



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA IZOBRAŽEVANJE,
ZNANOST IN ŠPORT



Zavod
Republike
Slovenije
za šolstvo

Curricolo della materia

MATEMATICA

Ginnasio generale, classico e tecnico

Materia obbligatoria e maturita' (560 ore)

Curricolo della materia

MATEMATICA

Ginnasio; generale, classico e tecnico

Materia obbligatoria e maturità (560 ore)

Commissione per la materia, autori del programma:

dr. **Amalija Žakelj**, Istituto dell'educazione della RS, presidente

mag. **Mirjam Bon Klanjšček**, Liceo di Nova Gorica, membro

dr. **Marjan Jerman**, Università di Lubiana, Facoltà di matematica e fisica, membro

Silva Kmetič, Istituto dell'educazione della RS, membro

Samo Repolusk, Università di Maribor, Facoltà di scienze e matematica, membro

Andrej Ruter, Ginnasio Ravne na Koroškem, membro

Per l'aggiornamento del piano di lavoro la Commissione per la matematica si è basata sul curriculum di materia per il ginnasio dell'anno 1988.

Revisori:

dr. **Peter Legiša**, Facoltà di matematica e fisica, Università di Lubiana,

Darka Hvastja, Ginnasio Bežigrad, Lubiana.

Redatto da: **Katja Križnik** e **Nataša Purkat**

Revisione linguistica: **Katja Križnik**

Traduzione in lingua italiana: **David Croselli**

Revisione della microlingua: **Nadja Marušić**

Revisione linguistica: **Claudio Guastella**

Edito dal: Ministero dell'istruzione e dello sport, Istituto dell'educazione della RS

Per il ministero: dr. **Simona Kustec**

Per l'istituto: dr. **Vinko Logaj**

Edizione digitale

Lubiana, 2021

Indirizzo (URL):

http://eportal.mss.edus.si/msswww/programi2021/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID 85749251

ISBN 978-961-03-0591-0 (Zavod RS za šolstvo, PDF)

Accolto il 14. 2. 2008 nella riunione n. 110 del Consiglio degli esperti per l'istruzione generale.

INDICE

1	DEFINIZIONE DELLA MATERIA	4
2	OBIETTIVI GENERALI/ COMPETENZE.....	5
3	OBIETTIVI E CONTENUTI	8
3.1	Fondamenti di logica (7 ore).....	9
3.2	Insiemi (8 ore)	9
3.3	Insiemi numerici (55 ore).....	10
3.4	Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni (30 ore)	14
3.5	Potenze e radici (24 ore).....	15
3.6	Geometria nel piano e nello spazio (32 ore)	16
3.7	Figure piane e solidi geometrici (34 ore)	18
3.8	Vettori nel piano e nello spazio (28 ore)	19
3.9	Sistema cartesiano nel piano (8 ore)	20
3.10	Funzioni (190 ore).....	21
3.11	Coniche (20 ore)	29
3.12	Successioni e serie (32 ore)	30
3.13	Calcolo differenziale (30 ore)	31
3.14	Calcolo integrale (20 ore)	32
3.15	Calcolo combinatorio (20 ore)	33
3.16	Teoria della probabilità (12 ore).....	34
3.17	Statistica (10 ore).....	35
4	RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI	37
4.1	Conoscenza dei contenuti.....	37
4.2	Conoscenze procedurali	39
5	COLLEGAMENTI INTERDISCIPLINARI.....	40
5.1	Obiettivi e attività interdisciplinari	40
5.2	Attività per lo sviluppo delle competenze	43
6	INDICAZIONI DIDATTICHE	46
6.1	Tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC)	46
6.2	Compiti per casa.....	47
7	VALUTAZIONE DEI RISULTATI	48

1 DEFINIZIONE DELLA MATERIA

La matematica è una scienza ed un'arte, è il risultato della curiosità e della creatività della mente umana. Rivela la bellezza di fondo dei processi in natura. È importante anche il suo ruolo di supporto alle altre scienze naturali e tecniche, sociali ed umanistiche, motivo per cui incontriamo la matematica nella maggior parte delle discipline e attività. Con lo sviluppo di una società tecnologicamente avanzata la presenza della matematica in altre aree disciplinari sta diventando sempre meno visibile, poiché è nascosta nella tecnologia. Pertanto, la padronanza delle procedure computazionali diventa meno importante per lo svolgimento di determinate attività, mentre la comprensione, l'integrazione interdisciplinare, l'uso delle conoscenze matematiche e la capacità di risolvere problemi stanno diventando sempre più importanti.

La matematica è una delle materie di base nei ginnasi. Durante le lezioni di matematica l'allievo forma principalmente concetti e strutture matematiche elementari, il pensiero critico, i processi mentali, le capacità di attività creativa, le conoscenze e le abilità formali, e apprende l'applicabilità pratica della matematica.

La linea guida di base del pensiero matematico è di trarre conclusioni in base alle conoscenze delle relazioni di causa-effetto tra gli oggetti matematici considerando le regole della logica. L'insegnamento della matematica incoraggia anche l'uso ragionevole di forme di pensiero informali, come l'intuizione, perciò la matematica non è solo una raccolta di istruzioni con cui risolvere i compiti prefissati. Con il contenuto e la struttura delle dimostrazioni la matematica indirizza gli allievi verso l'accuratezza e l'ordine nel loro lavoro e li conduce al pensiero sistematico e critico.

Sono due le cose importanti per gli allievi dei ginnasi: da un lato, le conoscenze e le abilità matematiche acquisite che vengono sviluppate, forniscono un supporto stabile nel pensiero e nel processo decisionale nelle situazioni della vita quotidiana e nell'apprendimento di altre materie e dall'altro forniscono le conoscenze fondamentali per il futuro percorso d'istruzione.

2 OBIETTIVI GENERALI/ COMPETENZE

Lo scopo dell'apprendimento e dell'insegnamento della matematica si definisce attraverso i suoi obiettivi generali. Nel corso delle ore di matematica gli allievi apprendono a:

- sviluppare il ragionamento matematico: ragionamento logico-astratto e rappresentazioni geometriche;
- conoscere la struttura delle teorie matematiche e familiarizzare con gli standard di base del ragionamento matematico;
- riconoscere le domande alle quali la matematica può dare una risposta;
- conoscere l'importanza della matematica come linguaggio e strumento universale;
- esprimersi in un linguaggio matematico, orale, scritto o con altre forme espressive;
- utilizzare la matematica in altri contesti e collegare le conoscenze matematiche ad altre conoscenze (interdisciplinarietà);
- porre domande chiave che derivano da situazioni di vita o sono legate alla ricerca di problemi matematici;
- conoscere la matematica come processo, sviluppare la creatività e avere fiducia nelle proprie capacità matematiche;
- conoscere ed utilizzare diverse tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC) come ausilio per l'apprendimento e per la risoluzione più efficiente dei problemi;
- valutare quando ha senso utilizzare una particolare tecnologia dell'informazione e della comunicazione e sviluppare un atteggiamento critico nei confronti delle informazioni trovate sul web.

Le competenze sono definite come una combinazione di conoscenze, abilità e attitudini relative alle circostanze (Bollettino ufficiale UE n. 394/10, 2006). L'insegnamento della matematica, come una delle materie fondamentali dell'istruzione generale nel ginnasio, sviluppa le competenze di base necessarie per l'espressione di idee matematiche, l'accettazione e l'esperienza della matematica come valore culturale, e contribuisce anche al processo decisionale e al giudizio autonomo.

La competenza matematica è la capacità di usare il pensiero matematico per risolvere vari problemi in ambito matematico e interdisciplinare, la capacità di sperimentare la matematica come valore culturale e la capacità di sperimentare e interpretare il mondo. È importante che i processi di risoluzione intuitiva siano supportati dalle regole della logica (pensare e trarre conclusioni, argomentare, modellare, formulare e risolvere problemi). La competenza matematica include:

- conoscenza, comprensione e uso di concetti matematici e connessioni tra di essi ed implementazione e uso di procedure;
- ragionamento, generalizzazione, astrazione e riflessione a livello concreto e generico;
- comprensione e utilizzo del linguaggio matematico (lettura, scrittura e comunicazione di testi matematici, ricerca e gestione di fonti matematiche);
- raccolta, modifica, strutturazione, analisi, presentazione dei dati, ed interpretazione e valutazione dei dati o risultati;
- comprensione e visione della matematica come strumento utile e valore culturale;

- l'uso delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione nell'acquisizione di nuovi concetti matematici, nell'implementazione di procedure matematiche, nella ricerca e nella soluzione di problemi matematici e nel loro utilizzo nella scienza;
- ricerca e soluzione di problemi.

Oltre alla competenza matematica, alla quale viene data maggiore importanza durante le ore di lezione, gli insegnanti della disciplina possono incoraggiare lo sviluppo di altre competenze con metodi di lavoro appropriati:

- comunicazione nella lingua madre (ascolto, comunicazione orale, comprensione della lettura, comunicazione scritta);
- comunicazione in lingue straniere (presentare un testo matematico di base in una lingua straniera);
- imparare ad imparare (pianificazione delle proprie attività, responsabilità della propria conoscenza, apprendimento indipendente, sviluppo della conoscenza metacognitiva, abitudini lavorative);
- intraprendenza e imprenditorialità (creatività, iniziativa, valutazione dei rischi, processo decisionale);
- sviluppare qualità personali (socialità, valori reciproci, gestione delle emozioni) e l'autostima.

In relazione alle materie di scienze naturali, sono incoraggiate le abilità matematico-scientifiche per lo sviluppo del pensiero complesso:

- ricerca, elaborazione e valutazione di dati tratti da varie fonti:
 - capacità di giudicare se un'informazione è necessaria,
 - conoscenza sistematica delle modalità di ricerca, elaborazione e valutazione dei dati,
 - sviluppo della comprensione e dell'uso delle scritture simboliche/grafiche,
 - l'uso delle TIC per raccogliere, archiviare, cercare e presentare informazioni;
- uso della terminologia professionale di base nella descrizione di fenomeni, processi e leggi:
 - sviluppo delle capacità sperimentali e metodi di ricerca,
 - abitudine a scegliere e utilizzare attrezzature adeguate e sicure,
 - identificazione di fattori sperimentali (esperimenti); distinzione tra costanti e variabili,
 - valutazione dell'attendibilità dei risultati ottenuti,
 - abitudine ad una conclusione motivata a termine di una presentazione;
- capacità relazionale e decisionale:
 - consapevolezza di come le scienze naturali, la matematica e la tecnologia influiscano sulla vita e sull'ambiente
 - identificare e prevenire i rischi per la salute,
 - capacità di partecipare responsabilmente e attivamente alla risoluzione di problemi e allo sviluppo sostenibile.

I fattori importanti in tutte le competenze chiave sono: pensiero critico, creatività, iniziativa, risoluzione di problemi, valutazione del rischio, saper prendere decisioni, gestione delle emozioni.

Le attività di sviluppo delle competenze sono discusse più dettagliatamente nella sezione 5.2 *Attività per lo sviluppo delle competenze*.

3 OBIETTIVI E CONTENUTI

Gli obiettivi ed i contenuti sono organizzati in moduli tematici e non prevedono la scansione cronologica. Il numero di ore per ciascun modulo e la ripartizione di questi per anno scolastico, sono indicative e non vincolanti per l'insegnante. La disposizione delle unità di insegnamento viene decisa dagli insegnanti all'interno della stessa scuola. Il monte ore proposto comprende il trattamento di nuovi argomenti (conoscenza generica, conoscenza specifica), consolidamento, uso delle TIC, verifica e valutazione. I nuovi obiettivi e contenuti sono proposti tenendo conto di quelli precedentemente acquisiti, che vengono aggiornati ed approfonditi. Gli obiettivi fissati per gli argomenti trattati portano alla comprensione di concetti e contenuti matematici essenziali. Gli insegnanti stabiliscono, professionalmente ed autonomamente, nel programma annuale e nelle lezioni, il tempo necessario per il raggiungimento degli obiettivi, in base alle capacità degli allievi e ai metodi d'insegnamento, le verifiche e le valutazioni scelte. Nella loro programmazione annuale e nelle preparazioni delle lezioni dispongono in sequenza gli obiettivi, includendo le competenze e gli obiettivi di aree interdisciplinari e di argomenti inter-curricolari, come: tecnologie dell'informazione e della comunicazione, educazione ambientale, educazione sanitaria (ad es. matematica nello sport), orientamento professionale, educazione del consumatore, educazione stradale, capacità di ricerca (lavoro con le fonti), ecc.

Il piano di lavoro stabilisce la suddivisione delle conoscenze in *conoscenze generali (CG)*, *conoscenze specifiche (CS)* e *contenuti opzionali (E)*.

Le conoscenze generali (CG) sono definite come conoscenze richieste per l'istruzione generale e sono destinate a tutti gli allievi, quindi per l'insegnante è obbligatorio trattarle. Le conoscenze specifiche (CS) sono definite come conoscenze aggiuntive o approfondite, che l'insegnante discute in base alle capacità e agli interessi degli allievi e in base ai requisiti del programma del ginnasio. Nel capitolo *Obiettivi e contenuti* vi sono:

- le conoscenze generali scritte in stampatello,
- *le conoscenze specifiche scritte in corsivo.*

I contenuti opzionali (E) sono quei contenuti che vanno oltre il livello generale di conoscenza matematica del ginnasio e sono sviluppati solo per allievi e classi che mostrano un particolare interesse per la matematica. Si considerano solo nel caso in cui la realizzazione del processo di apprendimento consenta un approccio più approfondito, che non risulti solo di natura informativa.

Possono essere svolti nell'ambito delle lezioni, dei percorsi o progetti a lungo termine. Nel capitolo *Obiettivi e contenuti* vi sono:

- *contenuti opzionali* scritti in corsivo e contrassegnati con **(E)**.

I *collegamenti interdisciplinari* e *l'uso delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC)* sono scritti in corsivo nelle Indicazioni didattiche.

L'insegnante adatta gli obiettivi e i risultati di apprendimento attesi dal piano di lavoro agli allievi con bisogni speciali, in base alle loro capacità, secondo le istruzioni sul lavoro con allievi con necessità particolari (ZRSS, 2003), e in conformità con il programma individualizzato in armonia con la delibera.

Maturità

Il livello base dell'esame di maturità comprende gli obiettivi e i contenuti delle conoscenze generali. La commissione di materia per la matematica e la commissione di maturità per la matematica, attraverso un attento esame, propongono le conoscenze che possono essere verificate a livello superiore all'esame di maturità.

3.1 Fondamenti di logica (7 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- scrivono una proposizione,
- determinano il valore logico di una proposizione,
- scrivono una proposizione composta applicando la logica simbolica,
- calcolano il valore logico di una proposizione composta in base a tutti i valori logici delle proposizioni semplici,
- verificano l'equivalenza di due proposizioni.

Contenuti

- Le proposizioni ed i connettivi logici
- Le proposizioni composte
- Ordine di precedenza delle operazioni
- La tautologia
- Le proposizioni equivalenti

Indicazioni didattiche

Gli allievi determinano la correttezza delle proposizioni composte con le tabelle di verità. La validità delle proposizioni può essere verificata attenendosi alle regole del ragionamento logico e con l'aiuto di rappresentazioni con insiemi e operazioni tra di essi. *Si suggerisce un collegamento interdisciplinare* con la materia *italiano* (proposizione coordinata) e filosofia. Si consiglia il trattamento dei contenuti nel 1° anno.

3.2 Insiemi (8 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- conoscono i concetti fondamentali e utilizzano i simboli per rappresentare le relazioni tra elementi ed insiemi,
- utilizzano diversi modi per rappresentare gli insiemi,

- eseguono operazioni con gli insiemi,
- trovano l'insieme delle parti di un insieme finito,
- disegnano il grafico di un prodotto cartesiano di due insiemi,
- utilizzano le formule per il calcolo della cardinalità dell'unione di due o tre insiemi e la cardinalità del prodotto cartesiano di insiemi finiti.

Contenuti

- Concetti fondamentali: elemento, insieme, appartenenza di un elemento ad un insieme, sottoinsieme, insieme vuoto, insieme universo
- Scritture simboliche
- Il diagramma di Venn
- L'intersezione, l'unione, la differenza ed il complemento di un insieme
- *Le caratteristiche delle operazioni tra insiemi*
- L'insieme delle parti
- Il prodotto cartesiano di insiemi
- La cardinalità di un insieme
- *La cardinalità dell'insieme delle parti*

Indicazioni didattiche

Nella trattazione dei contenuti si tiene conto delle conoscenze pregresse degli allievi acquisite nella scuola elementare. La rappresentazione degli insiemi si svolge con diverse modalità: con l'enumerazione degli elementi, con la descrizione dell'elemento generico, con il diagramma di Venn. Nella determinazione dell'insieme delle parti di un dato insieme finito, il numero di elementi è ricavato applicando le conoscenze di base del calcolo combinatorio. Nel trattare il prodotto cartesiano si propongono esempi di prodotti cartesiani di insiemi finiti ed esempi di insiemi infiniti. Le regole delle operazioni con insiemi vengono scoperte dagli allievi nel modo più autonomo possibile. Il principio di inclusione-esclusione viene applicato ai compiti di calcolo combinatorio e di probabilità. Si raccomanda di trattare i contenuti nel 1° anno, la formula per la cardinalità dell'insieme delle parti viene soltanto mostrata nel 1° anno, verrà poi ricavata durante l'analisi del teorema binomiale.

3.3 Insiemi numerici (55 ore)

Numeri naturali e numeri interi

Obiettivi

Gli allievi:

- conoscono il significato dei numeri naturali, le ragioni per l'introduzione degli interi ed esempi di applicazione,
- utilizzano le operazioni aritmetiche negli insiemi dei numeri naturali ed interi spiegando le loro caratteristiche tramite esempi concreti,
- rappresentano i numeri naturali ed interi sulla retta numerica,
- *ragionano in maniera induttiva, generalizzano, dimostrano o confutano una generalizzazione e nelle dimostrazioni applicano il principio di induzione matematica*
- utilizzano la notazione posizionale decimale di un numero intero

- motivano ed utilizzano i criteri per la divisibilità,
- conoscono ed utilizzano le proprietà della relazione di divisibilità,
- determinano il massimo comune divisore ed il minimo comune multiplo di due o più interi,
- utilizzano il teorema di divisione euclidea dei numeri interi,
- *utilizzano l'algoritmo di Euclide per la determinazione del massimo comune divisore,*
- *utilizzano la relazione $Dv = ab$,*
- *convertono tra sistema decimale e binario.*

Contenuti

- Le operazioni aritmetiche e le loro caratteristiche
- Numeri primi e composti
- *L'induzione matematica*
- La notazione decimale
- Criteri di divisibilità per 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10
- La relazione di divisibilità
- Massimo comune divisore e minimo comune multiplo
- Il teorema di divisione euclidea
- *L'algoritmo di Euclide e la relazione tra MCD e mcm*
- Sistema decimale
- *Sistema binario*

Indicazioni didattiche

Si tiene conto delle conoscenze pregresse degli allievi, che vengono approfondite ed ampliate. Trattando i numeri primi viene presentato il crivello di Eratostene. Il trattamento dei numeri primi è connesso all'uso delle TIC (ad es. utilizzando il web per trovare il numero primo attualmente più grande). Le conclusioni intuitive vengono dimostrate per induzione matematica. Si consiglia il trattamento dei contenuti nel 1° anno, eccetto l'induzione matematica.

L'introduzione dei numeri interi viene argomentata dagli allievi mostrando esempi tratti dalla vita quotidiana. Le operazioni con numeri naturali ed interi vengono confrontate al fine di verificare le proprietà comuni. Si spiegano, ad esempio, i diversi significati che può avere il segno "meno" in matematica. La comprensione dei numeri nel sistema decimale si costruisce in base alle conoscenze pregresse e si verifica anche con problemi testuali. Alcuni criteri di divisibilità vengono dimostrati in classe, altri invece lasciati come compito per gli allievi. Oltre alla relazione di divisibilità è possibile presentare anche altre relazioni e le loro proprietà. Trattando il massimo comune divisore ed il minimo comune multiplo è consigliato soffermarsi sulla comprensione delle procedure di ricerca di MCD e mcm, poiché queste sono fondamentali per il calcolo delle espressioni algebriche. Allo scopo di utilizzare il teorema di divisione euclidea con le funzioni razionali, si mostra l'espressione $14:3=4+2/3$ al posto dell'espressione più semplice $14:3=4$ con resto 2, già con i numeri interi o al massimo con i numeri razionali. Non è necessario dimostrare l'algoritmo di Euclide a livello generico. L'insegnante può presentare i problemi irrisolti della teoria dei numeri come curiosità. Si sottolinea l'importanza del sistema binario - collegamento interdisciplinare con l'informatica. Si consiglia di trattare i contenuti nel 1° anno.

I numeri razionali

Obiettivi

Gli allievi

- conoscono ed argomentano le ragioni per l'introduzione dei numeri razionali,
- rappresentano i numeri razionali sulla retta numerica,
- calcolano con i numeri razionali,
- utilizzano e spiegano la forma decimale di un numero razionale; distinguono tra una frazione decimale e non decimale
- eseguono calcoli con i numeri decimali,
- utilizzano le frazioni e le percentuali per la risoluzione di problemi quotidiani ed utilizzano abilmente la calcolatrice.

Contenuti

- Le operazioni e le loro proprietà
- Rappresentazione decimale dei numeri razionali
- Quote relative e percentuali
- Il calcolo percentuale

Indicazioni didattiche

Si tiene conto della conoscenza pregressa degli allievi acquisita nella scuola elementare. Si approfondisce e sistematizza il concetto di numero razionale. Si insegna agli allievi a distinguere tra il concetto di numero razionale e frazione. Quando si trattano i numeri razionali si sottolinea che ciascun numero razionale ha diverse rappresentazioni. La suddivisione di un segmento in parti uguali è collegata al teorema di Talete in geometria euclidea. Si sottolinea che l'insieme dei numeri razionali è costituito da numeri che hanno o una notazione decimale finita o una notazione decimale infinita periodica. Si presta attenzione alle diverse possibilità di rappresentazione (equivalenza di rappresentazione di numeri decimali finiti e illimitati periodici nel caso di frazioni). Nella scrittura dei numeri decimali, si specificano le diverse convenzioni (punto decimale sopra o virgola decimale in Slovenia, punto decimale sotto ad esempio negli Stati Uniti). Trattando il calcolo percentuale si mostra anche il calcolo dei tassi d'interesse. Risolvendo gli esercizi l'allievo è in grado di stimare l'ordine di grandezza delle quantità. La trattazione del calcolo percentuale si pianifica in maniera interdisciplinare ad es. con la chimica (stechiometria) o progettuale. Per questi contenuti si dà spazio anche all'uso della calcolatrice. Si consiglia di trattare gli argomenti nel 1° anno.

Numeri reali

Obiettivi

Gli allievi:

- conoscono ed argomentano l'introduzione dei numeri reali,
- elencano alcuni esempi di numeri irrazionali,
- ricavano alcune radici quadrate come esempi di numeri irrazionali con l'uso del teorema di Pitagora,
- interpretano la retta numerica come asse reale,

- arrotondano i numeri decimali,
- collegano la rappresentazione geometrica e analitica del valore assoluto dei numeri reali,
- semplificano le espressioni con il valore assoluto e risolvono equazioni semplici,
- *risolvono disequazioni semplici con il valore assoluto*,
- confrontano il significato dell'errore assoluto e relativo e calcolano l'errore assoluto e relativo della somma, della differenza e del prodotto e del quoziente di due dati.

Contenuti

- I numeri irrazionali
- I numeri reali sulla retta numerica
- Gli intervalli
- Approssimazioni decimali finite
- Valore assoluto di un numero reale e le sue proprietà
- Equazioni con valore assoluto
- *Disequazioni con valore assoluto*
- Errore assoluto e relativo

Indicazioni didattiche

Quando si introducono i numeri irrazionali si ricercano situazioni autentiche in cui i numeri razionali non sono più sufficienti. Viene dimostrata l'irrazionalità del numero $\sqrt{2}$ applicando il metodo di dimostrazione per assurdo. La rappresentazione decimale dei numeri reali non è uniforme, ad es. $1 = 0,9999\dots = 1,0000\dots$. Quando si raffigurano i numeri reali sulla retta numerica, oltre alla costruzione con il teorema di Pitagora, si può mostrare la costruzione delle radici dei numeri naturali con il secondo teorema di Euclide; entrambi i teoremi saranno dimostrati trattando la geometria euclidea. Lo studio analitico del valore assoluto va accompagnato dal suo significato geometrico (i contenuti sono legati alle conoscenze pregresse dalla scuola elementare sul calcolo delle distanze). Si dà esempio dell'uso del valore assoluto nella vita di tutti i giorni. *Il trattamento dell'errore assoluto e relativo è pianificato in maniera interdisciplinare (fisica) e in concomitanza all'elaborazione dei dati.* La derivazione dell'errore assoluto e relativo del prodotto e del quoziente di due dati va svolta a seconda delle capacità degli allievi e delle esigenze del programma. Si consiglia di trattare i contenuti nel 1° anno.

I numeri complessi

Obiettivi

Gli allievi:

- conoscono ed argomentano le ragioni per l'introduzione dei numeri complessi,
- rappresentano un numero complesso nel piano complesso,
- sommano e sottraggono i numeri complessi in maniera analitica e grafica,
- moltiplicano numeri complessi,
- ricavano la regola di calcolo della potenza del numero i ,
- trovano il collegamento tra il significato analitico e quello geometrico del complesso coniugato,

- trovano il collegamento tra il significato analitico e geometrico del valore assoluto di un numero complesso
- ricavano ed utilizzano la regola per la divisione di numeri complessi,
- calcolano l'inverso di un numero complesso,
- calcolano anche le soluzioni complesse di un'equazione,
- *confrontano il sistema polare con quello cartesiano e convertono le coordinate,*
- *utilizzano la notazione polare di un numero complesso per il calcolo delle potenze e delle radici di numeri complessi.*

Contenuti

- Rappresentazione geometrica dei numeri complessi nel piano
- Le operazioni e le loro proprietà
- Risoluzione di equazioni a coefficienti reali
- *Risoluzione di equazioni polinomiali a coefficienti reali*
- *Notazione polare di un numero complesso (sistema di coordinate polari, formula di De Moivre ...) (E)*

Indicazioni didattiche

I contenuti possono essere trattati in seguito all'apprendimento dei vettori (come modello d'uso dei vettori) e prima dello studio della funzione quadratica. Gli allievi ricercano da soli le ragioni dell'introduzione dei numeri complessi e le interpretazioni geometriche. Si dà maggior importanza alle operazioni con i numeri complessi. La definizione del valore assoluto dei numeri complessi viene confrontata con la definizione di valore assoluto dei numeri reali e con la lunghezza dei vettori. Le regole di calcolo con i numeri complessi vengono ricavate dagli allievi stessi. Si dà maggior importanza alla comprensione della procedura e non allo studio mnemonico delle formule. Si risolvono equazioni quadratiche del tipo $ax^2 + bx + c = 0$, $D < 0$ in seguito allo studio delle equazioni di secondo grado. Si consiglia il trattamento dei contenuti nel 2° anno, *la raffigurazione polare dei numeri complessi nel 3° anno.*

3.4 Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni (30 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- confrontano e distinguono la notazione e il significato di un'espressione e di un'equazione, di variabile ed incognita,
- sommano e moltiplicano espressioni algebriche,
- utilizzano ed argomentano le regole per il quadrato ed il cubo di un binomio,
- con l'impiego del triangolo di Pascal-Tartaglia determinano le regole per lo sviluppo di potenze maggiori di un binomio e le utilizzano,
- riconoscono ed utilizzano il modo più appropriato per la scomposizione di un'espressione: raccoglimento, differenza di due quadrati, somma e differenza di due cubi, trinomio notevole con somma e prodotto (regola di Viète), scomposizione di un quadrimio,
- *scomposizione di espressioni di tipo $a^n \pm b^n$,*
- calcolano espressioni con frazioni algebriche contenenti tutte e quattro le operazioni,

- utilizzano i principi di equivalenza delle equazioni e le risolvono abilmente,
- riconoscono e risolvono un'equazione lineare,
- riconoscono e risolvono un'equazione scomponibile,
- esplicitano abilmente una variabile in diverse equazioni fisiche e chimiche,
- *discutono le equazioni parametriche di primo grado,*
- utilizzano i principi di equivalenza delle disequazioni ed argomentano i passaggi,
- riconoscono e risolvono una disequazione lineare,
- *discutono esempi semplici di disequazioni parametriche lineari.*

Contenuti

- Operazioni con le espressioni
- Potenze di espressioni
- Scomposizione di espressioni
- Calcolo con le frazioni
- Equazioni e disequazioni
- Equazione lineare
- Equazione scomponibile
- *Equazione parametrica lineare*
- Disequazione lineare
- *Disequazione parametrica lineare*

Indicazioni didattiche

Alcuni algoritmi algebrici possono essere supportati da interpretazioni geometriche (ad es. il quadrato di un binomio). Alcune proprietà del triangolo di Pascal-Tartaglia possono essere studiate e verificate anche direttamente dagli allievi. I contenuti saranno in seguito aggiornati studiando il teorema binomiale. Non è necessario dare peso al calcolo di complicate frazioni algebriche. *Si consiglia il collegamento multidisciplinare con la fisica (analisi dimensionale).* Le equazioni e le disequazioni possono essere studiate anche nell'ambito della funzione lineari. Si dà importanza alla comprensione delle regole per la semplificazione a equazioni equivalenti. *Si scelgono alcuni esempi di equazioni dalla fisica (moto uniforme e moto uniformemente accelerato) e dalla chimica. Gli argomenti trattati vanno programmati in maniera interdisciplinare.* Si consiglia di trattare i contenuti nel 1° anno.

3.5 Potenze e radici (24 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- argomentano ed utilizzano le regole di calcolo con potenze a esponente naturale,
- argomentano ed utilizzano le regole di calcolo con le potenze a esponente intero e le confrontano con quelle per il calcolo con potenze a esponente naturale,
- spiegano il significato dei simboli a^{-1} e a^{-n} ,
- utilizzano le regole di calcolo con le radici quadrate,
- risolvono l'equazione di secondo grado $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$, mediante la scomposizione e l'estrazione di radice,

- confrontano ed approfondiscono la risoluzione di equazioni semplici del tipo $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, nell'insieme dei numeri reali mediante l'estrazione di radice e la scomposizione,
- spiegano ed utilizzano l'equazione $\sqrt{x^2} = |x|$,
- calcolano a mente e con l'uso della calcolatrice le radici cubiche di cubi perfetti,
- differenziano le condizioni di esistenza della radice n -esima di un numero reale (in base all'indice della radice ed al segno del radicando),
- usano abilmente la calcolatrice per il calcolo delle radici n -esime,
- convertono la radice n -esima in potenza con esponente razionale,
- risolvono problemi utilizzando radici n -esime o potenze a esponente razionale collegandone il significato,
- *riconoscono un'equazione irrazionale, la risolvono, ne argomentano i passaggi e interpretano i risultati.*

Contenuti

- Potenze con esponente naturale
- Potenze con esponente intero
- Radici n -esime
- Potenze con esponente razionale
- *Equazioni irrazionali*

Indicazioni didattiche

Si dà maggior importanza alla comprensione (derivazione) delle regole per il calcolo con le potenze a esponente naturale. Lo studio della radice quadrata viene connesso all'apprendimento del valore assoluto. Le radici si definiscono in maniera univoca. Si favorisce l'utilizzo della scomposizione come metodo di risoluzione delle equazioni. La radice cubica viene trattata già nel 1° anno in concomitanza dello studio del volume del cubo. *Agli allievi viene insegnato l'utilizzo della calcolatrice per il calcolo delle radici quadrate, radici cubiche e delle radici n -esime di numeri reali.* Si ribadisce che le regole delle potenze con esponenti razionali o esponenti interi sono uguali (si differenzia soltanto l'argomentazione). Si dà maggior peso alla comprensione delle regole di conversione da radice a potenza, rispetto alla quantità di esercizi svolti. *Si ricerca l'utilizzo delle potenze in fisica e in chimica (conversione tra unità).* Si risolvono equazioni irrazionali con radici quadrate e cubiche, nelle quali si attribuisce molto rilievo alla determinazione delle condizioni di esistenza. Si consiglia di trattare le radici n -esime nel 1° anno, le potenze con esponente razionale nel 2° anno, le equazioni irrazionali nel 3° anno.

3.6 Geometria nel piano e nello spazio (32 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- apprendono i concetti della geometria euclidea elementare,
- sviluppano una concezione geometrica e attraverso la pratica apprendono i principi fondamentali della teoria matematica,
- conoscono le definizioni ed utilizzano le proprietà delle figure geometriche,

- utilizzano le relazioni tra angoli interni ed esterni del triangolo ed i rapporti tra lati e angoli del triangolo,
- utilizzano la relazione tra angolo al centro ed angolo alla circonferenza che insistono sullo stesso arco,
- sanno distinguere fra triangoli simili e triangoli congruenti,
- utilizzano i teoremi nel triangolo rettangolo,
- costruiscono le figure geometriche con l'utilizzo degli strumenti geometrici e con *programmi per la geometria dinamica*,
- apprendono ed utilizzano le relazioni tra lati e angoli in un triangolo qualsiasi ed utilizzano il teorema del seno e del coseno,
- affrontano problemi geometrici con l'utilizzo delle TIC,
- sviluppano i concetti riguardanti le relazioni tra punti, rette e piani nello spazio.

Contenuti

- Punti, rette e circonferenze nel piano
- Distanza, segmento, retta di sostegno, asse, semiretta, angolo
- Angoli e relazioni tra angoli
- Triangolo, poligono
- Punti notevoli del triangolo
- Isometria e congruenza
- Traslazione, simmetria assiale e centrale, rotazione, orientamento del triangolo
- Proiezione ortogonale
- Angolo al centro ed angolo alla circonferenza
- Angolo nel semicerchio
- Omotetia, similitudine
- Teoremi nel triangolo rettangolo
- Parallelogramma, rombo, trapezio
- Esercizi di costruzioni
- Teorema del seno e del coseno
- *Insiemi di punti nello spazio*
- Parallelismo e perpendicolarità delle rette e dei piani nello spazio
- Proiezione ortogonale della retta sul piano

Indicazioni didattiche

Questi contenuti sono un'ottima occasione nella quale gli allievi apprendono i principi matematici fondamentali, le regole del ragionamento logico ed i metodi di dimostrazione. L'insegnante può adattare le dimostrazioni alle capacità degli allievi e le affronta in maniera formale o intuitiva. Il teorema del seno e del coseno può essere dimostrato senza il calcolo vettoriale: il teorema del coseno con l'ausilio del teorema di Pitagora, il teorema del seno invece con l'aiuto della relazione tra angolo al centro ed angolo alla circonferenza. Il trattamento delle relazioni tra insiemi di punti nello spazio può essere sviluppato in maniera intuitiva (graficamente). Se si pensa di poter trattare almeno le basi della geometria analitica in futuro, è possibile descrivere le relazioni tra piano e retta in maniera formale mediante l'utilizzo dei vettori normali e dei vettori direttori (E). *Si consiglia l'uso dei programmi per la geometria dinamica ed altro materiale digitale, ad es. ricerca delle relazioni tra i concetti*

geometrici come i punti notevoli del triangolo. E' opportuno trattare i contenuti nel 1° o 2° anno.

3.7 Figure piane e solidi geometrici (34 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- Sviluppano e migliorano la concezione geometrica,
- utilizzano le formule per esprimere le singole grandezze,
- valutano e giudicano i valori ottenuti prestando attenzione alle unità di misura,
- utilizzano le conoscenze apprese sulla geometria piana e risolvono i problemi relativi al raggio della circonferenza inscritta e della circonferenza circoscritta ad un triangolo,
- descrivono un solido geometrico,
- utilizzano le conoscenze apprese sulle funzioni trigonometriche e sulla geometria applicandole a modelli di solidi geometrici,
- risolvono problemi geometrici relativi all'area e al volume dei solidi e, considerando anche le unità di misura, valutano in maniera critica i risultati ottenuti,
- *risolvono problemi geometrici relativi ai solidi obliqui e quelli tronchi*
- *determinano l'asse di rotazione ed analizzano il solido di rotazione ottenuto in base all'asse scelto,*
- *risolvono problemi relativi al volume dei solidi di rotazione,*
- identificano il problema geometrico, lo presentano, individuano quali concetti, variabili e relazioni gli consentono di risolverlo, risolvono il problema, analizzano criticamente i risultati ottenuti,
- per la risoluzione dei problemi geometrici scelgono ed utilizzano autonomamente le strategie adeguate e collegano i contenuti della geometria piana e dello spazio,
- risolvono problemi geometrici con l'ausilio della trigonometria.

Contenuti

- Area delle figure geometriche, formula di Erone
- Il raggio della circonferenza inscritta e circoscritta nel triangolo
- Solidi geometrici: prisma, cilindro, piramide, cono, sfera
- Area e volume del prisma retto, del cilindro, della piramide, del cono e della sfera,
- *Il principio di Cavalieri*
- *Solidi obliqui*
- *Solidi di rotazione*
- Problemi matematici geometrici

Indicazioni didattiche

Si consiglia di trattare i contenuti con l'uso di modelli geometrici o adeguati programmi interattivi. I contenuti possono ricollegarsi a conoscenze matematiche già apprese: con la misurazione (effettuata su modelli) e la conversione delle unità, con la trigonometria, mediante l'area delle figure che costituiscono la superficie del solido. Gli allievi possono ricercare, in maniera autonoma, i modelli dei solidi nell'ambiente calcolandone le varie grandezze. Si sottolinea agli alunni l'importanza del disegno per la risoluzione di un

problema geometrico. - In particolare si sviluppa l'applicazione della matematica nei contesti propri della materia e, più in generale, della vita quotidiana e si mostra l'utilizzo delle strategie fondamentali (disegno di una bozza, analisi delle relazioni, inclusione di concetti di geometria piana e della geometria dei solidi ...). Si stimola la ricerca autonoma degli allievi con l'uso di programmi per la geometria dinamica e l'uso della calcolatrice e delle TIC. Si suggerisce il collegamento interdisciplinare con la chimica (molecole, cristalli). Si consiglia la trattazione dei contenuti nel 2° o 3° anno.

3.8 Vettori nel piano e nello spazio (28 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- disegnano i vettori, li sommano, li scompongono graficamente e moltiplicano il vettore per uno scalare,
- apprendono il calcolo vettoriale a livello grafico e numerico,
- verificano la collinearità e la complanarità dei vettori,
- *verificano l'indipendenza lineare dei vettori,*
- eseguono operazioni con i vettori espressi mediante le componenti,
- calcolano l'ampiezza dell'angolo tra due vettori, la lunghezza del vettore e la proiezione ortogonale del vettore,
- stabiliscono la perpendicolarità ed il parallelismo tra vettori,
- comprendono la perpendicolarità nello spazio,
- *danno l'interpretazione fisica del prodotto vettoriale,*
- *apprendono i fondamenti della geometria analitica nello spazio (E).*

Contenuti

- Definizione di vettore
- Addizione, moltiplicazione di un vettore per uno scalare (forze) – interpretazione grafica
- Collinearità, complanarità – interpretazione grafica
- Sviluppo dei vettori rispetto ad una base (scomposizione della forza in componenti), proiezione ortogonale – interpretazione grafica
- Combinazione lineare di vettori
- *Indipendenza lineare dei vettori*
- Base nel piano e nello spazio
- Sistema cartesiano nel piano e nello spazio; raggio vettore di un punto
- Rappresentazione di un vettore mediante componenti
- Operazioni tra vettori rappresentati con le componenti
- Proiezione ortogonale di un vettore su un altro vettore
- Prodotto scalare, ampiezza dell'angolo tra due vettori e lunghezza del vettore
- *Uso del calcolo vettoriale nel triangolo e nel parallelogramma, proporzioni, baricentro*
- Relazione tra prodotto scalare e teorema del coseno
- *Prodotto vettoriale, area di un parallelogramma (E)*
- *Equazione parametrica di una retta e di un piano nello spazio (E)*
- *Equazione normale di un piano (E)*

- *Intersezioni tra rette e piani (E)*

Indicazioni didattiche

Il concetto di base vettoriale si può introdurre nel piano o nello spazio, tramite esempi di collinearità e complanarità. Anche nel caso si tratti la dipendenza e l'indipendenza lineare generica dei vettori, è necessario basarsi fortemente sulla raffigurazione geometrica nel piano e nello spazio. Si collega la rappresentazione dei raggi vettori dei punti alle conoscenze sul sistema di riferimento cartesiano. Nell'apprendimento del concetto di base vettoriale è consigliato evidenziare l'interpretazione in fisica, ad es. scomposizione di una forza in componenti. Si sottolinea il collegamento tra il calcolo del prodotto scalare dei vettori espressi mediante le componenti, ed il significato geometrico del prodotto scalare. Se ne rappresenta l'utilità per calcolare l'ampiezza dell'angolo tra due vettori, per calcolare le coordinate del piede dell'altezza di un triangolo e si evidenzia il collegamento con la fisica. Si consiglia il collegamento interdisciplinare con la fisica (*scomposizione delle forze, prodotto scalare nella definizione di lavoro...*). *E' consigliato l'uso dei programmi per la geometria dinamica e altro materiale digitale. I contenuti possono essere trattati su una base geometrica intuitiva già nel 1° anno in base all'indirizzo ed alle necessità del programma, in alternativa nel 2° anno o più tardi. E' consigliato di trattare il prodotto vettoriale nei programmi tecnici e scientifici e ribadire l'interpretazione geometrica e fisica (ad esempio il momento, la forza, la forza su un conduttore in un campo magnetico, le forze su particelle cariche in un campo magnetico).*

Lo studio della geometria analitica nello spazio è un argomento opzionale, consigliato alle sezioni matematiche. Nel caso si tratti l'argomento, si consiglia di ampliare le conoscenze ed i contenuti sulle posizioni della retta nel piano e nello spazio (da 3.6) mediante l'ausilio delle relazioni tra il vettore direttore della retta e del vettore normale del piano. (E)

3.9 Sistema cartesiano nel piano (8 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- Utilizzano il sistema di riferimento cartesiano nel piano,
- individuano e rappresentano un insieme di punti nel piano cartesiano in base a certe condizioni,
- utilizzano le relazioni tra coppie ordinate di numeri e punti nel piano,
- calcolano la distanza tra due punti, calcolano l'area di un triangolo e utilizzano le formule nelle soluzioni di problemi.

Contenuti

- Insieme di punti nel piano
- Distanza tra due punti nel piano cartesiano
- Area di un triangolo

Indicazioni didattiche

Si tiene conto delle conoscenze pregresse degli allievi. Vengono preparate attività adeguate per il lavoro autonomo a casa in cui gli allievi rinnovano e completano le loro conoscenze di

base. Si consiglia di trattare i contenuti nel 1° anno, l'area e l'orientamento del triangolo anche in seguito (ad es. »L'angolo tra due rette«, vettori, geometria).

3.10 Funzioni (190 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- apprendono ed utilizzano il concetto di funzione,
- apprendono ed utilizzano i concetti: di dominio e insieme immagine di una funzione, di funzione iniettiva, suriettiva e biiettiva,
- disegnano ed analizzano il grafico di una funzione mediante la traslazione e la dilatazione,
- utilizzano la traslazione, le simmetrie e la dilatazione per risolvere i problemi,
- accertano dell'esistenza della funzione inversa su esempi semplici, ne scrivono l'equazione e disegnano il grafico della funzione inversa,
- *analizzano l'equazione e disegnano il grafico di una funzione con valore assoluto,*
- disegnano il grafico di una funzione a gradini,
- spiegano il concetto di limite di una funzione in un punto in base ad esempi di funzioni rappresentati in maniera grafica, tabellare o analitica,
- calcolano il limite di una funzione e ne spiegano il significato,
- spiegano il concetto di limite all'infinito,
- distinguono tra limite all'infinito e limite infinito,
- utilizzano il limite per calcolare gli asintoti di una funzione,
- riconoscono la continuità di una funzione rappresentata graficamente,
- *analizzano la continuità di una funzione attraverso la sua equazione,*
- determinano gli intervalli nei quali la funzione è continua,
- *deducono le proprietà di una funzione continua in un intervallo chiuso,*
- *individuano lo zero oppure un punto sul grafico della funzione con una precisione prefissata servendosi anche della tecnologia.*

Contenuti

- Definizione di funzione
- Definizione di funzione reale e proprietà delle funzioni reali a variabile reale (funzione iniettiva, suriettiva, biiettiva, crescente, decrescente, pari, dispari ...)
- Funzioni composte
- Funzione inversa
- Trasformazioni nel piano
- Limite di una funzione
- Limiti notevoli
- *Continuità di una funzione*
- Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso

- *Ricerca degli zeri di una funzione con l'uso della tecnologia*
- *Calcolo numerico del limite (E)*

Indicazioni didattiche

Si considerano le conoscenze pregresse degli allievi, ampliando ed aggiornando le rappresentazioni concettuali (dare esempio di funzione utilizzando i concetti di proporzionalità diretta e inversa appresi in precedenza). Si introducono esempi di funzioni come modelli di fenomeni naturali tratti da altri campi o dalla vita quotidiana. Si rappresenta la funzione a gradini (ad es. il prezzo del parcheggio, scala di reddito). Si ripetono le proprietà fondamentali delle funzioni prima di trattare le varie tipologie di funzione. *Gli allievi studiano le traslazioni, le dilatazioni e le simmetrie dei grafici delle funzioni con l'uso di adeguati programmi e materiali digitali.* Il calcolo di limiti complicati non deve sovrastare l'apprendimento del significato matematico fondamentale del limite. *La comprensione del concetto di limite può essere rafforzata con l'uso di programmi dinamici e con la tabulazione (TIC).* Gli allievi possono ricercare, sugli esempi dati, le proprietà delle funzioni continue in intervalli chiusi e, con il metodo numerico scelto, trovare gli zeri della funzione nell'intervallo dato. I concetti di iniettività, biettività e suriettività sono necessari all'introduzione delle funzioni inverse (funzioni radice, logaritmiche, trigonometriche inverse). *Con il collegamento interdisciplinare (fisica, chimica, biologia) si comprende il concetto di variabile, di relazioni tra funzioni e la rappresentazione di variabili e relazioni.* Si consiglia di trattare le proprietà delle funzioni durante tutti gli anni; le funzioni composte, le funzioni inverse e le trasformazioni invece dal 2° anno in poi, il limite e la continuità invece nel 4° anno.

Funzione lineare

Obiettivi

Gli allievi:

- scrivono l'equazione di una funzione lineare e ne disegnano il grafico,
- conoscono ed utilizzano il significato dei coefficienti della funzione lineare,
- interpretano ed utilizzano il grafico di una funzione lineare in situazioni pratiche,
- calcolano l'ampiezza dell'angolo fra due rette,
- conoscono l'importanza delle diverse forme di equazioni della retta,
- individuano, in un problema, la relazione lineare e ne scrivono l'equazione,
- risolvono le equazioni lineari,
- *discutono le equazioni, le disequazioni e semplici sistemi lineari,*
- traducono un problema in un sistema di equazioni e lo risolvono,
- risolvono problemi semplici derivanti dalla vita quotidiana e li interpretano in maniera adeguata,
- risolvono problemi semplici della vita quotidiana utilizzando la funzione lineare.

Contenuti

- Definizione e proprietà della funzione lineare, grafico della funzione lineare
- Equazione di una retta nel piano
- Angolo tra due rette
- Equazione lineare
- Disequazione lineare

- Sistema di equazioni lineari
- *Metodo di eliminazione di Gauss*
- *Sistema di disequazioni lineari*
- *Programmazione lineare (E)*
- Modellazione di semplici fenomeni tratti dalla vita quotidiana con una funzione lineare

Indicazioni didattiche

Si verificano le conoscenze pregresse degli allievi e si accertano i concetti acquisiti sulla funzione lineare. In special modo si accerta la capacità di tradurre un problema (esercizio) in un linguaggio matematico consono. E' opportuno trattare l'angolo tra due rette solo in seguito allo studio delle formule di addizione della tangente. Il metodo di eliminazione di Gauss può essere usato senza l'uso delle matrici. Per la programmazione lineare si risolvono esempi pratici di ottimizzazione. *La trattazione della funzione lineare viene collegata alla trattazione dei concetti fisici (moto uniforme e moto uniformemente accelerato). Gli allievi studiano le traslazioni, le dilatazioni e le simmetrie dei grafici delle funzioni con l'uso di adeguati programmi.* Si consiglia la trattazione dei contenuti nel 1° anno.

Funzione potenza

Obiettivi

Gli allievi:

- riconoscono la funzione potenza e la distinguono dalle altre relazioni (proporzionalità ...),
- disegnano ed analizzano il grafico di una funzione potenza con l'ausilio delle trasformazioni,
- *Descrivono e rappresentano fenomeni della vita reale utilizzando la adeguata funzione potenza*

Contenuti

- Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente naturale
- Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente intero negativo
- Modellazione di esempi tratti dalla vita quotidiana con l'utilizzo della funzione potenza

Indicazioni didattiche

Gli allievi studiano esempi tratti dalla vita quotidiana che possono essere modellati, in maniera sensata, con la funzione potenza. *Gli allievi studiano le proprietà della funzione potenza con l'utilizzo delle TIC. Si raccomanda il collegamento interdisciplinare con la fisica (forza di gravità, legge di Stefan-Boltzmann, equazione di stato dei gas ideali ...).* Si consiglia di trattare i contenuti nel 2° anno.

Funzione radice

Obiettivi

Gli allievi:

- studiano la funzione radice quale funzione inversa della funzione potenza.

Contenuti

- Definizione, proprietà e grafico della funzione radice

Indicazioni didattiche

Si sottolinea il concetto di funzione inversa e le condizioni di esistenza, pertanto si ripetono i concetti di iniettività, suriettività e biiettività. Si trattano i contenuti nel 2° anno.

Funzione quadratica

Obiettivi

Gli allievi:

- determinano una funzione quadratica utilizzando diverse tipologie di dati e disegnano il suo grafico,
- interpretano ed utilizzano il grafico di una funzione quadratica in situazioni pratiche,
- risolvono l'equazione e la disequazione quadratica,
- traducono il problema in equazione o disequazione, e lo risolvono,
- leggono un testo matematico, lo analizzano e lo rappresentano,
- *Descrivono e rappresentano fenomeni della vita quotidiana utilizzando una funzione quadratica.*

Contenuti

- Definizione, proprietà e grafico della funzione quadratica
- Modalità di rappresentazione della funzione quadratica
- *Utilizzo della funzione quadratica – problemi di minimo e di massimo*
- Formule di Viète
- Equazione di secondo grado
- Intersezioni tra parabola e retta
- Intersezioni fra due parabole
- Disequazione quadratica
- *Sistema di disequazioni quadratiche*
- *Rappresentazione di esempi tratti dalla vita quotidiana con l'uso della funzione quadratica*

Indicazioni didattiche

Si sottolinea il collegamento tra le proprietà analitiche di una funzione e quelle deducibili dal suo grafico. Si utilizzano le proprietà della funzione quadratica per la risoluzione di problemi di massimo e di minimo. Gli allievi leggono testi matematici (ad es. sulla sezione aurea), li analizzano e li presentano. Gli allievi studiano esempi tratti dalla vita quotidiana che possono essere modellati con la funzione quadratica. *Si consiglia il collegamento interdisciplinare con la fisica (moto uniformemente accelerato) e con la chimica (principio di Le Chatelier). Mediante l'utilizzo delle TIC si trattano i seguenti contenuti: disegno dei grafici, significato delle costanti nelle singole forme dell'equazione quadratica, posizione reciproca tra retta e parabola, modellazione con la funzione quadratica.* Si consiglia la trattazione dei contenuti nel 2° anno.

Funzione esponenziale

Obiettivi

Gli allievi:

- distinguono, riconoscono una legge esponenziale da altri tipi di funzione,
- conoscono ed utilizzano le proprietà della funzione esponenziale,
- disegnano il grafico della funzione esponenziale,
- utilizzano le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione esponenziale,
- confrontano la crescita esponenziale con la crescita ennupla,
- riconoscono e risolvono le equazioni esponenziali,
- scrivono e modellano esempi tratti dalla vita quotidiana con una funzione esponenziale.

Contenuti

- Definizione, proprietà e grafico di una funzione esponenziale
- Equazione esponenziale
- *Risoluzione grafica delle disequazioni esponenziali*
- Crescita esponenziale
- Modellazione di fenomeni realistici con la funzione esponenziale

Indicazioni didattiche

Si illustra la crescita esponenziale mediante esempi tratti dalla vita quotidiana (biologia, chimica, fisica, finanze). Gli allievi collegano la risoluzione analitica delle equazioni esponenziali con quella grafica. Gli allievi studiano esempi tratti dalla vita quotidiana che possono essere modellati con la funzione esponenziale. *Si possono studiare le proprietà delle funzioni esponenziali con l'uso delle TIC. Si consiglia il collegamento interdisciplinare con la biologia (ad es. crescita della popolazione).*

Si consiglia la trattazione dei contenuti nel 2° anno, la crescita esponenziale anche nel 4° anno.

Funzione logaritmica

Obiettivi

Gli allievi:

- conoscono ed utilizzano le proprietà della funzione logaritmica,
- disegnano il grafico della funzione logaritmica,
- utilizzano la relazione tra funzione esponenziale e logaritmica,
- utilizzano le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione logaritmica,
- utilizzano le regole di calcolo con i logaritmi,
- conoscono il numero e ed il logaritmo naturale,
- riconoscono e risolvono le equazioni logaritmiche,
- confrontano la crescita esponenziale con quella logaritmica,
- *scrivono e modellano esempi tratti dalla vita quotidiana con la funzione logaritmica.*

Contenuti

- Definizione, proprietà e grafico della funzione logaritmica,
- Il logaritmo e le regole di calcolo con i logaritmi
- Logaritmi in base dieci ed il logaritmo naturale
- *Trasformazione di base*
- Equazioni logaritmiche
- *Lettura della scala logaritmica*
- *Modellazione di esempi tratti dalla vita quotidiana con la funzione logaritmica*

Indicazioni didattiche

Si sottolinea che la funzione logaritmica è l'inversa della funzione esponenziale. Per la risoluzione delle equazioni logaritmiche si considerano le condizioni di esistenza del logaritmo. Gli allievi collegano la risoluzione analitica delle equazioni logaritmiche con quella grafica (uso delle TIC). Gli allievi studiano gli esempi tratti dalla vita quotidiana che possono essere modellati con la funzione logaritmica. Si insegna l'uso della calcolatrice. Con l'uso delle TIC si possono ricercare le proprietà della funzione logaritmica. Si consiglia il collegamento interdisciplinare con la chimica (ad es. Misurazione del pH in una soluzione acquosa) e la fisica (ad es. intensità di un terremoto, intensità del suono). Si consiglia di trattare i contenuti nel 2° anno.

Funzioni polinomiali

Obiettivi

Gli allievi:

- riconoscono la funzione lineare e quadratica come esempi particolari di funzioni polinomiali,
- calcolano con i polinomi,
- utilizzano il teorema fondamentale sulla divisione dei polinomi,
- utilizzano il teorema sulla divisione di un polinomio per un polinomio lineare
- utilizzano la regola di Ruffini Horner per la ricerca degli zeri della funzione polinomiale,
- utilizzano le proprietà dei polinomi nella risoluzione di problemi e esercizi,
- disegnano ed interpretano il grafico di una funzione polinomiale,
- *utilizzano il metodo di bisezione,*
- risolvono le equazioni e le disequazioni polinomiali.

Contenuti

- Definizione, proprietà e grafico della funzione polinomiale
- Operazioni con i polinomi
- Teorema fondamentale sulla divisione dei polinomi
- Zeri della funzione polinomiale
- Il teorema fondamentale dell'algebra e le sue conseguenze
- Regola di Ruffini
- Analisi del grafico della funzione polinomiale
- Equazioni polinomiali

- Disequazioni polinomiali
- *Il metodo di bisezione*
- *Modellazione di fenomeni realistici con polinomi*

Indicazioni didattiche

Si può usare il termine *polinomio* per la funzione polinomiale. Si introducono gli esempi di funzioni polinomiali attraverso la generalizzazione di funzioni già note (funzione lineare, potenza, quadratica). Si collega il teorema fondamentale sulla divisione dei polinomi al teorema di divisione euclidea. La regola di Ruffini Horner può essere enunciata senza dimostrazione. Si collegano le proprietà analitiche a quelle deducibili dal grafico. Dopo aver trattato il calcolo differenziale si può passare alla ricerca dei punti stazionari e analizzare in maniera precisa il grafico di una funzione polinomiale. Gli allievi studiano gli esempi tratti dalla vita quotidiana che possono essere modellati con i polinomi. *Con l'uso delle TIC si ricercano le proprietà dei polinomi, si disegnano i loro grafici, si risolvono le equazioni e le disequazioni polinomiali, e si modella con i polinomi.* Si consiglia di trattare i contenuti nel 3° anno.

Funzioni razionali

Obiettivi

Gli allievi:

- conoscono ed utilizzano le proprietà delle funzioni razionali,
- disegnano ed interpretano il grafico della funzione razionale,
- risolvono le equazioni razionali,
- *risolvono le disequazioni razionali.*

Contenuti

- Definizione, proprietà e grafico della funzione razionale
- Zeri, poli e asintoti
- Equazioni razionali
- *Disequazioni razionali*

Indicazioni didattiche

Si includono anche esempi di funzioni razionali in cui l'asintoto non è una retta. Le disequazioni vengono risolte anche con il metodo grafico. *Con l'uso delle TIC si ricercano le proprietà delle funzioni razionali, si disegnano i grafici delle funzioni razionali e si risolvono le equazioni e le disequazioni razionali.* Si consiglia di trattare i contenuti nel 3° anno.

Funzioni goniometriche

Obiettivi

Gli allievi:

- scrivono ed utilizzano le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo,
- ricavano i valori delle funzioni goniometriche per gli angoli 0° , 30° , 45° , 60° , 90° ,
- ricavano ed utilizzano le relazioni tra funzioni goniometriche per lo stesso angolo,

- utilizzano la calcolatrice,
- utilizzano i valori delle funzioni goniometriche per un angolo qualunque,
- conoscono e utilizzano le proprietà delle funzioni goniometriche,
- conoscono e interpretano i concetti mediante diverse rappresentazioni (tabella dei valori, grafico in una circonferenza unitaria, analiticamente),
- utilizzano le trasformazioni dei grafici delle funzioni goniometriche,
- disegnano ed interpretano i grafici delle funzioni goniometriche,
- utilizzano le formule di addizione delle funzioni goniometriche,
- utilizzano le formule di duplicazione,
- utilizzano le formule di duplicazione e *le formule di bisezione* nelle equazioni goniometriche e nei problemi,
- *fattorizzano espressioni e le utilizzano nelle equazioni,*
- calcolano i valori delle funzioni circolari,
- *disegnano il grafico della funzione circolare,*
- risolvono equazioni goniometriche,
- interpretano ed analizzano le soluzioni in base al problema dato,
- utilizzano le funzioni trigonometriche nei problemi, dove è necessario calcolare l'angolo,
- risolvono problemi semplici, composti, reali ed originali.

Contenuti

- Definizione e proprietà delle funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo
- Definizione delle funzioni goniometriche nella circonferenza unitaria
- Proprietà e grafici delle funzioni goniometriche
- Trasformazione dei grafici delle funzioni goniometriche
- Formule di addizione
- Soluzione di problemi
- *Fattorizzazione e scomposizione del prodotto*
- Calcolo del valore delle funzioni circolari
- *Grafici e proprietà delle funzioni circolari*
- Equazioni goniometriche
- *Funzioni goniometriche nella tecnologia e nella scienza*
- *Equazione parametrica della circonferenza (E)*

Indicazioni didattiche

Nelle attività introduttive si illustra la relazione tra l'angolo ed il rapporto tra i lati in un triangolo rettangolo. Si sottolinea la relazione tra l'angolo e la lunghezza dell' arco sulla circonferenza unitaria (radianti, definizione del valore delle funzioni goniometriche per i numeri reali). Si individuano le proprietà ed i valori assunti dalle funzioni goniometriche mediante l'interpretazione geometrica sulla circonferenza unitaria. Gli allievi studiano autonomamente i nuovi concetti, le proprietà e le relazioni interpretandole geometricamente. Prima di trattare le funzioni circolari è opportuno ripetere il concetto di funzione inversa. Ci si limita alla risoluzione di equazioni goniometriche semplici. Oltre alla risoluzione analitica si può ricorrere anche a quella grafica mediante l'uso delle TIC. *Con l'uso delle TIC si ricercano i valori delle funzioni goniometriche sulla circonferenza unitaria e si disegnano i grafici. Si consiglia il collegamento interdisciplinare con la fisica (ad es. moto oscillatorio, propagazione*

delle onde ...). Le funzioni goniometriche per gli angoli acuti possono essere introdotte nel 1° o nel 2° anno, il resto dei contenuti saranno trattati nel 3° anno.

3.11 Coniche (20 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- ricercano gli esempi di coniche nella natura,
- confrontano ed utilizzano la definizione analitica e geometrica di conica,
- interpretano la circonferenza come caso particolare di ellisse e *ricavano l'equazione dell'ellisse dall'equazione della circonferenza effettuando una dilatazione lungo l'asse scelto*,
- analizzano l'equazione e raffigurano graficamente le circonferenze e le ellissi con centro nell'origine o con centro qualunque,
- analizzano l'equazione e raffigurano graficamente l'iperbole con centro nell'origine e la parabola con vertice nell'origine,
- analizzano forme diverse di equazione della parabola,
- *costruiscono le coniche*,
- *disegnano la conica con l'ausilio di un adeguato programma*,
- *analizzano la raffigurazione grafica dell'iperbole e della parabola traslata*,
- *analizzano l'equazione dell'iperbole e della parabola traslata*,
- *studiano analiticamente e graficamente la retta tangente di una conica*,
- determinano analiticamente e graficamente l'intersezione della conica con una retta e determinano le intersezioni di coniche con centro nell'origine,
- argomentano la correttezza dei risultati nello studio analitico delle intersezioni,
- *risolvono i problemi*.

Contenuti

- Notazione algebrica delle curve di secondo grado
- Circonferenza con centro nell'origine o in un punto qualsiasi
- Ellisse con centro nell'origine o in un punto qualsiasi
- Iperbole con centro nell'origine
- Parabola con vertice nell'origine
- *Iperbole e parabola traslate*
- *Rette tangenti alle coniche*

Indicazioni didattiche

Si apprende che una curva qualsiasi non rappresenta necessariamente il grafico di una funzione. Si ripetono le trasformazioni nel piano (traslazione, dilatazione). Si studiano i casi di intersezione tra piano e cono spiegando l'origine dei nomi delle coniche. Di tutte le coniche si studia l'equazione normale. Si offre agli allievi la possibilità di presentare un argomento a scelta previa una adeguata preparazione a casa. La costruzione dell'ellisse viene svolta anche con il metodo del giardiniere, ove possibile; oltre alle costruzioni classiche delle coniche si mostrano anche le costruzioni con gli origami. *Si può pianificare lo svolgimento*

dell'ora di lezione anche in modalità interdisciplinare ad es. con la fisica (moto rotatorio, ottica, moto degli astri, moto delle cariche in un campo elettrico e magnetico ...) o con la storia. Nello studio delle coniche con centro in un punto qualsiasi si collega il metodo di completamento al quadrato perfetto con la comprensione geometrica della traslazione. Trattando l'iperbole si menziona l'iperbole già nota $y = x^{-1}$. Gli allievi trovano il collegamento tra la parabola $y = ax^2$, $a \neq 0$, e la parabola $x^2 = 2py$. Nella risoluzione dei sistemi di equazioni si privilegia l'interpretazione grafica delle soluzioni analitiche, come coordinate dei punti di intersezione, piuttosto che lo svolgimento di calcoli complicati (è sufficiente limitarsi alle coniche con centro nell'origine). *L'argomento offre la possibilità della ricerca matematica con l'uso delle TIC.* Si consiglia di trattare gli argomenti nel 3° anno, le tangenti alle coniche anche nel 4° anno.

3.12 Successioni e serie (32 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- forniscono esempi, ragionano in maniera induttiva, generalizzano e continuano le sequenze,
- trovano e scrivono le relazioni tra i termini di una successione,
- scrivono i termini di una successione in base ai termini iniziali e con la formula ricorsiva,
- riconoscono ed analizzano le proprietà delle successioni rappresentate in diversi modi (rappresentazione numerica, grafica, analitica ...)
- leggono e rappresentano le successioni rappresentate in diversi modi,
- utilizzano le proprietà delle successioni,
- calcolano il limite di una successione,
- distinguono tra successione e serie,
- distinguono tra serie convergente e divergente,
- calcolano la somma di n termini di una successione,
- calcolano la somma di una serie geometrica,
- distinguono tra regime di capitalizzazione semplice e composto,
- distinguono tra tasso d'interesse conforme e relativo,
- applicano il principio di equivalenza finanziaria,
- cercano esempi realistici di tassi d'interesse, prevedono le aspettative e decidono in base alle simulazioni
- calcolano la rendita e redigono il piano d'ammortamento.

Contenuti

- Definizione di successione
- Proprietà delle successioni (finite, infinite, monotone, limitate, convergenti ...)
- Successione aritmetica
- Successione geometrica
- Somma dei primi n termini di una successione aritmetica e di una successione geometrica
- Limite della successione

- Serie
- Convergenza delle serie geometrica
- Elementi di matematica finanziaria
- Rendita
- Piano d'ammortamento

Indicazioni didattiche

Nell'introduzione alle successioni si può iniziare dal riconoscimento di diversi modelli. Si sceglie anche il caso in cui una successione può essere continuata in più modi. Se possibile, si collega la teoria ad esempi reali. Si rappresentano le successioni in diversi modi e si sviluppano i concetti fino al livello astratto. La tecnica per il calcolo dei limiti non deve prevalere sulla comprensione del concetto. *Con l'uso delle TIC gli allievi possono sviluppare le conoscenze di concetti matematici complessi. Per stilare il piano d'ammortamento gli allievi usano i fogli di calcolo elettronici.* La programmazione deve essere adattata nei contenuti e nella durata in base alle materie di indirizzo dei ginnasi professionali. *Si propone il collegamento interdisciplinare con la storia dell'arte (ad es. successione di Fibonacci).* Si consiglia di trattare i contenuti nel 3° o nel 4° anno.

3.13 Calcolo differenziale (30 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- descrivono i concetti del calcolo differenziale con l'uso di rappresentazioni grafiche, numeriche o analitiche,
- calcolano il valore del rapporto incrementale,
- calcolano il limite del rapporto incrementale,
- spiegano il significato geometrico della derivata,
- *ricavano le regole semplici di derivazione mediante la definizione della derivata,*
- *ricavano le derivate di funzioni con l'uso delle regole di derivazione,*
- derivano funzioni elementari e composte,
- *calcolano la derivata di funzioni espresse in forma implicita,*
- deducono i punti di (non) derivabilità di una funzione dal suo grafico,
- collegano le proprietà delle funzioni con la loro derivata (ne individuano le proprietà, ne disegnano il grafico, ...),
- *calcolano il valore approssimativo di una funzione con l'uso della tangente,*
- scrivono l'equazione della retta tangente e della retta normale in un dato punto della curva,
- calcolano l'ampiezza dell'angolo di intersezione di due curve,
- analizzano la funzione con la derivata (spiegano i punti estremanti, determinano gli intervalli di crescita e decrescita), e disegnano il grafico,
- *collegano il concetto di continuità e quello di derivabilità di una funzione in un dato intervallo,*
- risolvono un semplice problema di minimo e di massimo,
- *risolvono un problema reale di minimo e di massimo e lo interpretano adeguatamente.*

Contenuti

- Rapporto incrementale, derivata, significato geometrico della derivata
- Regole di derivazione, derivate delle funzioni elementari
- *Approssimazione con la derivata (E)*
- Uso della derivata
- Estremi relativi, crescita e decrescita di una funzione
- *Derivata seconda di una funzione*
- *Punto di flesso, convessità e concavità della funzione*
- *Continuità delle funzioni derivabili*
- Problemi di minimo e di massimo
- *Modellazione di problemi reali e loro risoluzione con i metodi del calcolo differenziale*
- *Spazio, velocità e accelerazione di un punto, curve nel piano espresse in forma parametrica (E)*

Indicazioni didattiche

Il concetto di rapporto incrementale di una funzione lineare viene esteso al rapporto incrementale di una funzione generica. Si studia come la traslazione e la dilatazione influiscono sul rapporto incrementale. Si costruisce il concetto di derivata in base agli esempi di applicazione. Gli allievi possono studiare autonomamente la derivata seconda e quelle di ordine maggiore. Oltre alle rappresentazioni grafiche e analitiche dei concetti è opportuno utilizzare, attraverso l'uso della tecnologia, anche quelle numeriche (tabella dei valori). Nell'ambito della ricerca matematica viene dedicato spazio alla risoluzione di problemi di minimo e di massimo. Alcuni concetti (ad es. significato geometrico della derivata) possono essere ben visualizzati con i programmi dinamici. *Si consiglia il collegamento interdisciplinare con la fisica (ad es. moto rettilineo e moto circolare)*. Si consiglia di trattare i contenuti nel 4° anno.

3.14 Calcolo integrale (20 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- spiegano la relazione tra derivata e integrale indefinito di una funzione,
- conoscono la tabella degli integrali elementari e il collegamento con la tabella delle derivate,
- utilizzano le proprietà dell'integrale indefinito,
- *integrano per sostituzione,*
- *integrano per parti («per partes»),*
- *integrano funzioni razionali (con la scomposizione in fratti semplici),*
- conoscono il significato geometrico dell'integrale definito,
- utilizzano le proprietà dell'integrale definito,
- utilizzano la relazione tra l'integrale definito e quello indefinito,
- risolvono problemi matematici semplici e problemi tratti dalla realtà,
- *spiegano, utilizzano ed interpretano i metodi numerici, ed il risultato ottenuto.*

Contenuti

- Integrale indefinito (funzione primitiva)
- Proprietà dell'integrale indefinito
- *Integrazione per sostituzione*
- *Integrazione »per partes«*
- *Integrazione di funzioni razionali*
- Integrale definito
- Proprietà dell'integrale definito
- Relazione tra integrale definito e quello indefinito
- *Teorema della media integrale (E)*
- Utilizzo dell'integrale definito (area, volume dei solidi di rotazione ...)
- *Metodi numerici per il calcolo dell'integrale definito (E)*

Indicazioni didattiche

Lo studio del calcolo integrale può essere introdotto con l'integrale definito o quello indefinito. Gli esercizi con gli integrali possono essere completati con la risoluzione di problemi. Con un'accurata scelta di esempi matematici, tratti dalla vita reale, si possono rendere più espliciti i concetti introdotti (area, solidi di rotazione, lavoro, produttività ...). *Si propone il collegamento interdisciplinare con la fisica (ad es. spazio percorso, lavoro). Nell'introdurre l'integrale definito si consiglia l'uso delle TIC. Si consiglia di trattare i contenuti nel 4° anno.*

3.15 Calcolo combinatorio (20 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- calcolano $n!$,
- distinguono i singoli concetti del calcolo combinatorio,
- calcolano il valore del coefficiente binomiale,
- sviluppano la potenza di un binomio.

Contenuti

- Teorema fondamentale del calcolo combinatorio, diagramma ad albero
- Regola della somma
- Permutazioni
- Permutazioni con ripetizione
- Disposizioni
- Disposizioni con ripetizione
- Combinazioni
- Teorema binomiale
- Triangolo di Pascal Tartaglia

Indicazioni didattiche

Si illustrano le ragioni storiche che hanno portato allo sviluppo del calcolo combinatorio e del calcolo probabilistico e si forniscono alcuni esempi di utilizzo: gioco d'azzardo, assicurazioni

etc. Si mostra il collegamento tra il calcolo combinatorio e le funzioni. Gli allievi imparano a tradurre il problema in linguaggio matematico e presentarlo con un modello matematico adeguato. Va sottolineata l'applicazione della regola del prodotto e della somma, mentre la denominazione formale e simbolica delle permutazioni e delle disposizioni ha meno importanza. Si introducono esempi tratti dalla vita quotidiana (gioco del Lotto, scommesse sportive, carte da gioco, macchinette da gioco, alfabeto morse). Per una migliore comprensione si considerano i concetti da diverse prospettive: ad esempio matematica e biologia (eredità, genetica delle popolazioni). *Si utilizzano programmi interattivi e la calcolatrice.* Si ripete il triangolo di Pascal Tartaglia e se ne ricercano le proprietà. Si ampliano le conoscenze sulla potenza del binomio del 1° anno collegandole alle proprietà del coefficiente binomiale. Si consiglia di trattare i contenuti nel 3° o 4° anno.

3.16 Teoria della probabilità (12 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- esprimono gli eventi e svolgono operazioni tra eventi,
- individuano tutti gli eventi elementari di un determinato esperimento,
- distinguono tra probabilità soggettiva, empirica e teorica,
- comprendono e collegano la probabilità empirica (o frequenzistica) con quella teorica (o classica),
- conoscono ed utilizzano la definizione classica di probabilità,
- date le probabilità di singoli eventi calcolano le probabilità di altri eventi,
- distinguono tra i concetti di eventi incompatibili ed eventi indipendenti,
- utilizzano lo spazio campionario,
- *risolvono gli esercizi con l'uso di formule.*

Contenuti

- Concetti elementari di teoria della probabilità: esperimento, evento, spazio campionario
- Operazioni con eventi
- Probabilità soggettiva, empirica, teorica e probabilità di un evento
- Calcolo della probabilità di eventi contrari, somma di eventi
- *Probabilità condizionata*
- *Probabilità del prodotto di eventi, eventi indipendenti*
- *Successione di prove indipendenti (processo di Bernoulli)*
- *Probabilità totale, la formula di Bayes (E)*
- *Esperimenti a due fasi (I)*
- Distribuzione normale

Indicazioni didattiche

Si introduce la teoria della probabilità con l'analisi di fenomeni relativi alla vita quotidiana, il cui esito dipende dal caso, su una base intuitiva. Si collegano gli eventi e le operazioni tra eventi con gli insiemi. La probabilità empirica viene presentata con esempi concreti (moneta, dado, cilindro, chiodi): si osserva l'andamento delle frequenze relative e la stabilizzazione (probabilità statistica o empirica), e la si confronta con la probabilità teorica. Si scelgono

attività consone e problemi con cui gli allievi sviluppano la capacità di interpretazione e valutazione critica dei risultati. Per quanto riguarda la probabilità condizionata si semplifica il ragionamento con l'uso dello spazio campionario. Si presta attenzione ai concetti di eventi incompatibili e indipendenti. Per lo studio delle prove indipendenti ci si limita al processo di Bernoulli. Si conosce e si interpreta il grafico della distribuzione normale in base ad esempi concreti. Si suggerisce il collegamento interdisciplinare con la biologia (geni ed eredità genetica). Si consiglia di trattare i contenuti nel 4° anno.

3.17 Statistica (10 ore)

Obiettivi

Gli allievi:

- distinguono tra proprietà studiata (variabile), unità statistica, valore della variabile, campione, popolazione,
- riconoscono la proprietà studiata dell'unità statistica,
- distinguono tra dati descrittivi o qualitativi, ordinali, numerici o quantitativi,
- raccolgono i dati, li ordinano e li strutturano,
- scelgono un diagramma adeguato per la rappresentazione dei dati,
- leggono, compongono ed interpretano diagrammi statistici,
- sviluppano una relazione critica nell'interpretazione dei risultati,
- conoscono ed utilizzano diverse modalità di riassumere i dati,
- scelgono un modo adeguato di riassumere i dati in base alla loro tipologia,
- calcolano, valutano ed interpretano il valore medio, la moda e la mediana come misure di centralità dei dati,
- valutano relazioni semplici tra variabili statistiche,
- calcolano, valutano ed interpretano il campo di variazione, la deviazione standard e lo scarto interquartile come indici di dispersione dei dati,
- utilizzano le conoscenze di elaborazione dei dati in un processo completo di ricerca empirica (scelgono il tema, formulano la domanda di ricerca, raccolgono i dati, li ordinano e li strutturano, li analizzano, rappresentano ed interpretano i risultati).

Contenuti

- Concetti statistici fondamentali
- Tipologie di dati
- Raccolta dei dati
- Ordinamento e strutturazione dei dati
- Raffigurazione dei dati (diagramma a colonne, torta, istogrammi, diagramma cartesiano, grafico a dispersione, diagramma a scatola e baffi)
- Media aritmetica, mediana, moda
- Campo di variazione, deviazione standard, scarto interquartile,
- Compito statistico

Indicazioni didattiche

Verificate le conoscenze pregresse degli allievi si ampliano e si approfondiscono i contenuti con esempi più complessi.

Si consiglia di trattare i contenuti già nel primo anno poiché si tratta di rivedere concetti appresi nella scuola elementare, possibilmente con collegamenti interdisciplinari, soprattutto con psicologia e sociologia, biologia e chimica (creazione di compiti di ricerca, altri compiti). Le tematiche della ricerca vengono tratte dalla vita quotidiana (sport, musica, scuola ...). Vengono sviluppate la capacità di interpretare i risultati e la capacità critica nell'interpretazione dei risultati. *Utilizzo di programmi di elaborazione statistica dei dati.* Si sottolinea l'importanza della comprensione dei criteri di centralità e dispersione. La deviazione standard può essere studiata in seguito alla risoluzione di un compito statistico complesso. L'allievo dovrebbe essere in grado di realizzare in modo autonomo un compito statistico in varie materie nell'ambito di qualche progetto. Ci si occupa di problemi concreti, scelti in un contesto di vita reale, che non sono risolvibili con procedure di routine e che richiedono l'interconnessione di diverse discipline (ad es. psicologia, sociologia, biologia, educazione fisica, TIC). Si consiglia il collegamento interdisciplinare con la fisica e la chimica per quanto riguarda le misurazioni (deviazione standard, valore medio), e con la biologia (ecologia, ricerche ed esperimenti) per l'elaborazione dei dati (rappresentazione e interpretazione dei dati). Si consiglia di trattare i contenuti nel corso del 1° anno.

4 RISULTATI DI APPRENDIMENTO ATTESI

I risultati di apprendimento attesi sono espressione degli obiettivi prefissati, dei contenuti e delle competenze. L'insegnante si assicura che l'allievo raggiunga il risultato atteso tramite la pianificazione e lo svolgimento delle lezioni; lo studente consegue i risultati in base al proprio lavoro e alla propria responsabilità. I risultati attesi sono individuati in termini generali, ciò significa che gli allievi li raggiungeranno in misura diversa e a diversi livelli tassonomici.

Ci si aspetta che gli allievi acquisiscano la padronanza delle conoscenze matematiche fondamentali e le abilità necessarie per l'uso efficace e creativo delle stesse, che sviluppino fiducia nelle proprie capacità matematiche e considerino la matematica come valore culturale. Si auspica inoltre che gli allievi siano preparati agli studi universitari e sviluppino le competenze per un apprendimento permanente. Indipendentemente dalle circostanze (conoscenza pregressa degli allievi, capacità intellettuali, interesse, disponibilità a lavorare, incentivi ambientali, motivazioni diverse, necessità di una buona conoscenza matematica negli studi futuri), ci si aspetta che i contenuti siano ben compresi, connessi ed utilizzati nelle risoluzioni di problemi matematici complessi a livello interdisciplinare.

4.1 Conoscenza dei contenuti

Numeri, espressioni algebriche, equazioni e disequazioni

L'allievo:

- padroneggia le abilità aritmetiche elementari e conosce le relazioni tra gli insiemi numerici,
- conosce ed utilizza le proprietà degli insiemi numerici e le ragioni per la loro introduzione,
- esegue abilmente calcoli con numeri ed espressioni (operazioni aritmetiche elementari, potenze e radici), li utilizza nei problemi matematici e in situazioni di vita quotidiana,
- utilizza le regole per la risoluzione delle equazioni e delle disequazioni e interpreta graficamente i risultati.

Logica ed insiemi

L'allievo:

- conosce i concetti fondamentali della teoria, le relazioni e le proprietà degli insiemi ed utilizza la logica matematica (identificazione delle relazioni di causa ed effetto),
- riconosce la logica matematica come strumento della matematica moderna e comprende l'importanza del ragionamento logico e dell'argomentazione nella vita quotidiana.

Funzioni

L'allievo:

- sviluppa la comprensione del concetto generico di funzione,
- conosce ed utilizza le funzioni elementari: lineare, potenza, radice, quadratica, esponenziale, logaritmica, polinomiale, razionale, goniometrica
- traccia i grafici delle funzioni elementari, operando sulle funzioni con somme, differenze, prodotti, quozienti e composizioni,
- nei problemi riconosce e rappresenta la funzione elementare che meglio può modellare il problema (ad es. descrizione della crescita di un individuo dalla nascita alla maturazione).

Geometria

L'allievo:

- sviluppa una concezione geometrica del piano e dello spazio,
- conosce ed utilizza i concetti elementari e le procedure della geometria piana e dello spazio,
- conosce le proprietà delle figure geometriche (in particolar modo le proprietà del cerchio e del triangolo),
- utilizza la geometria euclidea e le funzioni goniometriche,
- conosce la geometria euclidea come esempio di teoria matematica,
- collega il modello classico di geometria euclidea e l'approccio analitico: sistema cartesiano e vettori.

Analisi

L'allievo:

- conosce ed utilizza le coniche e le relazioni tra le loro definizioni geometriche ed algebriche,
- conosce ed utilizza le successioni, in particolar modo la successione aritmetica e geometrica, e la serie geometrica,
- utilizza le successioni e la serie geometrica in collegamento con la matematica finanziaria e la crescita naturale,
- utilizza le proprietà delle funzioni,
- conosce le derivate delle funzioni e il loro significato geometrico,
- utilizza la derivata per trovare le rette tangenti ad una curva e per risolvere problemi semplici di minimo e di massimo,
- conosce il concetto di integrale indefinito ed il significato dell'integrale definito,
- sa calcolare l'integrale indefinito di semplici funzioni, conosce la relazione tra integrale definito e indefinito e sa utilizzare l'integrale definito per il calcolo dell'area e del volume dei solidi di rotazione.

Calcolo combinatorio, teoria della probabilità e statistica

L'allievo:

- comprende e sa utilizzare il teorema fondamentale del calcolo combinatorio e gli altri concetti del calcolo combinatorio,
- conosce la definizione classica di probabilità e sa calcolare la probabilità di eventi composti, in casi semplici.
- conosce i concetti statistici fondamentali e li utilizza nei collegamenti interdisciplinari,
- analizza e svolge un compito statistico.

4.2 Conoscenze procedurali

Nel proprio percorso scolastico gli allievi dovrebbero sviluppare le abilità procedurali strettamente correlate alle conoscenze matematiche e trasferibili anche ad altri campi.

L'allievo:

- ragiona in maniera astratta,
- comprende la differenza tra ragionamento matematico formale e deduzione intuitiva,
- imposta una risoluzione analitica dei problemi e li risolve con l'uso di diverse strategie,
- utilizza la matematica nella vita quotidiana (utilizzo della geometria, misurazioni, valutazione, elaborazione dati, risparmio, prestiti ...),
- sviluppa le strategie di lettura adeguate per il proseguimento dei propri studi (comunicazione in lingua madre),
- si esprime in maniera verbale, scritta ed in altre forme espressive,
- comunica in lingua madre (lettura e comunicazione di contenuti matematici, utilizzo del linguaggio matematico nella presentazione dei progetti),
- comprende e presenta (verbalmente, in forma scritta) un testo matematico elementare in una lingua straniera (comunicazione in lingua straniera),
- programma e svolge autonomamente una ricerca e la presenta, analizza criticamente il proprio lavoro, i risultati e le possibili interpretazioni degli stessi,
- formula le domande chiave di ricerca, formula ipotesi,
- ragiona in maniera critica sull'esistenza di condizioni necessarie e sufficienti,
- utilizza le tecnologie per l'informazione e la comunicazione, è critico riguardo alle informazioni trovate sul web o su altre fonti,
- è critico sulle proprie conoscenze (imparare ad imparare),
- è creativo, prende l'iniziativa, accoglie decisioni, fornisce valutazioni di rischio (auto iniziativa ed imprenditorialità),
- gestisce in modo costruttivo le emozioni, rispetta sé stesso e le altre persone, sviluppa l'integrità (onestà e trasparenza), sviluppa la capacità di lavorare in gruppo, assume un atteggiamento responsabile. Sviluppa e migliora l'atteggiamento critico e onesto nei confronti del mondo (competenze sociali e civiche).

5 COLLEGAMENTI INTERDISCIPLINARI

Lo scopo dell'integrazione interdisciplinare è una più ampia coerenza e trasferibilità delle conoscenze, al fine di favorire le condizioni per una maggiore creatività ed imprenditorialità in tutti i campi. Tale prerogativa contribuisce anche a creare una solida personalità che affronta più facilmente le varie sfide della vita; allo stesso tempo consente di combinare conoscenze e abilità diverse, contribuendo ad una profonda consapevolezza culturale ed etica dell'individuo.

L'integrazione interdisciplinare significa trovare le connessioni della propria disciplina con altre materie, collaborare con gli insegnanti di diverse aree disciplinari, pianificare congiuntamente la trattazione dei contenuti comuni, scambiare esempi e compiti, creare un progetto settimanale ecc. La pianificazione interdisciplinare può essere effettuata trattando i contenuti in maniera autonoma o con lezioni interdisciplinari (insegnamento di gruppo).

Poiché tale pianificazione richiede molta esperienza e iniziativa personale, ed è più impegnativa dal punto di vista organizzativo, è necessario organizzare le attività e coordinare i contenuti interdisciplinari.

5.1 Obiettivi e attività interdisciplinari

I collegamenti interdisciplinari possono essere realizzati su diversi livelli:

- a) In base ai contenuti: studio di problemi interdisciplinari.
- b) In base alle conoscenze dei processi: studio ed uso delle conoscenze dei processi (ad es. ricerca delle fonti, realizzazione di una relazione o di uno schema, presentazione orale, lavoro di gruppo).
- c) A livello concettuale: durante l'ora di matematica gli allievi si avvicinano ai concetti chiave da diversi punti di vista, anche in base alle loro esperienze, con lo scopo di approfondirli e comprenderli (ad es. crescita naturale in biologia collegata alla funzione esponenziale). Gli esempi sono importanti per la comprensione e la concettualizzazione dei contenuti matematici.

I problemi analizzati devono essere adatti alle conoscenze degli allievi e alle loro capacità. Gli studenti dovrebbero poter formulare nuove domande, non limitate ad una singola area specifica. Gli esempi dovrebbero essere tratti dal contesto della vita reale, da situazioni concrete nelle quali gli allievi potrebbero trovarsi o che potrebbero riconoscere come importanti per la società. Nell'ambito del collegamento interdisciplinare, gli alunni possono svolgere ricerche (di scienze sociali e scienze naturali) o compiti con i quali collegare matematica ed arte. Si incoraggia la ricerca autonoma mediante l'uso delle TIC.

La modellazione matematica è una delle forme attive di studio, di applicazione o formazione di nuove conoscenze. Con tale espressione s'intende la rappresentazione di un oggetto o un processo reale. Vale a dire creare una descrizione matematica che includa le caratteristiche dell'oggetto, del sistema o del processo. Il modello matematico rappresenta un fenomeno reale che gli allievi scoprono attraverso lo studio della matematica.

Durante l'osservazione e la creazione di modelli geometrici gli allievi applicano le proprie conoscenze geometriche, sviluppano il pensiero analitico, la creatività, la capacità di sintetizzare, di generalizzare e imparano ad argomentare.

Nella tabella sottostante si elencano gli obiettivi e le attività proposte per realizzare i collegamenti interdisciplinari. Le attività proposte si possono svolgere nei diversi anni, a patto che si adatti il livello di difficoltà alle conoscenze degli allievi.

Tabella 1: Obiettivi e proposte di attività con collegamenti interdisciplinari

Obiettivi	Proposte e descrizioni
<p>Gli allievi:</p> <ul style="list-style-type: none"> • collegano i contenuti della geometria nel piano e nello spazio • ricercano nella matematica, • collegano i contenuti matematici, • svolgono un lavoro di ricerca e lo presentano, • per le ricerche utilizzano le TIC, collaborano con il professore di italiano (correzione linguistica, ad es. espressione in lingua italiana, citazione delle fonti etc.) • collegano le conoscenze di diverse aree; 	<p><i>Utilizzo della geometria in situazioni reali:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • costruzione del tetto, costruzione di una scalinata, partizione ottimale di un terreno, pavimentazione ecc., • calcolo delle superfici e dei volumi di vari solidi che possiamo trovare nelle situazioni di tutti i giorni <p><i>Ricerche matematiche:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • numero, cifra, • numeri decimali periodici, • luogo geometrico dei vertici di un fascio di parabole, • criteri di divisibilità in sistemi numerici diversi, • frazioni continue, • equazioni diofantee, • retta di Eulero, • il cerchio dei nove punti, • programmazione lineare, • metodo dei minimi quadrati, • crittografia, • triangolo di Pascal Tartaglia • frattali, • origami. <p><i>Problemi interdisciplinari di vita reale:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • acquisto/vendita di una casa (immobile): ottimizzazione dell'investimento • valutazione del rischio nell'acquisto di azioni o titoli (soprattutto a titolo informativo) • risparmio bancario, • ricerca delle informazioni nel web per un lavoro di natura statistica.

- **risolvono problemi realistici ed utilizzano gli strumenti per l'elaborazione dei dati,**
- **sviluppano senso critico nell'interpretazione dei dati e sulle informazioni riportate nei giornali, sul web ecc.,**
- **includono temi trasversali per la risoluzione di problemi statistici (ad es. tutela della salute, educazione dei consumatori, imprenditorialità);**
- **sviluppano la creatività ed il pensiero astratto,**
- **riconoscono la proprietà in uno schema, cercano la generalizzazione (ad es. formando un'espressione algebrica);**
- **sviluppano concezioni geometriche e il pensiero logico-astratto;**
- **utilizzano i programmi informatici.**

Strumenti per l'elaborazione dei dati e gli indici di centralità e dispersione:

- lettura delle informazioni, diagrammi nei quotidiani e nei media pubblici,
- compito statistico: dieta salutare,
- inquinamento dell'aria, piano per la gita di fine anno, etichetta di un prodotto, informazioni nel web ecc.

Trasformazioni, campioni:

- simmetria in natura, sezione aurea, successioni grafiche con figure geometriche, ornamenti ecc.

Modellazione:

- modellazione di oggetti con modelli geometrici,
- modellazione di situazioni astratte o di processi (uso dell'algebra).

Tecnologie dell'informazione e della comunicazione:

- programmi per l'elaborazione statistica (tabelle in formato digitale),
- programmi per la geometria dinamica e per il calcolo simbolico, elaboratori di testo ed editor per la scrittura matematica e programmi di presentazione,
- utilizzo delle tecnologie di comunicazione (web, classe virtuale).

5.2 Attività per lo sviluppo delle competenze

Gli obiettivi dello studio della matematica prevedono lo sviluppo di alcune competenze, indicate anche nel primo capitolo e che sono in seguito elencate, congiuntamente alle linee guida per il loro raggiungimento. La tabella fornisce proposte di attività per lo sviluppo delle competenze. Le attività sono descritte in termini generali e dipendono dal monte orario e dai contenuti della disciplina nei ginnasi.

Tabella: Competenze e attività utili al loro sviluppo

Competenza matematica e altre competenze	Attività per lo sviluppo delle competenze
<ul style="list-style-type: none">• conoscenza, comprensione utilizzo dei concetti matematici e delle loro relazioni, svolgimento e applicazione delle procedure;• ragionano in maniera induttiva e deduttiva, svolgono dimostrazioni matematiche;• comprensione ed utilizzo del linguaggio matematico (lettura, scrittura e comunicazione di testi matematici, ricerca e utilizzo di fonti matematiche);	<p>Gli allievi:</p> <ul style="list-style-type: none">• riconoscono i concetti matematici sui modelli, nelle figure, nella notazione simbolica, nel testo,• elencano esempi e controesempi,• spiegano ed utilizzano concetti e fatti,• scelgono ed utilizzano le formule/procedure per la risoluzione di un problema,• analizzano i concetti matematici da diversi punti di vista,• riconoscono il contesto matematico in situazioni reali; <ul style="list-style-type: none">• ragionano in maniera induttiva e deduttiva, svolgono dimostrazioni matematiche,• elaborano ed interpretano i modelli,• verificano la validità di un modello (riflessione),• osservano campioni numerici, grafici ed algebrici, verificano la correttezza, le regole e generalizzano; <ul style="list-style-type: none">• utilizzano il linguaggio matematico e simbolico formale, la terminologia ed i simboli,• risolvono esercizi testuali,• compongono un esercizio testuale autonomamente,• ricercano fonti matematiche e non solo;

<ul style="list-style-type: none"> • raccolta, ordinamento, rappresentazione, analisi dei dati ed interpretazione e valorizzazione dei dati e dei risultati; • utilizzo delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione per la comprensione di nuovi concetti matematici, svolgimento di procedure matematiche e risoluzione di problemi matematici; • ricerca e risoluzione di problemi; 	<ul style="list-style-type: none"> • raccolgono, analizzano, interpretano i dati e formulano le conclusioni in statistica e in compiti empirici, • leggono e formano le tabelle ed i diagrammi, • sviluppano una relazione critica nei confronti delle informazioni e dei dati, • ragionano criticamente riguardo l'interpretazione dei risultati, • ragionano criticamente riguardo agli strumenti per la rappresentazione dei risultati; • utilizzano in maniera critica le tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC): calcolatrici numeriche, calcolatrici simboliche, programmi informatici, • didattica digitale (utilizzo del web, della posta elettronica, conferenze online ...); • utilizzano la matematica in contesti matematici e in situazioni reali, • risolvono problemi specifici e generici: sviluppano le capacità di comprendere il problema, definiscono le variabili e le loro relazioni, verificano, osservano, rappresentano il problema, risolvono il problema, riflettono sui risultati e presentano, interpretano, approfondiscono, argomentano e riferiscono la soluzione al problema;
<ul style="list-style-type: none"> • comunicazione nella lingua madre/italiano; 	<ul style="list-style-type: none"> • <i>anche durante le lezioni di matematica nel contesto dei contenuti matematici, sviluppano la comprensione uditiva, la comunicazione verbale, la comprensione del testo e la comunicazione scritta</i> • <i>in collegamento con l'italiano attraverso la lettura di un testo matematico (ad es. quesiti in forma verbale, studio dai libri di testo, web) sviluppano le strategie di lettura (tecniche di lettura rapida, formulazione di domande, lettura, segnalazione), le capacità di lettura, l'attitudine alla lettura, l'interesse per la</i>

- **comunicazione in lingua straniera;**

- **imparare a imparare (pianificazione delle proprie attività, responsabilità per le proprie conoscenze, sviluppo delle conoscenze metacognitive);**

- **auto iniziativa ed imprenditorialità (creatività);**

- **sviluppo delle qualità personali (socialità, autostima, valori interpersonali, gestione delle emozioni).**

lettura,

- cura dello sviluppo della terminologia professionale;
- sviluppano un vocabolario di base professionale in lingua straniera (ricerca delle fonti online, testi matematici, programmi interattivi),
- dimostrano la comprensione di testi matematici in lingua straniera,
- presentano (in forma verbale o scritta) un testo elementare matematico in una lingua straniera;
- pianificano lo studio: seguono e indirizzano se stessi verso il processo di apprendimento e valutano il proprio metodo di studio,
- controllano il proprio lavoro,
- riflettono sulle proprie conoscenze, collaborano nelle discussioni sulla valutazione delle conoscenze,
- sviluppano la responsabilità delle proprie conoscenze, sviluppano le abitudini lavorative, conoscenze metacognitive;
- studiando la matematica imparano ad essere creativi, a proporre, ad accogliere delle decisioni e a fornire la valutazione di rischio (progetti);
- collaborano nei lavori di gruppo e nello studio (ad es. progetti),
- collaborando sviluppano delle qualità come: gestione delle emozioni, responsabilità, rispetto di sé stessi, integrità (onestà e trasparenza).

6 INDICAZIONI DIDATTICHE

Durante le lezioni di matematica, oltre alla sfera cognitiva, ci si occupa anche di quella emotiva e psicomotoria, poiché il motivo principale dell'insegnamento e dello studio della matematica è proprio la sua importanza per lo sviluppo della personalità dell'allievo.

Si implementa un approccio integrato all'apprendimento e all'insegnamento attraverso la ricerca, proponendo la risoluzione di problemi tratti dalla vita quotidiana e integrando contenuti attuali e tecnologie moderne. Nelle lezioni di matematica si sviluppa la capacità di descrivere gli eventi con un linguaggio matematico universale comprensibile a tutti.

Si può suscitare una motivazione e ottenere un miglior livello di comprensione con esempi che danno senso ai contenuti matematici, con testi moderni, con l'ausilio delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione ecc. Anche se gli esercizi di routine e i compiti frequenti sono necessari e utili per lo sviluppo delle abilità matematiche, si deve tener presente che la comprensione dei contenuti deve prevalere sulla manipolazione meccanica dei simboli. È necessario garantire la formazione di collegamenti tra i contenuti ed i concetti previsti dal piano di lavoro.

Si consiglia di affrontare i contenuti con il metodo di curriculum a spirale (lo stesso concetto matematico viene trattato più volte, lo si ripete, lo si approfondisce ed aggiorna). I contenuti devono essere ben appresi in modo che offrano una base solida per quelli successivi ad essi collegati. Dove possibile i contenuti si illustrano con esempi pratici.

Se nella classe vi sono allievi che hanno le capacità di apprendere i contenuti contrassegnati come conoscenze specifiche (CS), è necessario organizzare le lezioni in modo da dare loro possibilità di apprenderli. È particolarmente importante che alcune conoscenze specifiche siano acquisite dagli allievi in quanto potranno essere parte integrante della loro professione.

6.1 Tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TIC)

La scuola dovrebbe educare per l'apprendimento, il lavoro e la vita. L'uso della tecnologia è richiesto per il proseguimento degli studi, in tutte le professioni e in tutte le attività lavorative, ed è anche parte integrante della vita quotidiana. Pertanto, la scuola deve formare gli allievi anche a tale scopo. L'insegnamento della matematica contribuisce alla formazione tecnologica finalizzata alla risoluzione dei problemi matematici ma utile anche nel quotidiano.

Le TIC forniscono molteplici opportunità per uno sviluppo più efficace delle conoscenze matematiche degli allievi e consentono diversi approcci all'insegnamento e allo studio (ad es. ricerca e risoluzione di problemi matematici autentici).

Le TIC forniscono un feedback rapido ed imparziale. Ciò può incoraggiare gli allievi a procedere autonomamente, a sviluppare le proprie idee, a verificarle e modificarle, correggerle e migliorarle.

Le TIC possono compensare diversi deficit di apprendimento e offrire ulteriori opportunità di apprendimento nello stile cognitivo più appropriato per ogni individuo.

Le tecnologie d'informazione e comunicazione possono essere:

- strumento per lo sviluppo di concetti matematici,
- strumento per la creazione, simulazione, modellazione di situazioni di studio reali,
- esclusivamente uno strumento didattico,
- metodo di lavoro,
- strumento di comunicazione.

Tipi di tecnologie:

- calcolatrici numeriche,
- calcolatrici simboliche,
- computer portatile,
- programmi volti allo sviluppo dei concetti matematici,
- programmi volti all'automazione delle conoscenze e alla verifica,
- contenuti digitali e informazioni sul web (classe virtuale),
- strumenti per la diffusione e la rappresentazione dei dati, delle procedure e dei risultati.

6.2 Compiti per casa

I compiti per casa sono parte integrante del lavoro scolastico, ed attività importante per la matematica. Lo svolgimento dei compiti sviluppa le capacità di autoeducazione degli allievi, il metodo di lavoro, la perseveranza, la precisione ed il senso critico. I compiti per casa sono la base dell'apprendimento autoregolato.

I compiti per casa sono un punto di partenza importante per lo svolgimento della lezione successiva, pertanto devono essere pianificati con attenzione. Hanno diverse funzioni: rappresentano un esercizio per sviluppare le abilità, rafforzano le conoscenze e consolidano quanto imparato, costituiscono un'autoverifica, consentono lo studio di nuove situazioni, permettono la ricerca. Un compito per casa ben programmato considera anche i diversi stili di apprendimento, le capacità e gli interessi di ciascun allievo. Lo scopo del compito per casa deve essere chiaro, poiché oltre all'applicazione delle strategie risolutive, fornisce all'insegnante e allo studente un feedback riguardo i punti critici dell'apprendimento dei contenuti.

Esaminando i compiti per casa, non si discute solamente dei risultati ma anche delle strategie di risoluzione utilizzate. I compiti svolti con regolarità e dedizione influiscono sulla qualità delle conoscenze e, di conseguenza, anche sulla valutazione.

7 VALUTAZIONE DEI RISULTATI

Il monitoraggio della conoscenza è parte integrante della lezione e fornisce un feedback allo studente e all'insegnante. Nelle lezioni di matematica si verificano e si valutano: la comprensione e l'uso dei concetti matematici elementari, la comprensione delle relazioni, l'utilizzo delle procedure matematiche, la capacità di risoluzione di problemi matematici e le capacità comunicative nel linguaggio matematico.

Oltre ai compiti scritti e alle verifiche orali già prestabiliti si possono adottare anche altre forme di valutazione dell'apprendimento: presentazioni di relazioni o progetti, ricerche empiriche, ricerche matematiche, risultati delle gare di matematica, di logica, monitoraggio dei compiti per casa, creazione di una cartella dello studente (portfolio) e brevi verifiche orali o scritte delle conoscenze. Nella cartella personale dello studente si raccolgono: le correzioni e le analisi dei compiti scritti, fogli di lavoro completati, compiti complessi svolti, ricerche matematiche, brevi esempi motivazionali, sfide matematiche risolte e altre attività inerenti la matematica, ed in conclusione l'autovalutazione del proprio lavoro e il piano per il raggiungimento degli obiettivi.

Per il monitoraggio delle conoscenze si suggeriscono alcune linee guida di base:

- la verifica delle conoscenze deve essere conforme agli obiettivi della lezione e viene svolta regolarmente;
- le forme di valutazione degli apprendimenti devono essere molteplici, offrendo così agli allievi l'opportunità di mostrare quante più conoscenze possibili;
- l'allievo deve ottenere almeno quattro voti scritti e almeno un voto orale durante l'anno scolastico;
- si incoraggiano gli allievi ad assumersi le responsabilità delle proprie conoscenze;
- nella valutazione orale si verificano principalmente le abilità che non possono essere ben valutate nei compiti scritti (uso delle strategie, risoluzione dei problemi, comprensione dei concetti e delle procedure, comunicazione) e si concede agli allievi il tempo necessario per fornire le risposte. La verifica orale non viene utilizzata per quelle conoscenze che possono essere verificate adeguatamente con una valutazione scritta.