VESTI

Sedemnajsto mednarodno tekmovanje študentov matematike

Kot že mnogo let poprej se je tudi v letu 2010 ekipa Fakultete za matematiko in fiziko, Univerze v Ljubljani udeležila mednarodnega tekmovanja študentov matematike. Tokrat so se s študenti z vsega sveta pomerili Urban Jezernik iz tretjega letnika ter Špela Špenko, David Gajser in Gašper Zadnik iz četrtega letnika. Kot zadnjih nekaj let se nam je pridružil še predstavnik Univerze na Primorskem, študent tretjega letnika Peter Muršič.

Tekmovanje ni imuno za zunanje dogodke, tako se je letos število sodelujočih študentov prvič v zgodovini tekmovanja zmanjšalo glede na prejšnje leto. Razloga naj bi bila predvsem dva: nekaterim ekipam ni uspelo zbrati denarja za udeležbo (bojda je kriva tudi recesija), nekatere ekipe pa so imele težave s pridobivanjem viz za Bolgarijo. Ta je že nekaj let del skupnosti držav, ki se zavzemajo za družbo znanja ter za splošno odprtost do drugih kultur. Tako je seveda povsem logično, da so študentom matematike iz Nigerije zavrnili prošnjo za vizo in ti niso mogli sodelovati. Kljub temu se je pomerilo več kot 300 študentov, kar je med drugim nemajhen organizacijski zalogaj. Lokalni organizatorji iz Blagoevgrada so ga izpeljali dovolj dobro, da bodo gostili tekmovanje tudi v letu 2011.

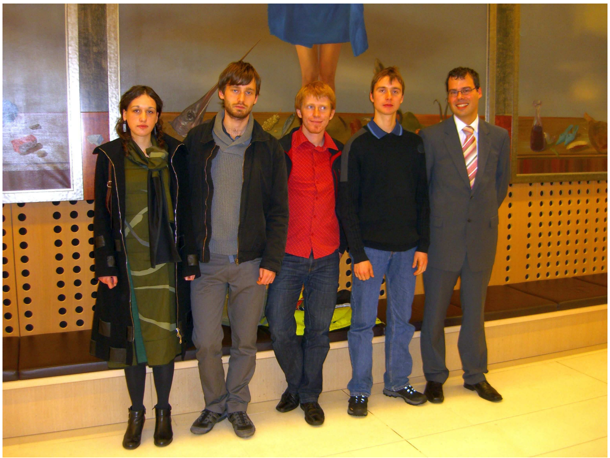
Naša ekipa je dosegla enega večjih uspehov zadnjih let. Špela Špenko, Urban Jezernik in Gašper Zadnik so osvojili drugo, David Gajser pa tretjo nagrado. Tudi Peter Muršič je osvojil priznanje. Glede na to, da mnoge univerze organizirajo posebne priprave ter izbore tekmovalcev (mi pa ne), ta uspeh ni zanemarljiv. V posebnem točkovanju univerz smo dosegli sicer zelo dobro 27. mesto med 90 univerzami.

Tudi družabni del ni zaostajal za prejšnjimi leti. Na nogometni tekmi med Srbijo in Iranom so morali posredovati celo lokalni gasilci. Hujšega ni bilo, le nekaj vej so zakurili (morda igralci sami, verjetno zaradi vzdušja). A sredi poletja v Bolgariji večinoma vlada suša, zato tako početje ni ravno zaželeno.

V študentskem domu je bilo vseskozi veselo, še posebej pa po drugem tekmovalnem dnevu, ko je bilo delo opravljeno. Ena od posledic celonočne zabave je bila ta, da se je izleta prihodnjega dne udeležilo nekoliko manj študentov. Naša ekipa je poslala enega predstavnika, kar je bilo bolje od naših sosedov v študentskem domu, ekipe iz Innsbrucka, ki so se odpravili na avtobus pet ur po njegovem odhodu.

Ob vrnitvi domov naših študentov sicer ni pričakala navdušena množica, so pa vseeno dobili priznanja, ki jim gredo. Najprej jih je v septembru

sprejel rektor Univerze v Ljubljani prof. dr. Stanislav Pejovnik. V decembru so bili povabljeni še na srečanje z ministrom Gregorjem Golobičem in predsednikom republike dr. Danilom Türkom. Obširnejša poročila z obeh dogodkov najdete na internetnih straneh Fakultete za matematiko in fiziko Univerze v Ljubljani, Urada predsednika republike in Ministrstva za visoko šolstvo, znanost in tehnologijo.



Še nekaj besed o matematični plati tekmovanja. Študenti so dva dni po pet ur reševali po pet nalog. Vsak dan je bila prva naloga lahka in bi jo morali rešiti res skoraj vsi, naslednje tri naj bi bile srednje težavnosti, zadnja pa je bila običajno zelo težka oziroma nerešljiva. Predstavil bi dve (res lahki) nalogi ter nekaj dilem, pred katerimi so se znašli ocenjevalci. Problemi pri ocenjevanju izdelkov študentov so namreč pogosto, milo rečeno, nemajhni. Poleg tega ocenjevanje po pravilu traja dolgo v noč, ko tudi koncentracija ocenjevalcev že popusti. Tako je nujno, da obstaja možnost popravkov. Kljub temu se včasih zgodi, da je kak študent oškodovan za kakšno točko – kar lahko pomeni tudi nižjo nagrado (seveda moralno, saj materialnih nagrad skoraj ni).

Poskusimo najprej rešiti najlažjo nalogo.

Naloga 1. Dokažite, da za vsak par $0 < a < b$ velja

$$\int_a^b (x^2+1)e^{-x^2}dx \geq e^{-a^2} - e^{-b^2}\,.$$

Ker je naloga res lahka, bi jo zmogel rešiti vsak. Uradna rešitev je uporabila Cauchyjev izrek o povprečni vrednosti, nekaj odvajanja in neenakost med aritmetično in geometrično sredino. Kot običajno so študenti našli precej lažjo rešitev.

Rešitev. Ker je $x^2+1 \geq 2x$, je

$$\int_a^b (x^2+1)e^{-x^2}dx \geq \int_a^b 2xe^{-x^2}dx = \Big[-e^{-x^2}\Big]_a^b = e^{-a^2} - e^{-b^2}\,.$$

Filozofski problem, okoli katerega so se vrteli ocenjevalci, je naslednji: ali lahko neenakost $x^2+1 \geq 2x$ zapišemo kot dejstvo? Študenti, ki so jo zapisali, bi jo verjetno znali tudi utemeljiti. A princip, po katerem se ocenjuje izdelke, je seveda ta, da se oceni tisto, kar je na papirju, ne pa tisto, kar je (najverjetneje) v študentovi glavi. Tega se zavedajo tudi nekateri študenti, zato so zgoraj omenjeno neenakost poskusili dokazati res podrobno. Eden izmed dokazov je bil recimo tale:

Dokaz neenakosti. Neenakost očitno velja za $x \geq 2$, saj v tem primeru velja že $x \cdot x \geq 2 \cdot x$. Če je $x \leq \frac{1}{2}$, je $2x \leq 1$ in neenakost spet velja. Ostane območje $\frac{1}{2} < x < 2$. Najprej pogledamo območje $\frac{1}{2} < x \leq 1$. Tu velja, da je odvod leve strani enak $2x \leq 2$, odvod desne strani pa je enak 2. To pomeni, da funkcija x^2+1 počasneje narašča od $2x$. Ker je v desnem robu intervala (v $x=1$) vrednost obeh funkcij enaka, velja, da je leva funkcija nad desno, torej $x^2+1 \geq 2x$. Podobno razmislimo na intervalu $[1,2]$: odvod leve funkcije je $2x \geq 2$, odvod desne je še vedno enak 2. Tako smo dobili, da za vse realne x velja $x^2+1 \geq 2x$.

Ni presenečenje, da je bila pri ocenjevalcih bolje sprejeta naslednja argumentacija: ker je $x^2+1-2x = (x-1)^2 \geq 0$, je $x^2+1 \geq 2x$.

Podobne probleme (branje misli) smo imeli pri naslednji nalogi. Tudi ta je bila lahka.

Naloga 2. Ali za vsak začetni člen x_0 konvergira zaporedje, podano rekurzivno za vsak $n \geq 0$ s predpisom

(a) $x_{n+1} = x_n \cos x_n$?

(b) $x_{n+1} = x_n \sin x_n$?

Rešitev. Zaporedje $x_0 = \pi$, $x_{n+1} = x_n \cos x_n$ ne konvergira. Velja namreč, da je $x_n = (-1)^n \pi$.

Za drugo zaporedje je odgovor pritrdilen, kar najlažje vidimo tako: funkcija $f(x) = x \sin x$ je soda, kar med drugim pomeni, da je $f(x) = f(-x) = f(|x|)$. Poleg tega je zaporedje $|x_n|$ nenaraščajoče in seveda navzdol omejeno, torej ima limito. A ker je $x_{n+1} = f(x_n) = f(|x_n|)$ in je f tudi zvezna, $|x_n|$ pa je konvergentno, je tudi x_n konvergentno zaporedje.

Mimogrede: nenaraščajoče zaporedje je nekaj drugega kot zaporedje, ki ne narašča. Tudi tu je bilo kar nekaj vročih mnenj v komisiji. Večinoma smo se le domenili, da moramo nekaj tolerance pustiti tudi zaradi uporabe tujega jezika – tekmuje se namreč v angleščini, ki ni materni jezik večine tekmovalcev (celo tistih ne, ki prihajajo iz Londona ali Princetona).

Kogar zanimajo še druge naloge (ki so večji izziv), si jih lahko ogleda na uradni strani tekmovanja, www.imc-math.org.uk.

Gregor Šega

PETER ŠEMRL GLAVNI UREDNIK REVIJE LINEAR ALGEBRA AND ITS APPLICATIONS

Z novim letom je prof. dr. Peter Šemrl postal eden od štirih glavnih urednikov ugledne revije Linear Algebra and its Applications. V tej reviji je mnogo objavljal sam, pa tudi drugi slovenski matematiki. To veliko priznanje ne preseneča, če poznamo njegovo izredno uspešno znanstveno in tudi uredniško delo. Že prej je bil namreč urednik pri tej reviji. Profesor Šemrl je urednik tudi pri reviji Linear and Multilinear algebra.

Profesor Šemrl ves čas deluje v International Linear Algebra Society (ILAS). Bil je plenarni predavatelj na Deveti konferenci ILAS v Haifi (Izrael, 2001) in na Trinajsti konferenci ILAS v Amsterdamu (2006). Imel je Taussky Todd Lecture (kar je redko podeljeno priznanje) na Enajsti konferenci ILAS v Coimbri (Portugalska, 2004). Bil je član programskega odbora Štirinajste konference ILAS v Šanghaju (2007).

Peter Legiša