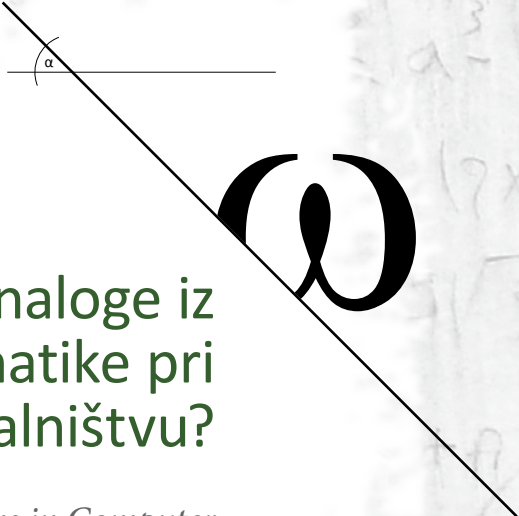




Bober – naloge iz matematike pri računalništvu?

Bober – Mathematical Tasks in Computer Science?

Σ Povzetek

V prispevku predstavljamo naloge iz že izpeljanih tekmovanj Bober, ki imajo matematično ozadje. Opišemo, kako so učenci od 5. do 9. razreda ob pripravi na tekmovanje te naloge reševali in s katerimi težavami so se srečevali pri njihovem reševanju. Naloge smo povezali s cilji in temami iz matematičnih vsebin.

Ključne besede: tekmovanje Bober, računalniško razmišljanje, matematične strategije

Katja Bonaca

Osnovna šola Livade Izola

Σ Abstract

The paper presents tasks from previous Bober competitions with a mathematical background. It describes how students from the 5th to 9th grades solved these tasks when preparing for the competition, and the problems they had encountered when solving them. These tasks were then linked to the objectives and topics of mathematical contents.

Key words: Bober competition, computational thinking, mathematical strategies

α Uvod

Vemo, da sta matematika in računalništvo zelo povezana. S poučevanjem neobveznega izbirnega predmeta računalništvo v 5. razredu, s katerim smo se letos prvič spoprijeli mnogi učitelji po Sloveniji, smo to povezavo še bolj začutili.

Učenci naj bi pri izbirnem predmetu računalništvo reševali probleme in spoznavali računalniške koncepte. Ti cilji so tudi cilji tekmovanja Bober, prav zaradi tega veliko učiteljev vključi priprave na tekmovanje Bober v neobvezni izbirni predmet računalništvo.

Ob reševanju nalog s tekmovanja Bober uporabljamo tudi matematično znanje in strategije reševanja problemskih nalog. Marsikatero od nalog lahko uporabimo pri urah matematike kot uvod v obravnavo nove vsebine, kot motivacijo, naloge za nadarjene učence ali pa dodatne naloge za učence od tretjega razreda naprej.

β Tekmovanje Bober

Bober je mednarodno tekmovanje, ki spodbuja računalniško razmišljanje. Namenjeno je učencem osnovne šole od tretjega razreda naprej in srednješolcem. Cilj tekmovanja je povečati zanimanje učencev za računalništvo. Učenci naj bi spoznali, da računalnik ni le sredstvo za gledanje filmov, poslušanje glasbe, igranje igrice, urejanje besedil ... ampak tudi neizčrpen vir zanimivih logičnih problemov (<http://tekmovanja.acm.si/bober>). Tekmovanja se je v letu 2015/16 udeležilo 25 000 tekmovalcev iz Slovenije, v približno 35 državah po vsem svetu pa jih je bilo več kot milijon in pol.

Tekmovanje Bober je podobno matematičnemu tekmovanju Kenguru, saj so nalo-

ge prav tako izbirnega tipa. Pri reševanju si učenec lahko pomaga s svinčnikom in listom papirja. Glavna razlika pa je v tem, da tekmovanje Bober poteka z računalnikom prek spletnega tekmovalnega sistema.

Tekmovanje poteka v štirih kategorijah, in sicer **bobrček** – 2. triada osnovne šole, **mladi bober** – 3. triada, **bober** – 1. in 2. letnik srednje šole in **starejši bober**, ki je namenjena dijakom 3. in 4. letnika srednjih šol.

6 Računalništvo je način razmišljanja

»Računalništvo je način razmišljanja,« je povedal dr. Demšar v prispevku Programiranje v osnovnošolskih klopeh, kjer opisuje Poletno šolo FRI – delavnice s področja računalništva in informatike.

Če povzamem po Učnem načrtu za neobvezni izbirni predmet računalništvo, ima računalništvo v današnji družbi zelo velik pomen, saj je vključeno v skoraj vsako področje našega življenja. Glavni cilj neobveznega izbirnega predmeta računalništvo ni samo delo z računalnikom in raznimi programi, temveč razumevanje delovanja računalnika in s tem povezanega računalniškega razmišljanja. (Kranjc, 2013)

Računalniško razmišljanje je usmerjeno v sistematično reševanje problemov, v uporabo postopkov, v smiselno organiziranje aktivnosti, podatkov, reči ... S tem presega rabo v računalništvu: principi, koncepti, način razmišljanja, ki jih uči računalništvo, so uporabni tudi pri vsakdanjih opravilih. (Demšar, 2012). V nadaljevanju se bomo osredotočili na skupne točke, ki jih imata računalništvo in matematika, in sicer reševanje problemov in razvoj problemskih in procesnih znanj.

Pri reševanju nalog iz tekmovanja Bober ni potrebno računalniško predznanje. Tako kot pri reševanju matematičnih nalog potrebujemo logično razmišljanje, uporabiti moramo ustrezno strategijo reševanja in imeti razne prebliske, ki nas opomnijo na že znane postopke in procedure.

γ Naloge povezane z matematiko

V nadaljevanju predstavljam izbor matematičnih problemskih nalog s tekmovanja Bober, glede na uporabo v različnih fazah pouka. Predstavljene so naloge, pri katerih so učenci na začetku imeli težave pri reševanju, vendar so jih v nadaljevanju uspešno premagali. Pri nekaterih nalogah so priloženi izdelki učencev in njihove strategije reševanja.

Ker mora učitelj kritično preveriti nalogo pred uporabo v razredu, so nekatere predstavljene naloge slogovno preoblikovane. S tem izboljšamo njeno razumevanje. Čeprav so naloge na tekmovanju Bober izbirnega tipa, pri večini učencem odgovorov nisem podala. Učenci nalog niso reševali z eno od možnih strategij, to je z izločanjem, ampak so sami iskali različne poti reševanja. Mnogi od učencev so bili tako bolj aktivni.

Risanje (šolsko tekmovanje – Mladi bober 2015/16)

Ukaz

2	≡	5
---	---	---

 nariše mrežo z dvema vrsticama in petimi stolpci.

Ukaz

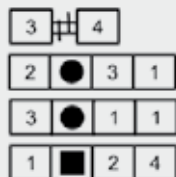
2	▲	1	3
---	---	---	---

 nariše dva trikotnika. Prvi trikotnik je v prvi vrstici in v tretjem stolpcu. Drugi trikotnik je desno od njega.

Oba ukaza zapored torej narišeta



Kakšno sliko nariše spodnje zaporedje ukazov?



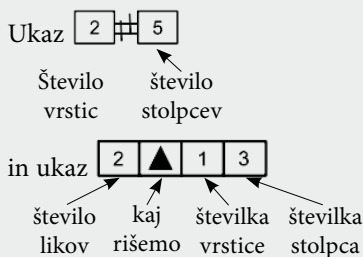
Uvod v obravnavo nove vsebine začnemo z nalogami za motivacijo oziroma z nalogami, kjer učenci ponovijo že usvojeno znanje in odkrivajo, kaj vse se bodo še naučili pri obravnavi nove vsebine.

Pri obravnavi koordinatnega sistema mora učitelj pripraviti dejavnosti za ponavljanje. Učenci so se ukvarjali s koordinatno mrežo že v nižjih razredih. Prav tako imajo izkušnje z orientacijo v ravnini izven predmeta (šah, sedež v gledališču, potapljanje ladjic ...). Pri tem ponovijo, kako upodobimo urejen par (dva podatka) in kako odčitamo koordinate objekta v koordinatni mreži. Naloga Risanje je problemska naloga, ki na poseben računalniški način razporeja objekte po ravnini. Učitelj jo lahko uporabi za motivacijo ali za ponavljanje in poglobljanje snovi oz. z njo navdušuje učence, ki jih matematika in računalništvo posebej navdušujeta. Naloga tudi razvija razumevanje pojma ukaz na simbolni dogovorni ravni.

Učitelj lahko besedilo naloge tudi dopolni, da je učencem razumljivejša.

Mreža malo drugače (prirejeno po nalogi Risanje šolsko tekmovanje – Mladi bober 2015/16)

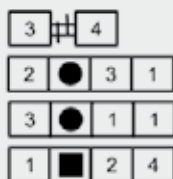
Narisati želimo mrežo, ki ima dve vrstici in pet stolpcev. V mreži želimo narisati dva trikotnika. Prvi trikotnik leži v prvi vrstici tretjega stolpca, drugi trikotnik pa v isti vrstici desno od prvega. Ukaze za risanje bi lahko zapisali nekoliko drugače, in sicer:



Oba ukaza zapored narišeta



Kakšno sliko bi narisali, če bi imeli po-dane spodnje ukaze?



Reševanje naloge

Naloga je bila učencem zanimiva, saj je bila za uro matematike nenavadna, zato so jo z veseljem reševali. Ponovili so, da je pomembno poenotiti zapise za upodabljanje elementov v mreži. Ugotovili so, da če bi mrežo opremili s številčenjem vrstic in stolpcev, bi se lažje orientirali po njej. Lego vsakega elementa bi zapisali s pomočjo urejenega para.

Vsebine in cilji iz učnega načrta

Preoblikovano nalogo lahko učitelj uporabi po že obravnavani snovi koordinatnega sistema v osmih razredih. Večina učencev je pravilno narisala mrežo. Ugotovili so tudi, da morajo narisati enkrat dva kroga, drugič tri kroge in nato še en kvadrat. Težave so imeli pri legi elementov, saj iz zapisa niso razbrali položaja elementov. To pomeni, da jih je ovirala spremenjena oblika sporčanja lege likov.

Matematični cilji:

- v koordinatni mreži upodobijo točko;
- reši matematični problem.

Bobrova piramida (šolsko tekmovanje – Mladi bober 2012/13)

Bobri so postavljeni v vrste. V vsaki naslednji vrsti je dvakrat toliko bobrov kot v prejšnji. Na sliki v lihih vrstah bobri gledajo v desno, v sodih pa naprej.



Koliko bobrov gleda v desno, če se po predstavljenem pravilu razvrsti 511 bobrov?

Reševanje naloge

Učenci osmih razredov, ki so se pripravljali na šolsko tekmovanje, so imeli težave pri nalogi. Učenci so najprej ugotavljali, koliko bobrčkov je v vsaki vrsti. Ugotovili so, da je število bobrov v vsaki vrsti odvisno od števila boborov v predhodni vrstici.

Primer je rastoči vzorec. Za te vzorce je značilno, da rastejo iz koraka v korak. (Suban, 2013, str. 190). Vzorec z bobrčki so opisali s števili. Dobili so naraščajoče zaporedje potence števila 2. S pomočjo vprašanj in sistematičnega načina reševanja (glej sliko 1) so učenci ugotovili še drugo lastnost zaporedja, in sicer da je vsota bobrov v posamezni vrsti vedno za 1 večja od vsote števil vseh bobrov skupaj v predhodnih vrstah. Ta ugotovitev jim je omogočala sprotno, hitrejšo seštevanje števila bobrov. Na koncu so le še sešteli število bobrov, ki gledajo desno.

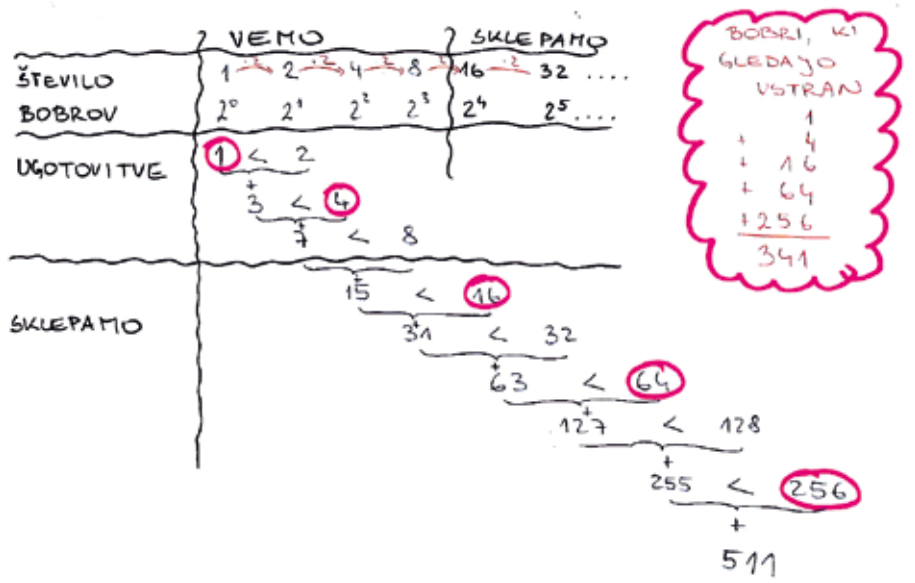
Vsebine in cilji iz učnega načrta

To nalogo uporabimo pri obravnavi vzorcev od 5. razreda naprej.

Matematični cilji:

- uporabijo pravilo podano z besedami;
- nalogo razčlenijo;
- sistematično rešujejo;
- upoštevajo proces reševanja problemov in nadzorujejo svoje vmesne kroake, delne rezultate ...;
- opazujejo vzorec in ugotovijo pravilo (vsota vseh bobrov v zadnji vrstici je za ena večja od vsote vseh bobrov v zgornjih vrsticah).

S tako nalogo razvijamo procesna in problemska znanja, saj morajo obstoječa, že znana znanja uporabiti v novih situacijah. Učenci na tak način povezujejo različne matematične vsebine med seboj (vzorci, števila, računske operacije, potence in zapo-



[Slika 1] Rešitev naloge Bobrova piramida, ki jo je učitelj ob razlagi zapisal na tablo

Naloga Nabiranje je prav tako zanimiva problemska naloga.

Čebela leta nabirat nektar. Na vsakem poletu gre le do enega cveta in nazaj do panja. Na cvetu pobere 10 mg nektarja (več ga ne more nositi) ali manj, če ga je na njem manj. Na isti cvet se lahko vrne večkrat.

6 52 35 82 23 11

Branje z razumevanjem je pri tej nalogi še posebej pomembno. Pozorni so morali biti na dve zahtevi, in sicer da lahko čebela pobere največ 10 mg nektarja in da pot lahko opravi 20-krat.

- Upoštevali so samo cvet, ki ima največ nektarja (njihov odgovor je bil 82).
- Upoštevali so, da lahko čebela poleti 20-krat in vsakokrat lahko prinese po 10 mg nektarja. Ugotovili so, da lahko skupaj prinese največ 200 mg nektarja. Zato so učenci seštevali največje količine ($23 + 82 + 35 + 52 + 6 = 198$), pozorni so bili le na to, da ne presežejo 200 mg.
- Nekateri učenci pa so upoštevali oba pogoja in reševali tako, da so upošteva-

$$10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+10+6=796$$

Čeprav je naloga Nabiranje nektarja namenjena učencem od 4. do 7. razreda, me je zanimalo, kakšno strategijo bi uporabili učenci osmih razredov.

Diagram illustrating the inheritance of flower color (Red/White) in a monohybrid cross:

- P Generation:** Red flower (homozygous dominant, RR) crossed with White flower (homozygous recessive, rr).
- F1 Generation:** All Red flowers (heterozygous, Rr).
- F2 Generation:**
 - Phenotypic ratio: 3 Red flowers (RR, Rr, Rr) to 1 White flower (rr).
 - Genotypic ratio: 1 RR, 2 Rr, 1 rr.

Vsebine in cilji iz učnega načrta

To nalogo bi lahko uporabili pri obravnavi matematičnih problemov in problemov z življenjskimi situacijami.

Matematični cilji:

- bereje z razumevanjem;
- znajo upoštevati in nadzorovati več pogojev;
- razčlenijo problemsko situacijo;
- rešijo besedilne naloge (probleme);

- uporabijo zanesljive tehnike štetja in računanja.

Ples v krogu je zanimiva naloga, ki jo lahko uporabimo kot problemsko nalogo pri obravnavi najmanjših skupnih večkratnikov.

Ples v krogu (državno tekmovanje – Mladi bober 2012/13)

Šest bobrov se igra. Na začetku vsak stoji v enem od oštevilčenih obročev (od 1 do 6) kot kaže slika. Na obroče so pritrjeni baloni. Številke kažejo smer premikanja ob znaku, torej cilj, ki se od obroča do obroča razlikuje. Na primer, bober, ki stoji v obroču s številko 5, se bo, kot pravi balon, premaknil v obroč 1.

Ko vodja da znak, se vsi bobri premaknejo iz trenutnega obroča v svoj ciljni obroč. To ponavljajo, dokler ni vsak bober ponovno v obroču, v katerem je začel igrati.

Koliko ponovitev morajo istočasno narediti bobri, da končajo igro?

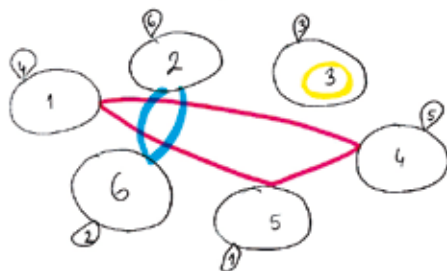


Reševanje naloge

Večina učencev je odgovorila, da se igra konča po treh krogih, saj so upoštevali le najdaljši krog bobrov v obročih 1, 4 in 5.

Nekateri učenci so le ugotovili, da moramo biti pozorni na bobra v 2. in 6. obroču. Opazili so, da po treh krogih ta dva bobra

nista v prvotnih obročih. Ko so ugotovili, da so bobri v 1., 4. in 5. obroču na prvotnih mestih po treh krogih, bobra 2 in 6 po 2 krogih, so ugotovili, da si lahko pri tej nalogi pomagajo z najmanjšimi skupni večkratniki - najmanjši skupni večkratnik števil 1, 2 in 3 je 6, oz. $v(1,2,3) = 6$ (slika 4).



[Slika 4] Reševanje učenke 7. razreda

Vsebine in cilji iz učnega načrta

To nalogo lahko uporabimo pri obravnavi naravnih števil v 7. razredu. Mogoče pa jo je uporabiti že prej, saj lahko s sistematičnim beleženjem in s sklepanjem pridejo do rešitve brez formalnega znanja o skupnih večkratnikih.

Matematični cilji:

- poiščejo najmanjši skupni večkratnik števil;
- rešijo besedilne naloge v povezavi z večkratniki.

Zelo zanimivi nalogi s področja geometrijskih transformacij, ki ju lahko uporabimo v 7. razredih za npr. preverjanje znanja pri transformacijah, sta Obračanje in Uganka vrtavka. V obeh nalogah so podani odgovori, kjer so učenci pri reševanju uporabili strategijo izločanja.

Obračanje (šolsko tekmovanje – Bobrček 2013/14)

Bobrčki uporabljajo program za risanje, s katerim lahko zasučejo lik v smeri urnega kazalca, kot kaže slika. Isti lik lahko zasučejo tudi večkrat zapored.



Bobrček Pavel je narisal košček sestav-

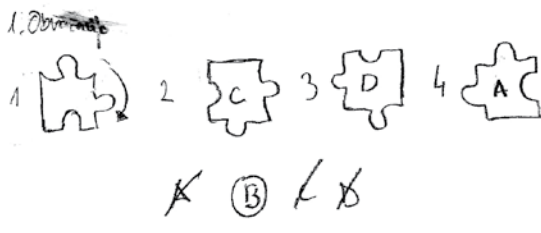
ljanke. 

Katerega od spodnjih koščkov ne more dobiti z obračanjem tega koščka?



Reševanje naloge

Večina učencev je pri nalogi risala in ugotavljala, kateri lik lahko dobimo z vrtenjem in katerega ne (slika 5).



[Slika 5] Reševanje učenca 9. razreda

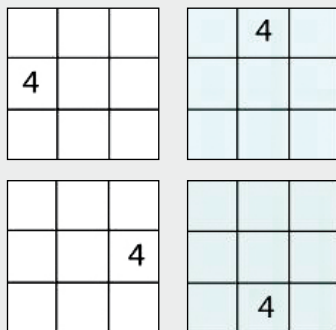
Z nalogo Uganka vrtavka preverjamo razumevanje zaporednih vrtežev.

Uganka vrtavka (šolsko tekmovanje – Mladi bober 2012/13)

Bober Henrik igra novo igrico. Na zaslonu so številke od 1 do 9 in tipke A, B, C in D. Ko Henrik pritisne kako tipko, se številke okrog nje zavrtijo v smeri urnega kazalca. Če bi, recimo, na levi sliki pritisnil tipko A, bi se številke obrnile in obstale tako, kot kaže desna slika.



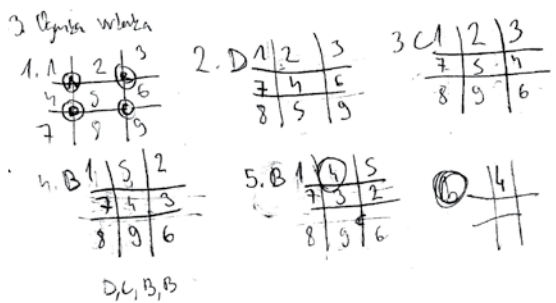
V začetku so številke razporejene, kot kaže leva slika. Henrik pritisne tipke D, C, B, B. Kje je po tem številka 4? Obkroži sliko, ki prikazuje pravi zaslon.



Reševanje naloge

Večina učencev je vsak vrtež zapisala in do ugotovitve prišla z zapisom vseh štirih vrtežev za vse številke (slika 6).

Med učenci, ki so se pripravljali na tekmovanje, so pri nalogah Obračanje in Uganka vrtavka imeli težave tisti, ki si pri reševanju niso pomagali z zapisom zaporedja vrtežev. Ti učenci so poskušali rešiti



[Slika 6] Reševanje učenke 9. razreda

nalogo na pamet. Nekateri so le preverjali, ali so podane rešitve pravilne (reševali so s pomočjo izločanja nepravilnih odgovorov). Tako reševanje na pamet kot tudi z izločanjem nepravilnih rešitev je večino teh učencev pripeljalo do napačnih odgovorov.

Vsebine in cilji iz učnega načrta

Nalogi Obračanje in Uganka vrtavka lahko uporabimo pri obravnavi transformacij v 7. razredu in za razvoj problemskih znanj.

Matematični cilji:

- poznajo transformacije in njihove lasnosti;

- oblikujejo vzorce z vrteži in z zrcaljenjem;
- rešujejo matematične probleme.

Pri obravnavi preslikav ugotavljam, da ima večina mojih učencev težave z vrteži. Ti dve nalogi sta primera, s katerima lahko dopolnimo nabor dejavnosti z vrteži v razredu.

δ Za konec

Učenci pogosto sprašujejo, kje bodo potrebovali snov, ki jo obravnavamo pri rednem pouku. Z nalogami iz tekmovanja Bober lahko učenci spoznajo, da je matematično znanje zelo uporabno na različnih področjih. Poleg tega lahko s temi nalogami ponovijo veliko vsebin, ki so jih obravnavali pri pouku matematike v nižjih razredih.

Z učenci smo spoznali, da so naloge s tekmovanja zelo zanimive. Treba je ponoviti že obravnavano snov iz matematike in ugotoviti, kakšno povezavo imajo te naloge z računalništvom, česar pa letos večini učencem še ni uspelo. To nalogo upam, da dokončamo v prihodnjih šolskih letih.

ε Literatura

1. Demšar, J. (2012). V šole bi bilo potrebno uvesti pouk računalništva. Didakta, letnik 12, št. 159, str. 6-8.
2. <http://dajmi.fri.uni-lj.si/bober/Bober%202015%20-%20naloge.pdf> (24. 1. 2016).
3. Krajnc, R. et al. Učni načrt. Program osnovna šola. Računalništvo : neobvezni izbirni predmet. Ministrstvo za izobraževanje, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2013.
4. Ratej, M. (2014): Programiranje v osnovnošolskih klopih. Dostopno na: <http://val202.rtvsl.si/2014/07/programiranje-v-osnovnosolskih-klopi>

- peh/ (24. 1. 2016).
5. Suban, M. et al. Posodobitev pouka v osnovnošolski praksi matematika. Zavod RS za šolstvo, Ljubljana 2013.
 6. Žakelj, A. et al. Učni načrt. Program osnovna šola. Matematika. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2011.
 7. <http://bober.fri.uni-lj.si/quiz/Mladi%20bober/2013/4> (24. 1. 2016).
 8. <http://dajmi.fri.uni-lj.si/bober/2013-osnovna-sola.pdf> (24. 1. 2016).
 9. http://publik.tuwien.ac.at/files/PubDat_140308.pdf (1. 4. 2016).
 10. <http://tekmovanja.acm.si/bober/o-bobru> (10. 6. 2016).
 11. <http://bober.fri.uni-lj.si/quiz/Mladi%20bober/2014/6> (24. 1. 2016).