

OBICAJNI IN EKSOTIČNI HADRONI

SAŠA PRELOVŠEK KOMELJ

Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani
Odsek za teoretično fiziko, Institut Jožef Stefan, Ljubljana

PACS: 12.38.Gc, 14.40.Pq, 14.40.Rt

Običajni hadroni so barioni in mezoni. Prvi so sestavljeni iz treh valenčnih kvarkov (qqq), drugi pa iz valenčnega kvarka in antikvarka ($q\bar{q}$). V zadnjem desetletju so eksperimentalno prvič opazili zanimiva stanja, ki bi lahko ustrezala eksotičnim tetrakvarkom ($\bar{q}q\bar{q}q$) in pentakvarkom ($qqqq\bar{q}$). Posvetili se bomo vprašanju, kaj vemo danes o običajnih in eksotičnih hadronih na podlagi fundamentalne teorije – kromodinamike. To vprašanje ni preprosto, ker močna sila v hadronih ne dovoljuje perturbativnega teoretičnega pristopa.

CONVENTIONAL AND EXOTIC HADRONS

Conventional hadrons are baryons (qqq) and mesons ($q\bar{q}$). Experiments have recently found candidates for exotic tetraquarks ($\bar{q}q\bar{q}q$) and pentaquarks ($qqqq\bar{q}$). This article sheds light on what is known about the conventional and the exotic hadrons based on the fundamental theory of strong interactions – Quantum Chromodynamics (QCD). This is not a simple problem, since the strong force in hadrons does not allow the perturbative theoretical treatment.

Uvod

Hadroni so sestavljeni iz kvarkov, za slednje pa danes velja, da so osnovni nedeljivi delci. Običajna narava je sestavljena iz kvarkov u in d , saj obstajata tako v protonu (uud) kot v nevtronu (ddu). Drugi štirje kvarki s , c , b , t so težji in živijo le kratek čas, potem ko jih ustvarijo pri različnih eksperimentih.

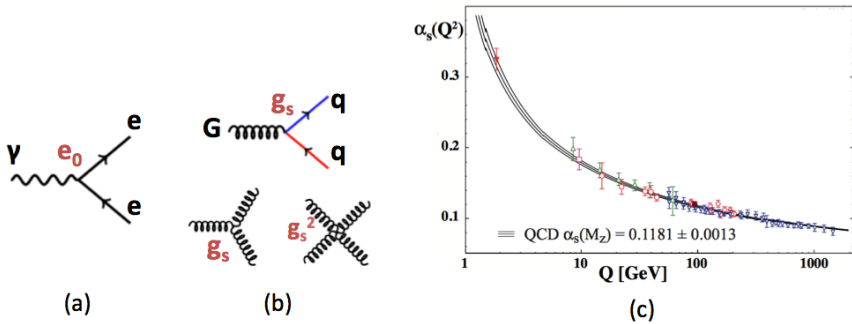
Kvarke v hadrone veže močna sila, ki je ena od štirih osnovnih sil. Močna sila veže tudi protone in nevtrone v jedra, kjer prevlada nad odbojno električno silo med pozitivno nabitimi protoni. Na razdaljah, ki so večje od velikosti jeder, je vpliv močne sile zanemarljiv. Prenašalci močne sile so brezmasni gluoni, podobno kot so prenašalci elektromagnetne sile brezmasni fotoni. Osnovna teorija močne interakcije med kvarki in gluoni se imenuje kvantna kromodinamika.

Skušali bomo odgovoriti na več vprašanj. Vprašali se bomo, ali sta masi protona in nevtrona le merljivi količini, ali ju lahko izračunamo v kromodinamiki? Predstavljata namreč več kot 99 % mase vidnega vesolja. Prispevek mirovnih mas treh valenčnih kvarkov k masi protona in nevtrona je manjši

od 3 %; za ta prispevek je odgovoren Higgsov mehanizem, ki daje maso kvarkom. Velika večina mase protona in nevtrona pa je posledica vezavne energije kvarkov zaradi močne interakcije, ki je tema tega prispevka. Ali lahko mase preostalih mezonov in barionov izračunamo s pomočjo kromodinamike? Ali iz kromodinamike sledi obstoj eksotičnih tetrakvarkov in pentakvarkov? In naposled – zakaj ta vprašanja niso bila že davno rešena?

Problem pri teoretičnem študiju hadronov

Primerjajmo kromodinamiko z elektrodinamiko, kjer so bila analogna vprašanja že davno rešena. Elektrodinamika je teorija, ki opisuje fotone oziroma elektromagnetno valovanje ter nabite delce. Sile temeljijo na enem samem vozlišču na sliki 1a. Vozlišče je točka Feynmanovega diagrama, kjer se stika več linij; v elektrodinamiki predstavlja interakcijo elektrona s fotonom. Velikost interakcije podaja osnovni električni naboj e_0 oziroma $\alpha = e_0^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$, ki ima pri nizkih energijah¹ vrednost približno $\alpha \simeq 1/137$.



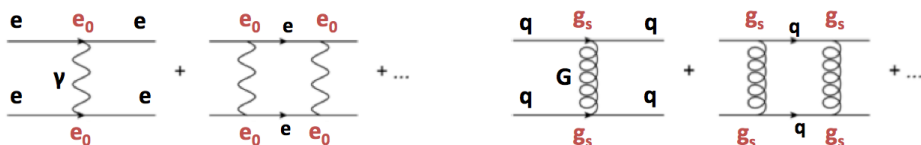
Slika 1. Vozlišča v elektrodinamiki (a) in kromodinamiki (b) ter odvisnost vozlišča $\alpha_s^2 = g_s^2/(4\pi)$ od $(Qc)^2 = (pc)^2 - E^2$, kjer sta p in E gibalna količina in energija fotona oziroma gluona [11] (c). Oznake: foton γ , elektron e , kvark q , gluon G .

Kromodinamika je teorija, ki opisuje gluone in kvarke ter interakcije med njimi zaradi tako imenovanega barvnega naboja. Vozlišče med kvarkom in gluonom je sorazmerno s sklopitvijo g_s , kot kaže slika 1b. Gluoni so barvno nabiti, zato interagirajo tudi med seboj (fotoni so električno nevtralni in

¹Efektivna skopitev $e_0(Q^2)$ med fotonom in elektronom pravzaprav pomeni vsoto vseh Feynmanovih diagramov, ki vodijo do interakcije elektron-elektron-foton. Izkaže se, da $e_0(Q^2)$ rahlo raste z naraščajočim Q , ki je definiran na sliki 1. To je povezano s tvorbo virtualnih parov e^+e^- in senčenjem naboja elektrona. Iz analognih razlogov se spreminja tudi efektivna močna sklopitev $g_s(Q^2)$, le da ta z naraščajočo energijo občutno pada.

vozlišča med fotoni ni). Vozlišča med gluoni so odgovorna za naraščanje sklopitve $g_s(Q^2)$ s padajočo gibalno količino gluonov Q , kot prikazuje slika 1c. S padajočo energijo α_s raste in pri hadronskih energijah pod GeV naraste na vrednost blizu $\alpha_s \simeq 1$.

Elektro-magnetno interakcijo med dvema elektronoma na sliki 2 lahko razvijemo po številu vozlišč, kjer Feynmanov diagram z dodatnim parom vozlišč e_0 prispeva k verjetnostni amplitudi $\alpha \simeq 1/137$ -krat manj. V perturbativnem pristopu lahko torej želeno natančnost dosežemo z izračunom nekaj najnižjih redov po α . Pri interakcijah med dvema kvarkoma pa diagramov na sliki 2 z več vozlišči g_s ne moremo zanemariti, ker pri hadronskih energijah velja $\alpha_s \simeq 1$. Potreben je neperturbativen pristop, ki sešteje neskončno vrsto diagramov.



Slika 2. Feynmanovi diagrami, ki prikazujejo perturbativni razvoj po številu vozlišč za interakcijo med elektronoma (levo) in kvarkoma (desno).

Kromodinamika na mreži

Neperturbativni pristop temelji na popotnem integralu. V kvantni mehaniki je pričakovana vrednost za propagacijo delca iz točke $\vec{x}_1$ ob času t_1 do točke $\vec{x}_2$ ob času t_2 sorazmerna z

$$\int \mathcal{D}\vec{x}(t) e^{iS/\hbar}, \quad S[\vec{x}(t)] = \int_{t_1}^{t_2} L dt, \quad L[\vec{x}(t)] = \frac{1}{2} m \dot{\vec{x}}^2 - V(\vec{x}). \quad (1)$$

Funkcionalni integral $\mathcal{D}\vec{x}(t)$ pomeni vsoto vseh poti $\vec{x}(t)$ ob zahtevi $\vec{x}(t_1) = \vec{x}_1$, $\vec{x}(t_2) = \vec{x}_2$, kar prikazuje slika 3a. Vsaka pot je utežena z eksponentnim faktorjem, ki je odvisen od klasične akcije $S[\vec{x}(t)]$ za to pot. V klasični mehaniki potuje delec po poti z najmanjšo akcijo.

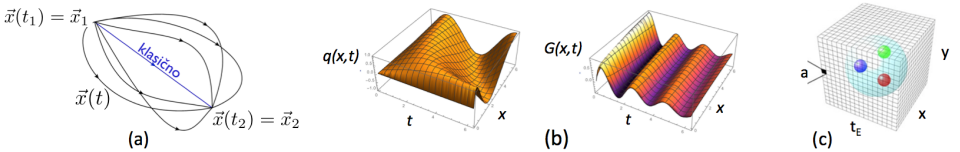
Teoretično ogrodje za kromodinamiko (kot tudi za elektrodinamiko) je kvantna teorija polja, ki temelji na kvarkovskih poljih $q(\vec{x}, t) = q(x)$ in gluonskih poljih $G(\vec{x}, t) = G(x)$. Polje je fizikalna količina, ki ima vrednost v vsaki točki prostor-časa x podobno kot elektromagnetno polje. Pričakovano vrednost neke količine $C(q, G)$ v kvantni teoriji polja izrazimo s popotnim

integralom

$$\langle C \rangle \propto \int \mathcal{D}q(x) \mathcal{D}\bar{q}(x) \mathcal{D}G(x) C(q, G) e^{iS/\hbar}, \quad S = \int d^4x \mathcal{L}_{QCD}[q(x), G(x)]. \quad (2)$$

Funkcionalni integral tu pomeni vsoto po vseh konfiguracijah (oblikah) kvarkovskih in gluonskih polj, ki se razpenjajo nad štirirazsežnim prostor-časom. Primer konfiguracije polj je prikazan na sliki 3b, funkcionalni integral pa narekuje vsoto po vseh konfiguracijah. Prispevek vsake konfiguracije je utežen z $e^{iS/\hbar}$ kot v kvantni mehaniki, akcija S pa je odvisna od kvarkovske in gluonske konfiguracije, kot narekuje Lagrangeeva gostota kromodinamike $\mathcal{L}_{QCD}[q(x), G(x)]$ (podrobnega izraza ne bomo potrebovali).

Analitičen izračun (2) je mogoč le za poenostavljene teorije, nikakor pa ne za kromodinamiko. V *kromodinamiki na mreži* popotni integral (2) izračunamo numerično za končno in diskretno mrežo točk prostor-časa na sliki 3c. Mrežni razmik je običajno okoli $a \simeq 0,05$ fm, velikost mreže pa 3 – 6 fm, kar zaobjame večino hadronov. Seštejemo po končnem naboru gluonskih in kvarkovskih konfiguracij najrazličnejših oblik; primer je prikazan na sliki 3b. Ta pristop se je izkazal kot najzanesljivejša neperturbativna metoda in se danes na široko uporablja² za kromodinamiko ter tudi druge kvantne teorije polja, kjer perturbativni pristop ni mogoč.



Slika 3. Popotni integral v kvantni mehaniki (a); primer kvarkovskih in gluonskih konfiguracij pri popotnem integralu v kvantni teoriji polja (b); mreža (c).

Običajni stabilni hadroni

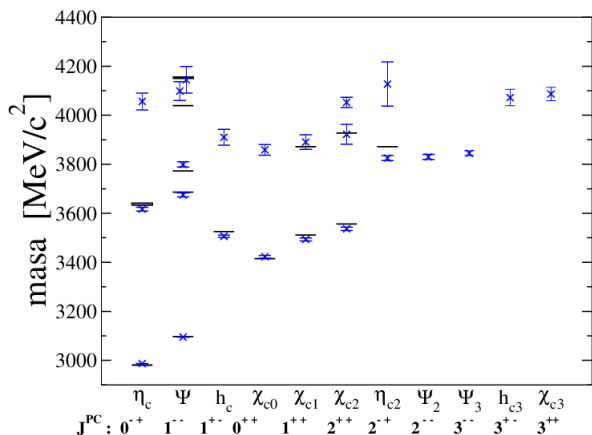
Najprej so bile na mreži izračunane mase hadronov, ki ne razpadejo prek močne interakcije. Ti hadroni so na mreži stabilni, saj popotni integral (2) vsebuje le močno interakcijo, ne pa tudi elektromagnetne in šibke. Da bi s tem popotnim integralom izluščili maso hadrona, izračunamo pričakovano vrednost $\langle C \rangle$ za fizikalno količino, ki jo imenujemo korelacijska funkcija $C(t)$. Le-ta ustreza verjetnostni amplitudi, kjer kreiramo stanje s kvantnimi števili

²Baza <http://arxiv.org/archive/hep-lat> je posvečena teoriji polja na mreži.

hadrona ob času $t = 0$ ter stanje anihiliramo ob času t . Za proton na primer kreiramo uud s spinom $1/2$ in pozitivno parnostjo, za pion pa $u\bar{d}$ s spinom 0 in negativno parnostjo. Časovno odvisnost $C(t)$ lastnega stanja z energijo $E = (m_H^2 c^4 + \vec{p}^2 c^2)^{1/2}$ v kvantni mehaniki podaja

$$C(t) \propto e^{-iEt/\hbar} = e^{-Et_E/\hbar} \rightarrow C(t_E, \vec{p} = 0) \propto e^{-m_H c^2 t_E/\hbar}, \quad (3)$$

na mreži pa uporabljamo evklidski čas $t_E = it$, zato korelacijske funkcije padajo eksponentno s časom. Dejansko v $C(t)$ propagira linearna kombinacija lastnih stanj z izbranimi kvantnimi števili. S prilagajanjem izračunane $\langle C \rangle$ (2) z izrazom $C(t_E) \propto \sum A_n e^{-E_n t_E/\hbar}$ izluščimo lastne energije E_n oziroma mase m_{H_n} hadronov z danimi kvantnimi števili.

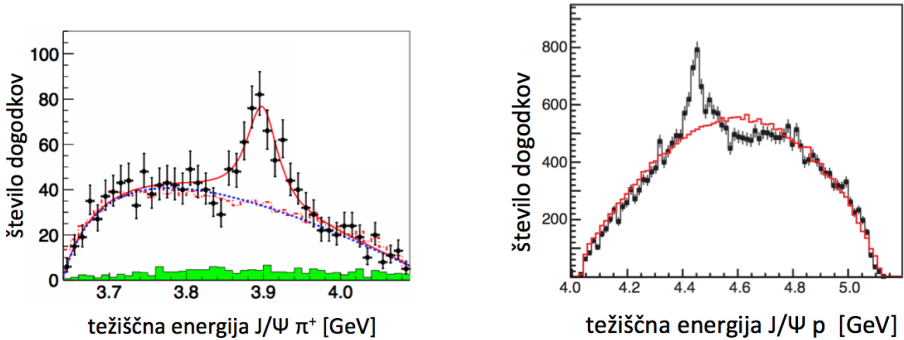


Slika 4. Mase čarmonijevih mezonov $\bar{c}c$: izračunane [10] (križci) in izmerjene [11] (črte). Stanja z maso nad okoli $3900 \text{ MeV}/c^2$ razpadajo prek močne interakcije, zato pri teh energijah rezultati konvencionalne metode [10] niso zanesljivi.

Tako so bile s kromodinamiko na mreži določene mase vseh barionov in mezonov, ki so stabilni glede močne interakcije. Edini vhodni podatek so parametri, ki nastopajo v $\mathcal{L}_{QCD}$, torej mase kvarkov ter močna sklopitvena konstanta g_s . Najnatančnejši izračun mase protona in nevtrona vodi do $m_p \simeq m_n = 936 \pm 25 \pm 22 \text{ MeV}/c^2$ [6] in $m_n - m_p = 1.5 \pm 0.16 \pm 0.23 \text{ MeV}/c^2$ [5]. Oboje se znotraj napake ujema z izmerjenimi vrednostmi, pri čemer je prispevek mase treh valenčnih kvarkov manjši od $20 \text{ MeV}/c^2$. Izračunane mase čarmonijevih mezonov $\bar{c}c$ z različnimi kvantnimi števili [10], prikazuje jih slika 4, se prav tako razmeroma dobro ujemajo z eksperimentom [11]. Z merjenji se skladajo tudi rezultati za mase vseh drugih hadronov, ki ne razpadajo prek močne interakcije, na primer Λ , Σ , Ω , K , D , B , D_s , B_s , B_c , $\bar{b}b$, ...

Hadroni, ki močno razpadajo

Večina hadronov pa je hadronskih resonanc, ki se tvorijo pri sipanju dveh hadronov $H_1 H_2 \rightarrow H \rightarrow H_1 H_2$ in potem hitro razpadejo prek močne interakcije. V eksperimentu jih opazijo pri merjenju preseka $\sigma(E)$ za sipanje dveh hadronov $H_1 H_2$ v odvisnosti od njune težiščne energije E . Sipalni presek σ je količina, ki pove, kolikšen delež curka hadronov H_2 se bo pri vpadu na H_1 odklonil. Hadronska resonanca se kaže kot vrh v preseku pri $E = m_H c^2$, njen razpadni čas pa je s širino vrha Γ povezan prek $\tau = \hbar/\Gamma$. Primeri $\sigma(E)$ za eksotične resonance so prikazani na sliki 5. Mase hadronskih resonanc ne moremo izračunati, kot je navedeno v prejšnjem poglavju. Namesto tega na mreži simuliramo sipanje $H_1 H_2$, izluščimo sipalni presek $\sigma(E)$ v odvisnosti od težiščne energije E ter od tod maso in razpadni čas resonance. Simulacija sipanja na mreži je velik izziv, kljub temu pa smo nedavno v pionirskih simulacijah tako prvi izluščili konvencionalne resonance s kvarkom s [16] in kvarkom c [10, 8].



Slika 5. Vrh v preseku pri težiščni energiji $J/\psi \pi^+$ okoli $m_{J/\psi \pi} \simeq 3.9$ GeV nakazuje na možnost obstoja kratkoživega tetrakvarkovskega stanja $Z_c^+(3900)$ [4] (levo). Vrh pri težiščni energiji $J/\psi p$ okoli $m_{J/\psi p} \simeq 4.4$ GeV pa na morebiten obstoj pentakvarkovskega stanja $P_c^+(4450)$ [9] (desno). Oznake delcev: p = proton, $J/\psi = \bar{c}c$, $\pi^+ = d\bar{u}$.

Eksotični hadroni

Vsi opaženi eksotični hadroni razpadajo prek močne interakcije, zato je njihov teoretični opis velik izziv, dokončnih odgovorov na nekatera vprašanja pa še ni.

Do razcveta spektroskopije eksotičnih hadronov je prišlo leta 2003, ko so v eksperimentu Belle odkrili čarmoniju podobno stanje $X(3872)$ [2]. Stanje

je morda nenavadna hadronska molekula $D^0\bar{D}^{*0} = (\bar{u}c)(\bar{c}u)$, saj njegova masa skoraj točno sovпада z $m_{D^0} + m_{\bar{D}^{*0}}$, tej hipotezi pa so v prid še druge opažene lastnosti. Prvi dokaz za obstoj tega stanja v kromodinamiki na mreži je bil predstavljen v [14], kjer smo simulirali sipanje $D^0\bar{D}^{*0}$. Izluščili smo $\sigma(E)$ in ugotovili, da obstaja vezano stanje $D^0\bar{D}^{*0}$ malce pod maso $m_{D^0} + m_{\bar{D}^{*0}}$. Prav take lastnosti ima opaženo stanje $X(3872)$.

Leta 2013 so v eksperimentih BESIII and Belle opazili kandidata za tetrakvarkovsko stanje $Z_c^+(3900)$ [4, 3], ki ne more biti običajen mezon $\bar{q}_1q_2$. To stanje razpada v $J/\psi \pi^+$, zato naj bi bilo sestavljeno iz kvarkov $\bar{c}d\bar{u}$ kot razpadna produkta $J/\psi = \bar{c}c$ in $\pi^+ = \bar{d}u$. Eksperimentalna indikacija za obstoj kratkoživega stanja $\bar{c}c\bar{d}u$ je resonančni vrh v preseku na sliki 5, obstajajo pa še druge razlage za opažen vrh. Po eksperimentalnem odkritju smo prvi določili lastna stanja z relevantnimi kvantnimi števili na mreži. V zanimivem energijskem območju smo našli le pričakovana lastna stanja dveh hadronov ($J/\psi \pi^+$, $D\bar{D}^*$, ...), dodatnega lastnega stanja, ki bi ustrezalo resonanci $Z_c^+(3900)$, pa nismo našli [15, 13]. Dokončnega odgovora o izvoru vrha na sliki 5 še ni, vendar naši rezultati kažejo na to, da vrh najverjetneje ni posledica kratkožive resonance s tetrakvarkovsko strukturo, temveč nečesa drugega. Ker je vrh opažen malce nad $m_D + m_{\bar{D}^*}$, je morda posledica močne sklopitve med kanaloma $J/\psi \pi^+$ in $D\bar{D}^*$, kot je mogoče sklepati tudi na osnovi kasnejše simulacije skupine HALQCD [7].

Dve morebitni stanji s tetrakvarkovsko strukturo $\bar{b}b\bar{d}u$ je opazil eksperiment Belle leta 2011 [1]. Prva preliminarna indikacija za morebiten obstoj takega stanja na mreži temelji na izračunu potenciala $V(r)$ za sistem v odvisnosti od razdalje r med b in $\bar{b}$ v limiti $m_b \rightarrow \infty$ [12].

LHCb je odkril kandidata za pentakvarkovsko stanje $P_c^+(4450)$, ki ne more biti običajen barion $q_1q_2q_3$. Stanje se kaže kot vrh v preseku za sipanje protona in piona na sliki 5 [9]. Če je vrh posledica obstoja kratkoživega $P_c^+(4450)$, potem mora vsebovati kvarke $uud\bar{u}\bar{d}$ kot razpadna produkta p (uud) in π^+ ($u\bar{d}$). Tudi v tem primeru so mogoče manj eksotične razlage za obstoj vrha. Simulacija opaženih pentakvarkovskih stanj na mreži je velik izziv, zato bomo morali na rezultate prvih simulacij in na odgovore počakati še nekaj časa.

Sklep

V eksperimentih so nedavno opazili hadrone, ki morda predstavljajo nenavadne tetrakvarke ali pentakvarke. Teoretični študij hadronskih lastnosti zahteva neperturbativno obravnavo. Najzanesljivejši pristop je kromodinamika na mreži, ki temelji na numeričnem izračunu popotnega integrala. Ta

pristop vodi do prave mase protona, nevtrona in vseh drugih hadronov, ki ne razpadajo prek močne interakcije. V zadnjih letih se je izkazal za uspešnega tudi pri sipanju dveh hadronov, kar vodi do informacije o nestabilnih hadronskih resonancah. Privedel je tudi že do nekaj delnih odgovorov na morebiten obstoj opaženih stanj s tetrakvarkovsko strukturo.

LITERATURA

- [1] Belle Collaboration, I. Adachi, *Observation of two charged bottomonium-like resonances*, [arXiv:1105.4583](#).
- [2] Belle Collaboration, *Observation of a narrow charmoniumlike state in exclusive $B \rightarrow K\pi\pi J/\psi$ decays*, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 262001.
- [3] Belle Collaboration, Z. Liu et al., *Study of $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^- J/\psi$ and Observation of a Charged Charmonium-like State at Belle*, Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 252002, [arXiv:1304.0121](#).
- [4] BESIII Collaboration, M. Ablikim et al., *Observation of a charged charmoniumlike structure in $e^+e^- \rightarrow \pi\pi J/\psi$ at $\sqrt{s} = 4.26$ GeV*, Phys. Rev. Lett. **110** (2013) 252001, [arXiv:1303.5949](#).
- [5] BMW collaboration, S. Borsanyi et al., *Ab initio calculation of the neutron-proton mass difference*, Science **347** (2015) 1452–1455, [arXiv:1406.4088](#).
- [6] BMW collaboration, S. Dürer et al., *Ab-Initio Determination of Light Hadron Masses*, Science **322** (2008) 1224–1227, [arXiv:0906.3599](#).
- [7] HALQCD Collaboration, Y. Ikeda et al., *Fate of the Tetraquark Candidate $Z_c(3900)$ in Lattice QCD*, [arXiv:1602.03465](#).
- [8] C. B. Lang, L. Leskovec, D. Mohler in S. Prelovsek, *Vector and scalar charmonium resonances with lattice QCD*, [arXiv:1503.05363](#).
- [9] LHCb Collaboration, R. Aaij et al., *Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \rightarrow J/\psi K p$ Decays*, Phys. Rev. Lett. **115** (2015), 072001, [arXiv:1507.03414](#).
- [10] D. Mohler, S. Prelovsek in R. Woloshyn, *D Pi scattering and D meson resonances from lattice QCD*, Phys. Rev. Lett. **D87** (2013) 034501, [arXiv:1208.4059](#).
- [11] Particle Data Group Collaboration, K. A. Olive et al., *Review of Particle Physics*, Chin. Phys. **C38** (2014) 090001.
- [12] A. Peters, P. Bicudo, K. Cichy in M. Wagner, *Investigation of $B\bar{B}$ four-quark systems using lattice QCD*, [arXiv:1602.07621](#).
- [13] S. Prelovsek, C. B. Lang, L. Leskovec in D. Mohler, *Study of the Z_c^+ channel using lattice QCD*, Phys. Rev. Lett. **D91** (2015), 014504, [arXiv:1405.7623](#).
- [14] S. Prelovsek in L. Leskovec, *Evidence for $X(3872)$ from DD^* scattering on the lattice*, Phys. Rev. Lett. **111** (2013) 192001, [arXiv:1307.5172](#).
- [15] S. Prelovsek in L. Leskovec, *Search for $Z_c^+(3900)$ in the 1^{+-} Channel on the Lattice*, Phys. Rev. Lett. **B727** (2013) 172, [arXiv:1308.2097](#).
- [16] S. Prelovsek, L. Leskovec, C. Lang in D. Mohler, *$K\pi$ scattering and the K^* decay width from lattice QCD*, Phys. Rev. Lett. **D88** (2013), 054508, [arXiv:1307.0736](#).