PRESEK

List za mlade matematike, fizike, astronome in računalnikarje

ISSN 0351-6652
Letnik **23** (1995/1996)
Številka 6
Strani 355–357

Vilko Domajnko:

VERIGA

Ključne besede: zanimivosti, razvedrilo.

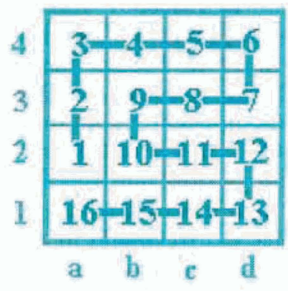
Elektronska verzija: http://www.presek.si/23/1278-Domajnko.pdf

VERIGA

V reviji *Mathematics in School* (maj, 1994) je angleški matematik Alan Parr opisal zanimivo matematično igro *veriga*. Na prvi pogled precej spominja na znani *mastermind*, ali pa na še bolj domače *potapljanje ladjic*, vendar lahko rečemo, da je pravzaprav nekak matematizirani križanec med njima.

Igra je namenjena dvema igralcema. Na začetku ima vsak pred seboj svojo kvadratno tabelo velikosti 4×4, kamor vpiše v obliki verige naravna števila od 1 do 16. Vsak izbere seveda svojo verigo, ki ostane skrivnost za nasprotnika. Veriga lahko teče po tabeli kakorkoli v vodoravni ali navpični smeri, le "zvija" se lahko samo pod pravim kotom.

Opozoriti je treba tudi, da morajo biti polja označena, tako kakor kaže risba na sliki 1, kjer vidimo tudi primer pravilne verige.



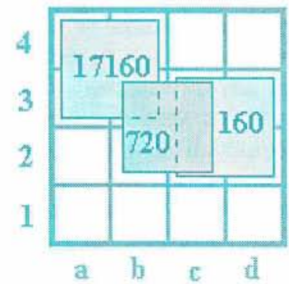
Slika 1.

Po začetni razpostavitvi obeh verig v tabeli igralca izmenoma uganjujeta razporeditev števil v nasprotnikovi tabeli. Zmaga tisti, ki jo uspe prvi uganiti. Igralec, ki je na vrsti, lahko ali napove celotno verigo v nasprotnikovi tabeli ali pa soigralca vpraša, kolikšen je produkt vseh števil v nekem kvadratu velikosti 2×2, ki ga v nasprotnikovi tabeli po svojem preudarku sam izbere. Tako bi, na primer, igralec na vprašanje, kolikšen je na sliki 2 produkt v označenem kvadratu v zgornjem desnem kotu, moral odgovoriti 1680.

4	3	4	5	6
3	2	9	8	7
2	1	10	11	12
1	16	15	14	13
	a	b	c	d

Slika 2.

Oglejmo si potek igre na izbranem primeru. Denimo, da bi eden od igralcev verige po treh vprašanjih zvedel, da je produkt števil v zgornjem levem kvadratu nasprotnikove tabele 17160, v srednjem 720, v kvadratu na desni pa 160. Odgovore ponazarja slika 3. Izkaže se, da bi lahko z nekoliko računanja že v svoji naslednji, četrti "potezi" nasprotniku povedal pravilen razpored vseh 16 števil v njegovi razpredelnici in tako seveda tudi zmagal.



Slika 3.

Poglejmo. Najprej je treba razstaviti vsa tri števila na vse možne produkte, v katerih nastopajo samo faktorji od 1 do 16, vsak samo enkrat:

$$17160 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 = 8 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 = 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13$$
$$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 1 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot 10 = 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 10 = \ldots$$
$$160 = 2^4 \cdot 5 = 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 16 = 1 \cdot 2 \cdot 8 \cdot 10 = 1 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 8$$

Iz razcepov števila 17160 sledi, da sta v zgornjem levem kvadratku tabele zagotovo števili 11 in 13, saj nastopata v obeh razcepih. Zaradi lastnosti številske verige ne moreta biti sosednji niti v vodoravni niti v navpični smeri, zato ležita v tem kvadratku diagonalno. V verigi ju povezuje število 12, kar pomeni, da sta v tem kvadratku tudi 12 in 10 (14 pač ne more biti, saj to število ni delitelj števila 17160).

S preverjanjem vseh možnih situacij brez težav ugotovimo, da je razporeditev na sliki 4 edina možna.

4	12	11		
3	13	10	1	
2		9	8	
1				
	a	b	c	d

Slika 4.

Naprej sklepamo podobno. Uporabimo podatek o produktu v drugem kvadratu. Razcepov števila 720 na štiri naravne faktorje je kar petnajst, vendar zadošča, če med njimi poiščemo tiste, ki vsebujejo faktor 10, hkrati pa ne vsebujejo faktorja 12. Po preprosti poti, spet s pomočjo preverjanja različnih možnih leg verige v srednjem kvadratu tabele, nadalje ugotovimo, da so v njem števila 1, 8, 9 in 10. In tako naprej – dokler ne izpolnimo vse tabele oziroma sestavimo verige.

Poskusite za vajo dokončati verigo izbranega primera kar sami. Zares ni težko.

Če pa se vam zdi veriga le prezahtevna, jo lahko za začetek skrčite tako, da jo igrate na manjših tabelah. Denimo na kvadratni tabeli 3×3, ali pa na pravokotni 3×4. Na kvadratni tabeli sestavljate verigo iz števil od 1 do 9 ali pa iz poljubno izbranih, vendar vnaprej dogovorjenih (ali pa tudi ne!) devetih zaporednih naravnih števil. Podobno velja tudi za verigo na tabeli 3×4.

Morebiti pa se boste v igranju osnovne variante verige že toliko izurili, da se vam bo zazdela prelahka. Tedaj se lahko odločite za zahtevnejši nivo in jo igrate na večjih tabelah: 4×5, 5×5 ali celo še večjih.

V vsakem primeru pa veliko zabave!

Vprašanja:

1. Koliko je vseh različnih verig v tabeli 3×3?
2. Ali obstaja veriga v tabeli 3×3, ki se začne in konča v dveh sosednih poljih a1 in b1?
3. Ali obstaja veriga v tabeli 4×4, ki se začne in konča v diagonalno ogliščnih poljih a1 in d4?
4. Koliko je vseh različnih verig v tabeli 4×4?
5. Poskusite poiskati verigo, ki jo lahko nasprotni igralec z gotovostjo napove kar najhitreje. Z gotovostjo napovedati verigo naj pomeni, da igralec verige ne napove na slepo srečo, pač pa ima za svojo napoved trdne argumente.
   Očitno je ni verige, ki bi jo lahko nasprotnik z gotovostjo napovedal že v svoji prvi potezi. Za tak sklep zadošča že kratek premislek. Podobno se prepričajte, da tudi veriga, ki bi jo lahko nasprotnik z gotovostjo napovedal že v svoji drugi potezi (torej z enim samim predhodnim vprašanjem o produktu), ne obstaja.
   Ali obstaja veriga, ki jo lahko nasprotni igralec z gotovostjo napove že v svoji tretji potezi?

Vilko Domajnko