element, ki ga ta števka (bit) predstavlja. Deljenje števila r z dva in rezanjem na celi del v dvojiški predstavitvi odreže najbolj desno števko, kar omogoča, da v vsaki iteraciji zanke preverjamo vrednost najbolj desne števke.

Algoritem 2: LexDerangPodmnozice(n,r)

$T = \emptyset$
for $i = n, n-1, \dots, 1$ **do**
  if $r \mod 2 = 1$ **then**
    $T = T \cup \{i\}$
  $r = \left\lfloor \frac{r}{2} \right\rfloor$
return T

Algoritma za izračun naslednika ne bomo posebej zapisovali, saj lahko neposredno uporabimo zvezo med naslednikom ter rangiranjem in derangiranjem, predstavljeno s formulo (1).

Primer 4. Ta primer naredite sami. Naj bo $n = 8$ in $T = \{1, 3, 4, 6\}$. S pomočjo algoritma 1 izračunajte $\text{rang}(T)$. Katero množico dobite, če s pomočjo algoritma 2 izračunte $\text{derang}(181)$?

V tem prispevku smo za našo osnovno množico vzeli množico $S = \{1, \dots, n\}$. Kaj pa, če želimo leksikografsko ureditev poljubne množice A z n elementi? V tem primeru zadostuje, da poiščemo bijekcijo $f : A \to S$. Tako lahko poljubno podmnožico $X \subseteq A$ rangiramo kot

- $\text{rang}(X) = \text{rang}(f(X))$.

Podobno derangiramo število r, $0 \le r \le 2^n - 1$, po naslednji formuli:

- $\text{derang}(r) = f^{-1}(\text{derang}(r))$.

Pri tem je f^{-1} inverzna funkcija funkcije f, torej $f(X) = Y$ natanko tedaj, ko je $f^{-1}(Y) = X$, kjer je $X \subseteq A$ in $Y \subseteq S$.

Na začetku smo videli, da obstaja več različnih ureditev podmnožic dane množice, leksikografska je le ena od njih. Na primeru 4 lahko opazimo tudi naslednje. Množica $\{2, 3\}$ ima rang enak 3, množica $\{1\}$ pa rang enak 4. V leksikografski ureditvi podmnožic množice $\{1, 2, 3\}$ imamo torej dve zaporedni množici, ki sta komplementarni (sta med seboj različni, kolikor se le da). Ali obstaja taka ureditev podmnožic množice $\{1, 2, 3\}$, da se bosta dve poljubni zaporedni množici razlikovali za natanko en element? Odgovor je DA! Taka razvrstitev obstaja za poljubno množico $\{1, 2, \dots n\}$, kjer je $n \in \mathbb{N}$. Ampak to je morda zgodba za kdaj drugič. Vas pa izzivam, da najdete tako razvrstitev podmnožic množice $\{1, 2, 3\}$.

Literatura

[1] Donald L. Kreher, Douglas R. Stinson, *Combinatorial algorithms: generation, enumeration, and search*, CRC Press, 1999.

× × ×

Nalogi

Marko Razpet

1. Urejena m-terica $(x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, x_m)$, v kateri so koordinate $x_1, x_2, \dots, x_{m-1}, x_m$ naravna števila, je pitagorejska m-terica, če velja

- $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{m-1}^2 = x_m^2$

Pri tem je $m \ge 3$. Pitagorejska trojica je na primer (3, 4, 5), ker je $3^2 + 4^2 = 5^2$, pitagorejska četverica pa (2, 3, 6, 7), saj je $2^2 + 3^2 + 6^2 = 7^2$. Dokaži, da je za vsako naravno število n peterica

- $(2n, 2n+1, 2n+2, 6n^2+6n+2, 6n^2+6n+3)$

pitagorejska. Poišči tovrstne pitagorejske peterice, katerih koordinate ne presegajo 100.

2. Izračunaj

- $6^2 - 5^2,\ 56^2 - 45^2,\ 556^2 - 445^2,\ 5556^2 - 4445^2$

Nato rezultate posploši na razliko kvadratov oblike

- $\underbrace{55\dots5}_{n}6^2 - \underbrace{44\dots4}_{n}5^2.$

× × ×