PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **4** (1976/1977)
Številka 4
Strani 193–196

Peter Petek:

KAKO SE JE GODILO ŠTEVILU π, II. Del

Ključne besede: matematika, geometrija, ploščina kroga, obseg kroga, število π.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/4/4-4-Kramar.pdf

MATEMATIKA

KAKO SE JE GODILO ŠTEVILU π

2. DEL

Sreča v nesreči za matematiko je tedaj bila, da je dal Mohamed Arabcem z novo vero tudi možnosti za splošni kulturni dvig. Prevedli so v arabski jezik vsa pomembnejša dela grške matematike, med njimi seveda tudi Arhimeda. Tako so se ta dela ohranila in so jih kasneje renesančni pisci Evrope prevedli v latinščino, s čemer so postala dostopna zahodnemu kulturnemu krogu.

Indijci so tudi dobili nekaj grške dediščine v matematiki, ker pa so uporabljali zelo primeren zapis za števila - naš današnji zapis se je razvil iz indijskega - so dosegli nekaj lepih rezultatov v računanju. Tako srečamo v zapiskih indijskega matematika Aryabhata za število π vrednost 3,1416. Izvor tega rezultata ni povsem jasen; morda izhaja iz kakšnega neznanega grškega dela, ali pa ga je Aryabhata sam dobil po Arhimedovi metodi s pomočjo 384-kotnika. Kasnejši indijski matematik Bhaskara (okrog l. 1150) je navedel razen Aryabhatovega rezultata še približka 22/7 (Arhimed!) in $\sqrt{10}$.

Tudi Kitajci so se ukvarjali z obsegom in ploščino kroga in so pri tem naleteli na število π. V tretjem stoletju našega štetja je Li Hue po podobni poti kot je Arhimedova izračunal približek 157/50 = 3,14. Astronom in mehanik Tsu Čung Či iz petega stoletja pa je že poznal število π na šest decimalk natančno π = 3,1415926 in še racionalni približek 355/113, ki je tudi dober do šeste decimalke.

Po stoletnem spanju se je začela spet buditi Evropa. Najprej so prevedli od Arabcev klasična grška dela in originalne prispevke islamskih učenjakov. V dobi renesanse se je sprostila ustvarjalna misel, ki je bila prej ujeta v spone verskih dogem.

Omeniti moramo vsekakor Leonarda Fibonaccija iz Pise, ki je živel v začetku 13. stoletja. Šel je po Arhimedovi poti in poiskal za število π točnejše meje in dal tudi racionalni približek $\pi = 864/275 = 3{,}1418$, ki se že ujema s pravo vrednostjo na tri decimalke. Pri tem pa je jasno povedal, da je to le približek, medtem ko so na primer njegovi predhodniki bili prepričani, da je 22/7 točna vrednost za razmerje med obsegom in premerom kroga.

V 16. stoletju je bil decimalni zapis števil že toliko udomačen, da so matematiki iskali približek za število π v obliki decimalnega števila in ne več v obliki ulomka. S tem so takoj lahko primerjali različne vrednosti glede na to, koliko decimalk se je ujemalo. Po Arhimedovi poti je tako francoski matematik Francois Viète našel zgornjo in spodnjo mejo za število π; obe meji sta se ujemali na devetih decimalnih mestih, zato je lahko ugotovil, da je na teh devetih mestih natanko $\pi = 3{,}141592653$.

Vietov sodobnik in prijatelj, holandski matematik Adriaen van Roomen je bil še vztrajnejši in je našel 15 točnih decimalk števila π. Pri računu si je pomagal s pravilnim mnogokotnikom z 2^{30} stranicami, torej z 1073741824-kotnikom. Delo ga je zaposlilo za lepo vrsto let, saj tedaj ni bilo nikakršnih računskih strojev in je moral vse račune izvesti lepo na roko.

V začetku 17. stoletja je živel Holandec Ludolf van Ceulen, ki sicer ni bil matematik, ampak učitelj telovadbe in mečevanja. V zabavo sebi in drugim se je loteval dolgih računov in zanimivih matematičnih zank. No in iz tega konjička se je rodilo tudi 35 decimalk števila π, ki jih je van Ceulen izračunal - seveda po klasični Arhimedovi metodi - s pomočjo mnogokotnika z 2^{62} stranicami. Lahko verjamemo, da je za ta račun porabil dobršen del svojega življenja. Rezultat mu je bil tako pri srcu, da je v oporoki zahteval, naj mu vklešejo na nagrobni kamen vseh 35 decimalk števila π, ki jih je izračunal.

Računanje decimalk števila π se je razpaslo kot bolezen med matematiki in ljubitelji matematike. Vsi so uporabljali Arhimedovo metodo in zapravljali cela leta za nekaj decimalk. Holandski fizik Snell je k sreči našel znatno izboljšanje klasične metode za računanje števila π, tako da je v krajšem času in z uporabo "samo" 2^{30}-kotnika dobil van Ceulenovih 35 decimalk.

Pravo olajšanje pa je pomenila uvedba metod višje matematike tudi v računanje π-ja. Škotski matematik James Gregory je leta 1671 našel neskončno vrsto za funkcijo arkus tangens (obratna kotna funkcija).

S tem orožjem v roki je bilo mogoče dosti laže in hitreje izračunati število π na precejšnje število decimalk. Računanja so se lotili številni matematiki, omenimo naj le Leonharda Eulerja, ki je izračunal 128 decimalk, kar pa mu ni vzelo več kot 80 ur. Euler je tudi uvedel rabo simbola π za razmerje med obsegom in premerom kroga. Zakaj ravno grško črko π? No, prejšnji avtorji so često označevali to razmerje z π/δ, pri čemer je π okrajšava za grško besedo περιμετρος (= perimeter = obseg) in δ za grško besedo διαμετρος (=diameter = premer). Euler se je zaradi krajše pisave odločil samo za eno črko π in kasnejši pisci so ga posnemali, predvsem seveda zato, ker je bil Euler izredno plodovit matematik in so bila njegova dela močno razširjena v matematičnem svetu tistega časa.

Sl.8 Nagrobnik L. van Ceulena

Sl.9 Leonhard Euler

Kot vemo, lahko vsak ulomek a/b zapišemo tudi v decimalni obliki. Če se deljenje ne izide, je dobljeno decimalno število periodično, to se pravi, da se ponavlja določena skupina decimalk - perioda. No, pri decimalkah števila π niso opazili nikakršnega ponavljanja in to je dalo slutiti, da se števila π ne da zapisati v obliki ulomka, da torej ni racionalno. Seveda, lahko bi se zgodilo, da bi bila perioda zelo dolga in bi pri tedaj izračunanih decimalkah še ne naleteli na ponavljanje. Vendar pa je nemškemu matematiku Lambertu leta 1767 uspelo dokazati, da je število π iracionalno, da torej noben ulomek a/b, ki ima za števec in imenovalec naravni števili, ne daje natančne vrednosti za razmerje med obsegom in premerom kroga.

Preteklo je več kot sto let in med tem časom so se številni matematiki lotevali decimalk π-ja in jih tudi pridobili več kot 700. Med njimi je bil tudi naš Jurij Vega, ki je - če se izrazimo v jeziku športa - kakšnih 50 let držal rekord s svojimi 140 decimalkami.

Leta 1882 je Ferdinand von Lindemann, profesor matematike na univerzi v Freiburgu, dokazal, da je število π transcendentno, da ni algebraično. To pomeni, da ne obstaja nobena polinomska enačba s celimi koeficienti, katere rešitev bi bilo število π. S tem je obenem rešil tudi problem kvadrature kroga: kroga samo z ravnilom in šestilom ni mogoče pretvoriti v ploščinsko enak kvadrat.

Vendar se še danes najdejo "kvadraturisti", ki ne verjamejo Lindemannu in si izmišljajo konstrukcije, s katerimi rešujejo starodavno nalogo o kvadraturi kroga.

S tem je zgodbe o številu π skoraj konec. Da, skoraj, kajti elektronski računalniki, ki so se pojavili po drugi svetovni vojni, so se dotaknili tudi števila π , ki ga je matematika že spravila v arhiv kot "rešen primer". Kaj bistveno novega seveda niso mogli prinesti, le zapoznel odmev bolezni, ki je razsajala med matematiki 18. in 19. stoletja in jih silila k računanju čim večjega števila decimalk števila π. Ker lahko opravi računalnik v sekundi na milijone operacij, je zlahka posekal tudi najvztrajnejše računarje iz preteklih časov. Kolikor vem, so programerji iztisnili iz računalnikov že preko 100 000 decimalk znamenitega števila.

Peter Petek