PRESEK
List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **7** (1979/1980)
Številka 2
Strani 81–82

Marko Kranjc:

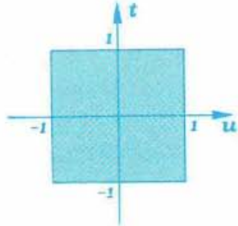
# NEKI GEOMETRIJSKI RAZMISLEK V ŠTIRIDIMENZIONALNEM PROSTORU

Ključne besede: matematika.

Elektronska verzija: http://www.presek.si/7/428-Kranjc.pdf

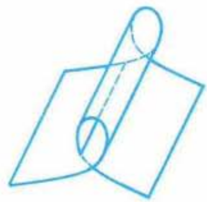
# NEKI GEOMETRIJSKI RAZMISLEK V ŠTIRIDIMENZIONALNEM PROSTORU

Če je $K$ kvadrat brez roba $(-1,1) \times (-1,1)$ (sl. 1) in če ga v tridimenzionalnem prostoru zvijemo tako, da sam sebe seka, bodo sečišča vedno loki, nikoli ne samo posamezne točke (sl. 2).



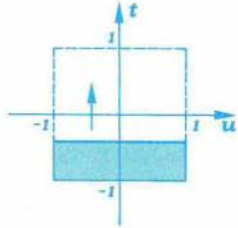

Sl. 1

Naš namen pa je premisliti, kako lahko v štiridimenzionalnem prostoru zvijemo kvadrat $K$ tako, da se bo sekal v eni sami točki.



Sl. 2

V štiridimenzionalnem prostoru lahko vsako točko zapišemo s štirimi koordinatami, na primer: $(x,y,z,t)$. To točko si lahko mislimo kot točko $(x,y,z)$ v tridimenzionalnem prostoru v "času" $t$: torej si predstavljamo štiridimenzionalni prostor kot prostor, ki ga dobimo, če translatiramo tridimenzionalni prostor vzdolž četrte smeri. Tako lahko opišemo lego zvitega kvadrata $K$ v štiridimenzionalnem prostoru tako, da povemo, kakšni so preseki s tridimenzionalnim prostorom v vsakem "času". Tudi kvadrat $K$ si lahko predstavljamo kot sled, ki jo opiše daljica $(-1,1)$, če jo translatiramo v ravnini vzdolž druge koordinate (sl. 3).

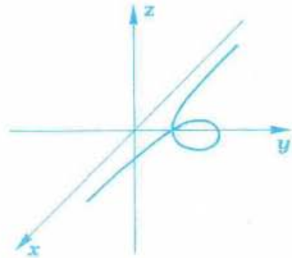



Sl. 3

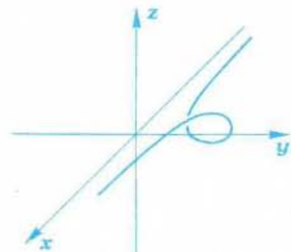
Zato lahko $K$ postavimo v štiridimenzionalni prostor tako, da postavimo daljico $(-1,1) \times \{t\}$ , $-1 < t < 1$ v tridimenzionalni prostor v "času" $t$. To storimo takole: daljica $(-1,1) \times \{0\}$ naj leži v tridimenzionalnem prostoru v "času" 0 tako, da se enkrat seka (sl. 4).

Če se druga koordinata $t$ veča, naj se slika v tridimenzionalnem prostoru (hkrati, ko "čas" enako hitro teče kot $t$) zvezno razmika kot kaže slika 5, sicer pa v obratno smer.

S tem smo povedali, kako leži v štiridimenzionalnem prostoru vsaka daljica $(-1,1) \times \{t\}$ (ko "čas" mineva, vidimo, kako se spreminjajo preseki kvadrata), zato poznamo tudi lego vsega zvitega kvadrata $K$. Očitno je sečišče eno samo, in sicer v "času" 0. Jasno je tudi, da je kvadrat lepo zvit, t.j. da ni nikjer "zmečkan".




Sl. 4: Tako obliko ima na primer krivulja
$L(u) = (2u(1 - 2/(1 + 4u^2)),$
$2/(1 + 4u^2), 0)$ .




Sl. 5: Krivulja z enačbo
$L_t(u) = (2u(1 - 2/(1 + 4u^2)),$
$2/(1 + 4u^2), 2tu)$ je že take oblike. To se vidi, če razmaknemo krivuljo $L$ iz slike 3. Torej leži teme v ravnini $z = 0$ , sicer pa tretja koordinata raste ali pada hkrati z $u$ - torej je proporcionalna parametru $u$. Če vzamemo za proporcionalnostni faktor $t$, dobimo $L_t$ .

DODATEK: Bralcu z večjim znanjem ne bo težko predstaviti ta kvadrat z enačbami. Točka $(u,t)$ preide, ko kvadrat zvijemo, na primer v točko s koordinatami

$$(2u(1 - 2/(1 + 4u^2)), 2/(1 + 4u^2), 2ut, t)$$

*Marko Kranjc*