

CASSIRERJEV INVARIANTNOSTNI KONCEPT APRIORNOSTI

ANDREJ ULE

Ernst Cassirer je filozof, ki je skušal združevati svetove, ki so se nenehoma rušili pred njim: svet naravoslovno-matematičnih znanosti in svet humanističnih (»kulturnih«) znanosti, svet vsakdanjega izkustva in svet znanstvene abstrakcije, svet »kontinentalne« in svet »analitične« filozofske tradicije in ne nazadnje, morda celo najprej svet razsvetljenskega, celo renesančnega humanizma in modernega tehniziranega sveta. Danes mu mnogi avtorji priznavajo to mediatorsko vlogo in odkrivajo v njegovi filozofiji vzpodbude za ponovno zbliževanje nekaterih od navedenih svetov, predvsem pa kontinentalne in analitične filozofske tradicije.

Čeprav ga mnogi interpreti uvrščajo med neokantovske filozofe, to uvrščanje ni upravičeno, kajti Cassirer je bil neokantovec le po izvoru svoje filozofije, potem pa je vse bolj in bolj preraščal ta izvor in gradil povsem svoj filozofski sistem, v katerem je Kant postajal vse bolj metafora in filozofska referenca, ne pa podlaga, na kateri bi gradil svojo misel. Morda bi se celo dalo reči, da je Cassirer v marsičem po svoje prešel od Kanta k Heglu, ali bolje, sledil je miselni nuji, ki je vodila od statične arhitektonike Kantovih Kritik k dinamični dialektiki Heglovega duha, ki iz sebe poraja tako lastno resničnost kot resničnost sveta. A v to težko, a nadvse izzivalno temo se tu ne mislim spuščati, omejil bi se na Cassirerja iz t. i. marburškega obdobja, to je obdobja, ko je napisal delo *»Pojem substance in pojem funkcije«* (1910) tja do začetkov *»Filozofije simbolnih oblik«* (1923). Omejil se bom na njegovo pojmovanje apriornih stavkov (sodb), posebno v teoretski fiziki in matematiki. Zato bosta moji glavni referenci sestavek *»Kant in moderna matematika«* (1907), določena poglavja iz *»Pojma substance ...«* in *»O Einsteinovi teoriji relativnosti«* (1921).

Cassirer je v svojem spisu o Kantu in moderni matematiki poskušal po eni strani »rešiti« racionalno jedro Kantove teze o sintetične apriornosti matematike (in teoretične fizike), po drugi strani pa prevzeti v svojo filozofsko

misel dosežke in dognanja sodobne logike in zlasti logicistične in formalistične interpretacije matematike (Couturat, Dedekind, Frege, Hilbert, Peano, Russell). To namero je nato podrobneje realiziral v svoji obsežni monografiji o substanci in funkciji. Cassirer že na začetku tega sestavka ugotavlja, da sta usoda in prihodnost kritične filozofije (tj. kantovske in neokantovske filozofije, v posebnem seveda njegove lastne filozofije) povezani z njenim odnosom do eksaktnih znanosti, kajti če bi komu spelo presekati vez med kritično filozofijo ter matematiko in matematično fiziko, bi bila kritična filozofija oropana svoje vrednosti in vsebine.

To dejstvo med drugim pomeni, da stavki kritične filozofije niso enkrat za vselej utrjene resnice, temveč se morajo vedno znova opravičiti nasproti spremembam v znanstvenih prepričanjih in pojmi. To pomeni, da je kritična filozofije bistveno historična filozofska disciplina, vendar ne v smislu historičnega relativizma, pač pa vedno novega premisleka lastnih stališč glede na dosežke znanosti, predvsem eksaktnih znanosti.

V času, ko je Cassirer pisal svoj sestavek, je bila morda najbolj pereča prav razprava o statusu matematičnega spoznanja v luči dosežkov in interpretacij moderne simbolne logike (začenši s Fregejem in Russellom, a vključuje tudi nekatere ideje Bolzana, Peana, Dedekinda). Šlo je za vprašanje, ali se vpricho nedvomnih uspehov v logičnih (re)definicijah številnih matematičnih pojmov še lahko in kako se lahko obrani kantovsko stališče o sintetični apriornosti matematike. Cassirer se navezuje predvsem na tedaj zelo odmevno Couturatovo razpravo o Kantovem pojmovanju matematike, kjer je Couturat ostro zavrnil Kantove ideje oz. bolje, tisto, kar je menil, da predstavlja Kantove ideje o matematiki (Couturat 1905). Couturat je menil, da je uspeh logicistične prevedbe matematičnih pojmov na čisto logične pojme in matematičnih sodb na analitične sodbe dokaz nepravilnosti Kantovega prepričanja o tem, da so matematični pojmi nezvedljivi na logične pojme in o tem, da so matematične sodbe sintetične sodbe a priori. V novem logičnem pojmovanju matematike ne potrebujemo nobenega »zora« ali sklicevanja na kakšno čisto intuicijo, temveč potrebujemo zgolj in samo logične definicije matematičnih pojmov in upoštevanje logičnih odnosov med njimi. Predlaga skratka, odločno slovo od Kanta.

Cassirer temu sklepu seveda odločno ugovarja in navaja tri osnovne razloge v prid tezi, da moderna logika in matematika (kot tudi moderno teoretsko naravoslovje) vsebujeta sintetične sodbe a priori in ju torej ne moremo prikazati le kot sestav analitičnih sodb.

Prvi njegov argument je, da formalne konstrukcije v matematiki niso analitične, temveč sintetične. Ta argument je tudi najobsežnejši v njegovem sestavku. Cassirer sprejema Couturatove premise, predvsem njegove ugoto-

vitve o nujnosti logične reformulacije matematičnih pojmov in matematičnih spoznanj s pomočjo sodobne simbolne logike. Najvidnejšega predstavnika te smeri najde v Bertrandu Russellu in sicer navaja njegovo delo *The Principles of Mathematics* iz 1903. Pri tem Cassirer zavrača Couturatovo pojmovanje analitičnih sodb kot tistih, ki temeljijo le na čisti misli in sintetičnih sodb kot sodb, ki temeljijo na empiričnemu ali čistemu zoru. Po njegovem mnenju so namreč tudi sodbe, ki temeljijo na čisti misli, lahko (apriorno) sintetične, analitične sodbe pa zožuje na tiste, ki temeljijo zgolj na načelu neprotislovnosti oz. načelu identitete.

Cassirer najprej obsežno dokazuje, da je bistvo logične rekonstrukcije sodobne matematike v relacijskosti matematike in matematičnih bitnosti. Matematika ni več, kot se je zdelo predhodnikom, znanost o številih in kvantitetah, temveč o vseh vsebinah, kjer lahko dosežemo popolno deduktivno sklenjenost (Cassirer 1907, 4). Podobno počne logika, tudi ona je postala splošna logika relacij, ki analizira različne možne tipe odnosov in jih zvaja na njihove formalne momente. Zato pa mora imeti najprej ustrezni znakovni aparat, danes bi temu dejali »logično sintakso«, v teh znakih fiksira in izraža osnovne pojme in njihove medsebojne povezave. V tem pojmovanju se Cassirer nedvomno ujema tako s Couturajem kot Russellom, zavrača le čisto obsegovno (ekstenzionalno) pojmovanje relacij kot množice urejenih parov.¹

V tem smislu lahko govorimo o matematiki o neki pojmovni relacijski strukturi višje vrste, iz katere logično izhajajo druge, konkretnjše matematične relacijske strukture, na primer strukture urejenosti, pojmi kardinalnih in ordinalnih števil, teorija števil, algebrske in topološke strukture itd.

Kljub nedvomnemu pomenu sodobne formalne logike za znanost in še zlasti matematiko (Cassirer ji pravi tudi »logistika« in tudi tu sledi Coutura-

¹ Cassirer zavrača mnenje, da se lahko tudi relacije zvedejo na množice elementov. To ni res, kajti urejeni pari, ki so elementi relacijskih ekstenzij, so vsak za sebe primerki relacij med določenimi elementi (na primer primerki binarnih relacij elementov (x, y) , (u, v) itd. (prav tam, 6)). To pomeni, da so relacije, ne pa razredi osnovni in izvorni matematični pojmi, kajti šele dejstvo, da so določeni elementi v neki relaciji med seboj, jih naredi za člane ustreznega razreda. Tu se je Cassirer žal nekoliko zmotil, kajti le nekaj let kasneje sta Norbert Wiener in J. Lukasiewicz neodvisno drug od drugega odkrila, da lahko tudi urejene pare prevedemo na »neurejene« množice. Ekstenzionalno, tj. obsegovno gledano je na primer urejeni par (a, b) enak množici množic $\{a, \{a, b\}\}$. Cassirer bi se morda lahko dalje branil z ugovorom, češ da je takšni množici podlaga *relacija* »biti element množice«, kajti zgornjo množico bi lahko podali takole: to je množica, katere elementi so a in množica, katere elementa sta a in b . Relacija *biti element množice* je bistveno asimetrična in se je ne da več zvesti na kaj bolj elementarnega. Še točneje bi bila nemara ugotovitev, da so pojmi množica, element in relacije biti element množice bistveno sopripadni in jih lahko le implicitno definiramo v ustreznem aksiomskem sistemu, na primer v Zermelovi teoriji množic. Tvorijo torej neko bistveno *teorijsko relacijo*, na kateri temelji vsa ostala matematika.

tu), pa ta logika ne more spodriniti spoznavne teorije oz. »kritične teorije«, kajti formalna logika v načelu ne more izpodriniti transcendentalne logike, lahko pa ponudi bogate spodbude za analizo spoznavnoteoretskih problemov in vsebuje bolj zanesljiva vodila (prav tam, 8). Moderna matematika sicer ne potrebuje utemeljitve v kakem zoru, pa naj bo empirični ali čisti. Splošni ali posebni pojem števila ne gradi na štetju ali na kakšni množici stvari, temveč potrebujemo le splošno miselno funkcijo, s pomočjo katere povezuje različne elemente v množice z različnimi tipi urejenosti. Prav tako ne potrebujemo abstrakcije iz konkretnih empiričnih predmetnosti (mnogoterosti). Potrebujemo pa pojmovne določitve vsebin, ki podajajo konstitutivne značilnosti elementov, ki sodijo pod nek matematični pojem (prav tam, 20).

Tu se Cassirer navezuje na tematiko, ki jo je mnogo obširnejše obravnaval v knjigi *Pojem substance in pojem funkcije* (1910), namreč na kritiko tradicionalne koncepcije pojma, po kateri do pojmov pridemo z abstrakcijo izbranih značilnosti iz množice empirično danih značilnosti stvari. Pri tem je na Cassirerja vplival tudi Gottlob Frege s svojim funkcijskim pojmovanjem pojma (pojem kot predikativna funkcija).² Res pa je tudi, da je Cassirer našel za svoje stališče oporo že pri Kantu, v njegovih tezah o pojmihi kot predikatih možnih sodb (Kant 1980, b 93-4). Paradigme funkcionalne koncepcije pojma za Cassirerja so matematične, fizikalne ali kemične formule. Smisel takšne formule je v tem, da poveže posamezna izkustva v enoten strukturni kontekst, ne pa v tem, da združi v en razred določena empirična dejstva (Mormann 1997, 277).

Povezava pojmov z matematičnimi formulami izraža medsebojno sopripadnost pojmov in formul, namreč navezanost pojmov ali formul na druge pojme ali formule. Thomas Mormann zato upravičeno ugotavlja holistični značaj Cassirerjeve teorije pojma. Smiselna enota pojmljenja niso posamezni pojmi, temveč pojmovni sistemi. Mormann dalje meni, da ta misel povezuje Cassirerja s sodobno analitično teorijo znanosti, ki razvija holistične koncepcije znanstvenih teorij (prav tam). Tu misli predvsem na semantične pristope k znanstvenim teorijam, po katerih empirične teorije niso v prvi vrsti logično zaključeni sistemi stavkov, temveč matematično opisljive konceptualne strukture (Suppes 1970, van Fraassen 1989). Razliko med Cassirerjevim in sodobnim »analitičnim« holizmom teorij vidi Mormann predvsem v tem, da je za mnoge analitične pristope ozadni kontekst znanstvenih teorij določen propozicionalni kontekst, za Cassirerja pa je neka relacijska ali v splošnem matematična struktura.

Za Cassirerja zato predstavlja matematika, ne pa logika primeren in-

² Gl. o tem sestavek M. Lovrenov o pojmu in funkciji pri Fregeju in Cassirerju 2005.

strumentarij za ustrezno znanstveno metateorijo empiričnih teorij. A to velja tudi za teoretike semantičnega pristopa.

Tako v aritmetiki kot v geometriji in sploh v celotni moderni matematiki gre za to, da podamo določene nujne, konstitutivne pogoje osnovnih objektov, podanih čisto pojmovno, tj. skozi mrežo eksplicitnih in implicitnih definicij (v slednjem primeru gre za aksiomatske sisteme), izraženih v ustreznem simbolnem zapisu. Ta zapis omogoča elegantno in pregledno izvajanje matematičnih izrekov iz podanih osnovnih definicij brez opiranja na kak zor, empirične ali miselne operacije izven natančno podanih okvirov formalnih operacij. To sicer ne pomeni, da izkustvo ali zor nima nobene funkcije v matematiki, ima jo, vendar ne kot nujna podlaga matematike, pač pa kot zadnji, še ne razrešeni preostanek, ki se upira nadaljnji miselni analizi in predelavi, ali pa predstavlja cilj, ki kaže pot našemu čisto logičnemu oblikovanju pojmov (prav tam, 30). V tem smislu se pač moramo posloviti od Kantovih (in kantovskih) zamisli o tem, da bi matematiko ali vsaj kak njen del utemeljevali na čistih zorih, na izkustvu ali čemerkoli drugem, kar ne sodi v čisto pojmovno relacijsko zgradbo matematike.

Po Cassirerju Kant s trditvami o tem, da matematika izhaja iz čistega zora ni mislil geneze matematičnih pojmov iz percepcije, pač pa na to, da matematičnih pojmov ne dobimo z abstrakcijo skupnih značilnosti, temveč s svojsko *konstrukcijo* (prav tam, 33). Zato matematičnih resnic ne pridobimo z analizo pojmov, ki izražajo subsumiranje enih pojmov pod druge, pač pa s prepoznavanjem sintetičnih stvaritev matematičnih vsebin. Tako matematični pojmi kot kategorijalni pojmi čistega razuma se povsem ločijo od tradicionalnih logičnih splošnosti. Izvirajo iz *temeljnih funkcij mišljenja*, ki predstavljajo pogoje možnosti vsem izgotovljeni biti (prav tam, 33).³

V Kantovem poskusu zasnovanja matematičnih pojmov in sodb na čistem prostorskem in čistem časovnem zoru moramo torej razlikovati njen

³ Cassirer se v obrambi apriorne sintetičnosti matematike opira tudi na mnenje zgodnjega Russella iz *The Principles of Mathematics* (1903) in na njegovo študijo o Leibnizu (Russell 1900). Russell je tam še menil, da čisto logični značaj matematike ne dokazuje njene analitičnosti, a to stališče je ovrgel v svojem sestavku o filozofskih posledicah simbolne logike (1913) in v knjigi o filozofiji matematike (1919). Tu sprejema stališče, da logika sestoji iz tautologij (formalnih stavkov, ki sestojijo le iz spremenljivk in logičnih konstant) in to so čisti analitični stavki. Matematiko lahko prevedemo na logiko, če upoštevamo dodatne aksiome, ki niso čisto logični (aksiom reducibilnosti, neskončnosti, aksiom o dobri urejenosti), toda nič nas ne sili, da jih privzamemo, res pa je tudi, da Russell ni našel dokazov proti njim. Če jih ne privzamemo ali privzamemo drugačne aksiome, bi pač dobili drugačno matematiko. Škoda, ker Cassirer tudi kasneje ni upošteval teh Russellovih modifikacij svojih pogledov na logiko in matematiko. Mnogo bolj radikalno kot Russell sam so analitičnost matematike malo kasneje branili Ludwig Wittgenstein v *Traktatu* in seveda logični pozitivisti.

psihološki moment, ki je nedvomno prevladan v moderni matematiki in transcendentalni uvid v nujnost določene urejenosti, za katero služita osnovna modela prostorske bližine teles in linearni časovni red zaporednih trenutkov.

Priznanje čisto logičnega značaja matematičnih sodb še ne pomeni priznanja njihove analitičnosti. Poprej moramo seveda razčistiti sam pojem analitičnih oz. sintetičnih sodb. Če pod sintezo razumemo »miselno dejanje, ki medsebojno poveže različne predstave in pojmi njihovo mnogoterost v *enem* spoznanju« (Kant 1980, b 103), potem to pojmovanje lahko razširimo na postopek izgradnje logičnega računa. Po Cassireru predstavljata na primer račun razredov in račun relacij prav sintezi mnogih elementov s pomočjo skupnega nanašanja na pojem razreda ali na pojem relacije v neko miselno enoto (Cassirer 1907, 36).

Matematični pojmi tako predpostavljajo določene primitivne sinteze. Cassirer se tu sklicuje tudi na Russella iz *The Principles of Mathematics*, ki je tudi pri logičnih pojmi videl izvirne pojmovne sinteze. Tudi Russell je ugotavljal, da ne obstajajo spoznanja, ki bi jih lahko dobili zgolj sledeč zakonu neprotislovnosti in ne bi predpostavljali določenih sintetičnih premis (Russell 1903; § 434). To je vedel tudi Kant, saj je poudarjal, da »razum ne more ničesar razvezati, česar ni poprej povezal« (Kant 1980, b. 130). Cassirer dalje meni, da je Kantov pojem analitičnih sodb služil v prvi vrsti razmejitvi nasproti Wollfovi in podobnim šolskim metafizikam, ne pa razmejitvi nasproti formalni logiki. Vsega tega Couturat v svoji kritiki Kanta ni upošteval, zato je ostalo njegovo pojmovanje analitičnosti in sintetičnosti preozko in neustrezno za pojmovanje sodobne matematike.

Cassirerjev drugi argument za apriorno sintetičnost matematičnih sodb je v tem, da razlaga matematičnih osnovnih pojmov zahteva čiste eksistenčne stavke. Le tako si lahko zagotovimo nepraznost matematičnih pojmov. Toda eksistenčni stavki so vsi po vrsti sintetični. To je ugotavljal tudi Couturat, ko je v neki polemiki s Poincaréjem zatrdil, da sta logična in matematična eksistenca nekaj povsem drugega kot gola odsotnost protislovja. Neprotislovnost služi le kot negativno merilo eksistence matematičnih objektov, ne pa tudi kot njeno pozitivno merilo (nav. po Cassirer 1907, 41). Couturat je tu nevede branil Kantovo stališče proti Poincaréju (gl. Kant 1980, 189). Lahko povsem logično dokažemo stavek $7 + 5 = 12$, vendar moramo predpostaviti sintetični pojem vsote, ki vsebuje tudi sintetično predpostavko asociativnosti vsote. Če skušamo tudi ta zakon logično izpeljati iz drugih pojmov (npr. iz »logične vsote«), moramo kljub temu predpostaviti nek splošni postopek, ki nam dovoljuje zbrati skupaj razne elemente mnogoterosti v celoto z neko

novo vsebino. To pa ne izhaja le iz zakona neprotislovnosti oz. zakona identitete. Je namreč nova ustvarjalna postavka mišljenja (Cassirer 1907, 42).

Tretji razlog apriorne sintetičnosti matematičnih sodb je po Cassirerju v tem, da se tudi matematične sodbe posredno nanašajo na možno izkustvo, v kolikor hočejo biti spoznanje. Morajo se potrditi tudi v določbah empiričnih predmetov, torej predmetov v času in prostoru. Če tega ne dosežejo, jim preti, da obstanejo zgolj kot prazne izmišljotine razuma. Toda pomembno je, da se naši matematični pojmi nanašajo na matematično fiziko. Cassirer se strinja s Couturatom, da so matematične resnice objektivne zato, ker se nanašajo na poljubne predmete sploh, ne pa zato, ker bi izhajale iz raziskovanja predmetov. Vendar pa se zastavlja vprašanje, kako matematika (pa tudi logika) doseže to objektivnost, kako je mogoče, da logični zakoni, ki smo jih pridobili povsem neodvisno od raziskovanja stvari, naknadno »vsilimo« stvarem. Kako lahko dokažemo, da bo prihodnje izkustvo potekalo v skladu z logičnimi posledicami, ki smo jih dobili iz naših premis povsem neodvisno od zrenja in opazovanja? (prav tam, 44).

Na ta vprašanja formalna logika in moderna matematika ne moreta odgovoriti, saj to sploh ni njuna naloga. Je pa zato naloga kritične spoznavne teorije, kot jo razume Cassirer. Po tej teoriji je formalna logika tudi logika predmetnega spoznanja, ne zgolj sama v sebi zaključena znanost. Podobno velja za moderno matematiko. S tega stališča se nam, na novo zastavlja delitev med analitičnimi in sintetičnimi sodbami, ampak sedaj kot sestavina *transcendentalne logike*. Pri tem moramo skupaj s Kantom ugotoviti, da apriorni temelji spoznanja sicer ne izhajajo iz izkustva, pač pa *veljajo* zanj in le v njegovem okviru. Cassirer v navezavo na Leibniza in Couturata precej drzno zatrjuje, da izkustvene znanosti konec koncev ne potrebujejo drugih teoretskih miselnih sredstev kot racionalne znanosti, v obeh območjih vednosti je dedukcija tisti postopek, ki uvrsti neko sodbu v sistematsko zvezo spoznanja in ji s tem zagotovi resničnost (prav tam, 46). Cassirer je pri tej tezi ostal vse svoje življenje, predstavlja pa celo veliko močnejšo verzijo deduktivizma kot jo najdemo na primer pri Popperju ali drugih pristaših deduktivnega pojmovanja znanosti. Za indukcijo in druge verjetnostne sklepe v tej shemi znanosti očitno ni prostora.

Lahko celo ugotovimo, da je kljub logičnemu izčiščenju moderne matematike zor ostal pomembna opora matematičnemu spoznanju, namreč kot usmerjevalec naših logičnih sintez. Omogoča nam izbiro primernih aksiomov in logičnih načel, kadar je na voljo več logično enako dopustnih možnosti (tak je primer izbire geometrije, ko imamo na voljo več logično možnih aksiomatskih zasnov geometrije). Izbira matematičnih konstrukcij ni odvisna le od naše konstrukcijske samovolje, temveč se neposredno ali

posredno usmerjamo glede na nek »zor«, namreč glede na intuicijo možnih struktur urejenosti v izkustvenem svetu. Nedvomno so geometri imeli pred očmi določene »ideje«, ko so govorili o točkah, premicah in ravninah in so skušali izraziti te ideje v geometrijskih sistemih. Njihove ideje morda še niso bile povsem eksplicirane in so postale eksplicitne šele z logičnim izčiščenjem pojmov, a še vedno so ostale zveste specifikam njihovih »temeljnih oblik« (prav tam, 47).

To dejstvo po Cassirerju ne omejuje imanentno svobodo matematike, da sledi zgolj logični konsistenci svojih pojmovnih konstrukcij, brez ozira na vprašanje, kako matematično spoznanje postane objektivno, kako ustreza »predmetni« dejanskosti, ki ostaja odprto. Bilo bi zgrešeno to vprašanje proglasiti za »metafizično«, kajti tu gre za ugotavljanje nujnih pogojev objektivne gotovosti našega izkustvenega spoznanja.

Cassirer zaključuje svoj sestavek z ugotovitvami, da kritična filozofija pri iskanju odgovora na to vprašanje ne more pričakovati odgovorov od logistike in moderne matematike, Couturatova kritika Kanta pa je s tega ozira povsem zgrešena. Res pa je tudi, da so logični dosežki Russella in Couturaja pripravili tla za reševanje lastnih nalog kritične filozofije (prav tam, 48-9).

V svoji knjigi o pojmu substance in pojmu funkcije je Cassirer nadaljeval in poglobil svoja relacijsko-funkcijska pojmovanja matematike in teoretičnega naravoslovja. Z osamosvajanjem pojma funkcije in izgubljanjem pomena predikativnega razumevanja sodb so se moderne eksaktne znanosti dvignile na nov, višji pojmovni nivo. S tem so se osvobodile tudi od vseh omejitev čutnosti ali intuitivnih podobnosti. Niti empirični niti čisti zor ne veljata za samozadostna spoznavna izvora, temveč se vključujeta v znanosti le tako, da ju miselno transponiramo v sistem relacij in funkcijskih odvisnosti (Cassirer 1910, 123-24).

Novi pojmovni obliki ustreza tudi nov način izražanja pojmov in pojmovnih odnosov, namreč v formalnih načinih izražanja funkcijskih odnosov. Čista matematika ne gradi svojih pojmov v nobenem »predstavljanju« mnogoterosti, temveč s pomočjo čistih relacij, ki vzpostavljajo enotnost in povezanost mnogoterosti. Fizika nadaljuje to delo s tem, da z matematično natančnostjo prikaže medsebojne zveze fizikalnih pojmov. Tako v matematiki kot v fiziki je po Cassirerju osnovna oblika tega prikaza splošna oblika zaporedja, urejenega s sintetičnim aktom definicije. Z uvrstitvijo empiričnih podatkov v takšna zaporedja šele razumemo in logično obvladamo empirično gradivo (prav tam, 149, 220). Povezavo med členi zaporedja vzpostavlja nek splošni zakon koordiniranja, ki poskrbi za konstanten odnos med členi zaporedja in njihovimi nasledniki. V tej točki je Cassirer sledil zelo odmevni Helmholtzovi teoriji korespondence v naravoslovnih vedah, v kateri je

zavrnil odslikovno teorijo pomenjanja in zagovarjal znakovno teorijo, po kateri med znaki in označenim obstaja zgolj neka strukturna podobnost (korespondenca) (Helmholtz, 1884).

Cassirer prevzema in še dalje razvije to zamisel in ugotavlja, da med znaki in označenim obstaja le funkcionalna korespondenca neke dvostranske strukture. Vsaka zveza na strani označenih predmetov enolično ustreza določeni zvezi med znaki in obratno, vsaki zvezi med znaki enolično ustreza določena zveza med označenimi predmeti. Gre seveda za izomorfizem struktur, čeprav Cassirer še ni uporabljal tega izraza. Podobno idejo je še mnogo bolj dosledno in radikalno izpeljal Wittgenstein v Traktatu (Wittgenstein 1921).

Cassirer razvija izrecno holistično koncepcijo odnosov znanstvenih teorij z empirijo. Ta povezava je le posredna, namreč posredovana s celoto teorije. Tu je Cassirer prevzel Duhemov holističen koncept znanstvenih teorij (Duhem 1906). Individualnih pojmov ne moremo meriti ob izkustvu same zase, temveč le kot člane teorijske celote. Njihova »resničnost« se izkazuje predvsem v konsekvencah, do katerih vodi uporaba teh pojmov, v sistematski popolnosti razlag, ki jih omogoča. Vsak element teorijske celote potrebuje druge za svojo podporo in potrditev, nobenega ne moremo ločiti od celote in ga prikazati ali preveriti v takšni ločenosti (Cassirer 1910, 194).

Znanstveni pojem zagradi predmet zgolj kot člen urejene mnogoterosti, zato znanosti raziskujejo le strukturalne relacije in zakone o vzročnih zvezah (prav tam, 307). Kot pripominja T. Ryckman v svoji primerjavi zgodnjih epistemologij Cassirerja in Schlicka, Cassirerjeva stališča močno spominjajo na Poincaréjeva stališča o znanosti kot sistemu relacij in Carnapove kasnejše trditve, da se znanstveni stavki nanašajo le na strukturalne lastnosti (Ryckman 1991, 71). Sam pa dodajam, da morda še bolj spominjajo na »strukturni realizem«, kot ga v zadnjih desetletjih razvija John Worrall in njegovi učenci (Worrall 1996). Po Worrallovem mnenju nam znanstvene teorije lahko dajo povedo le nekaj o strukturi sveta, ne pa o njegovi naravi. V znanosti preživijo tiste strukture, ki nam omogočajo največjo napovedno moč.

Toda kot ugotavlja Thomas Ryckman, Cassirer ni mogel utemeljiti apriorne nujnosti splošnih načel ureditve pojavov v vrste, ki sledijo določenim funkcijskim določbam, kajti znanstvene teorije se spreminjajo skozi čas in to, kar je do sedaj veljalo kot vrhovno načelo urejanja po eni teoriji, to ni več v novi teoriji. Cassirer sicer verjame, da obstaja določena kontinuiteta v razvoju teorij, tako da stara načela funkcijske ureditve postanejo robni primeri novih, boljših ureditev, a nikoli ni do konca izpilil tega svojega pojmovanja.

Vemo, da je o vprašanju kontinuitete ali diskontinuitete teorij bilo veliko polemičnih razprav, tako da kontinuiteta teorij nikakor ni sprejeto dejstvo.⁴

Ryckman ugotavlja, da transcendentalno apriornost, ki naj bi tičala v aktih čiste misli, ki konstituirajo predmet znanstvenega raziskovanja, ne moremo zlahka uskladiti z zgolj znakovnim značajem relacij med pojmom in vsebino, kot jo je postuliral Helmholtz v svoji teoriji znakov (Ryckman 1996, 73). Po Ryckmanu ostaja Cassirer ujet v razcep med prepoznavanjem povsem abstraktne simbolne doktrine o znanstvenih pojmi in željo po izogibanju metafizičnih dihotomij, kot je na primer dihotomija med formo in vsebino miselnih aktov (prav tam). Zato se rešuje z neke vrste dialektično karakterizacijo odnosa med pojmom in njegovo vsebino, kot tudi odnosa med zakonom zaporedij in členi zaporedja.

Ta dialektizacija vsebuje oslABLJENO in historično relativizirano verzijo transcendentalizma oz. sintetične apriornosti. Ta apriornost ni zgolj simbolna, je tudi eminentno pojmovna. V *Filozofiji simbolnih form* je Cassirer še dalje slabil svoj apriorizem in transcendentalizem. Nič več ni vztrajal pri zahtevi, da so predmeti vseh empiričnih znanosti konstituirani zgolj skozi funkcionalne ali ureditvene pojme, saj se lahko povezujejo v poljubne redove kompleksnosti. Začetek te oslabitve je viden že v njegovi razpravi o Einsteini teoriji relativnosti. Cassirer je zagovarjal misel, da sta čisti prostor in čas zgolj ureditveni strukturi, čisti prostor namreč ureditvena struktura na podlagi koeksistence in sosedskosti predmetov, čisti čas pa ureditvena struktura na podlagi zaporedja dogodkov (Cassirer 1921, 85). Cassirer je tu začel dokaj ostro razlikovati med teoretičnim znanstvenim spoznanjem in drugimi oblikami pomenskih povezav, ki vsebujejo povsem specifične oblike zakonitosti, nezvedljive na zakone eksaktnih znanosti. Pri tem je mislil zlasti na etična, estetska in religiozna pojmovanja sveta. Ta pojmovanja mu od tedaj dalje predstavljajo različna načela forme, različna načela sinteze, ki jih ne moremo medsebojno primerjati, vsak od njih pa ne zadošča za popolno dojetje realnosti po sebi. Šele celota določb, podana kot celota simbolnih oblik nam lahko da pojasnitev sintetičnih zmožnosti človeškega uma, jezika in zavesti. Takšna celovitost določb je postala nato temeljni cilj Cassirerjeve filozofije, ki je kulminirala v treh delih *Filozofije simbolnih form*.

Naj na kratko kritično ocenim prej navedene Cassirerjeve argumente za sintetično apriornost matematike. Prvi argument dokazuje domnevno sintetično naravo miselnih konstrukcij moderne logike in matematike. Ta argument je vprašljiv zato, ker bi moral Cassirer poprej dokazati apriornost logike in matematike in potem šele ustrezno ugotoviti, ali gre za analitično

⁴ O tem pišem več v svojem delu *Sodobne teorije znanosti* (Ule 1992).

ali sintetično apriornost. Dokazovanje apriornosti logike in matematike se je Cassirerju morda zdelo nepotrebno, ker je bilo zanj »očitna« resnica. Morda se je filozofom, matematikom in logikom tako zdelo tedaj, a danes, ko poznamo že vsaj petdeset let intenzivnih razprav o apriornosti na sploh in v posebnem o apriornosti logike ali matematike, se to ne zdi več samoumevno (gl. npr. razprave v Moserjevem zborniku o apriornosti (Moser 1987) in zborniku Boghosianovem in Peacockkevem zborniku novejših razprav o tej temi (Boghosian, Pacocke 2000)).

Za matematične resnice se nam npr. zastavlja vprašanje, ali ni vtis o njihovi apriornosti le posledica tega, da so nujne logične posledice določenih izhodiščnih predpostavk, konstrukcijskih definicij, prosto izbranih aksiomov, niso pa kategorične sodbe. Tej domnevi se lahko upiramo z vztrajanjem pri tezi, da so vsaj nekatere temeljne matematične ideje in nanje vezani postulati nehipotetični, ker so preprosto nujne postavke sleherne racionalnosti. Podobno lahko vztrajamo pri temeljnosti in apriornosti vsaj nekaterih logičnih resnic (na primer zakon neprotislovnosti, zakoni identitete, ipd.), vendar dokazovanje teh trditev nikakor ni enostavna stvar.⁵ Vendar tudi če sprejmemo to tezo, ostane vprašanje, kako razlikovati analitično in sintetično.

Tu je vedno obstajalo več možnosti. Cassirer se je odločil za dokaj ozko varianto, po katerem so analitične sodbe le tiste, kjer predikat logično nujno izhaja iz subjekta, ker je v njem »vsebovan«. Seveda je ob tem merilu dokaj lahko pokazati sintetičnost številnih drugih sodb, na primer vseh eksistenčnih sodb ali mešanic univerzalnih in eksistenčnih sodb ipd. Toda ob malo bolj »liberalnem« merilu analitičnosti to ni več tako enostavno.

Gottlob Frege je v *Osnovah aritmetike* menil, da so analitične sodbe vse tiste, ki se dajo izpeljati čisto logično iz splošnih logičnih zakonov in definicij, sintetične pa tiste, do katerih ne moremo priti na tak način (Frege 2001, 27). A to ne pomeni, da so analitične sodbe nujno neustvarjalne, prav nasprotno, matematika in logika nam pokažeta celo vrsto analitičnih sodb, ki prinašajo nova spoznanja, ki poprej niso bila vsebovana v naših pojmi. Takšne so na primer plodne pojmovne definicije, ki na nov način začrtajo meje med pojmi, ki jih prej sploh ni bilo. Primer takšne plodne definicije je kar Fregejeva lastna definicija naravnega števila kot obsega vseh obsegov, ki so enakoštevni med seboj. Tudi to, kar izhaja iz aksiomov ni vsebovano v njih kot v nekakšni škatli, temveč je implicirano kot rastlina v semenu (prav tam, 104).

Lahko bi dejali, da precej tega, čemur Cassirer pravi sintetično a priori,

⁵ Več o tem sem pisal v svojem delu *Logos spoznanja* (Ule 2001).

zlasti vse, kar sodi v logiko in matematiko enako dobro pokrije Fregejevo »analitično«. Poleg tega ugovora obstaja v sodobni analitični filozofiji vrsta načelnih ugovorov zoper pojem analitično oz. zoper delitev analitično-sintetično. Najodmevnejši so verjetno Quinovi ugovori v njegovem sestavku o dveh dogmah empirizma (Quine 1963). Ta razprava je pravzaprav del razprave o smiselnosti pojma apriorno, ima pa tudi svoj poseben iztek v kritiki analitičnosti. Kakorkoli že; Cassirerjev prvi argument oz. serija argumentov za sintetično apriornost matematike (in logike) nas danes ne more več prepričati.

Njegov drugi argument v prid apriorne sintetičnosti matematike je bolj zanimiv. Cassirer ima (skupaj s Couturajem) v grobem prav s trditvijo, da zgolj neprotislovnost še ni dovolj za resničnost matematičnih stavkov, potrebujemo še poseben dokaz eksistence matematičnih predmetnosti, o katerih je govora. Toda eksistenčni stavki so sintetični. To namreč velja v klasični matematiki, ki se v svojih teorijah vedno nanaša na določene izbrane modele svojih teorij, toda ne velja v strogo formalni postavitvi matematike, npr. pri Hilbertu in Bernaysu, kjer je dokaz neprotislovnosti formalnega sistema logično ekvivalenten dokazu o obstoju modela za sistem. Problem se seveda zaostri tedaj, kadar ne moremo modelne strukture za kak tak sistem, ne da bi ta sistem že na tistem predpostavili.⁶ Tedaj ne preostane drugega, kot neposredni dokaz neprotislovnosti sistema, ki pa pogosto tudi ni mogoč, kot je dokazal Gödel.

Cassirerjev drugi argument za apriorno sintetičnost matematike sicer meri v pravo smer, a na žalost ostaja prazen toliko časa, dokler se jasneje ne pojasni, kako lahko čisto apriorno dokažemo kakšne eksistenčne stavke.

Od Cassirerjevih misli o apriornosti matematike in teoretičnega naravoslovja nam tako preostaja le tretji argument oz. serija argumentov, ki izhaja iz ugotovitve o nujnosti invariantnostnih načel v formalnih in empiričnih znanosti. Ta načela prevzemajo vlogo nekdanjih kantovskih kategorij razuma in ureditvenih struktur prostora in časa. V »*Pojmu substance in pojmu funkcije*« Cassirer piše, da je cilj kritične analize dosežen, če ugotovimo zadnje skupne poteze vseh možnih oblik znanstvenega izkustva, tj. če uspemo pojmovno fiksirati one momente izkustva, ki se ohranjajo v napredku teorij, zato, ker so nujni pogoji za vsako teorijo (Cassirer 1910, 357).

Cassirer se je zavedal, da je ta cilj v celoti nedosegljiv, a razumno ga je

⁶ Tak je na primer slučaj, če skušamo dokazati neprotislovnost formalne aritmetike z eksistenco neskončnih linearnih zaporedij. To namreč ni dovolj, moramo še privzeti, da pri njih velja načelo »dednosti«, tj. posploševanja takšnih lastnosti, ki jih »dedujejo« zaporedni členi zaporedja na vse člene zaporedja, a to pomeni na tistem privzeti veljavo aksioma o indukciji. Tedaj smo v model vnesli tisto, kar moramo šele dokazati, namreč soglasje z predlaganimi aksiomi aritmetike.

postaviti kot zahtevo v razvoju znanstvenega spoznanja. Sintetična spoznanja a priori so sedaj določena kot *logične invariante*, ki so v temelju vseh določitev zakonskih povezav. Neko spoznanje je apriorno tedaj zato, ker in v kolikor je nujna premisa v vsaki veljavni sodbi o dejstvih, ne pa zato, ker bi bili v kakršnemkoli smislu *pred* izkustvom. V tem smislu je na primer prostor oz. boljše prostorska forma nek a priori zato, ker predstavlja določeno invarianto za vsako fizikalno konstrukcijo. Seveda obstajajo številne logične oz. boljše formalne invariante tudi v matematiki, Cassirer opozarja na teorijo grup, ki izpostavlja takšne invariante kot tiste abstraktne količine ali kvalitete, ki ostajajo konstantne pri poljubnih grupnih transformacijah določene vrste.⁷

Te misli je Cassirer še jasneje izrazil v svoji filozofski oceni posebne in splošne relativnostne teorije. Relativnostna teorija še zlasti izpostavi nujnost, najti takšne formulacije temeljnih fizikalnih zakonov, ki so neodvisni glede na spremembe referenčnih sistemov, tj. neodvisne od načina našega gibanja, od načinov našega merjenja, od izbire prostorsko-časovnih koordinat. Splošni zakoni narave so tedaj natanko tisti, ki ustrezajo tem zahtevam po invariantnosti. Ta zahteva je za Cassirerja pravzaprav analitični stavek, ki izhaja iz strogega pojma splošnega zakona narave. Toda sintetično je spoznanje, da takšni zakoni in njim ustrezne invariantne količine obstajajo (Cassirer 1921, 45). Prav tako je sintetičen sam izbor takšnih zakonov.

Cassirerja je kmalu po izidu knjige o relativnostni teoriji kritiziral Moritz Schlick, bodoči začetnik »Dunajskega krožka«. Schlick je predvsem zavrnil Cassirerjevo relativizacijo sintetične apriornosti. Po njegovem mnenju z odkritjem fizikalne relevantnosti neevklidskih geometrij odpade osnova Kantove koncepcije »sintetičnega a priori«, predvsem odpade sama apriornost v smislu splošne, nujne, neizogibne veljave konstitutivnih principov spoznanja (Schlick 1921, 98). Schlick sicer sprejema potrebnost določenih konstitutivnih principov znanstvenega spoznanja, vendar ti niso apriorni v kantovskem smislu.

Schlick po vrsti zavrača tistih nekaj omemb sintetičnih sodb a priori, ki po Cassirerju še veljajo v relativnostni teoriji (na primer nujno koincidenčno svetovnih točk, na kateri se gradijo zakoni narave, evklidska narava infini-

⁷ Lep primer iskanja takšnih invariant predstavlja »Kleinov program« rekonstrukcije evklidskih in neevklidskih geometrij (celo ne-metričnih geometrij) ob pomoči grup transformacij geometrijskih likov (te transformacije so npr. raztegi, pomiki in vrtenje likov oz. teles okrog svojih osi). Poznamo razne vrste transformacij in ustreznih geometrij, projektivne, affine in metrične. V primeru metričnih transformacij se ohranjajo npr. dolžine premic in velikost kotov, v primeru afinih transformacij se ohranjajo npr. vporednice in razmerja med koti, ne pa npr. razdalje in velikosti kotov, v projektivni geometriji se ohranjajo razmerja med točkami, vzporednost premic, ravnost premic ali ravnin. Vse transformacije lahko podamo z ustreznim algebrskim izrazom, običajno z ulomkom dveh polinomov.

tizemalno majhnih segmentov prostora-časa, enotnost narave, tj. postulat zakonskosti izkustva). To so za Schlicka bodisi empirične, ne pa apriorne določitve ali pa presplošne določitve (načelo zakonskosti izkustva), da bi jih lahko imeli za nujna in splošna načela znanosti. Vidi se, da je Schlick govoril nekako mimo Cassirerja, kajti Cassirer v knjigi o relativnostni teoriji ni hotel dokazovati (sintetično) apriornih sestavin relativnostne teorije v strogem pomenu te besede, kot je domneval Schlick, temveč je poskušal pokazati, da njegovo pojmovanje kritične spoznavne teorije lahko zajame in filozofsko reflektira tudi to novo in pomembno znanstveno teorijo.

Cassirerjev pojem apriornosti ne vsebuje zahtev po strogi in splošni nujnosti apriornih načel, temveč se zadovolji z konstitutivnimi načeli fizikalne objektivnosti, ki jih v določenem času moramo spoštovati. Zanimivo je, da Schlick ni omenil invariantnostnih načel kot Cassirerjevih kandidatov za sintetično a priori. Ta načela jasno niso apodiktične nujnosti v Kantovem smislu, dejansko gre za teorijsko relativni a priori, ki izhaja iz refleksije dana teoretskega polja, v tem primeru polja teoretske fizike.

Tudi Michael Friedman v knjigi o Carnapu, Cassirerju in Heideggerju ugotavlja, da Schlick ni dobro razumel Cassirerja. Ugotavlja, da je Cassirer razumel apriornost kot sestavino svoje teorije invarianc v izkustvu (Friedman 2000, 115), ne pa kot kantovsko koncepcijo apriorno sintetičnih sodb.

Friedman meni, da je Cassirer od Kantovih konstitutivnih in regulativnih načel teoretskega naravoslovja ohranil le regulativna načela (na primer načelo maksimalne enostavnosti in koherence), ne pa tudi konstitutivna načela (na primer načela evklidske geometrije in Newtonove mehanike). Prav med slednje sodi večina standardnih primerov Kantovih sintetičnih sodb a priori. Konstitutivna načela temeljijo na zmožnostih razuma in čutnosti, regulativna načela pa le na moči uma in razsodnosti. Regulativna načela niso nikoli v celoti realizirana v izkustvu, predstavljajo namreč idealne smotre znanstvenega raziskovanja. Pravzaprav pri Cassirerju ni več prostora za razlikovanje med obema vrstama apriornih načel, saj je zavrnil Kantovo izvorno razlikovanje med čutnostjo in razumom.

Mislim, da Friedman s to oceno nima povsem prav, kajti pri Cassirerju je vsaj do njegove knjige o relativnostni teoriji možno zaslediti tudi določena apriorna konstitutivna načela. Sem sodijo nekatera invariantnostna načela sodobne fizike (na primer tista, ki jih je formuliral Einstein v splošni teoriji relativnosti) ali temeljni zakoni logike in matematike. Sploh je pri Cassirerju mogoče reči celo obratno, kot meni Friedman, namreč da skuša Cassirer regulativna načela znanstvenega spoznanja mestoma prikazati tudi kot konstitutivna načela. Tako na primer v »Pojmu substance ...« piše, da je prostor »apriori« izkustvenega spoznanja, ker predstavlja invarianto za vsako fizi-

kalno konstrukcijo predmetov (Cassirer 1910, 358). Za barvo tega ne moremo reči. Toda jasno je, da gre tu za tisti apriorni prostorski red, ki omogoča, vzpostavlja prepoznavanje identitete in konstantnosti fizičnih predmetov v prostoru, ne le za regulativni apriori, ki daje določeno enotnost in notranjo skladnost našemu raziskovanju narave.

Cassirerjevo pojmovanje invariantnosti kot moderne variante apriornih načel znanosti je blizu nekaterim sodobnim pojmovanjem znanosti, ki prav tako izpostavljajo centralni pomen invarianc, simetrij ipd., kot je npr. van Fraassenovo pojmovanje zakonov narave kot invariantnostnih in simetrijskih načel med modeli znanstvene teorije (Van Fraassen 1989, pa Nozikova teorija o invariancah v strukturi objektivnega sveta (Nozick 2001), že omenjena Wallisova teorija strukturalnega realizma idr. Že pred njimi pa je podobno kot Cassirer poudarjal centralnost invarianc za pojmovanje matematike in narave Herman Weyl (1966).

Nozick npr. postavlja tri merila objektivnosti resnice, namreč njeno dosegljivost iz različnih zornih kotov, intersubjektivnost, neodvisnost, tj. dejstvo, da resnica velja neodvisno od naše zavesti, želja, namer, upanj ali opazovanj in invariantnost glede na različne transformacije (Nozick 2001, 76). Najpomembnejši pogoj objektivnosti je prav slednja lastnost. Ona namreč poudari in razloži prve tri značilnosti objektivnosti. Nozick se strinja s tem, da so ta načela izražena v nujnih stavkih (v stavkih, ki so resnični v vseh fizikalno možnih svetovih). To pomeni, da sprejema neko vrsto apriornosti teh načel, ki je dejansko blizu Cassirerjevemu pojmovanju teh načel kot nujnih (lahko le implicitnih) predpostavk znanstvenega razmišljanja in raziskovanja.

Van Fraassen in še nekateri drugi avtorji »semantične« teorije znanosti raje poudarjajo, da načela invariantnosti predstavljajo načela za gradnjo modelov naših teorij, ne pa načela, po katerih naj bi se ravnal svet ali narava. Niso torej »zakoni narave«, temveč zakoni teoretskega modeliranja narave. Tudi to stališče uvaja relativni apriori, čeprav se Cassirer verjetno ne bi strinjal z Van Fraassenovim empirističnim antirealizmom.

Vendar je vsak uspešen model empirične teorije vsaj delno tudi »model sveta«, zato se splošna veljava omenjenih načel v gradnji modelov teorij posredno prenaša tudi na svet sam, namreč v tem, ker se morajo ujeti s celo vrsto podatkovnih struktur, ki smo jih dobili s pomočjo opazovanj, meritev in poskusov na realnih predmetih. Zato vrhunskim načelom/zakonom invariantnosti vendarle ne moremo odreči značaja zakonov narave. Nekatere invariantnostne zakone v fiziki (na primer zakon o ohranitvi energije-mase) fiziki že dolgo in gladko uporabljajo tako kot načela za gradnjo teorijskih modelov in razlag fizikalnih pojavov kot tudi vrhunske zakone narave (gl. Feynman 1977).

Tako smo se zopet znašli pred vprašanjem, kako je to mogoče, da neko visoko teorijsko in abstraktno načelo gradnje teorijskih razlag igra tudi vlogo zakonov narave. Ali to pomeni, kot je menil že Kant, da ljudje »predpisujemo« zakone naravi, ali s svojimi teorijami nekako beležimo in detektiramo najsplošnejše pravilnosti v strukturah urejenosti sveta? Slednje stališče zagovarjajo avtorji strukturalnega realizma. Sam menim, da so zakoni invariantnosti in podobno simetrijski zakoni zakoni, ki se tičejo višje ravni realnosti kot je svet dejstev, dogodkov, pojavov, skratka svet, ki ga lahko opišemo s stavki o tem, kaj obstaja, kaj se dogaja in kako se dogaja. Omenjeni zakoni se tičejo posebne »stvarnosti«, ki vsebuje tako dejanska kot nedejanska (a možna) stanja. Nasproti svetu ima vlogo nekakšnega faznega prostora možnih dogajanj, svet pa predstavlja celoto realnih stanj in transformacij stanj, ki so »zabeležena« v faznem prostoru.

Stvarnost pozna določena temeljna konstrukcijska načela, k tem sodijo predvsem zakoni invariantnosti, ohranitveni zakoni in simetrijski zakoni (vključno z izjemami od simetrijskih zakonov!). Konstrukcijskih načel stvarnosti ne moremo opisati kot zakonske stavke, ki bi nam *povedali* ali *opisali*, kaj se zgodi, če se zgodi nekaj drugega, temveč kot matematične formule, ki *kažejo*, ne pa izrekajo *možne poteke dogajanja*, oz. možne transformacije stanj. Možne transformacije so seveda tiste, ki ohranjajo določene količine, kvalitete in ureditve. V svojih najboljših teorijah se lahko ljudje približamo stvarnosti s tem, da najdemo čim popolnejšo matematično upodobitev zakonov invariantnosti, nikoli pa je ne moremo s tem povsem izčrpati in določiti.

Bibliografija:

- Boghossian, P., Peacocke, C. (2000) (ur.), *The New Essays on the a priori*, Clarendon Press, Oxford.
- Cassirer, E. (1907), *Kant und die moderne Mathematik*, Kant-Studien, XII, Berlin.
- Cassirer, E. (1910), *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*, B. Cassirer, Berlin.
- Cassirer, E. (1921), *Zur Einsteinischen Relativitätstheorie*, B. Cassirer, Berlin.
- Cassirer, E. (1923), *Philosophie der symbolischen Formen I: Die Sprache*, B. Cassirer, Berlin.
- Cassirer, E. (1925), *Philosophie der symbolischen Formen II: Das mythische Denken*, B. Cassirer, Berlin.
- Cassirer, E. (1929), *Philosophie der symbolischen Formen III: Phänomenologie der Erkenntnis*, B. Cassirer, Berlin.

- Couturat, L. (1905), *Les Principes des Mathématiques, avec un appendice sur la philosophie des Mathématiques de Kant*, F. Alcan, Pariz.
- Duhem, P. (1906), *La théorie physique, son objet et la structure*, Marcel Rivière, Pariz.
- Feynman, R. (1977), *Osobitosti fizikalnih zakona*, Školska knjiga, Zagreb.
- Frege, G. (2001), *Osnove matematike in drugi spisi*, Krtina, Ljubljana.
- Friedman, M. (2000), *A Parting of the Ways. Carnap, Cassirer, and Heidegger*, Open Court, Chicago, La Salle.
- Helmholtz, H. (1884), *Vorträge und Reden II*, Vieweg, Braunschweig.
- Kant, I. (1980), *Kritik der reinen Vernunft*, Reclam, Stuttgart.
- Lovrenov, M. (2005), »Pojem in funkcija pri Fregeju in Cassirerju«, *Analiza*, 9.
- Mormann, T. (1997), »Die begriffliche Aufbau der wissenschaftlichen Wirklichkeit bei Cassirer«, *Logos*, 4.
- Moser, P. K. (1987) (ur.), *A Priory Knowledge*, Oxford University Press, Oxford.
- Nozick, R. (2001), *Invariances. The Structures of the Objective World*, Harvard University Press, Harvard.
- Russell, B. (1900), *A Critical Exposition of the Philosophy of Leibniz*, Cambridge.
- Russell, B. (1903), *The Principles of Mathematics*, G. Allen & Unwin, London.
- Russell, B. (1913), »The philosophical implications of mathematical logic«, *The Monist* 22.
- Russell, B. (1919), *Introduction to Mathematical Philosophy*, London, New York.
- Ryckman, T. A. (1991), »Conditio sine qua non? Zuordnung in the early epistemologies of Cassirer and Schlick«, *Synthese* 88.
- Schlick, M. (1921), »Kritizistische und empiristische Deutung der neuen Physik? Bemerkungen zu Ernst Cassirers Buch 'Zur Einsteinschen Relativitätstheorie'«, *Kant-Studien*, XXVI.
- Ule, A. (1992), *Sodobne teorije znanosti*, ZPS, Ljubljana.
- Ule, A. (2001), *Logos spoznanja*, ZPS Ljubljana.
- Van Fraassen, B. C. (1989), *Laws and Symmetries*, Clarendon Press, Oxford.
- Weyl, H. (1966), *Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaft*, R. Oldenbourg Verl., München.
- Wittgenstein, L. (1921), *Tractatus-Logico Philosophicus*. Izšlo v Annalen der Naturphilosophie, Wien.
- Worrall, J. (1996), »Structural realism: The best of the both worlds«. V: D. Papineau, *The Philosophy of Science*, Oxford University Press, Oxford.