Sensarie oder Courtage genannt.

**) Gesellschaften, welche gegen eine bestimmte Gebühr den Schadenersatz für Unfälle und Verluste übernehmen, die durch den natürlichen Lauf der Dinge oder durch außerordentliche Ergebnisse herbeigeführt werden, nennt man Assecuranz-Gesellschaften; die Gebühr aber, welche ihnen für die Uebernahme der Schadenvergütung voraus bezahlt wird, heißt die Versicherungsprämie.

102. Ein Hauseigenthümer zahlte für sein Haus an eine Versicherungs-Gesellschaft 18 fl. 84 kr., wobei die Gesellschaft 1% des Realitätenwerthes gerechnet hat; wie groß ist letzterer?

103. Eine Waare wird in Triest mit 6800 fl. versichert; wie groß sind die Assecuranzkosten, wenn die Prämie $1\frac{1}{4}$%, die Sensarie 1‰ beträgt und die Polizze 1 fl. 60 kr. kostet?

104. Die kais. Ducaten hatten einen gesetzlichen Werth von 4 fl. 30 kr. C.-M.; wie viel betrug ein Ducaten bei 6% Agio?*).

105. Wie viel in Banknoten muß man für 860 fl. Silbergeld zahlen, wenn das Silber a) 1%, b) $1\frac{1}{2}$%, c) $2\frac{3}{4}$%, d) $3\frac{1}{8}$% Agio genießt?

106. Für 1350 fl. in Silber zahlt man 1458 fl. Banknoten; wie viel % Agio hat das Silber?

107. Jemand kauft um 928 fl. Waaren ein und gewinnt bei deren Verkaufe 12%, d. h. er nimmt für je 100 fl., die er beim Einkaufe auslegt, beim Verkaufe 112 fl. ein; wie viel beträgt a) der ganze Gewinn, b) die Verkaufssumme?

108. Eine Partie Flachs, welche im Einkaufe 600 fl. kostete, wurde mit 10 % Gewinn verkauft; wie viel beträgt der Gewinn?

109. Wie theuer wurde eine Waare mit 6% Gewinn verkauft, wenn der Einkaufspreis 795 fl. war?

110. 1 Ctr. Oel kostet im Einkaufe 84 Mark; wie theuer muß das Pfund verkauft werden, um 12% zu gewinnen?

111. Man kauft das Meter Tuch zu 5 fl. 25 kr., und will beim Verkaufe $15\frac{1}{2}$% gewinnen; wie theuer muß das Meter verkauft werden?

112. Um wie viel theurer muß ein Meter Tuch, welches im Einkaufe 3 fl. 48 kr. kostet, verkauft werden, damit man $12\frac{1}{2}$% gewinne?

113. Eine Waare wurde um 4250 fl. eingekauft und mit einem Gewinne von 340 fl. verkauft; wie viel % betrug der Gewinn?

114. Jemand kauft 166 Meter Tuch um 396 fl. und verkauft das Meter zu $4\frac{1}{2}$ fl.; wie viel gewinnt er a) im Ganzen, b) nach Procenten?

115. Jemand kauft das Meter Tuch zu 4 fl. 45 kr. und sieht sich genöthigt, das Tuch mit 4% Verlust zu verkaufen; a) wie viel verliert er an einem Meter? b) wie theuer verkauft er ein Meter?

116. Ein Getreidehändler kaufte um 1215 fl. Gerste und verkaufte bei $6\frac{2}{3}$% Gewinn das Hektoliter zu $4\frac{4}{5}$ fl.; wie viel Hektoliter hatte er gekauft?

117. Jemand kauft 27 Hektoliter Wein à $28\frac{3}{4}$ fl. und 32 Hektol. à $25\frac{2}{5}$ fl.; von dem ersten verkauft er das Liter zu 36 kr., von dem zweiten zu 32 kr.; wie viel % und wie viel in Gulden beträgt sein ganzer Gewinn?

118. Jemand kauft 34 Centner einer Waare für 1325 fl. in Silber, welches 3% Agio genießt, und verkauft jeden Ctr. für $5\frac{1}{4}$ fl. in Papiergeld; wie viel % gewinnt er?

---

*) Agio ist das Aufgeld, um welches eine Münze im Verkehre mehr gilt, als ihr gesetzlicher Werth beträgt.

Rechnung auf Hundert und in Hundert.

§. 95.

Aufgaben.

1. Wie groß ist der Ertrag von 1325 fl. à 6% auf Hundert, d. h. wie viel wird von 1325 fl. berechnet, wenn man von 106 fl. 6 fl. berechnet?

$$x : 6 = 1325 : 106;\ x = 75 \text{ fl.}$$

2. Wie groß sind die Erträge auf Hundert

a) von 694 fl. à 2%? b) von 923 fl. à 3%?
c) von 1314 fl. à 10%? d) von 3260 fl. à 5%?

3. Wie viel betragen $6\frac{1}{2}$% auf Hundert

a) von $2907\frac{5}{16}$ Mark? b) von $3544\frac{3}{4}$ Francs?

4. Jemand zahlte für eine ihm zu 5% geliehene Summe nach einem Jahre 3071 fl. 25 kr. an Capital und Zinsen zurück; wie viel betrugen hiebei die Zinsen?

5. Wie groß ist der Gewinn à 15% bei einer für 1860 fl. verkauften Waare?

6. Eine Waare kommt sammt 2% Einkaufs-Provision auf 3207 fl. 90 kr.; a) wie viel beträgt die Provision? b) wie groß ist der reine Waarenbetrag?

7. Von welcher Summe sind 90 fl. bei 5% auf Hundert erzielt worden, d. h., welche Summe ist zur Erzielung von 90 fl. nöthig, wenn zur Erzielung von 5 fl. eine Summe von 105 fl. nöthig ist?

8. Von welchen Summen sind die nachfolgenden Beträge gerechnet worden:

a) 78 fl. à 3%, b) 97·8 fl. à 6%,
c) $164\frac{3}{10}$ Lire à $8\frac{1}{3}$%, d) $681\frac{3}{4}$ Mark à $8\frac{2}{3}$%

auf Hundert?

9. Wie viel betragen folgende Summen nach Abzug der dabei bemerkten Procente auf Hundert:

a) 1825 fl. à 5%? b) 928 fl. à $12\frac{1}{2}$%?
c) 3645 Francs à 1%? d) 776 Mark à 3%?

10. Wie viel Procent auf Hundert betrug es, wenn statt 158 fl. nur $153\frac{3}{8}$ fl. gerechnet wurden?

11. Wie groß ist der Betrag von 1634 fl. zu 5% in Hundert, d. h. wie viel werfen 1634 fl. ab, wenn 95 fl. 5 fl. abwerfen?

$$x : 5 = 1634 : 95;\ x = 86 \text{ fl.}$$

12. Wie groß sind die Beträge in Hundert

a) von 2508 fl. à 18%? b) von 836 fl. à $8\frac{1}{2}$%?
c) von 7018 fl. à $2\frac{1}{2}$%? d) von $1601\frac{1}{5}$ Mark à $6\frac{1}{4}$%?

13. Wie viel betragen 582 fl. um 3% in Hundert vermehrt?

$$x : 100 = 582 : 97;\ x = 600 \text{ fl.}$$

14. Jemand zahlte für eine Schuld, von welcher ihm ein Nachlaß von 3% bewilligt wurde, 2913 fl. 60 kr.; wie groß war a) der nachgelassene Betrag, b) die Schuld?
15. Jemand erhält für seine verkaufte Waare nach Abzug von 2% Provision 2773 fl.; wie viel beträgt a) die Provision, b) die reine Verkaufssumme?
16. Von welcher Summe sind 90 fl. bei 5% in Hundert erzielt worden, d. i. welche Summe ist zur Erzielung von 90 fl. nöthig, wenn zu 5 fl. eine Summe von 95 fl. nöthig ist?

$$x : 95 = 90 : 5;\ x = 1710 \text{ fl.}$$

17. Von welchen Summen sind die nachfolgenden Beträge zu den beigesetzten Procenten in Hundert gerechnet worden:
    a) 300 fl. à 10%? b) $128\frac{1}{2}$ fl. à $11\frac{1}{4}$%?
    c) 130·2 Frcs. à $3\frac{1}{2}$%? d) $78\frac{1}{2}$ Mark à $1\frac{1}{2}$%?
18. Wie viel Procent in Hundert beträgt es, wenn von 5031 fl. berechnet werden 129 fl.?
19. Wie viel Procent in Hundert beträgt es, wenn man statt 937·5 fl. 1000 fl. berechnete?
20. Eine Waare wurde für 1860 fl. mit 15 % Verlust verkauft; wie groß ist der Verlust?
21. Bei einer Waarenbezahlung betrug der Abzug zu $3\frac{1}{4}$% $175\frac{1}{2}$ fl.; wie viel fl. zahlte der Käufer?
22. Wie viel Procent von Hundert sind a) 6% auf Hundert, b) 6% in Hundert?
23. Wie viel sind 4% a) von, b) auf, c) in Hundert von 660 fl.?
24. Von welcher Summe sind 4% a) von, b) auf, c) in Hundert gleich 20 fl.?
25. Wie viel Procent a) von, b) auf, c) in Hundert sind 20 fl. von 500 fl.?

---

26. Wie viel beträgt der Discont von 845 fl. à 2% a) auf Hundert, b) von Hundert?*)
27. Wie groß ist der Discont auf Hundert
    a) von 749 fl. à 4%? b) von 658 fl. à $4\frac{1}{2}$%?
    c) von 1234 fl. à 3%? d) von 3245 Francs à 2%?
28. Wie groß ist der Discont von Hundert
    a) von 815 fl. à 6%? b) von 913 fl. 24 kr. à $5\frac{1}{2}$%?
    c) von 3804·5 à 1%? d) von 2407 Mark à $\frac{1}{2}$%?
29. Eine nach 2 Monaten ohne Vergütung von Zinsen zahlbare Summe von 505 fl. wird mit 6% Discont auf Hundert pro anno, also mit 1% für 2 Monate sogleich bezahlt; wie viel beträgt a) der Discont, b) die contante Zahlung?

---

*) Wenn ein unverzinsliches Capital, ein Waaren- oder Wechselbetrag vor dem festgesetzten Zahlungstermine bezahlt wird, so wird dem Schuldner wegen der Vorausbezahlung ein angemessener Abzug bewilligt, welchen man Discont, Sconto (auch Rabatt) nennt. Wenn man den Discont von dem gegebenen Betrage subtrahirt, so zeigt der Rest die contante Zahlung an.

a) $x : 1 = 505 : 101$, b) Zahlung nach 2 Monaten 505 fl.
$x = 5$ fl. Discont. ab Discont 5 „
contante Zahlung 500 fl.

500 fl. contant geben sammt 6% Zins nach 2 Monaten 505 fl.

30. Von 505 fl., zahlbar nach 2 Monaten, wird bei contanter Zahlung 1 % für 2 Monate von Hundert nachgelassen; wie groß ist a) der Discont, b) die contante Zahlung?

a) 505 fl. à 1%
5·05 fl. Discont

b) Zahlung nach 2 Mon. 500 fl.
ab Discont 5·05 „
contante Zahlung 499·95 fl.

499·95 fl. cont. geben sammt 6% Zins nach 2 Mon. 504·9405 fl.

Soll der Discont in Recht und Billigkeit gegründet sein, so muß die contante Zahlung, vermehrt um die entsprechenden Zinsen bis zur Verfallszeit, genau das Schuldcapital geben. Hiernach ergibt sich aus den zwei letzten Aufgaben, daß der Discont richtig nicht von, sondern auf Hundert gerechnet werden müsse. Weil jedoch die Procentrechnung von Hundert bequemer ist, als jene auf Hundert und weil der Unterschied zwischen den Resultaten der beiden Berechnungsarten für kleinere Zeitabschnitte nur unbedeutend ist, so rechnen Kaufleute bei Waaren- und Wechselbeträgen, da es sich dabei gewöhnlich nur um einen kurzen Zeitraum handelt, den Discont immer nach der bequemeren Procentrechnung von Hundert.

In den folgenden Aufgaben wird daher bei Waaren- und Wechselbeträgen der Discont von Hundert zu berechnen sein.

31. Jemand kauft um 3227 fl. Waaren ein; wenn ihm nun ein Sconto von 3% bewilligt wird, wie viel muß er contant bezahlen?

3227 × 3
96·81 fl. = 96 fl. 81 kr.

Waarenbetrag 3227 fl.
ab Sconto 3% 96 fl. 81 kr.
contante Zahlung 3130 fl. 19 kr.

32. Wie viel beträgt die Barzahlung eines Waarenbetrages von 818 fl. nach Abzug von $1\frac{1}{3}$% Sconto?

33. Jemand kauft 738 Kilogr. Waare à $68\frac{2}{5}$ kr.; bei contanter Zahlung erhält er $3\frac{1}{2}$% Sconto; wie viel beträgt die Barzahlung?

34. Eine Wechselsumme von 780 fl. wird 2 Monate vor der Verfallzeit mit 5% discontirt; a) wie viel beträgt der Discont? b) wie viel hat der Käufer noch zu bezahlen?

Auf 2 Monate entfällt ein Discont von $\frac{5}{6}$%.

35. Ein Wechsel von 2379 fl., welcher den 15. October fällig ist, wird am 9. September mit 6% Discont verkauft; wie groß ist der discontirte Werth des Wechsels?

Bei der Bestimmung des Wechseldiscontos rechnet man die Monate zu so viel Tagen, als sie ihrer wirklich haben; den Zinsfuß aber bezieht man auf 360 Tage. Hier sind vom 9. Sept. bis 15. Oct. 36 Tage = $\frac{1}{10}$ Jahr; man wird daher $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$% Discont zu berechnen haben.

36. Bei einem Waarenbetrage werden wegen der contanten Zahlung 2% nachgelassen; wenn nun der Nachlaß $35\frac{1}{4}$ fl. beträgt, wie groß ist der Waarenbetrag?

37. Wenn der Ctr. einer Waare contant um 54·99 fl. verkauft wird, wie theuer muß er auf Zeit mit $2\frac{1}{2}$% Sconto verkauft werden?

38. In Lyon zahlt man für eine Partie Seidenwaaren 4309·47 Francs staat 4353 Francs; wie viel Procent Sconto wurden bewilligt?

39. Ein Waarenbetrag von 1280 fl., nach 40 Tagen zahlbar, wird contant mit 1267 fl. 20 kr. bezahlt; wie viel % Sconto pro anno wurde bewilligt?

40. Wie viel Procent fürs Jahr werden berechnet, wenn man 1750 Mark auf 36 Tage mit 7 Mark discontirt?

41. Wie groß ist der Discont von 6160 auf Hundert, wenn er von Hundert 246 fl. beträgt?

42. Für 1640 Mark wurden bei 5 % auf Hundert bar 1520 Mark gezahlt; nach welcher Zeit war diese Summe fällig?

43. Jemand bietet auf ein Haus 11820 fl. unter der Bedingung, daß er das Geld erst nach 3 Jahren zahlen werde; wie viel fl. ist das Anbot gegenwärtig werth, wenn man 5% Discont rechnet?

44. Wie viel beträgt eine Buchhändlerrechnung von 432 fl. 48 kr. nach Abzug von $12\frac{1}{2}$% Rabatt?

Der Rabatt, welchen Verlagsbuchhändler dem Sortimentsbuchhändler auf den Ladenpreis der Bücher bewilligen, ist die Vergütung, welche der Sortimentsbuchhändler für die Spesen und Mühe hat, die ihm sein Geschäft verursacht. Der Buchhändler-Rabatt wird stets von Hundert gerechnet.

45. Wie viel beträgt der Rabatt à 25% bei einer Bücherrechnung a) von 650 fl. 45 kr., b) von 743 Mark 18 Pfennigen?

46. Der Nettopreis eines Buches ist 4 Mark 60 Pfenn.; wie hoch wird der Ladenpreis sein, wenn der Verleger 25% Rabatt gewährt?

47. Wie groß ist eine Buchhändlerrechnung, von welcher man à $33\frac{1}{3}$ % einen Rabatt von 128 fl. 24 kr. gerechnet hat?

48. Wie viel % beträgt der Rabatt, wenn der Ladenpreis für 1 Exemplar 12 Mark 40 Pfenn. ist und 30 Exemplare mit 279 Mark Netto bezahlt werden?

49. Eine Verlagshandlung ließ von einem Buche, dessen Verfasser sie 600 fl. Honorar zahlte, 2000 Exemplare drucken; das Buch wurde 15 Bogen stark und der Bogen kam ihr an Papier- und Druckkosten auf 35 fl. Wie viel verdiente sie an dieser Auflage, wenn der Preis des Buches auf 1 fl. 40 kr. gestellt und den Sortimentshandlungen 25% Rabatt gewährt wurde?

---

50. Das Meter ist um $28\frac{3}{5}$ % länger als die Wiener Elle; wie viel Meter sind $112\frac{1}{4}$ Wiener Ellen?

51. Die schwedische Elle ist um $5\frac{5}{7}$% kürzer als die dänische; wie viel schwedische Ellen betragen 250 dänische?

52. Den Arbeitern einer Fabrik wurde eine Lohnerhöhung von 15% zugestanden; dann erhielten 80 Arbeiter zusammen täglich 134 fl. 40 kr. Wie groß war der tägliche Lohn eines Arbeiters vor der Lohnerhöhung?

53. Jemand bezahlt für $3\frac{1}{2}$% Zuschlag zu seinem Miethzinse jährlich 14 fl.; wie viel hat er an jährlicher Miethe sammt Zuschuß zu leisten?

54. Wie viel muß man heute gegen 6 % ausleihen, damit man nach 3 Jahren sammt Zinsen 1475 fl. zurück erhalte?

55. Wie groß ist bei 5% Zinsen der gegenwärtige Werth von 100 fl., zahlbar a) nach 1 Jahre, b) nach 2 Jahren, c) nach 6 Monaten? (Auf Hundert.)

56. Welches ist der gegenwärtige Werth einer nach $2\frac{1}{2}$ Jahren fälligen Forderung von 2000 fl. à 5% Discont pro anno?
57. Für ein Haus finden sich zwei Käufer, von welchen der erste 13500 fl. sogleich, der andere aber 15000 fl. nach 6 Monaten, oder gegen 6% Discont sogleich zu zahlen verspricht; welches Anbot ist für den Käufer günstiger?
58. Durch Abzug von $4\frac{1}{6}$% auf Hundert hat sich ein Betrag auf 650 fl. vermindert; wie groß war der ursprüngliche Betrag?
59. Eine nach $3\frac{3}{4}$ Jahren zu zahlende Schuld wird bei 4% Discont mit 1080 Mark contant abgetragen; wie hoch beläuft sich dieselbe?
60. Wie groß ist das Capital, welches nach Abzug von 4% Discont für 72 Tage 15 fl. contant betragen hat?

Welcher Theil des Jahres sind 72 Tage? Wie viel % Discont sind also für 72 Tage zu rechnen? Wenn nun $100\frac{4}{5}$ fl., nach 72 Tagen zahlbar, 100 fl. contant geben, welche Summe gibt einen contanten Werth von 1500 fl.?

61. Eine Schuld von 980 fl., zahlbar nach 6 Monaten, wird sogleich mit 931 fl. getilgt; wie viel % Discont rechnet man?
62. Wie viel % beträgt der Discont, wenn nach Abzug von $9\frac{3}{4}$ fl. Discont für 45 Tage 1200 fl. bezahlt worden sind?
63. Jemand soll 345 fl. Steuer zahlen, wobei ihm 3% Nachlaß bewilligt werden; wie viel hat er zu entrichten?
64. Wie viel muß man für 345 fl. Steuer sammt einem Zuschusse von 3% zahlen?
65. Jemand zahlte für eine Steuer, bei welcher ihm 4% nachgelassen werden, 398 fl. 40 kr.; wie viel Steuer war ihm berechnet worden?
66. Für eine Steuer sammt 4% Zuschuß wurden 468 fl. bezahlt; wie groß war der eigentliche Steuerbetrag?
67. Wie viel beträgt der in dem Verkaufspreise von 788 fl. enthaltene Gewinn à 6%?
68. Für eine mit 3% Verlust verkaufte Waare werden 520 fl. gelöst; wie groß ist a) der Verlust, b) der Einkaufspreis?
69. Wenn man eine Waare für 150 fl. verkauft, so verliert man 10%; wie theuer muß man sie verkaufen, um 5% zu gewinnen?
70. Beim Verkauf einer Waare zu 462 fl. gewinnt man $16\frac{2}{3}$%; wie viel % gewinnt man, wenn sie für 420 fl. verkauft wird?
71. Ein Kaufmann erhielt für eine Waare nach Abzug von $2\frac{1}{2}$% Kosten einen Betrag von $6676\frac{4}{5}$ Francs; wie groß waren die Kosten?
72. Wenn das Kilogr. einer Waare mit Einschluß von 10% Spesen und 12% Gewinn mit 45·5 kr. verkauft wurde, wie viel hat es im Einkaufe gekostet?
73. Wie viel darf ein Kaufmann beim Einkaufe für 1 Ctr. zahlen, wenn er 2% Provision geben muß und das Kilogramm mit 10% Gewinn für 60 kr. verkaufen will?

V. Wiederholungsaufgaben über die Verhältnißrechnungen.

§. 96.

1. Wie viel muß man für $3\frac{3}{4}$ Ar Landes bezahlen, wovon $5\frac{2}{5}$ Ar $52\frac{7}{10}$ fl. kosten?
2. Ein Kaufmann gewinnt bei einem Kilogr. Caffee 16 kr. oder 10%; wie theuer hat er den Centner eingekauft?
3. Wie viel Zinsen geben jährlich $749\frac{3}{4}$ fl.
 a) à $4\frac{1}{2}$%? b) à $5\frac{3}{4}$%? c) à 6%?
4. Welches Capital gibt zu $5\frac{1}{2}$% jährlich 189 fl. Zinsen?
5. Zu wie viel % muß ein Capital von 3127 fl. angelegt werden, damit es jährlich 125 fl. 10 kr. Zinsen trage?
6. Wie viel kostet das Kilogr. feinen Goldes, wenn das Kil. 900haltigen Goldes 1208 fl. kostet?
7. $111\frac{1}{9}$ griechische Drachmen betragen 45 fl. ö. W.; wie viel Gulden ö. W. sind 2085 Drachmen?
8. Ein Acker von $55\frac{1}{2}\square^m$ Fläche wird mit $8\frac{2}{5}$ fl. bezahlt; wie hoch kommt zu demselben Preis ein Hektar Ackergrund?
9. Aus einer Oeffnung fließen in $4\frac{1}{2}$ Minuten $98\frac{1}{4}$ Liter Wasser; wie viel Liter fließen aus der nämlichen Röhre in 45·2 Minuten?
10. Zur Tapezierung eines Zimmers braucht man 28 Rollen Tapeten von 45^{cm} Breite; wie viel Rollen von gleicher Länge sind dazu erforderlich, wenn die Tapeten nur 42^{cm} breit sind?
11. Welche Strecke wird eine Locomotive bei gleichmäßiger Bewegung in 4 Stunden 24 Minuten durchlaufen, wenn sie in 2 Stunden 15 Minuten eine Strecke von 69^{Km} 274^m zurücklegt?
12. Ein senkrecht in die Erde gesteckter Stab von $1\frac{2}{5}^m$ Länge wirft einen $2\frac{7}{10}^m$ langen Schatten; wie hoch ist ein Thurm, welcher zu derselben Zeit einen Schatten von $30\frac{1}{4}^m$ Länge wirft?
13. Von zwei Röhren füllt die eine einen Wasserbehälter in 2 Stunden 48 Minuten, die andere in 1 Stunde 51 Minuten; wenn nun die zweite Röhre stündlich 8·35 Hektoliter Wasser liefert, wie viel liefert die erste in 1 Stunde?
14. A hat an B 900 fl. auf 5 Monate geliehen und zwar ohne Zinsen; wie lange muß B an A einen Betrag von 1250 fl. borgen, damit jene Gefälligkeit ausgeglichen werde?
15. Wie viel Zinsen gibt ein Capital in $2\frac{3}{8}$ Jahren, wenn es in $4\frac{1}{2}$ Monaten 12 fl. 48 kr. trägt?
16. Ein Holzhändler kauft für $918\frac{2}{5}$ fl. Holz und verkauft dasselbe für $1007\frac{3}{4}$ fl.; wie viel % gewinnt er beim Verkaufe?
17. Ein Buchhändler erhält aus Leipzig für 384 Mark 60 Pfenn. Bücher; wie viel beträgt die Zahlung bei $33\frac{1}{3}$% Rabatt?
18. Was ist theurer: 28 Meter für 89·04 fl., oder 35 Meter desselben Stoffes für 112·35 fl.?

19. Der Reinertrag einer Verkaufsrechnung betrug nach Abzug von $2\frac{1}{4}$% Spesen 3448 fl.; für wie viel fl. war die Waare verkauft worden?

20. Statt einer Summe von $748\frac{3}{5}$ fl., zahlbar nach 4 Monaten, werden $733\frac{3}{10}$ fl. bar bezahlt; wie viel % beträgt der Discont?

21. Ein am 15. October zahlbarer Wechsel pro 928 fl. wird am 2. September zu 6% pro anno discontirt; wiel viel beträgt der Discont?

22. In wie viel Kilogr. 720haltigen Silbers ist eben so viel feines Silber enthalten als in $5\frac{2}{4}$ Kilogramm 940haltigen Silbers?

23. Zu 12 Kilogr. 850tausendtheiligen Silbers nimmt man 3 Kilogr. Kupfer; wie fein wird die Legirung sein?

24. Wie viel Silber wird man für $4\frac{5}{8}$ Kilogr. Gold erhalten, wenn sich das Silber zum Golde dem Preise nach wie 1 zu $15\frac{1}{2}$ verhält?

25. Das Kilogramm Münzgold von 900 Tausendtheilen Feingehalt wird in den Münzstätten Frankreichs zu dem festen Preise von 3094 Francs angenommen; wie viel wird demnach für das Kilogramm fein Gold gerechnet?

26. 375 Stück neue österr. Zwanziger enthalten $\frac{1}{2}$ Kilogr. feinen Silbers, der Feingehalt ist 0·5; wie viel Kilogr. wiegt eine Post von 750 Zwanzigern?

27. Der Nahrungsgehalt der Kartoffeln verhält sich zu jenem der Runkelrüben wie $16\frac{7}{10}$ zu $10\frac{3}{4}$; wie viel Kilogr. Runkelrüben haben den gleichen Nahrungsstoff wie 100 Kil. Kartoffeln?

28. Wie viel Hektoliter Korn bekommt man für $36\frac{5}{8}$ Hektol. Weizen, wenn man für 3 Hektol. Weizen $4\frac{3}{4}$ Hektol. Korn erhält?

29. Von 531 10jährigen Menschen erreichen im Durchschnitt 491 das 20ste Lebensjahr; wie viel % sterben in dem Alter von 10 bis 20 Jahren?

30. Böhmen hatte im Jahre 1780 2561794, und im Jahre 1870 5140156 Einwohner; um wie viel % hat die Bevölkerung Böhmens in dieser Zeit zugenommen?

---

31. Eine Festung hat 6800 Mann Besatzung und ist mit Lebensmitteln auf $6\frac{1}{2}$ Monate versehen; wie viel Mann müssen abziehen; damit jener Vorrath auf $8\frac{1}{3}$ Monate ausreiche?

32. Ein Körper legt in 81 Secunden 672·3^{m} zurück; wie viel Zeit braucht er zu einer 215·8^{m} kürzeren Strecke?

33. Es kauft Jemand zwei Sorten Caffee; 4 Kilogr. der ersten Sorte kosten 7 fl. 36 kr. und 6 Kil. der zweiten Sorte kosten 10 fl. 56 kr.; wie verhalten sich die Preise beider Sorten?

34. Für eine Waare, welche im Einkaufe 1740 fl. kostete, wurden wegen der Provision 1770 fl. 45 kr. gezahlt; wie viel % betrug die Provision?

35. Jemand kauft zwei Fässer Wein von gleicher Güte, zusammen 29 Hektol. 26 Liter; das erste Faß enthält 15 Hektol. 66 Liter und kostet $391\frac{1}{2}$ fl.; wie viel kostet der im zweiten Fasse enthaltene Wein?

36. Eine Waare, welche 4192 Kilogr. Brutto wog, wurde mit 880 fl. bezahlt; wie theuer kommt der Ctr. Netto, wenn man $16\frac{2}{3}$ % Tara rechnet?

37. Jemand erhält beim Verkaufe einer Waare 5730 fl. und verliert dabei $4\frac{1}{2}$%; wie viel hat die Waare beim Einkaufe gekostet?

38. Wie lange hatten 364 fl. Capital ausgestanden, damit sie so viel Zinsen gaben, als man von 390 fl. Capital in $9\frac{1}{2}$ Monaten bekam?

39. Wenn 8205 fl. in einer gewissen Zeit $765\frac{4}{5}$ fl. Zinsen tragen, welches Capital trägt in derselben Zeit $193\frac{3}{20}$ fl. Zinsen mehr?

40. Wie viel fl. Capital muß man zu 5% anlegen, damit man in einer gewissen Zeit eben so viel Zinsen einnehme, als von 3775 fl. zu 4%?

41. Ein Capital gibt in einer gewissen Zeit zu 6% 508·24 fl. Zinsen; wie viel Zinsen gibt es in derselben Zeit a) zu $4\frac{3}{4}$%, b) zu $5\frac{5}{8}$%, c) zu $6\frac{3}{8}$%?

42. Beim Mahlen des Roggens rechnet man 84% Mehl und 4% Kleien; wie viel Mehl und wie viel Kleien erhält man von $472\frac{1}{2}$ Kilogr. Roggen.

43. Bei einer Concursmassa betragen die Activa 37500 fl., die Passiva 210000 fl.; wie viel Procent erhalten die Gläubiger, wenn die Vertheilung unter alle gleichmäßig erfolgen soll?

44. In einer Maschine greifen zwei Räder in einander, das erste hat 4^{dm}, das andere 6^{dm} im Durchmesser; wie oft hat sich das zweite gedreht, wenn sich das erste 120mal umgedreht hat?

45. Jemand will einen Acker, welcher $74\frac{2}{5}^{m}$ lang und $19\frac{1}{4}^{m}$ breit ist, um $3\frac{3}{4}^{m}$ schmäler machen; um wie viel länger muß dann der Acker ausfallen, damit er den ursprünglichen Flächeninhalt erhalte?

46. Jemand zahlte für auf der Eisenbahn beförderte Waaren 1 fl. 20 kr. an Assecuranz; für welchen Betrag wurden die Waaren versichert, die Assecuranz zu $\frac{1}{2}$‰ gerechnet?

---

47. Wie viel Zinsen trägt ein Capital von 2896 zu $5\frac{1}{2}$% in 2 Jahren 6 Monaten 25 Tagen?

48. In 5 Jahren 8 Monaten hatte Jemand von einem bestimmten Capitale $256\frac{2}{5}$ fl. Zinsen erhalten; wie viel betrug der Zins dieses Capitals in $3\frac{1}{2}$ Jahren?

49. Welches Capital gibt in 1 Jahre 8 Monaten eben so viel Zinsen als $3715\frac{1}{2}$ fl. in 2 Jahren 4 Monaten?

50. Jemand sollte nach 8 Monaten 3000 fl. zahlen; bei contanter Zahlung wird ihm ein Discont von 6% pro anno gewährt; wie viel beträgt die contante Zahlung a) beim Discont auf Hundert, b) von Hundert?

51. Ein Maurermeister forderte zu einem Baue 15000 Ziegel, zu $\frac{4}{5}$ Cub.^{dm} groß; nachdem er 9600 solche Ziegel erhalten, können ihm nur Ziegel von $\frac{7}{10}$ Cub.^{dm} geliefert werden; wie viel solche Ziegel muß man ihm noch geben?

52. Ein Herr versprach seinem Bedienten jährlich ein Kleid und 144 fl.; nach 3 Monaten wird der Bediente entlassen und erhält das Kleid und noch 18 fl.; wie hoch wurde ihm das Kleid angerechnet?

53. Die jährliche Eisenproduction Oesterreichs beträgt durchschnittlich 277400 Tonnen; hieran hat Steiermark mit 102500 Tonnen den größten Antheil; mit wie viel % ist Steiermark an der angeführten Eisenproduction betheiligt?

54. Die Bevölkerung einer Stadt, welche in der Zeit vom Jahre 1840 bis 1870 um 49% zugenommen hat, betrug im Jahre 1870 28032 Einwohner; wie groß war die Volkszahl jener Stadt im Jahre 1840?

55. Die Erde legt in ihrer Bewegung um die Sonne in einem Jahre von 365·24222 Tagen 129626823 geogr. Meilen zurück; wie viel Zeit braucht sie, um 1719 geogr. Meilen, welche Strecke ihrer großen Axe gleich ist, zurückzulegen?

56. Ein Kaufmann kann das Kilogr. Caffee für 1 fl. 72 kr. verkaufen; wie theuer darf er das Kilogr. einkaufen, wenn er 12% gewinnen will?

57. Bei einer um 80 fl. pr. Ctr. eingekauften Waare werden 12% gewonnen; wie viel Procent werden gewonnen, wenn man bei demselben Verkaufspreise den Ctr. um 5 fl. theurer einkauft?

58. Jemand kauft eine Waare um 3500 Francs; wie theuer muß er sie nach 6 Monaten verkaufen, wenn er die Zinsen zu $\frac{1}{2}$% monatlich berechnet und 12% gewinnen will?

59. Einem Tuchhändler kommen 4 Stück Tuch à 30 Meter beim Einkaufe auf 512 fl.; wie theuer muß er das Meter verkaufen, wenn er dabei 15% gewinnen will?

60. A und B treten zu einem Geschäfte zusammen und legen 12000 fl. ein; wenn nun A 7000 fl. eingelegt hat und das Geschäft einen Gewinn von 960 fl. abwirft, wie viel gewinnt A, wie viel B?

61. Zu einem Geschäfte gibt A 3500 fl., B 5250 fl., C 6750 fl. und D 4500 fl.; der Gesammtgewinn beträgt 1920 fl.; wie viel erhält jeder?

62. Wie hoch kommen 8 Fässer Honig, gewogen 2538 Kilogr. Brutto, wenn die Tara zu 12% und der Ctr. Netto zu 64 fl. 45 kr. gerechnet wird?

63. Die neuen österr. Zehner haben ein Feingehalt von 400 Tausendtheilen und ein Gewicht von 1$\frac{2}{3}$ Gramm; wie viel feines Silber ist in einem solchen Münzstücke?

64. Jemand kaufte eine Partie alter Silbermünzen, welche 2·348 Kilogr. wiegen und 875 Tausendtheile Feingehalt haben; wie viel sind dieselben werth, wenn das Kilogr. fein Silber zu 89 fl. gerechnet wird?

65. Ein Wiener kauft einen Wechsel auf Paris über 2705 Francs 40 Cent. im Curse zu 47·50 (100 Francs = 47·50 fl. ö. W.); wie viel in ö. W. muß er dafür bezahlen?

66. Ein Triester Kaufmann hat in Hamburg 3182 Mark zu fordern; wie viel fl. ö. W. wird er dafür beziehen, wenn der Curs auf Hamburg 58·25 ist? (100 Mark = 58·25 fl. ö. W.)

---

67. Jemand ist an A 500 fl., an B 700 fl., an C 400 fl., an D 300 fl. schuldig, er hat aber nur 1710 fl. im Vermögen; wie viel erhalten die Gläubiger nach Verhältniß ihrer Forderung?

68. Ein Vorrath von Lebensmitteln reicht für 207 Personen 54 Tage lang; von demselben werden 243 Personen 29 Tage lang verpflegt; wie lange reicht der Rest für 324 Personen?

69. Wie viel Ziegelsteine von 29^{cm} Länge, 12^{cm} Breite und 4^{cm} Dicke gehen auf ein $Cub.^{m}$, wenn die Fugenweite zu 9^{mm} angenommen und für Bruch und Abgang $9\frac{1}{2}$ % gerechnet wird?

70. Zwei Schreiber haben die gleiche Arbeit vor; der erste vollendet sie in $5\frac{1}{4}$ Tagen, wenn er täglich $9\frac{3}{4}$ Stunden schreibt; der zweite ist jedoch im Stande, 5 Bogen zu schreiben, während der erste 4 schreibt, dagegen schreibt er täglich nur $8\frac{1}{2}$ Stunden. In wie viel Tagen wird der zweite Schreiber mit dieser Arbeit fertig werden?

71. Jemand kauft 34 Ctr. einer Waare für 1325 fl. ö. W. in Silber, welches 3% Agio hat, und verkauft das Kilogr. für 54 kr. ö. W. Papiergeld; wie viel % gewinnt er?

72. Eine Waare wird für 2128 fl. eingekauft und nach 4 Monaten für 2540 fl. verkauft; wie viel % gewinnt man, wenn dabei noch 114 fl. unverzinsliche Spesen vorkamen, und wenn eine monatliche Zinsenvergütung zu $\frac{1}{2}$% stattfinden soll?

73. Ein Waarensensal unterhandelt eine Partie Waaren im Betrage von 2181 fl. 7 kr. und berechnet die Sensarie, welche zur Hälfte vom Verkäufer, zur Hälfte vom Käufer gezahlt wird, zu $1\frac{1}{4}$%; a) wie viel hat der Käufer für die Waare zu bezahlen, b) wie viel erhält der Verkäufer?

74. Wenn 948 Pfund $18\frac{1}{3}$ Schill. Sterling in Frankfurt a. M. mit 21257 Mark bezahlt werden, wie viel betragen 10 Pfd. Sterling?

75. 100 Stück Silberrubel wiegen 5 Pfd. 6 Solotnik und sind von der Probe $83\frac{1}{3}$, d. h. in 96 Theilen sind $83\frac{1}{3}$ Theile feines Silber; wie viel feines Silber enthalten sie?

76. Wie viel Tausendtheile Feingehalt haben die russischen Halbimperialien, da auf 1 Kilogramm fein Gold gesetzlich 166·703 Stück gehen und 152·712 Stück ein Kilogramm wiegen?

77. Wie viel Achtguldenstücke sind gleich 1 nordamerikanischen Goldadler (Eagle), da 1 Achtguldenstück 5·80645 Gramm feines Gold enthält, 1 Adler 16·7183 Gramm wiegt und $\frac{9}{10}$ fein ist?

78. Zu wie viel % ist ein Capital ausgeliehen, welches jetzt 180 fl. Zinsen bringt, während es früher à 5 % einen Zinsenertrag von 200 fl. ergab?
79. Ein Capital ist sammt Zinsen à 5 % in 6 Jahren auf 455 fl. angewachsen; wie groß war das Capital?
80. Jemand hat drei Capitalien ausgeliehen: 541 fl. zu $4\frac{1}{2}$ %, 853 fl. 80 kr. zu 5 %, 1356 fl. zu $6\frac{1}{4}$ %; welches Capital müßte er zu $5\frac{1}{2}$ % ausleihen, um eben so viel jährliche Zinsen zu erhalten?
81. Von drei gleichen Capitalien, von denen das eine zu $4\frac{1}{2}$ %, das zweite zu 5 %, das dritte zu $5\frac{1}{2}$ % ausgeliehen ist, erhält man jährlich 1240 fl. Zins; wie groß ist jedes Capital?
82. Ein Wechsel über 4508 fl. wird 15 Tage vor der Verfallszeit zu 6 % pro anno discontirt: wie viel ist dafür zu zahlen?
83. Zu wie viel Procent auf Hundert war discontirt, wenn statt 2500 fl., zahlbar nach 2 Jahren, nach 9 Monaten 2325 fl. 58 kr. gezahlt wurden?
84. A kaufte eine Rudolphsbahnactie im Nominalwerthe von 200 fl. für 125 fl.; zu wie viel Procent verzinset sich sein Capital, wenn für die Actie halbjährig 5 fl. Zinsen in Silber gezahlt werden und das Silberagio auf 3 % steht?

---

85. Ein Pferdehändler hat für 28 Pferde auf $5\frac{2}{3}$ Monate Futter; wenn er nun nach $1\frac{2}{3}$ Monaten auf einmal 12 Pferde verkauft, wie lange wird das Futter für die übrigen Pferde ausreichen?
86. Den 5ten Theil eines Grabens haben 22 Arbeiter in $35\frac{3}{4}$ Tagen gemacht; wenn nach dieser Zeit 6 Arbeiter entlassen werden, in wie viel Tagen werden die übrigen das Fehlende zu Stande bringen?
87. Eine Arbeit konnte von 15 Arbeitern in 10 Tagen gefertigt werden; nach 3 Tagen verließen 3 Arbeiter, und nach folgenden 5 Tagen wieder 3 Arbeiter die Arbeit; in wie viel Tagen wird sie beendigt?
88. Eine Maschine kostet in England 840 Pfd. Sterling, die Transportkosten bis Triest betragen 24 % vom Werthe der Maschine; wie theuer stellt sich diese in Triest, wenn 1 Pfd. Sterl. = 11 fl. 85 kr. ö. W. ist?
89. Die neue deutsche Reichsgoldmünze ist das Zehnmarkstück, wovon $139\frac{1}{2}$ aus 1 Pfund (500 Gramm) feinen Goldes geprägt werden; wie viel fl. ö. W. in Silber ist ein Zehnmarkstück werth, da aus 1 Pfund $\frac{9}{10}$ feines Gold $77\frac{1}{2}$ österr. Achtguldenstücke ausgebracht werden, und ein Achtguldenstück $8\frac{1}{10}$ fl. ö. W. in Silber gilt?
90. Auf einem Hause lasten zwei Schuldcapitalien, welche zusammen jährlich mit 640 fl. verzinst werden; von dem einen Capital, welches 6000 fl. beträgt, bezahlt man 4 %, von dem andern dagegen 5 %; wie groß ist das zweite Capital?

91. Jemand leiht ein Capital von 3700 fl. zu $5\frac{1}{2}$ % aus, wovon er selbst einen Theil zu 4 % aufgenommen hat; wie groß ist der ihm gehörende Theil des Capitals, wenn er einen jährlichen Zinsüberschuß von $154\frac{1}{2}$ fl. hat?

92. Jemand nimmt ein Capital von 2380 fl. zu $4\frac{1}{2}$ % auf und leiht davon 1400 fl. zu $5\frac{1}{2}$ % aus; zu wie viel Procent muß er den anderen Theil unterbringen, um einen jährlichen Zinsüberschuß von 14 fl. 35 kr. zu haben?

93. Das Baucapital eines Hauses ist 28500 fl.; die Zinsen für eine darauf haftende Hypothek von 8000 fl. sind mit $4\frac{1}{2}$ % zu vergüten; die jährlichen Abgaben betragen $651\frac{4}{5}$ fl.; für Reparaturen sind 130 fl. jährlich in Anschlag zu bringen. Wenn nun der jährliche Miethzinsbetrag 1800 fl. ist, zu wie viel % verzinset sich das Capital?

94. Wie viel Cubikmeter messen 3 Kisten, jede 2^{m} lang, $1{\cdot}25^{m}$ breit und $1{\cdot}16^{m}$ hoch und wie viel beträgt die Fracht davon à $24\frac{3}{4}$ fl. pr. 3·5 Cubikmeter?

95. Wie hoch sind die Assecuranzkosten von einer Waare, welche mit 7600 fl. versichert wird, wenn die Assecuranzprämie in $1\frac{1}{8}$ %, die Sensarie 1 ‰, die Provision $\frac{1}{2}$ % beträgt und die Polizze 2 fl. kostet?

96. Ein Wiener Kaufmann verkauft für einen Triester 6 Fässer Tafelöl, Brutto 5258 Kilogr., Tara 16 %, zu 84 fl. pr. Ctr. Netto; wie viel ist der reine Ertrag davon, wenn die Provision mit $1\frac{3}{4}$ % berechnet wird?

97. Ein Triester kauft in Amsterdam 3214 Pfd. Caffee und bezahlt das Pfd. mit $\frac{3}{5}$ fl. holländisch; die Spesen betragen 20 %; wie viel fl. ö. W. muß er bezahlen, wenn 100 fl. holl. = 98 fl. ö. W. gerechnet werden?

98. Für eine Waare, welche Brutto 975 Kilogr. wiegt, hat ein Kaufmann 1198 fl. 8 kr. bezahlt, die Tara beträgt 4 %; wie theuer muß er das Kilogr. verkaufen, um $12\frac{1}{2}$ % zu gewinnen?

99. Ein Triester Handelshaus besorgt für einen Grazer Kaufmann 2465 Kilogr. Caffee à 158 fl. 40 kr. pr. Ctr. und berechnet 11 fl. 68 kr. Spesen, $\frac{1}{2}$ % Sensarie und 2 % Provision; wie hoch beläuft sich die Forderung des Triester Hauses?

100. A erhielt 5 Kisten einer Waare, von denen jede 82 Kilogr. Brutto wog, gegen 12 % Tara, zu dem Einkaufspreise von $\frac{3}{5}$ fl. pr. Kilogr. Netto; wenn nun die Waare mit $11\frac{3}{4}$ % Gewinn wieder verkauft wurde, wie groß war der ganze Gewinn?

Anhang.

Uebersicht der wichtigsten Maße, Gewichte und Rechnungsmünzen.

Es gibt Zeit- und Raumgrößen.

Bei den Messungen im Raume ist erstlich das Winkel- und Bogenmaß zu berücksichtigen.

Die Bestimmung der übrigen Raumgrößen geschieht auf eine dreifache Art: einige derselben werden nach ihrer Ausdehnung im Raume gemessen, man bedient sich dazu der Maße im engeren Sinne des Wortes; andere werden nach dem Gewichte bestimmt, d. i. nach der Größe des Druckes, den sie vermöge der Schwere auf eine Unterlage ausüben; noch andere bestimmt man nach der Anzahl der einzelnen Stücke, man nennt sie darum Stückgüter. Die Maße selbst werden in Längen-, Flächen- und Körpermaße unterschieden.

Der allgemeine Werthmesser für die verschiedenen Güter im Handel und Wandel ist das Geld. Zur Benutzung als Geld eignen sich ganz besonders die Metalle und vorzugsweise die edlen.

Metallstücke von bestimmter Form und bestimmtem Gewichte, mit Schrift, Wappen, Namen und Bildniß des Prägeherrn versehen, werden Münzen genannt.

Der Werth einer Münze hängt von dem Metalle, woraus sie geprägt ist, von der Feinheit dieses Metalles und dem Gewichte ab.

Das ganze Gewicht einer Münze wird das Schrot, das Gewicht des darin enthaltenen feinen Goldes oder Silbers das Korn genannt. Den Feingehalt einer Münze bestimmt man durch die Angabe der in einer bestimmten Mischung enthaltenen Theile feinen Goldes oder Silbers.

Die gesetzliche Bestimmung über das Gewicht und den Feingehalt einer Münze heißt der Münzfuß.

Münzen, welche nach dem festgesetzten Münzfuße eines Landes ausgeprägt sind, heißen Courantgeld. Jene Münzen, welche die kleineren Unterschiede in Zahlungen auszugleichen bestimmt sind, nennt man Scheidemünzen; sie sind von Kupfer oder auch von Silber, jedoch allezeit geringhaltiger, als sie verhältnißmäßig zu ihrem Werthe sein sollen.

Wenn der Werth von Gold- oder Silbermünzen oder von einer Rechnungswährung in einer andern Währung bestimmt werden soll, so wird dabei entweder auf den inneren Gehalt an Gold und Silber Rücksicht genommen, oder ein veränderlicher, von mancherlei Umständen abhängiger Werth, den man Curs nennt, zu Grunde gelegt.

I. Zeit- und Bogenmaße.

§. 98.

Die Zeit wird nach Jahren, Monaten, Wochen, Tagen u. s. w., und zwar nach folgender Eintheilung bestimmt:

1 Jahr	hat 12 Monate,	1 Tag	hat 24 Stunden,
1 Monat	„ 30 Tage,	1 Stunde	„ 60 Minuten,
1 Woche	„ 7 „	1 Minute	„ 60 Secunden.

In der Zinsrechnung wird zwar gewöhnlich der Monat zu 30 Tagen, und somit das Jahr zu 12mal 30, d. i. 360 Tagen angenommen; in der Wirklichkeit aber hat ein gemeines Jahr 365, ein Schaltjahr 366 Tage; eben so haben die Monate eine ungleiche Anzahl von Tagen, und zwar:

Jänner	31 Tage	Juli	31 Tage
Februar	28 „	August	31 „
im Schaltjahr	29 „	September	30 „
März	31 „	October	31 „
April	30 „	November	30 „
Mai	31 „	December	31 „
Juni	30 „		

Der Umfang eines Kreises wird in 360 gleiche Bogen getheilt, welche Grade heißen. Jedem Bogengrade entspricht am Mittelpunkt des Kreises ein Winkel, welcher auch ein Grad und zwar ein Winkelgrad genannt wird. Sowohl bei den Bogen als bei den Winkeln wird jeder Grad (°) in 60 Minuten (′) und jede Minute in 60 Secunden (″) eingetheilt.

II. Zählmaße.

§. 99.

Ein Schock hat 60, ein Schilling 30, ein Mandel 15, ein Dutzend 12 Stücke.

Ein Ballen Papier hat 10 Rieß, ein Rieß 20 Buch, ein Buch Schreibpapier 24, ein Buch Druckpapier 25 Bogen. Außerdem besteht noch folgende decimale Eintheilung: ein Rieß hat 10 Buch, ein Buch 10 Hefte, ein Heft 10 Bogen.

III. Maße, Gewichte und Münzen der österreichisch-ungarischen Monarchie.

§. 100.

1. Die neuen Maße und Gewichte.

Der neuen österr. Maß- und Gewichtsordnung vom 23. Juli 1871 liegt das metrische System, das zuerst in Frankreich und später in den meisten europäischen Staaten eingeführt wurde, zu Grunde.

Die Normaleinheit dieses Systemes bildet das Meter, welches französische Gelehrte als den 10000000sten Theil der Länge eines Meridianquadranten unserer Erde annahmen, welches aber nach späteren astronomischen Messungen genauer nur als der 10000855ste Theil des Meridianquadranten befunden wurde.

Aus der Länge des Meters werden nicht nur die Flächen- und Körpermaße, sondern auch die Gewichte dieses Systems auf eine sehr einfache Art abgeleitet.

Neue Längenmaße.

Die Einheit des neuen Längenmaßes ist das Meter.

Die Vielfachen und Untertheilungen des metrischen Systems werden sowohl beim Längen- als bei den übrigen Maßen zur leichteren Auffassung und bequemeren Rechnung durchgängig nach dem Decimalsysteme gebildet. Die Vielfachen sind 10fache, 100fache, 1000fache, 10000fache; die Untertheilungen 10tel, 100stel, 1000stel. Sie bekommen jedoch nicht, wie in den alten Systemen, besondere Eigennamen, sondern behalten den Namen der Grundeinheit, welchem zur näheren Bestimmung gewisse Wörter vorgesetzt werden, die man, damit sie für alle Völker gleich bleiben, aus der griechischen und lateinischen Sprache entlehnt hat.

Die Vielfachen sowohl des Meters als der darauf beruhenden Flächen-, Körper- und Gewichtsmaße benennt man dadurch, daß man dem Namen der Grundeinheit die griechischen Zahlwörter mit der Endung a oder o, und zwar

Deka für das 10fache,
Hekto „ „ 100fache,
Kilo „ „ 1000fache und
Myria „ „ 10000fache

vorsetzt. Die Untertheilungen werden durch Vorsetzen lateinischer Zahlwörter mit der Endung auf i bezeichnet, und zwar durch

Deci für den 10ten Theil,
Centi „ „ 100sten „
Milli „ „ 1000sten „

Demgemäß ergibt sich für die Vielfachen und Untertheilungen des metrischen Längenmaßes folgende Stufenleiter:

1 Myriameter (^{Mm})	=	10000	Meter,
1 Kilometer (^{Km})	=	1000	„
1 Hektometer (^{Hm})	=	100	„
1 Decameter (^{Dm})	=	10	„
1 Meter (^{m})	=	1	„
1 Decimetr (^{dm})	=	0·1	„
1 Centimeter (^{cm})	=	0·01	„
1 Milimeter (^{mm})	=	0·001	„

Jedes Maßglied aus der Stufenleiter der Längenmaße hat 10 Einheiten des nächstniedrigeren Maßgliedes.

In die österr. Maß- und Gewichtsordnung sind jedoch das Hektometer und das Dekameter, da sie für das praktische Leben und für die Wissenschaft entbehrlich erscheinen, nicht aufgenommen worden. In derselben besteht daher für die Längenmaße folgende Eintheilung:

$$1^{Mm} = 10^{Km} = 10000^{m},$$
$$1^{Km} = 1000^{m};$$
$$1^{m} = 10^{dm} = 100^{cm} = 1000^{mm},$$
$$1^{dm} = 10^{cm} = 100^{mm},$$
$$1^{cm} = 10^{mm}.$$

Neue Flächenmaße.

a) Als Flächenmaße dienen allgemein Quadrate, deren Seiten den Längeneinheiten gleich sind. Ein Quadrat, dessen Seite 1 Meter lang ist, heißt ein Quadratmeter ($\square^{m}$). Theilt man jede Seite eines Quadratmeters in 10 gleiche Theile und verbindet die gegenüberliegenden Theilungspunkte durch gerade Linien, so entstehen 100 Quadrate, deren jedes ein Decimeter zur Seite hat, also ein Quadratdecimeter ($\square^{dm}$) ist; 1 $\square^{m}$ hat demnach 100 $\square^{dm}$. Verfährt man auf ähnliche Art mit dem Quadratdecimeter, so erhält man 100 Quadratcentimeter ($\square^{cm}$); und ebenso ergibt sich 1 $\square^{cm}$ = 100 $\square^{mm}$. — In gleicher Weise folgt auch, daß 1 $\square^{Mm}$ = 100 $\square^{Km}$, 1 $\square^{Km}$ = 100 $\square^{Hm}$, 1 $\square^{Hm}$ = 100 $\square^{Dm}$, und 1 $\square^{Dm}$ = 100 $\square^{m}$ ist.

Jedes Maßglied aus der Stufenleiter der Flächenmaße hat also 100 Einheiten des nächstniedrigeren Maßgliedes.

Da das $\square^{Hm}$ und das $\square^{Dm}$ in der österreichischen Maß- und Gewichtordnung nicht vorkommen, so hat man in dieser für die allgemeinen Flächenmaße folgende Scala:

$$1\,\square^{Mm} = 100\,\square^{Km} = 100000000\,\square^{m},$$
$$1\,\square^{Km} = 1000000\,\square^{m};$$
$$1\,\square^{m} = 100\,\square^{dm} = 10000\,\square^{cm} = 1000000\,\square^{mm},$$
$$1\,\square^{dm} = 100\,\square^{cm} = 10000\,\square^{mm},$$
$$1\,\square^{cm} = 100\,\square^{mm}.$$

b) Die Einheit des Bodenflächenmaßes bildet das Ar (^{a}), d. i. ein Quadrat, dessen Seite 10 Meter lang ist; 1 Ar ist also gleich 100 $\square^{m}$.

Vielfaches: Das Hektar (^{Ha}) = 100 Ar.

Es ist demnach

1 Hektar = 100 Ar = 10000 $\square^{m}$,
1 Ar = 100 $\square^{m}$.

1 $\square^{Mm}$ ist = 10000 Hektar.

Neue Körpermaße.

a) Wie das Flächenmaß, so beruht auch das Körpermaß auf dem Längenmaße. Man wählt dafür Würfel, deren Seiten oder Kanten den Längeneinheiten gleich sind. Ein Würfel, dessen Seite 1 Meter ist, heißt ein Cubikmeter (Cub.^{m}). Jede Fläche eines Cubikmeters ist ein Quadratmeter und enthält 100 Quadratdecimeter. Denkt man sich das Cubikmeter hohl, die Grundfläche desselben in 100 $\square^{dm}$, und die Höhe in 10^{dm} getheilt, so kann man zunächst auf der Grundfläche

100 Würfel auflegen, deren jeder 1^{dm} zur Seite hat und daher ein Cubikdecimeter (Cub.^{dm}) heißt. Diese 100 Cubikdecimeter bilden eine Schichte von 1^{dm} Höhe. Da aber das Cubikmeter 10^{dm} hoch ist, so faßt es 10 solche Schichten von je 100 Cub.^{dm}, daher im Ganzen 1000 Cub.^{dm}; also 1 Cub.^{m} = 1000 Cub.^{dm}. Ebenso folgt, daß 1 Cub.^{dm} = 1000 Cub.^{cm}, 1 Cub.^{cm} = 1000 Cub.^{mm}, daß ferner 1 Cub.^{Mm} = 1000 Cub.^{Km}, 1 Cub.^{Km} = 1000 Cub.^{Hm} u. s. w. ist.

Jedes Maßglied aus der Stufenleiter der allgemeinen Körpermaße enthält also 1000 Einheiten des nächstniedrigeren Maßgliedes.

In der österr. Maß- und Gewichtsordnung entfallen das Cub.^{Hm} und das Cub.^{Dm}; es besteht daher für die allgemeinen Körpermaße folgende Eintheilung:

1 Cub.^{Mm} = 1000 Cub.^{Km} = 1000000000000 Cub.^{m},
1 Cub.^{Km} = 1000000000 Cub.^{m},
1 Cub.^{m} = 1000 Cub.^{dm} = 1000000 Cub.^{cm} = 1000000000 Cub.^{mm},
1 Cub.^{dm} = 1000 Cub.^{cm} = 1000000 Cub.^{mm},
1 Cub.^{cm} = 1000 Cub.^{mm}.

b) Die Einheit des neuen Hohlmaßes sowohl für trockene als für flüssige Gegenstände ist das Liter (^{l}), welches einem Cubikdecimeter gleich ist.

Vielfaches: das Hektoliter (^{Hl}) = 100 Liter,
Untertheilungen: das Deciliter (^{dl}) = $\frac{1}{10}$ Liter,
das Centiliter (^{cl}) = $\frac{1}{100}$ Liter.

Es ist demnach

1 Hektol. = 100 Liter = 1000 Decil. = 10000 Centil.
1 Liter = 10 Decil. = 100 Centil.
1 Decil. = 10 Centil.

Neue Gewichte.

Die Gewichte werden aus den Körpermaßen hergeleitet.

Die Grundbenennung für die Gewichte bildet das Gramm (^{g}), d. i. das Gewicht eines Cubikcentimeters destillirten Wassers im Zustande der größten Dichtigkeit.

Da jedoch eine so kleine Wassermenge, wie sie ein Cubikcentimeter faßt, nicht leicht genau gemessen und gewogen werden kann, füllte man, um das Urgewicht des metrischen Systems zu bestimmen, das 1000fache dieses Rauminhaltes d. i. ein Cubikdecimeter mit reinem Wasser im Zustande seiner größten Dichtigkeit, welche bei 4 Grad Wärme des 100-theiligen Thermometers vorhanden ist, und wog dasselbe im luftleeren Raume ab. Das so gefundene Gewicht war das 1000fache eines Gramms, also ein Kilogramm (Kg).

Das Kilogramm, gleich dem Gewichte eines Cubikdecimeter destillirten Wassers im luftleeren Raume bei der Temperatur von 4 Grad Wärme des 100theiligen Thermometers, ist die Einheit des neuen österreichischen Gewichtes.

Vielfache: die Tonne = 1000 Kilogramm; der metrische Centner = 100 Kilogramm.

Untertheilungen:

das Dekagramm (Dg)	=	$\frac{1}{100}$	Kilogr.	= 10	Gramm,
„ Gramm (g)	=	$\frac{1}{1000}$	„	= 1	„
„ Decigramm (dg)	=	$\frac{1}{10000}$	„	= $\frac{1}{10}$	„
„ Centigramm (cg)	=	$\frac{1}{100000}$	„	= $\frac{1}{100}$	„
„ Milligramm (mg)	=	$\frac{1}{1000000}$	„	= $\frac{1}{1000}$	„

Es ist demnach

1 Kilogramm = 100 Dekagr. = 1000 Gramm,
1 Dekagr. = 10 Gramm.
1 Gramm = 10 Decigr. = 100 Centigr. = 1000 Milligr.,
1 Decigr. = 10 Centigr. = 100 Milligr.,
1 Centigr. = 10 Milligr.

Zur probeweisen Gewichtsbestimmung des Getreides werden als Probegewicht Gewichtsstücke angewendet, welche das 500fache ihres Gewichtes vorstellen. Als Maß dient dabei das Probehektoliter, dessen Inhalt dem 500sten Theile eines Hektoliters gleichkommt.

Zur Prüfung des Feingehaltes von Gold- und Silberlegirungen besteht kein besonderes Gewicht. Der Feingehalt wird, wie früher bei den neueren Gold- und Silbermünzen, nach Tausendtheilen bestimmt. Der Feingehalt des Goldes oder Silbers ist 900 Tausendtheile ($\frac{900}{1000}$) oder ($\frac{9}{10}$), heißt: unter 1000 Gewichtstheilen des legirten Metalls sind 900 Theile Gold oder Silber, und 100 Theile Zusatz (Kupfer). Feines Gold oder Silber ist 1000theilig.

Die zur Bestimmung der Leistungsfähigkeit von Maschinen als Maßeinheit dienende sogenannte Pferdekraft wird mit 75 Kilogramm-Meter, d. i. 75 Kilogramm in der Secunde 1 Meter hoch gehoben, festgestellt.

§. 101.

2. Die früheren österr.-ungarischen Maße und Gewichte.

Längenmaße.

Die Einheit ist der Wiener Fuß ('), welcher in 12 Zoll (") à 12 Linien (''') eingetheilt wird. 6 Fuß sind eine Klafter (°); 4000 Klafter sind eine österreichische Postmeile.

Die deutsche oder geographische Meile, welche den 15ten Theil eines Grades des Erdäquators beträgt, ist = 3912·735 Wiener Klafter. Es ist demnach 1 geogr. Meile = 0·978184 österr. Meilen; 1 österr. Meile = 1·022302 geogr. Meilen.

Die Wiener Elle ist = 2·46 Wiener Fuß und wird in halbe Ellen, Viertel, Achtel und Sechzentel eingetheilt.

Flächenmaße.

1 □° = 36 □' à 144 □" à 144 □'''.

Als Bodenflächenmaß dient das niederösterreichische Joch = 1600 □°. 1 österr. □Meile = 10000 Joch. 1 geogr. □Meile = 0·956844 österr. □Meilen; 1 öst. □Meile = 1·041502 geogr. □Meilen.

Körpermaße.

1 Cub.° = 216 Cub.′ à 1728 Cub.″ à 1728 Cub.‴.

Für das Getreidemaß hat man: 1 Muth = 30 Metzen; 1 Metzen hat 2 Halbe = 8 Achtel à 2 Müllermaßel à 4 Futtermaßel à 2 Becher. 1 n. ö. Metzen = 1·9471 Cubikfuß.

Für das Flüssigkeitsmaß ist: 1 Eimer = 40 Maß à 4 Seidel. 1 n. ö. Eimer hat 1·792 Cubikfuß.

Gewichte.

1. Das Handelsgewicht. Der Centner hat 100 Pfund, ein Pfund hat 32 Loth, 1 Loth 4 Quentchen.

2. Das Münz- und Silbergewicht. Die Einheit ist die Wiener Mark. Sie hat 16 Loth, 1 Loth 4 Quentchen, 1 Quentchen 4 Denar, 1 Denar 2 Heller, 1 Heller 128 Richtpfennigstheile; somit ist eine Mark = 65536 Richtpfennigstheilen.

Als Münzgewicht diente in Oesterreich, wie auch in Deutschland, meistens die kölnische Mark, welche in Wien = 233·87 Gramm war, so daß 6 köln. Mark = 5 Wiener Mark sind. Außerdem wurde das Gewicht der Münzen häufig auch nach holländischen Aß bestimmt, von denen in der Rechnung gewöhnlich 4864 auf eine kölnische Mark angenommen wurden.

3. Das Ducatengewicht. Gold und die daraus gearbeiteten Sachen werden durch das Ducatengewicht bestimmt. Der Ducaten enthält $815\frac{25}{201}$ Wien. Richtpfennige und wird in 60 Ducatengran eingetheilt.

4. Juwelengewicht. Das Karat ist = $48\frac{1}{8}$ W. Richtpfennige = 0·206085 Gramm und wird in 4 Juwelengrän eingetheilt. Das holländische Karat = 0·9900727 Wien. Karat.

5. Das Apothekergewicht. Das Apothekerpfund enthält 24 Loth des Wiener Handelsgewichtes. Ein Pfund hat 12 Unzen, 1 Unze (℥) 8 Drachmen, 1 Drachme (ʒ) 3 Skrupel, 1 Skrupel (℈) 20 Apothekergran (gr.). Die Unze ist also 2 Loth Handelsgewicht.

6. Symbolisches Gewicht zur Prüfung des Goldes und des Silbers. Um den Grad der Feinheit des Goldes und des Silbers zu bestimmen, nimmt man eine verjüngte Mark als Einheit an. Diese verjüngte Gold- oder Silber-Prüfungsmark ist = 1 Denar = 256 Richtpfennigen. — Beim Gold wird dieselbe in 24 Karat zu 12 Goldgrän eingetheilt. Ganz reines Gold ohne allen Zusatz heißt 24karatig; 18karatig heißt solches Gold, wobei in einer Mark Legirung 18 Karat Gold und 6 Karat Zusatz enthalten sind; Gold 19 Karat 7 Grän fein heißt solches, wo in einer Mark 19 Karat 7 Grän feines Gold, das übrige aber, nämlich 4 Karat 5 Grän, Zusatz ist. — Beim Silber theilt man die Mark in 16 Loth zu 18 Silbergrän ein. Feines Silber ohne allen Zusatz heißt 16löthig; 13löthig heißt das Silber, wenn in einer Mark 13 Loth Silber und 3 Loth Kupfer vorkommen.

Verhältnißzahlen zwischen den neuen und den früheren Maßen und Gewichten.

1 Meter = 3·1637496 Fuß.	1 Fuß = 0·316081 Meter.
1 Meter = 1·286077 Ellen.	1 Elle = 0·777558 Meter.
1 Kilometer = 0·131823 öst. Meil.	1 öst. Meile = 7·585936 Kilom.
1 □^{m} = 10·00931 □Fuß.	1 □Fuß = 0·099907 □^{m}.
1 Hektar = 1·737727 Joch.	1 Joch = 0·5754642 Hektar.
1 □^{Mm} = 1·737727 öst. □Meil.	1 öst. □Meile = 0·5754642 □^{Mm}.
1 Cub.^{m} = 31·66695 Cubikfuß.	1 Cubikfuß = 0·03157867 Cub.^{m}.
1 Hektoliter = 1·626365 Metzen.	1 Metzen = 0·6148682 Hektol.
1 Hektoliter = 1·767129 Eimer.	1 Eimer = 0·565890 Hektol.
1 Liter = 0·7068515 Maß.	1 Maß = 1·414724 Liter.
1 Kilogr. = 1·785523 W. Pfd.	1 W. Pfd. = 0·560060 Kilogr.
1 Dekagr. = 0·571367 W. Loth.	1 W. Loth = 1·750187 Dekagr.
1 Kilogr. = 3·562928 W. Mark.	1 W. Mark = 0·280668 Kilogr.
1 Gramm = 0·286459 Ducaten Goldgewicht.	1 Ducaten Goldgewicht = 3·490896 Gramm.
1 Gramm = 4·855099 W. Karat.	1 W. Karat = 0·205969 Gramm.
1 Kilogr. = 2·380697 Apoth.-Pfd.	1 Apoth.-Pfd. = 0·420045 Kilogr.

§. 102.

3. Geld- und Rechnungsmünzen.

a) Der gesetzliche Münz- und Rechnungsfuß der österreichisch-ungarischen Monarchie ist der 45-Guldenfuß, wornach aus einem halben Kilogramm feinen Silbers 45 Gulden geprägt werden. Der Gulden (fl.) wird in 100 Kreuzer (kr.) eingetheilt. Dieses Geld wird die österreichische Währung genannt.

Vor dem 1. November 1858 rechnete man nach Gulden, Kreuzern und Pfennigen Conventions-Münze. 1 Gulden = 60 Kreuzer à 4 Pfennige. 20 fl. C.-M. enthielten eine kölnische Mark feinen Silbers.

In den meisten österreichischen Ländern rechnete man früher auch noch in Einlösungsscheinen oder Wiener Währung nach dem Verhältnisse 5 fl. W. W. = 2 fl. C.-M. Dieses Geld ist seit 1858 außer Umlauf gesetzt.

Für die Umsetzung der älteren Währungen in die neue österr. Währung gilt der nachstehende Maßstab:

100 fl. Conventions-Münze = 105 fl. österr. Währ.
100 „ Wiener Währung = 42 „ „ „

b) Geprägte Münzen gibt es:

1. Goldmünzen:

Achtguldenstücke, von denen $77\frac{1}{2}$, und Vierguldenstücke, von denen 155 auf ein halbes Kilogramm Gold, das $\frac{9}{10}$ fein ist, gehen.

Diese Goldmünzen haben keinen festen, unabänderlichen Werth und werden nur als Handelsmünzen angesehen. Nimmt man $15\frac{1}{2} : 1$ als das Werthverhältniß zwischen Gold und Silber an, so stellt sich der

Werth eines Achtguldenstückes auf 8 fl. 10 kr. und der Werth eines Vierguldenstückes auf 4 fl. 5 kr. ö. W. in Silber.

Auch werden noch die österreichischen Ducaten, von denen 67 Stück auf eine köln. Mark Gold, das 23⅔ Karat fein ist, gehen, als Handelsmünze ausgeprägt. Nach dem obigen Werthverhältnisse zwischen Gold und Silber gilt 1 Ducaten 4 fl. 80 kr. ö. W. in Silber.

2. Silbermünzen.

als Landesmünze: Zweigulden-, Eingulden- und Viertelguldenstücke der österr. Währung;

als Silber-Scheidemünze: Stücke zu 20, 10 und 5 Kreuzer.

Nebstdem werden noch die sogenannten Levantiner Thaler mit dem Bildnisse der Kaiserin Maria Theresia und der Jahreszahl 1780 à 2 fl. C.-M. als Handelsmünze ausgeprägt.

3. Kupfer-Scheidemünzen:

Stücke zu 4, 1 und ½ Kreuzer.

c) An Papiergeld hat man Banknoten zu 10, 100 und 1000 Gulden, und Staatsnoten zu 1, 5 und 50 Gulden österreichischer Währung.

IV. Die vorzüglichsten Maße, Gewichte und Rechnungsmünzen fremder Staaten.

§. 103.

Indem wir hier die Maße und Gewichte der wichtigsten fremden Staaten zusammenstellen, werden wir von jedem Lande a) das Längenmaß, b) das Flächenmaß, c) das Körpermaß, d) das Gewicht, und zwar jedes im Verhältnisse zu den metrischen Maßen und Gewichten, und sodann überall die Rechnungsmünzen in ihrem Verhältniß zur österr. Währung folgen lassen.

1. Belgien.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. Wie in Frankreich.

2. Dänemark.

Längenmaß. 1 Ruthe = 10 Fuß; 1 Fuß hat 12 Zoll, 1 Zoll 12 Linien. 1 Fuß = 0·3139 Meter. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·6277 Meter. — 1 Meile = 7·5325 Kilometer.

Feldmaß. 1 Tonne Aussaat = 560 □Ruthen = 0·5516 Hektar.

Getreidemaß. Die Korntonne wird in 8 Scheffel, und der Scheffel in Viertel, Achtel und Sechzehntel eingetheilt. 1 Korntonne = 1·3912 Hektoliter.

Flüssigkeitsmaß. 1 Fuder hat 6 Ohm, 1 Ohm 4 Anker oder 155 Pott. 1 Pott = 54 Cub.-Zoll = 0·9661 Liter.

Gewicht. Der Centner hat 100 Pfund zu 32 Loth zu 4 Quint. 1 Pfund = 0·5 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Reichsthalern à 6 Mark à 16 Schillinge. Ein Reichsthaler = 1·1377 fl. ö. W.

3. Deutschland.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Längenmaße. 1 Stab (Meter) = 100 Neuzoll (Centimeter) à 10 Strich (Millimeter). 10 Stab = 1 Kette (Dekameter), 1000 Stab = 1 Kilometer. — 1 Meile = 7500 Meter.

Feldmaß. 1 Ar = 100 □Stab, 1 Hektar = 100 Ar.

Körpermaße. 1 Cubik-Stab = 1000 Kannen (Liter) à 2 Schoppen. 50 Kannen = 1 Scheffel, 100 Kannen = 1 Faß (Hektoliter).

Gewichte. 1 Kilogramm = 2 Pfd. = 1000 Gramm à 10 Decigramm à 10 Centigramm à 10 Milligramm. 10 Gramm = 1 Neuloth (Dekagramm), 50 Neuloth = 1 Pfund. 50 Kilogramm = 100 Pfund = 1 Centner, 1000 Kilogramm = 20 Centner = 1 Tonne.

Rechnungsmünzen. Seit 1875 rechnet man in der Goldwährung nach Reichsmark à 100 Pfennige. 1 Zehnmarkstück = 5 fl. ö. W., daher 1 Mark = $\frac{1}{2}$ fl. ö. W.

Früher rechnete man in den norddeutschen Staaten nach Thalern à 30 Groschen, in den süddeutschen Staaten nach Gulden süddeutscher Währung à 60 Kreuzer, in Hamburg nach Mark à 16 Schillinge. 10 Reichsmark = $3\frac{1}{3}$ Thlr. = $5\frac{5}{6}$ fl. südd. W. = $8\frac{1}{3}$ Mark Hamburger Courant.

4. England.

Längenmaße. 1 Ruthe (pole oder perth) = $16\frac{1}{2}$ Fuß. 1 Fuß = 0·3048 Meter. — 1 Yard = 3 Fuß = 0·9143 Meter. Die gesetzliche britische Meile = 5280 Fuß. Die englische Seemeile = 1·8551 Kilometer.

Feldmaß. 1 Acre = 160 □Ruthen = 0·4047 Hektar.

Getreidemaß. 1 Quarter hat 8 Bushels, 1 Bushel 8 Gallons, 1 Quarter = 2·9078 Hektoliter. Das Gallon, welches das Normalmaß für trockene und flüssige Gegenstände bildet, ist = 4·54346 Liter.

Flüssigkeitsmaß. Die Tonne für Wein hat 252, für Bier 216, für Ale 192 Gallons. 1 Gallon = 4·54346 Liter.

Gewichte. Das Troy-Gewicht: das Troy-Pfund von 12 Unzen zu 20 Pennyweights zu 24 Grän = 0·37325 Kilogramm. — Das Avoir-du-poids-Gewicht (adp) oder das Handelsgewicht: die Tonne hat 20 Centner zu 4 Quarters oder 8 Stein oder 112 Pfund; das Pfund ist = 16 Unzen zu 16 Drachmen. 1 Pfund adp = 7000 Troy-Grän = 0·4536 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Pfund oder Livres Sterling à 20 Shilling à 12 Pences. Der Sovereign (eine Goldmünze) gilt 1 Pfund Sterling und ist = 10·1051 fl. österr. Währ.

5. Frankreich.

Das metrische System, welches in Frankreich gesetzlich eingeführt ist, haben wir seinem Wesen nach bereits oben bei der Darstellung der österr. Maß- und Gewichtsordnung erklärt.

Das ältere Längenmaß war die Toise von 6 Fuß à 12 Zoll à 12 Linien. 1 Pariser Fuß = 0·324842 Meter.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Francs à 100 Centimes. 1 Franc als Rechnungsmünze = 0·405 fl. ö. W.

6. Griechenland.

Die neuen Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Drachmen à 100 Lepta. Die neue Drachme seit 1871 ist = 1 Franc = 0·405 fl. ö. W.

7. Holland.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Gulden à 100 Cents. 1 Gulden holl. = 0·8505 fl. ö. W.

8. Italien.

Die Maße und Gewichte sind die metrischen.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Lire à 100 Centesimi. 1 Lira = 1 Franc = 0·405 fl. ö. W.

9. Nordamerikanische Freistaaten.

Maße und Gewichte. Wie in England.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Dollars à 100 Cents. 1 Dollar = 2·0155 fl. ö W.

10. Portugal.

Seit 1860 ist das metrische System eingeführt.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Millereis à 1000 Reis. 1 Millereis — 2·2435 fl. ö. W.

11. Rußland.

Längenmaße. 1 Saschen = 3 Arschin = 7 Fuß. 1 Fuß = 0·3048 Meter. — Die Werst oder russische Meile = 1·0668 Kilometer.

Feldmaß. 1 Dessetine = 2400 □Saschen = 1·0925 Hektar.

Getreidemaß. 1 Tschetwert = 8 Tschetwerik zu 4 Tschetwerka von 9 Garnetz. 1 Tschetwert = 2·099 Hektoliter.

Flüssigkeitsmaß. 1 Faß hat 40 Wedro zu 10 Kruschke; 1 Kruschka = 1·2299 Liter.

Gewicht. 1 Pud = 40 Pfund, 1 Pfund = 96 Solotnik, 1 Solotnik = 96 Doli (Theile). 1 Pfund = 0·4095 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Rubeln à 100 Kopeken. 1 Silberrubel = 1·6192 fl. ö. W.

12. Schweden.

Längenmaße. 1 Ruthe = 16 Fuß zu 12 Zoll, 1 Faden = 6 Fuß. 1 Fuß = 0·2969 Meter. — 1 Elle = 0·5938 Meter. — Die Meile = 6000 Faden = 10·6884 Kilometer.

Feldmaß. 1 Quadratschnur = 10000 □Fuß = 0·08815 Hektar.

Getreidemaß. Der Cubikfuß hat 10 Kannen = 0·2617 Hektoliter.

Flüssigkeitsmaß. Der Cubikfuß hat 10 Kannen. 1 Kanne = 2·6172 Liter.

Gewicht. 1 Centner = 100 Pfund zu 32 Loth. Das Skal-Pfund als Handelsgewicht = 0·4251 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Reichsthalern Reichsmünze à 100 Oere. 1 Reichsthaler = 0·5739 fl. ö. W.

13. Schweiz.

Längenmaße. 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Klafter = 6 Fuß zu 10 Zoll zu 10 Linien. 1 Fuß = 0·3 Meter. — 1 Elle = 2 Fuß = 0·6 Meter. — Die neue Wegstunde = 16000 Fuß = 4·8 Kilometer.

Feldmaß. 1 Juchart von 400 □Ruthen = 0·36 Hektar.

Getreidemaß. 1 Malter = 10 Viertel = 100 Immi = 100 Mäßlein. 1 Malter = 1·5 Hektoliter.

Flüßigkeitsmaß. 1 Ohm = 100 Maß. 1 Maß = 1·5 Liter.

Gewicht. Der Centner hat 100 Pfund, 1 Pfund 32 Loth zu 4 Quentchen. Das neue Pfund = 0·5 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Francs à 100 Rappen. 1 Franc als Rechnungsmünze = 0·405 fl. ö W.

14. Spanien.

Die gesetzlichen **Maße** und **Gewichte** sind seit 1859 die **metrischen.**

Rechnungsmünzen. Seit 1870 ist das **französische Münzsystem** eingeführt; die Peseta = 1 Frauc wird in 100 Centesimos eingetheilt. Man rechnet jedoch meistens noch nach Duros (Piaster) à 20 Reales. 1 Duro = 2·1298 fl.ö. W.

15. Türkei.

Seit 1871 ist gesetzlich das **metrische** System eingeführt; thatsächlich sind noch die alten Maße und Gewichte im Gebrauche, und zwar:

Längenmaße. 1 Halebi = 0·7087 Meter. 1 Pik = 0·6831 Meter. 1 Endasch = 0·6528 Meter.

Getreidemaß. 1 Fortin = 4 Kilo. 1 Kilo = 0·3527 Hektoliter.

Flüssigkeitsmaß. 1 Almud = 5·2047 Liter.

Gewicht. 1 Kantar = 44 Oke = 100 Rottel. 1 Oka = 1·2809 Kilogramm.

Rechnungsmünzen. Man rechnet nach Piastern à 40 Para. 1 Piaster = 0·0899 fl. ö. W. Größere Summen berechnet man nach **Beuteln** à 500 Piaster.

Köchler Vielgy I6 bm.