

Izdelava matematičnega modela za ogrevanje jekla v industrijskih pečeh*

DK: 517.947.43:518.61
669.046
ASM/SLA: U4S, F216

Božidar Brudar

Opisan je primer, kjer s pomočjo matematičnega modela predvidevamo skrajšanje procesa ogrevanja in s tem prihranek energije. Predpostavljamo, da gre za izmenjavo toplotne s sevanjem. Enačbo za prevajanje toplotne smo rešili numerično za dvodimenzionalni model.

UVOD

Za uspešno valjanje jeklenih ingotov in bram je potrebno, da jih enakomerno ogrejemo na temperaturo od 1200°C do 1300°C . V jeseniški železarni jih ogrevamo v globinskih pečeh, ki so kurjene z mazutom. Koliko časa moramo segrevati bloke v globinski peči, je odvisno od začetne toplotne vsebnosti. Ta pa je odvisna od časa, ki preteče od konca vlivanja v jeklarni do prihoda v valjarno (track time). S stališča ekonomike ogrevanja je zaželeno, da je ta čas čim krajši. Od specifične toplotne in toplotne prevodnosti materiala pa je odvisno, koliko časa traja, da se hladen blok ogreje na zaželeno temperaturo.

Izdelali smo matematični model, po katerem lahko izračunamo, kako hitro se ogreje tak blok od 0°C do 1300°C , če je temperatura površine ves čas 1300°C . Tako smo simulirali najhitrejše možno ogrevanje hladnega bloka.

Ce pa hočemo določiti, koliko časa moramo ogrevati v globinski peči blok, ki je še vroč, je treba najprej poznati njegovo začetno temperaturno porazdelitev. Izdelali smo dvodimenzionalni matematični model, s katerim smo simulirali ogrevanje in ohlajanje vročega bloka s sevanjem. Ko smo določili začetni temperaturni profil v preseku brame B 8, smo izračunali temperaturno porazdelitev in toplotno vsebnost za nekaj tipičnih pogojev ogrevanja.

V obeh primerih smo predpostavili, da so naši bloki v obliki kvadra in da so specifična toplotna, toplotna prevodnost in gostota materiala konstante¹.

* To je povzetek elaborata, ki je bil izdelan s sofinansiranjem SBK naloga št. 236 — 1973

Božidar Brudar je diplomirani inženir in magister fizike in višji strokovni sodelavec v raziskovalnem oddelku Železarne Jesenice.

Seznam uporabljenih simbolov

a	dolžina kvadra
b	širina kvadra
c	višina kvadra
c_s	specifična toplota
h	brezdimenzijski korak v krajevni smeri
i	brezdimenzijski korak v časovni smeri
r	brezdimenzijska koordinata v smeri x (kvader)
R	mrežna razdalja
s	brezdimenzijska koordinata v smeri y (kvader)
S	konstanta, ki povezuje krajevni in časovni korak
t	čas
t_0	referenčni čas
t'	časovni korak
T	temperatura v bloku
T_0	temperatura na površini bloka (homogeni pogoji)
T_1	temperatura bloka v začetku
T_a	temperatura v sredini preseka
T_z	temperatura v okolini bloka
u	temperatura v brezdimenzijski obliki (kvader)
v	brezdimenzijska koordinata v smeri z (kvader)
w	čas v brezdimenzijski obliki (kvader)
x	krajevna koordinata v smeri dolžine pravokotnika
x_0	referenčna dolžina
X_1	ortogonalni polinom (ϵ)
X_2	ortogonalni polinom (T_0)
X_{1m}	vrednosti, pri katerih je Y minimalen
X_{2m}	
y	krajevna koordinata v smeri širine pravokotnika
Y	vsota kvadratov razlik temperature (sevanje)
z	krajevna koordinata v smeri višine kvadra
ϵ	emisijski koeficient
λ	brezdimenzijska koordinata v smeri y (sevanje)
ϑ	temperatura v brezdimenzijski obliki za primer sevanja
λ	toplotna prevodnost
ξ	brezdimenzijska koordinata v smeri x (sevanje)
ρ	gostota snovi
σ	Stefanova konstanta
τ	čas v brezdimenzijski obliki za primer sevanja

OGREVANJE HLADNEGA BLOKA

Predpostavljamo, da imamo ingot v obliki kvadra z robovi a, b, c z začetno temperaturo $T(x, y, z, 0) = T_1$. Izhodišče koordinatnega sistema si izberemo v enem od oglov kvadra, osi pa so vzporedne z robovi a, b, c. Blok postavimo v peč, ki ima tako moč, da je temperatura površine bloka ves čas $T_v = \text{konst.}$

Toplotno enačbo

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\rho \cdot c_p}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

smo rešili s Fourierovo metodo za separacijo spremenljivk. Pri tem smo si izbrali začetni pogoj

$$T(x, y, z, 0) = T_1$$

in robne pogoje:

$$T(0, y, z, t) = T(a, y, z, t) = T_v$$

$$T(x, 0, z, t) = T(x, b, z, t) = T_v$$

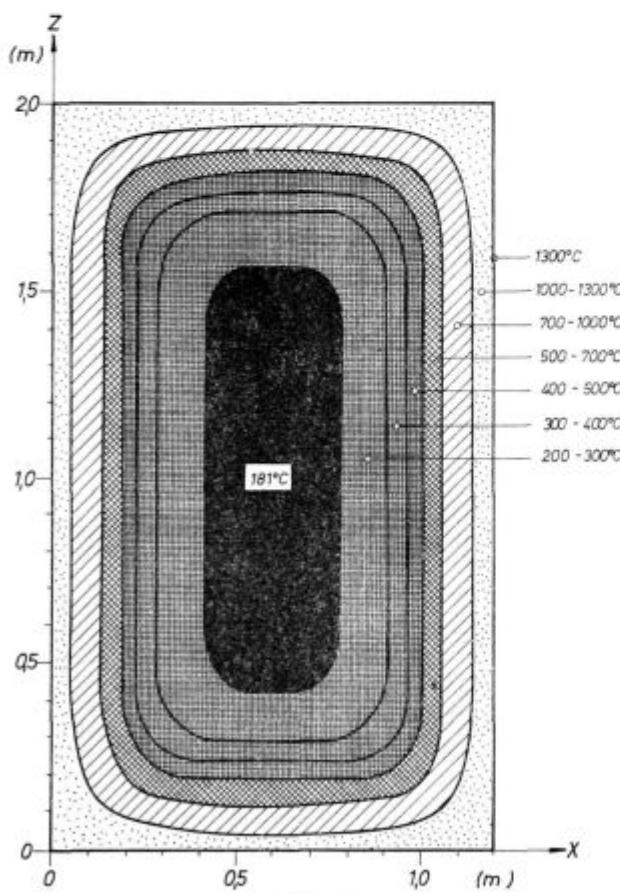
$$T(x, y, 0, t) = T(x, y, c, t) = T_v$$

Rešitev enačbe (1) lahko zapišemo (Dodatek I) v obliki:

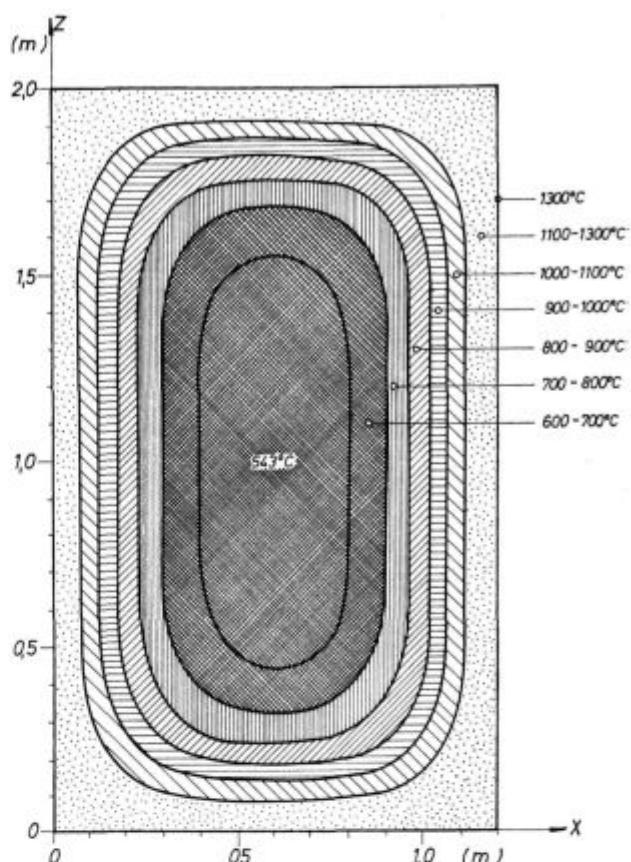
$$T = T_v + \sum_{k_1} \sum_{k_2} \sum_{k_3} \frac{64 \cdot (T_1 - T_v)}{\pi^3 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3} \cdot \sin\left(\frac{k_1 \pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{k_2 \pi y}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{k_3 \pi z}{c}\right) \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2 \cdot \lambda \cdot t}{\rho \cdot c_p \cdot a^2} \left(k_1^2 + \frac{a^2}{b^2} k_2^2 + \frac{a^2}{c^2} k_3^2\right)\right]$$

pri čemer so k_1, k_2, k_3 zaporedna liha cela števila.

Tako lahko izračunamo temperaturo za vsako točko ob vsakem času. Izdelali smo računalni-



Porazdelitev temperature v osnem preseku po 1 uri ogrevanja



Slika 2
Porazdelitev temperature v osnem preseku po 2 urah ogrevanja

ski program, ker je računanje trojnih vrst zelo zamudno. Po tem programu lahko za vsak kvader poljubnih dimenzij in lastnosti izračunamo, kako se temperatura spreminja s časom, če predpostavimo tako idealno ogrevanje.

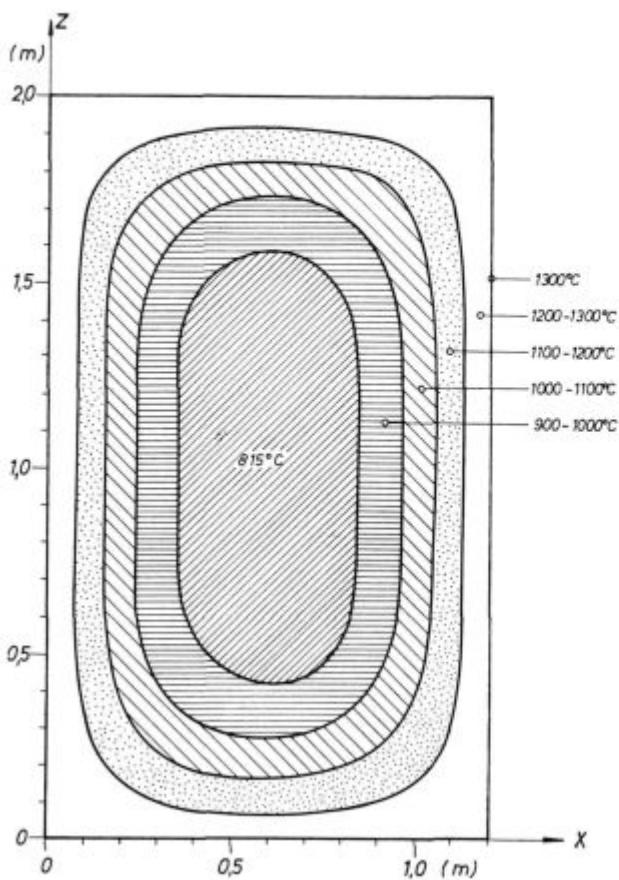
Na slikah 1 — 5 so narisane izoterme v osnem preseku brame B 8 ($a = 1,170$ m, $b = 0,630$ m, $c = 1,950$ m, $\rho = 7800$ kg/m³, $\lambda = 20,0$ kcal/mhst, $c_p = 0,170$ kcal/kgst) po 1 uri, dveh urah, treh urah, petih urah in osmih urah ogrevanja, če je $T_1 = 0^\circ\text{C}$, in $T_v = 1300^\circ\text{C}$.

OGREVANJE TOPLEGA BLOKA

Pri zalaganju toplih blokov v globinsko peč (kratek track time) je treba upoštevati, da že blok sam vsebuje precej toplotne. Od začetne porazdelitve temperature je odvisno, koliko časa mora blok ostati še v peči, da doseže temperaturno porazdelitev, ki je primerna za valjanje.

Porazdelitev temperature v srednji presečni ploskvi brame smo določili takole.

Bramo B 8 s transportnim časom približno 2 uri smo postavili na tla, pokrita z dolomitnim peskom. Tudi glava je bila prekrita z ostanki lun-



Slika 3
Porazdelitev temperature v osnem preseku po 3 urah ogrevanja

keritskega praška in zato topotno izolirana. Temperatura okolice je bila 20°C in tako se je brama ohlajala na zraku 3 ure. Vsakih 15 minut smo izmerili temperaturo v sredini obeh stranskih ploskev v točkah A in B (slika 6).

Izmerjene vrednosti smo narisali kot točke na sliki 7 in se vprašali, kakšna je morala biti temperaturna porazdelitev v začetku, če predpostavljamo, da se je blok 3 ure hladil s sevanjem.

Nadalje smo predpostavljali, da je bila začetna porazdelitev taka, kot jo prikazuje slika 6, kjer pada temperatura v smeri I in J od srednje vrednosti T_0 po paraboli druge stopnje, obenem pa je temperatura v točkah A in B enaka začetnim izmerjenim vrednostim (810° oziroma 900°C). Predpostavljali smo, da je ohlajanje dvodimenzionalno in z metodo ortogonalnih polinomov (Dodatek III) poiskali take vrednosti za T_0 in emisijski koeficient ϵ , da se je izračunani potek temperature v točkah A in B kar najbolje ujemal z izmerjenimi vrednostmi. Tako smo izračunali, da je $T_0 = 1360^{\circ}\text{C}$ in $\epsilon = 0,99$. Takrat je bila vsota kvadratov razlik med izračunanimi in izmerjenimi temperaturami v točkah A in B minimalna. Srednje pov-

prečno odstopanje med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami je znašalo $\approx 16^{\circ}\text{C}$. (Krivulji na sliki 7).

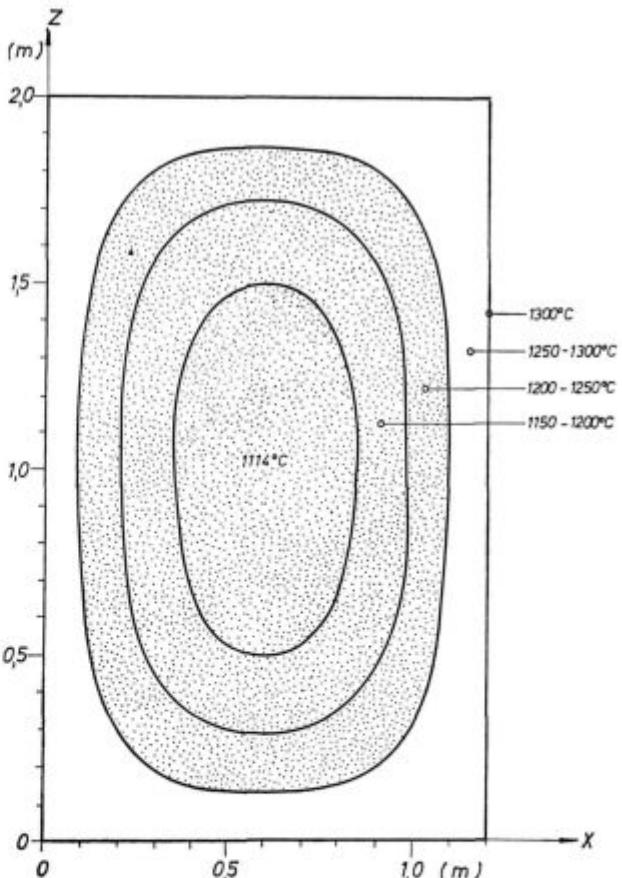
Če torej privzamemo, da je $T_0 = 1360^{\circ}\text{C}$ in $\epsilon = 0,99$ in da se temperatura po preseku spremeni po paraboli drugega reda, dobimo pri ohlajanju s sevanjem v točkah A in B temperaturni potek, ki je kar najbolj podoben izmerjenemu. Tak blok bomo imenovali optimalni blok.

Poskusili smo tudi s predpostavko, da je temperatura po preseku porazdeljena po paraboli 4. reda, pa smo dobili precej slabše rezultate. Vrednost za ϵ je v okviru vrednosti, ki so jih dobili drugi avtorji^{10, 11}, ki so upoštevali konvekcijo.

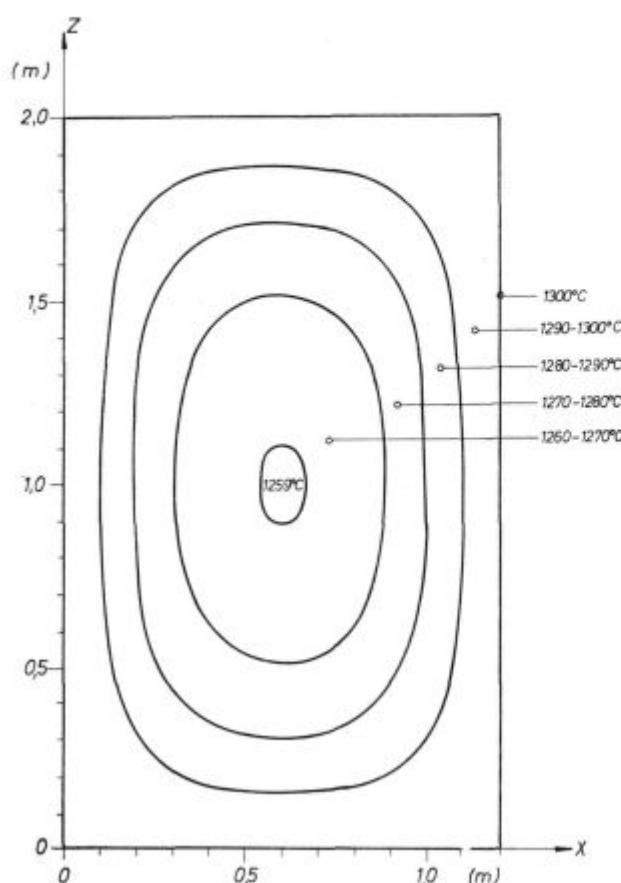
Tudi praktično smo se prepričali, da je takšen model pravilen¹³. V laboratoriju smo ogreli manjši blok ($100 \times 100 \times 200 \text{ mm}$) na 1220°C in ga pustili, da se je hladil na zraku. Pri tem smo merili temperaturo v sredini bloka in v sredini stranske ploskve. Primerjali smo izmerjene vrednosti z izračunanimi po tem modelu.

Enačba, ki smo jo reševali za primer sevanja:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{\rho \cdot c_p}{\lambda} \cdot \frac{\partial T}{\partial t} \quad (2)$$



Slika 4
Porazdelitev temperature v osnem preseku po 5 urah ogrevanja



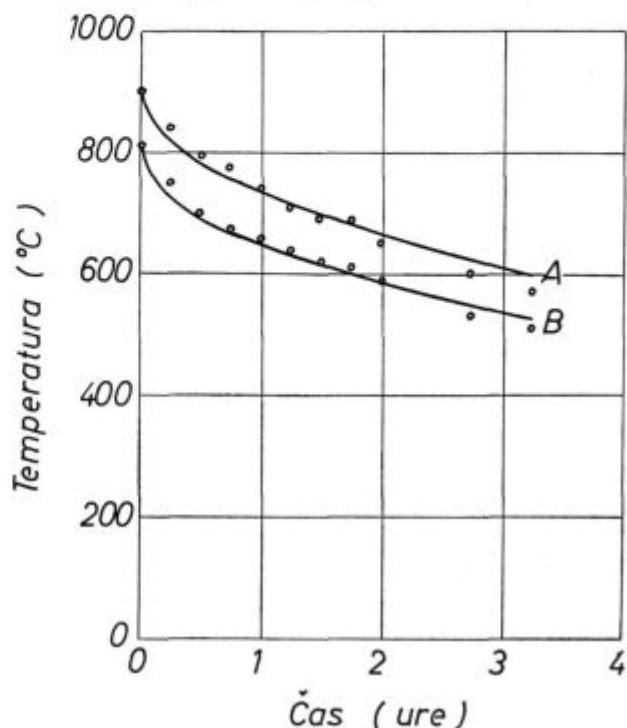
Slika 5

Porazdelitev temperature v osnem preseku po 8 urah ogrevanja

Robni pogoji:

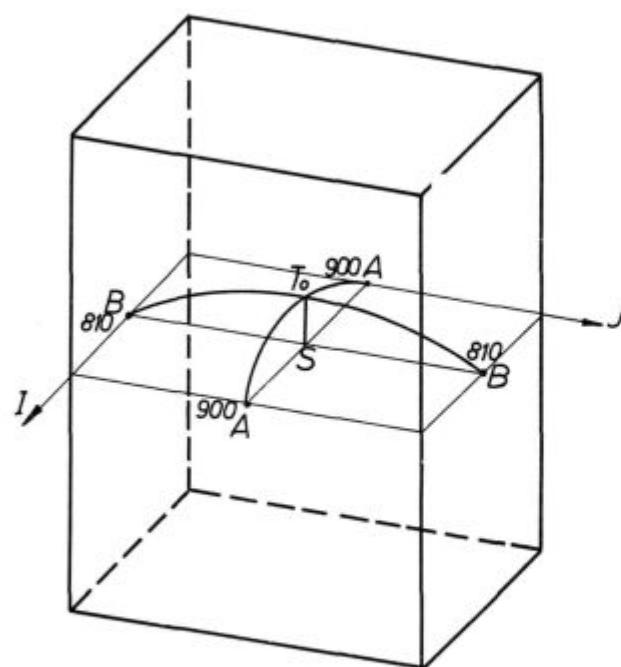
$$-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=a} = \epsilon \cdot \sigma \cdot (T_p^4 - T_s^4)$$

$$-\lambda \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=0} = -\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_{y=b} = \epsilon \cdot \sigma \cdot (T_p^4 - T_s^4)$$



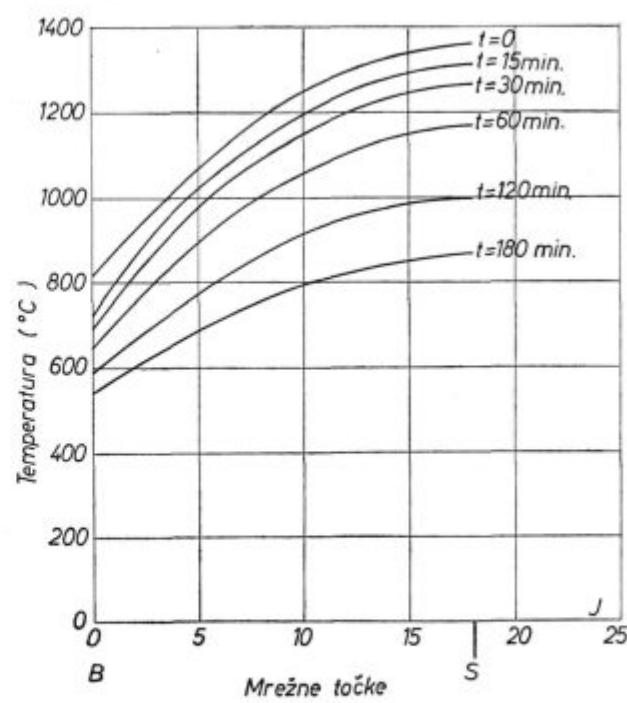
Slika 7

Temperatura na površini brame v točkah A in B
(točke — izmerjena, črta — izračunana)



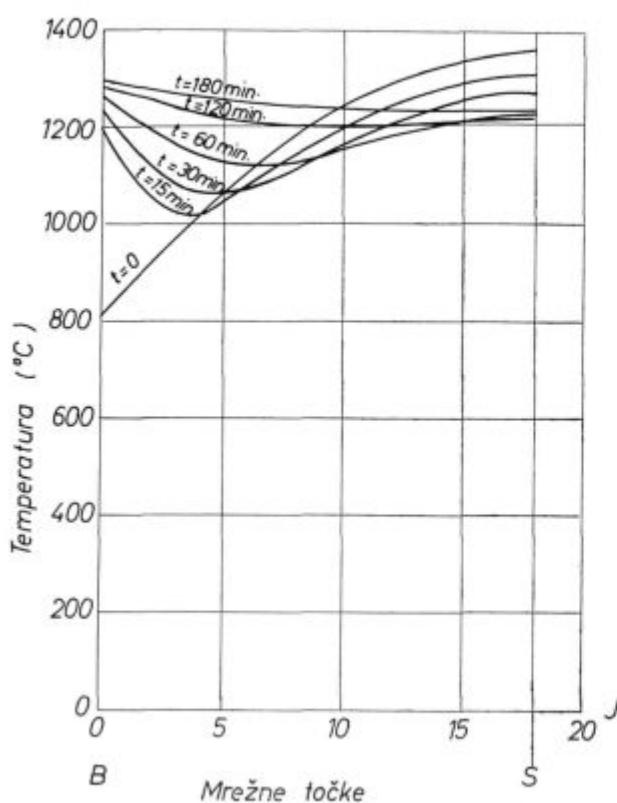
Slika 6

Predvidena začetna porazdelitev temperature

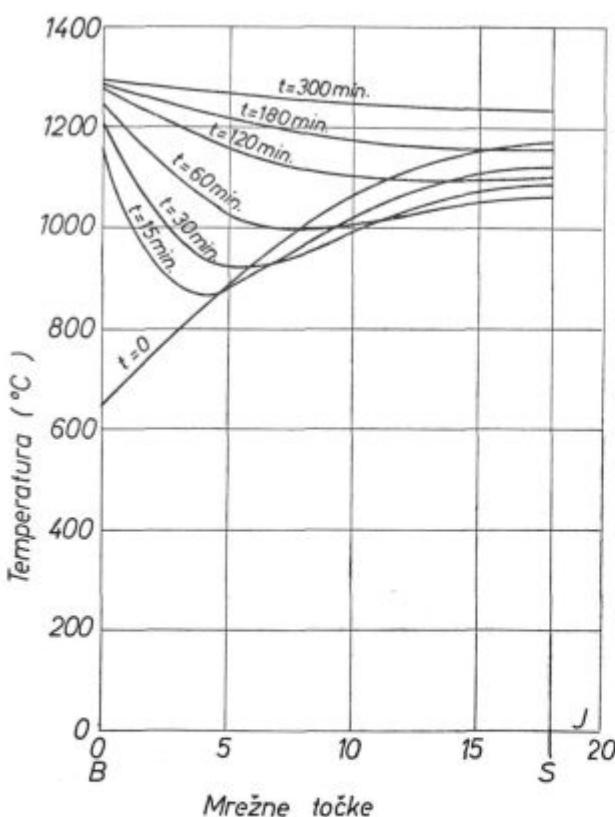


Slika 8

Optimalni blok na zraku s temperaturo 20°C



Slika 9

Optimalni blok v peči s temperaturo 1300°C 

Slika 10

Ohlajeni blok v peči s temperaturo 1300°C

Zaradi nelinearnih robnih pogojev smo jo rešili numerično³ in izdelali računalniški program¹³ za tak dvodimenzionalni problem. Z njim smo simulirali nekaj tipov ogrevanja in ohlajanja in prišli do zanimivih zaključkov.

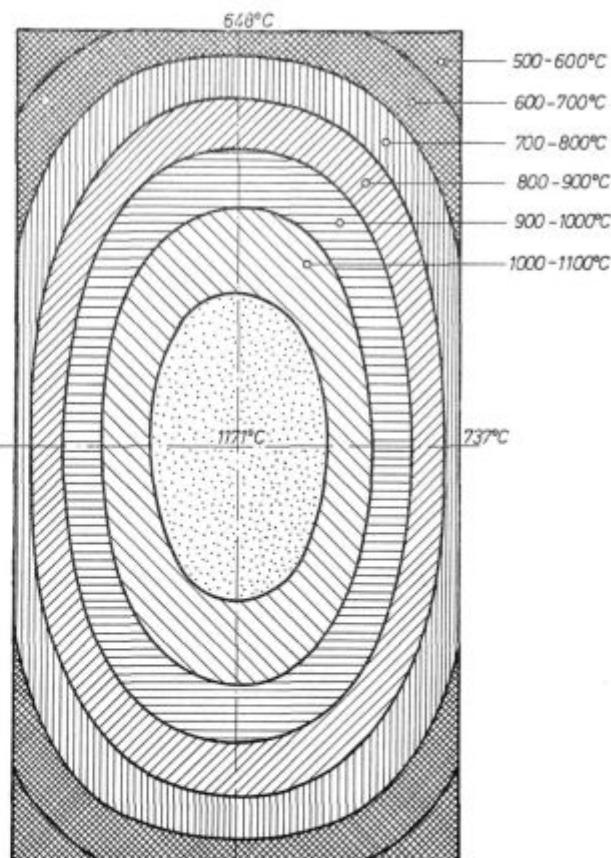
V dodatku II je nakazan način, po katerem smo rešili ta problem.

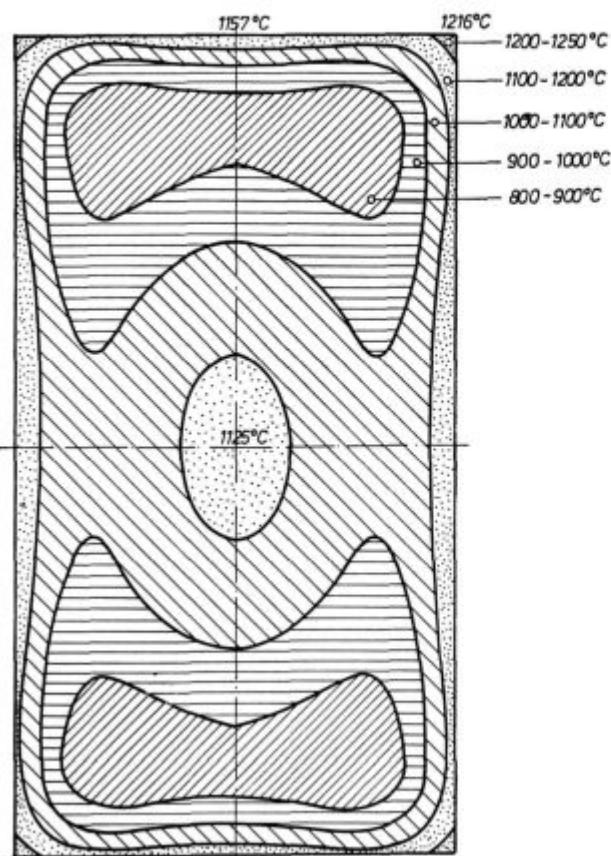
OHLAJANJE NA ZRAKU IN ZALAGANJE V PEC

Na sliki 8 je narisana temperaturni potek v srednji presečni ploskvi brame B 8 v smeri B — S (slika 6), ki bi se ohlajala na zraku s temperaturo 20°C .

Oglejmo si potek temperature pri bloku, ki bi ga takoj založili v peč (slika 9) in pri bloku, ki bi se prej 1 uro hladil na zraku (slika 10). Pri ohlajjanju na zraku bi se toplotna vsebnost tako zmanjšala, da bi potrebovali 2 ure ogrevanja več, če bi hoteli doseči enako temperaturno porazdelitev kot pri optimalnem bloku.

Na slikah 11, 12, 13 in 14 so narisani temperaturni profili v srednji presečni ploskvi v optimalnem bloku, ki bi se najprej 1 uro ohlajal na zraku po 15 minutah ogrevanja v peči, po 1 uri in po 2 urah ogrevanja v peči s temperaturo 1300°C . Zanimivo je videti, kako bi prodirala toplota v tak blok z zunanje strani in od sredine navzven.

Slika 11
Temperaturna porazdelitev v začetku



Slika 12

Porazdelitev temperature po 15 minutah ogrevanja

ZACETNA HOMOGENIZACIJA

Pri ogrevanju nekaterih kvalitet smo imeli predpise, po katerih je bilo treba vroč blok za nekaj časa (1–3 ure) postaviti v nekurjeno peč s temperaturo 900°C (homogenizacija) in šele nato nadaljevati s segrevanjem.

Če bi to naredili z našim optimalnim blokom, se izkaže, da bi se pri temperaturi peči 900°C sicer površina blokov ogrela, zaradi precej višje temperature v sredi pa bi se v bistvu tak blok ohljal (slika 15). Toplotna vsebnost bi se v začetku zvečala, po 3 urah homogenizacije bi se pa znižala.

Se bolj neugodno pa je to, da se temperaturne razlike pri taki homogenizaciji zmanjšajo in bi se zaradi tega tak blok veliko pozneje ogrel kot blok, ki ga ne bi homogenizirali. Izračunali smo toplotno vsebnost pri bloku, ki bi ga takoj založili v peč, pri bloku, ki bi se 1 uro (3 ure) homogeniziral pri temperaturi 900°C, in pri bloku, ki bi se eno uro hladil na zraku s temperaturo 20°C in bi ga šele nato postavili v peč s temperaturo 1300°C.

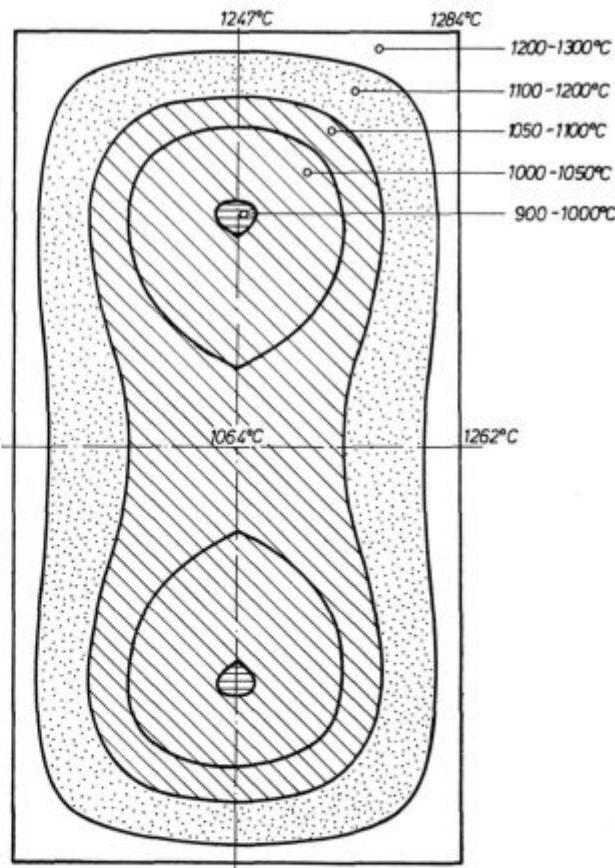
Iz tabele I in slike 16 se vidi, kako bi naraščala toplotna vsebnost za različne režime ogrevanja. S stališča ekonomičnosti ogrevanja je zanimiva predvsem ugotovitev, da bi izenačevanje tempera-

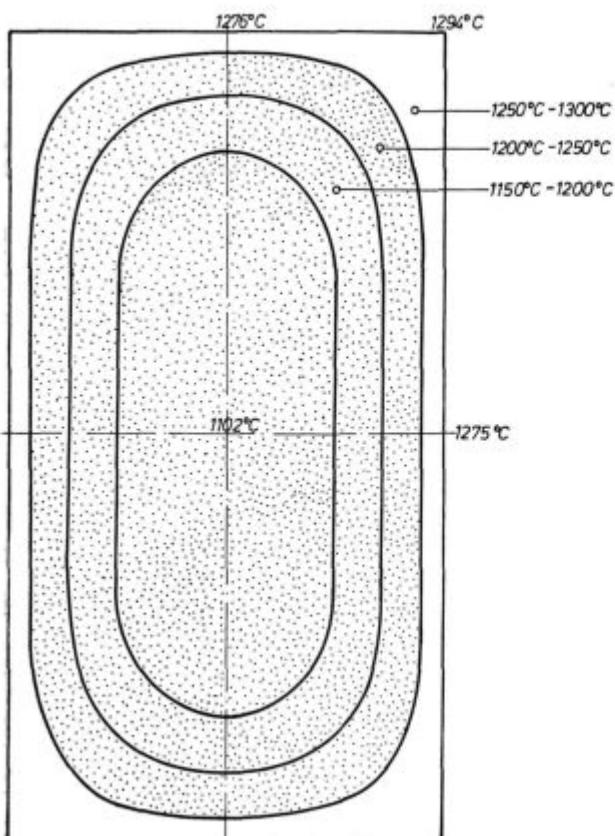
ture po preseku zaradi začetne homogenizacije bistveno podaljšalo čas zadrževanja blokov v globinskih pečeh. Po našem modelu bi bila triurna homogenizacija pri 900°C za nadaljnje ogrevanje skoraj tako neugodna kot enourno ohlajanje na zraku.

Tabela I

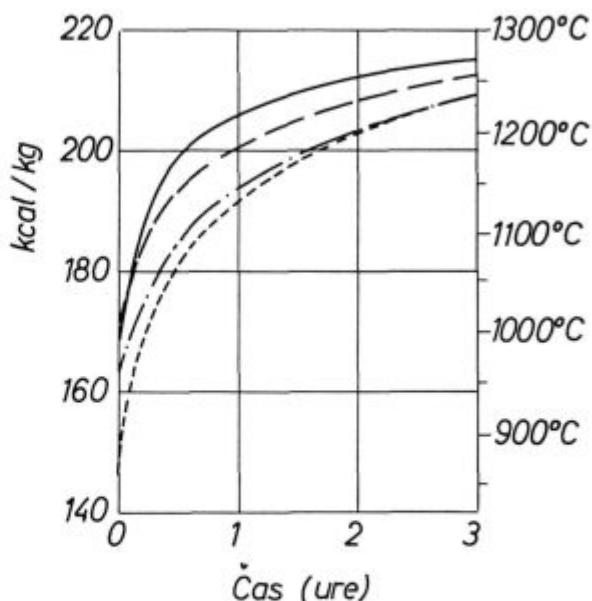
Ogrevanje na 1300°C	optimalni blok brez homogen.	optim. bl. 1 uro homog. na 900°C	optim. bl. 3 ure homog. na 900°C	optim. bl. 1 uro hladjenja na zraku
v začetku	169,7	172,0	161,9	146,4
po pol ure	199,0	193,4	184,9	181,4
po 1 uri	206,0	200,5	193,4	192,1
po 2 urah	212,0	208,4	203,6	203,3
po 3 urah	215,5	212,9	209,7	209,6

Zato smo pri večini internih predpisov za ogrevanje delno ali v celoti odpravili začetno homogenizacijo.

Slika 13
Porazdelitev temperature po 1 uri ogrevanja

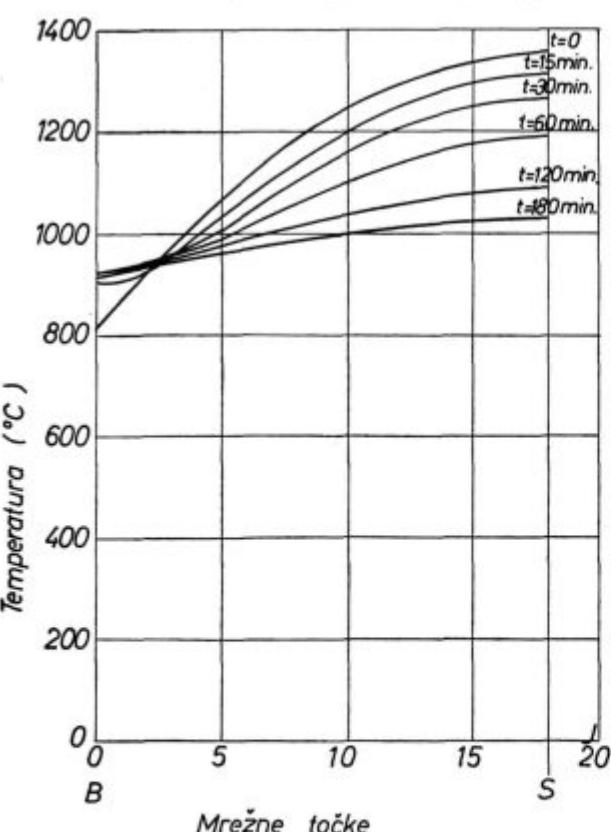


Slika 14
Porazdelitev temperature po 2 urah ogrevanja

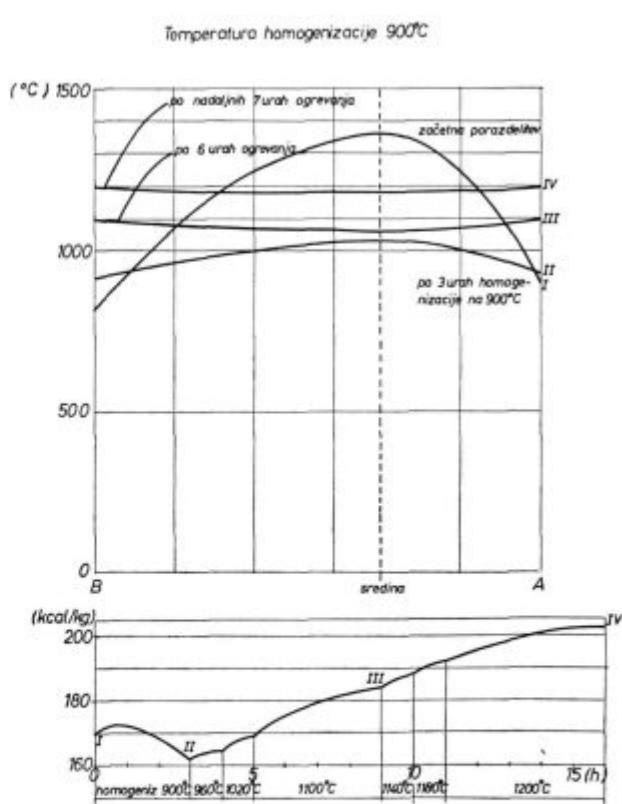


LEGENDA

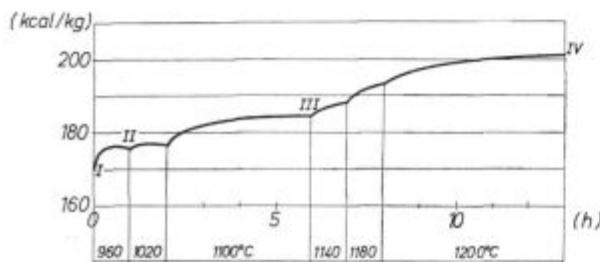
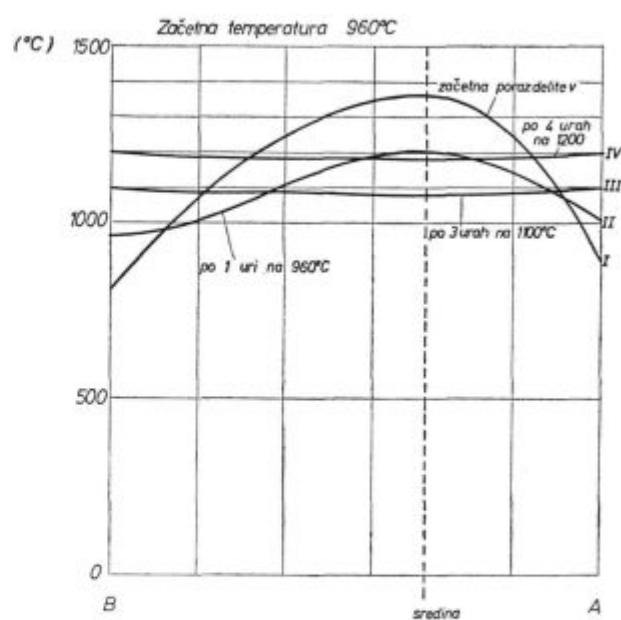
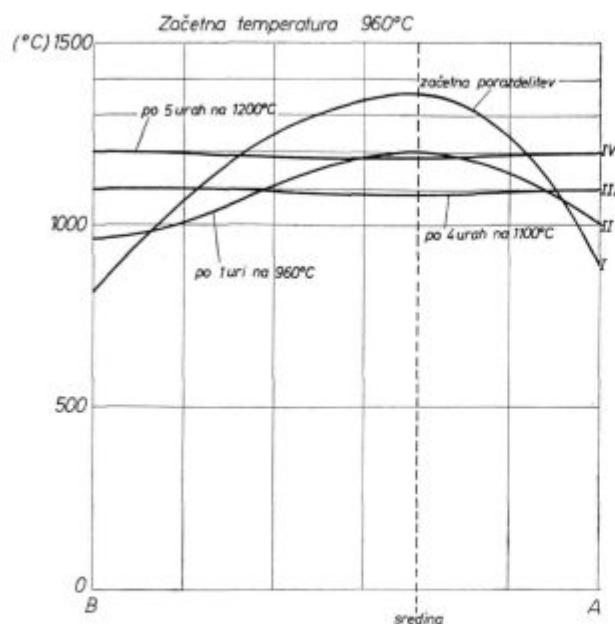
- optimalni blok v peči
- - - 1 ura homogenizacije (900°C)
- · - 3 ure homogenizacije (900°C)
- · - - 1 ura ohlajanja na zraku (20°C)



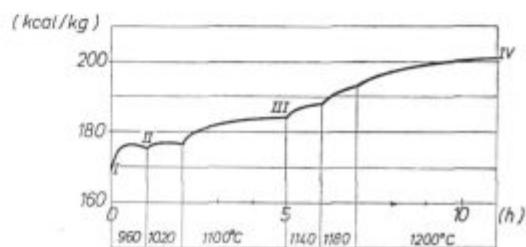
Slika 15
Optimalni blok v peči s temperaturo 900°C



Slika 17
Ogrevanje po regulativu



Slika 18
Ogrevanje brez homogenizacije



Slika 19
Ogrevanje brez homogenizacije, skrajšano za 2 urah

SIMULIRANJE REŽIMA OGREVANJA

Interni predpis Železarne Jesenice za ogrevanje blokov neke določene kvalitete predpisuje naslednje:

Vroč blok naj ostane 3 ure v nekurjeni vroči komori globinske peči. Nato jo je treba ogreti na 1100°C s hitrostjo $60^{\circ}\text{C}/\text{h}$. Na tej temperaturi naj ostane 3 ure. Nato je treba segreti peč na temperaturo 1200°C s hitrostjo $40^{\circ}/\text{h}$. Na tej temperaturi naj bi ostala 4 ure.

Takšno ogrevanje smo simulirali z našim dvo-dimenzionalnim modelom. Na sliki 17 je narisani temperaturni profil v smeri B-S-A za ogrevanje po tem predpisu.

Nato smo računsko »odpravili« začetno homogenizacijo pri temperaturi 900°C (slika 18) in za eno uro skrajšali čas zadrževanja na temperaturi 1100°C in 1200°C (slika 19).

Po teh računskih eksperimentih bi topotna vsebnost v bloku še vedno naraščala tako, da bi to ne presegalo zmogljivosti naših peči, čas ogrevanja bi bil pa znatno krajišč. Iz slike 17 se lepo vidi, kako bi padala topotna vsebnost zaradi začetne homogenizacije. Res je, da bi se tempera-

ture izenačile, vendar pa bi bil blok po 5 urah energijsko še vedno na istem kot ob zalaganju v peč. Podobno obdelavo smo naredili tudi s predpostavko, da je začetna temperatura nekurjene komore 1000°C . Tudi v tem primeru smo ugotovili, da bi bilo možno znatno skrajšati čas zadrževanja na temperaturi 1100°C .

Tudi na podlagi teh ugotovitev smo naredili pomembne spremembe v naših regulativih.

Prednost eksperimentiranja z modelom je v tem, da lahko računsko spremenjamo posamezne faze in ugotavljamo, kako bi se to odražalo v celotnem procesu.

Zaključek

Opisana analiza ogrevanja in ohlajanja z matematičnim modelom nakazuje širše možnosti pri uporabi matematične fizike pri izboljševanju tehnologije in povečevanju proizvodnje. S prvim modelom smo simulirali najhitrejše možno ogrevanje hladnega bloka, z drugim pa smo simulirali bolj realne pogoje pri zalaganju vročih blokov v globinsko peč. Če je model veren prikaz dejanskih pogojev, je s pomočjo računalnika možno

eksperimentirati (spreminjati parametre v modelu), kar je hitrejše in mnogo cenejše kot eksperimentiranje v praksi. Računalniški program lahko uporabimo tudi za druge dimenzijske blokov z drugimi fizikalnimi lastnostmi.

Nadaljnje delo bo potekalo v smeri izpopolnjevanja računalniških programov¹³, da bo model bolje opisoval dejansko dogajanje. Predvsem bo treba kontrolirati temperaturo v več točkah na površini in upoštevati tudi fazne spremembe¹² v bloku, pri katerih pride do sproščanja toplote. Upoštevati bo treba tudi to, da se pri različnih kvalitetah specifična toplota in toplotna prevodnost spremenjajo s temperaturo². Posebej bo treba študirati problem konvekcije.

Očitno pa je, da že grob model da zelo koristne rezultate in nakazuje, katerim fazam tehnološkega procesa je treba posvetiti posebno pozornost.

Dodatek I.

Enačbo I smo pretvorili v brezdimenzijsko obliko z uvedbo novih spremenljivk:

$$\begin{aligned} U &= \frac{T - T_v}{T_1} \quad r = \frac{x}{a} \quad s = \frac{y}{b} \quad v = \frac{z}{c} \quad w = \frac{t}{t_0} \\ &\quad t_0 = \frac{a^2 \cdot \rho \cdot c_p}{\lambda} \\ \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial v^2} + \frac{a^2}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial w^2} &= \frac{\partial U}{\partial w} \quad (3) \end{aligned}$$

Robni pogoji:

$$U(0, s, v, w) = U(1, s, v, w) = 0$$

$$U(r, 0, v, w) = U(r, 1, v, w) = 0$$

$$U(r, s, 0, w) = U(r, s, 1, w) = 0$$

Začetni pogoji:

$$U(r, s, v, 0) = \frac{T_1 - T_v}{T_1}$$

Enačbo (3) rešimo s Fourierovo metodo za separacijo spremenljivk.

Vpeljemo: $U(r, s, v, w) = W(w) \cdot R(r) \cdot S(s) \cdot V(v)$ in to vstavimo v enačbo (3).

Ce nato levo in desno stran enačbe delimo z $(R \cdot S \cdot V \cdot W)$, dobimo naslednji izraz:

$$\frac{W'}{W} = \frac{R''}{R} + \frac{S''}{S} + \frac{V''}{V} = -K^2$$

Ce upoštevamo robne pogoje, lahko zapišemo rešitev enačbe (3) v obliki:

$$U(r, s, v, w) = \sum_{k_1, k_2, k_3} d(k_1, k_2, k_3) \cdot \sin(k_1 \pi r) \cdot \sin(k_2 \pi s) \cdot \sin(k_3 \pi v) \cdot \exp(-K^2 w)$$

pri čemer je

$$K^2 = k_1^2 \pi^2 + \frac{k_2^2 \pi^2 a^2}{b^2} + \frac{k_3^2 \pi^2 a^2}{c^2}$$

k_1, k_2, k_3 , po katerih seštevamo, so zaporedna cela števila 1, 2, 3 ...

Konstante $d(k_1, k_2, k_3)$ določimo iz začetnega pogoja. V času $t = 0$ namreč velja:

$$\sum_{k_1, k_2, k_3} d(k_1, k_2, k_3) \cdot \sin\left(\frac{k_1 \pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{k_2 \pi y}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{k_3 \pi z}{c}\right) = \frac{T_1 - T_v}{T_1}$$

Ce levo in desno stran množimo s

$$\frac{\sin k_1' \pi x}{a} \cdot \frac{\sin k_2' \pi y}{b} \cdot \frac{\sin k_3' \pi z}{c}$$

in integriramo po x v mejah od 0 do a , po y v mejah od 0 do b in po z v mejah od 0 do c , dobimo:

$$d(k_1, k_2, k_3) = \frac{T_1 - T_v}{T_1} \cdot \frac{64}{\pi^3 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3}$$

pri čemer so k_1, k_2, k_3 zaporedna cela števila.

Končno lahko zapišemo splošno rešitev enačbe (1):

$$\begin{aligned} T(x, y, z, t) &= T_v + \sum_{k_1, k_2, k_3} \sin \frac{64 \cdot (T_1 - T_v)}{\pi^3 \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot k_3} \\ &\quad \cdot \sin\left(\frac{k_1 \pi x}{a}\right) \cdot \sin\left(\frac{k_2 \pi y}{b}\right) \cdot \sin\left(\frac{k_3 \pi z}{c}\right) \\ &\quad \cdot \exp\left[-\frac{\pi^2 \cdot \lambda \cdot t}{\rho \cdot c_p \cdot a^2} \left(k_1^2 + \frac{a^2}{b^2} k_2^2 + \frac{a^2}{c^2} k_3^2\right)\right] \end{aligned}$$

Rešitev (4) je zapisana v obliki neskončne vsote po lihih celih vrednostih k_1, k_2 in k_3 . Zaradi eksponentne funkcije ta vsota razmeroma hitro konvergira.

Dodatek II.

Vpeljemo nove spremenljivke:

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{x}{x_0} & \eta &= \frac{y}{x_0} & \tau &= \frac{t}{t_0} & \vartheta &= \frac{T}{T_d} \\ x_0 &= \frac{\lambda}{\epsilon \cdot \sigma \cdot T_d^3} & t_0 &= \frac{\rho \cdot c_p \cdot \lambda}{\sigma^2 \cdot T_d^6 \cdot \epsilon^2} & A &= \frac{\epsilon \cdot \sigma \cdot x_0 \cdot T_d^4}{\lambda \cdot T_d} \end{aligned}$$

T_d ... neka zunanjega temperature

Tako lahko zapišemo enačbo v brezdimenzijski obliki:

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \eta^2} = \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} \quad (5)$$

Robni pogoji:

$$-\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \xi}\right)_p = \vartheta_p^4 - A \quad -\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial \eta}\right)_p = \vartheta_p^4 - A$$

Indeks p označuje, da je treba upoštevati vrednosti na robu. Enačbo (5) smo rešili numerično za pravokotnik in kvadrat. Pri pravokotniku smo si izbrali takšne dimenzijske, da so se le-te ujemale z velikostjo srednje presečne ploskve brame B 8, pri kvadratu smo pa upoštevali dimenzijske ingota OK 650. Pravokotnik smo razdelili na mrežo kvadratov s stranicami $R = 0,0315$ m. Tako smo v pravokotniku srednje presečne ploskve brame B 8 dobili mrežo 21×38 točk. Pri ingotu smo izbrali mrežno razdaljo $R = 0,0325$ m in študirali 21×21 mrežnih točk.

Če mrežno razdaljo R delimo z x_0 , dobimo brezdimenzijski korak v krajevni smeri $h = \frac{R}{x_0}$

Podobno dobimo brezdimenzijski korak v časovni smeri 1, če delimo časovni korak t' s časom t_0 :

$$1 = \frac{t'}{t_0}$$

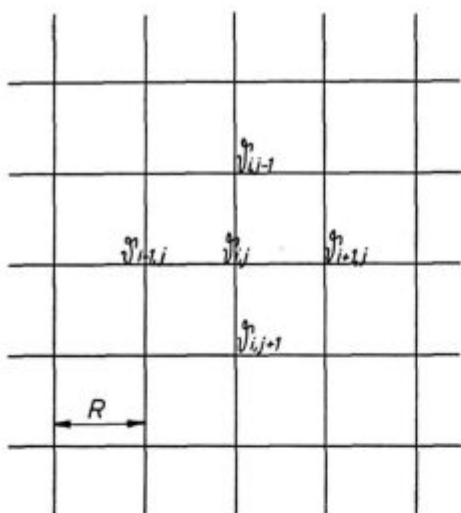
Casovnega koraka si ne moremo več poljubno izbrati. Stabilnostni kriterij za reševanje enačbe² zahteva, da mora biti izpolnjen pogoj:

$$S = \frac{1}{h^2} \leq \frac{1}{4}$$

Ugodno je izbrati za $S = 0,25$, ker se pri taki izbiri koraka v krajevni smeri izkaže, da je $t' \approx 1$ minuta v obeh primerih.

V točki (i, j) mreže (slika 20) lahko izračunamo »brezdimenzijsko« temperaturo $\vartheta_{i,j,k+1}$ časovnem koraku, če poznamo temperaturo v sosednjih točkah po k-tem koraku:

$$\vartheta_{i,j,k+1} = S \cdot (\vartheta_{i-1,j,k} + \vartheta_{i+1,j,k} + \vartheta_{i,j-1,k} + \vartheta_{i,j+1,k}) + (1-4S) \cdot \vartheta_{i,j,k} + \dots \quad (6)$$



Slika 20
Mrežne točke v sredini ploskve

Po formuli (6) lahko izračunamo temperaturo v vsaki točki znotraj pravokotnika. Če hočemo izračunati še temperature na robu (slika 21), je treba rešiti enačbo (7), ki odgovarja sevalnemu robnemu pogoju:

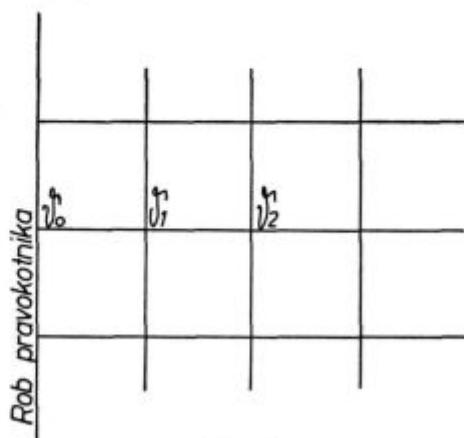
$$\frac{1}{2h} \cdot (-3\vartheta_0 + 4\vartheta_1 - \vartheta_2) = \vartheta_0 - A \quad (7)$$

Numerično reševanje s tako kratkim časovnim korakom je precej zamudno³. Zato smo izdelali obširnejši program za računalnik za poljuben kvadrat ali pravokotnik.

Dodatek III.

V tabeli II je podana vsota kvadratov razlik med izmerjenimi in izračunanimi temperaturami v točkah A in B za vse kombinacije parametrov ϵ in T_0 .

Z analizo variance^{4,8} (Tabela III) smo določili, koliko prispevajo posamezni ortogonalni polinomi^{5,6,7} k vsoti kvadratov odvisne spremenljivke Y. Pri tem predstavlja L linearno komponento, Q kvadratično, K kubično in C komponento četrte stopnje.



Slika 21
Mrežne točke na robu ploskve

Tabela II

$X_2 = -3$ $\epsilon = 1,0$	$X_2 = -1$ $\epsilon = 0,9$	$X_2 = +1$ $\epsilon = 0,8$	$X_2 = +3$ $\epsilon = 0,7$
$X_1 = -2$ $T_0 = 1000^\circ C$	75072	47943	27641
$X_1 = -1$ $T_0 = 1100^\circ C$	41857	22446	11475
$X_1 = 0$ $T_0 = 1200^\circ C$	18922	8724	7745
$X_1 = +1$ $T_0 = 1300^\circ C$	7350	5931	15254
$X_1 = +2$ $T_0 = 1400^\circ C$	5087	12996	33957
			71497

Če upoštevamo le člene do druge stopnje polinoma, upoštevamo le efekte L_T , Q_T , Q_ϵ in $L_T \cdot L_\epsilon$ (tabela IV).

Linearna komponenta L_ϵ in vse ostale so statistično nepomembne⁹.

Regresijska formula:

$$Y = 25013 - 2601 \cdot X_2 + 5618 \cdot X_2^2 + 5602 \cdot X_1^2 + 5235 \cdot X_1 \cdot X_2$$

pri čemer je

$$X_2 = \frac{T - 1200}{100} \quad X_1 = \frac{0,85 - \epsilon}{0,05}$$

$$X_2^2 = \left(\frac{T - 1200}{100} \right)^2 - 2$$

$$X_1^2 = \frac{1}{4} \left[\left(\frac{0,85 - \epsilon}{0,05} \right)^2 - 5 \right]$$

Tabela III

Efekti	Komponente	Vsota kvadratov x (10 ⁶)	Prost. stopnje
T	L _T	271,5	1
	Q _T	1767,1	1
	K _T	0,9	1
	C _T	0,0	1
Vsota (T)		2039,5	4
ε	L _ε	7,1	1
	Q _ε	627,6	1
	K _ε	2,4	1
Vsota (ε)		637,1	3
T · ε	L _T · L _ε	5481,6	1
	Q _T · Q _ε	5,2	1
	L _T · Q _ε	32,0	1
	Q _T · L _ε	0,0	1
Vsota (T · ε)		5518,8	4
Ostanek		0,5	8
Vsota		8195,9	19

Tabela IV:

Efekti	Kompon-	Vsota kvadr.	Prost.	Povp.	Opomba
	ente	x (10 ⁶)	st.	kv.	
T	L _T	271,5	1		
ε	Q _T	1767,1	1		
T · ε	Q _ε	627,6	1		
	L _T · L _ε	5481,6	1		
Vsota		8147,8	4		
Ostanek		48,1	15		
Vsota		8195,9	19	3,2	R ² = 0,994

Minimum določimo iz pogojev

$$\frac{\partial Y}{\partial T} = 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial \epsilon} = 0.$$

$$X_{1\min} = -3,35 \quad \epsilon = 1,02$$

$$X_{2\min} = 1,79 \quad T_0 = 1380^{\circ}\text{C}$$

Če pa upoštevamo člene do tretje stopnje, so pomembni sledeči efekti: L_T, Q_T, L_ε, Q_ε, L_ε. L_T, Q_ε L_T in L_ε · Q_T (tabela V).

Komponente višjih stopenj so nepomembne, če pomembnost ocenjujemo z F-testom⁹.

Tabela V

Efekti	Kompon-	Vsota kvadr.	Prost.	Povp.
	ente	x (10 ⁶)	st.	kv.
T	L _T	271,5	1	
	Q _T	1767,1	1	
	L _ε	7,1	1	
	Q _ε	627,6	1	
T · ε	L _T · L _ε	5481,6	1	
	Q _T · Q _ε	32,0	1	
	L _T · Q _ε	5,2	1	
Vsota		8192,1	7	
Ostanek		3,8	12	0,3
Vsota		8195,9	19	

Regresijska formula:

$$Y = 25013 - 2601 \cdot X_2 + 5618 \cdot X_2^2 + 5602 \cdot X_1^2 + 5235 \cdot X_1 \cdot X_2 + 267 \cdot X_1 + 895 \cdot X_2 \cdot X_1^2 + 136 \cdot X_2^2 \cdot X_1$$

Minimum določimo iz pogojev:

$$\frac{\partial Y}{\partial T} = 0 \quad \text{in} \quad \frac{\partial Y}{\partial \epsilon} = 0$$

$$X_{1\min} = -2,2 \quad X_{2\min} = 1,34 \\ \epsilon = 0,96 \quad T_0 = 1334^{\circ}\text{C}$$

Če vzamemo srednjo vrednost rezultatov iz obeh regresijskih enačb, je $\epsilon = 0,99$ in $T_0 = 1360^{\circ}\text{C}$.

Literatura

- W. Heiligenstaedt: Wärmetechnische Rechnungen für Industrieöfen, Verlag Stahleisen M. B. H., Düsseldorf 1951, stran 77 in 173.
- H. Köhne: Digitale und analoge Lösungsmethoden der Wärmeleitungsgleichungen, Westdeutscher Verlag, Köln und Opladen 1970.
- G. D. Smith: Numerical Solution of Partial Differential Equations, Oxford University Press
- B. Ostle: Statistics in Research, The Iowa State University Press, 1969
- O. L. Davies: Design and Analysis of Industrial Experiments, Hafner Publishing Company, 1971
- B. Brudar: Interpretacija diagramov, Železarski zbornik 1973, št. 1
- B. Brudar: Faktorski poskus in metoda ortogonalnih polinomov, Železarski zbornik 1973, št. 2
- A. Linder: Planen und Auswerten von Versuchen, Birkhäuser Verlag, Basel 1969
- System/360 Scientific Subroutine Package (360 A-CM-03) Version III., IBM Programmers' Manual
- A. H. Bowker, G. J. Lieberman: Engineering Statistics, Prentice – Hall, Inc., 1959
- Elliot, Gleisser, Ramakrishna: Thermochemistry for Steel-making, Addison Wesley Publishing Company, Inc., stran 740
- E. Millies: Das Temperaturfeld eines Vorbandes, Archiv für das Eisenhüttenwesen, Heft 9, Sept. 1964, stran 855
- L. S. Darken, R. W. Gurry: The Physical Chemistry of Metals, McGraw Hill Book Company, 1953, stran 397
- B. Brudar: Magistrsko delo, 1973

ZUSAMMENFASSUNG

Um die Stahlblöcke erfolgreich walzen zu können, müssen diese gleichmäßig auf eine Temperatur 1200—1300°C aufgewärmt sein. Die Erwärmungszeit ist von dem Anfangswärmegehalt, der spezifischen Wärme und der Wärmeleitfähigkeit abhängig.

Ein mathematisches Modell ist ausarbeitet worden, nach welchem die nötige Wärmezeit zum erwärmen des Blockes von 0° bis auf 1300°C errechnet werden kann, wenn die Oberflächentemperatur durchaus 1300°C ist. So ist die schnellst mögliche Erwärmung eines kalten Blockes simuliert worden.

Für das Studium der Erwärmung heißer Blöcke ist ein zweidimensioneller mathematischer Modell ausgearbeitet worden, mit welchem das Erwärmen und Abkühlungen durch das Strahlen simuliert worden ist. Den Anfangstemperaturprofil im Querschnitt der Bramme B 8 (9200 kp) haben wir festgestellt, und danach die Temperaturverteilung und den Wärmegehalt für einige Wärmebedingungen ausgerechnet.

Wir haben festgestellt, dass wir ziemlich viel Energie und Zeit ersparen könnten, wenn wir übereinstimmend mit diesem Modell die Anfangshomogenisierung abschaffen und einige Phasen bei der Erwärmung der heißen Blöcke in Tieföfen verkürzen würden.

SUMMARY

Satisfactory rolling of steel ingots is conditioned by uniform soaking to 1200—1300°C. Time of heating depends on the initial heat capacity, specific heat, and thermal conductivity of material.

A mathematical model is proposed for calculation of heating cold ingot to 1300°C if the surface temperature is constant at 1300°C. Thus the fastest heating of cold ingot is being simulated.

Further, a two-dimensional mathematical model is proposed for heating hot ingots taking in account heating and cooling by radiation. The initial temperature profile in the cross section of the B 8 (9200 kp) slab was determined, the variation of temperature was calculated, and the heat capacity for various heating conditions was specified.

Substantial amount of energy and time could be saved if initial homogenizing were abolished and some steps of heating hot ingots in pits were shortened.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для успешного прокатывания слитков стали необходимо их равномерно согреть на темп-ру 1200—1300° Ц. Продолжительность нагрева зависит от начального содержания теплоты, удельной теплоты и теплопроводности материала.

Рассмотрен математический модель, на основании которой можно вычислить быстроту нагревания холодного слитка с 0° до 1300° Ц, под условием если темп-ра поверхности слитка всё время нагрева на высоте 1300° Ц. Таким образом удалось стимулировать нагревание холодного слитка в самое короткое время.

Для изучения нагрева горячих слитков разработан двумерный математический модель при помощи которого стимулировали нагрев и охлаждение взяв во внимание радиацию. Определены первоначальный температурный профиль в сечении брамы В 8 (9200 кп) и вычислена температурное распределение и содержание теплоты для некоторых условий нагрева.

Установлено, что можно сберечь достаточно энергии и времени, если в согласии с этим моделью исключить первоначальную гомогенизацию и сократить некоторые фазы при нагреве горячих слитков в нагревательных колодцах.