PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **17** (1989/1990)
Številka 3
Strani 132–133

Branislav Čabrić, prevod in priredba Marija Vencelj:

TRISEKTOR

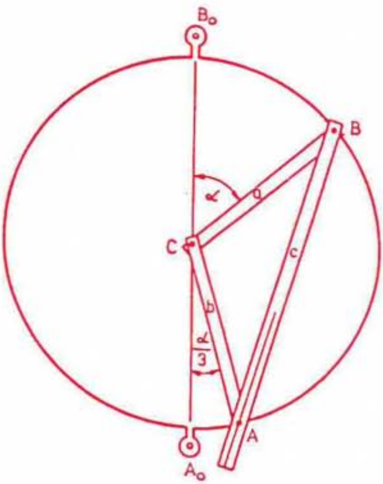
Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/17/982-Cabric-Vencelj.pdf

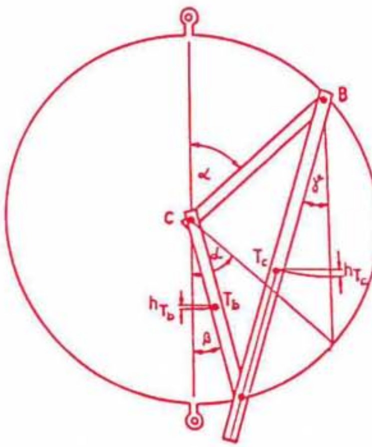
TRISEKTOR

Pod običajno uporabo ravnila in šestila razumemo v matematiki risanje premic skozi dve točki, risanje krožnic in prenašanje razdalj. Znano je, da s tako uporabo šestila in ravnila ni mogoče razdeliti poljubnega danega kota na tri enake dele [1]. Seveda trditev ne velja za nekatere posebne primere, kot so npr. pravi kot, kot 45^0, itd ... Tako se pojavi vprašanje, ali je moč v ta namen konstruirati kakšen drug primeren inštrument. Znanih je več takih priprav; imenujemo jih trisektorji [1], [2].

Na sliki 1 je narisan originalen trisektor, ki sem ga napravil sam. Sestavlja ga krožna plošča s polmerom R, ki jo obesimo na zid, tako da je premi-



Slika 1



Slika 2

ca $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$ navpična. Ročica **a** je vrtljiva okrog točke **C**, v točki **B** pa jo je moč pritrditi, tako da oklepa dani kot α z navpičnico $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$. Ročica **b** dolžine R je brez trenja vrtljiva okrog točke **C**, ročica **c** dolžine $2R$ pa je vrtljiva okrog točke **B** prav tako brez trenja. Ročici **b** in **c** imata enaki masi, recimo m. Ker sta različno dolgi, lahko to dosežemo pri istem materialu npr. z različnima debelinama. Ročica **b** ima na oddaljenosti R od točke **C** pritrjeno še drsno vodilo **A**, ki lahko brez trenja drsi v vzdolžnem prerezu ročice **c**.

Če ročico **a** pritrdimo pod kotom α glede na navpičnico $\mathbf{A}_0\mathbf{B}_0$ kot na sliki 1 in pustimo, da drsno vodilo **A** drsi po prerezu ročice **c**, bo sistem ročic **b** in **c** zavzel ravnotežni položaj, to je položaj minimalne potencialne energije.

Trditev. Če kot α ni večji od pravega kota, potem oklepa ročica **b** z vertikalo $\mathbf{A_0B_0}$ v ravnotežnem položaju kot $\alpha/3$ (slika 1).

Dokaz. Težišče $\mathbf{T_b}$ ročice **b** je za $R/2$ oddaljeno od točke **C**, težišče $\mathbf{T_c}$ ročice **c** pa za R od točke **B**. Naj bosta h_{T_b} in h_{T_c} vertikalni komponenti odmikov težišč $\mathbf{T_b}$ in $\mathbf{T_c}$ pri odmiku ročice **b** za kot β in ročice **c** za kot γ od njunih vertikalnih leg (slika 2). Potencialna energija sistema ročic **b** in **c** je zaradi zemeljske težnosti glede na položaj, v katerem obe ročici visita navpično, tedaj enaka

$$U_{bc} = mgh_{T_b} + mgh_{T_c} \tag{1}$$

kjer je

$$\begin{aligned} h_{T_b} &= \frac{R}{2}(1 - \cos\beta) \\ h_{T_c} &= R\,(1 - \cos\gamma) \end{aligned} \tag{2}$$

Če upoštevamo, da je obodni kot enak polovici središčnega kota nad istim lokom, lahko s slike 2 razberemo, da je

$$\gamma = \frac{\alpha - \beta}{2} \tag{3}$$

Vstavimo (2) in (3) v (1) in dobimo

$$U_{bc} = mg\,\frac{R}{2}(1 - \cos\beta) + mgR\left(1 - \cos\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \tag{4}$$

kjer je g zemeljski pospešek in α kot, ki ga želimo razdeliti na tri enake dele.

Ravnotežni položaj sistema ročic **b** in **c**, to je minimum potencialne energije U_{bc}, dobimo pri pogoju $dU_{bc}/d\beta = 0$, kar da

$$\sin\beta - \sin\frac{\alpha - \beta}{2} = 0 \tag{5}$$

Fizikalno je očitno, da bosta za kote α med 0^0 in 90^0 kota β in $\gamma = (\alpha - \beta)/2$ ostra kota. Za take kote pa iz enačbe (5) sledi $\beta = \alpha/3$, kar pomeni, da ročica **b** in navpičnica $\mathbf{A_0B_0}$ v ravnotežnem položaju res oklepata tretjino danega kota.

Branislav Čabrić

prev. in prir. *Marija Vencelj*

Literatura

[1] O. V. Maturnov i dr., *Rečnik matematičkih termina sa tumačenjima,* Izd. Naučna knjiga, Beograd 1969, str. 477.

[2] E. Callandreu, *Célebrès Problémes Mathématiques,* Izd. Albin Michel, Paris 1949, str. 299.